

Prévision et évaluation de la fissuration précoce des ouvrages en béton

Laurie Buffo-Lacarrière

▶ **To cite this version:**

Laurie Buffo-Lacarrière. Prévision et évaluation de la fissuration précoce des ouvrages en béton. Structures. INSA Toulouse, 2007. Français. NNT : . tel-02873308

HAL Id: tel-02873308
https://hal.science/tel-02873308

Submitted on 18 Jun 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE

Présentée devant

L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE TOULOUSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT de l'Université de Toulouse

Délivré par l'INSA

Spécialité Génie Civil

Par

Laurie BUFFO-LACARRIERE

PREVISION ET EVALUATION DE LA FISSURATION PRECOCE DES OUVRAGES EN BETON

Soutenue le 22 Octobre 2007 devant la commission d'examen composée de :

M. Gilles PIJAUDIER-CABOT	**Président du jury**
M. Jean-Michel TORRENTI	**Rapporteur**
M. Franz-Josef ULM	**Rapporteur**
M. Paul ACKER	**Examinateur**
M. Gilles ESCADEILLAS	**Examinateur**
M. Alain MILLARD	**Examinateur**
M. Alain SELLIER	**Examinateur**
M. Anaclet TURATSINZE	**Examinateur**
M. Laurent BOUTILLON	**Invité**
M. Lionel LINGER	**Invité**

Laboratoire Matériaux et Durabilité des Constructions

INSA-UPS – 135 avenue de Rangueil – 31077 Toulouse Cedex 4

Remerciements

Un grand merci

… à mes directeurs de thèse tout d'abord pour leurs précieux conseils tout au long de ces trois ans. Un grand merci donc à Gilles Escadeillas, Anaclet Turatsinze et plus particulièrement un très grand merci à Alain Sellier. Qu'il trouve ici toute l'expression de ma profonde reconnaissance pour ces trois années (et même plus) de riche collaboration, pour m'avoir permis de m'épanouir pleinement dans ce travail de recherche, pour avoir contribué à l'aboutissement de toutes ces nombreuses heures de discussion, de réflexion commune, et pour m'avoir soutenue, encouragée, rassurée dans mes moments de doute. Tout simplement, merci à lui d'avoir été aussi présent et disponible pour moi.

… à Ginette Arliguie, directrice du LMDC au début de ma thèse, puis Gilles Escadeillas, directeur actuel, pour m'avoir tous les deux accueillie au sein du laboratoire durant ces trois années de thèse.

… à VINCI Construction Grands Projets pour avoir financé ce travail. Merci à Laurent Boutillon et Lionel Linger pour m'avoir si bien accueillie et pour avoir participé, avec un intérêt certain, à l'évolution de mon travail en l'enrichissant de leur expérience et des nombreux retours de chantier qu'ils avaient. Merci également à Fabien, Cathie, Jérémy, Géraldine et Stanislas pour avoir montré que les modèles développés étaient utilisables par les industriels.

… à Jean-Michel Torrenti et Franz-Josef Ulm pour avoir rapporté ce travail de thèse, pour s'être déplacés parfois de loin jusqu'à Toulouse, et pour leurs remarques pertinentes et constructives. Merci également à Gilles Pijaudier-Cabot, Alain Millard et Paul Acker pour avoir accepté de participer à mon jury de thèse. Merci pour les nombreux commentaires qu'ils ont pu faire sur ce travail.

… aux membres du laboratoire LMDC, au personnel technique, d'entretien et administratif ainsi qu'aux doctorants, pour leur accueil chaleureux, pour l'aide qu'ils ont pu m'apporter au cours de ma thèse et pour l'ambiance qu'ils ont su créer. Un merci plus particulier à Fabrice et Pierre-Yves pour leur bonne humeur et leur entrain quotidien.

… à mes collègues devenus amis Laurent, Mathieu et Pierre pour tous ces bons moments partagés au bureau 210 qui ont largement contribué à rendre ces années de thèse mémorables. Merci du fond du cœur à vous trois et j'espère que nous aurons longtemps encore l'occasion de se retrouver à Toulouse ou ailleurs.

… à mes deux copains d'infortune de ces derniers mois, Franck et Marie, avec qui j'ai partagé les doutes et le stress de la dernière ligne droite et qui ont su me soutenir, m'aider à franchir ce dernier cap. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma profonde amitié, en espérant que nous pourrons continuer la route ensemble encore un moment…

… à ma famille et mes amis de longue date qui ont essayé de comprendre ce qui me poussait à continuer encore trois ans après ces folles années d'INSA. Merci à eux pour avoir toujours su m'écouter parler de mon goût sans faille pour ce travail en essayant de prendre un air sincèrement intéressé !! Merci de m'avoir toujours encouragée, même à distance, dans cette fabuleuse aventure.

… à Jérôme enfin pour avoir tout partagé depuis le début : les instants d'excitation au moment de partir sur une nouvelle piste, les instants de doute lorsque les lois n'étaient finalement pas bien adaptées, les instants de stress aux veilles de présentations importantes... Merci à toi du fond du cœur pour avoir toujours su trouver les mots pour me rassurer ou pour m'avoir fait simplement oublier les tracas scientifiques lorsqu'ils devenaient trop présents. Merci d'avoir supporté sans faille ces derniers mois de rédaction et de préparation, d'avoir su m'insuffler le zeste de courage et de confiance qu'il me manquait peut être pour si bien affronter ces moments là. Merci tout simplement pour ta patience, ta compréhension et ton amour qui m'ont permis d'avancer durant ces années.

Résumé

L'objectif de ce travail était de concevoir un outil de simulation permettant de choisir les meilleures solutions pour limiter la fissuration au jeune âge des structures en béton.

Cet outil a été développé dans le code aux éléments finis CASTEM, il s'organise en deux phases de modélisations successives : un modèle déterminant les champs d'hydratation ainsi que les états hydriques et thermiques de la structure suivi d'un modèle mécanique utilisant ces données pour estimer la fissuration. Le modèle d'hydratation développé est un modèle multiphasique permettant de prévoir les évolutions conjointes de la teneur en eau, de la température et de l'hydratation des différentes phases de liants composés. Il est basé sur la résolution couplée des lois de cinétiques d'hydratation de chaque phase avec les lois de conservation de la masse d'eau et de la chaleur. La loi cinétique utilisée pour modéliser l'hydratation des phases du liant est basée sur une approche phénoménologique des cinétiques de réactions et des interactions entre phases (clinker et composés secondaires). Le modèle a été testé sur une structure massive de 27 m^3 coulée in situ. La connaissance des champs hydriques, thermiques et d'hydratation permet ensuite de prévoir les déformations induites par les variations de teneur en eau (retrait de séchage et d'autodessiccation) et de température (déformations thermiques) au sein de la structure. Le risque de fissuration peut alors être évalué avec le modèle mécanique à partir des contraintes induites par les déformations empêchées (gradients thermiques et hydriques ou conditions aux limites mécaniques). Le modèle mécanique proposé est de type viscoélastique non linéaire couplé à un modèle d'endommagement anisotrope. Il permet de traiter de façon globale les phénomènes de retrait et de fluage par l'utilisation d'un modèle rhéologique reproduisant le comportement hydromécanique du béton non saturé.

Mots clés : liant composé, hydratation, température, teneur en eau, comportement mécanique au jeune âge, retrait, fluage, hydromécanique, endommagement anisotrope.

Abstract

The purpose of this work concerns the design of a simulation tool box able to predict the early age cracking in order to help to the choice of adequate technical solutions.

The numerical tool box has been developed in the finite element code CASTEM and is based on two successive models: the first one determines the hydration degree and the hydric and thermal states of the structure while the second one uses these data to assess the risk of early age cracking.

The hydration modelling proposed is a multiphasic model which allows the prediction of the coupled evolution of the hydration degree of several anhydrous phases, of the temperature and water content. It is based on the resolution of hydration kinetic laws coupled with the water mass balance equation and the heat balance one. The kinetic laws used to model the reactions of the different phases of the binder are based on a phenomenological approach of the development of reactions and of the interactions between phases (clinker and mineral admixtures). The model has been successfully applied to the simulation of a 27 m^2 massive in situ structure.

The knowledge of hydration, hydric and thermal states then allows the prediction of the strains induced by water content or temperature variations. The induced stresses and the cracking risk associated can be evaluated using the mechanical model. The proposed model is based on a non linear viscoelastic module coupled to an anisotropic damage one. It models the shrinkage and creep phenomena with a global phenomenological approach using a rheological model that reproduces the hydro mechanical behaviour of unsaturated concrete.

Keywords: composed binder, hydration, temperature, water content, early age mechanical behaviour, shrinkage, creep, hydromechanics, anisotropic damage.

TABLE DES MATIERES GENERALE

NOTATIONS **11**

INTRODUCTION GENERALE **19**

CHAPITRE I : REVUE BIBLIOGRAPHIQUE **25**

1. INTRODUCTION 27

2. HYDRATATION DE LA PATE DE CIMENT 28

2.1. Hydratation des composés du ciment Portland *28*
2.1.1. Réactions d'hydratation du clinker 28
2.1.2. Evolution de l'hydratation 30

2.2. Réactions des additions minérales *32*

2.3. Modélisation *33*
2.3.1. Modèles en conditions isothermes et endogènes 34
2.3.2. Modèles en conditions endogènes 35
2.3.3. Modèles en conditions réelles 40

3. EFFETS DE L'HYDRATATION A L'ECHELLE DU MATERIAU BETON 42

3.1. Transferts hydriques et thermiques induits *42*
3.1.1. Transferts hydriques 42
3.1.2. Transferts thermiques 47

3.2. Déformations induites par les évolutions de la pâte *51*
3.2.1. Déformations d'origine chimique 51
3.2.2. Déformations d'origine hydrique 51
3.2.3. Déformations d'origine thermique 55

3.3. Evolution des caractéristiques du matériau *56*
3.3.1. Méthodes basées sur les théories d'homogénéisation 56
3.3.2. Notion de seuil de percolation 57
3.3.3. Lois empiriques modélisant les conséquences de l'hydratation sur les propriétés du béton vieillissant 60
3.3.4. Méthode utilisant la maturométrie (notion de temps équivalent) 63
3.3.5. Cas des liants composés 64

4. CONSEQUENCES DES EVOLUTIONS DU MATERIAU A L'ECHELLE DES STRUCTURES : LE RISQUE DE FISSURATION PRECOCE 65

4.1. Les différentes origines de la fissuration précoce *65*
4.1.1. Déformations localement empêchées 65
4.1.2. Gradients de déformations 66
4.1.3. Déformations structurellement empêchées 68

4.2. Le comportement différé du béton *70*
4.2.1. Fluage en conditions endogènes 70
4.2.2. Fluage en conditions de séchage 73

4.3. La modélisation de la fissuration par endommagement *74*
4.3.1. Généralités 75
4.3.2. Modèles isotropes 75
4.3.3. Modèles anisotropes 76

4.4. Application pour le béton au jeune âge *77*

5. CONCLUSIONS ET OBJECTIFS DU TRAVAIL 79

CHAPITRE II : MODELE D'HYDRATATION MULTIPHASIQUE 83

1. INTRODUCTION ET OBJECTIFS 85

2. PRESENTATION DU MODELE 86

2.1. Modèle général et éléments de couplage 86

2.2. Loi de cinétique de réaction 88
2.2.1. Considérations physiques générales 88
2.2.2. Activation chimique 89
2.2.3. Accessibilité de l'eau aux phases anhydres 89
2.2.4. Activation thermique 91
2.2.5. Effet retard dans le cas de réactions secondaires 92
2.2.6. Récapitulatif de la loi cinétique globale 92

2.3. Equation de conservation de la masse d'eau 94
2.3.1. Mise en équation 94
2.3.2. Conditions aux limites 95

2.4. Equation de conservation de la chaleur 97
2.4.1. Mise en équation 97
2.4.2. Conditions aux limites 97

3. MISE EN ŒUVRE NUMERIQUE 100

3.1. Principe général de couplage 100

3.2. Implantation dans CASTEM 101

4. METHODE DE DETERMINATION DES PARAMETRES DE LA LOI D'HYDRATATION 102

4.1. Données matériau 102
4.1.1. Principe général 102
4.1.2. Méthode de détermination des paramètres du clinker 104
4.1.3. Détermination des paramètres des additions pouzzolaniques 107
4.1.4. Détermination des paramètres des laitiers 108

4.2. Paramètres de calage 109
4.2.1. Principe général de calage 109
4.2.2. Description de l'essai de calorimétrie semi adiabatique [NF EN 196-9] 110

4.3. Etude de sensibilité 110

4.4. Tableau récapitulatif 113

5. VALIDATION DU MODELE EN LABORATOIRE 115

5.1. Etude calorimétrique de liants composés 115
5.1.1. Principe de l'étude 115
5.1.2. Calage des paramètres des composés 116
5.1.3. Etude de liants ternaires et quaternaire 118

5.2. Etude de l'effet de la quantité d'eau 119

6. VALIDATION DU MODELE SUR UNE STRUCTURE IN SITU 120

6.1. Choix du chantier d'étude 120

6.2. Structure étudiée 122
6.2.1. Géométrie 122

6.2.2. Formulation du béton étudié ... 123
6.2.3. Conditions environnementales ... 123
6.3. Détermination des paramètres du modèle multiphasique ... 126
6.4. Validation du modèle sur la structure ... 127
6.5. Etude paramétrique ... 128
6.5.1. Effet de la température du béton frais sur la température atteinte à cœur ... 129
6.5.2. Effet du choix du liant sur la température atteinte à cœur ... 129
7. CONCLUSION ... 130
CHAPITRE III : MODELE DE COMPORTEMENT MECANIQUE ... 133
1. INTRODUCTION ET OBJECTIFS ... 135
2. PRESENTATION DU MODELE HYDROMECANIQUE POUR LE BETON NON EVOLUTIF ... 136
2.1. Principe général de modélisation ... 136
2.2. Modèle rhéologique ... 137
2.2.1. Présentation générale du modèle ... 137
2.2.2. Mise en équation du module viscoélastique consolidant ... 138
2.3. Effet des pressions hydriques ... 142
2.3.1. Principe général ... 142
2.3.2. Evolution du coefficient de Biot pour la gestion du fluage de dessiccation ... 143
2.4. Modèle d'endommagement ... 145
2.4.1. Variable d'endommagement ... 145
2.4.2. Cas des contraintes de traction ... 147
2.4.3. Cas des contraintes de compression ... 148
2.4.4. Contrainte totale ... 148
2.4.5. Gestion de la localisation ... 148
3. ADAPTATION POUR LE BETON AU JEUNE AGE ... 150
3.1. Principe général de modélisation ... 150
3.1.1. Principe de la prise en compte des phénomènes physicochimiques au jeune âge ... 150
3.1.2. Cas particulier des liants composés ... 151
3.2. Lois constitutives ... 152
3.2.1. Lois rhéologiques ... 152
3.2.2. Contrainte hydrique ... 153
3.3. Evolution des variables internes pendant l'hydratation ... 153
3.3.1. Endommagement ... 153
3.3.2. Variables de consolidation ... 154
3.4. Mise en œuvre ... 155
3.4.1. Conditions initiales ... 155
3.4.2. Evolution des caractéristiques mécaniques ... 156
4. MISE EN ŒUVRE NUMERIQUE ... 157
4.1. Principe général ... 157
4.2. Résolution numérique adaptée au couplage chémo-mécanique ... 158
5. METHODE DE DETERMINATION DES PARAMETRES DU MODELE ... 159

5.1. Récapitulatif des paramètres d'entrée *159*

5.2. Principe de calage des paramètres *160*
5.2.1. Caractéristiques mécaniques instantanées 160
5.2.2. Caractéristiques différées 160
5.2.3. Effet de l'eau 161
5.2.4. Paramètres d'endommagement 162

5.3. Récapitulatif *163*

6. APPLICATION DU MODELE EN LABORATOIRE 164

6.1. Application sur béton durci *164*
6.1.1. Application vis-à-vis de l'endommagement 164
6.1.2. Application vis-à-vis du comportement différé 166

6.2. Application sur béton au jeune âge *171*
6.2.1. Caractéristiques du matériau testé 171
6.2.2. Caractéristiques mécaniques instantanées 173
6.2.3. Fluage propre 177
6.2.4. Retrait 178
6.2.5. Fluage de dessiccation 181
6.2.6. Cas particulier du fluage en traction 182

7. VALIDATION DU MODELE SUR STRUCTURE DE LABORATOIRE 183

7.1. Etude de la fissuration lors de l'essai de retrait empêché à l'anneau *183*
7.1.1. Protocole d'essai 183
7.1.2. Modélisation numérique 184
7.1.3. Résultats 185

7.2. Suivi de la déformation d'une structure à base de liant composé *189*
7.2.1. Présentation de la structure étudiée 189
7.2.2. Essais préliminaires 191
7.2.3. Résultats 193

8. CONCLUSION 196

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES 197

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES 203

ANNEXE A : METHODES D'HOMOGENEISATION 217

1. PRINCIPE GENERAL DE LA METHODE 217

2. APPLICATION POUR LE CALCUL DE MODULES EFFECTIFS 218

2.1. Modèles à bornes *218*

2.2. Estimations effectives *220*

ANNEXE B : CARACTERISTIQUES DES CIMENTS ET ADDITIONS 223

ANNEXE C : VALIDATION THERMODYNAMIQUE DU MODELE D'ENDOMMAGEMENT 225

1. DISSIPATION PAR ENDOMMAGEMENT 225

1.1. Endommagement de traction *225*

1.2. Endommagement de compression *227*

2. DISSIPATION PAR DEFORMATIONS VISQUEUSE 228

ANNEXE D : PRINCIPE DE L'APPROCHE INCREMENTALE ADAPTATIVE 231

ANNEXE E : SCHEMA DE PRINCIPE DE LA RESOLUTION D'UN PROBLEME MECANIQUE EN DEPLACEMENTS 237

TABLE DES ILLUSTRATIONS 239

NOTATIONS

Chapitre I :

Dans le chapitre I, consacré à la revue bibliographique, les notations des auteurs cités ont été conservées.

Chapitre II :

Paramètres généraux

f_i	Dosage massique dans le béton	(g/m^3)
p_i	Fraction massique dans le liant	(% mass)

Paramètres chimiques

α_i	Degré d'hydratation	(–)
A_i	Paramètre de calage de la loi de cinétique d'hydratation	(h^{-1})
B_i	Paramètre de calage de la loi de cinétique d'hydratation	(–)
n_i	Paramètre de calage de la loi de cinétique d'hydratation	(–)
g_i	Fonction d'activation chimique	(–)
Π_i	Fonction d'accessibilité de l'eau aux anhydres	(–)
h_i	Fonction d'activation thermique	(–)
s_i	Fonction retard pour les additions pouzzolaniques	(–)
$\overline{r}_{\mathrm{m}\,i}$	Distance moyenne normalisée	(–)
W_p	Teneur en eau volumique dans la pâte	(m^3/m^3)
Φ_p	Porosité de la pâte	(–)
$C_{p\,hyd\,i}$	Concentration volumique en hydrates (issus de l'hydratation de l'anhydre i) dans la pâte	(m^3/m^3)
$C_{p\,anh\,i}$	Concentration volumique en anhydre i dans la pâte	(m^3/m^3)

$C_{p0\,anh_i}$	Concentration volumique initiale en anhydre dans la pâte	(m^3/m^3)
C_{pCH}	Concentration volumique en portlandite dans la pâte	(m^3/m^3)
R_i	Rapport entre le volume d'hydrates formés par l'hydratation d'une unité de volume d'anhydre	(m^3/m^3)
Ea_i	Energie d'activation	(K)

Paramètres hydriques

W	Teneur en eau volumique dans le béton	(m^3/m^3)
Q_{th}^W	Quantité d'eau consommée par hydratation complète d'une unité massique de liant	(J/g)
D_W	Diffusivité hydrique	(m^2/h)
D_{W0}	Paramètre de la loi de diffusivité hydrique	(m^2/h)
p	Paramètre de la loi de diffusivité hydrique	(–)
q_{CV}	Flux de masse d'eau perdue	($kg/(m^2.h)$)
β_W	Coefficient de transfert de masse	(m/h)
C_{VS}	Concentration de vapeur saturante	(kg/m^3)
ψ	Humidité relative dans le béton	(–)
ψ_{ext}	Humidité relative extérieure	(–)
W_0	Teneur volumique initiale en eau dans le béton	(m^3/m^3)
W_{eq}	Teneur volumique en eau à l'équilibre dans le béton	(m^3/m^3)
E	Paramètre de la loi d'isotherme de désorption	(–)
K	Paramètre de la loi d'isotherme de désorption	(–)
V_m	Paramètre de la loi d'isotherme de désorption	(–)

Paramètres thermiques

T	Température	(K)
Q_{th}^{T}	Quantité de chaleur dégagée par hydratation complète d'une unité massique de liant	(J/g)
λ	Conductivité thermique	(J/(h.m.K)
ρ	Masse volumique	(kg/m^3)
c	Capacité thermique massique	(J/(kg.K))
T_{paroi}	Température de la paroi exposée	(K)
T_{∞}	Température de l'air ambiant	(K)
H_{eq}	Coefficient d'échange équivalent	(J/(h.m².K)
H_{c+r}	Coefficient d'échange avec l'air	(J/(h.m².K)
H_{air}	Coefficient d'échange convectif dans l'air	(J/(h.m².K)
H_{rad}	Coefficient d'échange radiatif équivalent	(J/(h.m².K)
S_w	Vitesse du vent	(m/s)
a	Paramètre de la loi de calcul du coefficient d'échange convectif	(–)
b	Paramètre de la loi de calcul du coefficient d'échange convectif	(–)
e_f	Epaisseur du coffrage	(m)
λ_f	Conductivité thermique du coffrage	(J/(h.m.K)
φ_s	Flux solaire sur la surface exposée	(J/(h.m²))
β_{FS}	Coefficient d'absorption de la surface	(–)
γ	Coefficient d'absorption du flux solaire par les nuages	(–)
φ_{max}	Ensoleillement maximal sur une surface donnée	(J/(h.m²))

Chapitre III :

Indices

X_0	Indice relatif à l'étage 0 instantané du modèle rhéologique
X_{KV}	Indice relatif à l'étage de Kelvin-Voigt du modèle rhéologique
X_M	Indice relatif à l'étage Maxwell non linéaire du modèle rhéologique
X_{fl}	Indice relatif au béton à l'état frais (matériau fluide)
X_{th}	Indice relatif aux propriétés du matériau totalement hydraté

Exposants

$X^{(s)}$	Exposant relatif à la partie sphérique
$X^{(d)}$	Exposant relatif à la partie déviatorique
X^{r}	Exposant pouvant être égal à t si traction et c si compression
X^{c}	Exposant relatif à la compression
X^{t}	Exposant relatif à la traction
X^{0}	Exposant relatif aux propriétés du matériau non endommagé

Paramètres généraux

$\langle X \rangle$	Partie positive de X	
p_i	Fraction massique dans le liant	(% mass)
α_s	Seuil de percolation mécanique	(–)
t_s	Age du béton au seuil de percolation mécanique	(j ou h)
α^T	Coefficient de dilatation thermique	(m/(m.K))

W	Teneur volumique en eau dans le béton	(m^3/m^3)
Φ	Porosité dans le béton	(–)
T	Température	(K)

Paramètres mécaniques généraux

σ	Contrainte totale	(MPa)
$\tilde{\sigma}$	Contrainte effective au sens de l'endommagement	(MPa)
$\tilde{\sigma}'$	Contrainte effective au sens de l'endommagement et de la pression hydrique	(MPa)
ε^e	Déformation élastique	(m/m)

Paramètres hydro-mécaniques

$\tilde{\sigma}_w$	Contrainte hydrique	(MPa)
P_w	Pression capillaire	(MPa)
K_w	Paramètre de la loi de contrainte hydrique	(MPa)
b_{wsat}	Coefficient de Biot en milieu saturé	(–)
$\overline{\overline{B}}_w$	Tenseur des coefficients de Biot	(–)
b_{wth}	Coefficient de Biot du béton saturé totalement hydraté	(–)
$\tilde{\sigma}_{fd}$	Paramètre de la loi de modification du coefficient de Biot	(MPa)

Caractéristiques rhéologiques

k	Coefficient de compressibilité	(MPa)
μ	Coefficient de cisaillement	(MPa)

η	Viscosité	(MPa.j ou MPa.h)
E	Module d'Young	(MPa)
υ	Coefficient de Poisson	(–)
λ	Coefficient de Lamé	(MPa)
Cc	Coefficient de consolidation	(–)
$\varepsilon_M^{(s,d)k}$	Déformation caractéristique de la loi de consolidation	(m/m)
$\varepsilon_M^{(s)l}$	Déformation sphérique limite de la loi de consolidation	(m/m)

Paramètres d'endommagement

d^r	Paramètre d'endommagement	(–)
β^r	Indice de fissuration	(–)
m^r	Indice de fragilité	(–)
$\tilde{\sigma}_u^r$	Paramètre de la loi d'évaluation de la loi d'endommagement	(MPa)
$\bar{\sigma}^r$	Contrainte seuil	(MPa)
I_1 et J_2	1^{er} et 2^{nd} invariants du tenseur des contraintes effectives	(MPa)
δ_{hom}	Coefficient du critère de Drucker Pragger	(–)
Rc	Résistance en compression	(MPa)
Rt	Résistance en traction	(MPa)
lc^r	Longueur caractéristique traitant le problème de localisation	(m)

INTRODUCTION GENERALE

Actuellement, lorsque l'on conçoit et construit un ouvrage en béton, un aspect important du cahier des charges est la durée de service souhaitée pour l'ouvrage. La tenue de la structure dans le temps étant fortement conditionnée par les éventuelles attaques chimiques qu'elle pourra subir, l'étude de la durabilité des ouvrages est aujourd'hui une préoccupation essentielle. Si la pathologie est inhérente à la pénétration d'agents agressifs au sein du matériau, la durabilité de la structure pourra être réduite par la fissuration précoce conséquence de variations dimensionnelles empêchées (d'origine thermique ou hydrique). De même, d'autres pathologies comme la formation d'ettringite différée sont conditionnées, entre autres, par l'histoire thermique subie par le béton au cours de l'hydratation. La maîtrise du comportement du béton au jeune âge s'avère donc un élément déterminant de la durabilité des ouvrages.

C'est pourquoi, durant ces dernières années, les Maîtres d'Ouvrages se sont montrés de plus en plus exigeants quant à la qualité des structures et plus particulièrement vis-à-vis de la fissuration du béton en cours de réalisation. Ceci a conduit au développement de cahiers des charges de plus en plus restrictifs vis-à-vis de cette fissuration précoce, celle-ci pouvant même être totalement bannie lors de la construction de barrages ou d'éléments de centrales nucléaires par exemple. La maîtrise du risque de fissuration devient donc une préoccupation majeure des industriels du BTP qui, compte tenu des surcoûts générés par le traitement de ces fissures (réparation par colmatage par exemple), mettent en œuvre des moyens plus importants en phase d'études afin de privilégier les matériaux et les procédés de construction minimisant un tel risque.

Du point de vue du matériau, une attention particulière doit être portée au choix du liant puisqu'il est responsable, en s'hydratant, des dégagements de chaleur conduisant aux déformations thermiques, mais aussi de l'augmentation des résistances. On note dans ce domaine l'utilisation de plus en plus importante de liants composés. En effet ces liants sont moins exothermiques à court terme que le CEM I et confèrent une meilleure durabilité à l'ouvrage.

De plus, sachant que la fabrication d'une tonne de clinker produit jusqu'à une tonne de CO_2, l'utilisation de ciments purs (CEM I) est une pratique appelée à disparaître progressivement au profit des liants composés qui sont des mélanges contenant du clinker et une ou plusieurs additions minérales (cendres volantes, laitiers de hauts-fourneaux, fumée de silice, métakaolins, …).

Du point de vue des techniques de construction, les déformations d'origine thermique peuvent être limitées par exemple par une température de gâchage plus faible, par l'utilisation de système de refroidissement, ou encore par un phasage particulier des travaux. Les déformations d'origine hydrique peuvent être réduites par le maintien d'une cure humide plus longue ou par l'ajout d'additif chimique agissant sur les tensions capillaires.

Le choix parmi ces matériaux et techniques est alors délicat. Dans ce contexte, l'objectif de ce travail de thèse, réalisée dans le cadre d'un contrat CIFRE avec l'entreprise VINCI Construction Grands Projets, a été de développer un outil d'analyse dans le domaine du comportement du béton au jeune âge capable de :

- quantifier les risques d'apparition de fissures sur une structure donnée,
- justifier quantitativement (coût/efficacité) une formulation du béton ainsi que les précautions de mise en œuvre et de cure aptes à éviter ou limiter l'apparition de cette fissuration sur les structures en béton.

Compte tenu des applications sur ouvrages importants visées dans le cadre de cette thèse, l'outil de simulation devra être suffisamment robuste et nécessiter des paramètres d'entrée facilement déterminables pour que sa mise en œuvre soit compatible avec les délais souvent réduits dont disposent les industriels pour les études.

Outre cette phase d'études au cours de laquelle l'outil à développer constitue une aide à la conception, celui pourra être applicable a posteriori pour des expertises sur des structures présentant une fissuration au jeune âge. Il devra donc s'appuyer sur des lois physiques fiables et suffisamment précises pour pouvoir comprendre les phénomènes responsables de l'apparition de la fissuration sur un ouvrage donné.

Dans cette perspective, le chapitre I de ce mémoire est consacré à une revue bibliographique des phénomènes mis en jeu lors de la fissuration précoce des structures afin de guider nos choix de modélisation. Les deux chapitres suivants sont ensuite dévolus à la présentation de l'outil de simulation proposé. Cet outil de simulation s'organise en deux phases de modélisations : un modèle déterminant les degrés d'hydratation ainsi que les états hydriques et thermiques de la structure et un second modèle, mécanique, utilisant les résultats du premier pour estimer la fissuration.

Afin d'être applicable aux liants composés, le modèle d'hydratation présenté dans le chapitre II est un modèle multiphasique prenant en compte une loi de cinétique propre à chaque phase anhydre (clinker et additions minérales). Ces lois cinétiques considèrent les interactions entre les différentes phases ainsi que l'effet de la teneur en eau et de la température sur ces cinétiques de réaction. Le modèle d'hydratation est développé à un niveau macroscopique afin de conserver une mise en œuvre facilitée par des temps de calcul réduits et un nombre de paramètre de calage limité.

Le modèle mécanique, présenté au chapitre III, permet de reproduire les conséquences de cette hydratation sur la structure au jeune âge. Pour cela, il est basé sur la prise en compte du comportement non linéaire et endommageable du béton. Il prend également en compte de façon globale le comportement hydromécanique du béton par une approche unifiée du retrait et du fluage qui s'appuie sur la teneur en eau accessible grâce au modèle d'hydratation.

Outre l'aspect modélisation et développement numérique, nous nous sommes attachés dans ce travail de thèse à mener en parallèle plusieurs programmes d'essais. Ces aspects expérimentaux sont intégrés à chacun des deux chapitres afin de déterminer les paramètres d'entrée des différents modèles, mais aussi de valider la bonne prise en compte des phénomènes par les modèles.

CHAPITRE I : REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

1. INTRODUCTION 27
2. HYDRATATION DE LA PATE DE CIMENT 28
3. EFFETS DE L'HYDRATATION A L'ECHELLE DU MATERIAU BETON 42
4. CONSEQUENCES DES EVOLUTIONS DU MATERIAU A L'ECHELLE DES STRUCTURES : LE RISQUE DE FISSURATION PRECOCE 65
5. CONCLUSIONS ET OBJECTIFS DU TRAVAIL 79

1. Introduction

La fissuration précoce des ouvrages en béton est une conséquence des déformations subies par le matériau béton sous l'effet des variations d'états thermique et hydrique et de l'hydratation du liant qui le compose.

L'hydratation de ce liant constitue ainsi, comme nous allons le voir dans ce premier chapitre, un paramètre central de l'étude puisqu'elle est à l'origine des déformations au jeune âge. La première partie de cette revue bibliographique sera donc consacrée à l'étude de l'hydratation du liant.

Dans la seconde partie de ce chapitre nous présenterons les conséquences de cette hydratation à l'échelle du matériau béton dans son environnement. Nous verrons ainsi que celles-ci sont multiples : transferts hydriques et thermiques, déformations induites, évolutions des caractéristiques mécaniques.

Enfin, nous étudierons les conséquences de ces évolutions du matériau sur le risque de fissuration précoce à l'échelle des structures. Nous étudierons ainsi en premier lieu les différentes origines de cette fissuration précoce. Ce risque de fissuration précoce étant intimement lié au comportement mécanique du matériau béton, nous présenterons dans un premier temps le comportement non linéaire de celui-ci, sa viscosité contribuant à une relaxation des contraintes développées par les déformations empêchées. Nous verrons ensuite la prise en compte dans les modèles de son comportement endommageable qui permet de modéliser la fissuration. Nous nous attacherons enfin à l'adaptation des modèles de comportement mécanique présentés en vue de l'application au matériau au jeune âge et donc chimiquement évolutif.

Les conclusions finales de cette revue bibliographique dégageront les objectifs de notre travail ainsi que le schéma de modélisation retenu.

2. Hydratation de la pâte de ciment

2.1. Hydratation des composés du ciment Portland

2.1.1. Réactions d'hydratation du clinker

Les ciments couramment utilisés en génie civil contiennent en majorité du clinker Portland, à l'origine des propriétés liantes du ciment ou du liant composé. Ce clinker est constitué d'une proportion massique au moins égale à 2/3 (norme [NF EN 197-1]) de silicates de calcium (C_3S et C_2S en notations conventionnelles de la chimie des ciments), la partie restante contenant du C_3A et C_4AF. Nous présenterons ici succinctement les réactions d'hydratation de ces quatre composés de base du clinker.

➢ Hydratation du C_3S

L'hydratation des C_3S produit des C-S-H et de la portlandite (CH) et s'accompagne d'un dégagement de chaleur important compte tenu de l'exothermie de la réaction. La stoechiométrie des C-S-H évolue tout au long de l'hydratation mais on s'accorde pour considérer une valeur pour l'hydratation du clinker de C/S=1,65 ([BROWN ET AL. 84], [ADENOT 92]).

$$C_3S + (y + 1{,}35)H \rightarrow C_{1{,}65}SH_y + 1{,}35CH + Q_{C_3S} \qquad \text{(I-1)}$$

La valeur de y dépend de l'humidité relative interne. Taylor propose pour un matériau saturé y=3,91 [TAYLOR 90]. Adenot donne une teneur en eau des C-S-H fonction du rapport C/S [ADENOT 92]. Ainsi il propose y=0,8+C/S, soit pour les C-S-H formés par la réaction du C_3S une teneur en eau de y=2,45.

La différence peut s'expliquer par une progressive perte d'eau des C-S-H (eau faiblement adsorbée) pour un matériau non saturé.

➢ Hydratation du C_2S

Le principe de réaction du C_2S est similaire à celui du C_3S, la réaction globale s'écrivant :

$$C_2S + (y + 0{,}35)H \rightarrow C_{1{,}65}SH_y + 0{,}35CH + Q_{C_2S} \qquad \text{(I-2)}$$

Cependant, par rapport au C_3S, on observe une différence de cinétique et d'exothermie. En effet la réaction d'hydratation du C_2S est beaucoup plus lente et moins exothermique que celle du C_3S.

➢ Hydratation du C_3A

La réaction normale du C_3A, très rapide et exothermique, produit une rigidification trop rapide de la pâte par formation de C_3AH_6.

$$C_3A + 6H \rightarrow C_3AH_6 + Q_{C_3A} \quad \text{(I-3)}$$

C'est pourquoi on ajoute toujours du gypse au ciment afin de contrôler la structuration de la prise. La réaction en présence de gypse s'écrit :

$$C_3A + 3\underbrace{C\bar{S}H_2}_{\text{gypse}} + 26H \rightarrow \underbrace{C_6A\bar{S}_3H_{32}}_{\text{ettringite}} + Q_{C_3A} \quad \text{(I-4)}$$

Après épuisement du gypse l'ettringite se dissout pour former du monosulfoaluminate.
La réaction globale s'écrit :

$$C_3A + \underbrace{C\bar{S}H_2}_{\text{gypse}} + 10H \rightarrow \underbrace{C_4A\bar{S}H_{12}}_{\text{monosulfoaluminate}} + Q_{C_3A} \quad \text{(I-5)}$$

La quantité respective de C_3AH_6, d'ettringite et de monosulfoaluminate dans la pâte de ciment hydratée va donc dépendre de la quantité de gypse introduite.

➢ Hydratation du C_4AF

L'hydratation du C_4AF est gérée par des réactions comparables à celles mises en jeu pour le C_3A à la différence que la cinétique est plus lente et que les produits formés contiennent Fe_2O_3.

➢ Récapitulatif général des réactions

Les réactions globales d'hydratation de chaque composé principal du ciment sont récapitulées ci-dessous.

$$\begin{aligned}
&C_3S + (y + 1{,}35)H \rightarrow C_{1{,}65}SH_y + 1{,}35CH + Q_{C_3S}\\
&C_2S + (y + 0{,}35)H \rightarrow C_{1{,}65}SH_{y'} + 0{,}35CH + Q_{C_2S}\\
&C_3A + \text{gypse} + xH \rightarrow \left(C_6A\bar{S}_3H_{32},\ C_3AH_6,\ C_4A\bar{S}H_{12}\right) + Q_{C_3A}\\
&C_4AF + \text{gypse} + x'H \rightarrow \left(\text{AFm},\ \text{AFt},\ C(A,F)H\right) + Q_{C_4AF}
\end{aligned} \quad \text{(I-6)}$$

Si l'on considère une hydratation globale de la pâte de ciment on peut écrire plus simplement :

$$ciment\ anhydre + nH \rightarrow hydrates + \vec{Q}$$

Les conséquences de cette hydratation sont donc de 3 types :

- une consommation d'eau,
- un dégagement de chaleur dû à l'exothermie de toutes les réactions d'hydratation,
- une variation volumique [LE CHATELIER 1900].

Ces différentes conséquences sont à la base des phénomènes moteurs des variations volumiques de la pâte de ciment au très jeune âge.

2.1.2. Evolution de l'hydratation

Le degré d'avancement de l'hydratation est défini comme le rapport entre la masse de ciment hydraté à l'instant t et la masse de ciment anhydre à l'origine :

$$\alpha(t) = \frac{m_{ch}(t)}{m_{can}(t=0)} = 1 - \frac{m_{can}(t)}{m_{can}(t=0)} \qquad \text{(I-7)}$$

Où m_{ch} et m_{can} sont respectivement les masses de ciment hydraté et anhydre.

Ce paramètre peut être déterminé directement par analyse d'images de la quantité d'anhydre à l'instant t. Il a été également largement développé des méthodes de mesures indirectes basées sur l'exploitation des conséquences de l'hydratation conduisant principalement à trois définitions du degré d'hydratation :

1- à partir de la chaleur dégagée : $\alpha(t) = \frac{Q(t)}{Q_{\max}}$,

2- à partir de la résistance en compression : $\alpha(t) = \frac{Rc(t)}{Rc_{\max}}$,

3- à partir de la quantité d'eau liée chimiquement : $\alpha(t) = \frac{Wn(t)}{Wn_{\max}}$

L'hydratation se produit lorsque l'eau se trouve en contact avec les grains de ciment anhydres et présentent plusieurs phases de cinétiques différentes. La Figure I-1 met en évidence la présence de ces différentes phases.

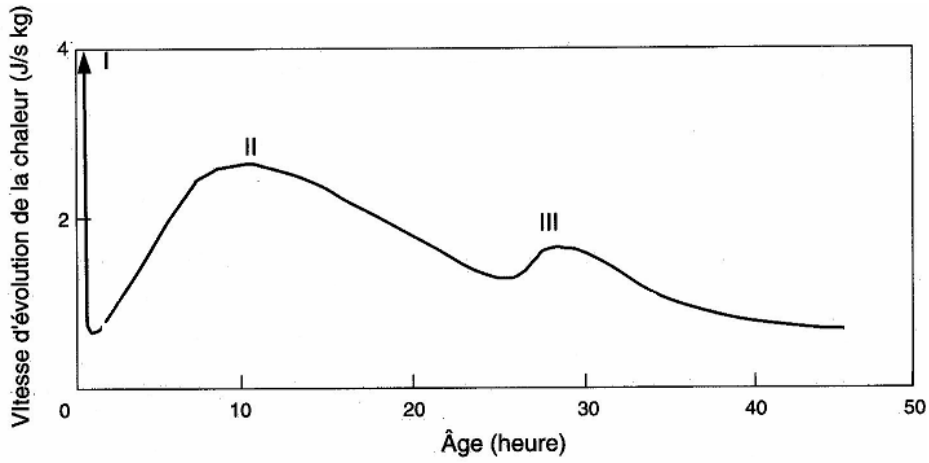


Figure I-1 : Représentation schématique de la courbe calorimétrique de l'hydratation globale du ciment [NEVILLE 00]

On observe ainsi :

1- une phase initiale (phase I sur la Figure I-1) correspondant au premier pic de chaleur observé suite au passage en solution des anhydres dès leur contact avec l'eau ;
2- une phase progressive d'hydratation associée au deuxième pic de chaleur sur la figure. Le sommet du pic correspond à un degré d'hydratation critique à partir duquel la couche d'hydrates entourant l'anhydre est suffisamment épaisse pour que la diffusion à travers cette couche pilote les réactions [FUJI ET AL. 74] ;
3- enfin, le troisième pic observé sur la Figure I-1 correspond à la transformation de l'ettringite (TSA) en monosulfoaluminate (MSA) suite à l'épuisement du gypse, sa présence et son intensité dépendent donc des quantités de gypse et de C3A initialement présentes dans le béton.

En conditions réelles, l'hydratation est également influencée par les variations de température et de teneur en eau au sein du matériau. En effet, la température agit sur les cinétiques de réaction à travers l'énergie d'activation apparente de chaque réaction d'hydratation selon la loi proposée par Arrhénius [ARRHENIUS 15] :

$$\frac{\dot{\alpha}}{\dot{\alpha}_0} = \exp\left(-\frac{Ea}{R}\left(\frac{1}{T}-\frac{1}{T_0}\right)\right) \qquad \text{(I-8)}$$

Le Tableau I-1 présente les énergies d'activation apparente de chacun des composés du clinker.

	C_3S	C_2S	C_3A	C_4AF
Ea/R (K)	6000	3000	6500	3000

Tableau I-1 : Valeurs des énergies d'activation des composés du ciment [KISHI ET AL. 94]

Les variations de teneur en eau au sein du matériau vont également influencer les cinétiques de réactions, pouvant même conduire à l'arrêt des réactions d'hydratation par manque d'eau. Le degré d'hydratation maximal atteint dans un matériau cimentaire sera d'autant plus élevé que le rapport E/C est fort [POWERS ET AL. 47].

Au contraire, dans les premiers instants de l'hydratation, une légère augmentation de cinétique est observée lors de la diminution du rapport E/C [MOUNANGA 03]. Cette augmentation de cinétique pour des faibles E/C peut être expliquée par la sursaturation plus rapide de la solution interstitielle.

2.2. Réactions des additions minérales

Comme nous l'avons vu en introduction, les liants à base de clinker pur tendent à être de plus en plus remplacés par des liants composés de clinker et d'additions minérales dont la production dégage moins de CO_2 et qui confèrent au béton une durabilité améliorée.

Parmi les additions minérales utilisées, on dégage trois familles :

1- Les additions inertes telles que les fillers calcaires qui n'ont pas de pouvoir réactionnel mais qui peuvent influer sur l'hydratation du clinker par "effet filler" en jouant le rôle de sites de nucléation [NONAT 94].

2- Les additions pouzzolaniques telles que les fumées de silice ou les cendres volantes qui réagissent avec la portlandite produite par le clinker pour former des C-S-H et des aluminates de calcium hydratés. Ces additions n'ont cependant aucun pouvoir hydraulique et ne peuvent donc réagir qu'en présence de portlandite.

3- Les laitiers de haut fourneau qui combinent un pouvoir hydraulique latent avec un caractère pouzzolanique puisqu'ils réagissent également avec la portlandite produite par le clinker.

Le caractère pouzzolanique des additions minérales est dû aux réactions de la silice et de l'alumine présentes dans les additions.

D'une part, la silice réagit avec la portlandite du clinker pour former des C-S-H de type différent de ceux formés par la réaction primaire du clinker puisqu'ils présentent un rapport C/S de l'ordre de 1,1/1,2 ([JUSTNES 92], [ADENOT 92]) :

$$S + 1{,}15CH + yH \rightarrow C_{1,15}SH_{y+1,15} \qquad \text{(I-9)}$$

La consommation d'eau (y) par la réaction pouzzolanique de la silice est un paramètre sur lesquels les auteurs ne s'accordent pas. On trouve en effet des valeurs de y allant de 0,5 ([JUSTNES 92], [LU ET AL. 93]) jusqu'à 2,75 [BENTZ ET AL. 97]. Ces différences s'expliquent par la difficulté que l'on a à déterminer la quantité d'eau fixée chimiquement et physiquement par les nouveaux C-S-H formés.

Par ailleurs, l'alumine réagit avec la portlandite produite par le clinker pour former des aluminates similaires à ceux produits par l'hydratation du clinker :

$$A + 3CH + 3H \rightarrow C_3AH_6 \qquad \text{(I-10)}$$

La silice et l'alumine peuvent également se combiner afin de former des silico-aluminates de calcium hydratés :

$$\begin{aligned} A + S + 2CH + 6H &\rightarrow C_2ASH_8 \\ A + xS + 3CH + (y-3)H &\rightarrow C_3AS_xH_y \end{aligned} \qquad \text{(I-11)}$$

Où x varie entre 0,4 et 1 et y vaut entre 4 et 5 [WALLER 99].

2.3. Modélisation

Dans le paragraphe qui va suivre, nous allons présenter, de façon non exhaustive, les différents modèles permettant de prévoir l'hydratation d'un liant cimentaire en nous attachant aux différentes approches retenues (et simplifications associées).

2.3.1. Modèles en conditions isothermes et endogènes

2.3.1.1. Modèles considérant l'hydratation globale

Plusieurs auteurs proposent des lois empiriques donnant l'évolution du degré d'hydratation global du ciment en fonction du temps. On citera par exemple les lois suivantes.

$$\alpha(t) = 1 - \exp\left(-k \cdot (t - t_0)^{\beta}\right) \quad [\text{GUTTERIDGE ET AL. 90}]$$
$$\alpha(t) = \exp\left(-\left(\frac{t_1}{t}\right)^{\beta}\right) \quad [\text{ROELFSTRA ET AL. 94}] \qquad \text{(I-12)}$$

Où k, β, t_0, et t_1 sont des paramètres de modèle propres au liant étudié.

Ces modèles, qui ont l'avantage d'être simples et de nécessiter la détermination de très peu de paramètres, ont un champ d'utilisation fiable limitée car ils se placent dans des conditions endogènes et isothermes en négligeant totalement le caractère thermoactivé des réactions d'hydratation. De plus, ils utilisent une variable d'hydratation globale peu adaptée à la modélisation de liants composés.

2.3.1.2. Modèle d'Avrami

Le modèle d'Avrami [AVRAMI 39] apporte un degré de précision supplémentaire car il permet d'estimer l'évolution du degré d'hydratation α_i de chaque constituant i du clinker (C_3S, C_2S, C_3A, C_4AF) en fonction du temps :

$$\alpha_i = 1 - \exp\left(-a_i (t - b_i)^{c_i}\right) \qquad \text{(I-13)}$$

Où a_i, b_i et c_i sont déterminés empiriquement pour le type de ciment utilisé.

Dans ce modèle, les composés du ciment sont supposés s'hydrater de façon indépendante.
De plus, le caractère thermoactivé des réactions d'hydratation n'est pas pris en compte puisque les paramètres du modèle sont fixes pour un type de ciment donné.

2.3.1.3. Modèle de Knudsen

Le modèle de Knudsen [KNUDSEN 84] est un modèle analytique basé sur la notion de distribution locale des grains de ciment.

Ainsi le degré d'hydratation du ciment sera obtenu par intégration du degré d'hydratation de chaque grain pondéré par la densité de distribution des tailles de grains correspondant à son rayon. L'auteur parvient finalement à une relation polynomiale du type :

$$\begin{cases} b_0 + b_1 A(t) + b_2 A^2(t) = t \\ A(t) = \dfrac{\alpha(t)}{1-\alpha(t)} \end{cases} \quad \text{(I-14)}$$

Avec : - b_0, b_1 et b_2 des constantes d'ajustement qui dépendent de la température initiale, du type de ciment utilisé ainsi que des ajouts ;

- $\alpha(t)$ le degré d'hydratation global du ciment.

Ce modèle, plus précis puisque prenant en compte l'effet d'ajouts ainsi que celui de la température initiale, a été implanté par Bentz dans le code de calcul microstructural CEMHYD3D [BENTZ 00]. Cependant, il suppose également que chaque composé s'hydrate séparément et nécessite des temps de calcul importants.

2.3.2. Modèles en conditions endogènes

2.3.2.1. Modèle LCPC CESAR

➢ Mise en équations

Le modèle TEXO, développé au LCPC ([HUMBERT 89], [DUBOUCHET 92]) afin de modéliser l'élévation de température de pièces au jeune âge, est basé sur une loi de cinétique d'hydratation thermoactivée :

$$\dot{\alpha} = \tilde{A}(\alpha) \cdot \exp\left(-\frac{Ea}{RT}\right) \quad \text{(I-15)}$$

Dans cette équation, $\tilde{A}$ est définie comme l'affinité chimique normalisée [ATKINS 94] et caractérise le comportement chimique du liant étudié.

➢ Détermination expérimentale de l'affinité chimique normalisée

L'évolution de l'affinité chimique en fonction du degré d'hydratation est déterminée par l'exploitation d'essais de calorimétrie adiabatique (ou quasi-adiabatique avec estimation des pertes : essai Langavant).

En effet, en conditions adiabatiques, l'équation de conservation de la chaleur se réduit à :

$$\begin{cases} \rho c \dfrac{\partial T^{ad}}{\partial t} = \dot{Q} \\ \dot{Q} = Q_\infty \tilde{A}(\alpha) \exp\left(-\dfrac{E_a}{RT^{ad}} \right) \end{cases} \tag{I-16}$$

D'où l'expression de l'affinité chimique :

$$\tilde{A}(\alpha) = \frac{\rho c}{Q_\infty} \frac{\partial T^{ad}}{\partial t} \exp\left(\frac{E_a}{RT^{ad}} \right) \tag{I-17}$$

Celle-ci peut donc être calculée à partir des courbes de relevés de la température (T^{ad}) au cours d'un essai adiabatique.

Cervera [CERVERA ET AL. 02] obtient par cette méthode la courbe présentée Figure I-2.

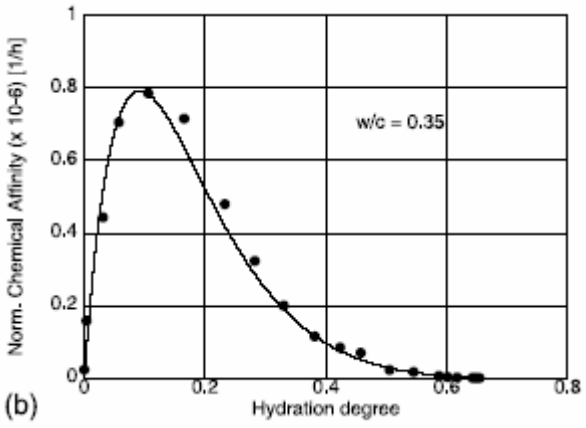


Figure I-2 : Evolution de l'affinité chimique A(α) en fonction du degré d'hydratation [CERVERA ET AL. 02]

Ulm [ULM ET AL. 98a] montre que l'on trouve des résultats similaires par une approche basée sur l'évolution des résistances. En définissant le degré d'hydratation à partir de la résistance à la compression, on obtient en conditions adiabatiques l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{R_c(t) - R_{c0}}{R_{c\infty} - R_{c0}} \\ \tilde{A}(\alpha) &= \frac{1}{Rc_\infty - Rc_0} \frac{\partial Rc^{ad}}{\partial t} \exp\left(\frac{E_a}{RT_0} \right) \end{aligned} \tag{I-18}$$

Ce modèle, simple d'utilisation, permet de prédire l'évolution de l'hydratation d'un liant de façon globale en utilisant une loi d'affinité chimique discrète déterminée par exploitation d'un essai Langavant ou d'un suivi de résistance. La détermination de cette loi discrète se faisant par calcul direct, elle ne permet pas de "gommer" les incertitudes liées à la mesure comme on pourrait le faire avec le calage d'une loi d'affinité à partir d'une méthode des moindres carrés.
Il constitue les premières réflexions concernant ces problèmes de dégagement de chaleur au jeune âge. Cependant, les ciments contiennent désormais de plus en plus de composés secondaires (additions pouzzolaniques, laitiers) qui présentent des cinétiques d'hydratation, des exothermies et des énergies d'activation très différentes, et pour lesquels une loi de cinétique unique ne pourra donc pas reproduire correctement le comportement. Une extension de ce modèle aux liants binaires est proposée par Waller (voir paragraphe suivant) mais n'est pas à ce jour disponible dans CESAR.

2.3.2.2. Extension proposée par Waller [WALLER 99]

➢ Mise en place d'une borne au degré d'hydratation

De nombreux auteurs montrent que le ciment n'atteint jamais une hydratation complète, notamment pour de faibles rapports E/C. En effet, on observe que même à très long terme des grains de ciment anhydre subsistent. Waller [WALLER 99] présente dans sa thèse les valeurs de degré d'hydratation final obtenues sur des pâtes à base de CEM I conservées de façon endogène à 20°C et réalisées avec diverses valeurs du E/C initial (valeurs obtenues par différents auteurs). Ces valeurs sont regroupées sur la Figure I-3.

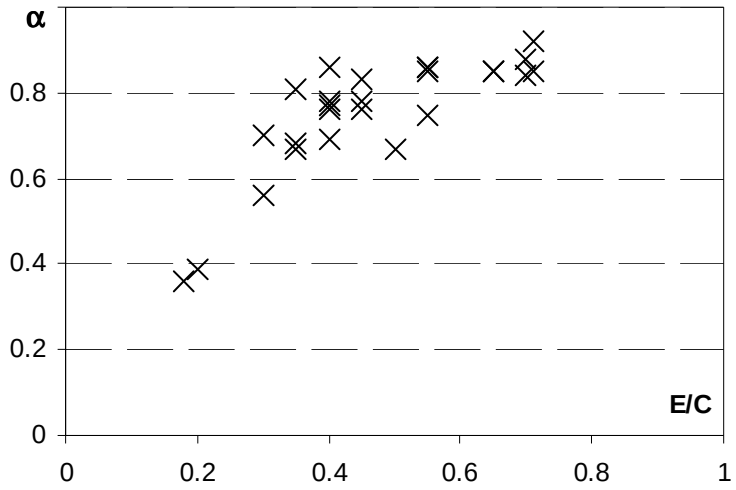


Figure I-3 : Valeurs du degré d'hydratation final d'un CEM I pour divers E/C [WALLER 99]

On voit bien ici que, même pour des rapports E/C relativement forts, l'hydratation n'est jamais complète. Waller propose en conséquence de modifier la loi proposée dans CESAR comme suit :

$$\dot{\alpha} = \tilde{A}(\alpha)\cdot \exp\left(-\frac{Ea}{RT}\right)\cdot \alpha_{\infty} \text{ avec } \alpha_{\infty} = 1-\exp\left(-3{,}3\frac{E}{C}\right) \quad \text{(I-19)}$$

➢ Prise en compte d'additions pouzzolaniques

Waller étend également le modèle à la prise en compte d'une addition pouzzolanique (cendres volantes ou fumées de silice).

Il propose alors d'utiliser deux degrés d'hydratation différents dans la modélisation de liants composés (clinker noté C + une addition pouzzolanique notée Z) :

$$\begin{cases} \dot{\alpha}_C = \tilde{A}_C(\alpha_C)\cdot \exp\left(-\frac{Ea_C}{RT}\right)\cdot \alpha_{C\infty} \\ \dot{\alpha}_Z = \tilde{A}_Z(\alpha_Z)\cdot \exp\left(-\frac{Ea_Z}{RT}\right)\cdot \alpha_{Z\infty} \\ \dot{Q} = Q_{C\infty}\cdot \dot{\alpha}_C + Q_{Z\infty}\cdot \dot{\alpha}_Z \end{cases} \quad \text{(I-20)}$$

Waller propose l'expression suivante pour les affinités chimiques des composés pouzzolaniques :

$$\tilde{A}_Z(\alpha_Z) = \frac{n_Z}{\tau_Z}\cdot \exp\left(\frac{E_{aZ}}{R\times 293{,}16}\right)\alpha_Z^{\left(1-1/n_Z\right)}\left(1-\alpha_Z\right)^{\left(1+1/n_Z\right)} \quad \text{(I-21)}$$

Il montre que les valeurs des paramètres de calage peuvent être considérées comme constantes pour chaque type d'addition (CV ou FS).

	n	τ (h)
Fumées de Silice (FS)	0,9	250
Cendres Volantes (CV)	1	770

Tableau I-2: Valeurs des paramètres de calage de la fonction affinité normalisée pour les additions [WALLER 99]

Cette introduction d'additions pouzzolaniques va également modifier la valeur du degré d'hydratation final du liant car ces composés ont une demande en eau différente de celle du ciment. Cet effet est pris en compte par l'expression suivante :

$$\begin{cases} \alpha_{C\infty} = 1 - \exp\left(-3{,}3\left(\frac{E}{C} - \delta\right)\right) \\ \delta = D\exp\left(1{,}6\frac{E}{C}\right)\cdot\alpha_{Z\infty}\frac{Z}{C} \end{cases} \qquad \text{(I-22)}$$

Avec : - $\alpha_{z\infty}$ le degré d'hydratation final de la pouzzolane : $\alpha_{Z\infty} = \min\left\{1; \frac{A\alpha_{C\infty}}{Z/C}\right\}$

- A et D des paramètres de calage

Ce modèle d'hydratation a permis l'évolution du modèle TEXO du LCPC en prenant tout d'abord en compte l'effet du rapport E/C initial sur la valeur limite que peut atteindre le degré d'hydratation (la quantité d'eau initialement introduite pouvant être insuffisante pour atteindre des valeurs d'hydratation plus importantes). Il permet donc de ne pas avoir à redéterminer la loi de cinétique discrète $\tilde{A}$ si l'on change le rapport E/C. Par contre, il reste un modèle applicable seulement en conditions endogènes puisqu'il ne prend pas en compte l'effet de variation de teneur en eau au sein du matériau sous l'effet d'un séchage par exemple.
Le modèle permet également de traiter l'hydratation de liants composés grâce à l'utilisation d'une loi cinétique empirique pour l'hydratation de cendres volantes et de fumées de silice.
Il introduit pour cela une limitation supplémentaire sur l'hydratation du ciment due à la consommation d'une partie de l'eau par l'hydratation d'une addition minérale.
Ce terme d'influence ne permet cependant pas un réel couplage entre clinker et addition minérale puisque l'hydratation de cette addition minérale n'est pas contrôlée par l'hydratation du clinker alors que, en pratique, celle-ci réagit avec la portlandite produite par le clinker et est donc fortement conditionnée par la cinétique de réaction de ce dernier.

2.3.2.3. Modèle de De Schutter

Le modèle développé par De Schutter et Taerwe ([DE SCHUTTER ET AL. 96], [DE SCHUTTER 99]) est également un modèle en conditions endogènes puisqu'il ne prend pas en compte l'effet de variations de teneur en eau sur l'évolution de l'hydratation du liant.

Cependant, il propose un modèle d'hydratation bi-phasique permettant de prévoir le développement de l'hydratation de ciment composé de clinker et de laitiers de hauts fourneaux. Le modèle s'articule autour de lois de cinétique d'hydratation propres à chacune des deux phases, celles-ci présentant des cinétiques très différentes :

$$\begin{cases} \dot{\alpha}_p = c_p \left[\sin\left(\pi \cdot \alpha_p\right)\right]^{a_p} \cdot \exp\left(-b_p \cdot \alpha_p\right) \cdot \exp\left(-\dfrac{E_p}{RT}\right) \\ \dot{\alpha}_s = \left[\sin\left(\pi \cdot \alpha_s\right)\right]^{a_s} \cdot \exp\left(-\dfrac{E_s}{RT}\right) \end{cases} \quad \text{(I-23)}$$

Avec : - a_p, b_p, c_p les paramètres de calage relatifs au clinker

- a_s le paramètre de calage relatif aux laitiers
- E_p et E_s les énergies d'activation du clinker et des laitiers

Etant basées sur des lois empiriques continues, on peut obtenir une détermination fiable des lois cinétiques par calage (méthode des moindres carrés ou autres) sur un essai de calorimétrie adiabatique. De Schutter donne des exemples de ce calage dans [DE SCHUTTER 99].

2.3.3. Modèles en conditions réelles

2.3.3.1. Modèle de Bazant

On sait que l'hydratation du ciment est très faible pour des humidités internes faibles. Ainsi, l'humidité interne du matériau influence aussi la cinétique des réactions d'hydratation : $\dot{\alpha} = f\left(\alpha, T, HR\right)$. Bazant ([BAZANT 82] cité dans [GRANGER 95]) propose d'associer à une loi d'hydratation, basée sur la notion d'affinité chimique, une fonction permettant de prendre en compte cette dépendance de la cinétique à l'humidité relative interne (HR) :

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = \tilde{A}(\alpha) \cdot \exp\left(-\dfrac{Ea}{RT}\right) \cdot \beta(HR) \\ \beta(HR) = \dfrac{1}{1 + (5 - 5HR)^4} \end{cases} \quad \text{(I-24)}$$

La fonction $\beta(HR)$ est illustrée à la Figure I-4.

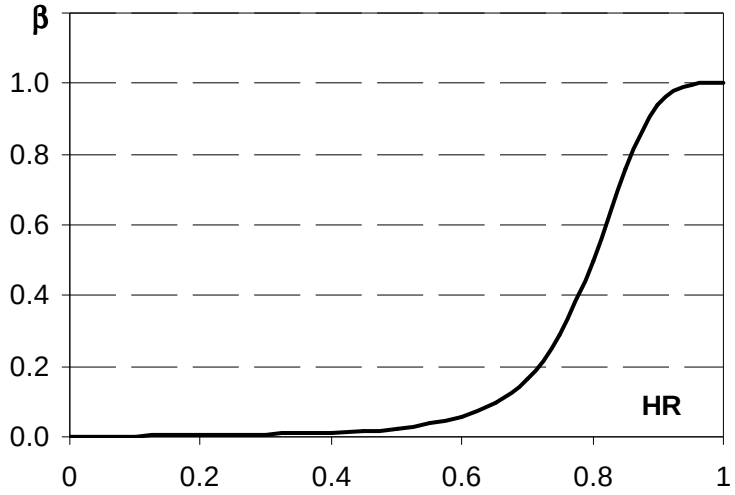


Figure I-4 : Evolution du coefficient multiplicateur β en fonction de l'humidité d'après Bazant

Cette fonction permet de prendre en compte à la fois l'influence de l'état hydrique du matériau sur la valeur finale atteinte par le degré d'hydratation et celle sur la cinétique d'hydratation.
Cependant, la loi proposée est unique, quelque soit le type de liant considéré. Or on comprend aisément, du fait de leur demande en eau différente, que l'influence de l'état hydrique sur le matériau ne sera pas identique pour un clinker et pour un liant composé.

2.3.3.2. Modèle de Oh et Cha

Le modèle développé par Oh et Cha [OH ET AL. 03] permet la prévision de l'hydratation en conditions réelles puisqu'il introduit un couplage fort entre la loi cinétique d'hydratation et la loi de conservation de la masse d'eau qui gère les variations de teneur en eau au sein du matériau.
La loi cinétique d'hydratation fait en effet intervenir non seulement un terme d'activation thermique modélisant l'effet de la température sur la cinétique des réactions mais également un terme "d'activation hydrique" faisant intervenir l'effet du rapport E/C initial ainsi que celui de la quantité d'eau à chaque instant sur le développement des réactions.
La loi de conservation de la masse d'eau est également couplée à la cinétique de réaction par la modification des isothermes de désorption grâce au développement de l'hydratation.
Cependant, il n'est pour l'instant applicable qu'aux liants simples et nécessite un calage fastidieux car il impose de déterminer les isothermes de désorption pour plusieurs degrés d'hydratation.

3. Effets de l'hydratation à l'échelle du matériau béton

3.1. Transferts hydriques et thermiques induits

Nous avons vu au paragraphe précédent que les réactions d'hydratation avaient pour conséquences une consommation d'eau et un dégagement de chaleur. Ceux-ci vont alors modifier les états hydriques et thermiques du matériau ainsi que les transferts d'eau et de chaleur au sein du matériau par l'introduction de termes de source.

3.1.1. Transferts hydriques

3.1.1.1. Mise en équation du séchage

L'équilibre hydrique à l'intérieur du béton est géré par les équations de conservation de la masse en eau et en air sec :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial C_{\text{eau}}}{\partial t} = \dfrac{\partial C^{l}}{\partial t} + \dfrac{\partial C^{v}}{\partial t} = -div\left(\vec{\Phi}_{\text{diff}} + \vec{\Phi}_{\text{perm}} + \vec{\Phi}_{\text{conv}}\right) - \dfrac{\partial C_{\text{cons}}}{\partial t} \\ \dfrac{\partial C_{\text{air sec}}}{\partial t} = -div\left(\vec{\Phi}_{\text{air}}\right) \end{cases} \quad \text{(I-25)}$$

Avec : - C_{eau} , $C_{\text{air sec}}$, C^{l} et C^{v} les concentrations massiques respectivement d'eau totale, d'air sec, d'eau liquide et d'eau vapeur

- $\vec{\Phi}_{\text{perm}}$ le flux d'eau lié au transport sous gradient de pression
- $\vec{\Phi}_{\text{diff}}$ le flux de vapeur d'eau lié au transport sous gradient de concentration
- $\vec{\Phi}_{\text{air}}$ le flux d'air sec lié au gradient de pression
- $\vec{\Phi}_{\text{conv}}$ le flux de vapeur lié à la convection (entraînée par la migration de l'air sec)
- C_{cons} la concentration massique de l'eau consommée par l'hydratation

Ainsi, cet équilibre est le résultat de transports couplés.

On note tout d'abord que le transport de vapeur d'eau peut être considéré comme purement diffusif [COUSSY ET AL. 01]. L'équation de conservation de la masse d'eau totale est alors découplée de celle de l'air sec et devient donc suffisante pour décrire l'état hydrique du béton :

$$\frac{\partial C_{\text{eau}}}{\partial t} = -div\left(\vec{\Phi}_{\text{diff}} + \vec{\Phi}_{\text{perm}}\right) - \frac{\partial C_{\text{cons}}}{\partial t} \quad \text{(I-26)}$$

Dans le cas du transport de vapeur d'eau, le moteur est le gradient d'humidité. Il est donc géré par la première loi de Fick :

$$\vec{\Phi}_{\text{diff}} = -D^v \overrightarrow{grad}\, C^v \tag{I-27}$$

Où D^v est le coefficient de diffusion de la vapeur d'eau.

Le transport de l'eau liquide à l'intérieur de la porosité ouverte du béton est dû au gradient de pression régnant à l'intérieur des pores. Il est donc géré par la loi de Darcy généralisée :

$$\vec{\Phi}_{\text{perm}} = -k^l \rho^l \overrightarrow{grad} P^l \tag{I-28}$$

Avec : - ρ^l la masse volumique de l'eau

- k^l le coefficient de perméabilité du béton à l'eau liquide
- P^l la pression de l'eau liquide à l'intérieur des pores

Cette pression d'eau est donnée par la loi de Kelvin :

$$P^l - P^g = \frac{\rho^l}{M^v} RT \ln \psi \tag{I-29}$$

On obtient donc la valeur du flux en fonction de l'humidité relative interne :

$$\vec{\Phi}_{\text{perm}} = -\frac{k^l \left(\rho^l\right)^2 RT}{M^v} \cdot \frac{\overrightarrow{grad}\, \psi}{\psi} \tag{I-30}$$

Il est considéré ici que la masse volumique de l'eau et la température sont constantes sur tout le volume.

3.1.1.2. Simplifications usuelles

En assimilant la vapeur d'eau à un gaz parfait, la concentration de vapeur peut s'exprimer en fonction de l'humidité relative de la façon suivante :

$$C^v = \frac{\rho^v}{\omega_g P^{\text{atm}}} P^v = \frac{\rho^v P^{vs}}{\omega_g P^{\text{atm}}} \psi \tag{I-31}$$

Avec : - ρ^v la masse volumique de la vapeur d'eau

- P^v et P^{vs} respectivement la pression de vapeur et de vapeur saturante ($\psi = P^v / P^{vs}$)
- $\omega_g = \dfrac{\text{volume vapeur}}{\text{volume gaz}} = \dfrac{V^v}{V^v + V^a}$

Cela présuppose également que la pression totale du gaz (air sec + vapeur) est égale à la pression atmosphérique. On obtient donc :

$$\vec{\Phi}_{\text{diff}} = -D^{v}\frac{\rho^{v}}{\omega_g P^{\text{atm}}}\overrightarrow{grad}\left(P^{vs}\psi\right) \tag{I-32}$$

En considérant la pression de vapeur saturante constante sur tout le volume et on trouve alors la loi de conservation de masse simplifiée suivante :

$$\frac{\partial C_{\text{eau}}}{\partial t} = -div\left(-\underbrace{\left(D^{v}\frac{\rho^{v}P^{vs}}{\omega_g P^{\text{atm}}}+\frac{k^{l}\left(\rho^{l}\right)^{2}RT}{M^{v}\psi}\right)}_{D(\psi)}\overrightarrow{grad}\left(\psi\right)\right)-\frac{\partial C_{\text{cons}}}{\partial t} \tag{I-33}$$

Pour un béton jeune, il est fréquent d'observer un gradient de température au sein de la masse de béton (notamment pour des structures épaisses) pouvant conduire, du fait de la forte dépendance de la pression de vapeur saturante à la température, à des variations de cette pression de vapeur saturante dans le volume. Si l'on prend en compte l'effet d'une éventuelle distribution non uniforme de la température sur les variations de pression de vapeur saturante, on introduit dans la loi de conservation de la masse d'eau un terme de transfert supplémentaire dû au gradient de pression de vapeur saturante.

Montlouis-Bonnaire [MONTLOUIS-BONNAIRE 03] montre, à partir de tests numériques imposant de forts gradients de température sur une pièce soumise au séchage, que ce transfert supplémentaire est négligeable et valide donc l'hypothèse simplificatrice.

3.1.1.3. Isothermes de désorption

La concentration en eau (liquide et vapeur) du béton peut être reliée à l'humidité relative ambiante (du milieu extérieur) par l'utilisation des isothermes de sorption et désorption.

Dans le cas des phénomènes de séchage, c'est l'isotherme de désorption qui est utilisée :

$$\psi_{\text{ext}} = f^{-1}\left(C_{\text{eau}}\right) \Rightarrow \frac{\partial \psi_{\text{ext}}}{\partial C_{\text{eau}}} = \left(f^{-1}\right)'\left(C_{\text{eau}}\right) \tag{I-34}$$

En utilisant le postulat de l'équilibre local (celui-ci énonce qu'un système homogène en évolution est caractérisé par les mêmes variables qu'à l'équilibre et est indépendant des vitesses d'évolutions), on obtient la relation suivante :

$$\frac{\partial \psi}{\partial C_{\text{eau}}} = \frac{\partial \psi_{\text{ext}}}{\partial C_{\text{eau}}} = \left(f^{-1}\right)'\left(C_{\text{eau}}\right) \tag{I-35}$$

On pourra alors utiliser un isotherme de désorption pour relier à chaque instant l'humidité relative interne à la teneur en eau du béton.

Xi [XI ET AL. 94a] propose par exemple l'équation suivante pour l'isotherme de désorption :

$$\frac{C_{\text{eau}}}{C_0}(\psi) = \frac{C \cdot k \cdot V_m \cdot \psi}{(1 - k \cdot \psi)\left[1 + (C-1) \cdot k \cdot \psi\right]} \qquad \text{(I-36)}$$

Avec : - C_{eau} la concentration en équilibre avec l'extérieur

- C_0 la concentration pour le matériau saturé
- ψ l'humidité relative (comprise entre 0 et 1)
- C, k et Vm sont des paramètres de calage

La Figure I-5 illustre un isotherme de désorption à 20°C.

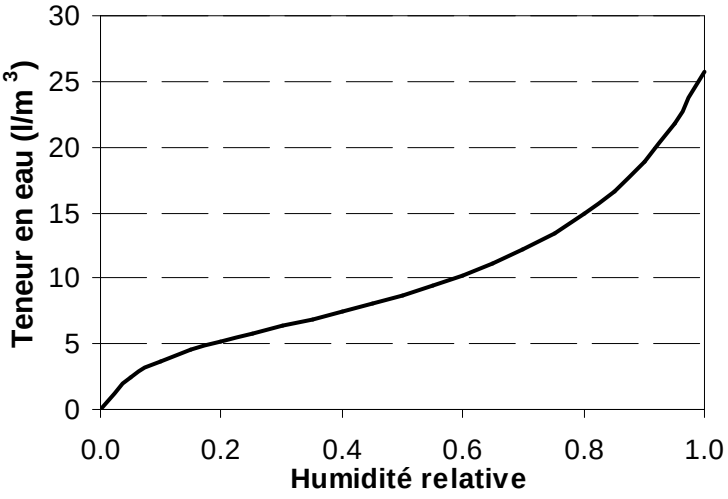


Figure I-5 : Exemple d'un isotherme de désorption (à 20°C)

L'équation de la conservation de masse en eau pourra donc s'écrire finalement :

$$\frac{\partial C_{\text{eau}}}{\partial t} = -div\left(-D(C_{eau}) \cdot \overrightarrow{grad}(C_{eau})\right) - \frac{\partial C_{\text{cons}}}{\partial t} \qquad \text{(I-37)}$$

3.1.1.4. Paramètres de l'équation de conservation de la masse d'eau

➢ Coefficient de diffusion équivalent

Parmi les différentes lois proposées dans la littérature, nous choisissons d'en présenter seulement deux qui apparaissent parmi les plus simples et les plus retenues :

$$D(C_{eau}) = D_{w0} \exp(p \cdot C_{eau}) \qquad \text{[MENSI ET AL. 88]} \qquad \text{(I-38)}$$

$$D(\psi) = D_0\left[1 + a\left(1 - 2^{-10^{b(\psi-1)}}\right)\right] \quad \text{[XI ET AL. 94b]}$$

Ces lois montrent le comportement fortement non linéaire du coefficient de diffusion hydrique en fonction de la teneur en eau du matériau. Les faibles valeurs de diffusivité pour des teneurs en eau faibles s'expliquent par l'augmentation de discontinuités dans le réseau hydrique avec le séchage.

➢ Terme source

Le terme source est déterminé par la consommation d'eau due à l'hydratation des grains de ciment anhydres. Les différentes réactions d'hydratation présentées au paragraphe 2.1 consomment de l'eau nécessaire à la formation des différents hydrates. La quantité d'eau consommée va donc modifier le bilan hydrique au sein du matériau en créant des vides à l'intérieur de la porosité.

Cette quantité d'eau consommée par l'hydratation de chaque phase est déterminée à partir des bilans réactionnels présentés dans le paragraphe 2.1.1.

3.1.1.5. Conditions aux limites hydriques

On rappelle que le système simplifié gérant l'équilibre hydrique des structures bétonnées est :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial C_{\text{eau}}}{\partial t} = -div\left(-D(C_{\text{eau}}) \cdot \overrightarrow{grad}\left(C_{\text{eau}}\right)\right) - \dfrac{\partial C_{\text{cons}}}{\partial t} \\ C_{\text{eau}}(t=0) = C_{\text{ini}} \\ +CL \text{ spatiales} \end{cases} \qquad \text{(I-39)}$$

Les conditions aux limites hydriques sont fonction des conditions environnementales de l'ambiance dans laquelle se trouve la structure bétonnée (HR, vitesse du vent, température).

Ces conditions sont modélisées par une condition aux limites de convection avec un coefficient d'échange dépendant de la vitesse du vent (convection forcée).

L'abaque issue de [ACI 305R-99], présentée sur la Figure I-6, montre l'influence directe de ces conditions sur la vitesse d'évaporation de l'eau.

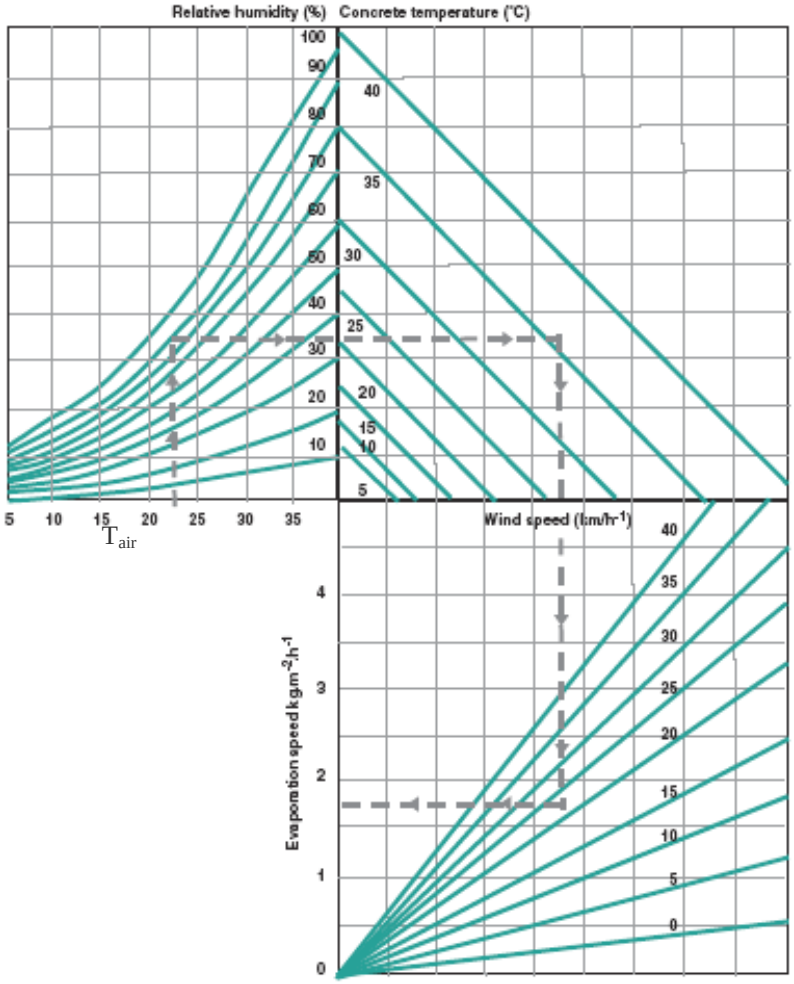


Figure I-6 : Abaque déterminant la vitesse d'évaporation de l'eau à la surface du béton [ACI 305R-99]

3.1.2. Transferts thermiques

3.1.2.1. Mise en équation

L'évolution de la température au cours de l'hydratation est gouvernée par l'équation de conservation de la chaleur :

$$\begin{cases} \rho c \dfrac{\partial T}{\partial t} = -div\left(-\lambda \overrightarrow{grad}\, T\right) + \dot{Q} \\ T(t=0) = T_0 \\ + \text{CL spatiales} \end{cases} \qquad \text{(I-40)}$$

3.1.2.2. Paramètres de l'équation de conservation de la chaleur

➢ Capacité thermique massique

Elle est calculée à partir de la composition du béton [WALLER ET AL. 04a] :

$$c = \sum_i f_i \cdot c_i \qquad \text{(I-41)}$$

Où f_i est le dosage du composé i dans le béton (en kg/m^3 de béton).

Constituant	Capacité massique ($J \cdot (K \cdot kg)^{-1}$)
Granulats ou fines siliceux	730
Granulats ou fines calcaires	840
Granulats dolomitiques	890
Ciment anhydre	760
Fumée de silice	730
Cendre volante	730
Eau	4186

Tableau I-3: Capacité massique des constituants du béton (à 20°C) [DE LARRARD 00]

➢ Conductivité thermique

Neville [NEVILLE 00] a mis en évidence l'influence des granulats sur la conductivité thermique du béton et propose de déterminer celle-ci à partir de la nature des granulats.

Type de granulats	Conductivité du béton ($W \cdot (m \cdot °C)^{-1}$)
Quartzite	3,5
Dolomite	3,3
Calcaire	3,2
Grès	2,9
Granite	2,6
Basalte	2,0
Schiste expansé	0,85
Baryte	2,0

Tableau I-4 : Conductivité thermique de bétons à base de granulats différents [NEVILLE 00]

➢ Terme source

Le terme source $\dot{Q}$ est dû au dégagement de chaleur produit par l'exothermie des réactions d'hydratation du ciment. La quantité totale de chaleur dégagée à la fin des réactions d'hydratation, Q_{th}^{T}, est obtenue à partir de celle dégagée par l'hydratation de chaque phase anhydre :

$$Q_{th}^{T} = \sum f_i \cdot Q_{thi}^{T} \qquad \text{(I-42)}$$

Ces valeurs de Q_{thi}^{T}, pour chaque composant du ciment, sont données par divers auteurs et reportées dans le Tableau I-5.

	C_3S	C_2S	C_3A	C_4AF
[WALLER ET AL. 04a]	510	260	1100	410
[TAYLOR 90]	517	262	1144	418
[SCHINDLER ET AL. 03]	500	260	866	420
[SWADDIWUDHIPONG ET AL. 04]	502	259	1339 (avec gypse)	419
[DETRICHE 96]	502	260	867	419

Tableau I-5 : Chaleurs d'hydratation des composés du ciment (en J/g)

Le Tableau I-5 montre notamment que le C_3A dégage beaucoup plus de chaleur que les autres composés et devra donc être contrôlé.

La chaleur d'hydratation peut également être déterminée de façon globale par un essai sur un échantillon représentatif du ciment que l'on veut caractériser. Deux méthodes de mesure font l'objet de normes : la méthode par dissolution [NF EN 196-8] et la méthode semi adiabatique [NF EN 196-9]. Cependant, ces méthodes donnent seulement accès à la quantité de chaleur totale dégagée par un échantillon et non à la quantité de chaleur dégagée par hydratation complète, puisque cette hydratation complète ne peut jamais être atteinte en pratique.

Les composés pouzzolaniques présentent un dégagement de chaleur final plus important que le clinker [WALLER 99], comme l'indique le Tableau I-6 :

	Fumées de silice	Cendres volantes
Qinf (J/g)	860±30	560±50

Tableau I-6 : Chaleur d'hydratation moyenne des fumées de silice et des cendres volantes d'après [WALLER 99]

Cependant, compte tenu de leur cinétique de réactions plus faible, on constate une diminution du dégagement de chaleur global du liant lorsque l'on utilise des composés pouzzolaniques en substitution [KISHI ET AL. 94], la cinétique plus lente décalant en effet dans le temps le dégagement de chaleur associé à ces réactions.

3.1.2.3. Conditions aux limites thermiques

Les conditions aux limites de ce problème peuvent être définies de plusieurs façons.

➢ Condition de Dirichlet

C'est une condition de température imposée sur les parois du solide.

➢ Condition de Neumann

On impose pour tous les points de la surface, et en fonction du temps, une densité de flux de chaleur. Cela se traduit par une relation du type :

$$\varphi \cdot \vec{n} = -\lambda \cdot \overrightarrow{grad}\, T \qquad \text{(I-43)}$$

➢ Condition de Fourier

Une paroi est soumise à une condition aux limites de Fourier si la densité de flux thermique, parvenant par conduction jusqu'à elle, est échangée avec le milieu extérieur par convection :

$$\varphi \cdot \vec{n} = h_c \left(T_\infty - T_{paroi} \right) \qquad \text{(I-44)}$$

Où T_∞ est la température du milieu ambiant.

➢ Condition de Stephan Bolzmann

Il s'agit ici d'une condition de rayonnement gérée par la loi de Stephan Boltzmann :

$$\varphi \cdot \vec{n} = \sigma \cdot \varepsilon \cdot \left(T^4 - T_\infty^4 \right) \qquad \text{(I-45)}$$

Avec : - $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ W.m^{-2}.K^{-4} (constante de Stephan Boltzmann)

- ε l'émissivité du matériau

A l'échelle du béton, les variations des champs thermiques, hydriques et d'hydratation au cours du temps vont alors conduire à des variations volumiques. Ces déformations, lorsqu'elles sont gênées ou empêchées, sont à l'origine du risque de fissuration précoce. Il apparaît donc essentiel de comprendre les phénomènes physiques conduisant à ces variations volumiques du matériau.

3.2. Déformations induites par les évolutions de la pâte

3.2.1. Déformations d'origine chimique

Lors des réactions d'hydratation du ciment, le volume absolu des hydrates formés est inférieur à la somme des volumes de l'eau et du ciment anhydre consommés lors des réactions, ce qui produit une diminution du volume absolu du solide [LE CHATELIER 1900]. Cette diminution de volume est illustrée sur la Figure I-7.

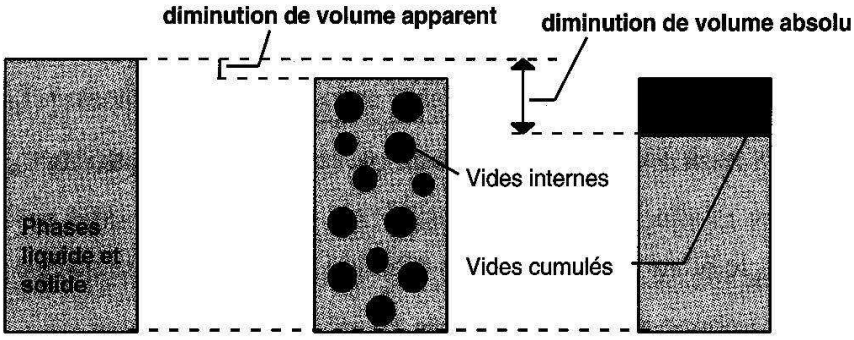


Figure I-7 : Définition des volumes apparent et absolu [GARCIA BOIVIN 99]

La conséquence de cette diminution du volume absolu sur la variation de volume apparent dépendra principalement de la porosité et de la rigidité du matériau. La distinction entre volume absolu et apparent est donc essentielle car la contraction Le Chatelier ne produit pas toujours de retrait à l'échelle macroscopique [GARCIA BOIVIN 99].

3.2.2. Déformations d'origine hydrique

3.2.2.1. Approche phénoménologique globale

Comme nous venons de le voir, la contraction Le Chatelier conduit à la création de volumes gazeux au sein du matériau suite à la consommation d'une partie de l'eau par l'hydratation.
Cette création de vides met en dépression l'eau restant dans la porosité ce qui conduit à une contraction macroscopique du matériau.

Le retrait endogène est donc dû à un phénomène de dépression capillaire similaire au phénomène moteur du retrait de dessiccation. En effet, dans ce dernier cas, le séchage du matériau conduit également à la mise en dépression de l'eau et donc au retrait macroscopique.
Une approche phénoménologique globale pour déterminer les retraits d'autodessiccation et de dessiccation peut donc être adoptée. Elle consiste à modéliser ces retraits comme des conséquences d'une diminution de la teneur en eau, soit par consommation d'eau pour l'hydratation (autodessiccation), soit par départ d'eau vers l'extérieur (séchage).
L'eau interstitielle (dont la concentration diminue) subit une dépression capillaire qui met en compression la pâte et crée le retrait. Ce mécanisme de dépression capillaire s'explique par l'utilisation des lois de Kelvin et Laplace :

$$\text{Loi de Laplace : } P_g - P_l = \frac{2\sigma}{r_p}$$
$$\text{Loi de Kelvin : } P_l - P_g = \frac{\rho_l}{M} RT \ln \psi \qquad \text{(I-46)}$$

Avec : - P_g et P_l les pressions du gaz et du liquide (ici eau interstitielle)

- σ la tension superficielle de l'eau interstitielle
- r_p le rayon de l'accès au pore
- ρ_l la masse volumique du liquide
- ψ l'humidité relative
- M la masse molaire de l'eau

Ces lois montrent que, pour un rayon d'accès au pore donné, l'eau capillaire subit une dépression et applique donc une contrainte macroscopique sur le squelette solide. Le retrait est la conséquence de cette contrainte et sera donc d'autant plus important que la dépression est forte. Acker [ACKER 03] indique que les dépressions capillaires peuvent atteindre 30MPa (pour une humidité relative de 75%) prouvant ainsi que les dépressions capillaires sont suffisantes pour provoquer les déformations de retrait de dessiccation. Il montre également que ce phénomène permet d'expliquer l'irréversibilité observée sur une partie des déformations différées. En effet les C-S-H, qui reprennent une grande partie de la dépression capillaire, présentent une composante visqueuse significative [ACKER ET AL. 01].

Deux autres phénomènes physiques peuvent également être à l'origine de ces déformations de retrait hydrique : les variations de pression de disjonction et celles de tension superficielle.
La pression de disjonction est un phénomène qui concerne l'interaction entre 2 surfaces solides. Dans le cas des déformations de retrait, on considère plus particulièrement l'effet de cette pression sur la distance qui sépare les feuillets de C-S-H. Cette pression se développe lorsque 2 feuillets sont trop proches pour que les couches d'eau adsorbées se développent librement, comme le montre la Figure I-8.

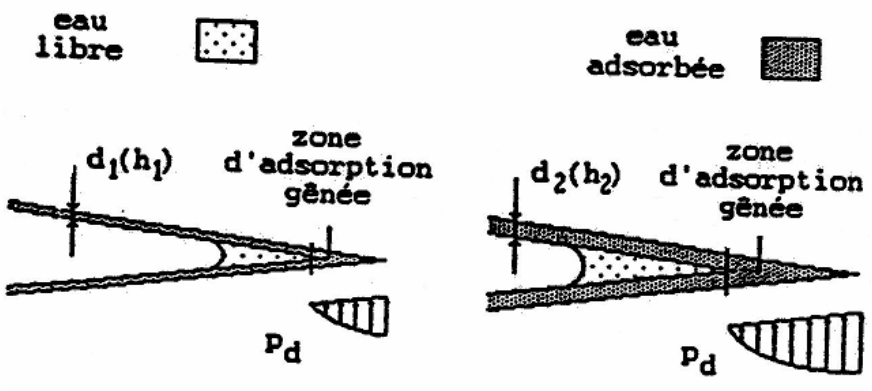


Figure I-8 : Zone d'adsorption gênée [HUA 92]

Acker [ACKER 03] explique cependant que cette pression de disjonction ne peut pas être considérée comme un phénomène moteur du retrait mais plutôt comme une force de contact conséquence de la variation de pression capillaire. La Figure I-9 illustre l'augmentation de ces forces de contact induite par la variation de dépression capillaire (et du retrait qui l'accompagne).

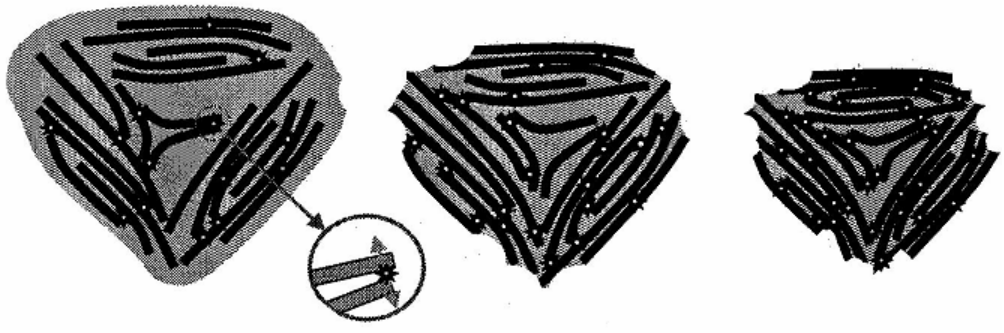


Figure I-9 : Schéma de l'évolution de la structure des C-S-H au cours de la dessiccation [ACKER 03]

La tension superficielle, quant à elle, est une conséquence de la dissymétrie des forces d'attraction régnant au voisinage d'une surface solide. Elle provoque une variation des distances interatomiques et intermoléculaires au voisinage de cette surface.
L'intensité de cette tension varie suivant le milieu en contact avec la surface. Powers ([POWERS 68] cité dans [HUA ET AL. 95]) montre qu'elle est maximale quand la surface se trouve dans le vide et nulle lorsqu'elle est en contact avec le même matériau.
Ainsi, dans le cas du béton, la quantité d'eau adsorbée à la surface des pores provoque une variation de la tension superficielle. La désorption par exemple engendre une augmentation de cette tension, mettant alors le squelette solide sous contrainte : d'où l'apparition d'un retrait à l'échelle macroscopique.
Cependant, à haute humidité relative, ce phénomène n'est que très peu perceptible puisque l'influence des couches d'eau adsorbées au-delà de la deuxième ont bien moins d'effet sur la tension superficielle [HUA ET AL. 95].

Nous retiendrons donc l'hypothèse d'Acker qui donne la dépression capillaire comme seul moteur des variations volumiques d'origine hydrique (autodessiccation ou dessiccation) [ACKER 03].

3.2.2.2. Modélisations simplifiées

Malgré cette origine physique commune des retraits hydriques, ceux-ci sont très souvent modélisés de façon séparée et simplifiée.
Ainsi le retrait endogène sera modélisé comme une conséquence directe de l'hydratation. On peut citer par exemple le modèle AFREM présenté par Acker dans [ACKER 97] :

$$\begin{cases} \text{si } \alpha < 0{,}1 : \varepsilon_{re} = 0 \\ \text{si } \alpha > 0{,}1 : \varepsilon_{re} = \left(R_{c_{28}} - 20\right)\left(2{,}2\alpha(t) - 0{,}2\right)\cdot 10^{-6} \end{cases} \quad \text{(I-47)}$$

La déformation de retrait de séchage est quant à elle prise proportionnelle à la perte de masse du matériau [TORRENTI 94]. Ainsi, le champ de déformation que subit le béton au cours du séchage est calculé en multipliant le champ de perte de masse obtenue à l'issue du calcul hydrique par un coefficient de contraction hydrique supposé constant sur tout le volume (et également au cours de l'hydratation).

3.2.3. Déformations d'origine thermique

Comme la plupart des matériaux, le béton va subir des variations volumiques sous l'effet de changements de température. Ces variations volumiques subies sont proportionnelles à la variation de température et sont définies grâce au coefficient de dilatation thermique que nous noterons α^T . On évalue donc les variations de déformations au cours du temps sous l'effet de la température de la façon suivante : $\dot{\varepsilon}_{th} = \alpha^T \cdot \dot{T}$

Du fait du changement d'état du béton au très jeune âge (passage du comportement fluide à celui d'un solide), le coefficient de dilatation thermique évolue rapidement dans cette période de structuration ([BJONTEGAARD ET AL. 98], [SARKIS ET AL. 02]).

Cette variation rapide du coefficient de dilatation thermique dans les premières heures de l'hydratation est à mettre en relation avec la formation progressive de chemins de percolation qui font tendre le comportement du matériau vers celui du matériau hydraté. Cependant, les résultats expérimentaux montrent que ce coefficient se stabilise très rapidement autour de sa valeur finale (environ 16h après le coulage [LAPLANTE ET AL. 94]).

Neville [NEVILLE 00] indique les valeurs de ce coefficient de dilatation stabilisé pour des bétons formulés avec différents types de granulats (Tableau I-7).

Type de granulats	Coefficient de dilatation thermique du béton (K^{-1})
Quartzite	12.10^{-6}
Calcaire	6.10^{-6}
Grès	10.10^{-6}
Granite	9.10^{-6}

Tableau I-7 : Coefficients de dilatation thermique de bétons à base de granulats différents [NEVILLE 00]

Les différentes variations volumiques présentées ici sont à l'origine, lorsqu'elles sont empêchées, du développement de contraintes au sein du matériau. Le risque de fissuration est évalué en comparant (grâce aux critères de rupture) ces contraintes aux résistances du matériau. Le paragraphe suivant s'attachera donc dans un premier temps à la prédiction du développement de ces caractéristiques mécaniques du matériau au cours de l'hydratation.

3.3. Evolution des caractéristiques du matériau

3.3.1. Méthodes basées sur les théories d'homogénéisation

Durant ces dernières années, nous avons pu voir l'émergence de nombreuses méthodes théoriques permettant de prévoir l'évolution des caractéristiques mécaniques à partir de la prévision numérique de l'évolution de la microstructure du matériau au cours de l'hydratation couplée à des techniques d'homogénéisation ([BERNARD ET AL. 03a], [TORRENTI ET AL. 05], [SMILAUER ET AL. 06], [YANG ET AL. 06]).

Pour la plupart, ces modèles prévoient dans un premier temps le développement de la microstructure de la pâte de ciment en utilisant des modèles microstructuraux performants tels que CEMHYD3D [BENTZ 00] ou HYMOSTRUC [VAN BREUGEL 95].

Ensuite les propriétés du matériau béton sont évaluées à partir de ces changements microstructuraux de la pâte par l'utilisation de méthodes d'homogénéisation. Le principe général de ces méthodes d'homogénéisation est présenté en Annexe A. En particulier, il est mis en évidence que ces techniques permettent de déterminer les propriétés élastiques d'un matériau composite à partir des propriétés des phases le constituant (anhydres, hydrates, eau, granulats) en utilisant différentes approches pour effectuer cette homogénéisation (modèles à bornes ou estimations effectives).

Parmi les différentes techniques d'homogénéisation existantes, il apparaît qu'il faille utiliser plusieurs types de méthodes suivant le niveau d'homogénéisation. Ainsi Bernard et al. [BERNARD ET AL. 03a] indiquent que l'étape d'homogénéisation de la pâte (hydrates, anhydres, eau) nécessite l'utilisation d'un modèle autocohérent [HERSHEY 54] alors que le modèle de Mori Tanaka [MORI ET TANAKA 73] est plus approprié dans les autres étapes d'homogénéisation (pâte-mortier, mortier-béton).

Ces méthodes complexes de détermination des propriétés élastiques du matériau béton évolutif nécessitent un temps de calcul important (modèles microstructuraux puis techniques d'homogénéisation sur plusieurs niveaux). Elles semblent donc avoir un plus grand intérêt dans la compréhension nécessaire des phénomènes microstructuraux à l'origine des changements de comportement du matériau dans les premières heures de son histoire (cf. § 3.3.2) qu'à être intégrées dans un code de calcul appliqué aux structures de grandes dimensions.

3.3.2. Notion de seuil de percolation

Au cours des premières heures de son histoire, le béton est soumis à de forts changements de microstructure. En effet, au moment du gâchage, le béton est un matériau assimilable à un fluide dans lequel les grains anhydres sont en suspension dans l'eau. Le passage de ce matériau fluide à un solide capable de reprendre et transmettre les efforts qu'on lui impose se fait par hydratation progressive des grains anhydres qui conduit à la formation d'un matériau cohérent.

Pour caractériser les changements à l'origine de ce passage fluide/solide, on introduit la notion de seuil de percolation entre phases solides [ACKER 88]. Ce seuil de percolation entre phases solides correspond au degré d'hydratation critique qui correspond à la formation d'un premier chemin de percolation (Figure I-10).

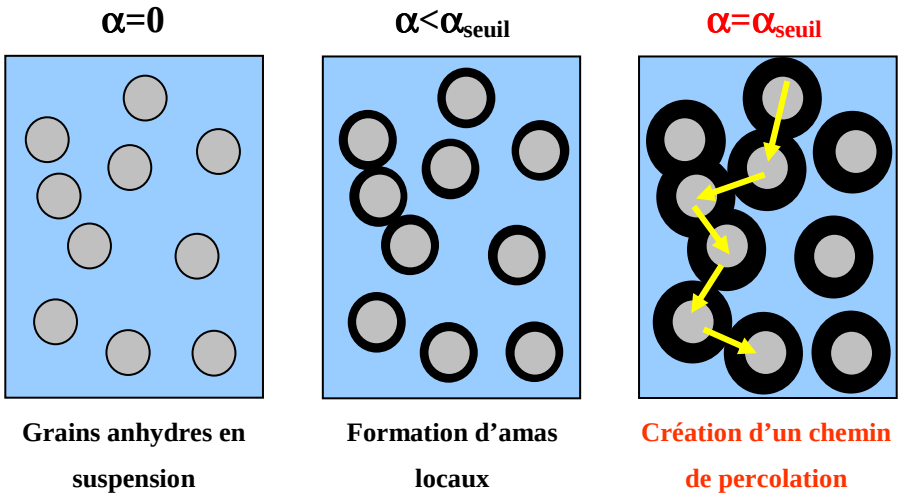


Figure I-10 : Illustration de la création d'un chemin de percolation entre phases solides

Le seuil de percolation entre phases solides va être influencé par le rapport E/C (et par la défloculation des grains) puisque, pour un rapport E/C plus élevé, les grains anhydres vont être initialement plus dispersés et il faudra atteindre un degré d'hydratation plus important avant d'obtenir la création d'un chemin de percolation entre les phases solides. Bernard et al. [BERNARD ET AL. 03a] confirment ce résultat par un calcul théorique d'homogénéisation utilisant le modèle autocohérent généralisé, bien adapté à la détection de ce seuil de percolation entre phases solides. Ils montrent dans un premier temps que, pour des rapports E/C inférieurs à 0,318, les grains anhydres seuls suffisent à l'apparition d'un chemin de percolation, le seuil de percolation étant alors $\alpha_s = 0$. Au-delà de ce rapport E/C critique, ils montrent que le seuil de percolation α_s augmente linéairement avec le rapport E/C.

Ce seuil de percolation sera également influencé par la teneur en granulats, puisque leur introduction dans la pâte de ciment conduit à une augmentation de la proportion de phases solides et donc à une diminution du seuil de percolation entre phases solides.

Le seuil de percolation entre phases solides peut être détecté par l'utilisation de méthodes acoustiques non destructives ([BOUMIZ ET AL. 96], [YE ET AL. 04], [KRAUB ET AL. 06]). Il est alors caractérisé par une brusque variation de la vitesse de propagation des ondes acoustiques qui peuvent beaucoup plus facilement se propager grâce au chemin de percolation entre phases solides (Figure I-11).

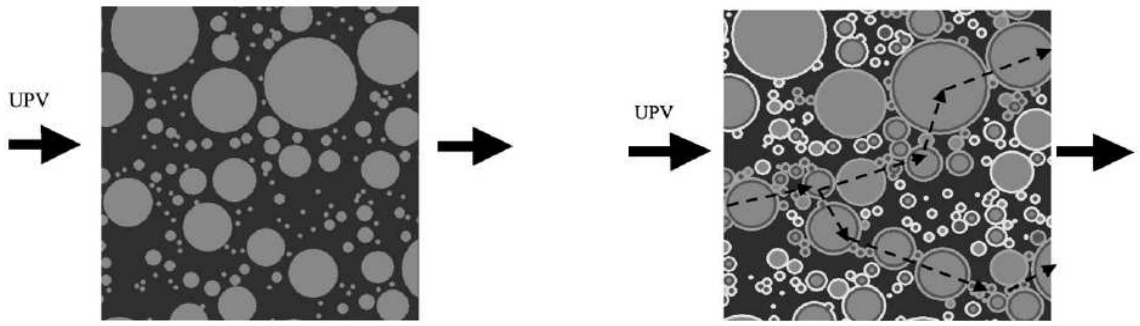


Figure I-11 : Illustration de la propagation des ondes acoustiques dans le béton avant le seuil de percolation (a) et après la création d'un chemin de percolation (b) [YE ET AL. 04]

Il peut également être détecté par la mesure de l'évolution des propriétés mécaniques telles que le module d'élasticité ou la résistance en compression. Le seuil qui est alors caractérisé est le seuil de percolation mécanique. Torrenti et al. [TORRENTI ET AL. 05] montrent numériquement que ce seuil de percolation mécanique est légèrement différent du seuil de percolation entre phases solides puisqu'il fait également intervenir la notion de cohésion entre les phases solides percolées, cette cohésion étant nécessaire au passage du matériau fluide au matériau solide cohérent. Ceci est par ailleurs confirmé par les résultats présentés dans [BYFORS 80] qui montrent que pour des E/C de 0,157 et 0,25 le seuil de percolation mécanique n'est pas nul alors que le calcul du seuil de percolation entre phases solides [BERNARD ET AL. 03a] montre qu'il est nul pour des E/C inférieurs à 0,318.

C'est donc cette notion de seuil de percolation mécanique qui doit en réalité être prise en compte dans les modélisations de l'évolution des propriétés mécaniques puisque le seuil de percolation mécanique permet justement de définir l'instant où le matériau commence à être résistant.

En comparant les résultats numériques obtenus sur une pâte et sur un mortier pour différents E/C, Torrenti et al. [TORRENTI ET AL. 05] montrent que la différence entre seuil de percolation entre phases solides et seuil de percolation mécanique est plus importante sur un mortier.

En effet, sur la pâte de ciment, ils montrent que l'instant de percolation est influencé par le rapport E/C. Au contraire, pour le mortier, le seuil de percolation mécanique semble peu affecté par le rapport E/C.

La Figure I-12 illustre ces propos en présentant les probabilités de percolation obtenues grâce à un grand nombre de simulations réalisées sur des volumes élémentaires de matériau (pâtes et mortiers).

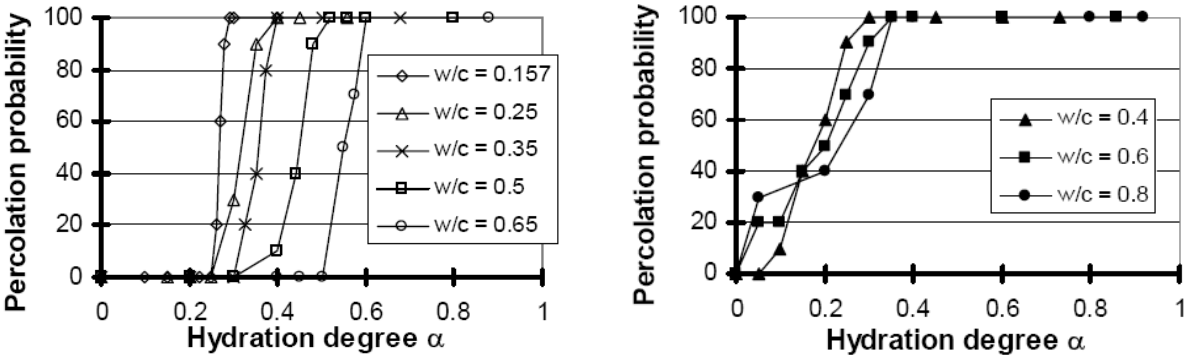


Figure I-12 : Probabilité de percolation en fonction du degré d'hydratation pour des pâtes (a) et des mortiers (b) de différents E/C [TORRENTI ET AL. 05]

La faible dépendance du seuil de percolation mécanique vis-à-vis du rapport E/C que l'on observe dans un mortier ou un béton (contrairement à la pâte) est confirmée expérimentalement par Byfors [BYFORS 80] comme le montrent [TORRENTI ET AL. 05] sur la Figure I-13.

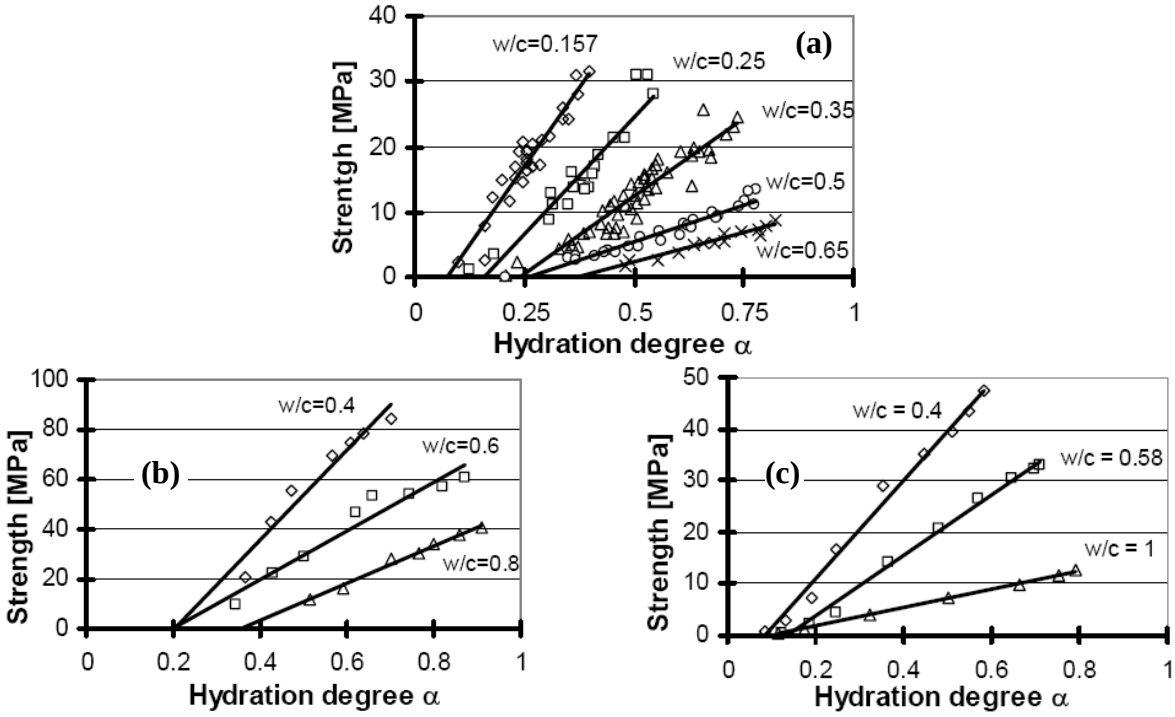


Figure I-13 : Evolution de la résistance en compression au cours de l'hydratation pour des pâtes (a), des mortiers (b), et des bétons (c) à base de CEM I et de E/C différents [TORRENTI ET AL. 05]

3.3.3. Lois empiriques modélisant les conséquences de l'hydratation sur les propriétés du béton vieillissant

La littérature recense des lois empiriques donnant l'évolution des propriétés mécaniques et rhéologiques du béton en fonction du degré d'hydratation. Celui-ci est généralement défini à partir de la quantité de chaleur dégagée, quantité caractéristique de l'avancement de la réaction comme nous l'avons vu au paragraphe 02.1.

3.3.3.1. Caractéristiques mécaniques

➢ Résistance en compression

Certains auteurs ([LACKNER ET AL. 04], [WALLER ET AL. 04b]) proposent une loi de variation linéaire entre le degré d'hydratation et la résistance en compression.

Au-delà du seuil de percolation mécanique α_s, l'évolution de la résistance en compression est reliée au degré d'hydratation α par la relation suivante :

$$\frac{Rc(\alpha)}{Rc_{\infty}} = \frac{\alpha - \alpha_s}{1 - \alpha_s} \quad \text{(I-48)}$$

En deçà de ce seuil α_s , la résistance en compression est nulle.

D'autres auteurs, comme Onken ([ONKEN ET AL. 95] cité dans [EIERLER ET AL. 99]) ou Gutsch [GUTSCH ET AL. 94], proposent une loi puissance modélisant une évolution plus progressive en début d'hydratation :

$$\frac{Rc(\alpha)}{Rc_{\infty}} = \left(\frac{\alpha - \alpha_s}{1 - \alpha_s} \right)^{3/2} \quad \text{(I-49)}$$

➢ Résistance en traction

De Schutter [DE SCHUTTER 02] établit une relation entre l'évolution de la résistance en traction et celle de la résistance en compression selon la loi suivante :

$$\frac{R_t(\alpha)}{R_{t\infty}} = \left(\frac{R_c(\alpha)}{R_{c\infty}} \right)^b \quad \text{(I-50)}$$

Où b est un paramètre du matériau.

Gutsh [GUTSCH ET AL. 94] montre que le coefficient b peut être considéré comme constant et égal à 2/3. De Larrard [DE LARRARD 00] propose quant à lui b=0,57. Il traduit également l'influence des granulats sur la relation Rt=f(Rc) en ajoutant à la loi proposée par De Schutter un facteur k_t dépendant du type de granulats (Eq. (I-51)) :

$$\frac{R_t}{R_{t_\infty}} = k_t \left(\frac{R_c}{R_{c_\infty}} \right)^{0,57} \quad \text{(I-51)}$$

3.3.3.2. Caractéristiques rhéologiques

➢ Module d'élasticité

Laube et Onken ([LAUBE 90] et [ONKEN ET AL. 95] cités dans [EIERLER ET AL. 99]) proposent une loi simple :

$$\frac{E(\alpha)}{E_\infty} = \left(\frac{\alpha - \alpha_0}{1 - \alpha_0} \right)^{2/3} \quad \text{(I-52)}$$

Le module de CESAR traitant le problème de fissuration due au retrait thermique utilise une loi thermo-élastique vieillissante. Le caractère vieillissant du module élastique est pris en compte par la formule empirique (calée sur des essais bétons) présentée dans [WALLER ET AL. 04b] et retranscrite ci-dessous :

$$\frac{E(\alpha)}{E_\infty} = \frac{1+1.37 R_{c\infty}{}^{2.204}}{1+1.37 \left(R_c\right)^{2.204}} \left(\frac{R_c}{R_{c\infty}} \right)^{2.675} \quad \text{(I-53)}$$

➢ Coefficient de Poisson

Peu d'auteurs proposent une loi d'évolution pour le coefficient de Poisson.
De Schutter [DE SCHUTTER 02] propose l'évolution suivante :

$$\nu(\alpha) = 0.18 \sin \frac{\pi\alpha}{2} + 0.5 e^{-10\alpha} \quad \text{(I-54)}$$

On peut remarquer que ν tend vers 0,5 pour une pâte non hydratée ($\alpha \to 0$). Ceci est bien en accord avec l'hypothèse d'incompressibilité du fluide non hydraté :
$\alpha \to 0 \Rightarrow \ \nu \to 0,5 \ \Rightarrow K \to \infty$ (K=module de compressibilité)

➢ Paramètres de fluage

Ici, comme pour le coefficient de Poisson, il est rare de trouver dans la littérature des lois d'évolution pour les paramètres de fluage. De Schutter [DE SCHUTTER 02] utilise un modèle de comportement basé sur le modèle de Kelvin. Pour cela, il utilise les lois d'évolution du module différé E_1 et de la viscosité η_1 données par les lois suivantes :

$$E_1(\alpha) = \frac{E_0(\alpha)}{m - n\alpha} \text{ et } \eta_1(\alpha) = \tau E_1(\alpha) \quad \text{(I-55)}$$

Avec : - τ le temps caractéristique associé au modèle de fluage
- m et n des paramètres de calage

Il propose de conserver le temps caractéristique associé au fluage comme constant vis-à-vis de l'hydratation.

3.3.4. Méthode utilisant la maturométrie (notion de temps équivalent)

La notion de maturité a été introduite par Saul en 1951 [SAUL 51]. Il énonce que deux bétons de même composition ayant même valeur de maturité auront la même résistance quelle que soit l'histoire de températures qui a mené à cette valeur de maturité.

Ce principe a permis d'introduire la notion d'âge équivalent [RASTRUP 54] :

$$M(t, H(T)) = M(t_{eq}, T_{ref}) \tag{I-56}$$

La maturité est habituellement définie à partir de la loi d'Arrhenius qui introduit la notion de thermoactivation des réactions comme l'intégrale sur le temps de la constante cinétique à une température donnée T :

$$M(t, H(T)) = \int_0^t K_0 \exp\left(-\frac{E_a}{RT(\tau)}\right) d\tau \tag{I-57}$$

La combinaison des équations (I-56) et (I-57) donne donc :

$$t_{eq} = \int_0^t \exp\left(-\frac{E_a}{R}\left(\frac{1}{T(\tau)} - \frac{1}{T_{ref}}\right)\right) d\tau \tag{I-58}$$

L'exploitation de cette théorie se fait sur chantier par la mesure de températures couplée à l'utilisation d'une courbe d'étalonnage ($R_c = f(t_{eq})$) réalisée au préalable en laboratoire avec le même béton. Le principe de cette exploitation pratique est présenté sur la Figure I-14.

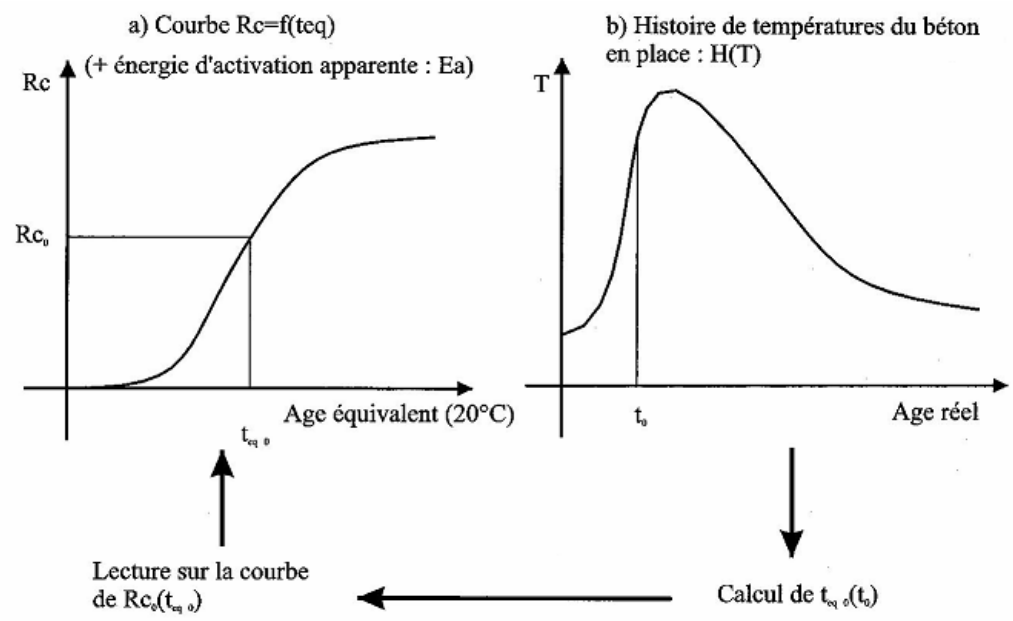


Figure I-14 : Illustration du principe de la méthode de maturométrie [D'ALOIA 04]

3.3.5. Cas des liants composés

Dans le cas où l'on utilise un liant composé de ciment et d'additions minérales pouzzolaniques, l'évolution des résistances au cours du temps est due à l'hydratation du clinker mais aussi aux réactions pouzzolaniques.

L'approche la plus classique consiste ainsi à déterminer la quantité de liant équivalent en ajoutant à la quantité de ciment, la quantité d'addition utilisée pondérée par un coefficient d'efficacité (permettant normalement d'obtenir les mêmes performances [NF EN 206-1]). On pose ainsi :

$$C_{eq} = C + kA \tag{I-59}$$

Où : - C et A sont respectivement les dosages en ciment et en addition
- k est le coefficient d'efficacité de l'addition

Cette quantité de liant équivalent peut alors être utilisée dans les modèles permettant de prévoir la résistance du béton ainsi formulé à une date donnée (lois de Féret [FERET 1892] et de Bolomey [DREUX ET FESTA 95]). Cette méthode est cependant peu utilisable lorsqu'on veut prédire le risque de fissuration au jeune âge, puisque le coefficient d'efficacité k dépend non seulement du rapport massique A/C mais aussi du temps [BABU ET AL. 96]. La prévision de l'évolution des résistances demande donc un nombre important d'essais afin de déterminer, pour de nombreuses échéances, les valeurs du coefficient d'efficacité et de la résistance du béton induite.

De Larrard propose ainsi d'améliorer cette approche en introduisant une loi empirique, fonction du temps et du rapport A/C, permettant de calculer la quantité C_{eq} introduite ensuite dans une loi inspirée de Féret [DE LARRARD 90] également fonction du temps :

$$C_{eq} = C\left(1 + \varphi\left(t, A/C\right)\right) \tag{I-60}$$

Ce modèle a été recalé en vue d'une application pour un béton formulé avec 2 additions (cendres volantes et fumées de silice) par Waller [WALLER 99]. Il a ensuite été validé sur un grand nombre d'éprouvettes de bétons et de mortiers formulés avec des liants simples, binaires ou ternaires. Cette approche améliorée permet alors de s'affranchir du calage fastidieux nécessaire à l'utilisation du simple coefficient d'efficacité k. La notion de temps qui gère ici le développement des résistances est cependant mal adaptée à une utilisation en structures massives pour lesquelles l'élévation de température importante au cœur va thermoactiver les réactions d'hydratation et ainsi accélérer le développement des résistances.

Une validation de cette méthode utilisant la notion de temps équivalent serait donc à faire.
Cependant, afin de s'affranchir de ces modifications de cinétique de développement des résistances induites par les états thermique et hydrique du matériau, il apparaît plus judicieux de modéliser l'évolution des résistances à partir de la variable de degré d'hydratation qui est la cause directe de ce développement des résistances.
Compte tenu de la difficulté que l'on a à séparer l'influence de l'hydratation du clinker sur la prise de résistance de celle des additions minérales, une approche simple consiste à modéliser l'évolution des résistances avec les lois présentées pour le ciment seul au paragraphe 3.3.3 en utilisant une variable d'hydratation globale pour le liant composé.
Waller [WALLER ET AL. 04a] propose ainsi de déterminer ce degré d'hydratation global à partir du dégagement de chaleur total du liant à l'instant t.

4. Conséquences des évolutions du matériau à l'échelle des structures : le risque de fissuration précoce

4.1. Les différentes origines de la fissuration précoce

4.1.1. Déformations localement empêchées

A l'échelle des hétérogénéités du matériau, les granulats, plus rigides que la pâte, empêchent localement le retrait (Figure I-15).

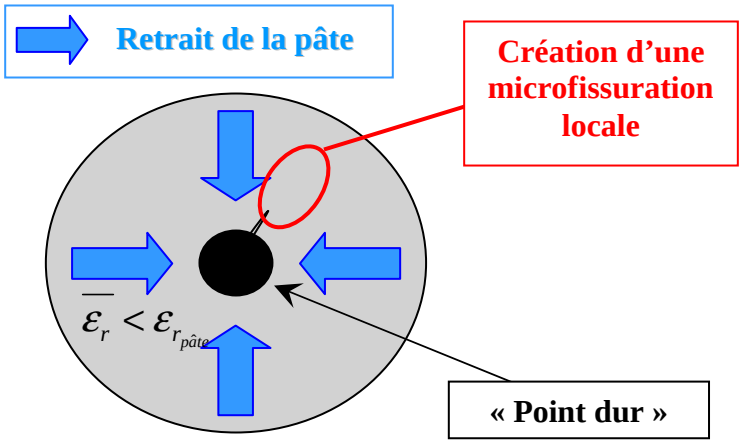


Figure I-15 : Effet d'un granulat sur le retrait du matériau et sur la microfissuration induite

Ainsi ils vont diminuer la valeur globale et macroscopique du retrait du béton. Cependant, les déformations ainsi localement empêchées créent un système d'autocontraintes pouvant provoquer une microfissuration. La microfissuration alors induite est répartie de façon isotrope.

Bisschop ([BISSCHOP ET AL. 01] cité dans [BURLION ET AL. 03]) illustre cette microfissuration induite par les granulats en observant le faciès de microfissuration pour des mortiers réalisés avec des billes de verre de diamètre croissant (Figure I-16).



Figure I-16 : Faciès de microfissuration pour des diamètres d'inclusion croissants [BISSCHOP 01]

Il montra que, lorsque la taille des inclusions rigides augmente, la microfissuration devient uniforme, et n'est donc plus un effet purement structurel (comme observé pour la plus petite taille d'inclusion).

4.1.2. Gradients de déformations

4.1.2.1. Effets d'un gradient de température

Sous l'effet d'un gradient thermique, une structure va présenter des gradients de déformations qui induisent un système d'autocontraintes à l'origine d'un risque de fissuration de peau.
La Figure I-17 illustre ce risque de fissuration dans le cas d'une pièce massive pour laquelle le cœur présente une température plus élevée que le bord.

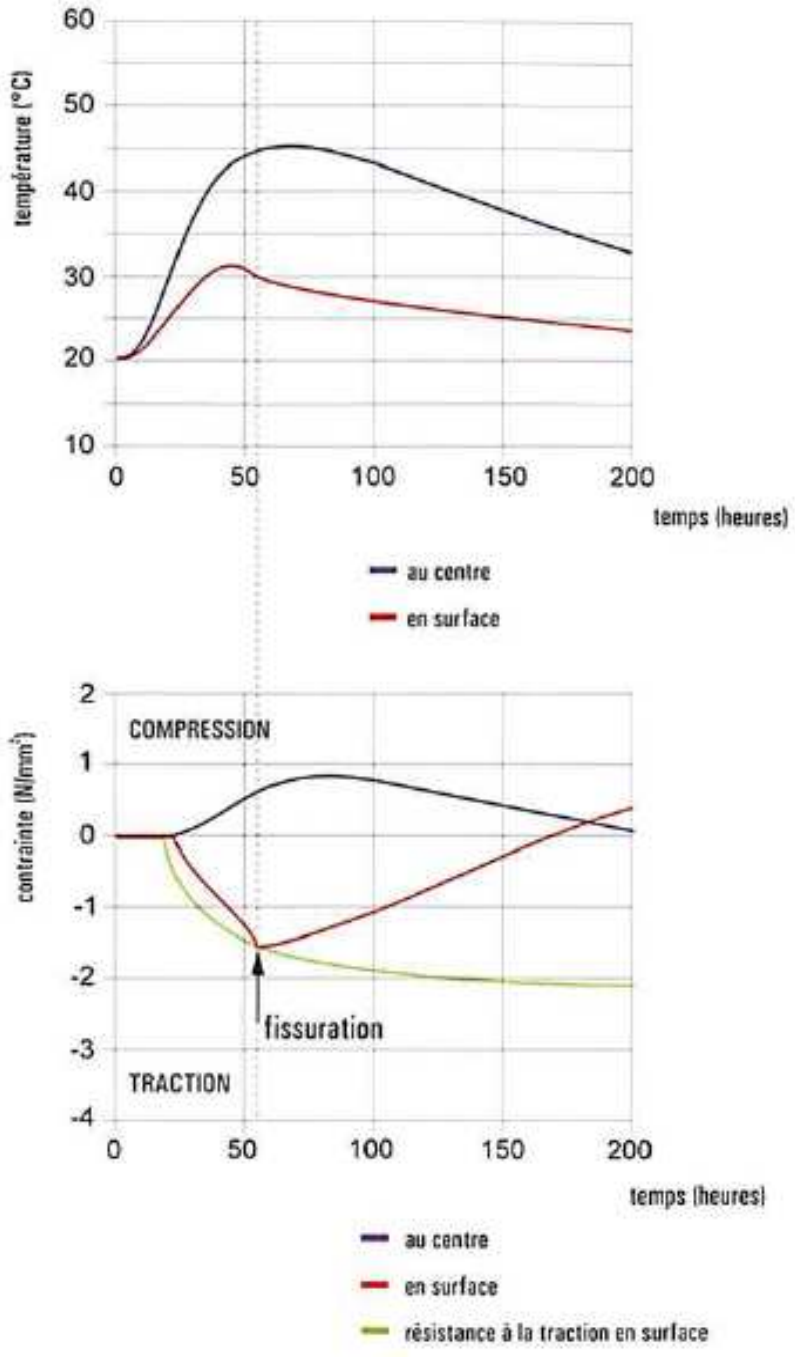


Figure I-17 : Illustration du gradient de température à l'origine de la fissuration de peau [VERHOEVEN 98]

Ce gradient de température sera fortement influencé par les conditions aux limites (température extérieure, convection naturelle ou forcée, ensoleillement, …) ainsi que par les propriétés de transfert de chaleur du béton.

4.1.2.2. Gradient d'hydratation induit

Dans les pièces épaisses, l'exothermie de la réaction provoque une augmentation de température qui accélère les réactions d'hydratation. Cette augmentation de température étant plus forte au cœur de la pièce en béton, Granger [GRANGER 95] montre par une simulation que l'on observe un gradient d'hydratation entre le cœur et la périphérie, ce qui conduit à un gradient de déformations de retrait endogène et de propriétés mécaniques.

4.1.2.3. Effets d'un gradient d'humidité

En présence d'un gradient d'humidité on observe un séchage différentiel entre la peau (en contact avec le milieu environnant et donc séchant plus vite) et le cœur.

La surface voudrait se contracter plus que le cœur ce qui induit des déformations empêchées et donc un gradient de contraintes. Ce phénomène est représenté par Bazant sur la Figure I-18.

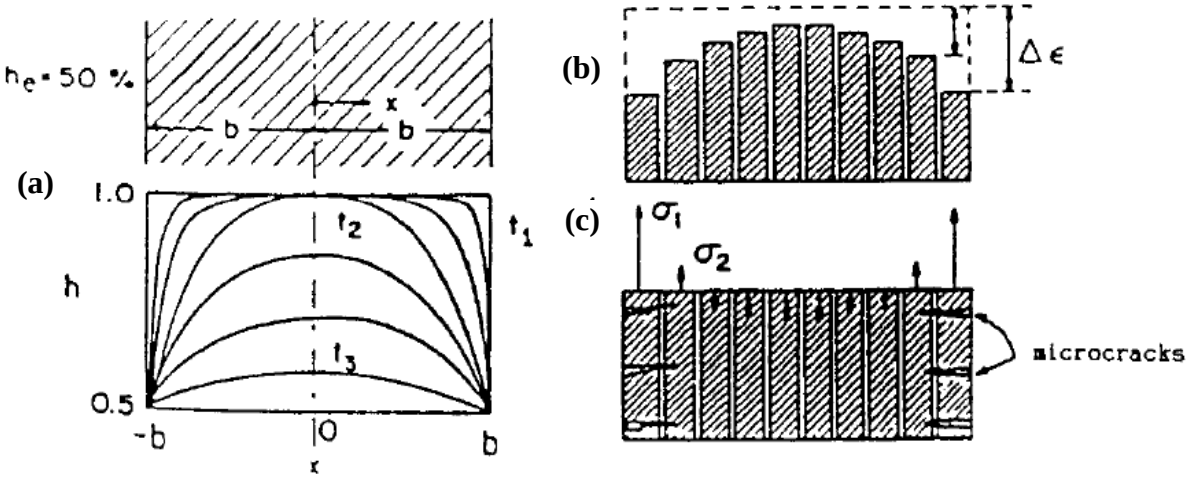


Figure I-18 : Profils d'humidité relative (a), retrait de dessiccation (b) et fissuration (c) induits (figure d'après Bazant reproduite dans [ACKER 97])

4.1.3. Déformations structurellement empêchées

Enfin, à l'échelle de la structure, les déformations peuvent être empêchées par des facteurs extérieurs (fondations, structures adjacentes, etc.…). Les désordres observés sont alors la combinaison du blocage de ces déformations et de l'évolution des propriétés mécaniques du béton. On peut citer comme exemple courant celui d'un voile coulé sur un radier déjà hydraté et qui empêche donc les déformations du voile.

Les désordres observés sont alors une fissuration verticale caractéristique des déformations empêchées dans la longueur. Un exemple de cette fissuration observée sur un parapet de pont est présenté sur la Figure I-19.

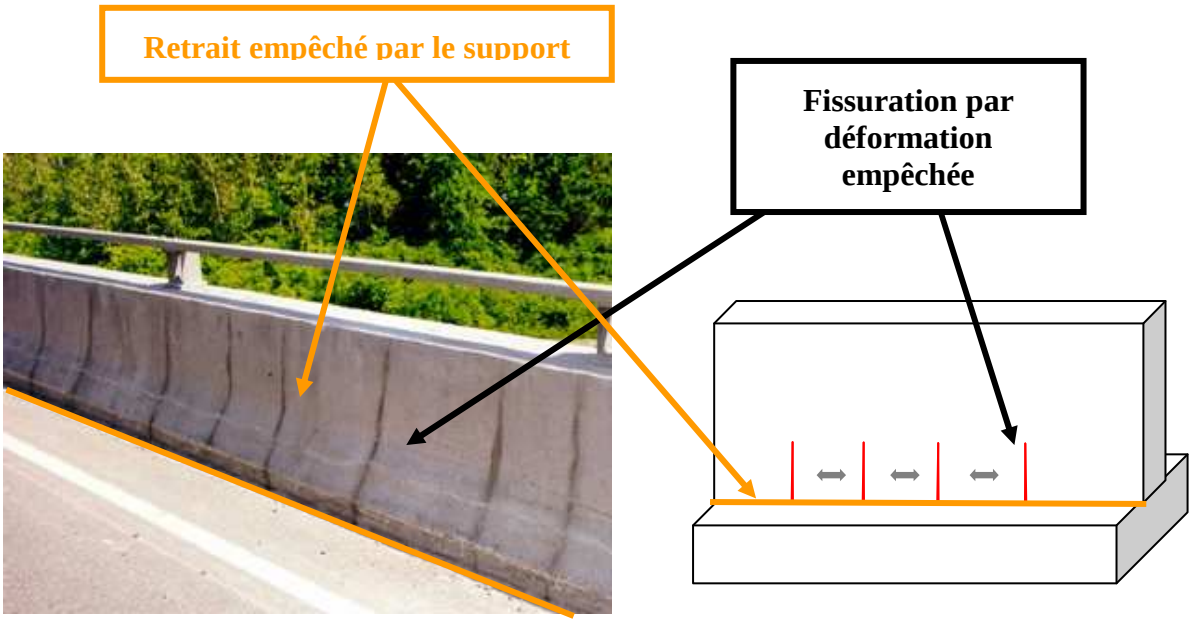


Figure I-19 : Illustration de la fissuration par déformation structurellement empêchée

Les effets de structures peuvent également être à l'origine d'une fissuration précoce dans le cas de singularités de géométrie, comme par exemple la présence d'un trou (trou pour les tiges de fixation des banches par exemple), qui constituent un point privilégié d'amorçage de la fissuration.

Dans toutes ces situations, le risque de fissuration va bien sûr être déterminé par la création de contraintes dues aux déformations empêchées. Le paragraphe suivant va présenter les phénomènes physiques gérant le comportement non linéaire du béton et à l'origine de la création des contraintes.

4.2. Le comportement différé du béton

4.2.1. Fluage en conditions endogènes

Lorsqu'il est maintenu sous charge, le béton continue à se déformer après la réponse instantanée à la sollicitation imposée. Inversement, lorsqu'on maintient une déformation imposée, la contrainte créée à l'intérieur du matériau décroît avec le temps.

Ces phénomènes de fluage et relaxation caractérisent le comportement visqueux du béton qui joue un rôle clé pour le comportement au jeune âge. Les déformations observées au cours d'un essai de fluage sont habituellement séparées en fluages primaire, secondaire et tertiaire (Figure I-20). Le fluage tertiaire est cependant seulement observable pour des chargements proches de la résistance, celui-ci pouvant conduire à la ruine du matériau.

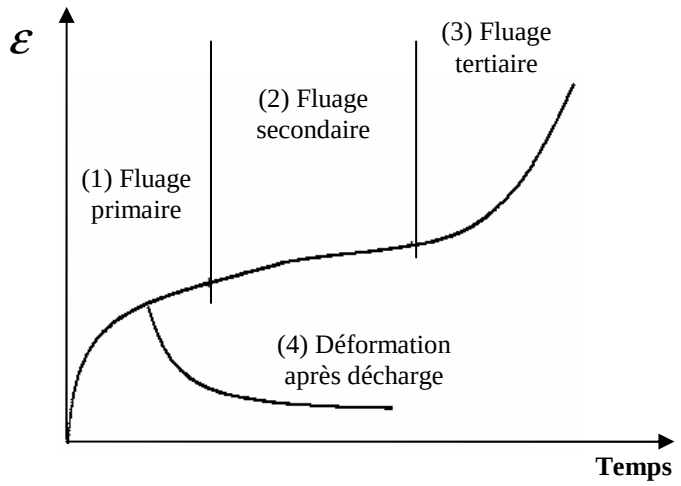


Figure I-20 : Définition des différents type de fluage

La Figure I-20 montre également que, lorsque l'on décharge une éprouvette ayant subi une sollicitation prolongée, on observe une recouvrance seulement partielle de la déformation différée : une partie de la déformation de fluage est donc irréversible. La cinétique rapide de ce retour de fluage est similaire à la cinétique de fluage observée à court terme, ce qui semble indiquer que cette déformation de fluage à court terme est réversible.

A long terme, la cinétique observée est très lente ([RUETZ 68], [ULM ET AL. 98b], [ACKER ET AL. 01]) et semble donc indiquer que le fluage à long terme met en cause des phénomènes physiques différents de ceux impliqués dans le fluage à court terme, et qui conduiraient à des déformations irréversibles.

Plusieurs théories sur les phénomènes à l'origine du fluage de court terme peuvent être recensées dans la bibliographie [BENBOUDJEMA 02]. Nous présenterons ici seulement celle qui apparaît comme la plus répandue ces dernières années.

Les déformations de fluage à court terme seraient ainsi la conséquence de mouvements d'eau au sein des micropores, provoqués par l'application du chargement ([RUETZ 68], [WITTMAN 82], [ULM ET AL. 98b]).

Les contraintes appliquées sont en effet transmises à l'échelle microscopique par les hydrates à l'eau qu'ils contiennent et qui est libre de se déplacer. On observe donc une migration de l'eau des zones d'adsorption libre vers les pores capillaires, entraînant ainsi une contraction du squelette solide (Figure I-21).

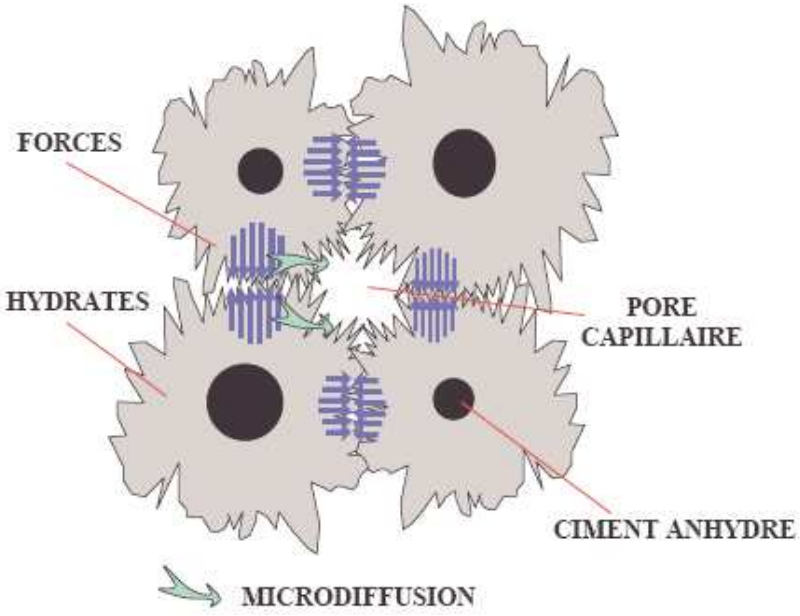


Figure I-21 : Phénomènes de microdiffusion à l'origine du fluage à court terme [ULM ET AL. 98b]

Cette théorie est en accord avec les observations expérimentales que divers auteurs ont faites :

1- la déformation engendrée est bien réversible puisqu'il s'agit simplement de mouvement d'eau libre,
2- la déformation obtenue sera bien différente si l'on modifie le E/C [ULM ET AL. 98b] puisqu'une modification du E/C entraîne principalement une modification du réseau poreux capillaire, lieu des mouvements d'eau générant la déformation,
3- le fluage se fait bien avec une contraction volumique du matériau [BERNARD ET AL. 03b] puisqu'il s'accompagne de tassements d'hydrates.

A long terme, le fluage présente au contraire une cinétique beaucoup plus lente et produit une déformation irréversible. Grâce à des mesures de nanoindentation réalisées sur les hydrates du béton, Acker propose d'expliquer ces phénomènes par le comportement particulier des C-S-H ([ACKER ET AL. 01]), [ACKER 03]).

En effet les C-S-H, soumis à des contraintes de cisaillement, présentent une composante visqueuse significative (contrairement à tous les autres constituants du béton) et cette déformation visqueuse est irréversible. Ils semblent donc être à l'origine du fluage à long terme. Ces résultats confirment les hypothèses précédemment énoncées par ([RUETZ 68], [ULM ET AL. 98b], [BERNARD ET A. 03b]) qui expliquent le phénomène de fluage à long terme par des glissements au niveau des feuillets de C-S-H.

Enfin, les récents résultats présentés par Brooks [BROOKS 05] mettent en évidence que ce fluage à long terme ne semble pas présenter d'asymptote puisqu'il observe une évolution de la déformation linéaire en fonction du logarithme du temps, comme nous pouvons le voir sur la Figure I-22.

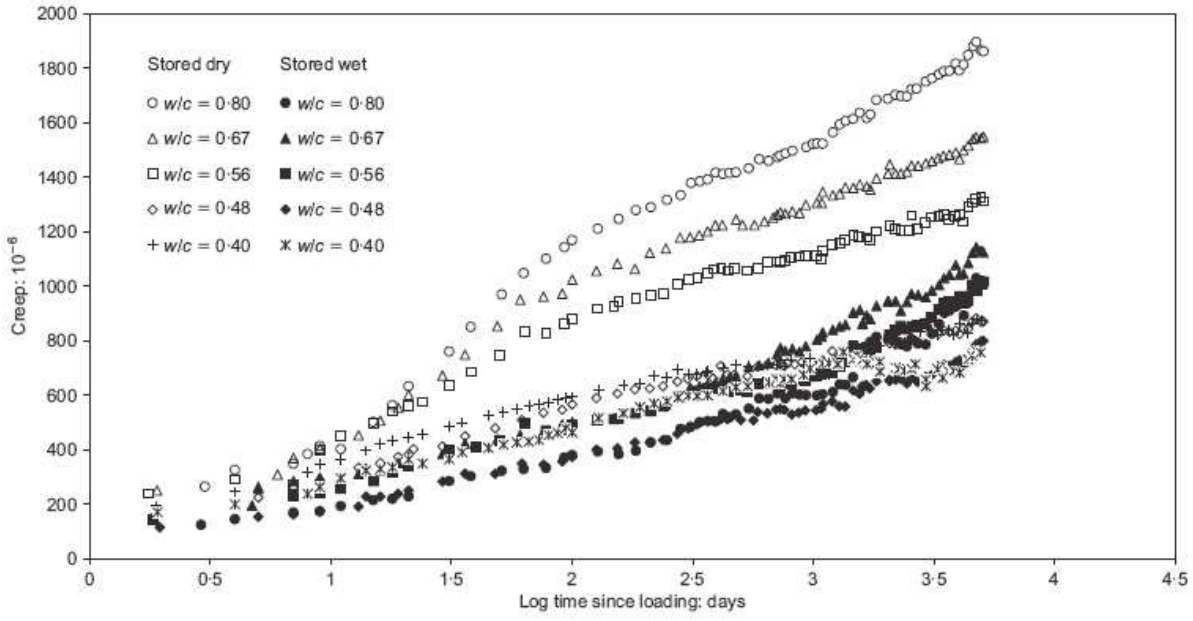


Figure I-22 : Déformations différées mesurées lors d'essai de fluage réalisés en conditions de séchage et sous eau [BROOKS 05]

4.2.2. Fluage en conditions de séchage

En conditions de séchage, le béton sous charge constante présente une déformation plus importante que la somme des déformations de retrait de dessiccation et de fluage propre. Ce supplément de déformation constaté est appelé fluage de dessiccation et caractérise le phénomène de couplage entre les déformations de retrait et de fluage propre.

Les mécanismes expliquant le fluage de dessiccation sont de deux types.

1- Les effets structuraux : Le séchage différentiel des éprouvettes conduit à une fissuration en surface lorsque l'éprouvette n'est pas chargée. Si l'on charge une éprouvette sous condition de séchage, cette fissuration de surface est empêchée par le chargement de compression et le retrait induit est donc plus important [WITTMANN ET AL. 80].

2- Les effets intrinsèques liés à la microstructure du matériau : On dénombre de nombreuses hypothèses tentant d'expliquer le fluage de dessiccation par un comportement intrinsèque du matériau. Parmi celles-ci nous retiendrons celles qui n'ont pas été écartées par une meilleure compréhension du matériau béton et qui ont donc été à la base de tentatives de modélisation de ce fluage de dessiccation. Tout d'abord Bazant [BAZANT ET AL. 85] propose l'hypothèse d'un "retrait induit par la contrainte" (stress-induced shrinkage) qui a conduit certains auteurs ([ALI ET AL. 64], [SICARD ET AL. 96]) à proposer une déformation de fluage de dessiccation proportionnelle à la déformation de retrait et à la contrainte. Il propose plus tard [BAZANT ET AL. 97] que les variations de teneur en eau, par leurs effets sur les pressions de disjonction au sein du matériau, modifient les caractéristiques de fluage (viscosité des C-S-H) liée au fluage long terme.

Les constatations expérimentales mettent en évidence d'importantes caractéristiques communes entre le retrait de dessiccation et cette déformation de fluage de dessiccation (ALI ET AL. 64], [SICARD ET AL. 96]) et montrent la nécessité de procéder à une approche couplée des phénomènes de retrait et de fluage [ACKER 03].

La principale approche globale utilisée est celle proposée par Bazant et Chern [BAZANT ET AL. 85]. Ils proposent de modéliser la déformation de fluage de dessiccation par l'ajout dans les modèles de la déformation d'une chaîne de Maxwell pour laquelle la viscosité sera fonction de la variation d'humidité relative :

$$\dot{\varepsilon}_{fd} = \lambda_{fd} \cdot |\dot{\psi}| \cdot \sigma \qquad \text{(I-61)}$$

Où λ_{fd} est un paramètre constant caractéristique du matériau.

Benboudjema [BENBOUDJEMA 02] étend cette proposition en remplaçant l'utilisation de la chaîne de Maxwell par un module de Kelvin-Voigt dont les caractéristiques élastiques et visqueuses dépendront de la variation de teneur en eau au sein du matériau. Ce modèle est similaire à celui utilisé pour le bois par Hanhijärvi ([HANHIJARVI 97] cité dans [BENBOUDJEMA 02]

Ces modélisations prennent en compte un supplément de déformation de fluage dû aux variations de l'humidité relative mais ne traduisent pas un réel couplage entre les déformations de retrait et de fluage puisqu'elles utilisent une succession de modèles indépendants : retrait + fluage propre + fluage de dessiccation.

Les modèles prenant en compte ces phénomènes rhéologiques permettent de déterminer les contraintes induites dans le matériau par le blocage partiel des déformations internes. Le risque de fissuration est alors évalué par l'utilisation de modèles d'endommagement.

4.3. La modélisation de la fissuration par endommagement

Il existe trois grandes familles d'approche concernant la modélisation de la fissuration du matériau béton : l'endommagement, la plasticité, et un couplage entre les deux.

La notion d'endommagement, initialement introduite par Kachanov [KACHANOV 86], permet de traduire l'effet de la microfissuration sur les propriétés élastiques du matériau. Cette approche ne permet cependant pas de retrouver la déformation résiduelle anélastique observée après déchargement d'une éprouvette rompue.

La théorie de la plasticité peut alors être introduite afin de prendre en compte ces notions de déformations anélastiques résiduelles après fissuration. Le couplage entre plasticité et endommagement permet alors de bien reproduire le comportement du béton fissuré (perte de propriétés élastiques et déformations résiduelles) mais nécessite des sous itérations et donc un temps de calcul important en particulier lorsque la plasticité doit être couplée au fluage.

Ce couplage étant plus facile à réaliser avec les modèles d'endommagement, nous avons restreint notre étude à ces derniers.

4.3.1. Généralités

Le paramètre d'endommagement "D" est introduit dans les lois de comportement mécanique pour caractériser la densité de microfissures présentes dans un volume élémentaire de matériau [KACHANOV 86]. Lorsque cette variable d'endommagement atteint 1 dans une zone du matériau, cela traduit la rupture du matériau dans cette zone. La contrainte appliquée n'est transmise que par la partie non endommagée du matériau, ce qui conduit à la définition de la contrainte effective qui caractérise la partie de la contrainte reprise par la partie non fissurée du matériau.

La variable d'endommagement peut être un scalaire. Dans ce cas on parle d'endommagement isotrope et celui-ci affecte la loi de comportement de la même façon dans toutes les directions. La contrainte effective $\tilde{\sigma}$ est alors définie de façon globale à partir des contraintes apparentes σ et de l'endommagement D :

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1-D} \tag{I-62}$$

Dans un cas uniaxial, la variable d'endommagement isotrope représenterait la fraction de l'aire du matériau endommagé.

La variable d'endommagement peut être également définie comme un tenseur. On traduit alors le caractère anisotrope de la microfissuration.

4.3.2. Modèles isotropes

Un modèle d'endommagement isotrope classique est le modèle de Mazars [MAZARS 84]. Ce modèle applique un endommagement isotrope à tous les coefficients du tenseur d'élasticité A.

$$\sigma = (1-D)A\varepsilon \tag{I-63}$$

Où D est le paramètre d'endommagement isotrope qui s'exprime en fonction de l'état de déformation à un instant donné.

Pour caractériser cet état de déformation, Mazars introduit une déformation équivalente qui permet de ne prendre en compte que les extensions principales (seules responsables de l'endommagement selon l'auteur) :

$$\tilde{\varepsilon} = \sqrt{\langle \varepsilon_1 \rangle^2 + \langle \varepsilon_2 \rangle^2 + \langle \varepsilon_3 \rangle^2} \qquad \text{(I-64)}$$

Avec : - $\langle \varepsilon \rangle = 0$ si $\varepsilon < 0$ (contraction)

- $\langle \varepsilon \rangle = \varepsilon$ si $\varepsilon \geq 0$ (extension)

Cette déformation équivalente amène au critère d'endommagement : $\tilde{\varepsilon} - K(D) = 0$.

Le paramètre d'endommagement D est calculé à partir de l'état de déformation par la relation suivante :

$$D^r = 1 - \frac{A^r}{\exp(B^r(\tilde{\varepsilon}_M - \varepsilon_c))} - \frac{\varepsilon_c(1 - A^r)}{\tilde{\varepsilon}_M} \qquad \text{(I-65)}$$

Avec : - $r = t$ si traction et $r = c$ si compression

- A^r et B^r des constantes de calage

- $\tilde{\varepsilon}_M = \max(\tilde{\varepsilon})$ (déformation équivalente maximale atteinte)

- ε_c la déformation au pic

C'est le modèle d'endommagement isotrope appliqué au béton le plus utilisé. En effet il donne un paramètre d'endommagement exprimé en fonction de la déformation ce qui permet de calculer la contrainte en chaque point sans itérations (gain de temps de calcul).

L'inconvénient majeur de ce modèle réside dans son caractère isotrope qui ne permet pas de reproduire de façon correcte la réponse du matériau à des chargements cycliques ou celle à des chargements fortement déviatoriques (pour lesquels les directions principales de fissuration sont très anisotropes)

4.3.3. Modèles anisotropes

Une modélisation plus proche du comportement réel du béton peut être faite par l'utilisation de modèles d'endommagement anisotropes.

La modélisation de l'endommagement anisotrope du béton a fait l'objet de nombreuses recherches et a été abordée par différentes voies.
On peut tout d'abord citer les modèles micro-plans basés sur une approche multiéchelle du calcul d'endommagement, initialement développés par Bazant [BAZANT ET AL. 88], [CAROL ET BAZANT 97]. Le modèle micro-plans calcule la contrainte apparente dans de nombreuses directions à partir de la contrainte effective dans la direction considérée et de la variable d'endommagement associée. La contrainte macroscopique est alors définie par intégration volumique des contraintes apparentes dans les directions considérées.
De nombreux autres modèles ont également été développés en utilisant une écriture tensorielle de la variable d'endommagement. Sans prétendre être exhaustifs, nous pouvons citer les modèles de [LABORDERIE 91], [FICHANT 96], [DRAGON ET AL. 98] ou encore celui de [PENSEE ET AL. 02] qui est basé sur un tenseur d'endommagement anisotrope issu de la théorie de l'homogénéisation.

4.4. Application pour le béton au jeune âge

Dans notre application pour les structures en béton au jeune âge, ces phénomènes différés et d'endommagement sont également très importants même s'ils interviennent sur une échelle de temps réduite. Comme nous l'avons vu au paragraphe 3.3.2, au cours de cette période le béton subit des changements microstructuraux dus au développement de l'hydratation qui conduisent à une évolution de ces caractéristiques mécaniques. Cette évolution des propriétés au cours du temps nécessite une adaptation des modèles mécaniques présentés au béton chimiquement évolutif.

Bazant [BAZANT ET AL. 89] propose pour cela la théorie de la solidification. Au lieu d'utiliser des lois d'évolution pour chaque paramètre, il propose une méthode d'homogénéisation basée sur la formation progressive de nouveaux hydrates.
Ainsi, il considère le béton chimiquement évolutif comme un composite comprenant les granulats, la pâte hydratée et la pâte non hydratée, chacun de ces composants ayant ses caractéristiques mécaniques propres et constantes dans le temps. Les propriétés globales du matériau évolutif sont alors gérées grâce aux proportions variables de chacun des constituants.

La contrainte subie de façon globale par le matériau est ainsi déterminée comme la moyenne sur le volume élémentaire représentatif des contraintes subies par chaque composant.
Les couches d'hydrates peu à peu formées au cours de l'hydratation sont ajoutées en parallèle aux couches d'hydrates déjà formées et peuvent alors participer à la reprise des contraintes.

$$\sigma_{pâte}(t) = \int_{t'=0}^{t} S(t,t') \cdot d\alpha(t') \tag{I-66}$$

Où S est la contrainte dans une couche d'hydrate formée au temps t', S étant nulle pour t < t'.

La couche d'hydrate formée au temps t' se forme en effet dans un milieu déformé qui constitue son état de déformation initial. Elle est donc, au temps t', libre de contrainte.
Les hydrates étant mis en parallèle, la contrainte dans chaque couche d'hydrate S se calcule à partir de la déformation globale de la pâte de ciment, déformation qui est identique pour toutes les couches d'hydrates :

$$S(t,t') = f(\varepsilon(t) - \varepsilon(t')) \tag{I-67}$$

Où f est la loi de comportement de l'hydrate faisant intervenir les caractéristiques mécaniques de l'hydrate (donc constantes au cours de l'hydratation).

Cette théorie de la solidification a depuis été largement reprise pour être utilisée avec de nombreuses lois de comportement. On peut citer entre autres les travaux récents de [MABROUK ET AL. 04] ou [LACKNER ET AL. 04].

Une autre approche, plus simple à mettre en œuvre, consiste à prendre en compte, dans les lois de comportement, des lois d'évolution des caractéristiques mécaniques. Cette méthode est retenue dans plusieurs codes de calcul existants (CESAR-LCPC, 4C-TEMP&STRESS) et est utilisée par de nombreux auteurs car sa mise en œuvre ne nécessite pas l'utilisation des techniques complexes d'homogénéisation (ni les hypothèses de répartition dans le volume élémentaire représentatif, inhérentes à ces méthodes). Les lois d'évolution sont alors calées sur des essais de maturométrie comme nous l'avons vu au paragraphe 3.3.3.

5. Conclusions et objectifs du travail

La revue bibliographique faite dans ce chapitre nous a permis de mettre en évidence que la fissuration précoce des structures était la conséquence de contraintes générées par le blocage (interne ou externe) des déformations, produites par les conséquences de l'hydratation en conditions réelles. Le développement de l'hydratation du liant joue donc un rôle central vis-à-vis du risque de fissuration précoce. En effet, celui-ci contribue à la création de déformations (d'origines thermique et hydrique) et en parallèle au développement des résistances.

La première partie de ce chapitre a donc été consacrée à l'étude des phénomènes gérant le développement de l'hydratation des liants composés ainsi qu'à la présentation de plusieurs approches de modélisation. Il a notamment été mis en évidence que les modèles existants étaient pour la plupart destinés à la prévision de l'hydratation de liants non composés en conditions endogènes. Le couplage entre les variations de teneur en eau et l'hydratation n'est en effet pris en compte que par peu de modèles. Ce couplage est pourtant important pour la prévision de la fissuration précoce puisqu'une partie des déformations à l'origine de ces désordres est d'origine hydrique, ce qui nécessite une gestion globale des variations de teneur en eau sous l'effet de l'hydratation et du séchage. La bibliographie a également mis en évidence les manques relatifs à la modélisation de l'hydratation des liants composés, pourtant de plus en plus utilisés lors de la construction d'ouvrages massifs notamment pour prévenir de trop importantes élévations de température. En effet, seuls les modèles microstructuraux implantés par exemple dans CEMHYD3D [BENTZ 00], HYMOSTRUC [VAN BREUGEL 95] ou DUCOM [MAEKAWA ET AL. 99] reprennent de façon couplée ces phénomènes multiphasiques mais ils nécessitent en contre partie d'importants moyens de calcul peu compatibles avec la modélisation de structures massives.

Le premier objectif de ce travail de thèse sera donc de développer un modèle multiphasique permettant de prévoir l'évolution des degrés d'hydratation des différentes phases d'un liant composé en conditions environnementales réelles par un couplage entre les cinétiques de réaction et les variations de température mais aussi de teneur en eau. Ce modèle devra s'appuyer sur les phénomènes physiques gérant les réactions de chaque phase afin de prendre en compte de façon réaliste les interactions entre phases, tout en restant à un niveau macroscopique afin de respecter des temps de calculs compatibles avec une application sur structures massives.

Dans cette étude bibliographique, nous avons également vu que les conséquences de l'hydratation au niveau mécanique étaient de trois types :

1- une évolution des caractéristiques mécaniques du matériau au cours du temps. Cette évolution peut être traité par la théorie de la solidification introduite par Bazant (s'appuyant sur les techniques d'homogénéisation) ou par une écriture incrémentale des lois de comportement prenant en compte des lois empiriques d'évolution des caractéristiques en fonction du degré d'hydratation,
2- des variations de température au sein de la structure conduisant à des variations volumiques pouvant être importantes. Lorsqu'elles sont empêchées (de façon interne ou externe), ces variations volumiques créent des contraintes pouvant amener à la fissuration précoce de la structure,
3- une consommation d'eau qui se combine à un éventuel séchage et crée des dépressions hydriques au sein de la porosité. Cette dépression hydrique se transmet au squelette solide et conduit à des déformations. Ces déformations, comme celles d'origine thermique, peuvent conduire à une fissuration précoce de la structure.

Le second objectif de ce travail de thèse sera donc d'utiliser la connaissance de ces phénomènes physiques pour adapter les modèles mécaniques existants afin de coupler le comportement mécanique du béton avec les conséquences de l'hydratation, en particulier vis-à-vis de l'évolution des caractéristiques mécaniques et des contraintes hydriques générées. Ceci se fera par une approche originale modélisant de façon globale ces phénomènes hydromécaniques au jeune âge.

La démarche globale du travail de thèse s'articulera donc autour de deux modèles successifs illustrés sur la Figure I-23. Le premier, présenté dans le chapitre II, sera un modèle multiphasique qui, comme nous le voyons sur le schéma, permettra de résoudre de façon couplée les équations d'hydratation et de transferts thermiques et hydriques afin de prévoir les variations de teneur en eau, de température et de degrés d'hydratation.
Le second, présenté dans le chapitre III, sera un modèle mécanique qui utilisera ces données afin de prévoir les contraintes engendrées (dues aux pressions hydriques et aux déformations thermiques). Le modèle est basé sur une loi de comportement rhéologique (incluant les phénomènes de fluage) couplée à une modélisation anisotrope de l'endommagement (permettant de quantifier le risque de fissuration et ses conséquences).

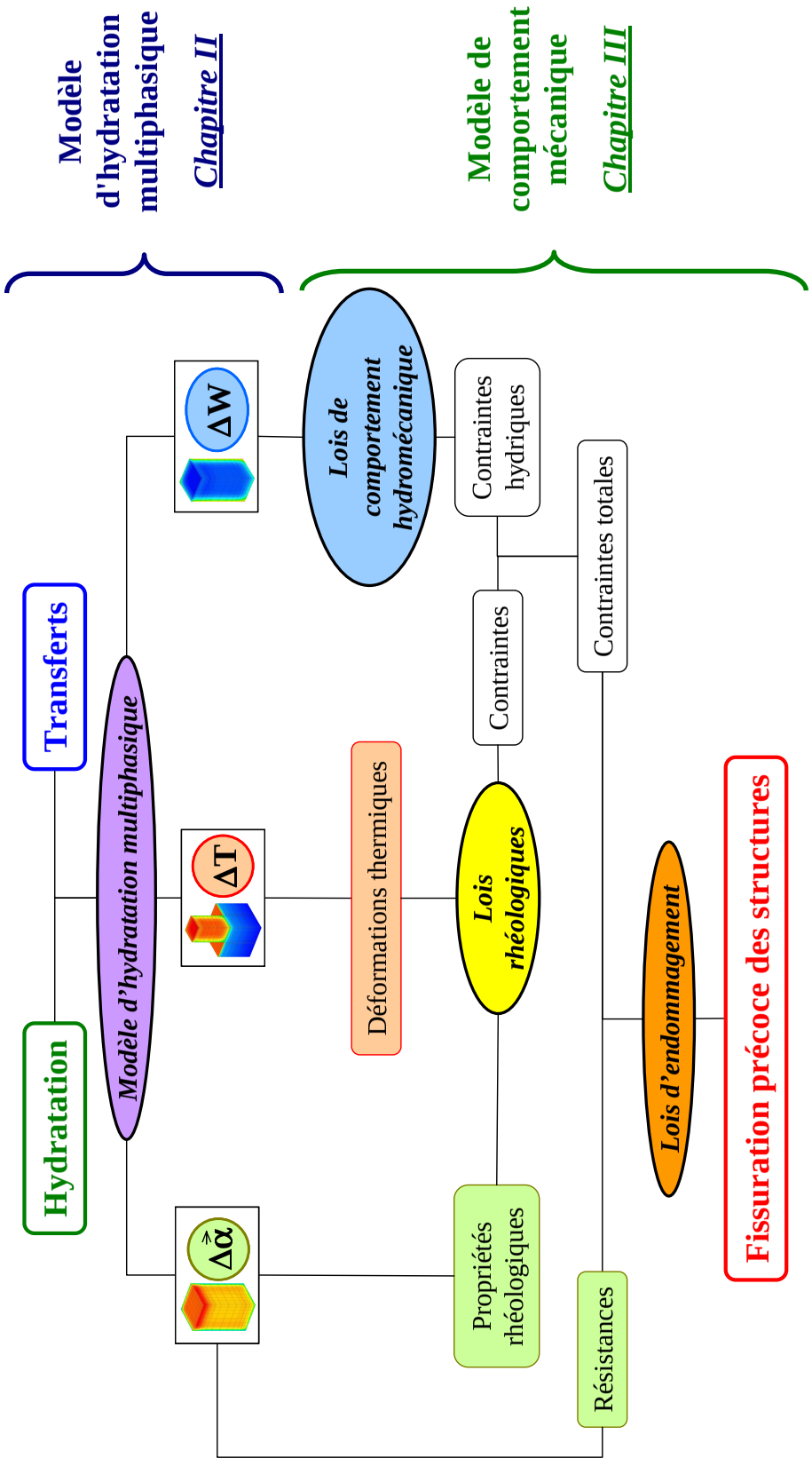


Figure I-23 : Canevas de modélisation retenu

CHAPITRE II : MODELE D'HYDRATATION MULTIPHASIQUE

1. INTRODUCTION ET OBJECTIFS 85
2. PRESENTATION DU MODELE 86
3. MISE EN ŒUVRE NUMERIQUE 100
4. METHODE DE DETERMINATION DES PARAMETRES DE LA LOI D'HYDRATATION 102
5. VALIDATION DU MODELE EN LABORATOIRE 115
6. VALIDATION DU MODELE SUR UNE STRUCTURE IN SITU 120
7. CONCLUSION 130

1. Introduction et Objectifs

La bibliographie nous a permis de mettre en évidence que l'un des phénomènes physiques centraux dans la prévision du risque de fissuration précoce était le développement de l'hydratation du liant. Cette hydratation est en effet à l'origine :

1- de la consommation de l'eau responsable du retrait endogène,
2- du dégagement de chaleur responsable des déformations thermiques,
3- du développement des caractéristiques mécaniques.

Il apparaît ainsi essentiel de disposer d'un modèle d'hydratation permettant de prédire ces phénomènes tout en s'adaptant à la récente propension à utiliser des liants à base de composés présentant des cinétiques de réaction très différentes (clinker et additions pouzzolaniques par exemple).

Ce deuxième chapitre va présenter le modèle d'hydratation multiphasique que nous avons proposé pour répondre aux manques mis en évidence par la revue bibliographique.
La première partie sera consacrée à la présentation du modèle et des phénomènes physiques associés. Elle montrera en particulier que le modèle développé permet de gérer l'hydratation de plusieurs phases anhydres tout en couplant le développement de ces réactions avec les variations de teneur en eau et de température dues à l'hydratation et aux conditions environnementales.
Nous verrons ensuite, dans la seconde partie de ce chapitre, comment ce modèle multiphasique est mis en œuvre à travers notamment la présentation du principe de couplage entre les trois équations d'équilibre.
La troisième partie s'attachera alors à la présentation des méthodes de détermination des paramètres du modèle multiphasique et nous verrons notamment que ce modèle nécessite le calage de seulement trois paramètres grâce à un essai facilement accessible et caractéristique du développement de l'hydratation : l'essai de calorimétrie.
Enfin, nous présenterons dans les deux dernières parties la validation de notre modèle en laboratoire puis in situ sur une structure réalisée dans des conditions environnementales sévères (Egypte au mois de Juillet) avec un béton formulé à base d'un liant composé.

2. Présentation du modèle

2.1. Modèle général et éléments de couplage

En conditions endogènes, l'hydratation des composés du liant va consommer de l'eau et dégager de la chaleur modifiant ainsi les équilibres hydriques et thermiques du matériau. Les variations de teneur en eau et de température au sein du béton vont à leur tour modifier les cinétiques d'hydratation des différents composés (activations hydrique et thermique).

Notre modèle est donc basé sur un calcul couplé des évolutions des degrés d'hydratation, de la teneur en eau et de la température. Il utilise pour cela des lois de cinétique d'hydratation (propres à chaque espèce) (Eq. (II-1)) couplées à l'équation de conservation de la masse d'eau (Eq. (II-2)) et à l'équation de conservation de la chaleur (Eq. (II-3)) :

$$\begin{cases} \dot{\vec{\alpha}} = \vec{F}(\vec{\alpha}, W, T) & \text{(II-1)} \\ \dot{W} = div\left(-D_W \cdot \overrightarrow{grad}\, W\right) + \sum\left(Q_{th\,i}^{W} \cdot f_i \cdot \dot{\alpha}_i\right) & \text{(II-2)} \\ \rho c \cdot \dot{T} = div\left(-\lambda \cdot \overrightarrow{grad}\, T\right) + \sum\left(Q_{thi}^{T} \cdot f_i \cdot \dot{\alpha}_i\right) & \text{(II-3)} \end{cases}$$

Où : - $\vec{X} = (X_1, ..., X_i, ..., X_n)$ et (i=1→clinker*, i=2..n→additions pouzzolaniques)

- α_i est le degré d'hydratation de la phase anhydre "i"
- W est la teneur volumique en eau totale présente dans le béton (en m^3/m^3 de béton)
- D_W est le coefficient de transport d'eau (en m^2/s)
- $Q_{th\,i}^{W}$ est la quantité d'eau nécessaire à l'hydratation complète du composé anhydre "i" (en m^3/kg de composé anhydre)
- f_i est le dosage en composé anhydre i (en kg/m^3 de béton)
- T est la température (en °C)
- ρ est la masse volumique du béton (en kg/m^3)
- c est la capacité calorifique massique du béton (en J/(°C.kg))
- λ est la conductivité thermique du béton (en W/(°C.m))
- Q_{thi}^{T} est la quantité de chaleur produite par l'hydratation complète de l'anhydre "i" (en J/kg de composé anhydre)

* Dans toute la suite de ce mémoire, par souci de simplification des notations, nous appellerons "clinker" le clinker à la base des ciments composés mais aussi les ciments CEM I (composé à plus de 95% de clinker).

En conditions réelles (in situ), l'environnement va également modifier les équilibres hydriques et thermiques. Des échanges vont en effet se faire entre la structure et le milieu ambiant.

On peut notamment citer l'exemple d'un séchage des faces en contact avec l'air plus sec, ou encore celui du refroidissement des surfaces libres sous l'effet du vent. Ces effets sont pris en compte par l'ajout de conditions aux limites associées aux équations de conservation de la masse d'eau (Eq. (II-2)) et de la chaleur (Eq. (II-3)).

La modélisation phénoménologique des réactions d'hydratation multiphasique que nous proposons permet de combiner, à chaque instant, les effets de la température et de la teneur en eau sur l'hydratation de plusieurs phases solides. Le principe du couplage entre hydratation, teneur en eau et température est présenté de façon schématique sur la Figure II-1.

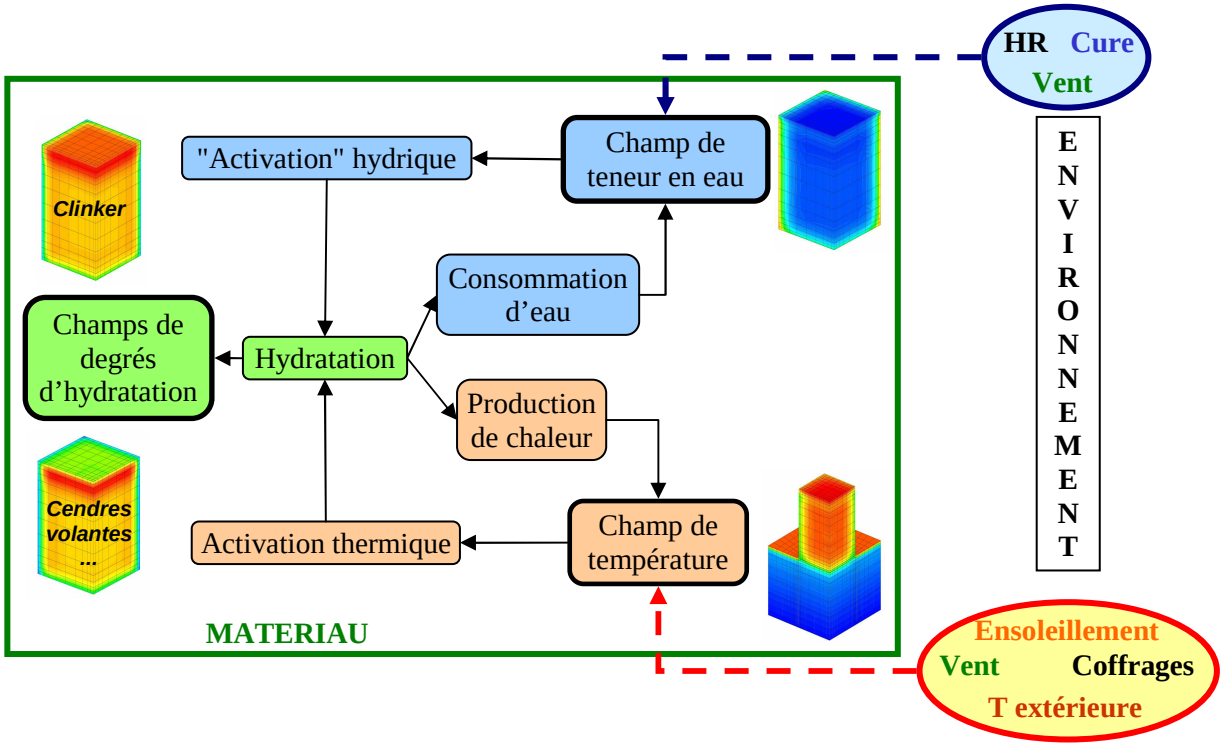


Figure II-1 : Principe des couplages du modèle multiphasique

Ce modèle multiphasique permet un couplage fort entre les 3 équations (Eqs. (II-1), (II-2), et (II-3)). Il est donc géré simultanément par les variables α, W et T.

La Figure II-1 met en évidence le rôle central de la variable "degré d'hydratation" (α) sur les couplages du système et montre qu'une attention particulière devra être portée à la modélisation du développement de celui-ci.

Le paragraphe suivant sera dédié à la présentation de la loi gérant la cinétique d'hydratation d'un composé anhydre quelconque i.

2.2. Loi de cinétique de réaction

2.2.1. Considérations physiques générales

La cinétique de réaction d'un composé hydraulique ou pouzzolanique résulte de la compétition entre deux phénomènes antagonistes. D'une part, la dissolution des phases anhydres conduit à une progressive sursaturation de la solution interstitielle qui accélère la précipitation des composés hydratés et accroît la cinétique globale de réaction. D'autre part, étant donné que la réaction d'hydratation n'est possible que si l'eau arrive en contact avec les phases anhydres, la cinétique va être progressivement ralentie au fur et à mesure de la création d'une couche d'hydrates à la surface des grains anhydres.

Dans les premiers temps de l'hydratation, peu d'anhydres ont réagi laissant de nombreuses surfaces de contact accessibles à l'eau. La cinétique d'hydratation est donc ici principalement gérée par la sursaturation de la solution interstitielle. Au contraire, à partir d'un degré d'hydratation critique, les couches d'hydrates entourant les grains anhydres atteignent une épaisseur suffisante pour freiner de façon significative la progression de l'eau vers l'anhydre. La cinétique de réaction est alors pilotée par la difficulté que rencontre l'eau pour accéder aux anhydres.

Outre ces aspects chimiques, la cinétique de réaction du clinker ou des additions pouzzolaniques est, comme toute réaction chimique, modifiée par les variations de température du milieu réactionnel selon la loi d'Arrhénius [ARRHENIUS 15]. Ceci justifie le couplage nécessaire entre la loi de conservation de la chaleur et la loi de cinétique d'hydratation.

Afin de prendre au mieux en considération ces différentes modifications de cinétique, nous proposons un modèle d'hydratation phénoménologique défini par une loi de cinétique présentant plusieurs facteurs d'influence indépendants (Eq. (II-4)) :

$$\dot{\alpha}_i = A_i \cdot g_i \cdot \Pi_i \cdot h_i \cdot s_i \qquad \text{(II-4)}$$

Où : - A_i est un paramètre de cinétique global

- $g_i, \Pi_i, h_i, \text{et } s_i$ sont des fonctions indépendantes qui seront présentées dans les paragraphes qui vont suivre

Dans cette loi, on distingue l'influence de l'éventuelle sursaturation de la solution interstitielle (g_i), celle de l'accessibilité de l'eau aux anhydres (Π_i) ainsi que celle des variations de température (h_i). Ces fonctions indépendantes, et le paramètre d'effet retard intervenant dans le cas de réactions secondaires (s_i), sont décrits dans les paragraphes suivants.

2.2.2. Activation chimique

Comme décrit précédemment, l'activation chimique des réactions est provoquée par une sursaturation de la solution interstitielle. Elle est prépondérante sur la fonction d'accessibilité aux anhydres dans les tout premiers instants de l'hydratation lorsque la couche d'hydrates formées est suffisamment fine ou discontinue.

Notre modélisation considère que l'activation des cinétiques de réaction augmente linéairement avec le degré d'hydratation (Eq. (II-5)). En d'autres termes, on suppose que la compétition entre les vitesses de dissolution des anhydres et de précipitation des hydrates est en faveur de la sursaturation.

$$g_i = \frac{\alpha_i \cdot C_{p0_{anh\,i}}}{W_p} \qquad \text{(II-5)}$$

Où: - $C_{p0_{anh\,i}}$ est la concentration volumique initiale (dans la pâte) de l'anhydre "i"

- $\alpha_i \cdot C_{p0_{anh\,i}}$ est la concentration volumique (dans la pâte) de l'anhydre "i" dissout

- W_p est la concentration volumique en eau (dans la pâte)

2.2.3. Accessibilité de l'eau aux phases anhydres

La fonction Π dans l'équation (II-4) modélise le ralentissement des cinétiques de réaction dû à la difficulté de contact entre l'eau et la surface des grains anhydres. Cette notion d'accessibilité de l'eau aux anhydres dépend de nombreux paramètres physiques comme l'épaisseur des couches d'hydrates entourant les grains anhydres, la porosité du matériau, la quantité d'eau à l'intérieur de ce réseau poreux ou encore la taille et le nombre de grains anhydres.

Plutôt que de modéliser de façon indépendante l'influence de tous ces paramètres complexes, nous avons choisi de proposer une seule loi Π fonction d'une variable qui regroupe de façon globale et macroscopique l'influence de tous ces paramètres.

Ainsi la variable $\overline{r_{mi}}$ dans l'équation (II-6) est définie comme une pseudo distance moyenne entre l'eau et la surface d'un grain anhydre. L'accessibilité de l'eau aux anhydres est alors calculée comme une fonction exponentielle de cette pseudo distance. En effet, le transfert d'eau vers la surface des grains anhydres conditionne les réactions d'hydratation [FUJI ET AL. 94] et est très fortement ralenti par l'augmentation de cette distance (Eq. (II-6)).

$$\Pi_i = \exp\left(-B_i \cdot \overline{r_{mi}}^{\,n_i}\right) \tag{II-6}$$

Où: - B_i et n_i sont des paramètres de calage

- $\overline{r}_{m_i}$ est une fonction de la teneur en eau, de la porosité et des phases solides

Au fur et à mesure des réactions d'hydratation, les couches d'hydrates formées recouvrent la surface des grains anhydres séparant progressivement ceux-ci de l'eau. En conséquence, la variable $\overline{r}_{m_i}$ augmente au cours de l'hydratation suite au développement des produits d'hydratation. La formation d'hydrates, plus volumineux que les particules anhydres consommées pour leur formation, conduit également à un comblement de la porosité. Les cinétiques de réactions sont donc diminuées, et les réactions peuvent même être stoppées s'il n'y a plus assez d'espace disponible pour le développement d'une nouvelle couche d'hydrates ([POWERS ET AL. 47], [HANSEN 86]). La pseudo distance moyenne est donc augmentée par le resserrement de la porosité. Enfin, celle-ci est réduite par une augmentation de la teneur en eau dans le matériau.

Au regard de ces considérations physiques, nous avons choisi de modéliser la variable de distance moyenne normalisée entre l'eau et les anhydres par l'équation (II-7). Dans cette équation, les paramètres présents au numérateur sont des paramètres qui réduisent la cinétique de réaction (en augmentant la distance eau/anhydre) alors que les paramètres du dénominateur sont des paramètres augmentant cette même cinétique.

$$\overline{r_{mi}} = \frac{C_{p_{hyd_i}} \cdot \left(1/\Phi_p\right)}{C_{p_{anh_i}} \cdot W_p} \tag{II-7}$$

Où: - Φ_p est la porosité de la pâte

- $C_{p_{hyd_i}}$ est la teneur volumique en hydrates dans la pâte

- $C_{p_{anh_i}}$ est la teneur volumique en anhydres dans la pâte

A l'échelle des phénomènes d'hydratation du grain de ciment, le volume élémentaire représentatif (VER) au sein duquel se font les mouvements d'eau responsables de la cinétique de réaction est uniquement constitué de la pâte de ciment (comprenant les anhydres, les hydrates et l'eau). Les granulats (sable et gravillons), compte tenu de leur taille beaucoup plus grande que l'échelle d'étude, constituent seulement les éventuelles limites de ce volume. C'est pourquoi les concentrations en eau et en solides utilisées dans le calcul de la variable $\overline{r_{mi}}$ sont exprimées en volume par volume de pâte. Une attention particulière devra cependant être apportée au cas de bétons formulés avec des fillers chimiquement inertes (calcaires ou siliceux) ou du sable fillérisé. En effet, ces fillers sont de taille comparable aux grains de ciment anhydre et entreront dans le volume élémentaire représentatif précédemment défini. Leur volume doit donc être pris en compte dans le calcul du volume de pâte.

La porosité de la pâte et les concentrations volumiques en anhydres et hydrates sont données par les équations (II-8) et (II-9) :

$$\Phi_p = 1 - \sum_i \left(C_{p\,hyd\,i} + C_{p\,anh\,i} \right) \tag{II-8}$$

$$\begin{cases} C_{p\,hyd\,i} = R_i \cdot \alpha_i \cdot C_{p0\,anh\,i} \\ C_{p\,anh\,i} = (1 - \alpha_i) \cdot C_{p0\,anh\,i} \end{cases} \tag{II-9}$$

Où R_i est le rapport entre le volume des hydrates formés par l'anhydre i et celui de l'anhydre.

On suppose ici que les concentrations volumiques dépendent seulement de l'augmentation ou de la diminution des volumes d'hydrates et d'anhydres, le volume de pâte étant supposé constant pour ce calcul.

2.2.4. Activation thermique

Afin de modéliser l'effet de variations de température du milieu réactionnel sur les cinétiques de réactions des composés anhydres (fonction "h" dans l'équation (II-4)), nous utilisons la loi proposée par Arrhénius [ARRHENIUS 15] pour chaque catégorie de phase anhydre (clinker cendres volantes, fumées de silice, …) (Eq. (II-10)) :

$$h_i = \exp\left(-\frac{Ea_i}{RT}\right) \quad \text{(II-10)}$$

Ea_i est l'énergie d'activation moyenne associée à l'anhydre i, la constante Ea_i/R caractérise la sensibilité de cette phase à la température.

2.2.5. Effet retard dans le cas de réactions secondaires

Dans le cas de liants composés, l'avancement des réactions secondaires (réactions pouzzolaniques des cendres volantes et des fumées de silice ou réactions des laitiers par exemple) n'est pas seulement piloté par les phénomènes présentés et modélisés précédemment. En effet, contrairement à la réaction d'hydratation du clinker, les réactions pouzzolaniques consomment non seulement de l'eau mais aussi la portlandite produite par la réaction primaire. Pour les réactions des laitiers, la portlandite constitue un activateur de la réaction. La quantité de portlandite présente dans la pâte va donc également conditionner l'avancement de ces réactions (Eq. (II-11)) (fonction s dans (II-4)):

$$s_i = \begin{cases} 1 & si\ i = ciment\ \ portland \\ C_{p\,CH} & si\ i \neq ciment\ \ portland \end{cases} \quad \text{(II-11)}$$

Où C_{pCH} est la concentration volumique de portlandite présente dans la pâte.

Cette quantité est réévaluée à la fin de chaque pas de temps en ajoutant la portlandite produite par l'hydratation du clinker dans l'intervalle de temps considéré et en enlevant celle consommée par la (ou les) réaction(s) pouzzolanique(s).

2.2.6. Récapitulatif de la loi cinétique globale

La Figure II-2 présente, de façon complète, la loi d'hydratation ainsi obtenue et fait apparaître les différentes influences du milieu sur la cinétique de réaction.

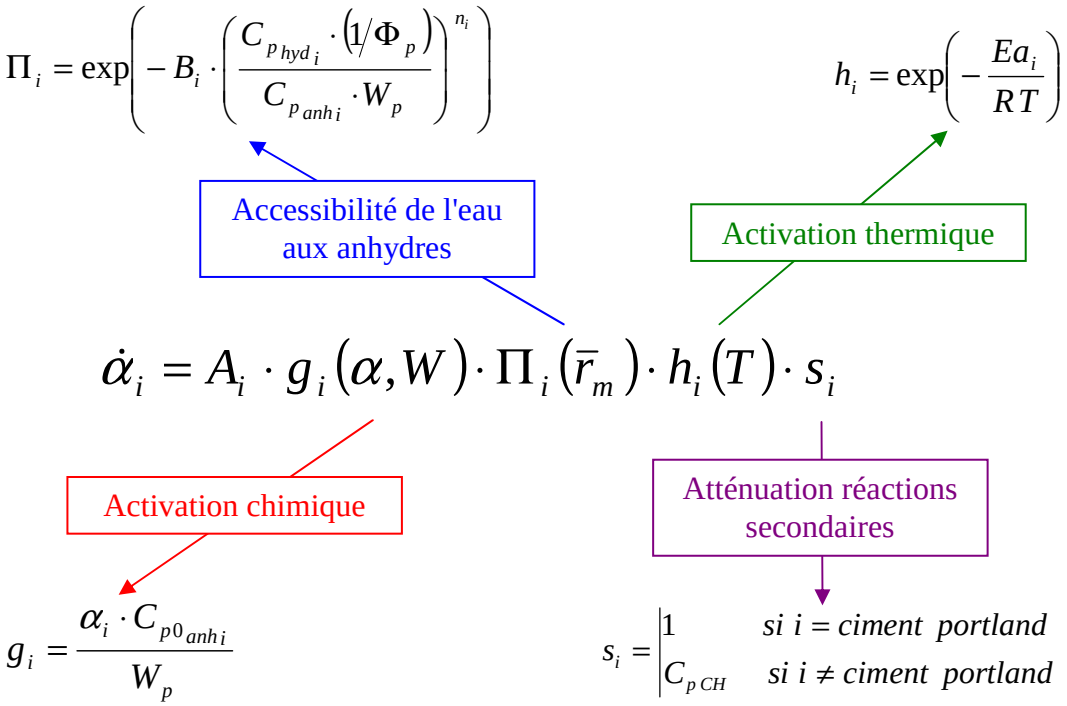


Figure II-2 : Loi globale de cinétique d'hydratation et fonctions indépendantes associées

On peut noter que l'augmentation de cinétique due à la sursaturation ou à l'augmentation de la température du milieu peut être caractérisée comme un phénomène chimique. C'est pourquoi il est nécessaire, pour les fonctions "g" et "h" modélisant ces phénomènes, d'utiliser des paramètres différents pour chaque phase anhydre.

Au contraire, la fonction Π, modélisant l'accessibilité de l'eau aux anhydres, peut être considérée comme un phénomène plutôt lié à la configuration physique du milieu (porosité, teneur en eau) et fait intervenir des termes communs à toutes les phases (Φ_p,W_p). Seul l'effet de la couche d'hydrates créée autour d'un grain anhydre sera propre à la phase anhydre associée.

La Figure II-3 présente l'allure de la loi cinétique obtenue avec le modèle proposé en conditions endogènes et isothermes pour un clinker. L'expression de cette loi en fonction du degré d'hydratation permet de comparer notre modèle avec d'autres lois cinétiques présentées dans la littérature.

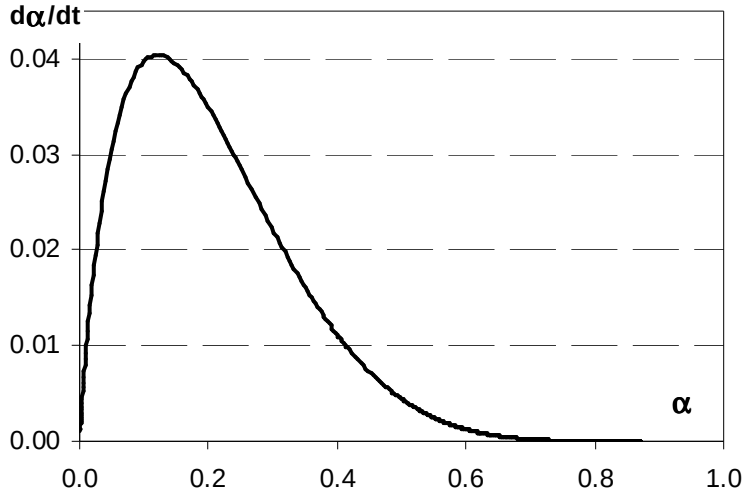


Figure II-3 : Variation de la loi cinétique pour un clinker (en conditions endogènes et isothermes)

L'allure obtenue est similaire à celle présentée par Ulm [ULM ET AL. 98a] ou Cervera (voir figure I-2). On peut également citer Bernard [BERNARD ET AL. 03a] qui présente plusieurs expressions analytiques de la loi de cinétique qui donnent une forme de courbe semblable.

2.3. Equation de conservation de la masse d'eau

2.3.1. Mise en équation

Comme nous l'avons vu au paragraphe 2.1, la concentration en eau est affectée par la consommation d'eau due à l'hydratation mais également par les échanges avec l'environnement (séchage ou réhumidification).

On rappelle que la variation de concentration en eau au sein du béton est gérée par la conservation de la masse d'eau (Eq. (II-12)) :

$$\begin{cases} \dot{W} = div\left(-D_W \cdot \overrightarrow{grad}\, W\right) + \sum \left(Q_{th\,i}^{W} \cdot f_i \cdot \dot{\alpha}_i\right) \\ + \text{ conditions initiales} \\ + \text{ conditions aux limites} \end{cases} \quad \text{(II-12)}$$

Le coefficient de transport d'eau D_W est un terme regroupant, comme nous l'avons vu dans le chapitre I, les différents types de mouvements d'eau au sein du béton. Il est fortement influencé (et de façon non linéaire) par la quantité d'eau présente au sein du matériau.

Parmi les diverses lois d'évolution disponibles dans la littérature, notre choix s'est porté, dans un souci de simplification globale du modèle, sur la loi de Mensi [MENSI ET AL. 88] qui donne directement le coefficient de transport d'eau en fonction de la concentration en eau du béton :

$$D_W = D_{W0} \cdot \exp(p \cdot W) \tag{II-13}$$

Où D_{W0} et p sont des paramètres de calage (D_{W0} s'exprime en m²/s et p est sans unité si W est exprimé en m^3/m^3).

Cette loi permet de s'affranchir de l'utilisation, à chaque pas de temps, de l'isotherme de désorption. De plus, le nombre de paramètres de calage est réduit à 2 ce qui permet de s'affranchir d'un calage plus fastidieux car il peut se faire par exploitation d'un simple essai de perte de masse.

2.3.2. Conditions aux limites

Les conditions aux limites hydriques peuvent être de deux types : de convection et de concentration imposée. Les échanges par convection sont provoqués par une différence d'humidité relative entre l'air ambiant et la porosité du béton. Les échanges dus à des concentrations imposées peuvent quant à eux être rencontrés dans le cas de cure humide par exemple.

Le flux de masse d'eau perdue par les échanges convectifs est calculé de la façon suivante :

$$q_{CV} = \beta_W \cdot C_{VS}(\psi(W) - \psi_{ext}) \tag{II-14}$$

Où : - β_W est le coefficient de transfert de masse, fonction de la vitesse de l'air près de la surface (Mensi [MENSI ET AL. 88] indique par exemple que $\beta_W = 12{,}56\ m/h$ pour une pièce calme)

- C_{VS} est la concentration de vapeur saturante

Ces paramètres seront bien sûr modifiés par les conditions ambiantes telles que la température [SONEBI ET AL. 07] ou la vitesse de l'air au niveau de la surface [ACI 305R-99].

Afin d'exprimer les conditions aux limites hydriques en fonction de la teneur en eau dans le béton (au lieu de l'humidité relative), on peut approximer l'isotherme de désorption entre 50% et 100% d'humidité relative par une parabole [GRANGER 95].

Sachant que quand $\psi = 100\%$ la teneur en eau est égale à W_0 (valeur à saturation) et que pour $\psi = \psi_{ext}$ (avec $\psi_{ext} \geq 50\%$) la teneur en eau est égale à W_{eq} (teneur en eau à l'équilibre) on obtient finalement :

$$\psi = 1 - \frac{1-\psi_{ext}}{\left(W_0 - W_{eq}\right)^2}\left(W_0 - W\right)^2 \qquad \text{(II-15)}$$

Le flux de masse d'eau sortant s'exprime alors de la façon suivante :

$$q_{CV}(t) = \left(1-\psi_{ext}\right)\cdot\beta_W \cdot C_{VS}\,\frac{2W_0 - W_{eq} - W(t)}{\left(W_0 - W_{eq}\right)^2}\left(W(t) - W_{eq}\right) \qquad \text{(II-16)}$$

La détermination de la teneur en eau W_{eq} correspondant à l'humidité relative extérieure se fait par l'exploitation des isothermes de désorption. Nous choisissons d'utiliser l'isotherme de Xi [XI ET AL. 94a] dont l'expression est la suivante :

$$\frac{W_{eq}}{W_0} = \frac{E\cdot k\cdot V_m\cdot\psi_{ext}}{\left(1-k\cdot\psi_{ext}\right)\left[1+\left(E-1\right)\cdot k\cdot\psi_{ext}\right]} \qquad \text{(II-17)}$$

Avec : - W la teneur en eau

- W_0 la teneur en eau pour le matériau saturé
- ψ_{ext} l'humidité relative extérieure (comprise entre 0 et 100%)
- E, k et V_m sont des paramètres de calage propres au matériau qui prennent en compte l'effet par exemple de la tortuosité, du rayon des pores, ….

Faute de disposer du temps nécessaire pour effectuer un essai, ces trois paramètres de calage peuvent être déterminés à partir des lois empiriques proposées par Xi qui sont basées sur l'exploitation d'un grand nombre d'essai.

2.4. Equation de conservation de la chaleur

2.4.1. Mise en équation

Comme nous l'avons vu précédemment, la température d'une structure au jeune âge est affectée par le dégagement de chaleur produit par l'hydratation mais aussi par les échanges thermiques avec l'environnement. Ces variations de température au sein de la structure sont gérées par la loi de conservation de la chaleur (Eq. (II-18)) :

$$\begin{cases} \rho c \cdot \dot{T} = div\left(-\lambda \cdot \overrightarrow{grad}\ T\right) + \sum \left(Q_{th\,i}^{T} \cdot f_i \cdot \dot{\alpha}_i\right) \\ + \text{ conditions initiales} \\ + \text{ conditions aux limites} \end{cases} \quad \text{(II-18)}$$

Les caractéristiques thermiques du béton nécessaires à la résolution de cette équation sont déterminées à partir de la composition massique de ce béton, comme nous l'avons vu au chapitre I.

On rappelle ainsi que la capacité thermique massique se calcule à partir des capacités de chaque composé présentées dans le Tableau I-3 du chapitre I:

$$c = \sum_i f_i c_i \quad \text{(II-19)}$$

La conductivité thermique se détermine à partir de la nature des granulats selon le Tableau I-4 du chapitre I.

2.4.2. Conditions aux limites

En conditions réelles, la structure est soumise à son environnement et les températures de surface seront fortement affectées par les éventuels échanges de chaleur avec l'ambiance. Ces échanges, modélisés par l'introduction de conditions aux limites associées à l'équation (II-18), peuvent être de trois types : température imposée, échange par convection et rayonnement, et flux solaire imposé à la surface.

- Echange par température imposée

Le type d'échange le plus simple est celui obtenu par température imposée à la surface. Celui-ci est en effet traité par une condition de Dirichlet : $T_{paroi} = T_{\infty}$, où T_{∞} est la température du milieu ambiant.

➢ Echange par convection et rayonnement

Les échanges par convection et rayonnement se produisent lorsque la température de surface est différente de la température de l'air ambiant. Un flux de chaleur se crée alors entre la surface et l'environnement et son intensité est proportionnelle à la différence de température (Eq. (II-20)) :

$$\left[H_{eq}\left(T_{\infty}-T_{paroi}\right)\right]\cdot\vec{n}-\lambda\cdot\overrightarrow{grad}\,T=0 \qquad \text{(II-20)}$$

Le coefficient d'échange H_{eq} pilotant cet échange est un coefficient d'échange équivalent prenant en compte les échanges par convection et rayonnement ainsi que les échanges par conduction à travers le coffrage et les éventuels systèmes d'isolation présents en surface.

Un modèle série peut être utilisé pour modéliser, par le coefficient d'échange H_{eq}, le système "échange avec l'air" associé à un coffrage (Figure II-4) :

$$\frac{1}{H_{\text{eq}}}=\frac{1}{H_{c+r}}+\frac{e_f}{\lambda_f} \qquad \text{(II-21)}$$

Où : - H_{eq} est le coefficient d'échange équivalent

- H_{c+r} est le coefficient d'échange global avec l'air
- e_f et λ_f sont l'épaisseur et la conductivité du coffrage

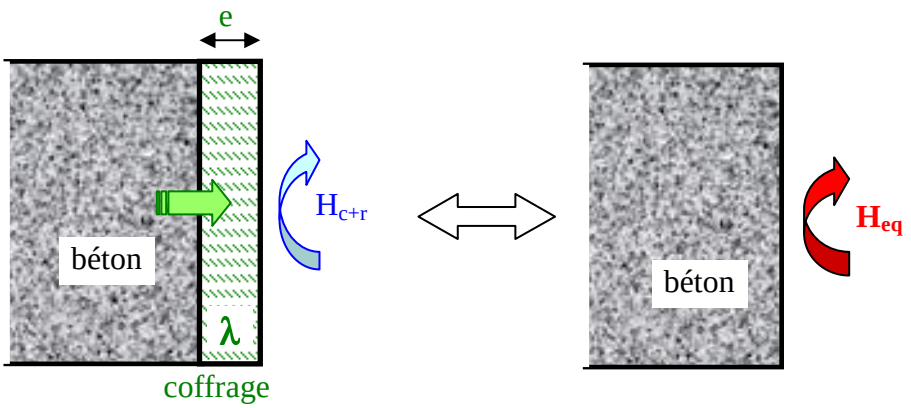


Figure II-4 : Principe du modèle série pour le calcul du coefficient d'échange équivalent

Le coefficient d'échange avec l'air H_{c+r} prend en compte les échanges convectifs et radiatifs subis. Les échanges convectifs avec l'air sont calculés à partir de la vitesse du vent à laquelle est soumise la surface considérée [MC ADAMS 54] comme indiqué dans l'équation (II-22) :

$$H_{c+r} = H_{rad} + H_{air} \quad \text{et} \quad H_{air} = a \cdot S_w^{\ b} \qquad \text{(II-22)}$$

Où : - H_{rad} est le coefficient d'échanges radiatif avec l'air

- H_{air} est le coefficient d'échanges convectif avec l'air
- S_w est la vitesse du vent (en m/s)
- a et b sont des paramètres de calage [MC ADAMS 54]

➢ Flux solaire imposé

Lors de la construction d'ouvrages dans des régions subissant un fort ensoleillement, les échanges convectifs ne permettent pas à eux seuls de reproduire le comportement thermique de l'ouvrage en surface. En effet le flux solaire arrivant sur les faces exposées de la structure contribuent à l'échauffement de la paroi. La Figure II-5 illustre à ce propos l'effet d'un important flux solaire (tel que l'on peut le rencontrer en Egypte) sur un bloc de béton inerte.

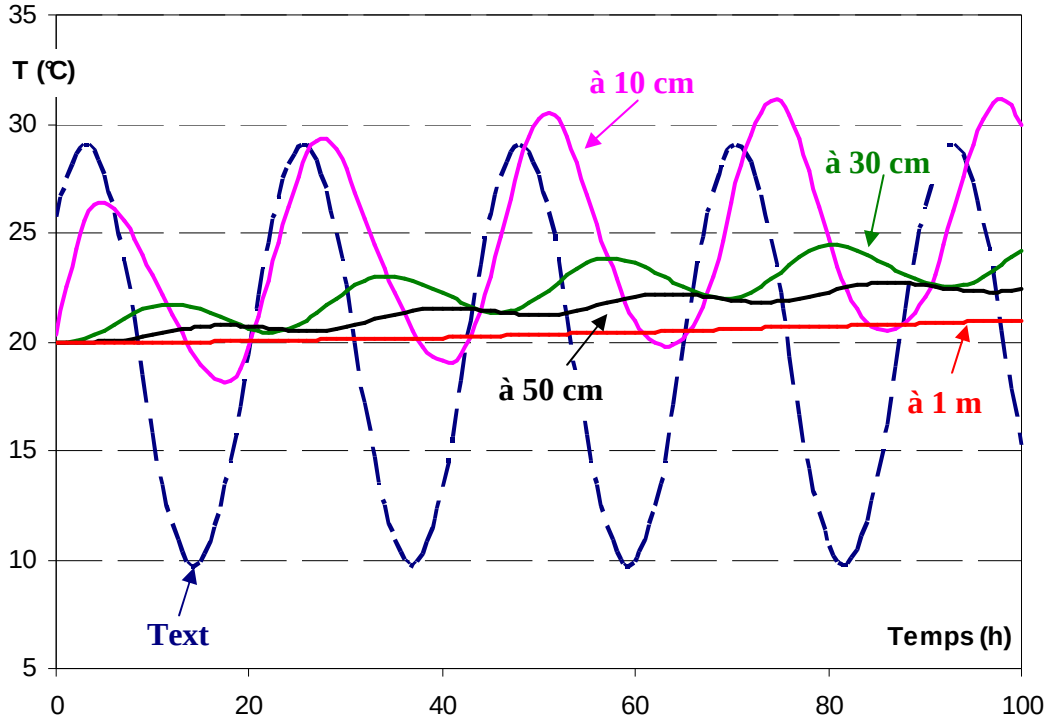


Figure II-5 : Evolution de la température d'un bloc de béton inerte soumis à une température extérieure variable (sinusoïdale) et à un flux solaire imposé (les distances indiquent les profondeurs des mesures par rapport à la surface horizontale supérieure)

Cette figure met bien en évidence que l'on ne peut pas négliger l'effet du flux solaire sur les structures puisque celui-ci conduit à un échauffement sensible jusqu'à 1 mètre en dessous de la surface exposée.
De plus la prise en compte de celui-ci est très importante pour une bonne estimation du gradient de température à l'origine de désordres mécaniques. En effet, on voit que négliger le flux solaire dans nos calculs peut conduire à une surestimation du gradient puisque le flux solaire augmente la température de surface.
Pour des simulations de structures coulées en pays subissant un fort ensoleillement, il faudra donc imposer un flux sur les surfaces exposées.

S'il n'est pas mesuré, le flux solaire peut être évalué à partir de calculs géométriques de positionnement du soleil vis-à-vis de la région, de la période d'étude et des conditions d'exposition de la surface considérée [ROULET 87].

3. Mise en œuvre numérique

3.1. Principe général de couplage

La résolution de ce modèle couplé se fait par discrétisation du problème dans l'espace et dans le temps. La discrétisation en espace se fait grâce à l'utilisation d'éléments finis de type Galerkine. La discrétisation en temps est réalisée par différence finie (théta-méthode).
Le couplage entre hydratation, thermique, et hydrique se fait à chaque pas de temps à travers la cinétique d'hydratation, le calcul des termes de source thermique et de puits hydrique :

$\dot{\alpha}_i = A_i \cdot g_i(\alpha, W) \cdot \Pi_i(\bar{r}_m) \cdot h_i(T) \cdot s_i$ ➔ Thermique + Hydrique → Hydratation
Puits d'eau : $\sum \left(Q_{th\,i}^{W} \cdot f_i \cdot \dot{\alpha}_i \right)$ ➔ Hydratation → Hydrique
Source de chaleur : $\sum \left(Q_{thi}^{T} \cdot f_i \cdot \dot{\alpha}_i \right)$ ➔ Hydratation → Thermique

La résolution numérique du problème physique est faite pas à pas en couplant les 3 équations du système multiphasique. Le problème physique est discrétisé à l'aide les intégrales variationnelles par la méthode de Gauss ce qui rend le problème linéaire sur le pas de temps.

Les calculs hydriques et thermiques intègrent les avancements des réactions dans leur terme source qui sont évalués aux points de Gauss. La dépendance des termes sources aux champs d'hydratation crée le couplage. La méthode de résolution est implicite, elle consiste à chercher les champs T et W compatibles avec les champs d'hydratation $\dot{\alpha}_i$ eux-mêmes fonction de T et W. La résolution du système est itérative (cf. Figure II-6), le critère d'arrêt consiste à stabiliser les champs T et W suivant les critères suivants :

$$\begin{cases} T_{i+1_{j+1}} - T_{i+1_j} \leq \varepsilon_T \\ W_{i+1_{j+1}} - W_{i+1_j} \leq \varepsilon_W \end{cases} \quad \text{(II-23)}$$

Les variables ε_T et ε_W étant des critères de convergence définies par l'utilisateur.

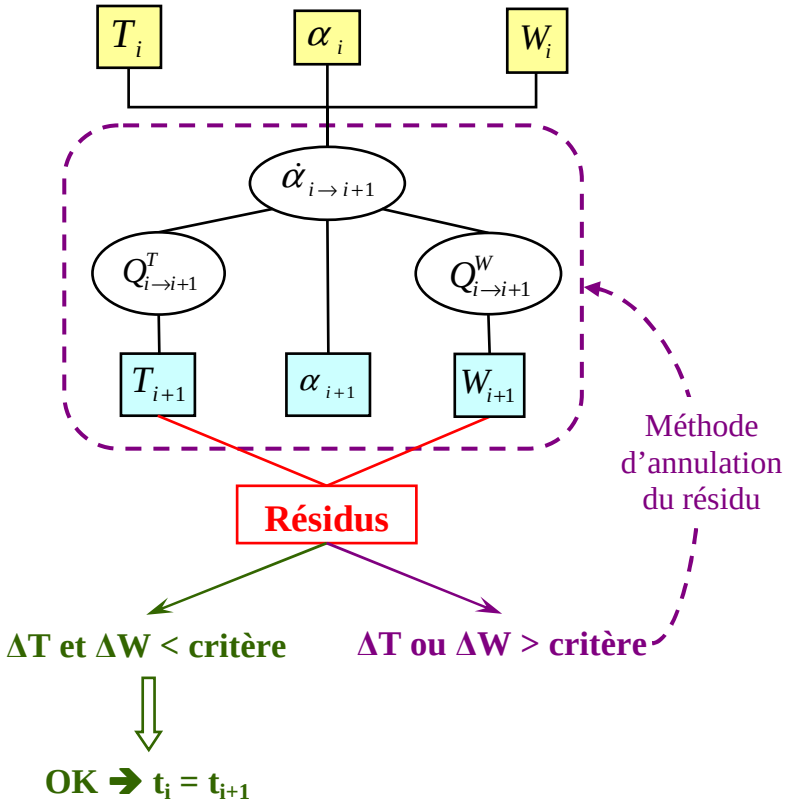


Figure II-6 : Schéma de la méthode itérative de résolution sur un pas de temps

3.2. Implantation dans CASTEM

Le programme de résolution numérique des équations couplées d'hydratation, de thermique et d'hydrique est intégré dans une procédure CASTEM appelée HYDRAC1.

La Figure II-7 résume les entrées et sorties de cette procédure d'hydratation multiphasique.

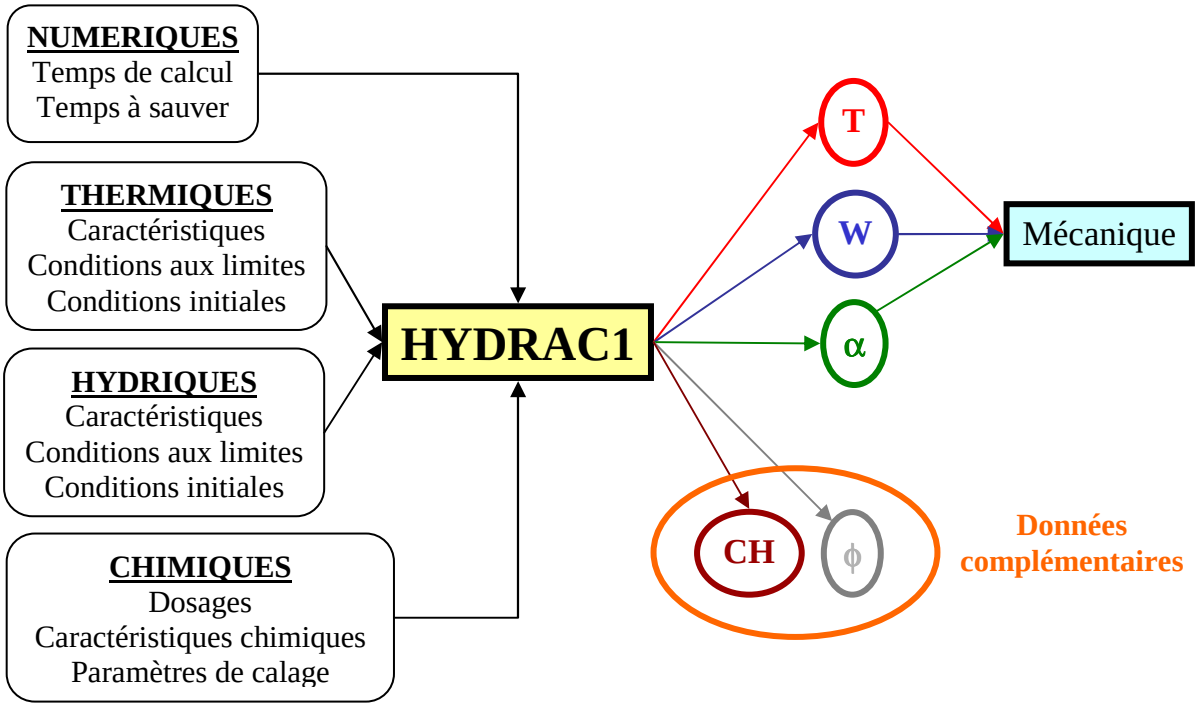


Figure II-7 : Schéma des paramètres d'entrée et de sortie de la procédure d'hydratation

La procédure HYDRAC1 permet donc, pour une structure donnée, de connaître l'évolution de la température, de la concentration en eau et des degrés d'hydratation, données qui nous permettront de quantifier le risque de fissuration en les utilisant comme données d'entrée du modèle mécanique. Comme elles sont nécessaires pour le calcul des cinétiques de réaction, la procédure HYDRAC1 nous permet également d'accéder à la concentration en portlandite dans la pâte et à la porosité du béton pour chaque temps de calcul.

4. Méthode de détermination des paramètres de la loi d'hydratation

4.1. Données matériau

4.1.1. Principe général

Nous rappelons ici les paramètres d'entrée associés à chaque partie d'équation (équations (II-1) à (II-11)). Ainsi la Figure II-8 présente de façon schématique "l'utilisation" qui est faite de chacun de ces paramètres dans le calcul de la loi cinétique.

Ce schéma est à reproduire pour chaque anhydre introduit, tous les paramètres d'entrée cités (excepté le dosage en eau) étant propre à chaque anhydre.

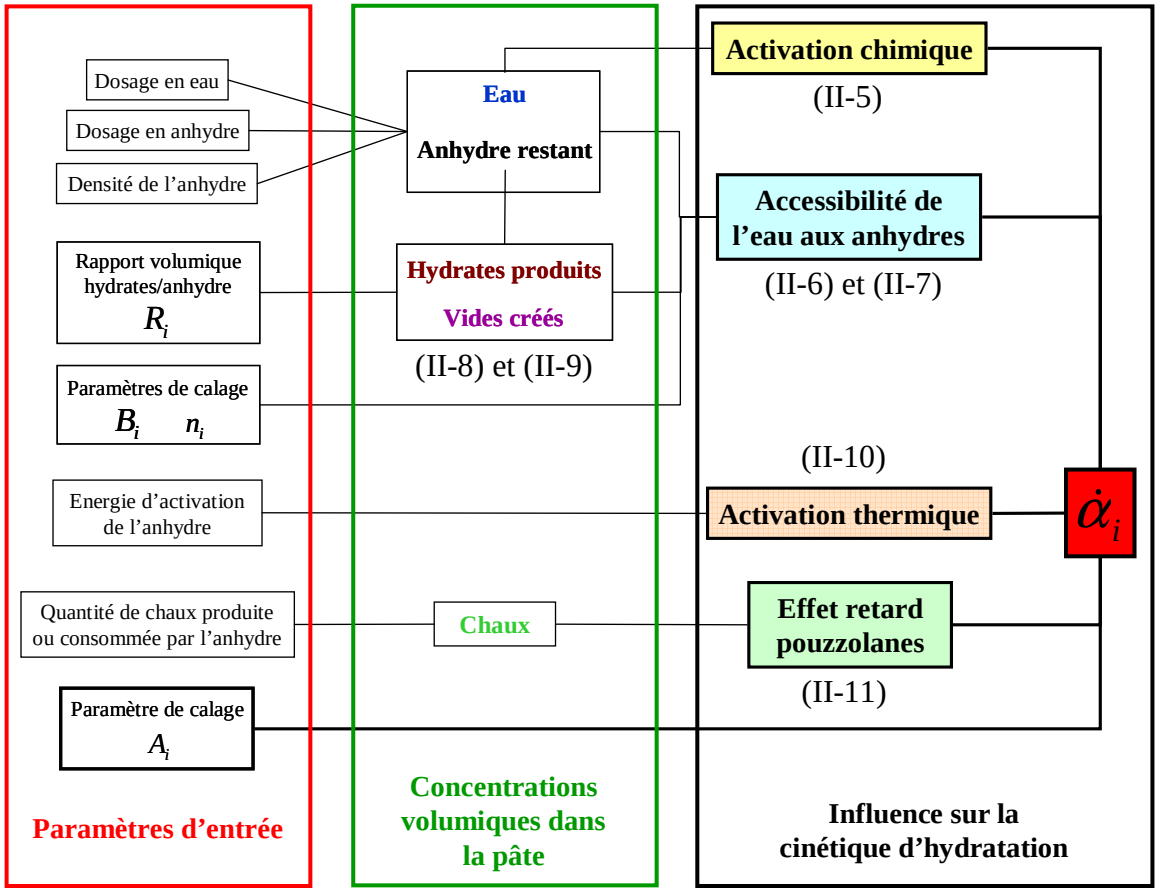


Figure II-8 : Principe d'utilisation des paramètres d'entrée du modèle

Le principe général de détermination de ces paramètres est présenté sur la Figure II-9.

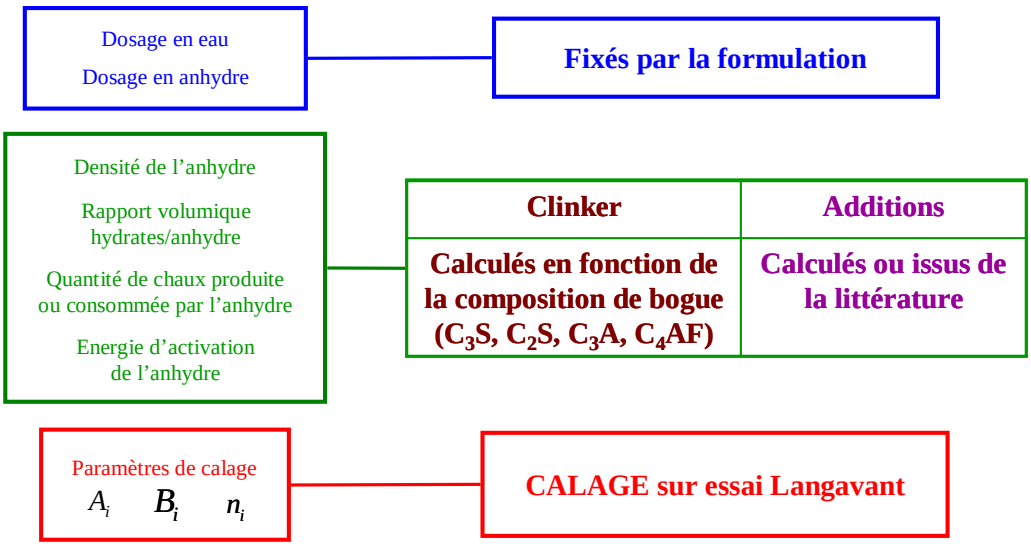


Figure II-9 : Principe de détermination des paramètres d'entrée du modèle

4.1.2. Méthode de détermination des paramètres du clinker*

➢ Paramètres déterminés à partir de la composition de Bogue

Si la composition de Bogue n'est pas fournie sur la fiche technique du clinker étudié, on la détermine à partir de la composition chimique du ciment selon les formules suivantes [BOGUE 52].

$$\begin{cases} C_3S = 4{,}07C^* - 7{,}6S^* - 6{,}72A - 1{,}43F - 2{,}85\overline{S} \\ C_2S = 2{,}87S^* - 0{,}754C_3S \\ C_3A = 2{,}65A - 1{,}69F \\ C_4AF = 3{,}04F \\ C\overline{S} = 1{,}7\overline{S} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} C^* = CaO_{tot} - CaO_{libre} \\ S^* = SiO_2 \text{ soluble} \end{cases} \qquad \text{(II-24)}$$

Cette composition massique en anhydres élémentaires du clinker permet de déterminer l'énergie d'activation et la densité de celui-ci ainsi que le dégagement de chaleur et la quantité de chaux produite par l'hydratation complète d'une unité massique de clinker.

Tout d'abord, d'après Schindler [SCHINDLER 04], l'énergie d'activation d'un clinker peut être déterminée à partir de sa teneur en C_3A et C_4AF et de sa finesse.

Il donne :

$$Ea = 22100 \cdot {p_{C_3A}}^{0,3} \cdot {p_{C_4AF}}^{0,25} \cdot {S_{Blaine}}^{0,35} \qquad \text{(II-25)}$$

Où : - p_i est la fraction massique d'anhydre élémentaire (C_4AF, C_3A) dans le ciment

- S_{Blaine} est la surface spécifique de Blaine du clinker (m^2/kg)

La densité du clinker est également facilement obtenue en utilisant les masses volumiques de chaque anhydre élémentaire (Tableau II-1).

De même, la quantité de chaleur dégagée par l'hydratation complète d'un gramme de clinker est déterminée directement à partir de la composition de Bogue et des dégagements de chaleur théoriques associés à chaque anhydre (Tableau II-1).

$$Q_{th}^T = \sum_i p_i \cdot Q_{th\,i}^T \qquad \text{(II-26)}$$

Où p_i est la fraction massique d'anhydre i dans le ciment.

* On rappelle que nous appelons également "clinker" les ciments CEM I

Anhydre	ρ (kg/l)	Q_{th}^{T} (J/g)
C_3S	3,21	517
C_2S	3,28	262
C_3A	3,03	1144
C_4AF	3,73	418
$C\bar{S}$	2,32	

Tableau II-1 : Caractéristiques physico-chimique des anhydres du clinker [LEA 70]

Enfin, comme seules les réactions d'hydratation du C_3S et du C_2S produisent de la portlandite, la quantité molaire de chaux produite est déterminée à partir des proportions molaires de chacune de ces deux phases et des équations de réaction données au paragraphe suivant.

$$Q_{CH} = 1{,}35 \cdot \left(\frac{M_{CH}}{M_{C_3S}} \cdot p_{C_3S} \right) + 0{,}35 \cdot \left(\frac{M_{CH}}{M_{C_2S}} \cdot p_{C_2S} \right) \qquad \text{(II-27)}$$

Où : - Q_{CH} est la quantité de portlandite produite par l'hydratation du clinker (en g/g)

- p_i est la fraction massique d'anhydre élémentaire (C_3S, C_2S) dans le ciment

- M_i est la masse molaire

➢ <u>Paramètres déterminés à partir des quantités et du type d'hydrates formés</u>

Comme nous l'avons vu au chapitre bibliographique, l'hydratation du clinker résulte des réactions avec l'eau de quatre composés anhydres. Les équations de réactions de ces quatre composés sont rappelées ci-dessous.

$$\begin{aligned}
&C_3S + 3{,}8H \rightarrow C_{1,65}SH_{2,45} + 1{,}35CH + \vec{Q} \\
&C_2S + 2{,}8H \rightarrow C_{1,65}SH_{2,45} + 0{,}35CH + \vec{Q} \\
&C_3A + gypse + xH \rightarrow \left(C_4A\bar{S}H_{12}, C_3AH_6, C_6A\bar{S}_3H_{32}\right) + \vec{Q} \\
&C_4AF + gypse + xH \rightarrow \left(AFm, AFt, C-AF-H\right) + \vec{Q}
\end{aligned} \qquad \text{(II-28)}$$

On rappelle que nous considérons que l'hydratation du clinker conduit à la production de C-S-H de rapport C/S 1,65 [BROWN ET AL. 84] et contenant 1,65 + 0,8 moles d'eau (pour un matériau non saturé) [ADENOT 92], de portlandite, d'hexahydrates (C_3AH_6), de monosulfoaluminates de calcium hydratés ($C_4A\bar{S}H_{12}$) et d'ettringite ($C_6A\bar{S}_3H_{32}$) ainsi que des phases ferritiques associées au sulfoaluminates.

La détermination des volumes d'hydrates formés et de la quantité d'eau associée nécessite des hypothèses sur le type d'hydrates formés [ADENOT 92] et plus particulièrement sur le type d'hydrates à base d'aluminates. Ces quantités nous permettront de calculer les paramètres R_i et $Q_{th\,i}^{W}$ du modèle multiphasique.

La première hypothèse repose sur la formation d'ettringite. On peut alors calculer les nombres de moles d'hydrates formés (notés $n(X)$) à partir de ceux des ions réactifs [ADENOT 92] :

$$\begin{aligned} n(Aft,\, C_6A\bar{S}_3H_{32}) &= 0{,}5\cdot n(S^{2-}) + 0{,}25\cdot n(Al^{3+}) \\ n(Afm,\, C_4A\bar{S}H_{12}) &= -0{,}5\cdot n(S^{2-}) + 0{,}75\cdot n(Al^{3+}) \\ n(CH) &= -1{,}65\cdot n(Si^{4+}) - n(S^{2-}) - 1{,}5\cdot n(Al^{3+}) + n(Ca^{2+}) \\ n(C-S-H) &= n(Si^{4+}) \end{aligned} \qquad \text{(II-29)}$$

La seconde hypothèse repose sur la formation d'hexahydrates au lieu de l'ettringite. On obtient les relations suivantes [ADENOT 92] :

$$\begin{aligned} n(C_3AH_6) &= n(S^{2-}) \\ n(Afm,\, C_4A\bar{S}H_{12}) &= -n(S^{2-}) + 0{,}5\cdot n(Al^{3+}) \\ n(CH) &= -1{,}65\cdot n(Si^{4+}) - n(S^{2-}) - 1{,}5\cdot n(Al^{3+}) + n(Ca^{2+}) \\ n(C-S-H) &= n(Si^{4+}) \end{aligned} \qquad \text{(II-30)}$$

Le volume des hydrates créés et la quantité d'eau consommée sont déterminés à partir de la composition chimique du clinker fournie par les cimentiers (nous donnant les nombres de moles des équations précédentes) et des données du Tableau II-2.

Hydrate	Volume molaire (cm^3/mol)	Demande en eau (mol/mol)
CH	33,1	1
$C_{1,7}SH_{(1,7+0,8)}$	108	2,45
$C_4A\bar{S}H_{12}$	313	12
C_3AH_6	150	6
$C_6A\bar{S}_3H_{32}$	735	32

Tableau II-2 : Caractéristiques physico-chimique des hydrates formés par l'hydratation du clinker [TAYLOR 90]

4.1.3. Détermination des paramètres des additions pouzzolaniques

➢ Rappel des équations de réactions

On rappelle que les réactions pouzzolaniques sont les réactions de la chaux produite par l'hydratation du clinker avec :

1- la silice pour les fumées de silice
2- la silice et l'alumine pour les cendres volantes

On retient des réactions présentées au chapitre I les équations suivantes.

$$\begin{aligned} &S + 1{,}15CH + 2{,}75H \rightarrow C_{1{,}15}SH_{2{,}9} \\ &A + 3CH + 3H \rightarrow C_3AH_6 \\ &A + S + 2CH + 6H \rightarrow C_2ASH_8 \\ &A + 0{,}7S + 3CH + 1{,}5H \rightarrow C_3AS_{0{,}7}H_{4{,}5} \end{aligned} \qquad \text{(II-31)}$$

➢ Données déduites des réactions

Les quantités de chaux et d'eau consommée ainsi que les volumes des hydrates formés par les réactions pouzzolaniques sont donc déterminés à partir des équations de réactions présentées et des données du Tableau II-3.

Hydrate	Chaux consommée (mol/mol)	Demande en eau (mol/mol)	Volume molaire (cm^3/mol)
$C_{1,15}SH_{2,9}$	1,15	2,75	88,1
C_3AH_6	3	3	150
C_2ASH_8	2	6	215,6
$C_3AS_{0,7}H_{4,5}$	3	1,5	(-)

Tableau II-3 : Caractéristiques physico-chimique des hydrates formés par les réactions pouzzolaniques

➢ Données extraites de la littérature

Les quantités de chaleur théorique et les énergies d'activation apparentes des composés pouzzolaniques sont ici tirées de la littérature. Après une étude faite sur de nombreuses cendres volantes et fumées de silice, Waller montre que celles-ci peuvent en effet être considérées comme quasi-constantes quel que soit le type de cendres volantes ou de fumées de silice [WALLER 99].

Ces valeurs ainsi que celles proposées par d'autres auteurs sont reportées dans le Tableau II-4.

	Fumées de silice	Cendres volantes
Ea/R (K)	11400 [WALLER 99]	12000 [WALLER 99] 4400-8300 [BIERNACKI ET AL. 01] 5000 [KISHI ET AL. 94]
Q_{th}^{T} (J/g)	860 ± 30 [WALLER 99]	560 ± 50 [WALLER 99]

Tableau II-4 : Energies d'activation et chaleur d'hydratation des additions pouzzolaniques

4.1.4. Détermination des paramètres des laitiers

➢ Equations de réactions

Regourd [REGOURD 80] résume les observations faites sur les produits d'hydratation des ciments aux laitiers.

Elle indique que la réaction des laitiers avec la chaux du clinker produit les hydrates suivants :

$$laitiers + aCH + bH \rightarrow \left(C_xS_yH_z, C_4AH_{13}, C_3ASH_4\right) \quad \text{(II-32)}$$

Elle ne donne cependant pas de données plus précises concernant la composition chimique des C-S-H. Compte tenu de la faible teneur en chaux des laitiers, on peut supposer en première approximation que les C-S-H formés sont proches des C-S-H formés par les réactions pouzzolaniques ($C_{1,15}SH_{2,9}$).

➢ Données déduites des réactions

Les quantités de chaux et d'eau consommée ainsi que les volumes des hydrates formés par les réactions sont donc déterminés à partir des équations présentées et des données du Tableau II-3.

Hydrate	Chaux consommée (mol/mol)	Demande en eau (mol/mol)	Volume molaire (cm^3/mol)
$C_{1,15}SH_{2,9}$	1,15 – CH(laitier)	2,75	88,1
C_4AH_{13}	4 – CH(laitier)	9	219
C_3ASH_4	3 – CH(laitier)	1	(-)

Tableau II-5 : Caractéristiques physico-chimique des hydrates formés à partir des laitiers

➢ Données extraites de la littérature

Comme pour les additions pouzzolaniques, les quantités de chaleur théorique et les énergies d'activation des laitiers sont ici tirées de la littérature. On note cependant peu de données disponibles sur ces composés. On peut reporter les valeurs données par [KISHI ET AL. 94] et [DE SCHUTTER ET AL. 95] (Tableau II-6).

	De Schutter	Kishi
Ea/R (K)	5400-9600	5000
Q_{th}^{T} (J/g)	(-)	460

Tableau II-6 : Energies d'activation et chaleur d'hydratation des laitiers

4.2. Paramètres de calage

4.2.1. Principe général de calage

Nous rappelons ici que seulement trois paramètres (A, B et n) des lois de cinétique de réactions nécessitent d'être calés sur un essai, les autres étant déterminés, comme nous venons de le voir, de façon explicite à partir de la composition chimique de l'anhydre. Nous relevons ici un des avantages du modèle puisque le calage est ainsi rendu fiable car agissant sur peu de paramètres.

Le calage se fait sur un essai de calorimétrie caractérisant l'hydratation de manière indirecte à savoir par la quantité de chaleur dégagée. Les trois paramètres du modèle sont calés sur la courbe de dégagement de chaleur obtenue par l'essai au moyen de la méthode des moindres carrés (la description de l'essai est faite au paragraphe suivant).

Lorsque l'on veut étudier un liant composé, le calage des paramètres de chaque composé anhydre se fait par calage successif :

1- les paramètres du clinker sont calés sur un essai réalisé avec le clinker ;
2- les paramètres de la première addition sont calés sur un essai réalisé avec un mélange clinker, 1ère addition (les paramètres du clinker étant connus) ;
3- les paramètres de l'addition suivante sont calés sur un essai réalisé avec un mélange clinker, 1ère addition et 2ème addition (les paramètres des deux premiers composés étant connus) ;
4- et ainsi de suite autant de fois que d'additions…

On note également que dans le cas d'un ciment composé de type CEM II à CEM V, le calage des paramètres caractérisant l'hydratation de ses différentes phases se fait en décomposant le ciment en clinker de base et additions.

4.2.2. Description de l'essai de calorimétrie semi adiabatique [NF EN 196-9]

Les essais quasi-adiabatiques sont réalisés dans des calorimètres pour lesquels les déperditions thermiques sont relativement faibles. L'élévation de température est amoindrie par ces pertes à travers les parois du calorimètre, mais une correction est effectuée grâce à un étalonnage préalable afin de retrouver le dégagement de chaleur dû à l'hydratation. Cet étalonnage permet en effet de déterminer la capacité calorifique du calorimètre ainsi que les pertes subies en fonction de la température à l'intérieur de celui-ci. On peut alors, grâce à la mesure des variations de températures à l'intérieur du calorimètre, calculer, à chaque échéance de mesure, la quantité de chaleur dégagée par l'hydratation.

Les essais sont ici réalisés avec un calorimètre "Langavant" dans une pièce climatisée dont la température est fixée à 20°C. Cet essai permet d'obtenir le dégagement de chaleur au cours de l'hydratation du liant que l'on souhaite tester. Ce dégagement de chaleur étant représentatif de l'avancement des réactions du liant avec l'eau (hydratation ou réactions pouzzolaniques), l'essai est bien adapté au calage de notre modèle multiphasique. Il permettra cependant de caractériser l'avancement de ces réactions seulement à court terme (au maximum jusqu'à 7 jours) car la précision du calcul d'estimation des pertes n'est bonne que lorsque celles-ci sont négligeables par rapport à la quantité de chaleur dégagée, c'est-à-dire au début des réactions. Ainsi, au bout de 7 jours et pour la plupart des liants, la quantité de chaleur dégagée est assez faible et devient du même ordre que les pertes. Le calcul permettant de se ramener à des conditions adiabatiques est donc, à partir de cette échéance, fortement entaché d'erreurs.

4.3. Etude de sensibilité

Nous n'étudierons ici que l'influence des paramètres d'entrée de la loi cinétique sur la température, la teneur en eau et le degré d'hydratation. En effet, les paramètres des lois de conservation (chaleur et masse d'eau) sont des paramètres de transfert classiques pour lesquels une telle étude de sensibilité n'est pas nécessaire.

L'étude de sensibilité est faite sur une pièce adiabatique et endogène afin de s'affranchir de tout couplage avec les transferts thermiques et hydriques. L'influence de chaque paramètre sur les trois réponses du modèle (α, T, W) est étudiée en diminuant tour à tour chacun des paramètres de 20% par rapport à une valeur de base (indicée VB).

L'étude de sensibilité est faite sur l'hydratation d'un ciment CEM I afin de découpler l'influence des paramètres de la loi cinétique des interactions avec l'hydratation des autres phases et ainsi évaluer de façon fiable l'impact des paramètres de cette loi.

Les paramètres étudiés sont :

1- le volume des hydrates produits par l'espèce / volume de l'espèce ($R_{i\,VB}$ =1.83 m^3/m^3);
2- la masse d'eau consommée par hydratation complète d'une unité de masse de ciment ($Q_{th\,VB}^{W} = 0{,}32 g/g$);
3- la masse volumique du ciment (ρ_{VB} =3200 kg/m^3);
4- l'énergie d'activation apparente du ciment (Ea/R_{VB} =4500 K);
5- le dégagement de chaleur par hydratation complète du ciment ($Q_{thVB}^{T} = 440\ J/g$).

Afin de quantifier uniquement l'influence de l'incertitude sur l'un des paramètres, l'étude est faite avec un recalage systématique des paramètres A, B et n sur l'essai Langavant. L'étude de l'impact des paramètres de la loi cinétique sans recalage sur un essai Langavant ne serait en effet d'aucun intérêt puisque le calage des paramètres A, B et n est indispensable pour toute utilisation fiable du modèle.

L'étude a montré que le recalage des paramètres A, B et n à partir l'essai Langavant permet de s'affranchir de l'influence des trois paramètres suivants : R_i, ρ, et Ea/R. Nous présenterons donc graphiquement sur la Figure II-10 seulement les résultats relatifs aux sous estimations de Q_{th}^{T} (courbes bleues) et de Q_{th}^{W} (courbes rouges), comparés aux résultats obtenus avec les valeurs de base (courbes et points noirs).

La Figure II-10(a) montre que le recalage permet bien de s'affranchir des influences de ces deux paramètres sur le dégagement de chaleur (et donc sur l'élévation de température). Les Figure II-10 (b) et (c) illustrent respectivement les influences sur le degré d'hydratation et sur la teneur en eau.

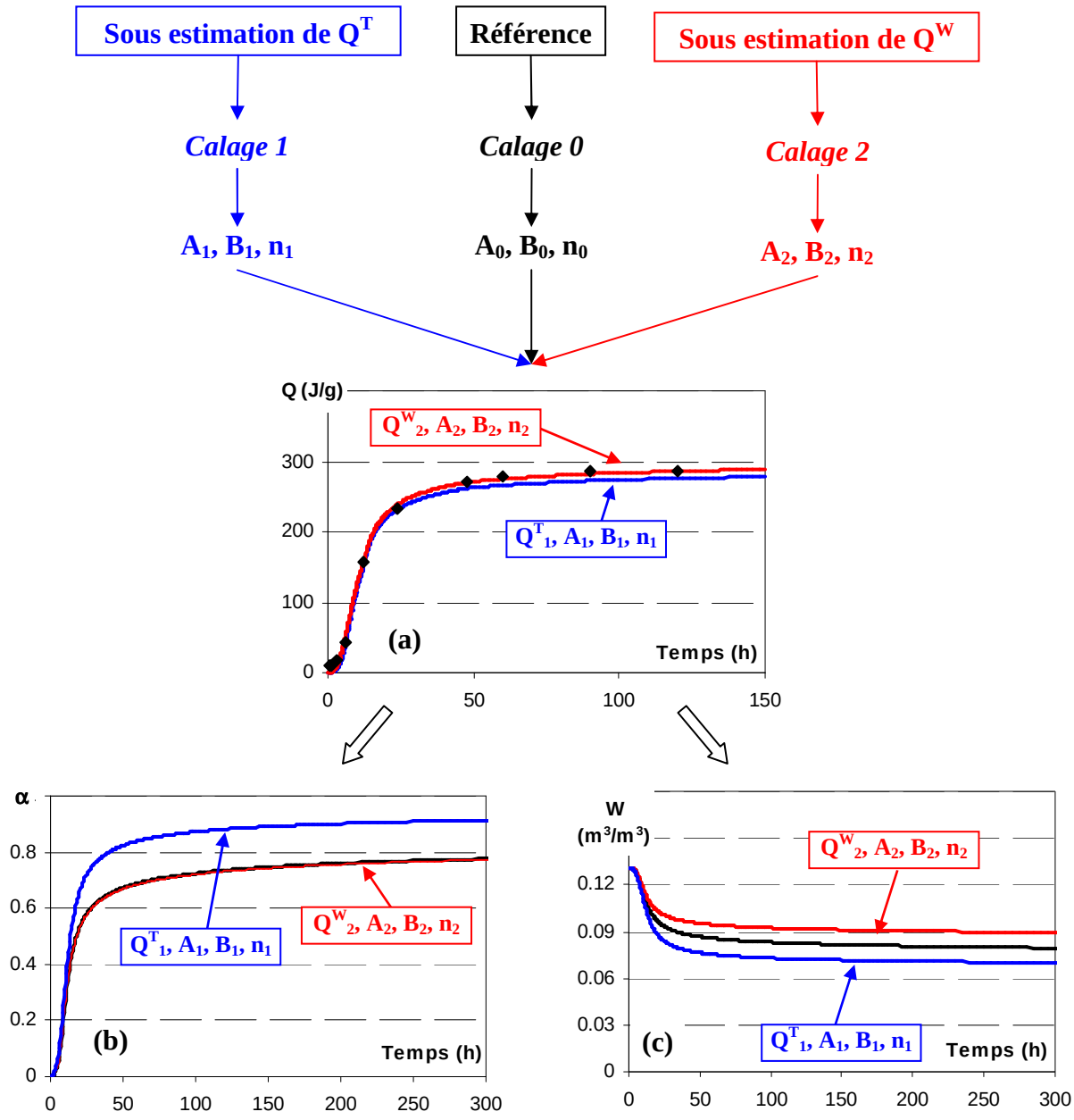


Figure II-10 : Influence des variations des paramètres sur T, α et W.

Pour le degré d'hydratation (courbe (b)), on constate que l'influence de la quantité de chaleur totale dégagée est du premier ordre.

En effet, la baisse de 20% que nous imposons sur la quantité de chaleur dégagée est compensée (grâce au recalage de A_1, B_1 et n_1 sur la Figure II-10 (a)) par une augmentation du développement de l'hydratation afin que le produit $\left(\dot{\alpha} \cdot Q_{th}^T\right)$ permette de retrouver la quantité de chaleur dégagée au cours de l'essai (courbe sur la Figure II-10 (a)).

Cette surestimation du degré d'hydratation conduit à une surestimation de la quantité d'eau consommée. On retrouve donc bien ici une quantité d'eau sous-estimée lorsque l'on diminue Q_{th}^{T} sur la Figure II-10 (c). Cette figure montre également que la demande en eau Q_{th}^{W} influence au premier ordre les variations de teneur en eau au cours de l'hydratation.

Dans le cas d'une application mécanique ou hydrique, un soin particulier devra donc être apporté à la détermination de la demande en eau et du dégagement de chaleur maximal puisqu'ils influencent au premier ordre l'évolution de la teneur en eau dans le matériau et donc les phénomènes de retrait induits.
De la même façon, pour un calcul en vue d'une application mécanique, la quantité de chaleur maximale dégagée devra être déterminée avec soin car, bien que n'ayant pas d'effet sur la température, elle influence au premier ordre le degré d'hydratation et, par conséquence, modifiera le développement des résistances.

4.4. Tableau récapitulatif

Le tableau présenté ci-après permet de synthétiser la définition des paramètres de la loi d'hydratation, leur mode de détermination ainsi que leur influence sur les résultats du modèle (après recalage des paramètres A, B et n sur l'essai Langavant). L'impact d'une éventuelle imprécision sur la détermination de ces paramètres est évalué sur une échelle de 1 à 4 pour laquelle 1 représente un impact du premier ordre sur le résultat (donc très important).
De la même façon l'accessibilité des paramètres est évaluée selon l'échelle suivante :

- 1 = Valeur généralement disponible ;
- 2 =Facilement accessible (Langavant, densité, ...) ;
- 3 = Peu accessible (essais ou calculs longs).

Ce tableau fournit également quelques valeurs types (ou plages de variation) les paramètres concernant les CEM I (ces valeurs ayant été déterminés à partir de l'analyse de quatre ciments CEM I différents). Les plages de variation concernant les additions n'ayant pu être déterminés faute de résultats de Langavant sur de nombreuses additions.

Tableau II-7 : Tableau récapitulatif des paramètres d'entrée du modèle

Paramètre	Ri	ρ_{An}		Ea/R		Q_{th}^T	Q_{th}^W	A	B	n
Unité	m^3/m^3	kg/m^3		K		J/g	g/g			
Définition	volume d'hydrates produits par l'hydratation d'1 m^3 d'anhydre	masse volumique de l'anhydre		énergie d'activation apparente de l'anhydre		chaleur dégagée par l'hydratation complète d'1 g d'anhydre	quantité d'eau consommée par l'hydratation complète d'1 g d'anhydre	paramètres de calage de la loi cinétique		
Accessibilité	3	1		1		1	3	2	2	2
Méthode de détermination pour les CEM I	déterminé à partir de la composition chimique + hypothèses sur hydrates formés	donnée par les cimentiers	calcul à partir de la composition de Bogue	donnée par les cimentiers	calcul à partir de la teneur en C_3A et C_4AF + finesse	calcul à partir de la composition de Bogue	déterminé à partir de la composition chimique + hypothèses sur hydrates formés	**calage sur essai Langavant (avec A>0 ; B>0 ; 0<n<1)**		
Plages de variation pour les CEM I	1,82-1,85	3000-3250		2500-5700		420-450	0,32-0,33	Ces paramètres doivent absolument être recalés sur l'essai Langavant si l'on modifie un seul des paramètres chimiques		
Influence sur T	4	4		4		**2**	4			
Influence sur Ceau	4	4		4		**1**	**1**			
Influence sur alpha	3	3		4		**1**	3			

5. Validation du modèle en laboratoire

5.1. Etude calorimétrique de liants composés

5.1.1. Principe de l'étude

L'étude calorimétrique de liants composés va nous permettre d'évaluer la capacité du modèle à reproduire le comportement de liants ternaires ou quaternaires à partir de la connaissance des paramètres propres à chaque composé de ces liants. L'étude de ces différents liants sera faite grâce au test de calorimétrie semi-adiabatique de Langavant (cf. §4.2.2), étant donné que celui-ci caractérise bien l'évolution de l'hydratation au jeune âge.

La première étape de cette étude consistera à déterminer les paramètres du CEM I qui sera utilisé comme base à tous les liants composés testés (voir Annexe B). Trois additions différentes seront étudiées : une cendre volante, un laitier et une fumée de silice (voir Annexe B). Les paramètres associés à ces trois additions seront déterminés à partir d'essais Langavant sur les liants binaires (C+CV, C+L et C+FS). La validation de notre modèle se fera alors sur la comparaison des résultats numériques avec les mesures faites sur les liants ternaires et le liant quaternaire.

Le principe de validation établi est présenté dans le Tableau II-8.

Détermination des paramètres du clinker	CEM I		
Liants binaires : Détermination des paramètres des additions	CEM I + CV	CEM I + L	CEMI + FS
Liants ternaires : 1ère validation	CEM I + L + CV	CEM I + L + FS	CEM I + CV + FS
Liant quaternaire : 2nde validation	CEMI + L + CV + FS		

Tableau II-8 : Schéma de validation du modèle en laboratoire

Les 8 essais calorimétriques ainsi effectués sont faits sur des mortiers présentant des dosages identiques, seule la composition du liant est adaptée. Cette formulation est rapportée dans le Tableau II-9.

Composé	Masse introduite (g)
Liant	350
Eau	175
Sable	1050

Tableau II-9 : Formulation des mortiers testés dans l'essai Langavant

Le liant sera toujours composé de 60% en masse de CEM I et 40% d'additions (20% de chaque addition pour les liants ternaires et 13,3% de chaque addition pour le liant quaternaire).

5.1.2. Calage des paramètres des composés

Comme nous l'avons exposé au paragraphe 4.2.1, les paramètres du CEM I sont d'abord calés sur un essai sur ciment pur. Les paramètres des trois additions sont ensuite déterminés à partir d'essais réalisés sur les liants binaires (CEM I + 1 addition).

Le Tableau II-10 présente les paramètres ainsi déterminés et la Figure II-11 donne les résultats du calage des trois liants binaires.

	Ciment	CV	FS	L
Q_{th}^{T} (J/g)	435,6	560	836	900
Ea/R (K)	5693	12000	11600	5000
Q_{th}^{W} (g/g)	0,32	0,57	0,54	0,55
Q_{CH} (g/g)	0,27	-0,93	-0,83	-0,85
R (m^3/m^3)	1,83	1,3	1,34	1,32
ρ (g/cm^3)	3,17	2,2	2,2	2,2
A	$3,17.10^{8}$	$5,0.10^{30}$	$4,88.10^{20}$	$6,06.10^{19}$
B	1,147	30,0	11,19	30,89
n	0,593	0,098	0,260	0,079

Tableau II-10 : Paramètres déterminés pour chaque phase

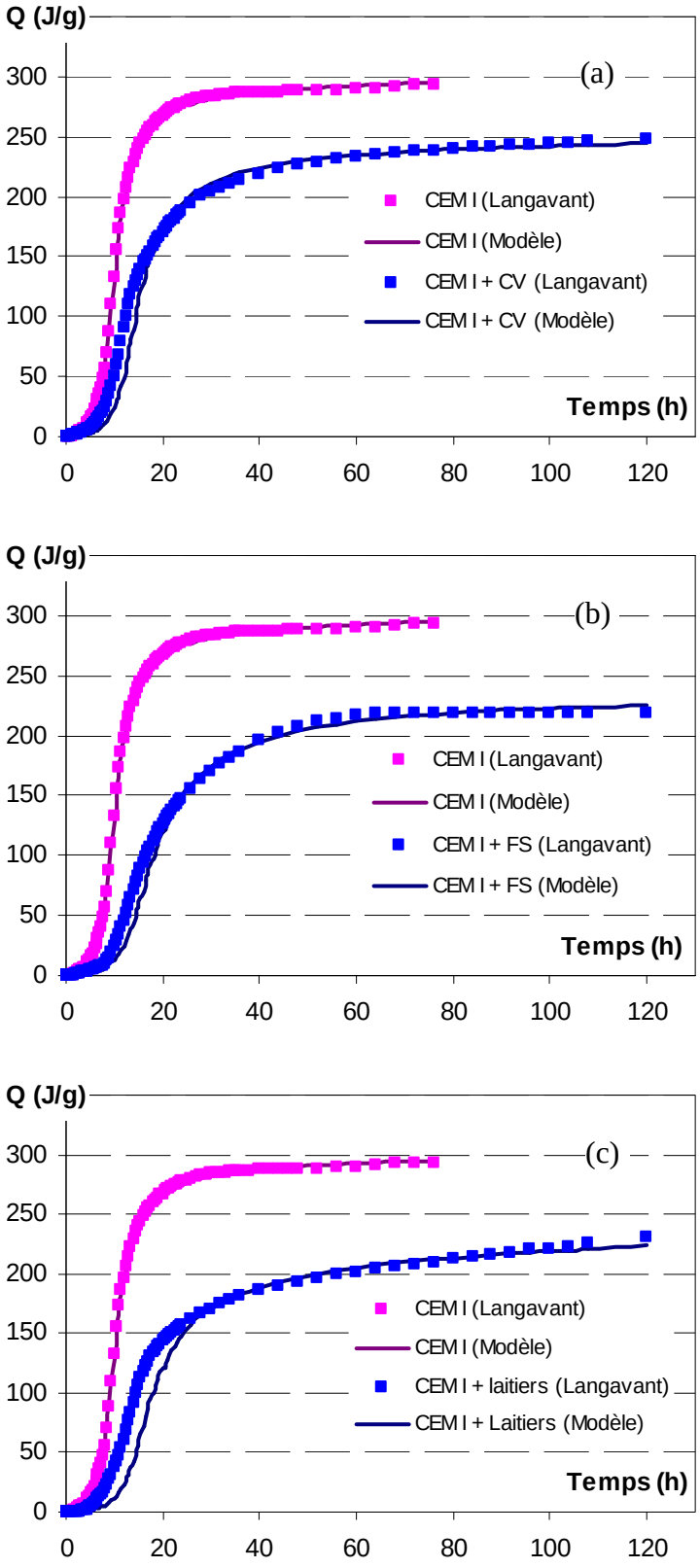


Figure II-11 : Dégagement de chaleur adiabatique des liants binaires ((a) C+CV), (b) C+FS et (c) C+L)

On note tout d'abord que le comportement de liants binaires à base d'additions pouzzolaniques (Figure II-11 a et b) est bien reproduit par notre modèle multiphasique grâce aux interactions entre les réactions prises en compte à travers les productions et consommations de portlandite et les consommations d'eau de chaque réaction.

Par contre on remarque une légère imprécision du modèle pour le liant binaire à base de laitiers (c), celui-ci sous estimant la cinétique initiale de dégagement de chaleur. Cette imprécision montre la nécessité d'envisager de nouvelles études calorimétriques sur plusieurs types de laitiers afin d'identifier si la loi de cinétique est adaptée pour décrire les réactions de ces composés particuliers.

5.1.3. Etude de liants ternaires et quaternaire

La validation en laboratoire consiste à tester la réponse du modèle vis-à-vis de la prévision de l'hydratation de trois liants ternaires et d'un liant quaternaire composé de CEM I et des 3 additions testées précédemment. La comparaison des résultats numériques avec les mesures faites avec le test Langavant est présentée pour ces 4 liants sur la Figure II-12.

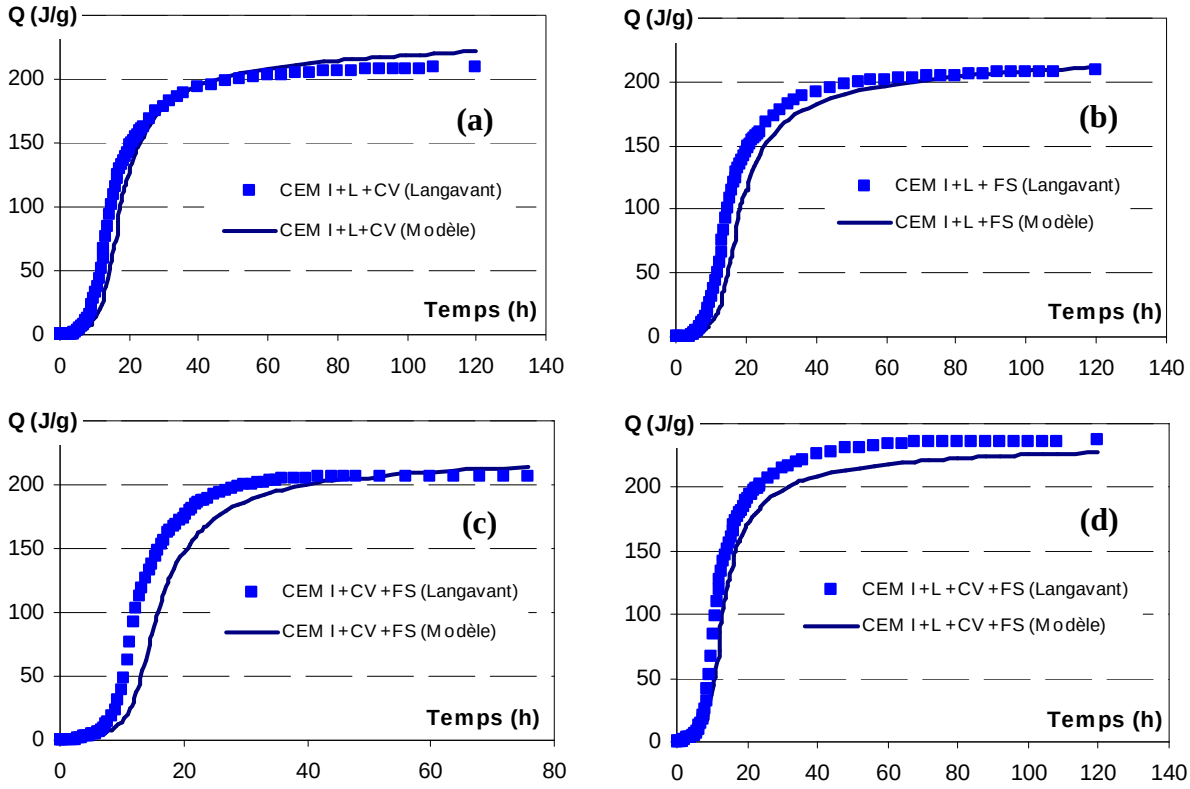


Figure II-12 : Dégagement de chaleur des liants composés ((a) C+L+CV, (b) C+L+FS, (c) C+CV+FS et (d) C+L+CV+FS)

La figure met en évidence une concordance relativement bonne entre les dégagements de chaleur mesurés et ceux obtenus par le modèle pour les 4 liants composés. On note cependant, de façon générale, une légère sous-estimation de la cinétique de dégagement de chaleur au début des réactions. On attribue ce décalage à un "effet filler" des additions minérales, qui accélèrerait la cinétique d'hydratation du clinker et qui n'est pas pris en compte actuellement dans le modèle proposé. Une étude plus approfondie de ces liants semble être indiquée pour confirmer ou infirmer cette hypothèse.

5.2. Etude de l'effet de la quantité d'eau

La validité du modèle multiphasique est également testée vis-à-vis de la prédiction du degré d'hydratation maximal pouvant être atteint par un ciment de type CEM I utilisé dans des pâtes de différents rapports E/C. Cette étude nous permettra de valider en partie la bonne prise en compte de l'effet de l'eau sur l'hydratation du clinker.

Les résultats obtenus par notre modèle (à très long terme) pour 13 rapports E/C variant entre 0,25 et 0,85 sont comparés avec les nombreuses valeurs expérimentales données par Waller [WALLER 99] (tirées de la littérature ou issues de ses propres essais pour des CEM I en conservation endogène et adiabatique). Cette comparaison est reportée sur la Figure II-13.

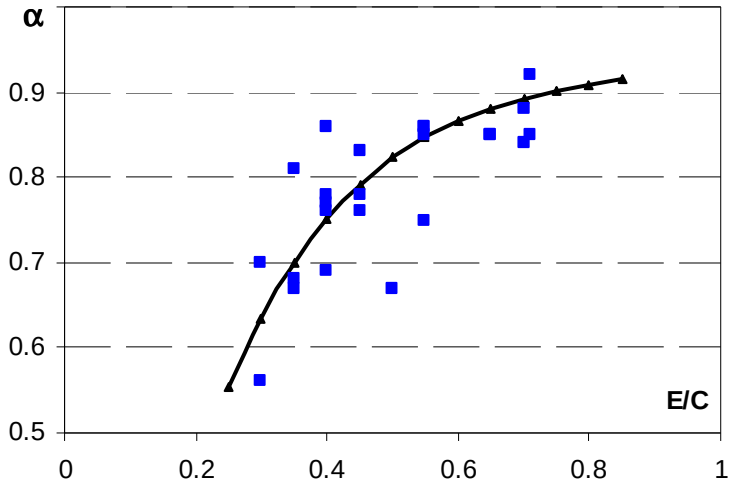


Figure II-13 : Valeurs atteintes par le degré d'hydratation à très long terme pour des pâtes à base de CEM I formulées avec plusieurs E/C

(courbe = résultats modèle, marques = résultats donnés par [WALLER 99])

La figure montre que, bien que calé sur un essai quasi adiabatique durant seulement 3 jours et réalisé avec un E/C de 0,5, le modèle multiphasique permet de reproduire, sans recalage, les valeurs maximales atteintes en conditions endogènes par le degré d'hydratation du CEM I pour d'autres E/C.

Ainsi, grâce à la dépendance implicite de la cinétique d'hydratation à la teneur en eau introduite dans la fonction d'accessibilité Π_i, le modèle permet d'adapter de façon correcte le développement de l'hydratation à la quantité d'eau initialement introduite.

De plus, bien que n'étant pas mis en évidence ici, on rappelle que cette prise en compte implicite permet également de gérer l'influence de variations de teneur en eau, telles que rencontrées au cours d'un séchage par exemple, sur les cinétiques de réactions.

6. Validation du modèle sur une structure in situ

6.1. Choix du chantier d'étude

Parmi les différents chantiers de VINCI Construction Grands Projets en cours durant ce travail, notre choix s'est porté sur le chantier de construction du barrage de Naga Hammadi en Egypte.

La Figure II-14 illustre quelques phases du chantier et montrent l'importance de cet ouvrage comportant, comme nous pouvons le voir sur la page suivante, de nombreuses pièces massives. Le barrage est en effet long d'environ 350m et sa construction a nécessité près de 400000 m^3 de béton de structure.







Figure II-14 : Vues du barrage de Naga-Hammadi en cours de construction

Compte tenu des nombreuses pièces massives coulées dans un environnement chaud, une attention particulière a été portée lors du dimensionnement de l'ouvrage au choix du liant et à la température de béton frais afin de limiter la température maximale atteinte au cœur des pièces massives. En effet le cahier des charges imposait que la température maximale atteinte au cœur de l'ouvrage reste inférieure à 53°C. L'entreprise a donc choisi d'utiliser un ciment CEM I 42,5N avec des cendres volantes (40% en masse de liant) et de limiter la température de gâchage à 23°C par l'utilisation d'une usine à paillettes de glace.

Ce chantier était intéressant pour valider notre modèle d'hydratation sur une structure réelle réalisée avec un liant composé. De plus, une étude paramétrique faite a posteriori avec le modèle nous permettra de discuter des choix retenus au niveau de la composition du liant ainsi que de la température de gâchage.

6.2. Structure étudiée

La structure étudiée est un bloc cubique de 27 m^3 réalisé sur le chantier pour vérifier, dans un environnement réel, le comportement thermique du béton utilisé pour la construction des pièces massives de ce barrage. En conséquence, le bloc avait été instrumenté par des thermocouples.

6.2.1. Géométrie

La géométrie du bloc test étudié est présentée sur la Figure II-15.

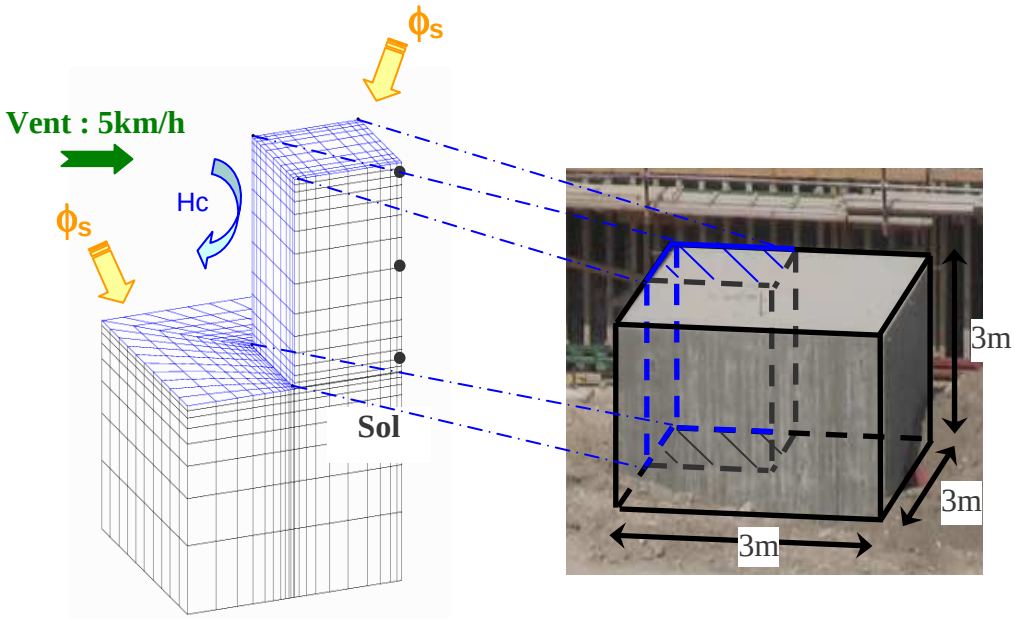


Figure II-15 : Présentation de la géométrie du quart de bloc modélisé

On note que, par raison de symétrie, seul un quart de la structure a été modélisé. De plus, afin de prévoir de façon réaliste les variations de la température au sein du bloc béton, nous avons également modélisé le sol sur lequel reposait le bloc.

6.2.2. Formulation du béton étudié

Le bloc test a été réalisé avec un béton à base de CEM I 42,5N (fiche technique en Annexe B) et de cendres volantes. La formulation de ce béton est présentée dans le Tableau II-11.

Composé	Dosage (kg/m^3)
Ciment (CEM I 42,5N)	210
Cendres volantes	140
Sable 0/4mm	763
Gravier 4/16mm	567
Gravier 16/32mm	574
Plastifiant	4
Eau effective	131

Tableau II-11 : Composition du béton utilisé

Le modèle multiphasique général présenté précédemment est donc ici appliqué à 3 phases (2 solides et 1 liquide), les phases solides étant le ciment CEM I (c) et les cendres volantes (cv) :

$$\begin{cases} \dot{\alpha}_c = F_c(\alpha_c, W, T) \\ \dot{\alpha}_{cv} = F_{cv}(\alpha_{cv}, W, T) \\ \dot{W} = div\left(-D_W \cdot \overrightarrow{grad}\, W\right) + Q^W_{th\,c} \cdot f_c \cdot \dot{\alpha}_c + Q^W_{th\,cv} \cdot f_{cv} \cdot \dot{\alpha}_{cv} \\ \rho c \cdot \dot{T} = div\left(-\lambda \cdot \overrightarrow{grad}\, T\right) + Q^T_{thc} \cdot f_c \cdot \dot{\alpha}_c + Q^T_{thcv} \cdot f_{cv} \cdot \dot{\alpha}_{cv} \end{cases} \quad \text{(II-33)}$$

6.2.3. Conditions environnementales

Le bloc test étudié a été coulé à Naga Hammadi en Egypte au cours du mois de Juillet 2004 et a été soumis à des conditions environnementales sévères (températures et ensoleillement élevés) qui doivent être prises en compte dans la simulation de l'hydratation afin de prévoir de façon réaliste l'évolution de la température en plusieurs points du bloc.

La température extérieure a été mesurée sur chantier après le coulage du béton, ce qui nous permet d'utiliser directement, dans la modélisation des conditions environnementales, les valeurs journalières moyennes mesurées.

Le flux solaire n'ayant pas été mesuré (cette mesure est pour l'instant peu réalisée sur les chantiers malgré l'impact de l'ensoleillement mis en évidence au paragraphe 2.4.2), nous l'avons estimé à partir de calculs géométriques de positionnement du soleil vis-à-vis de la région pour la période donnée (été). Un coefficient d'absorption global γ a été pris en compte pour reproduire l'absorption d'une partie du rayonnement par les nuages et l'atmosphère. Ce coefficient d'absorption permet d'évaluer le flux solaire arrivant sur la surface horizontale du bloc. Ce flux est en partie réfléchi par la surface (d'une proportion β_{FS} qui définit l'albédo de la surface) et le reste constitue le flux absorbé par le béton qui sera imposé à la surface dans notre calcul.

Le flux solaire finalement imposé sur la face supérieure du bloc est calculé comme suit :

$$\varphi_s = (1-\beta_{FS})\cdot\gamma\cdot\varphi_{\max} \qquad \text{(II-34)}$$

Avec $\begin{cases}\beta_{FS} = 0{,}2\\ \gamma = 0{,}38\\ \varphi_{\max} = 2{,}73\times10^6 \text{ J/(h.m²)}\end{cases}$

La face horizontale supérieure est libre de coffrage et est soumise au flux solaire ainsi qu'à un échange par convection.

Le coefficient d'échange associé à cette face est alors celui de l'air, calculé en fonction de la vitesse du vent comme indiqué au paragraphe 2.4.2, et ajouté à l'échange convectif équivalent dû au rayonnement.

On rappelle ci-dessous les équations permettant de déterminer ce coefficient équivalent :

$$H_{c+r} = H_{rad} + H_{air} \text{ avec } H_{air} = a\cdot S_w{}^b \qquad \text{(II-35)}$$

Les données utilisées dans ces équations et le résultat sont fournis dans le Tableau II-12.

Paramètre	Valeur
a	7.3 [MC ADAMS 54]
b	0.78 [MC ADAMS 54]
S_w (m/s)	2.78
H_{air} (J/(h.m^2.K))	33900
H_{rad} (J/(h.m^2.K))	20200
H_{c+r} (J/(h.m^2.K))	**54200**

Tableau II-12 : Valeurs des paramètres du coefficient d'échange avec l'air

Sur les faces latérales, le béton est protégé par un coffrage en contreplaqué de 2,1 cm d'épaisseur. Le coefficient d'échange de l'air est donc réduit par la présence de ce coffrage et le coefficient d'échange équivalent est déterminé par le modèle série (cf. §2.4.2).
On rappelle ci-dessous l'équation de ce modèle série :

$$\frac{1}{H_{\text{eq}}} = \frac{1}{H_{c+r}} + \frac{e_f}{\lambda_f} \qquad \text{(II-36)}$$

Les données utilisées dans ces équations et le résultat sont fournis dans le Tableau II-13.

Paramètre	Valeur
λ_f (J/(h.m.K))	540
e_f (m)	0.021
H_{eq} (J/(h.m^2.K))	**17400**

Tableau II-13 : Valeurs des paramètres du coefficient d'échange équivalent

Enfin, la surface horizontale inférieure du bloc est soumise à un transfert par conduction avec le sol en contact. Les caractéristiques thermiques du sol, qui sont nécessaires au calcul de cette dernière condition aux limites, sont présentées dans le Tableau II-14.

Paramètre	Valeur
λ_s (J/(h.m.K))	2340
ρ_s (kg/m^3)	2000
c_s (J/(kg.K))	800

Tableau II-14 : Caractéristiques thermiques du sol [MC ADAMS 54]

Du point de vue hydrique, la structure est isolée des échanges avec l'environnement par le coffrage sur les surfaces latérales et par un produit de cure sur la surface horizontale supérieure, et les échanges d'eau avec le sol ont été négligés.

6.3. Détermination des paramètres du modèle multiphasique

Comme nous l'avons vu précédemment (cf. §4), les paramètres des lois d'hydratation (Eq. (II-33)) sont obtenus par calage sur les résultats d'un essai de calorimétrie semi-adiabatique (Langavant). Les paramètres liés à la loi d'hydratation du clinker sont ainsi calés en premier lieu sur un essai utilisant du CEM I seul.

Ensuite, ces paramètres étant connus, ceux associés aux réactions des cendres volantes sont déterminés à partir d'un essai sur le liant composé (60% CEM I + 40% cendres volantes).

L'évolution des dégagements de chaleurs obtenus dans ces deux tests est présentée sur la Figure II-16 où les points représentent les résultats expérimentaux et les courbes les résultats théoriques obtenus à partir des paramètres précisés dans le Tableau II-15.

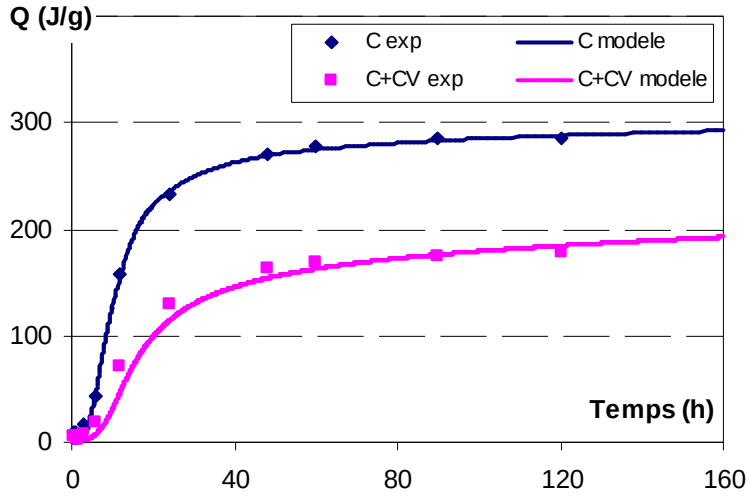


Figure II-16 : Calage de la loi de cinétique d'hydratation sur les mesures de dégagement de chaleur obtenues par l'essai de calorimétrie de Langavant

Paramètre	Clinker	CV	Méthode de détermination
A_i	$7{,}16.10^7$	$1{,}32.10^{12}$	Calage sur l'essai Langavant
B_i	1.717	7.139	
n_i	0.521	0.172	
ρ_i (kg/m^3)	3224	2200	Cf. §4.1.2 et §4.1.3
R_i (m^3/m^3)	1.83	1.94	
Ea_i/R (K^{-1})	5100	6800	

Tableau II-15 : Paramètres des lois de cinétiques de réaction

Compte tenu des dispersions importantes sur l'énergie d'activation des cendres volantes données dans la littérature, nous avons choisi de caler l'énergie d'activation de nos cendres volantes sur les résultats des essais faits sur des mélanges CV+chaux par Renedo [RENEDO ET AL. 04] à plusieurs températures.

La résolution des équations du modèle multiphasique nécessite également la détermination des paramètres des lois de conservation de la chaleur et de la masse. Ces paramètres sont présentés dans le Tableau II-16 et le Tableau II-17.

Paramètre	Valeur	Méthode de détermination
λ_c (J/(h.m.K))	6480	Voir Ch. I
c_c (J/(kg.K))	900	
ρ_c (kg/m^3)	2433	Essai sur chantier
Q_{th}^T clinker (J/g)	437	Cf. §4.1.2
Q_{th}^T CV (J/g)	570	Cf. §4.1.3

Tableau II-16 : Caractéristiques thermiques du béton

Paramètre	Valeur	Méthode de détermination
D_{w0} (m²/s)	2.10^{-13}	[MENSI ET AL. 88]
p (m^3/l)	0,05	
Q_{th}^W clinker (g/g)	0,32	Cf. §4.1.2
Q_{th}^W CV (g/g)	0,75	Cf. §4.1.3

Tableau II-17 : Caractéristiques hydriques du béton

6.4. Validation du modèle sur la structure

Les calculs sur la structure présentée ont été réalisés avec la procédure HYDRAC1 implantée dans CASTEM (présentée au paragraphe 3).

La Figure II-17 illustre les variations de température au cours du temps. Les prévisions du modèle (courbes continues sur la figure) sont alors comparées avec les mesures faites sur site en trois points : au cœur du bloc (carrés et courbe bleus), 10 cm sous la surface supérieure (triangles et courbe verts), et 10 cm au dessus de la surface de contact béton/sol (losanges et courbe rouges).

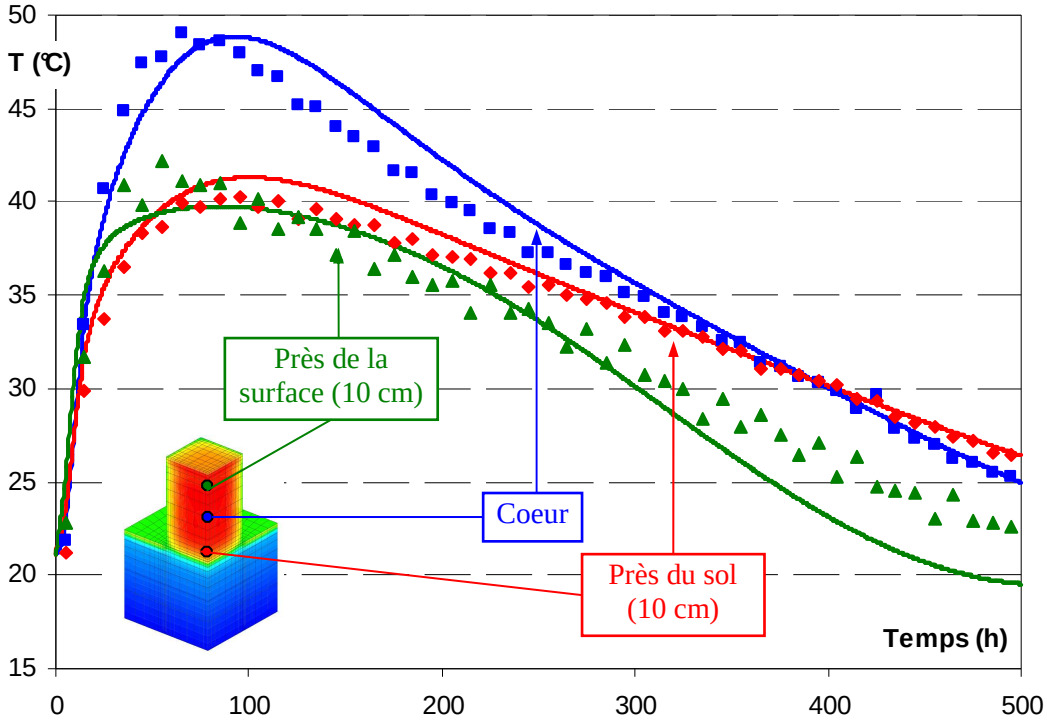


Figure II-17 : Variation de la température en plusieurs points de la structure : comparaison entre les mesures (points) et le modèle (courbes)

La Figure II-17 permet la validation de notre modèle vis-à-vis de la prédiction de l'élévation de température due à l'hydratation couplée aux transferts de chaleur : transfert par conduction près du sol, transfert par convection et avec flux solaire imposée près de la surface supérieure soumise au vent et à l'ensoleillement.

6.5. Etude paramétrique

Dans ce dernier paragraphe, nous allons étudier l'effet de deux paramètres choisis lors de la construction du barrage de Naga Hammadi afin de réduire la température maximale atteinte : la température de gâchage et la composition du liant.

Cette étude nous permettra, de conclure sur la pertinence de la solution initialement retenue lors de la construction.

6.5.1. Effet de la température du béton frais sur la température atteinte à cœur

La Figure II-18 montre l'influence de la température de coulage sur la température maximale atteinte au cœur du bloc test étudié précédemment, tout étant inchangé par ailleurs (conditions environnementales, liant utilisé).

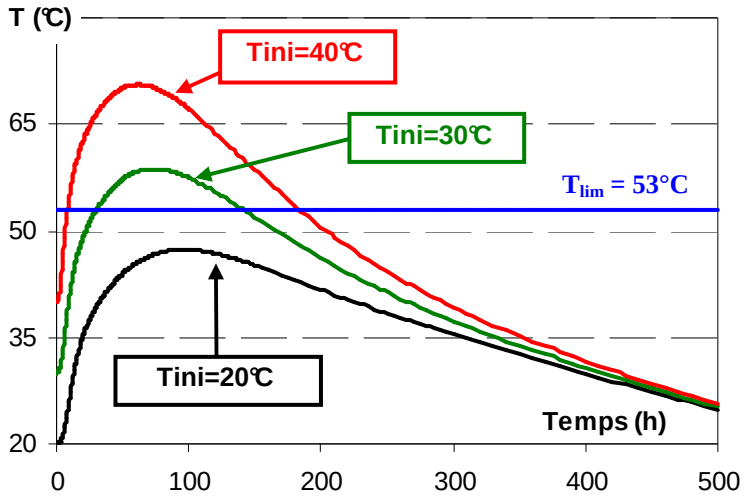


Figure II-18 : Evolution de la température à cœur pour plusieurs températures de béton frais

Cet exemple met en évidence qu'une diminution de la température initiale du béton se répercute intégralement sur la température maximale atteinte au cœur de l'ouvrage, et démontre l'importance majeure de ce paramètre, guidant, par là même, le choix des installations pour la production du béton. Ainsi, même avec un liant composé de 60% de CEM I et de 40% de cendres volantes, on constate que la température du béton frais doit être inférieure à 30°C pour ne pas dépasser la valeur limite en température fixée à 53°C.

6.5.2. Effet du choix du liant sur la température atteinte à cœur

La Figure II-19 illustre l'effet de la composition du liant sur la température maximale atteinte au cœur du bloc test étudié précédemment tout étant inchangé par ailleurs (conditions environnementales, température de coulage de 20°C).

Cet exemple quantifie l'influence d'une substitution du ciment sans ajouts (fortement exothermique) par une addition pouzzolanique (dans le cas présent des cendres volantes dont la cinétique de réaction est lente).

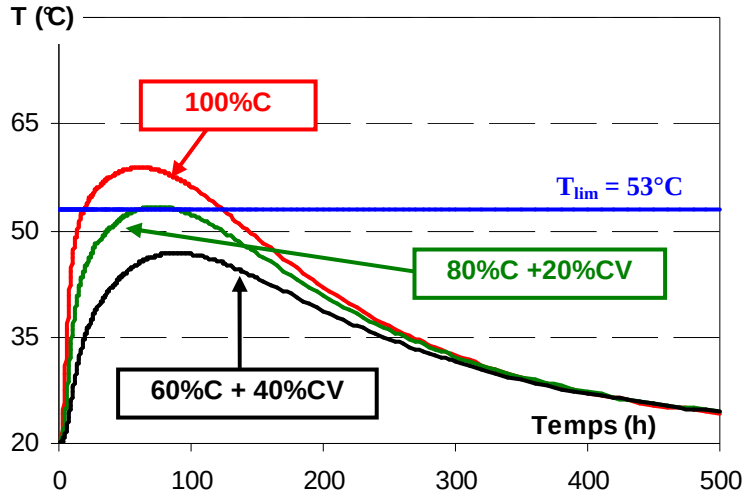


Figure II-19 : Evolution de la température à cœur pour plusieurs compositions de liants

Comme l'on peut s'y attendre, le remplacement partiel de CEM I par des cendres volantes conduit à une baisse de la température maximale atteinte. On note ainsi que le taux de remplacement doit être supérieur à 20% pour respecter la condition sur la valeur maximale de température (53°C).

Notre modèle a donc permis de vérifier, par une étude faite à posteriori, le bien fondé des choix effectués par l'entreprise pour la température du béton frais et le liant utilisé.

7. Conclusion

Ce deuxième chapitre a permis la présentation et la validation d'un modèle d'hydratation multiphasique destiné au calcul de l'hydratation de liants composés dans les structures en béton et à la prévision des champs de température dans le temps. Il s'appuie notamment sur :

1- La prise en compte des réactions d'hydratation des différentes phases composant le liant par l'utilisation d'une loi de cinétique propre à chaque phase, ce qui constitue une originalité du modèle proposé. Les interactions entre la phase principale (clinker) et les phases secondaires (additions pouzzolaniques et laitiers) sont faites par l'intermédiaire des quantités d'eau et de chaux consommées ou produites par les différentes réactions.

La validation de cet aspect multi-espèces du modèle a été faite en laboratoire sur des liants ternaires et un liant quaternaire mais aussi sur la prévision de l'élévation de température au sein d'une structure in situ (bloc test de $27m^3$ en Egypte).

2- La prise en compte des effets de variations de température et de teneur en eau sur les cinétiques de réactions. L'effet des variations de température est reproduit de façon classique par la loi d'Arrhénius mais la prise en compte des effets de la teneur en eau de façon implicite dans les lois cinétiques constitue une autre originalité du modèle. Cette prise en compte effective des effets de l'eau permet en effet de traiter aussi bien l'influence du rapport E/C initial sur l'hydratation du liant (cinétique et valeur maximale atteinte) que celle d'un séchage ou d'une rehumidification.

3- Le calage de seulement trois paramètres cinétiques par anhydre qui se fait grâce à l'exploitation d'un essai simple : l'essai de calorimétrie semi-adiabatique de Langavant. L'exploitation de cet essai est faite par l'utilisation de la méthode des moindres carrés afin de minimiser l'erreur entre les mesures faites et le résultat du modèle, rendant le calage fiable.

On notera que ce modèle d'hydratation multiphasique est utilisable pour des applications sortant du cadre direct de ce travail de thèse.
Il a en effet déjà été utilisé pour prévoir la température maximale atteinte au cœur d'ouvrages afin de pouvoir prévenir ces ouvrages des risques de formation d'ettringite différée, une limitation de la température étant imposée dans ce cas.
Il peut également être mis à profit pour déterminer l'évolution de la quantité de chaux au cours du temps dans des ouvrages réalisés avec des liants composés. La connaissance de la quantité de chaux pouvant être alors utilisée dans un modèle de carbonatation. On notera cependant que ce dernier aspect n'a pour l'instant pas été validé directement.

Le modèle macroscopique permet ainsi la prévision, dans des structures pouvant être massives, du développement de l'hydratation de liants composés, mais aussi des variations au cours du temps de la température et de la teneur en eau au sein de la structure. Son utilisation, couplée à un modèle mécanique, doit permettre d'évaluer les risques de fissuration, comme nous allons le voir au chapitre suivant.

CHAPITRE III : MODELE DE COMPORTEMENT MECANIQUE

1. INTRODUCTION ET OBJECTIFS 135
2. PRESENTATION DU MODELE HYDROMECANIQUE POUR LE BETON NON EVOLUTIF 136
3. ADAPTATION POUR LE BETON AU JEUNE AGE 150
4. MISE EN ŒUVRE NUMERIQUE 157
5. METHODE DE DETERMINATION DES PARAMETRES DU MODELE 159
6. APPLICATION DU MODELE EN LABORATOIRE 164
7. VALIDATION DU MODELE SUR STRUCTURE DE LABORATOIRE 183
8. CONCLUSION 196

1. Introduction et objectifs

Le modèle d'hydratation multiphasique présenté dans le chapitre II fournit les données d'entrée nécessaires à la prévision du comportement mécanique du béton au jeune âge à savoir les degrés d'hydratation, la teneur en eau et la température.
Le chapitre que nous abordons va présenter le modèle mécanique retenu afin de prévoir le risque de fissuration précoce des structures en béton non armé à partir de la connaissance de ces trois variables physico-chimiques.

Etant donné que les déformations d'origine hydrique contribuent au risque de fissuration des structures, nous nous attacherons à présenter dans une première partie une proposition de modélisation pour le comportement hydromécanique du béton. Afin de dissocier, dans un premier temps, les phénomènes mécaniques et les particularités physico-chimiques induites par le comportement au jeune âge, nous présenterons dans cette partie le modèle de comportement hydromécanique pour le béton non évolutif chimiquement. Le modèle proposé s'organise autour de trois modules élémentaires :

1- le comportement rhéologique du béton. Il s'agit d'une adaptation de modèles rhéologiques développés précédemment pour la modélisation des effets mécaniques de la réaction alcali-granulats ([POYET 03], [GRIMAL 07]) ou ceux de la lixiviation [LACARRIERE ET AL. 06] ;
2- le comportement endommageable du béton modélisé selon l'approche proposée initialement par [SELLIER ET AL. 02], utilisé dans les modèles mécaniques cités précédemment et récemment validé thermodynamiquement [SELLIER 06] ;
3- la prise en compte des effets de l'eau sur ce comportement rhéologique (couplage hydromécanique). Nous verrons que, dans le cadre de notre étude, ce dernier module est développé de façon originale afin de permettre une prise en compte globale des phénomènes de retrait et de fluage de dessiccation.

La deuxième partie sera ensuite consacrée à la présentation de l'adaptation de ce modèle au cadre de notre étude, à savoir le béton au jeune âge, afin notamment de prendre en compte les couplages entre le comportement hydromécanique du béton et les phénomènes physico-chimiques induits par l'hydratation.

Après la présentation de la mise en œuvre numérique du modèle (3ème partie) et en particulier des principes de couplage entre le modèle mécanique et les phénomènes physico-chimiques, nous verrons, dans une 4ème partie, comment les paramètres du modèle présenté peuvent être déterminés à partir d'un certain nombre d'essais mécaniques.
Enfin la validité du modèle sera testée sur éprouvettes en laboratoire et par une étude de structures dans les deux dernières parties.
Nous tenons à préciser ici que, compte tenu de l'étendue des domaines abordés lors de cette modélisation du béton au jeune âge, le modèle mécanique présenté ici ne constitue pas une version définitive de la modélisation proposée puisque les diverses applications envisagées en perspectives de ce travail de thèse nous permettront de tester et certainement d'affiner les propositions actuelles.

2. Présentation du modèle hydromécanique pour le béton non évolutif

2.1. Principe général de modélisation

Lors de sollicitations hydromécaniques, la réponse du béton est attribuée d'une part au squelette solide et d'autre part à l'eau contenue dans les pores. La prévision de la réponse du béton à ce type de chargement nécessite donc l'introduction de modèles propres à chacune.
Cette répartition, présentée sur la Figure III-1, a été proposée par Sellier [SELLIER 06] pour optimiser la résolution locale des lois de comportement hydromécanique visqueuses et endommageables. Elle autorise en effet une résolution locale implicite sans aucune sous itération, ce qui constitue son principal avantage vis-à-vis de son exploitation numérique.

Dans un premier temps, nous définissons deux types de contraintes effectives : l'une est effective au sens de l'endommagement seulement ($\tilde{\sigma}$) alors que l'autre est effective au sens de l'endommagement et de la pression hydrique ($\tilde{\sigma}'$). C'est cette contrainte effective appliquée sur la partie non fissurée du squelette solide qui est utilisée dans le modèle rhéologique.
Cette contrainte appliquée sur le squelette solide est ainsi combinée à la contrainte due à la pression d'eau au squelette solide $\tilde{\sigma}_w$ pour obtenir la contrainte totale, effective au sens de l'endommagement ($\tilde{\sigma}$). Enfin, à partir de cette dernière et de la variable d'endommagement, on estime la contrainte totale, notée σ.

Ces contraintes sont reportées sur la Figure III-1 représentant la répartition retenue.

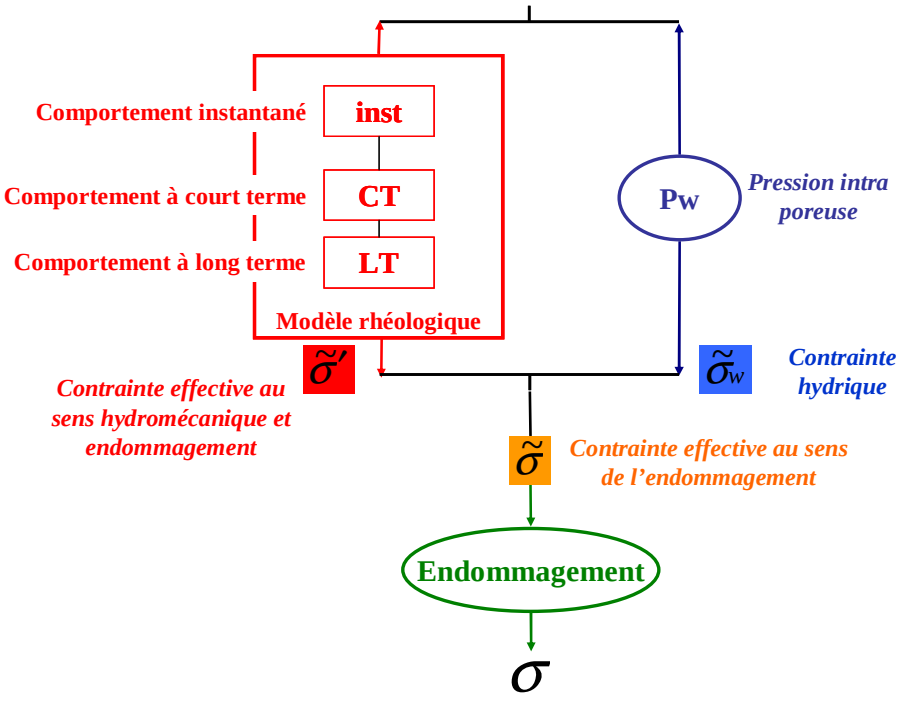


Figure III-1 : Principe de combinaison des phénomènes mécaniques élémentaires

On précise à nouveau ici que les équations présentées dans le paragraphe 2 sont écrites dans un premier temps pour un matériau non évolutif, afin de présenter seulement la réponse du matériau à des sollicitations hydromécaniques, en s'affranchissant de l'écriture incrémentale nécessaire au traitement des matériaux en cours d'hydratation (qui sera présentée au paragraphe 3).

2.2. Modèle rhéologique

2.2.1. Présentation générale du modèle

Les considérations physiques proposées par Bernard et Ulm [BERNARD ET AL. 03b], concernant les différences de mécanismes de fluage sous contrainte déviatorique et hydrostatique, nous ont amené à utiliser une partition de la contrainte $\tilde{\sigma}$ en parties sphérique $\tilde{\sigma}'^{(s)}$ et déviatorique $\tilde{\sigma}'^{(d)}$ sur le squelette solide, et contrainte hydrique intra poreuse $\tilde{\sigma}_w$ (voir Figure III-2). Cette décomposition en parties sphérique et déviatorique (utilisée également par [ULM ET AL. 99], [BENOUDJEMA ET AL. 01]) autorise l'utilisation de caractéristiques mécaniques propres à chaque comportement, ce qui permet d'avoir des vitesses de fluage différentes selon le type de contrainte appliquée.

Les deux branches présentent un schéma similaire (module viscoélastique consolidant noté VEC sur la Figure III-2) représentant la réponse du béton à la sollicitation considérée.

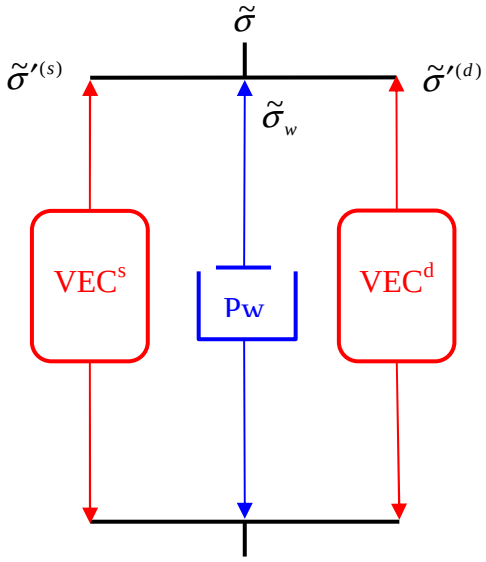


Figure III-2 : Schéma rhéologique du béton

La gestion des contraintes hydriques $\tilde{\sigma}_w$ générées par les dépressions capillaires (Pw) permet de coupler, de façon originale, les effets du séchage au comportement différé du béton, ce couplage hydromécanique étant nécessaire pour la prévision des déformations d'origine hydrique (retraits d'autodessiccation et de dessiccation, fluage total). Cette prise en compte directe des pressions hydriques sera développée dans le paragraphe 2.3.

2.2.2. Mise en équation du module viscoélastique consolidant

Le module viscoélastique consolidant, utilisé sur les branches sphérique et déviatorique, a été choisi en s'inspirant des considérations physiques présentées dans le chapitre I. Il constitue une exploitation simplifiée des modèles rhéologiques à l'origine cette proposition ([POYET 03], [LACARRIERE ET AL. 06], [GRIMAL 07]). Il est composé d'un module de Kelvin-Voigt associé à un module de Maxwell non linéaire qui prend en compte l'effet de la consolidation du matériau. La Figure III-3 illustre de façon schématique ce modèle. L'adaptation des modèles préexistants par la prise en compte de cette consolidation permet une approche originale de la modélisation du comportement différé du béton.

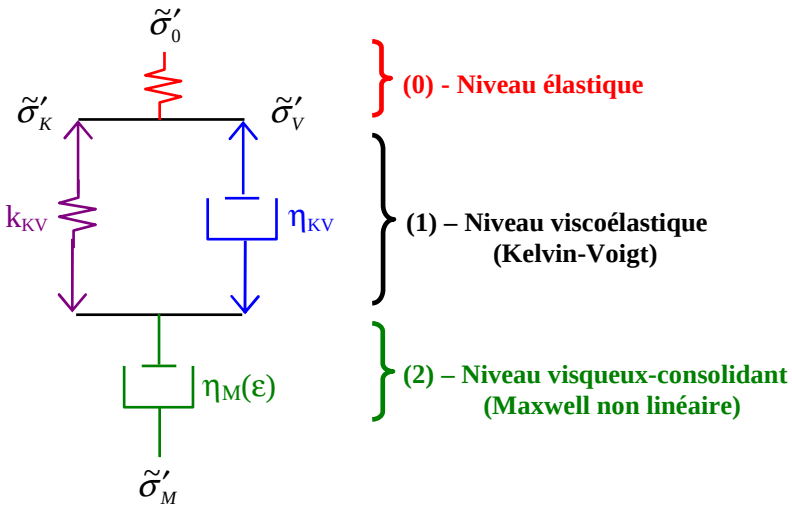


Figure III-3 : Schéma rhéologique du module viscoélastique consolidant (VEC)

Le niveau élastique représente la réponse élastique instantanée au chargement :

$$\tilde{\sigma}'^{(s)}{}_0 = k_0 \varepsilon_0{}^{(s)}$$
$$\tilde{\sigma}'^{(d)}{}_0 = \mu_0 \varepsilon_0{}^{(d)} \qquad \text{(III-1)}$$

Le niveau viscoélastique de Kelvin-Voigt modélise le comportement à court terme du béton, et crée une déformation de fluage réversible. Il est associé au tassement réversible des hydrates (branche élastique) qui s'accompagne par des microtransferts hydriques (branche visqueuse). La contrainte est alors calculée comme suit :

$$\tilde{\sigma}'^{(s)}{}_{KV} = k_{KV} \varepsilon_{KV}{}^{(s)} + \eta_{KV}{}^{(s)} \dot{\varepsilon}_{KV}{}^{(s)}$$
$$\tilde{\sigma}'^{(d)}{}_{KV} = \mu_{KV} \varepsilon_{KV}{}^{(d)} + \eta_{KV}{}^{(d)} \dot{\varepsilon}_{KV}{}^{(d)} \qquad \text{(III-2)}$$

Enfin, le niveau viscoélastique consolidant reproduit le comportement à long terme du béton. Il crée une déformation irréversible associée au comportement purement visqueux des C-S-H (glissements irréversibles des feuillets) [ACKER ET AL. 01] :

$$\tilde{\sigma}'^{(s,d)}{}_M = \eta_M{}^{(s,d)} \dot{\varepsilon}_M{}^{(s,d)} \qquad \text{(III-3)}$$

L'originalité de la modélisation proposée à ce niveau est la prise en compte d'une consolidation du gel de C-S-H sous l'action d'une contrainte de compression. Cette consolidation introduit en effet une non linéarité qui permet de retrouver à long terme la variation de déformation linéaire en fonction du logarithme du temps observée par [BROOKS 05]. De plus, la consolidation traduit un phénomène physique aisément compréhensible. En effet, pour la branche sphérique, la viscosité se trouve augmentée par le rapprochement des feuillets de C-S-H lors de leur tassement. Pour la branche déviatorique, la viscosité en cisaillement se trouve augmentée par effet cumulé de la consolidation sphérique et de "l'écrouissage déviatorique". Cet écrouissage correspond à une augmentation des zones "passives" de fluage dues aux blocages des déformations par des particules rigides [SELLIER 06].

La loi de consolidation sphérique choisie pour notre étude est une loi exponentielle fonction de la déformation de l'étage considéré (c'est-à-dire le niveau visqueux (M)). La loi exponentielle est choisie de façon à retrouver une évolution de la déformation à long terme linéaire vis-à-vis du logarithme du temps [BROOKS 05]. Le tassement progressif des hydrates qui conduit à cette consolidation sphérique étant physiquement limité par une compacité maximale du squelette solide, on introduit dans la loi de consolidation sphérique une déformation limite $\varepsilon_M{}^{(s)l}$ liée à la compacité maximale sous chargement sphérique.

Les viscosités des étages de Maxwell (sphérique et déviatorique) sont alors affectées à chaque instant par les coefficients de consolidation Cc définis à partir des déformations de cet étage :

$$\eta_M{}^{(s,d)} = \eta_M{}^{(s,d)0} \cdot Cc^{(s,d)} \tag{III-4}$$

Pour la branche sphérique la variable de consolidation se définit comme suit :

$$Cc^{(s)} = \frac{1 - \exp\left(- \dfrac{\varepsilon_M{}^{(s)l}}{\varepsilon_M{}^{(s)k}} \right)}{\exp\left(\dfrac{\varepsilon_M{}^{(s)}}{\varepsilon_M{}^{(s)k}} \right) - \exp\left(- \dfrac{\varepsilon_M{}^{(s)l}}{\varepsilon_M{}^{(s)k}} \right)} \tag{III-5}$$

Où : - $\varepsilon_M{}^{(s)l}$ est la valeur absolue de déformation limite de fluage sphérique

- $\varepsilon_M{}^{(s)k}$ est une déformation caractéristique gérant la vitesse de consolidation
- $\varepsilon_M{}^{(s)}$ est la déformation dans le corps de Maxwell

Comme nous l'avons vu précédemment, la consolidation déviatorique résulte de la consolidation sphérique et du phénomène d'écrouissage que nous proposons de modéliser par une évolution exponentielle de la viscosité en fonction de la déformation de l'étage. La consolidation due à l'écrouissage n'étant a priori pas limitée, on n'introduit donc pas ici de déformation limite. Le coefficient de consolidation se définit alors, pour chaque composante du tenseur de déformations déviatoriques, à partir de l'expression suivante :

$$Cc_{ij}^{(d)} = \frac{\eta_M^{(s)}}{\eta_M^{(s)0}} \exp\left(\frac{\left| \varepsilon_{ij\,M}^{(d)} \right|}{\varepsilon_M^{(d)k}} \right) \qquad \text{(III-6)}$$

Où : - $\varepsilon_{ij\,M}^{(d)}$ est la déformation déviatorique dans le corps de Maxwell

- $\varepsilon_M^{(d)k}$ est une déformation caractéristique gérant la vitesse de consolidation

Cette modélisation de la consolidation conduit à une diminution permanente de la vitesse de fluage (sous l'effet d'un chargement sphérique de compression et/ou d'un chargement déviatorique) présentant une limite de déformation en sphérique seulement.

La prise en compte de ce phénomène de consolidation sous l'effet d'une contraction sphérique peut expliquer en partie la baisse de la vitesse de fluage observée sur des bétons séchés préalablement au chargement. En effet, sous l'effet du séchage, un retrait volumique se produit qui, grâce au module de consolidation du modèle, conduit au moment du chargement à une vitesse de fluage plus faible que celle observée sur le matériau non séché.
Ce phénomène permet également d'expliquer le faible fluage propre des bétons à très hautes performances, ceux-ci subissant avant le chargement un retrait endogène beaucoup plus important que celui des bétons ordinaires, ce qui conduit une préconsolidation importante [ACKER 03].

Compte tenu du manque de résultats expérimentaux disponibles sur le fluage en traction, nous ne pouvons pour l'instant statuer sur la réversibilité éventuelle de ce phénomène pouvant conduire à une déconsolidation du matériau sous sollicitation de traction.
La viscosité de l'étage de Maxwell est donc maintenue constante lors d'une sollicitation de traction, conduisant ainsi à un écoulement linéaire en fonction du temps ou à une relaxation importante des contraintes de traction à long terme.

2.3. Effet des pressions hydriques

2.3.1. Principe général

Les pressions capillaires sont créées par des variations de la concentration en eau à l'intérieur des pores. Une diminution de la concentration en eau conduit à la production d'un volume gazeux dans la porosité de la pâte, qui était initialement saturée en eau, créant des ménisques à l'interface eau/gaz dans les pores capillaires. L'eau interstitielle subit alors une dépression capillaire qui "attire" le solide et crée un retrait. Comme nous l'avons présenté lors du chapitre I, nous estimons que ces dépressions capillaires peuvent à elles seules expliquer les retraits induits par les variations de teneur en eau [ACKER 03]. La modélisation des retraits de séchage/autodessiccation se fera alors uniquement par l'intermédiaire des variations de pressions capillaires.

Les lois de la poroélasticité prennent en compte la compressibilité du squelette solide via l'approche de Biot ([BIOT 41], [COUSSY 91]) :

$$\sigma = \sigma' - b_w P_w \tag{III-7}$$

Où : - σ est la contrainte totale appliquée sur le matériau

- σ' est la contrainte effective dans le squelette solide

- b_w est le coefficient de Biot du matériau non saturé qui traduit la transmission de la pression hydrique au squelette solide

Dans le modèle proposé, le matériau étant endommageable, la contrainte totale sur le squelette solide est une contrainte effective (voir Figure III-1), la loi de poroélasticité retenue pour le milieu poreux non saturé s'écrit donc de la façon suivante :

$$\tilde{\sigma} = \tilde{\sigma}' - b_w \cdot P_w \qquad \text{et } \tilde{\sigma}' = \tilde{\sigma}'^{(s)} + \tilde{\sigma}'^{(d)} \tag{III-8}$$

On rappelle que l'on appelle contrainte hydrique le produit $\tilde{\sigma}_w = b_w P_w$.

La pression capillaire ne pouvant se transmettre que sur la fraction de squelette solide en contact avec l'eau, le coefficient de Biot est fonction du degré de saturation. En négligeant la pression de gaz on pourra ainsi écrire $b_w = Sr \cdot b_{w_{sat}}$.

Le calcul de la contrainte hydrique se fait en exprimant la pression capillaire en fonction du degré de saturation par exploitation des lois Laplace et de l'isotherme de désorption ou d'adsorption du matériau [BAROGHEL-BOUNY ET AL. 99].
Or la détermination de ces isothermes est délicate pour un matériau au jeune âge et impose donc d'adapter les lois de pressions capillaires initialement utilisées dans le modèle rhéologique telles que présentées dans [GRIMAL 07].
En pratique, Torrenti et al. ([TORRENTI ET AL. 97], [BENBOUDJEMA ET AL. 05]) proposent de calculer la déformation de retrait de dessiccation directement comme étant proportionnelle à la perte de masse (et donc fonction de la teneur en eau).

On propose alors, en reprenant certains de ces principes, de modéliser simplement cette contrainte hydrique à partir des variations de porosité et de teneur en eau :

$$\tilde{\sigma}_w = K_w \cdot b_{w_{sat}} \cdot (\phi - W) \qquad \text{(III-9)}$$

Où : - ϕ est la porosité du matériau,

- W est la teneur en eau volumique dans le béton,

- K_w est un module à caler sur un essai de retrait de dessiccation. Ce paramètre matériau est notamment fonction des effets de la distribution poreuse du matériau (taille des pores, porosité totale,…).

Ainsi la contrainte hydrique est maximale lorsque la teneur en eau libre tend vers 0.

2.3.2. Evolution du coefficient de Biot pour la gestion du fluage de dessiccation

Lors d'un essai de fluage en conditions de dessiccation, on observe que la déformation totale est plus importante que la déformation de fluage endogène ajoutée à la déformation de retrait de dessiccation.
Nous choisissons d'interpréter cette déformation comme un supplément de retrait observable sur les éprouvettes chargées. En effet, lors d'un essai de retrait libre, la contraction de la pâte provoque autour des hétérogénéités une microfissuration diffuse [BURLION ET AL. 03].

Cette microfissuration isotrope (de par la distribution aléatoire des hétérogénéités) va alors "gêner" la transmission de la pression d'eau au squelette solide.
Au contraire, lors d'un essai de séchage sous charge (essai de fluage total), la contrainte extérieure appliquée va empêcher cette microfissuration dans la direction d'application de la contrainte de compression, favorisant ainsi la transmission de la pression d'eau au squelette solide et augmentant par là même la déformation de retrait [SELLIER ET AL. 07].

Afin de modéliser l'effet de cette microfissuration induite sur la transmission de la pression hydrique au squelette, nous proposons d'introduire un "endommagement" sur le coefficient de Biot. Cet endommagement traduit la perte d'efficacité de la transmission de la dépression hydrique au squelette en raison de la microfissuration.
Le coefficient de Biot devient alors un tenseur pour lequel chaque coefficient est calculé en fonction du taux de microfissuration dans la direction considérée. Nous choisissons d'utiliser ici la forme simple suivante :

$$\overline{\overline{B_w}} = b_{w\,sat}\left\langle 1-\frac{\tilde{\sigma}_i}{\tilde{\sigma}_{fd}}\right\rangle \cdot \left(\vec{e}_i \otimes \vec{e}_i\right) \qquad \text{(III-10)}$$

Où : - $\tilde{\sigma}_i$ est la contrainte effective (au sens de l'endommagement) appliquée dans la direction du vecteur $\vec{e}_i$

- $\tilde{\sigma}_{fd}$ est un paramètre matériau à déterminer par calage

- $\langle X \rangle$ est la partie positive de X

L'équation de poroélasticité s'écrit donc dans ce cas :

$$\tilde{\sigma} = \tilde{\sigma}' - b_{w\,sat}\left\langle 1-\frac{\tilde{\sigma}_I}{\tilde{\sigma}_{fd}}\right\rangle \cdot K_w \cdot \left(\phi - W\right) \qquad \text{(III-11)}$$

Dans cette équation $\tilde{\sigma}'$ est la contrainte issue du modèle rhéologique et $\tilde{\sigma}$ est la contrainte effective qui va être utilisée dans le modèle d'endommagement afin de déterminer le rsique de fissuration du matériau.

2.4. Modèle d'endommagement

Comme nous l'avons précisé en introduction, le modèle d'endommagement anisotrope utilisé a été initialement développé par [SELLIER ET AL. 02] puis récemment adapté afin de pouvoir démontrer la validité thermodynamique de l'approche proposée ([SELLIER 06] et Annexe C).

Avant d'introduire les variables d'endommagement et les critères associés à cette modélisation de l'endommagement anisotrope, nous précisons dans les équations suivantes quelques définitions et notations.

Ainsi, la contrainte effective se décompose en contrainte de traction et de compression afin de modéliser l'unilatéralité du comportement du béton :

$$\overline{\overline{\tilde{\sigma}}} = (\tilde{\sigma}_i^c + \tilde{\sigma}_i^t) \cdot (\vec{e}_i \otimes \vec{e}_i)$$

$$\text{avec} \begin{cases} \tilde{\sigma}_i^c = \dfrac{\tilde{\sigma}_i - |\tilde{\sigma}_i|}{2} \\ \tilde{\sigma}_i^t = \dfrac{\tilde{\sigma}_i + |\tilde{\sigma}_i|}{2} \end{cases} \text{ et } \vec{e}_i \text{ une direction principale} \qquad \text{(III-12)}$$

Les déformations élastiques de compression et de traction associées sont alors définies par :

$$\varepsilon_{ij}^{er} = \frac{1+\upsilon^0}{E^0} \tilde{\sigma}_{ij}^r - \frac{\upsilon^0}{E^0} tr(\tilde{\sigma}^r) \cdot \delta_{ij} \qquad \text{(III-13)}$$

Où : - r = c si compression et t si traction

- E^0 et υ^0 sont les modules d'élasticité du matériau sain

Lors de la mise en œuvre de ce modèle d'endommagement couplé au modèle de fluage, ces contraintes effectives sont simplement issues de la résolution du modèle de fluage présenté au paragraphe 2.2.

2.4.1. Variable d'endommagement

Le modèle est basé sur une variable d'endommagement, tensorielle du second ordre en traction et scalaire en compression, qui caractérise la densité de microfissures présentes dans un volume élémentaire de matériau [KACHANOV 86].

L'écriture tensorielle en traction permet ainsi de prendre en compte l'anisotropie du comportement du béton.

La loi d'évolution de l'endommagement est choisie en s'inspirant de la loi de Weibull [SELLIER ET AL. 02] qui est classiquement utilisée pour décrire de façon statistique les effets des défauts dans les matériaux fragiles [FRANCOIS ET AL. 91].

Sellier et al. proposent, pour une direction principale de contrainte i :

$$d_i^r = 1 - \exp\left(-\frac{1}{m^r} \left(\frac{\overline{\sigma}_i^r}{\tilde{\sigma}_u^r} \right)^{m^r} \right) \qquad \text{(III-14)}$$

Où : - r = t ou c

- m^r et $\tilde{\sigma}_u^r$ sont des paramètres du matériau
- $\overline{\sigma}_i^r$ est une contrainte seuil équivalente (avec r = c ou t) qui est réactualisée au cours du temps en fonction de l'état de contrainte et du critère choisi.

Elle mémorise la valeur maximale atteinte en traction ou en compression par le critère, caractérisant ainsi l'histoire du matériau.

On introduit alors l'indice de fissuration défini par :

$$\beta_i^r = \frac{1}{m^r} \left(\frac{\overline{\sigma}_i^r}{\tilde{\sigma}_u^r} \right)^{m^r} \qquad \text{(III-15)}$$

L'introduction de cet indice est pratique pour la construction du potentiel d'énergie libre [SELLIER 06]. Il est également nécessaire, dans cette optique, de noter que l'endommagement est une fonction croissante et continue de l'indice de fissuration qui est lui même une fonction croissante de la contrainte seuil. Comme cette dernière ne peut qu'augmenter, les valeurs principales du tenseur d'endommagement ne peuvent que croître. Cette propriété est nécessaire à la démonstration de la positivité de la dissipation faite en Annexe C.

La contrainte seuil $\overline{\sigma}_i^r$, qui caractérise l'histoire de l'état de contrainte du matériau, est calculée différemment en fonction du signe de la sollicitation afin de respecter le mode de ruine propre à chaque type de sollicitation.

Ainsi, pour l'endommagement de traction, le critère retenu est celui de Rankine :

$$\overline{\overline{\sigma}}^{t} : (\vec{e}_i \otimes \vec{e}_i) - \tilde{\sigma}_i^t \geq 0 \qquad \text{(III-16)}$$

Où $\vec{e}_i$ est le vecteur propre associé à $\tilde{\sigma}_i^t$ qui est une contrainte principale de traction effective au sens de l'endommagement.

Pour l'endommagement de compression la contrainte seuil $\overline{\sigma}^{c}$ est calculée à partir du critère de Drucker-Pragger exprimé dans l'espace des contraintes effectives au sens de l'endommagement (cf. Figure III-3) :

$$\overline{\sigma}^{c} - \left(\sqrt{J_2} + \delta_{\text{hom}} \frac{I_1}{3} \right) \geq 0 \qquad \text{(III-17)}$$

Avec I_1 et J_2 les 2 premiers invariants du tenseur des contraintes effectives de compression :

$$\begin{cases} J_2 = \dfrac{1}{6}\left(\left(\tilde{\sigma}_1^c - \tilde{\sigma}_2^c\right)^2 + \left(\tilde{\sigma}_1^c - \tilde{\sigma}_3^c\right)^2 + \left(\tilde{\sigma}_2^c - \tilde{\sigma}_3^c\right)^2 \right) \\ I_1 = \tilde{\sigma}_1^c + \tilde{\sigma}_2^c + \tilde{\sigma}_3^c \end{cases} \qquad \text{(III-18)}$$

Et δ_{hom} est l'angle interne paramétrant la sensibilité du critère à la contrainte moyenne.

Les contraintes apparentes se déduisent alors des déformations élastiques et des endommagements, comme indiqué dans les paragraphes suivants.

2.4.2. Cas des contraintes de traction

Du fait de l'écriture tensorielle de l'endommagement de traction, l'écriture de la loi de comportement $\sigma^t\left(\varepsilon^{et}\right)$ se fait de manière différente pour les contraintes normales et tangentielles [SELLIER 06].

En se plaçant dans la base principale du tenseur d'endommagement de traction, les contraintes normales s'expriment de la façon suivante :

$$\sigma_{ii}^t = \frac{(1-d^c)E^0}{D^n}\left[\left(\frac{1}{(1-d_i^t)(1-d_j^t)} - \upsilon^{0^2} \right)\varepsilon_{ii}^{et} + \left(\upsilon^{0^2} + \frac{\upsilon^0}{1-d_i^t} \right)\varepsilon_{jj}^{et} + \left(\upsilon^{0^2} + \frac{\upsilon^0}{1-d_i^t} \right)\varepsilon_{kk}^{et} \right] \qquad \text{(III-19)}$$

$$\text{Et } D^n = \frac{1}{(1-d_i^t)(1-d_j^t)(1-d_k^t)} - \upsilon^{0^2}\left(\frac{1}{1-d_i^t} + \frac{1}{1-d_j^t} + \frac{1}{1-d_k^t} + 2\upsilon^0 \right) \qquad \text{(III-20)}$$

Pour les contraintes tangentielles, la loi de comportement s'écrit :

$$\sigma_{ij}^{t} = \mu^{0}\varepsilon_{ij}^{e} \cdot (1-d^{c})(1-d_{i}^{t})(1-d_{j}^{t}) \qquad \text{(III-21)}$$

On remarque la présence de l'endommagement d^{c} introduit ici pour générer un effet de l'endommagement de compression sur les contraintes de traction.
Cette loi de comportement, outre le fait qu'elle dérive d'un potentiel permettant de démontrer la positivité des dissipations ([SELLIER 06], Annexe C), procure un comportement réaliste en traction multiaxiale (atténuation de l'effet de Poisson avec d^{t}) et en chargement non radial (réponse au test de Willam donnée au paragraphe 6.1.1.2).

2.4.3. Cas des contraintes de compression

L'endommagement de compression s'applique de manière globale sur la loi de comportement puisqu'il est isotrope, et les contraintes apparentes de compression s'écrivent :

$$\sigma_{ij}^{c} = (1-d^{c})\left[\lambda^{0} \cdot tr(\varepsilon^{ec}) \cdot \delta_{ij} + 2\mu^{0}\varepsilon_{ij}^{ec}\right] \qquad \text{(III-22)}$$

2.4.4. Contrainte totale

La contrainte totale est alors obtenue directement à partir des contraintes principales de traction et de compression :

$$\overline{\overline{\sigma}} = \overline{\overline{\sigma}}^{c} + \overline{\overline{\sigma}}^{t} \qquad \text{(III-23)}$$

2.4.5. Gestion de la localisation

Du fait de l'écrouissage négatif du béton, la fissuration se traduit numériquement par une localisation des déformations. L'énergie nécessaire par unité de surface pour créer une fissure localisée est G_f, exprimée en J/m². Lors d'un calcul par éléments finis massifs, cette énergie de surface se dissipe sur un volume : elle devient donc fonction de la dimension l_i caractérisant cet élément : $Gf_i^{r} = l_i \cdot gf_i^{r}$ (où gf_i^{r} est l'énergie volumique dissipée par la fissuration orientée suivant la normale $\vec{e}_i$).

Le résultat du calcul numérique devient alors lui aussi fonction du maillage, ce qui conduit à la perte d'objectivité du modèle numérique vis-à-vis de la taille des éléments.

Pour pallier à ce problème, on peut utiliser, à la place de l'endommagement calculé localement sur chaque point de Gauss, un endommagement non local calculé par pondération des endommagements en tout point de Gauss de la structure. Pijaudier-Cabot [PIJAUDIER-CABOT ET AL. 87] propose par exemple l'expression suivante :

$$\overline{G_f}(x) = \frac{1}{V_r}\int_0^V G_f(\delta)\ \psi(x-\delta)\ d\delta$$
$$et \begin{cases} V_r(x) = \int_V \psi(x-\delta)\ d\delta \\ G_f(\delta)\ est\ l'énergie\ dissipée\ localement \end{cases} \qquad \text{(III-24)}$$

Cette écriture permet d'augmenter la taille de la zone endommagée en l'étendant à un volume indépendant de la taille des éléments. Cette méthode nécessite un algorithme de traitement non local et se limite en terme d'application aux maillages fins (taille des mailles inférieure à la longueur caractéristique utilisée dans la fonction ψ, elle-même voisine d'environ 3 fois la taille du plus gros granulat).

Pour cette raison, nous avons choisi ici de traiter le problème de localisation par une méthode inspirée de [HILLERBORG ET AL. 76] qui modifie la partie post-pic de la loi de comportement afin de contrôler la dissipation. Cette modification est réalisée simplement par homothétie des déformations post-pic [GRIMAL 07] :

$$\varepsilon^* = \frac{l_i}{lc^r}\left(\varepsilon - \varepsilon_{pic}\right) + \varepsilon_{pic} \quad \text{et} \quad \varepsilon^* \geq \varepsilon_{pic} \qquad \text{(III-25)}$$

Où : - ε_{pic} est la déformation au pic,

- lc^r est la longueur caractéristique pour la sollicitation r (r = t ou c).

3. Adaptation pour le béton au jeune âge

Le modèle ainsi présenté a dû être adapté afin de pouvoir modéliser le comportement du béton au jeune âge, âge auquel il est chimiquement évolutif. Nous l'avons vu au chapitre I, l'adaptation des modèles mécaniques au béton au jeune âge peut se faire par l'utilisation de la théorie de la solidification introduite par Bazant [BAZANT ET AL. 89] ou par l'écriture incrémentale des lois de comportement.

Le modèle développé visant des applications tels que des ouvrages de grandes dimensions, nous choisissons d'utiliser ici l'approche par écriture incrémentale, plus simple et qui ne nécessite pas l'utilisation de techniques d'homogénéisation coûteuses en terme de temps de calcul.

L'Annexe D présente la démonstration de la nécessité de cette approche incrémentale ainsi que son adaptation pour une application sur un matériau chimiquement évolutif sous l'effet d'une dégradation.

3.1. Principe général de modélisation

3.1.1. Principe de la prise en compte des phénomènes physicochimiques au jeune âge

L'adaptation du modèle de comportement hydromécanique au béton au jeune âge passe tout d'abord par l'écriture incrémentale de la loi de comportement hydromécanique déduite du modèle présenté au paragraphe 2. Cependant, l'hydratation du béton ne joue pas simplement sur la modification des propriétés viscoélastiques et d'endommagement. En effet, nous avons vu lors du chapitre I que l'hydratation avait également pour conséquences :

1- Une consommation d'eau conduisant à une modification de la dépression capillaire au sein du matériau : la dépression capillaire au sein d'un béton au jeune âge sera donc fonction du séchage du matériau dû à l'ambiance mais aussi du développement de l'hydratation.
2- Un dégagement de chaleur conduisant à des variations de température qui modifient l'état de déformation du matériau.

La loi de comportement du matériau au jeune âge sera donc de la forme :

$$\dot{\sigma} = f\left(\dot{\varepsilon}, \dot{\tilde{\sigma}}_w \underbrace{\left(\dot{\phi}, \dot{W}\right)}_{\substack{\text{MODELE D'HYDRATATION MULTIPHASIQUE} \\ \text{(Ch II)}}}, \dot{\alpha}, \dot{T} \right) \qquad \text{(III-26)}$$

3.1.2. Cas particulier des liants composés

Dans le cas de liants composés, on propose d'utiliser un degré d'hydratation moyen global α pour le liant, défini à partir des degrés d'hydratation de chaque composé déterminés par le modèle d'hydratation multiphasique :

$$\alpha = \sum_i p_i \cdot \alpha_i \qquad \text{(III-27)}$$

Où p_i est la fraction massique de chaque composé i dans le liant.

En effet, contrairement aux phénomènes chimiques pour lesquels on peut séparer les contributions de chaque réaction en termes de chaleur dégagée et d'eau consommée, la détermination de la contribution de chaque phase à la résistance est difficile. D'un point de vue élastique, cette contribution peut être faite à partir de méthodes d'homogénéisation utilisant les volumes d'hydrates présents au sein d'un volume élémentaire pour déterminer les propriétés élastiques du matériau homogénéisé (en s'inspirant par exemple de [BERNARD ET AL. 03a] ou [TORRENTI ET AL. 05]). Mais la consommation de portlandite par les réactions pouzzolaniques va modifier la répartition spatiale des hydrates au cours du temps rendant difficile l'homogénéisation. De plus, du point de vue des résistances, une telle homogénéisation paraît complexe à développer.

Pour cette dernière raison, nous avons opté pour une approche prenant en compte l'effet de l'hydratation sur les caractéristiques mécaniques de façon moyennée et permettant de gérer le comportement des liants composés de façon simple. Cette approche par degré d'hydratation est par ailleurs compatible avec la maturométrie expérimentale basée sur la mesure des caractéristiques moyennes à différentes échéances.

3.2. Lois constitutives

3.2.1. Lois rhéologiques

Comme nous l'avons vu, le modèle rhéologique doit être écrit en terme de vitesses. Le développement ci-dessous concerne la contrainte sphérique. Pour la contrainte déviatorique il suffit d'adapter les notations ($k \to \mu$ et $s \to d$).

Ainsi la loi de comportement de l'étage élastique (0) s'écrit :

$$\dot{\tilde{\sigma}}'^{(s)}_0 = k_0 \dot{\varepsilon}_0{}^{(s)} \tag{III-28}$$

A l'étage 1, le comportement viscoélastique du module de Kelvin fait intervenir les lois d'élasticité et de viscosité écrites en vitesses :

$$\dot{\tilde{\sigma}}'^{(s)}_{KV} = k_{KV} \dot{\varepsilon}_{KV}{}^{(s)} + \dot{\eta}_{KV}{}^{(s)} \dot{\varepsilon}_{KV}{}^{(s)} + \eta_{KV}{}^{(s)} \ddot{\varepsilon}_{KV}{}^{(s)} \tag{III-29}$$

A l'étage 2 on retrouve la loi de viscosité écrite également en vitesse de contrainte :

$$\dot{\tilde{\sigma}}'^{(s)}_M = \dot{\eta}_M{}^{(s)} \dot{\varepsilon}_M{}^{(s)} + \eta_M{}^{(s)}(t) \ddot{\varepsilon}_M{}^{(s)} \tag{III-30}$$

La compatibilité des vitesses d'évolution des contraintes entre étages s'écrit :

$$\dot{\tilde{\sigma}}'^{(s)}_0 = \dot{\tilde{\sigma}}'^{(s)}_{KV} = \dot{\tilde{\sigma}}'^{(s)}_M \tag{III-31}$$

La combinaison des 3 équations élémentaires associées à la compatibilité des déformations nous conduit au système suivant.

$$\begin{cases} k_0 \dot{\varepsilon}_0{}^{(s)} = \dot{\eta}_M{}^{(s)} \dot{\varepsilon}_M{}^{(s)} + \eta_M{}^{(s)}(t) \ddot{\varepsilon}_M{}^{(s)} \\ \dot{\eta}_M{}^{(s)} \dot{\varepsilon}_M{}^{(s)} + \eta_M{}^{(s)}(t) \ddot{\varepsilon}_M{}^{(s)} = k_{KV} \dot{\varepsilon}_{KV}{}^{(s)} + \dot{\eta}_{KV}{}^{(s)} \dot{\varepsilon}_{KV}{}^{(s)} + \eta_{KV}{}^{(s)} \ddot{\varepsilon}_{KV}{}^{(s)} \end{cases} \tag{III-32}$$

A ces deux équations s'ajoute la décomposition de l'incrément de déformation totale :

$$\dot{\varepsilon}^{(s)} = \dot{\varepsilon}_0{}^{(s)} + \dot{\varepsilon}_{KV}{}^{(s)} + \dot{\varepsilon}_M{}^{(s)} \tag{III-33}$$

Le comportement viscoélastique du matériau vieillissant est donc déterminé par la résolution du système suivant :

$$\begin{cases} k_0 \dot{\varepsilon}_0{}^{(s)} = \dot{\eta}_M{}^{(s)} \dot{\varepsilon}_M{}^{(s)} + \eta_M{}^{(s)}(t) \ddot{\varepsilon}_M{}^{(s)} \\ \dot{\eta}_M{}^{(s)} \dot{\varepsilon}_M{}^{(s)} + \eta_M{}^{(s)}(t) \ddot{\varepsilon}_M{}^{(s)} = k_{KV} \dot{\varepsilon}_{KV}{}^{(s)} + \dot{\eta}_{KV}{}^{(s)} \dot{\varepsilon}_{KV}{}^{(s)} + \eta_{KV}{}^{(s)} \ddot{\varepsilon}_{KV}{}^{(s)} \\ \dot{\varepsilon}^{(s)} = \dot{\varepsilon}_0{}^{(s)} + \dot{\varepsilon}_{KV}{}^{(s)} + \dot{\varepsilon}_M{}^{(s)} \end{cases} \tag{III-34}$$

Comme nous le verrons au paragraphe 4.2, une méthode de résolution approchée de ce système a été mise en œuvre.

3.2.2. Contrainte hydrique

Dans le cas d'un matériau au jeune âge, la contrainte hydrique est due aux dépressions capillaires issues du départ d'eau vers l'extérieur sous l'effet d'un séchage mais aussi de la consommation de l'eau par l'hydratation.

L'utilisation de la loi déterminant la contrainte hydrique directement à partir de la porosité et de la teneur en eau proposée au paragraphe 2.3 (Eq. (III-9)), permet une adaptation simple au cas du matériau au jeune âge puisque le modèle d'hydratation multiphasique nous fournit directement l'évolution de la porosité au cours de l'hydratation ainsi que celle de la teneur en eau (sous l'effet couplé du séchage éventuel et de l'hydratation).

La seule adaptation que nous envisageons est la prise en compte de l'évolution du coefficient de Biot au cours de l'hydratation. En effet, avant le seuil de percolation mécanique, la baisse de la teneur en eau (par hydratation ou séchage) crée une dépression mais qui ne s'applique que sur des amas non cohérents. Cette dépression locale ne se transmet donc pas au niveau macroscopique.

Ces constatations physiques nous amènent à considérer que le coefficient de Biot varie au cours de l'hydratation. Ainsi, avant le seuil de percolation il sera nul (pas de transmission de la dépression au niveau macroscopique) puis nous considèrerons une évolution en fonction du degré d'hydratation similaire à celle des module d'élasticité (voir §3.4.2) :

$$b_{wsat} = b_{wth}\left\langle \frac{\alpha - \alpha_s}{1 - \alpha_s} \right\rangle^{2/3} \qquad \text{(III-35)}$$

Où b_{wth} est le coefficient de Biot pour un matériau saturé et totalement hydraté.

3.3. Evolution des variables internes pendant l'hydratation

3.3.1. Endommagement

Lors de l'hydratation, la surface de fissures (Sf) créée par l'état de contrainte n'est pas modifiée. Par contre, la surface de squelette solide (Ss) est augmentée par la création de nouveaux hydrates. L'endommagement étant défini comme le rapport de la surface de fissures (constante) sur la surface de solide (augmentant), elle est donc globalement diminuée de façon isotrope du fait de la distribution aléatoire des hydrates formés.

Pour estimer cette diminution de l'endommagement, on part du fait que la surface de fissures (Sf) doit rester constante au cours de l'hydratation, soit, pour 2 temps consécutifs t-dt et t :

$$Sf(t) = Sf(t - dt) \tag{III-36}$$

Comme on a $D = \frac{Sf}{Ss}$, on exprime la surface de fissures en fonction de l'endommagement et de la surface de solide :

$$D(t) \cdot Ss(t) = D(t - dt) \cdot Ss(t - dt) \tag{III-37}$$

En faisant l'hypothèse que la surface de solide créée est proportionnelle au degré d'hydratation moyen α du liant utilisé, on obtient finalement :

$$D(t) = D(t - dt)\frac{\alpha(t - dt)}{\alpha(t)} \tag{III-38}$$

Cette expression permet, lors de la mise en œuvre numérique du modèle, d'actualiser l'endommagement en fonction du degré d'hydratation.
Il est probable que cette expression ne soit plus applicable lorsque les fissures sont localisées et ouvertes. Ce point n'est cependant pas traité ici.

3.3.2. Variables de consolidation

Comme nous l'avons vu lors de la présentation du modèle, les viscosités de l'étage de Maxwell permettent de caractériser l'état de consolidation du matériau, conséquence d'une déformation de fluage. Lorsque le matériau est en cours d'hydratation, de nouveaux hydrates se créent dans cet espace consolidé et ces nouveaux hydrates, comme le montre la théorie de la solidification, sont libres de contraintes, leur état de déformation de référence étant l'état de déformation du matériau au moment où ils se forment. Etant donné qu'ils sont dans leur état de déformation de référence, ils ne sont pas consolidés. Les variables de consolidation doivent alors être réactualisées pour prendre en compte ces nouveaux hydrates. En effet, l'état de consolidation moyen du matériau varie suite à la formation de ces hydrates non consolidés.
Nous proposons une réactualisation simple qui permet de traduire cette diminution globale de consolidation afin que les coefficients de consolidation soient moyennés sur le nouveau volume global d'hydrates :

$$Cc^{(s,d)}(t) = Cc^{(s,d)}(t - dt)\frac{\alpha(t - dt)}{\alpha(t)} \tag{III-39}$$

3.4. Mise en œuvre

3.4.1. Conditions initiales

Les équations de comportement du matériau chimiquement évolutif étant établies en incrément de contrainte, la résolution du problème mécanique au jeune âge passe par leur intégration depuis le temps initial t_0 :

$$\sigma(t) = \int_{t_0}^{t} \dot{\sigma}(\tau) \cdot d\tau \qquad \text{(III-40)}$$

Comme nous l'avons vu dans le chapitre bibliographique, le comportement du béton en cours d'hydratation se décompose en deux phases de comportement distinctes. Dans les premiers instants après le coulage, le béton est en effet assimilable à un fluide et ne peut pas reprendre de contraintes déviatoriques. Lorsque le degré d'hydratation permet d'atteindre le seuil de percolation mécanique, le béton commence à se structurer et peut reprendre ces efforts. Le calcul par la mécanique des matériaux solides ne peut donc se faire qu'à partir de ce seuil de percolation mécanique.
En conséquence, on a $t_0 = t_s$ où t_s est l'âge du béton au moment du seuil de percolation.

La déformation thermique au moment où le seuil de percolation est atteint doit être prise comme référence afin que les contraintes thermomécaniques soient nulles pour cet état de déformation :

$$\begin{aligned} T_{ref} &= T(t_s) \\ \text{et } \varepsilon_{ij} &= \varepsilon_{VEC\,ij} + \alpha^T \left(T - T_{ref}\right) \cdot \delta_{ij} \end{aligned} \qquad \text{(III-41)}$$

Où α^T est le coefficient de dilatation thermique du béton.

La déformation chimique de Le Chatelier est négligée pour les calculs mécaniques car les résultats expérimentaux [GRANGER 95] suggèrent que la majorité de cette déformation se déroule avant le seuil de percolation mécanique, quand le béton est fluide, et qu'après ce seuil de percolation les déformations dues à l'hydratation peuvent s'expliquer par la consommation de l'eau (que nous avons prise en compte via la contrainte hydrique).

3.4.2. Evolution des caractéristiques mécaniques

➢ Caractéristiques instantanées (étage 0)

Avant le seuil de percolation, le béton a un module de cisaillement négligeable et son coefficient de compressibilité est fortement influencé par la teneur en air occlus. Au-delà de ce seuil de percolation, on propose une évolution des caractéristiques élastiques en fonction de l'hydratation similaire à celles données dans la littérature pour le module d'Young (voir chapitre I) :

$$\begin{cases} k_0(\alpha) = k_{fl} + (k_{th} - k_{fl}) \left\langle \dfrac{\alpha - \alpha_s}{1 - \alpha_s} \right\rangle^{2/3} \\ \mu_0(\alpha) = \mu_{th} \left\langle \dfrac{\alpha - \alpha_s}{1 - \alpha_s} \right\rangle^{2/3} \end{cases} \quad \text{(III-42)}$$

Où : - k_{fl} est la compressibilité du béton frais (milieu granulaire non cohérent)

- k_{th} et μ_{th} sont les caractéristiques élastiques théoriques du béton totalement hydraté
- α_s est le degré d'hydratation caractérisant le seuil de percolation mécanique

La caractéristique k_{fl} du béton frais peut être déterminée par des essais réalisés sur un matériau encore fluide (avant le seuil de percolation).

Les autres paramètres (k_{th}, μ_{th}, α_s) sont déduits des évolutions expérimentales du module d'Young et du coefficient de Poisson au cours de l'hydratation.

$$E = \frac{9k\mu}{\mu + 3k} \text{ et } \upsilon = \frac{3k - 2\mu}{6k + 2\mu} \quad \text{(III-43)}$$

➢ Evolution des paramètres des modèles de fluage

Afin de limiter le nombre de paramètres de calage, nous supposons une évolution des paramètres de fluage identique à celle des propriétés élastiques, c'est-à-dire que les paramètres différés de la branche sphérique restent à chaque instant proportionnel à k_0 et ceux de la branche déviatorique à μ_0. Le temps caractéristique de l'étage réversible étant ainsi gardé constant au cours de l'hydratation ([DE SCHUTTER 02], [BENBOUDJEMA ET AL. 05]).

➢ Evolution des résistances

Les résistances en compression et traction du béton évoluent également au cours de l'hydratation. A partir de la revue bibliographique faite au chapitre I, nous proposons les lois d'évolution suivantes :

$$\begin{cases} Rc(\alpha) = Rc_{th}\left\langle \dfrac{\alpha-\alpha_s}{1-\alpha_s} \right\rangle \\ Rt(\alpha) = Rt_{th}\left\langle \dfrac{\alpha-\alpha_s}{1-\alpha_s} \right\rangle^{2/3} \end{cases} \quad \text{(III-44)}$$

Où : - Rc_{th} et Rt_{th} sont les caractéristiques théoriques du béton totalement hydraté

- α_s est le degré d'hydratation caractérisant le seuil de percolation mécanique.

Ce seuil de percolation est unique car intrinsèque au matériau, il est donc identique à celui utilisé pour les modules d'élasticité.

4. Mise en œuvre numérique

4.1. Principe général

Le modèle mécanique que nous venons de présenter est implanté dans le code aux éléments finis CASTEM2000 qui résout les problèmes de mécanique en déplacements (voir schéma de résolution présenté en Annexe E).

Dans le cas de notre matériau viscoélastique consolidant au jeune âge, le principe de résolution est similaire. Le comportement particulier du matériau est intégré en couplant le comportement rhéologique et endommageable du béton aux phénomènes physico-chimique au jeune âge.

Le principe de ces couplages lors de la résolution est illustré sur la Figure III-4.

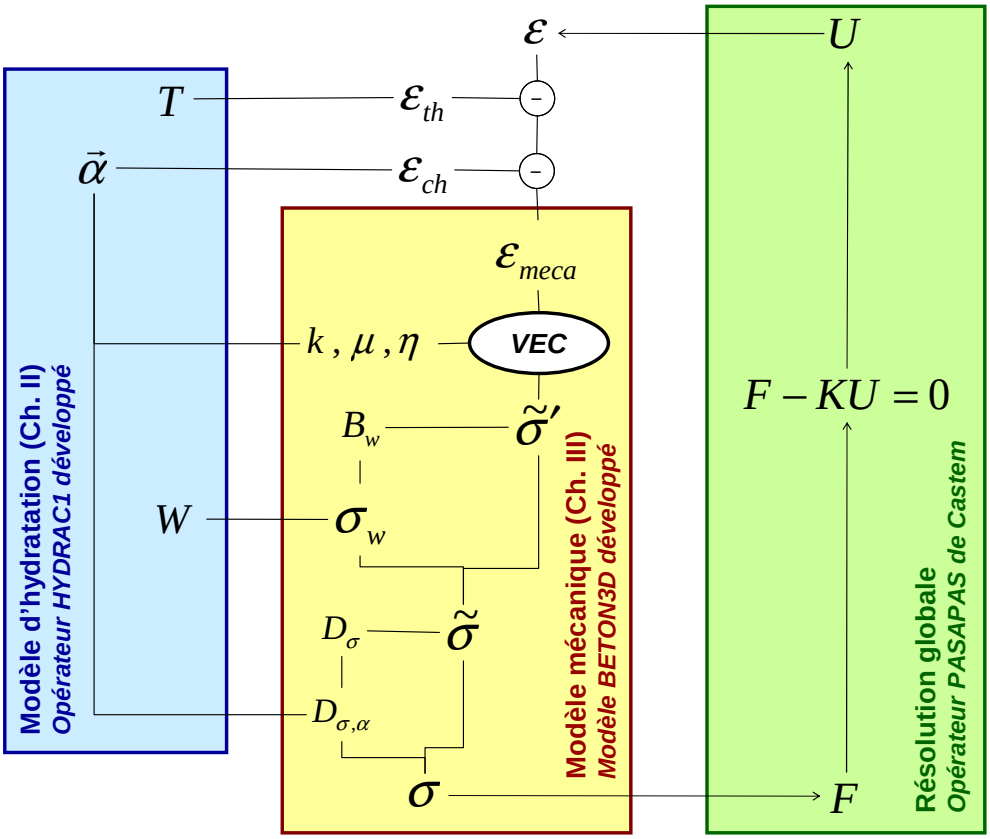


Figure III-4 : Principe de résolution du modèle mécanique au jeune âge proposé

4.2. Résolution numérique adaptée au couplage chémo-mécanique

Dans la procédure mécanique utilisée dans Castem et dans laquelle nous implantons ce modèle, le calcul à chaque pas de temps doit permettre de calculer les contraintes totales dans chaque direction en fonction de l'incrément de déformation imposée. Pour cela, le système définissant le comportement rhéologique du matériau vieillissant doit être intégré sur le pas de temps.

Comme le système ne présente pas de solution analytique, on propose une intégration basée sur deux approximations :

1- Les déformations des étages du modèle rhéologique (ε_0, ε_{KV} et ε_M) peuvent être approchées par des fonctions polynomiales du temps sur le pas de temps.

2- Une forme variationnelle en temps du système différentiel est construite en prenant en compte la forme polynomiale des déformations et en considérant des fonctions de pondération adéquates et non nulles sur le pas de temps [SELLIER 06].

On se ramène ainsi à un système linéaire dont les inconnues sont les coefficients des fonctions polynomiales associées aux déformations. On impose ensuite une continuité des déformations et des contraintes entre le début du pas de temps considéré et la fin du pas de temps précédent.

5. Méthode de détermination des paramètres du modèle

5.1. Récapitulatif des paramètres d'entrée

Avant de présenter de façon détaillée les méthodes de calage des paramètres du modèle, nous récapitulons ceux-ci dans le Tableau III-1.

		Paramètre	Unité	Définition
Rhéologie	Paramètres instantanés	k_{th}	MPa	Coefficient de compressibilité théorique pour un béton totalement hydraté
		μ_{th}	MPa	Coefficient de cisaillement théorique pour un béton totalement hydraté
		α_s	(-)	Seuil de percolation
		k_0	MPa	Compressibilté du béton frais
	Paramètres différés	$k_{KV}(\mu_{KV})$	MPa	Coefficient de compressibilité (cisaillement) de l'étage de Kelvin-Voigt
		$\eta_{KV}^{(s)ou(d)}$	MPa.(j ou h)	Viscosité de l'étage de Kelvin-Voigt
		$\eta_M^{(s)ou(d)}$	MPa.(j ou h)	Viscosité de l'étage de Maxwell
		ε_M^k	(-)	Déformation caractéristique de consolidation
		$\varepsilon_M^{(s)l}$	(-)	Seuil de consolidation
Pression d'eau	Coefficient de Biot	$b_{w\,th}$	(-)	Coefficient de Biot du béton saturé et totalement hydraté
		K_w	MPa	Coefficient relaint la depression capillaire à la contrainte hydrique
	Contrainte hydrique	$\tilde{\sigma}_{fd}$	MPa	Paramètre gérant l'influence de la contrainte sur le coefficient de Biot
Endommagement	Compression	m^c	(-)	Paramètre de fragilité (lié à l'endommagement au pic)
		Rc_{th}	MPa	Résistance en compression
		lc^c	m	Longueur caractéristique de compression
	Traction	m^t	(-)	Paramètre de fragilité (lié à l'endommagement au pic)
		Rt_{th}	MPa	Résistance en traction
		lc^t	m	Longueur caractéristique de traction

Tableau III-1 : Paramètres d'entrée du modèle : notation, unité et définition

5.2. Principe de calage des paramètres

5.2.1. Caractéristiques mécaniques instantanées

Les caractéristiques élastiques sont déterminées par calage sur des essais de modules élastiques à plusieurs échéances afin de pouvoir déterminer les lois de variation de ces paramètres vis-à-vis de l'hydratation. Les lois de variations des caractéristiques instantanées (E, Rc, Rt) ont été choisies au paragraphe 3.4.2 et elles présentent chacune deux paramètres de calage : le seuil de percolation et la valeur de la caractéristique étudiée pour un degré d'hydratation de 1 (indicée th). Le seuil de percolation étant lié à la structuration du matériau au cours de l'hydratation, il constitue une caractéristique intrinsèque du matériau et est donc le même pour ces 3 caractéristiques. Le calage des caractéristiques finales et de cet unique seuil de percolation se fait par minimisation de l'écart entre les lois théoriques et les valeurs mesurées de façon couplée sur les trois caractéristiques étudiées : E, Rc et Rt.

5.2.2. Caractéristiques différées

Comme nous l'avons vu dans le chapitre I, les variations des caractéristiques rhéologiques en fonction de l'hydratation sont considérées comme proportionnelles aux variations des modules d'élasticité. Les coefficients de proportionnalité sont calés sur des tests de fluage uniaxiaux avec déchargement et donnant la mesure des déformations dans trois directions (afin de pouvoir séparer la déformation en parties sphérique et déviatorique).

La procédure de calage se fait en trois étapes, comme représenté sur la Figure III-5.

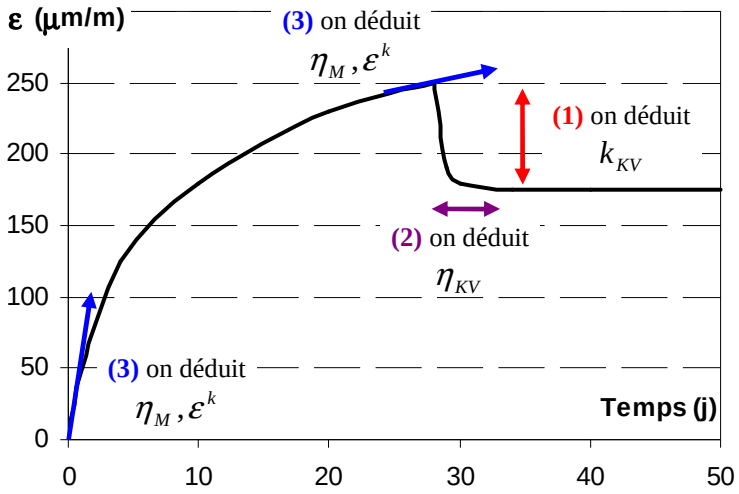


Figure III-5 : Procédure de calage des paramètres rhéologiques

1- L'amplitude du retour de fluage fournit le paramètre élastique de l'étage 1 (k_{KV}) qui correspond au comportement réversible du matériau.
2- Le temps caractéristique du retour de fluage est gouverné par le rapport entre la viscosité et le module élastique du module de Kelvin-Voigt. Ce paramètre élastique étant calculé à l'étape 1, on peut ici déterminer le paramètre η_{KV}.
3- Enfin, tous les autres paramètres étant connus, la viscosité de l'étage 2 (viscosité initiale et paramètre de la consolidation) est déterminée par calage progressif sur la première partie de la courbe (pente à l'origine et amplitude de la déformation totale avant décharge.

5.2.3. Effet de l'eau

5.2.3.1. Eprouvette non chargée

Lors d'un essai de retrait libre, l'éprouvette n'est pas chargée et la contrainte totale appliquée sur le matériau est nulle, le coefficient de Biot est donc isotrope.
La contrainte effective sur le squelette se calcule alors de la façon suivante :

$$\tilde{\sigma}' = b_{w\,sat} \cdot K_w \left(\phi - W\right) \tag{III-45}$$

Cette contrainte effective est celle qui s'applique sur le modèle rhéologique afin de déterminer les déformations induites. Ces déformations sont donc fonction du seul couple de paramètres $b_{wsat} \cdot K_w$. Etant donné que nos applications se limitent aux cas de milieux non saturés, et faute d'essai permettant de déterminer le coefficient de Biot, nous calerons globalement le couple $b_{wsat} \cdot K_w$.

5.2.3.2. Couplage avec l'effet d'un chargement extérieur

Le paramètre $\tilde{\sigma}_{fd}$ gouvernant l'évolution du coefficient de Biot en fonction de la contrainte externe appliquée peut alors se faire sur un essai de fluage total. En effet, tous les paramètres de fluage ont été précédemment déterminés à partir de l'essai de fluage endogène, le supplément de déformation observé sur l'essai de fluage total est dû :

1- au retrait de séchage (pour lequel le paramètre K_w a été calé sur l'essai de retrait libre),

2- à un supplément de déformation de retrait généré par une meilleure transmission des dépressions capillaires sous l'effet d'un chargement de compression empêchant la microfissuration de retrait.

C'est l'amplitude de cette dernière partie de la déformation que nous allons caler sur l'essai de fluage total en déterminant le paramètre $\tilde{\sigma}_{fd}$ modifiant le coefficient de Biot (voir équation (III-10)).

5.2.4. Paramètres d'endommagement

Il s'agit des paramètres de la loi d'évolution de l'endommagement ($\tilde{\sigma}_u$ et m) ainsi que des paramètres gérant la localisation des endommagements (longueurs internes lc).

5.2.4.1. Paramètres obtenus par exploitation directe d'un essai

➢ Endommagement de traction

Compte tenu de l'anisotropie de l'endommagement de traction, les paramètres d'endommagement de traction sont obtenus par exploitation d'un essai de traction directe (avec mesure de déformations) à partir des formules suivantes :

$$m^t = \frac{A_t}{\ln(1-d_{pic})\cdot(\upsilon-1)} \text{ et } \tilde{\sigma}_u^t = \frac{A_t \cdot Rt \cdot \left[-m^t \cdot \ln(1-d_{pic})\right]^{\left(-1/m^t\right)}}{A_t + d_{pic}(\upsilon-1)} \quad \text{(III-46)}$$

Où : - $A_t = 1-\upsilon+2\upsilon^2\left(d_{pic}-1\right)$

- υ est le coefficient de Poisson du matériau

- d_{pic} est l'endommagement atteint au niveau du pic de la loi $\sigma(\varepsilon)$ en traction simple qui influence la valeur de la déformation au pic

➢ Endommagement de compression

En compression, les paramètres de la loi d'évolution de l'endommagement sont reliés à :

$$m^c = -\frac{1}{\ln\dfrac{Rc}{E\cdot\varepsilon_{pic}}} \text{ et } \tilde{\sigma}_u^c = \frac{\sqrt{3}+\delta_{\text{hom}}}{3}\cdot Rc\cdot\exp\left(\frac{1}{m^c}\right) \quad \text{(III-47)}$$

Où : - δ_{hom} est le coefficient du critère de Drucker-Pragger déduit d'essais biaxiaux

- ε_{pic} est la déformation atteinte au niveau du pic de la loi $\sigma(\varepsilon)$ en compression simple.

5.2.4.2. Paramètres obtenus par analyse inverse

Les longueurs internes introduites afin de contrôler la dissipation au cours de la localisation des fissures sont calées sur des essais de compression (lc^c) et traction (lc^t) simples pilotés en déformation afin d'obtenir la partie adoucissante de la loi de comportement.

A défaut d'essai de traction directe avec mesure de déformations, on peut caler le paramètre lc^t sur un essai de flexion 3 points piloté en déplacement.

5.3. Récapitulatif

Le tableau suivant présente de façon synthétique les différents paramètres d'entrée du modèle mécanique et les essais de calage associés.

		Paramètre	Unité	Méthode de détermination
Rhéologie	Paramètres instantanés	k_{th}	MPa	Calage sur essai E(a) et n(a)
		μ_{th}	MPa	
		α_s	(-)	
		k_0	MPa	Mesure sur béton frais ou calcul
	Paramètres différés	$k_{KV}(\mu_{KV})$	MPa	Calage sur essai de fluage avec décharge et mesure des déformations latérales
		$\eta_{KV}^{(s)ou(d)}$	MPa.(j ou h)	
		$\eta_M^{(s)ou(d)}$	MPa.(j ou h)	
		ε_M^k	(-)	
		$\varepsilon_M^{(s)l}$	(-)	
Pression d'eau	Coefficient de Biot	$b_{w\,th}$	(-)	Calage sur retrait libre
		K_w	MPa	
	Contrainte hydrique	$\tilde{\sigma}_{fd}$	MPa	Calage sur fluage total
Endommagement	Compression	m^c	(-)	Calage sur essai de compression piloté en déformation
		Rc_{th}	MPa	
		lc^c	m	
	Traction	m^t	(-)	Calage sur essai de traction piloté en déformation
		Rt_{th}	MPa	
		lc^t	m	

Tableau III-2 : Tableau récapitulatif des méthodes de détermination des paramètres d'entrée du modèle mécanique

6. Application du modèle en laboratoire

Le modèle de comportement mécanique au jeune âge sera dans un premier temps testé sur un matériau durci afin de valider le modèle d'endommagement anisotrope puis le couplage hydromécanique proposés. Il sera ensuite évalué sur un matériau en cours d'hydratation afin de vérifier la bonne prise en compte des couplages entre le comportement hydromécanique endommageable, préalablement testé, et les phénomènes physico-chimiques au jeune âge, conséquences de l'hydratation.

6.1. Application sur béton durci

6.1.1. Application vis-à-vis de l'endommagement

6.1.1.1. Comportement unilatéral

La bonne prise en compte du comportement unilatéral du béton par le modèle est testée par la simulation d'un essai de chargement cyclique uniaxial traction/compression réalisé à déformation imposée afin de pouvoir observer la partie post-pic.

Une déformation positive est imposée en premier lieu jusqu'à une déformation de 0,5‰ (point 1) (déformation pour laquelle le matériau est rompu en traction). On impose alors une déformation négative jusqu'à -6‰ (point 2) puis on procède à un retour de la déformation imposée à zéro (point 3).

Les résultats obtenus pour le modèle sont présentés sur la Figure III-6.

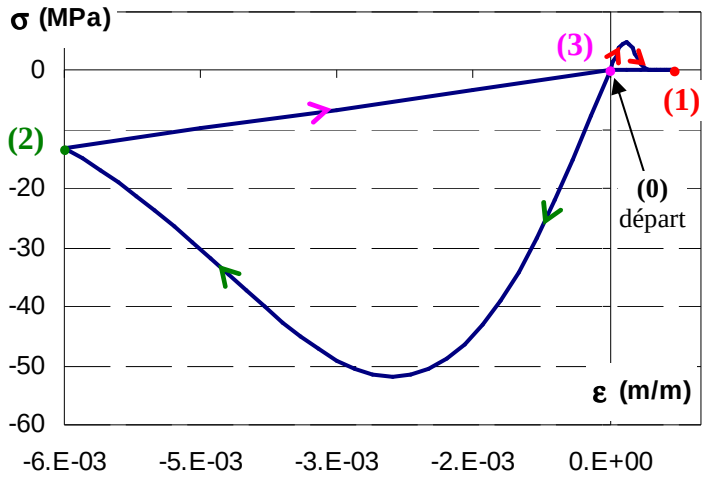


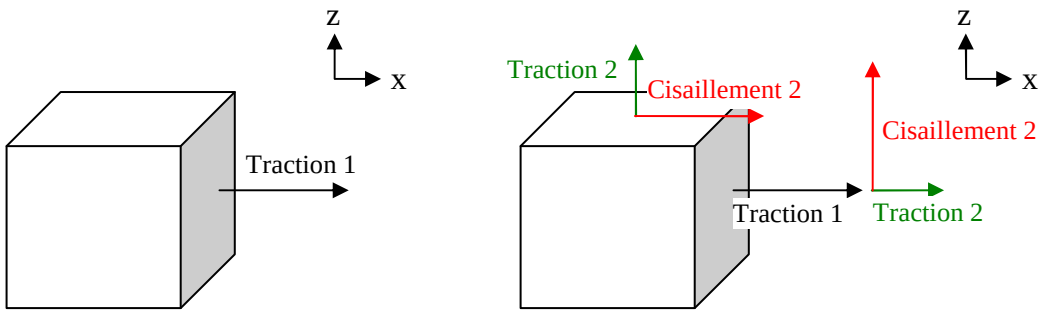
Figure III-6 : Réponse du modèle à un chargement cyclique

On constate dans un premier temps que le modèle reproduit correctement les différences de comportement de traction et de compression et notamment la restitution de rigidité lorsqu'on comprime un matériau endommagé en traction dans la direction de sollicitation (refermeture de la fissuration).

Cependant, le modèle mécanique étant un modèle d'endommagement pur ne prenant pas en compte de déformation plastique, la déformation résiduelle après déchargement n'est pas reproduite (point 3), l'intégralité des déformations sous chargement rapide étant dans notre cas réversible. Cette approximation nous permet de nous affranchir des sous itérations nécessaires au calcul des déformations irréversibles et permet de conserver une résolution explicite du modèle d'endommagement anisotrope (fonction implicite des déformations).

6.1.1.2. Test de Willam

Le test de Willam [GHAVAMIAN ET AL. 03] est un test numérique permettant d'éprouver les modèles d'endommagement vis-à-vis du caractère anisotrope du béton. Il consiste à appliquer dans un premier temps une traction uniaxiale (par déformation imposée selon l'axe x) jusqu'à atteindre le pic de la loi de comportement de traction. Une traction orthogonale et un cisaillement sont ensuite également appliqués. Le descriptif du chargement est symbolisé sur la Figure III-7.



Cas de chargement 1 Cas de chargement 2

Figure III-7 : Principe du test de Willam

Ce cas de chargement amène une rotation des contraintes principales qui permet de visualiser la réponse du modèle à un chargement non radial. Les résultats du test doivent en effet présenter les caractéristiques suivantes [GHAVAMIAN ET AL. 03] :

1- Toutes les contraintes (les deux contraintes normales et le cisaillement) tendent vers zéro à la fin du test et la contrainte de traction orthogonale reste inférieure ou égale à la contrainte σ_{xx}.
2- Un petit palier ou un second pic peut être observé environ au milieu de la partie descendante de σ_{xx}.
3- On observe tout d'abord un cisaillement positif puis une inversion du signe de la contrainte pour finalement tendre vers zéro à la fin du test (voir 1).

Les résultats du test pour le modèle mécanique sont présentés sur la Figure III-8.

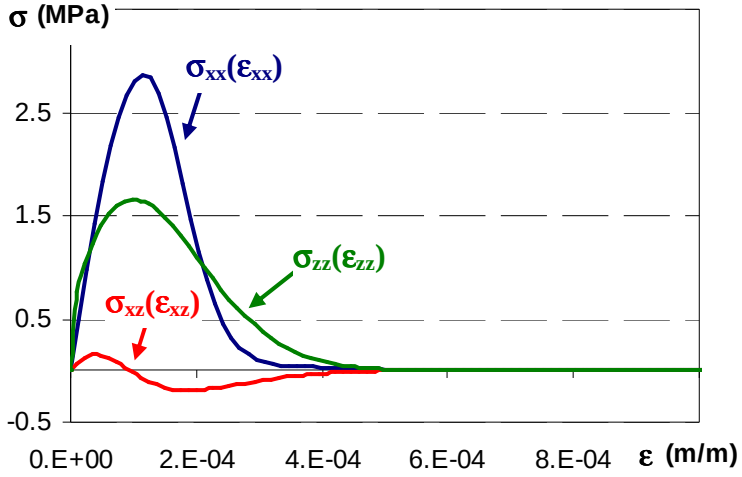


Figure III-8 : Réponse du modèle au test de Willam

On observe que les conditions 1 et 3 sont vérifiées puisque les contraintes tendent bien vers zéro et qu'une inversion du signe de la contrainte de cisaillement est effectivement observée.

6.1.2. Application vis-à-vis du comportement différé

Le couplage hydromécanique non saturé proposé dans la modélisation est testé sur les essais réalisés par Granger [GRANGER 95] sur un béton âgé de 28 jours. Ceci nous permet de nous affranchir, pour cette première application, du couplage avec l'hydratation.
La composition de ce béton est donnée dans le Tableau III-3.

Composé	Dosage (kg/m^3)
Granulats	1130
Sable	750
Ciment CPA52,5 Origny	350
Eau	190

Tableau III-3 : Formulation du béton

Granger indique que, à 28 jours (date du chargement des essais de fluage et de début de séchage des éprouvettes de retrait), le module d'Young est égal à 38600 MPa et le coefficient de Poisson à 0,21.

Dans un premier temps, le calage des propriétés différées du béton étudié est fait sur un essai de fluage en conditions endogènes. La capacité du modèle à reproduire les couplages hydromécaniques non saturés est alors évaluée avec un essai de retrait et un essai de fluage total.

6.1.2.1. Fluage propre

L'essai de fluage propre est réalisé par Granger sur une éprouvette de diamètre 16 cm et de hauteur 32 cm isolée de tout échange hydrique avec l'extérieur. Le chargement est effectué 28 jours après le coulage par l'application d'une pression de 12 MPa (soit 27,6% de la résistance en compression).

La Figure III-9 permet de visualiser le calage du modèle proposé sur le comportement de ce béton en fluage propre, les paramètres de calage étant donnés dans le Tableau III-4.

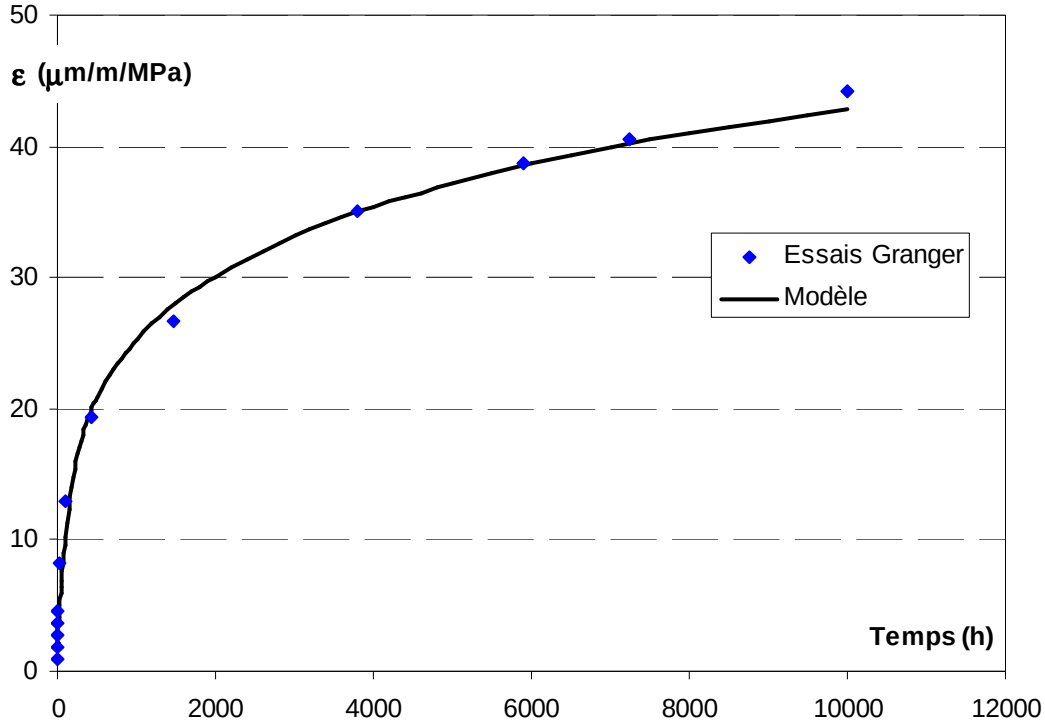


Figure III-9 : Déformation différée obtenue lors de l'essai de fluage propre (trait continu : simulation, losanges : essais de Granger)

	Sphérique	Déviatorique
k_0 , μ_0 (GPa)	22	16
k_{KV} , μ_{KV} (GPa)	85	37
$\eta_{KV}^{(s,d)}$ (GPa.j)	336	223
$\eta_M^{0\,(s,d)}$ (GPa.j)	850	743
$\varepsilon_M^{(s,d)k}$	7.10^{-5}	2.10^{-2}
$\varepsilon_M^{(s)l}$	0,1	(-)

Tableau III-4 : Caractéristiques rhéologiques obtenues par calage.

6.1.2.2. Retrait de dessiccation

Les éprouvettes utilisées pour l'essai de retrait de dessiccation sont des cylindres de diamètre 16 cm exposés sur leur surface latérale à une humidité relative de 50%. Granger indique que, compte tenu de l'isotherme de désorption du béton étudié, cette condition revient à imposer une teneur en eau volumique à la surface de 52,6 l/m^3.

La teneur en eau initiale au moment de l'essai est de 117,5 l/m^3 et nous estimons la porosité du béton à 13%, ce qui correspond à un degré de saturation au moment de l'essai de 0,9 en accord avec les résultats de degré de saturation classiquement obtenus pour des bétons de E/C proches de 0,5 soumis au seul effet de l'autodessiccation ([BAROGUEL-BOUNY 94], [YSSORCHE 95]).

On rappelle que les profils hydriques (Figure III-10) sont calculés par résolution numérique de l'équation de conservation de masse d'eau, dans laquelle le coefficient de transfert hydrique non linéaire est modélisé par la loi de Mensi [MENSI ET AL. 88] (voir chapitre II). Le calage donne ici $D_{W0}=8.10^{-13}$ m²/s et p=0,05 m^3/l.

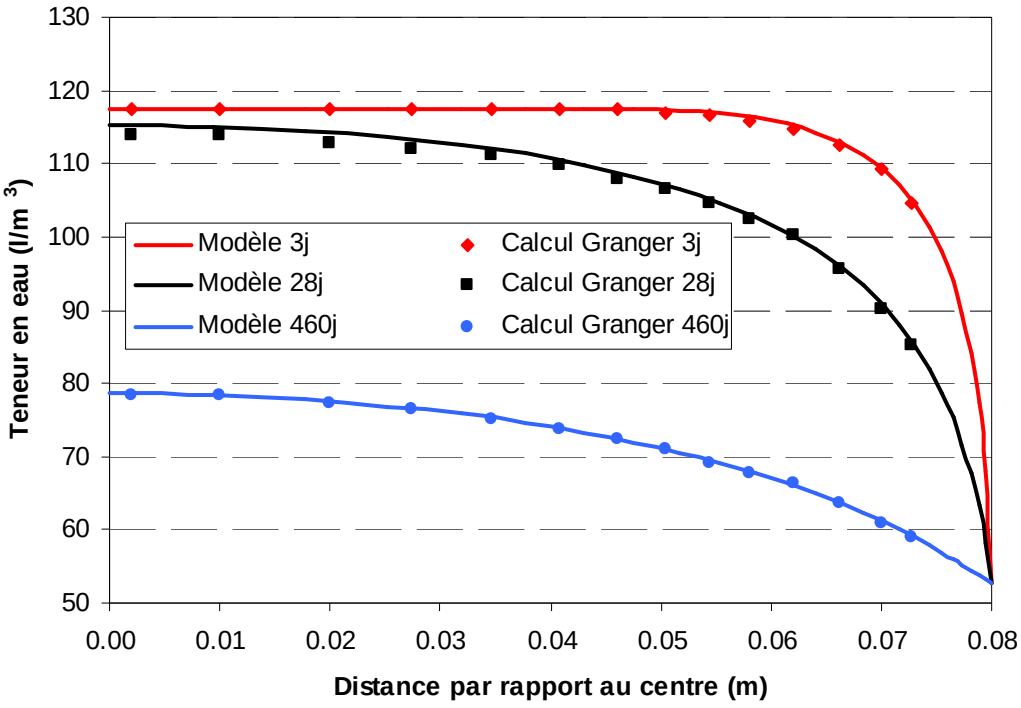


Figure III-10 : Profils des teneurs en eau à différentes dates

Les profils ainsi reproduits correspondent bien aux profils obtenus numériquement par Granger (voir Figure III-10). Nous pouvons alors caler la constante K_w = -1040 MPa de façon à retrouver l'amplitude du retrait mesuré par L.Granger (Figure III-11).

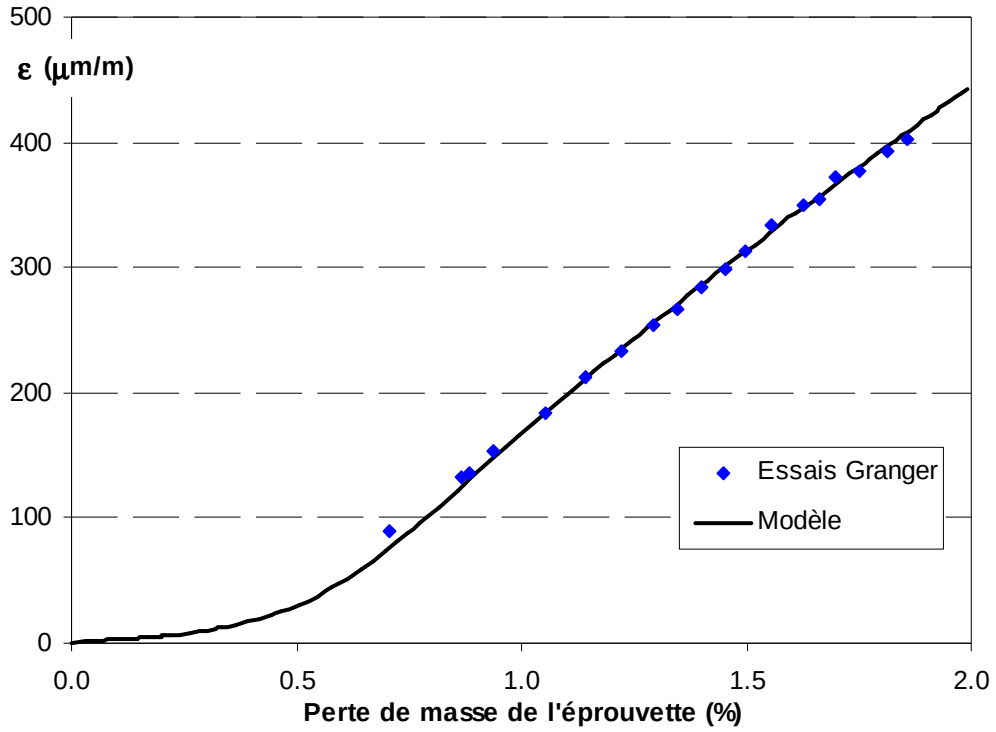


Figure III-11 : Retrait en fonction de la perte de masse
(trait continu : simulation, losanges : essais de Granger)

Nous pouvons remarquer que, si d'une part nous connaissons les profils de teneur en eau et d'autre part la loi de fluage propre, alors seul le paramètre de K_w est à caler pour retrouver le retrait.

La Figure III-11 montre une évolution linéaire de la déformation vis-à-vis de la perte de masse, précédée par un palier de transition qui s'explique par le comportement structural de l'éprouvette. En effet, pour les faibles pertes de masse, seule la surface sèche et sa déformation ne peut se répercuter de façon globale sur l'éprouvette car le cœur, non atteint alors par le séchage, empêche le retrait macroscopique. Ce palier dû à l'effet de structure sera donc théoriquement d'autant plus réduit que l'éprouvette sera de petites dimensions.

6.1.2.3. Fluage de dessiccation

Le seul paramètre de calage supplémentaire nécessaire à la modélisation de la déformation différée totale est la contrainte $\tilde{\sigma}_{fd}$ (cf. équation (III-10)), prise égale à 14,7 MPa afin de retrouver la courbe obtenue expérimentalement.

La comparaison des mesures avec le résultat obtenu par le modèle avec ce dernier paramètre de calage est illustrée à la Figure III-12.

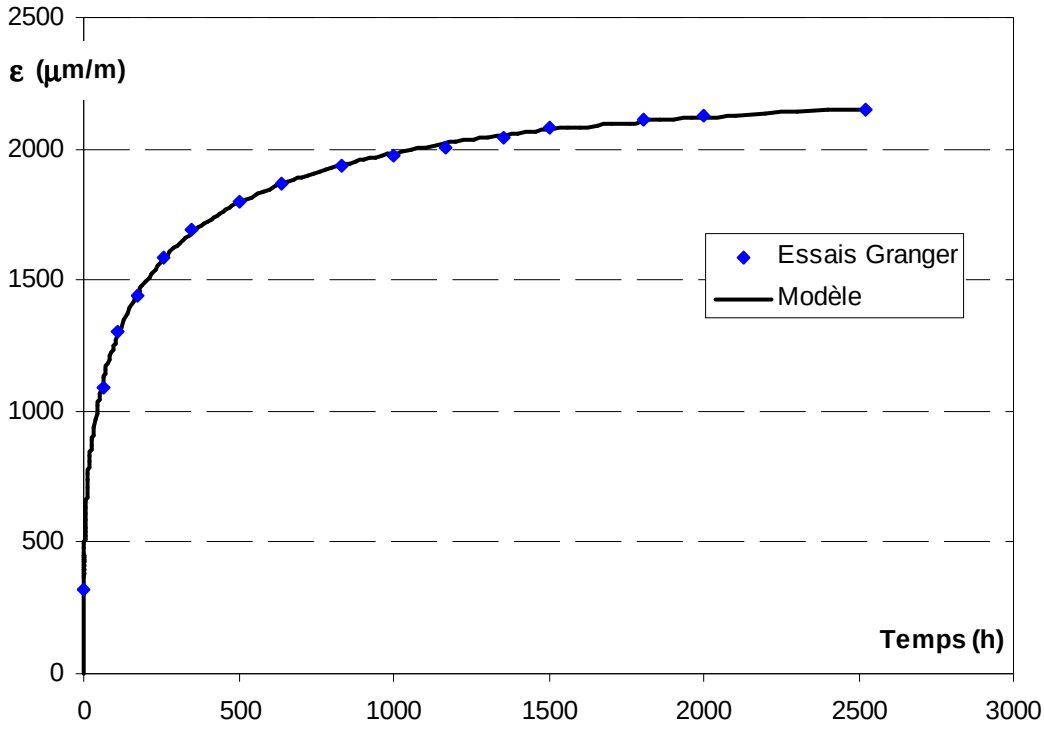


Figure III-12 : Déformation de fluage total au cours du temps
(trait continu : simulation, losanges : essais de Granger)

Cette dernière étape permet de visualiser l'aptitude du modèle hydromécanique que nous avons proposé à reproduire les phénomènes de retrait et de fluage de dessiccation.

6.2. Application sur béton au jeune âge

6.2.1. Caractéristiques du matériau testé

Le programme expérimental nécessaire à l'application du modèle au jeune âge représentant en lui-même un nombre d'essais élevé, il ne nous est pas possible de le répéter plusieurs fois pour une même composition, ce qui serait cependant nécessaire pour caractériser la reproductibilité et donc la fiabilité des essais ainsi effectués. Nous avons alors choisi de réaliser ce programme expérimental sur un mortier. En effet la reproductibilité des essais est meilleure sur mortier que sur béton.

Enfin nous avons décidé de travailler avec un rapport E/C de 0,6, ce qui représente une valeur relativement élevée. Ce choix nous permet en effet de ne pas utiliser de superplastifiant.
On s'affranchit ainsi d'un éventuel effet retard du superplastifiant sur l'hydratation, effet qui, à ce stade du développement, n'est pas pris en compte dans le modèle.
La composition retenue est présentée dans le Tableau III-5.

Composé	Dosage (kg/m^3)
Eau	293
Ciment CEM I (Naga)	489
Sable (Naga) D_{max} 2mm	1467

Tableau III-5 : Composition du mortier étudié

Compte tenu des volumes nécessaires à la réalisation de ce programme expérimental sur mortier, il n'a pas été possible, avec le matériel disponible au laboratoire, de confectionner les éprouvettes nécessaires en une seule gâchée. Nous avons donc été obligés de séparer le programme expérimental en 2 phases (mais réalisées bien évidemment avec la même composition et, autant que possible, dans les mêmes conditions).
Toutes les éprouvettes sont démoulées 24h après le coulage puis replacées dans une salle dont l'humidité relative est maintenue constante à 98% et la température à 20°C. Elles sont conservées ainsi jusqu'à la date des essais.
Les éprouvettes ainsi réalisées permettront d'effectuer les tests de validation du comportement mécanique du béton au jeune âge à savoir :

1- Un essai de fluage propre afin de tester le couplage hydratation / rhéologie,
2- Des essais de retrait et de fluage total afin de tester le couplage hydratation / hydromécanique non saturé.

Les évolutions des caractéristiques mécaniques sous l'effet de l'hydratation seront dans un premier temps déterminées par l'exploitation d'essais de maturométrie présentés dans le paragraphe suivant.

6.2.2. Caractéristiques mécaniques instantanées

6.2.2.1. Description des essais

➢ Essai de compression

Les résistances mécaniques en compression sont déterminées sur des éprouvettes cylindriques de 11,8 cm de diamètre et 23,6 cm de hauteur. Compte tenu de leur faible résistance lors des toutes premières échéances de mesure, le parallélisme des deux surfaces de chargement a été obtenu par surfaçage à l'enduit au soufre (et non par rectification mécanique).
La presse utilisée a une capacité de 3000 kN. La vitesse de chargement est fixée à 0,5MPa/s conformément à la norme [NF EN 12390-3].
Afin d'obtenir l'évolution de cette résistance au fur et à mesure de l'hydratation du ciment, on réalise des essais à échéances régulières (20h, 27h, 48h, 72h, 7j, 28j et 186j). A chacune de ces échéances, la valeur retenue est une moyenne issue de trois essais.

Le module d'élasticité est déterminé à partir de l'essai de compression. L'éprouvette cylindrique est équipée de trois jauges longitudinales placées chacune à 120° des deux autres. La déformation correspond à la moyenne des trois valeurs mesurées. L'éprouvette est soumise à cinq cycles de chargement/déchargement avec un palier haut à 33% de la charge de rupture, le module étant mesuré lors du $5^{ème}$ cycle. A chaque échéance, la valeur retenue est une moyenne issue de deux essais.
Compte tenu de la dispersion importante des résultats concernant le coefficient de Poisson à ces échéances, nous ne pouvons déterminer une loi d'évolution et considérerons par la suite ce coefficient constant après le seuil de percolation et égal à 0,2.

➢ Essai de traction par fendage

Les résistances en traction sont déterminées de façon indirecte par des essais de fendage sur des éprouvettes cylindriques 11,8cm x 23,6cm réalisées aux mêmes échéances que la compression excepté à 20h à cause de la trop faible résistance en traction à cette échéance.
Le comportement endommageable du matériau en traction n'est pas caractérisable par cet essai indirect, il sera déduit de l'étude du comportement en flexion.

6.2.2.2. Détermination de l'évolution de l'hydratation

La cinétique d'hydratation du ciment utilisé pour réaliser les éprouvettes testées dans ces essais est caractérisée par un essai de calorimétrie semi-adiabatique (Langavant) qui permet de déterminer les différents paramètres de la loi de cinétique proposée dans le modèle d'hydratation mutiphasique. Le mortier utilisé étant formulé avec le ciment CEM I utilisé pour couler le bloc test de Naga Hammadi étudié au chapitre II, les paramètres chimiques ont déjà été déterminés sur des essais de calorimétrie au paragraphe 6.3 du chapitre II.

L'évolution du degré d'hydratation du ciment au cours du temps est obtenue par la modélisation multiphasique des éprouvettes utilisées. Cette évolution est présentée sur la Figure III-13.

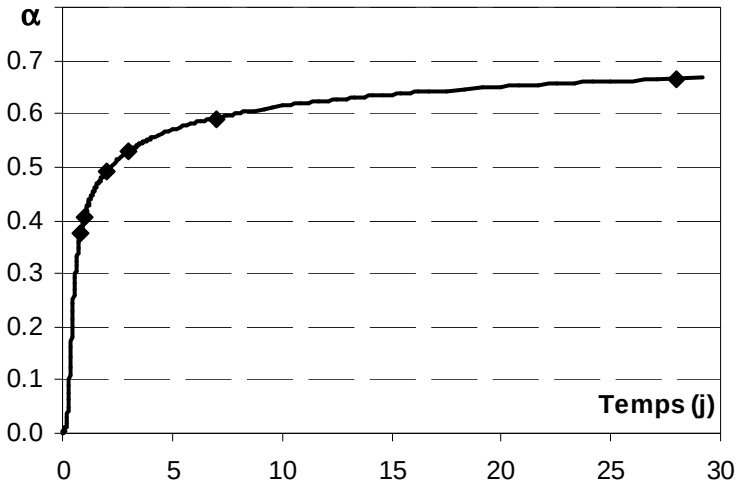


Figure III-13 : Développement de l'hydratation au cœur des éprouvettes déterminé par le modèle multiphasique (les points représentent les échéances auxquelles sont faits les essais).

6.2.2.3. Calage des lois d'évolution des caractéristiques

Comme nous l'avons présenté au paragraphe 5.2.1, le calage de l'évolution des caractéristiques instantanées (modules élastiques et résistances) se fait en imposant un seuil de percolation mécanique identique pour Rc, Rt et E.

On rappelle que les lois d'évolution des caractéristiques instantanées sont les suivantes :

$$\begin{cases} k_0(\alpha) = k_{fl} + (k_{th} - k_{fl}) \left\langle \dfrac{\alpha - \alpha_s}{1 - \alpha_s} \right\rangle^{2/3} \\ \mu_0(\alpha) = \mu_{th} \left\langle \dfrac{\alpha - \alpha_s}{1 - \alpha_s} \right\rangle^{2/3} \end{cases} \text{ et } \begin{cases} Rc(\alpha) = Rc_{th} \left\langle \dfrac{\alpha - \alpha_s}{1 - \alpha_s} \right\rangle \\ Rt(\alpha) = Rt_{th} \left\langle \dfrac{\alpha - \alpha_s}{1 - \alpha_s} \right\rangle^{2/3} \end{cases} \quad \text{(III-48)}$$

Les figures suivantes montrent le résultat du calage pour le CEM I utilisé dans cette application (les paramètres associés étant donnés dans le Tableau III-6).

Paramètre	Valeur
α_s	0,30
k_{th} (MPa)	20000
μ_{th} (MPa)	15000
Rc_{th} (MPa)	49,8
Rt_{th} (MPa)	3,3

Tableau III-6 : Paramètres de calage obtenus pour les lois d'évolution des caractéristiques mécaniques instantanées

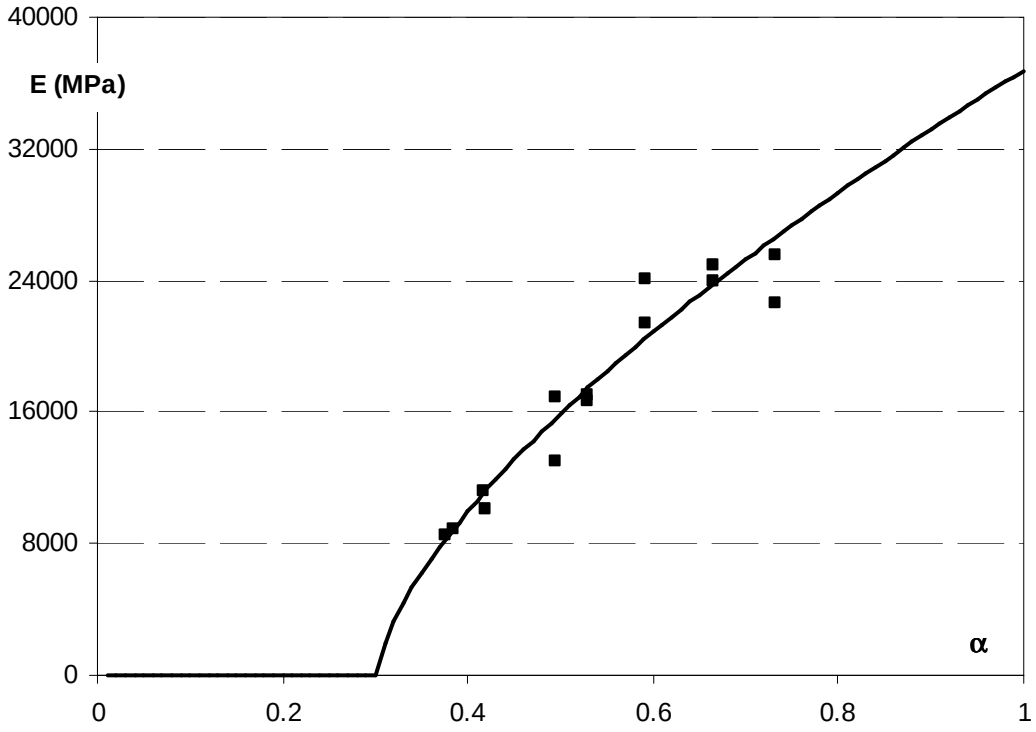


Figure III-14 : Evolution du module d'élasticité au cours de l'hydratation

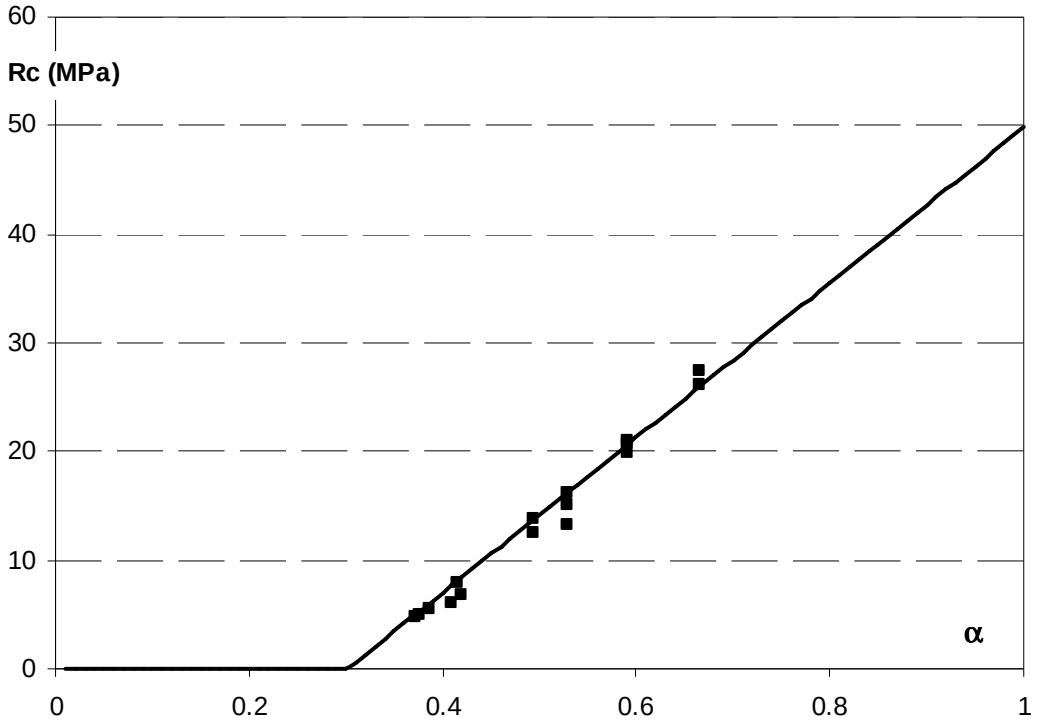


Figure III-15 : Evolution de la résistance en compression au cours de l'hydratation

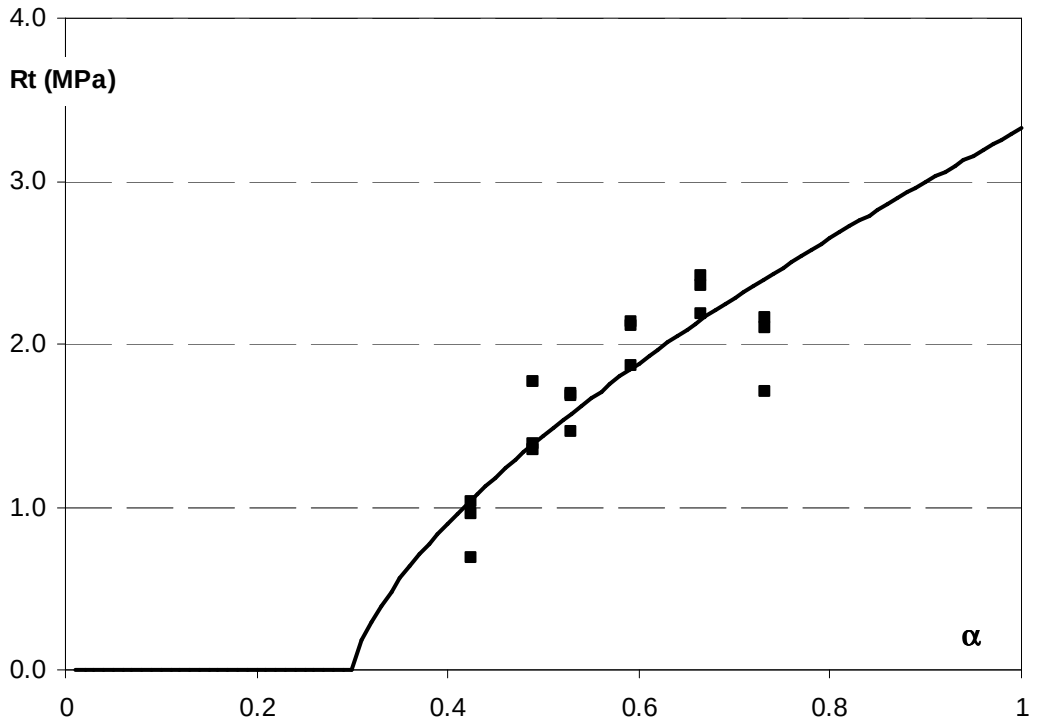


Figure III-16 : Evolution de la résistance en traction au cours de l'hydratation

Il est intéressant de noter que le seuil de percolation mécanique est obtenu pour un degré d'hydratation de 0,30, qui est atteint 10 h après le coulage, et que cette valeur du seuil de percolation mécanique est dans la plage de variation présentée par [TORRENTI ET AL. 05] pour les mortiers (de 0,15 à 0,4).

6.2.3. Fluage propre

Le comportement en fluage propre est testé par comparaison avec les résultats obtenus pour un essai de fluage incrémental sur éprouvette protégée de la dessiccation. Le dispositif utilisé est composé d'un banc d'essai pour 2 éprouvettes en série (afin d'étudier avec le même chargement le fluage propre et le fluage total) dont la mise en charge est assurée grâce à un vérin hydraulique. La déformation est mesurée par un capteur de déplacement placé à l'intérieur de l'éprouvette, et présentant une étendue de la zone de mesure en dehors de la zone de frettage.

Cet essai de fluage ayant pour objectif de caractériser le comportement différé du mortier au jeune âge, on utilisera une procédure de chargement incrémental qui permet de réajuster le taux de chargement au fur et à mesure de l'augmentation de la résistance en compression du matériau.

Le dispositif de chargement par vérin hydraulique disponible au LMDC impose une valeur minimale de pression de 15 bars. Il n'a donc pas été possible de charger des éprouvettes agées de moins de 3 jours, âge auquel 40% de la résistance du mortier, taux de chargement utilisé, correspond à 15 bars. Une augmentation du chargement est ensuite effectuée à l'âge de 7j et 72j (et donc respectivement 4j et 69j après le chargement) de façon à réajuster le taux de chargement à 40% de la résistance.

Cet essai est alors modélisé afin de déterminer les coefficients de proportionnalité reliant les paramètres rhéologiques (des étages 1 et 2 du modèle VEC) aux paramètres élastiques variant avec l'hydratation.

Le Tableau III-7 présente les rapports ainsi obtenus et la Figure III-17 compare la réponse donnée par le modèle avec les mesures effectuées.

	Sphérique	Déviatorique
k_{KV}/k_0 et μ_{KV}/μ_0	3,8	2,3
$\eta_{KV}^{(s)}/k_0$ et $\eta_{KV}^{(d)}/\mu_0$ (j)	5,0	6,0
$\eta_M^{0(s)}/k_0$ et $\eta_M^{0(d)}/\mu_0$ (j)	6,3	7,1
$\varepsilon_M^{(s,d)k}$	$1{,}2.10^{-4}$	8.10^{-2}
$\varepsilon_M^{(s)l}$	0,13	(-)

Tableau III-7 : Paramètres rhéologiques déterminés pour le matériau étudié

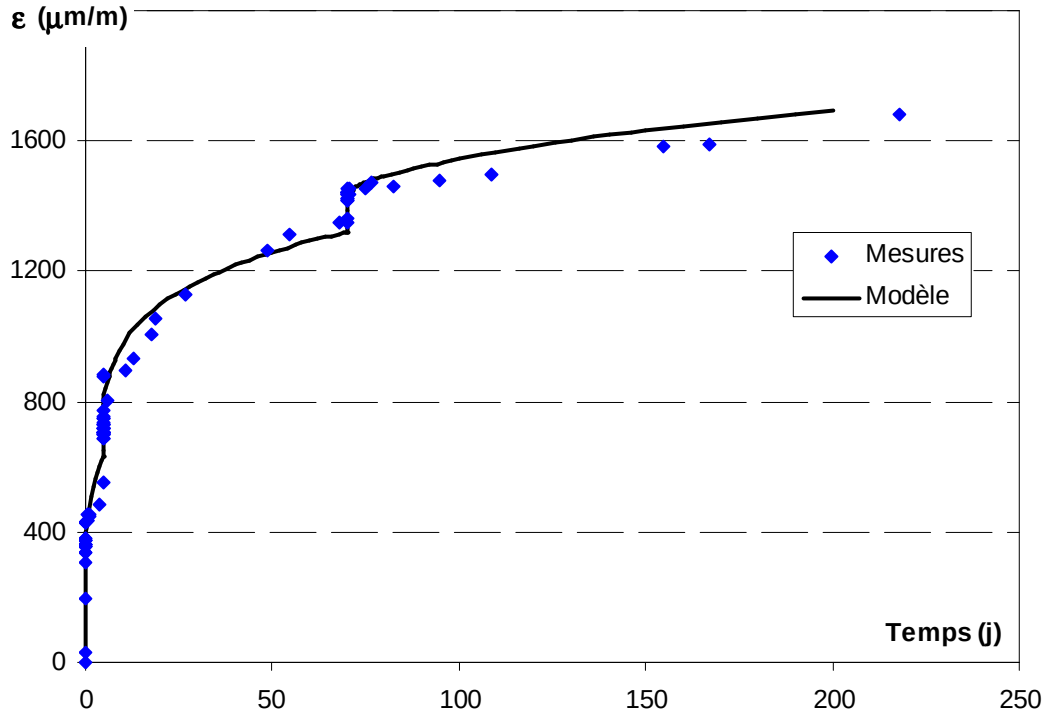


Figure III-17 : Déformation totale obtenues lors de l'essai de fluage propre (trait continu : modèle, losanges : essai)

On constate que le modèle rhéologique permet une bonne prévision du comportement différé du béton au jeune âge y compris sous l'effet d'incréments de charge faits à l'âge de 7j et 72j.

6.2.4. Retrait

Comme nous l'avions fait au moment de la vérification du modèle sur béton durci, le modèle est calé sur la réponse du matériau à des essais de retrait libre. Ce deuxième calage nous permet de quantifier l'aptitude du modèle hydro mécanique à reproduire le comportement au jeune âge sous une sollicitation purement hydrique.

Les essais consistent à suivre au cours du temps la masse et la hauteur d'éprouvettes prismatiques de dimensions 4cm x 4cm x 16cm. Les éprouvettes réalisées sont démoulées à 24h et sont pour une part isolées de tout échange hydrique par un film d'aluminium autocollant et, pour l'autre part, placées dans une ambiance à 50% (± 5%) d'humidité relative. La température de la pièce de conservation de ces deux types d'éprouvette est contrôlée et maintenue à 20°C (± 1°C).

6.2.4.1. Perte de masse

Les paramètres de la loi de diffusivité hydrique du modèle d'hydratation multiphasique nécessaires au calcul de l'évolution des champs de teneur en eau au sein du matériau sont préalablement déterminés à partir des résultats de perte de masse.

La courbe de perte de masse obtenue avec $D_{w0} = 8 \cdot 10^{-13}\, m^2/s$ et $p = 0{,}05\, m^3/l$ est comparée aux résultats expérimentaux sur la Figure III-18, où le temps zéro correspond au décoffrage (soit 24 h après le coulage).

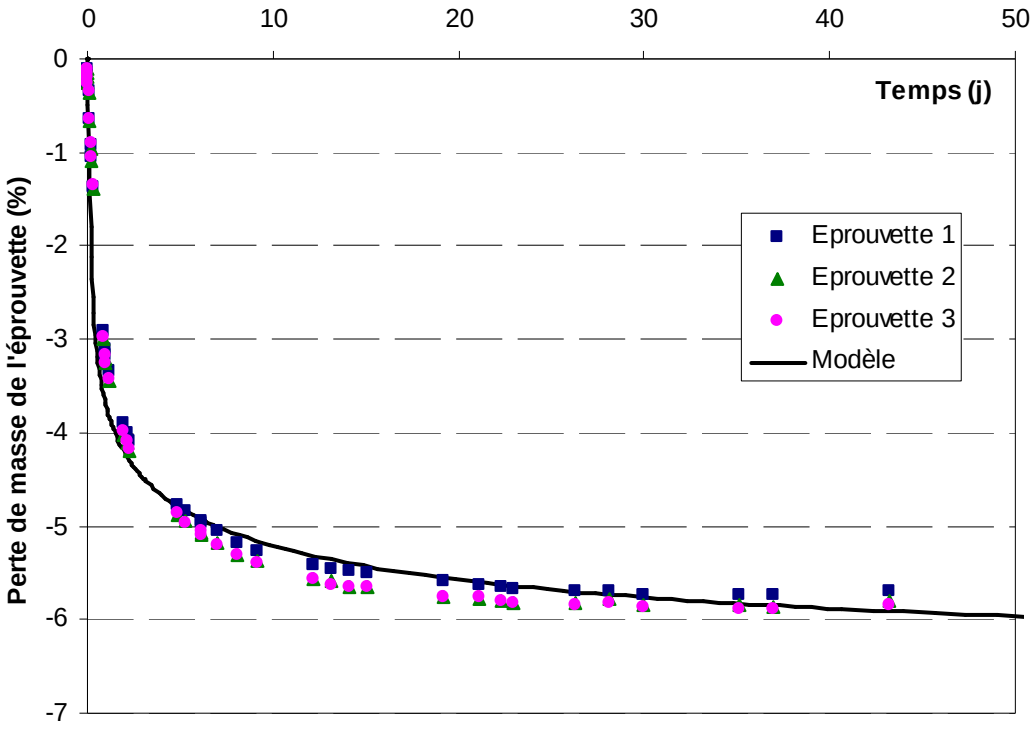


Figure III-18 : Evolution de la perte de masse d'éprouvettes 4x4x16 cm soumises à une humidité relative de 50% (trait continu : modèle, marques : essai)

6.2.4.2. Déformations induites

Les déformations au jeune âge induites par la consommation de l'eau et le séchage sont déterminées à l'aide du modèle mécanique au jeune âge et comparées aux mesures obtenues sur les éprouvettes isolées (déformation endogène) et sur les éprouvettes soumises à une humidité relative de 50% (déformation totale).

Le calage donne K_w = -800 MPa ; les résultats sont comparées aux mesures sur la Figure III-19.

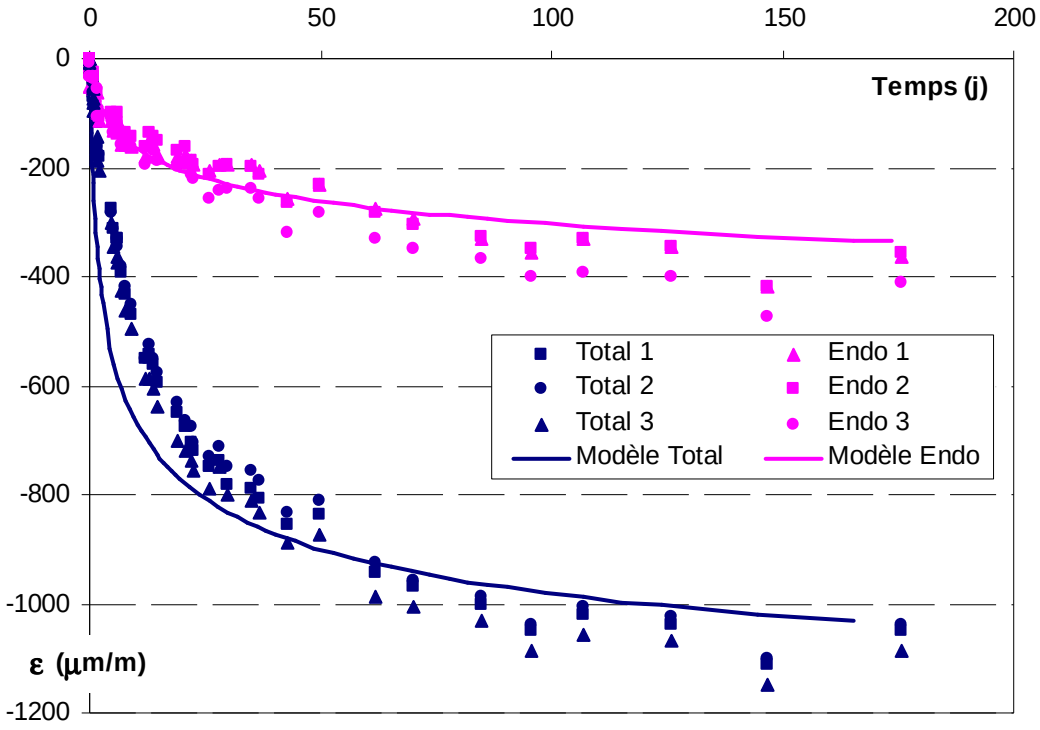


Figure III-19 : Evolution de la déformation d'éprouvettes 4x4x16 cm soumises à une humidité relative de 50% et isolées de tout échange hydrique

On note tout d'abord une bonne corrélation entre mesures et résultats numériques vis-à-vis des valeurs de retrait endogène. Pour le retrait total, l'amplitude totale est bien reproduite mais on observe une surestimation de la cinétique de retrait durant les 35 premiers jours environ. Nous reviendrons sur celle-ci au paragraphe 7.1.

6.2.5. Fluage de dessiccation

Le fluage sous conditions de séchage est testé dans les mêmes conditions (taille d'éprouvette et taux de chargement) que le fluage propre (§6.2.3), les éprouvettes étant ici soumises sur leur surface latérale à une ambiance à 50% d'humidité relative. L'éprouvette étant chargée en série avec l'éprouvette de fluage propre les échéances de rechargement sont les mêmes que celles présentées précédemment (à l'âge de 7j et 72j). La déformations totale subie par l'éprouvette chargée est mesurée au cours du temps et comparée sur la Figure III-20 aux résultats obtenus par la modélisation avec le paramètre calé : $\tilde{\sigma}_{fd}$ =12,5 MPa (seul paramètre à déterminer ici, les autres ayant été déterminés sur les essais précedents).

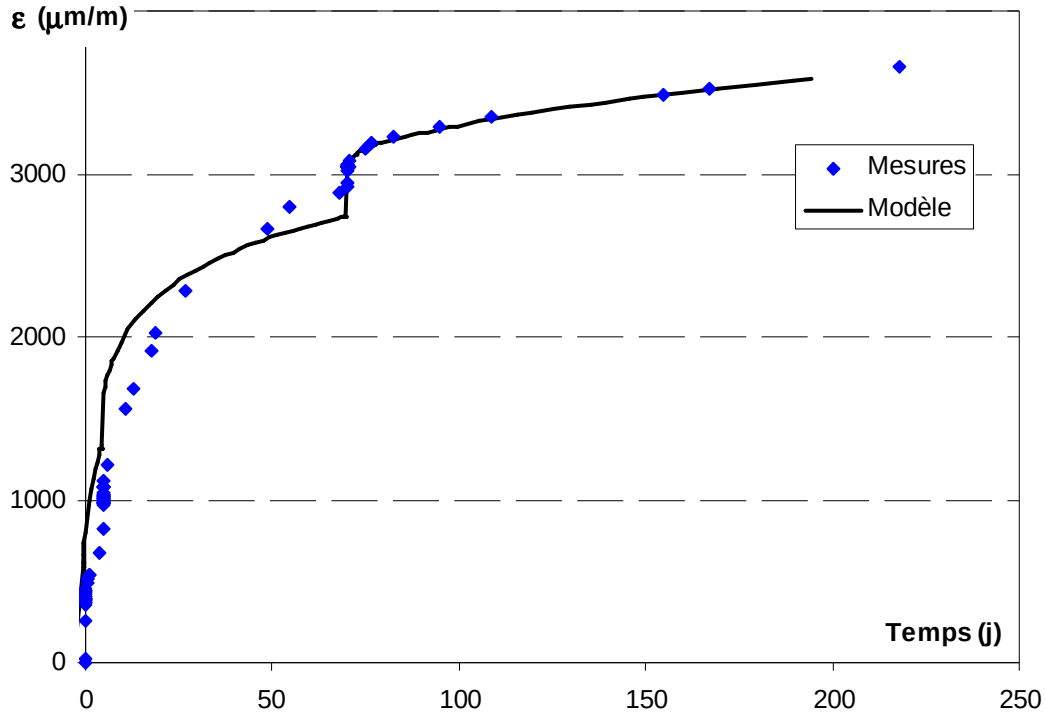


Figure III-20 : Déformation totale d'une éprouvette en fluage de dessiccation

Nous retrouvons sur les premiers jours les conséquences de la surestimation de la vitesse de retrait totale (observée sur la Figure III-19) qui conduit ici à un effet similaire sur l'amplitude de la déformation dans la première phase de l'essai (jusqu'à 35 jours environ également).

6.2.6. Cas particulier du fluage en traction

Le modèle rhéologique a été testé vis-à-vis du comportement en traction grâce aux résultats des essais expérimentaux d'Atrushi [ATRUSHI 03]. Cet auteur a en effet procédé à des essais de fluage en traction à court terme (début du chargement à 3j) pour plusieurs taux de chargement. Le calage des paramètres de fluage a été fait sur le chargement à 60%. Les simulations sur les deux autres taux de chargement ont alors été faites en utilisant les mêmes paramètres (reportés dans le Tableau III-8). Elles sont présentées sur la Figure III-21.

	Sphérique	Déviatorique
k_0 , μ_0 (GPa)	16	12
k_{KV} , μ_{KV} (GPa)	70	31
$\eta_{KV}^{(s,d)}$ (GPa.j)	10	4,5
$\eta_M^{0\,(s,d)}$ (GPa.j)	73	109
$\varepsilon_M^{(s,d)k}$	1.10^{-4}	8.10^{-2}
$\varepsilon_M^{(s)l}$	0,1	(-)

Tableau III-8 : Paramètres rhéologiques déterminés pour le béton utilisé par Atrushi

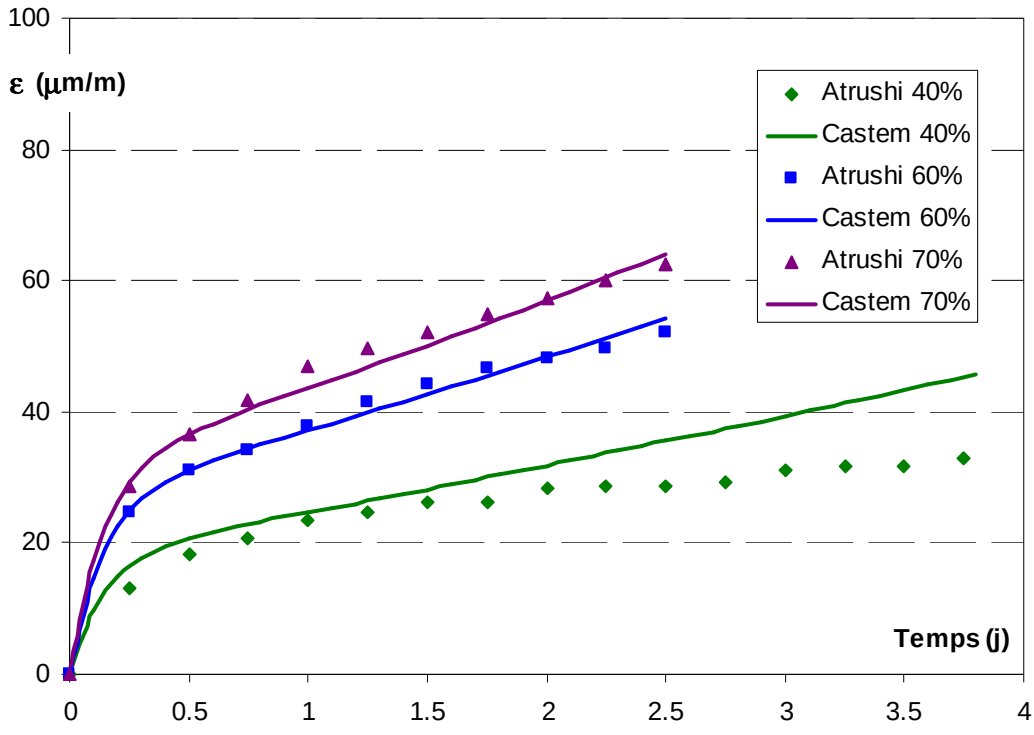


Figure III-21 : Déformation de fluage propre en traction pour plusieurs taux de chargement

On observe une bonne validité du modèle pour le taux de chargement de 70%, plus élevé que celui sur lequel le calage a été réalisé. Par contre, le modèle surestime la valeur "long terme" de la déformation pour les faibles taux de chargement.

Il semblerait donc qu'une légère consolidation du matériau subsiste pour des taux de chargement inférieurs à 40% de Rt. Cette remarque devrait conduire à l'adoption de lois de consolidation similaires pour la compression et la traction jusqu'à cette valeur.

7. Validation du modèle sur structure de laboratoire

7.1. Etude de la fissuration lors de l'essai de retrait empêché à l'anneau

7.1.1. Protocole d'essai

L'essai de retrait empêché consiste à couler un anneau de mortier autour d'un anneau en acier rigide (Figure III-22). La surface supérieure de l'éprouvette est isolée hydriquement par une imperméabilisation au silicone, le séchage du mortier étant ainsi réduit à sa composante radiale (après démontage du coffrage à 1 jour).

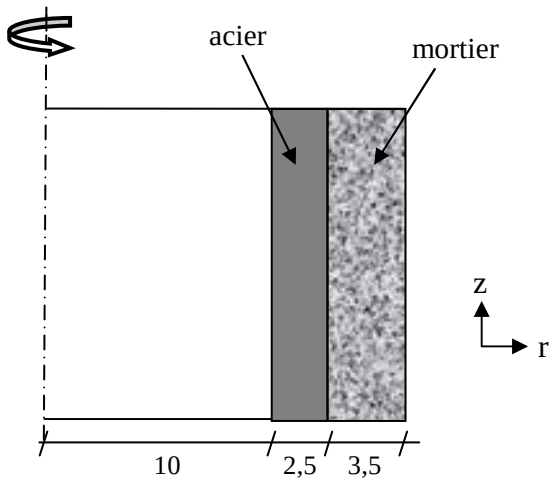


Figure III-22: Dispositif de montage de l'essai de retrait empêché à l'anneau (mesures en cm)

En contre partie des variations dimensionnelles de retrait empêchées par l'anneau en acier, il se développe dans le mortier des contraintes de traction qui, lorsqu'elles atteignent la résistance en traction du matériau, provoquent la fissuration.

Cet essai peut être considéré comme un bon indicateur de la sensibilité d'un mortier à la fissuration dans le sens où il intègre le comportement différé du matériau. Comme il est réalisé sur un matériau jeune, il reproduit aussi le comportement vieillissant et constitue un essai complet qui doit permettre de prendre en compte les différents couplages considérés dans le modèle mécanique (développement des propriétés mécaniques, sollicitations hydriques, fluage, relaxation,…).

Nous avons testé dans cette "mini-structure" le mortier que nous avons caractérisé au paragraphe 6.2 afin de valider la fidélité de notre modèle pour la prédiction de la fissuration sous contrainte hydromécanique.

7.1.2. Modélisation numérique

Du fait de sa symétrie, l'essai à l'anneau est modélisé en axisymétrique.

D'un point de vue hydrique, les conditions aux limites sont représentées sur la Figure III-23.

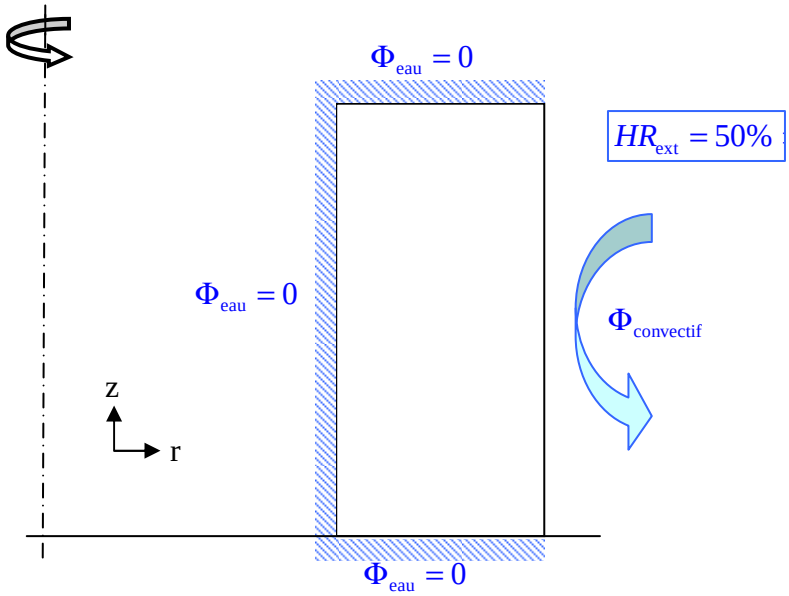


Figure III-23: Représentation des conditions aux limites hydriques

Les conditions aux limites mécaniques consistent en une condition d'appui simple sur la surface inférieure de l'acier et du béton (déplacement UZ bloqué).

On a également une condition de contact unilatéral entre l'acier et le béton (Figure III-24).

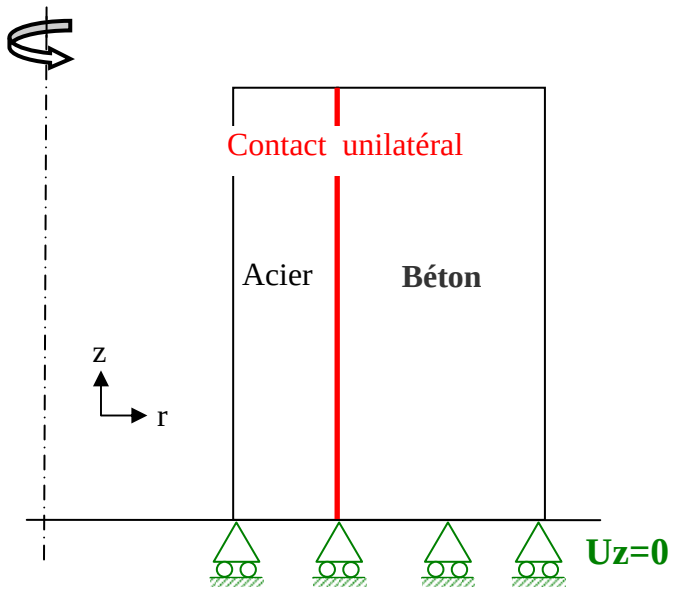


Figure III-24 : Représentation des conditions aux limites mécaniques

7.1.3. Résultats

Le modèle mécanique nous permet de suivre l'évolution des contraintes et de l'endommagement au sein du mortier au cours du temps.

Dans un premier temps, la contrainte $\sigma_{\theta\theta}$ développée par le blocage partiel des déformations, et à l'origine de la fissuration, sur cette structure est représentée sur la Figure III-25.

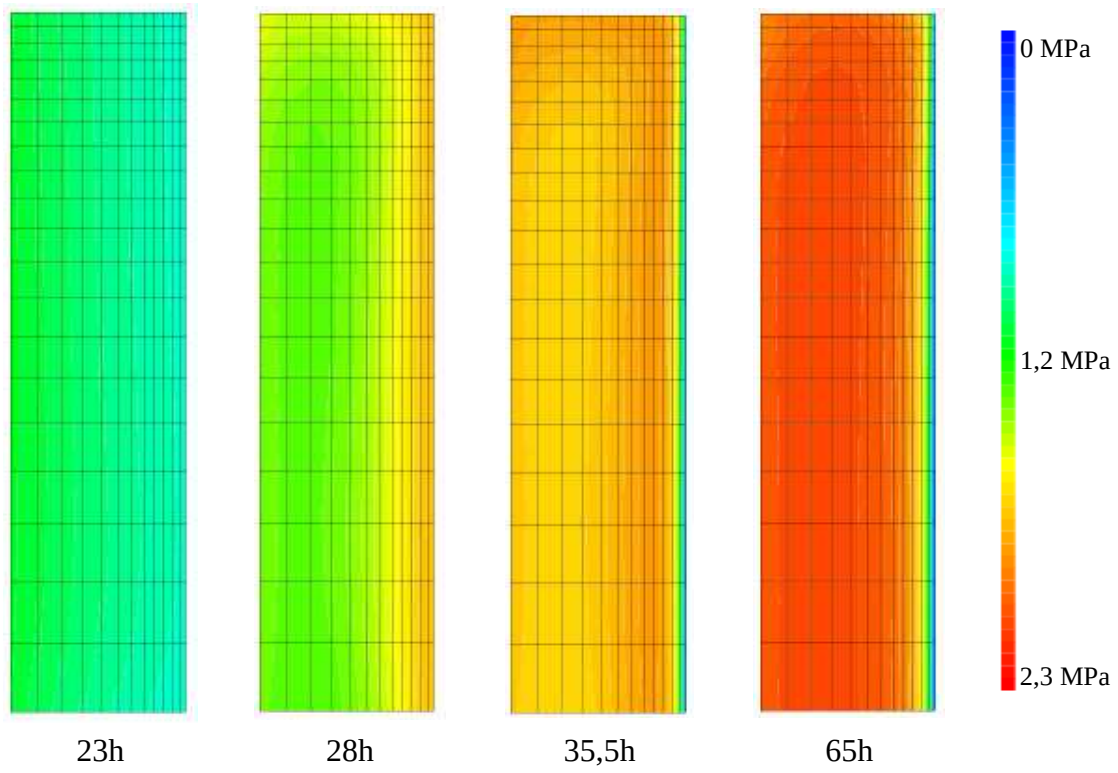


Figure III-25 : Evolution de la contrainte $\sigma_{\theta\theta}$ dans l'anneau en béton

On constate que le décoffrage de l'anneau en béton (fait à 24 h) provoque tout d'abord (à 28 h) une augmentation de la contrainte de surface sous l'effet d'un gradient de déformation dû au séchage rapide des premiers éléments de surface. Comme on peut le voir sur la Figure III-26, cette contrainte crée une microfissuration de peau. La contrainte macroscopique est alors relâchée en surface (carte à 35,5 h).

La contrainte augmente alors de façon uniforme dans l'anneau, sous l'effet des déformations structurellement gênées par l'anneau en acier, jusqu'à ce que l'endommagement atteigne la valeur de l'endommagement au pic de traction (0,24) provoquant ainsi la rupture de l'éprouvette par formation d'une fissure localisée traversant l'éprouvette (à 65 h sur la Figure III-26).

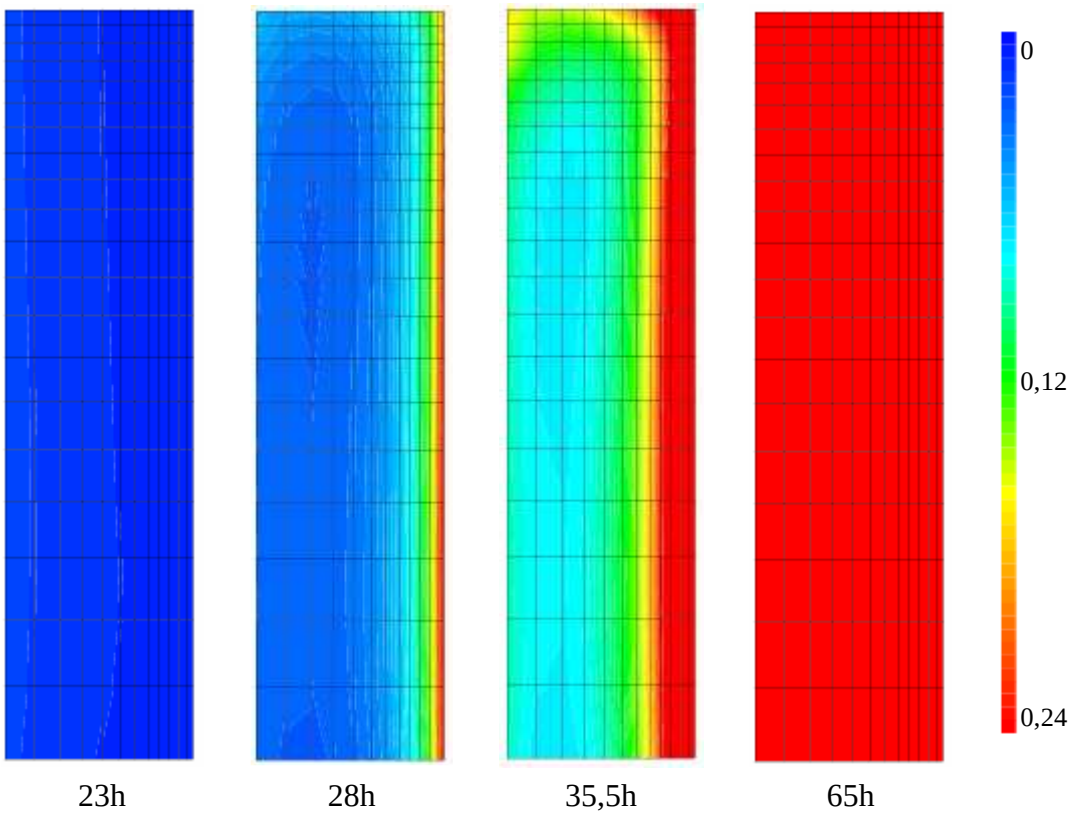


Figure III-26 : Evolution de l'indice de fissuration β_θ^t dans l'anneau en béton (la valeur 0,24 correspondant à la localisation de la fissuration)

Expérimentalement, la fissuration localisée de l'anneau en béton est apparue seulement entre 100 h et 120 h après le coulage. La modélisation proposée a donc conduit à une rupture anticipée du matériau. Nous expliquons ce décalage par une surestimation de la cinétique de retrait au jeune âge. Cette surestimation avait en effet été observée lors de la modélisation de l'essai de retrait de dessiccation sur éprouvettes prismatiques (cf. Figure III-19).

Plusieurs hypothèses peuvent permettrent de justifier cette surestimation de la cinétique de retrait.

On peut tout d'abord penser à une mauvaise prise en compte des phénomènes de transferts hydriques. Cependant, les essais sur éprouvettes prismatiques ont montré une bonne corrélation entre les mesures et la perte de masse déterminée à partir du modèle multiphasique. On observe en effet une légère surestimation de la perte de masse jusqu'à 2,5 jours seulement. Ceci ne peut donc pas expliquer la surestimation de la cinétique de retrait observée jusqu'à environ 35 jours.

Ceci nous a conduit à chercher la raison de ces imprécisions au niveau du calcul de la contrainte hydrique, conséquence de la perte de masse.

On rappelle que cette contrainte hydrique est déterminée par l'équation suivante :

$$\tilde{\sigma}_w = b_{w_{sat}}(\alpha, \tilde{\sigma}) \cdot K_w \cdot (\phi - W) \qquad \text{(III-49)}$$

Avec : - ϕ la porosité du matériau

- K_w le paramètre de la loi à caler sur un essai de retrait de dessiccation

La surestimation de la contrainte hydrique peut alors être la conséquence de :

1- Une mauvaise estimation du coefficient de Biot au cours de l'hydratation. Nous avions en effet supposé que celui-ci variait avec le degré d'hydratation (équation (III-35)) de la même façon que pour les modules, ce qui n'est peut être pas exact.

2- Une dépendance de K_w vis-à-vis de l'avancement de l'hydratation. En effet le module K_w est fonction de la distribution poreuse du matériau et, notamment le rayon des pores. En effet ce module permet de passer de la perte d'eau au sein de la porosité à la pression capillaire engendrée, pression qui dépend du rayon des pores.

3- Une perte d'eau initiale sans création de pression hydrique associée peut alors expliquer le phénomène. Cette hypothèse est étayée par un retard important de la déformation de dessiccation par rapport à la perte de masse.

Les deux premières hypothèses, qui reviennent à introduire une non linéarité vis-à-vis de l'hydratation dans le calcul de la contrainte hydrique, ne peuvent expliquer à elles seules la surestimation de la cinétique observée jusqu'à 35 jours puisque l'hydratation ne varie de façon sensible que dans les tous premiers instants jusqu'à 1 ou 2 jours.

Concernant la troisième hypothèse, nous avions déjà observé un palier de déformation lors de l'essai de retrait de dessiccation fait par Granger (voir Figure III-11), ce palier étant dans ce cas simplement la conséquence d'un effet structurel du retrait. Cependant, compte tenu de la faible dimension de nos éprouvettes par rapport à celles utilisées par Granger, nous devrions retrouver ici un palier plus faible, ce qui n'est pas le cas.

Nous avançons donc l'hypothèse que l'augmentation du temps retard observée serait dû au départ d'eau de pores de rayons importants situés dans une zone de surface pour laquelle le mortier est de qualité moins bonne que le cœur (du fait des effets de paroi lors du coulage). Dans le cas des petites pièces, ce palier serait d'autant plus important que la structure poreuse de cette zone est grossière (hydratation faible, fort E/C). Cette hypothèse sous entend

également que cet effet sera d'autant plus important que le rapport surface exposée sur volume de l'éprouvette sera important, ce qui est le cas pour les petites éprouvettes prismatiques.
Le fait que ce retard de déformation soit réduit sur les essais de retrait réalisés sur des éprouvettes de rapport Surface/Volume et de E/C moindres (essais de Granger du paragraphe 6.1.2.2) semble corroborer cette hypothèse.
Une étude complémentaire sera nécessaire pour confirmer ces hypothèses et évaluer la nécessité de modifier la modélisation vis-à-vis de l'impact sur les structures réelles de dimensions plus importantes.

7.2. Suivi de la déformation d'une structure à base de liant composé

7.2.1. Présentation de la structure étudiée

Les structures étudiées peuvent être considérées comme "massives" à l'échelle du laboratoire. En effet, ce sont des cylindres de diamètre 60 cm et de hauteur 50 cm qui nécessitent déjà un coulage en deux phases compte tenu de la capacité du malaxeur. On peut difficilement réaliser de structures plus massives avec les moyens de mise en œuvre disponibles au laboratoire.
Quatre capteurs de températures (thermocouples) sont placés le long du rayon à mi-hauteur. Les mesures de températures effectuées nous permettent à nouveau de vérifier à la fois la validité du modèle multiphasique. Des jauges noyées dans le béton permettent en parallèle la mesure de la déformation moyenne de la structure. Enfin, un contrôle visuel régulier est fait afin de pouvoir, le cas échéant, déterminer avec relativement de précision la date de fissuration. Une attention particulière est portée à l'observation de la structure durant la journée suivant le décoffrage.
Les structures sont coulées dans un coffrage perdu Tubotec de très faible épaisseur (3 mm composé de 32 couches de matériaux différents) puis isolées sur toutes les surfaces par 10 cm de laine de verre sur la surface latérale et de 5 cm de polystyrène expansé sur les surfaces horizontales, comme illustré sur la Figure III-27. Toutes les surfaces du bloc sont ainsi soumises au même coefficient d'échange puisque la laine de verre a une conductivité thermique deux fois plus grande que celle du polystyrène utilisé (en négligeant l'isolation induite par le coffrage).
Les structures sont alors conservées jusqu'au décoffrage dans une salle climatisée à 30°C afin de maximiser la cinétique d'hydratation et l'exothermie des réactions.

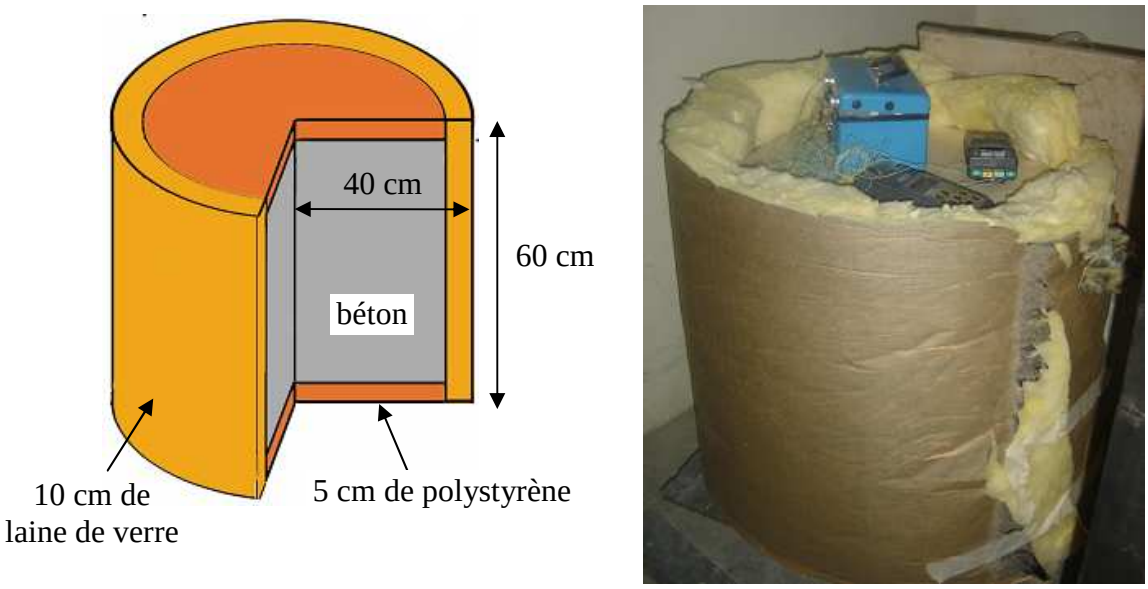


Figure III-27 : Structure isolée et à 30°C (0 à 21h)

Le décoffrage est fait au moment du pic de température au cœur (environ 21h après le coulage) afin de provoquer un fort gradient thermique. La laine de verre et le coffrage sont enlevés mais l'isolation thermique est maintenue sur la surface supérieure afin d'assurer l'essentiel du transfert de chaleur radial radialement (Figure III-28). Dès le décoffrage, la température de la salle climatisée est descendue à 7°C.

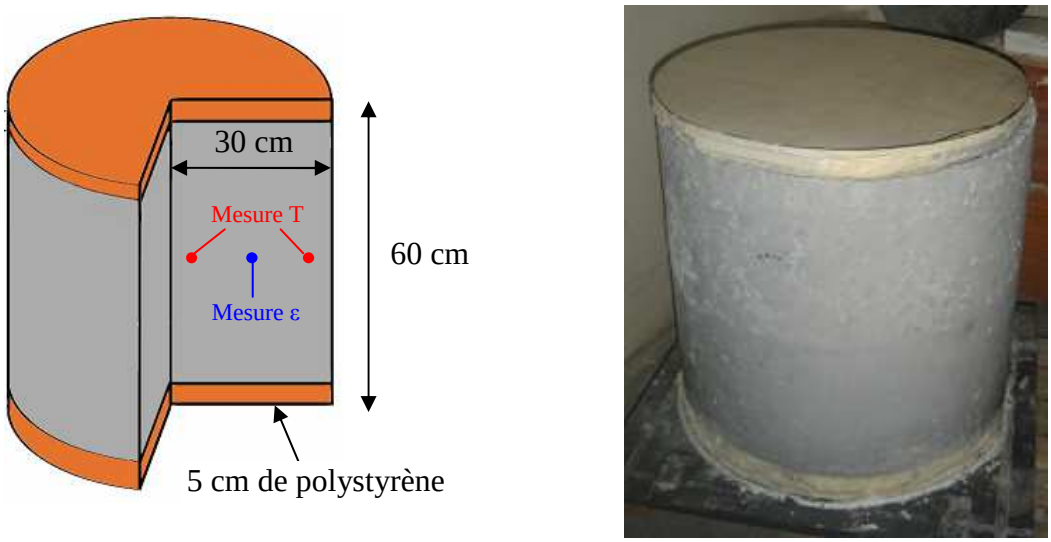


Figure III-28 : Structure décoffrée et à 7°C (21h à 7j)

Le béton utilisé est coulé selon la même formule que le matériau utilisé lors de la réalisation du bloc de test du barrage de Naga Hammadi sur lequel nous avons fait la validation du modèle d'hydratation au chapitre I (paragraphe 6).

7.2.2. Essais préliminaires

La prévision du comportement thermomécanique de la structure testée nécessite au préalable la détermination des paramètres chimiques et mécaniques du matériau utilisé. Le béton étant de formulation identique à celui utilisé lors de la validation sur le bloc test de Naga Hammadi (voir le chapitre II), les paramètres chimiques ont déjà été déterminés sur des essais de calorimétrie (paragraphe 6.3 du chapitre II). La connaissance de ces paramètres permet, par la modélisation, de déterminer l'évolution des degrés d'hydratation du ciment (c) et de la cendre volante (cv) au sein de la structure.

Comme nous l'avons présenté au paragraphe 3.1.2, la prévision de l'évolution des caractéristiques mécaniques d'un liant composé au cours de l'hydratation se fait à partir d'un degré d'hydratation moyen calculé à partir des degrés d'hydratation pondérés des composés du liant. Dans notre cas de liant binaire on a :

$$\alpha = p_c \alpha_c + p_{cv} \alpha_{cv} \qquad \text{(III-50)}$$

Où : - p_i est la fraction massique du composé i dans le liant

- c est relatif au clinker et cv aux cendres volantes.

L'évolution du degré d'hydratation de chaque composé et du degré moyen obtenu est présentée sur la Figure III-29.

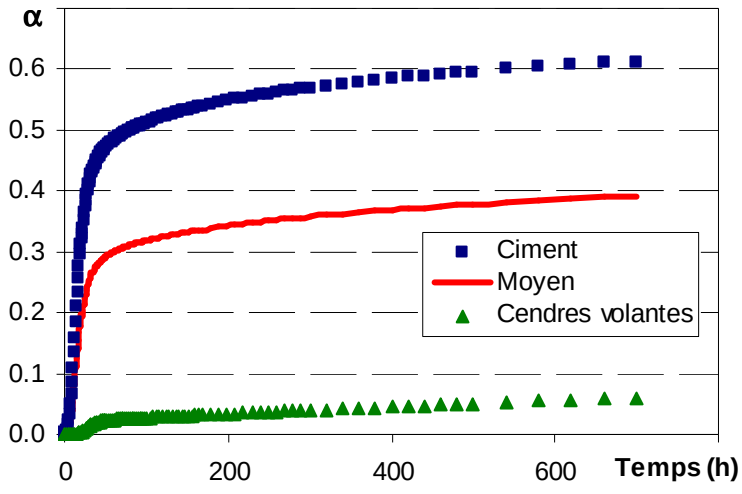


Figure III-29 : Evolution des degrés d'hydratation du ciment, des cendres volantes et du degré d'hydratation moyen au sein de la structure (60% C et 40% CV)

L'évolution des caractéristiques mécaniques au cours de l'hydratation est alors déterminée par calage sur des mesures de résistances et de module d'Young faites à trois échéances seulement (3j, 7j et 28j). En effet, compte tenu du volume important de la structure coulée, les moyens de mise en œuvre disponibles au laboratoire ne nous ont pas permis de réaliser plus de tests. L'évolution de la résistance en traction est donc déterminée en conservant le rapport Rt_∞ / Rc_∞ trouvé pour le mortier testé au paragraphe 6.2. Le calage donne les paramètres du Tableau III-9.

Paramètre	Valeur
α_s	0,12
k_{th} (GPa)	47
μ_{th} (GPa)	35
Rc_{th} (MPa)	62,6
Rt_{th} (MPa)	4,2

Tableau III-9 : Paramètres de calage des évolutions des caractéristiques instantanées

Les évolutions ainsi obtenues pour les résistances et le module d'Young sont tracées sur la Figure III-30.

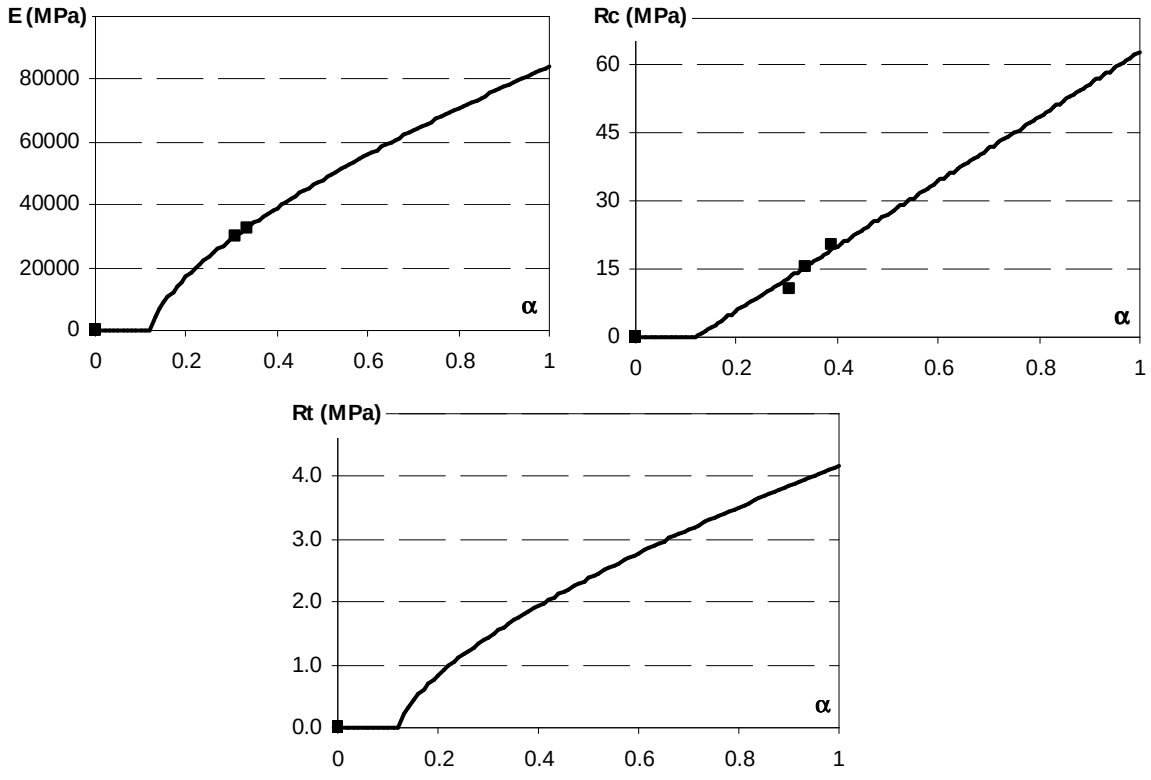


Figure III-30 : Evolution des caractéristiques instantanées au cours de l'hydratation

Les rapports entre les paramètres rhéologiques et les modules élastiques instantanés utilisés sont donnés dans le Tableau III-10.

	Sphérique	Déviatorique
k_{KV}/k_0 et μ_{KV}/μ_0	3,8	2,3
$\eta_{KV}^{(s)}/k_0$ et $\eta_{KV}^{(d)}/\mu_0$ (j)	6,0	6,0
$\eta_M^{0(s)}/k_0$ et $\eta_M^{0(d)}/\mu_0$ (j)	10,0	20,0
$\varepsilon_M^{(s,d)k}$	$1{,}4.10^{-4}$	8.10^{-2}
$\varepsilon_M^{(s)l}$	0,13	(-)

Tableau III-10 : Paramètres rhéologiques pour la structure testée

7.2.3. Résultats

Le calcul d'hydratation au sein de la structure est tout d'abord validé par comparaison des températures au cœur et en surface mesurées et déterminées par la modélisation. Cette comparaison est reportée sur la Figure III-31 et montre la relativement bonne concordance entre expérience et modèle.

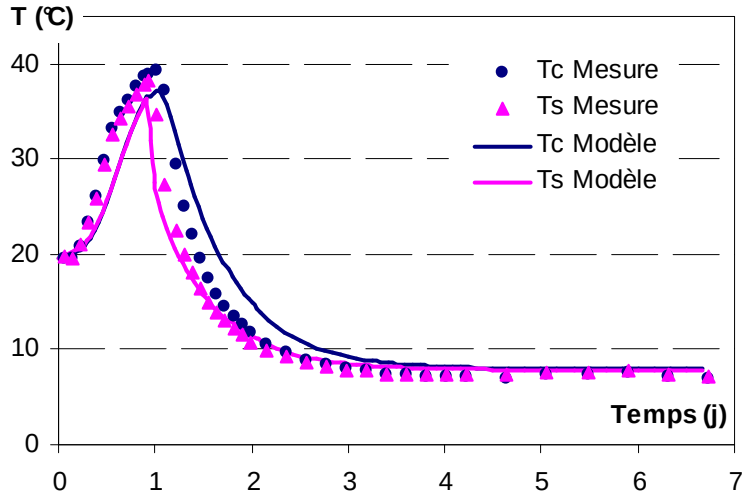


Figure III-31 : Evolution de la température de surface (Ts en rose) et au cœur (Tc en bleu) de la structure au cours du temps (trait continu = modélisation, marques = mesures)

Le modèle mécanique est alors appliqué au matériau en cours d'hydratation afin de déterminer l'évolution de la déformation, des contraintes et de l'endommagement au sein de la structure.

La déformation moyenne mesurée sur le rayon à mi hauteur est comparée à celle obtenue numériquement ce qui permet une première validation du modèle de comportement mécanique au jeune âge. La Figure III-32 montre en effet la bonne concordance entre expérience et modélisation.

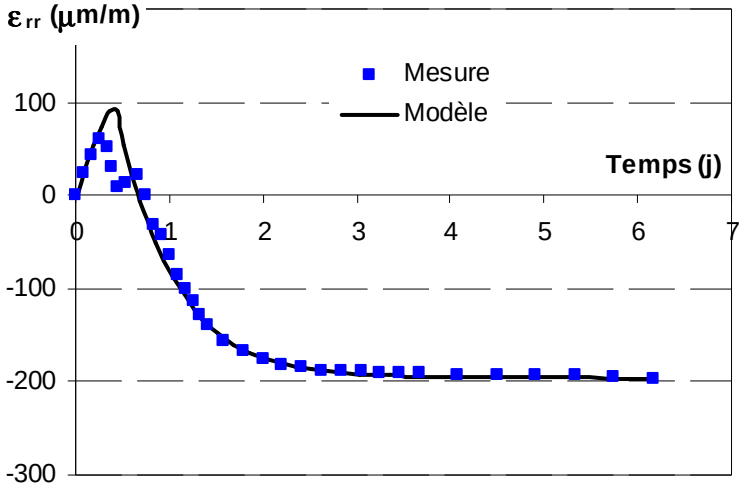


Figure III-32 : Evolution de la déformation à mi hauteur de la structure au cours du temps (trait continu = modélisation, marques = mesures)

L'application du modèle mécanique permet également d'étudier l'évolution des contraintes et des endommagements dans la structure au cours de l'essai.

Ainsi, étant donné que le coffrage, souple, n'empêche pas les déformations au sein du bloc, seules de très faibles contraintes $\sigma_{\theta\theta}$ sont observées sur la Figure III-33 avant décoffrage (à 20 h). Ces faibles contraintes sont dues au faible gradient thermique provoqué par les légères pertes subies à travers l'isolation. Elles n'occasionnent pas d'endommagement selon l'axe θ comme le montre la Figure III-34.

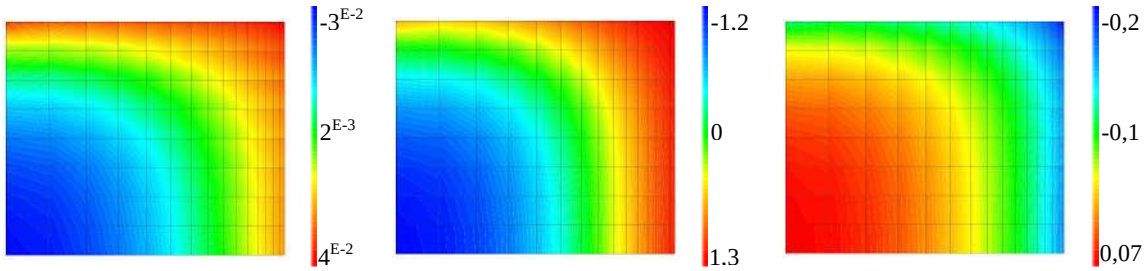


Figure III-33 : Evolution de la contrainte $\sigma_{\theta\theta}$ sur la demi structure

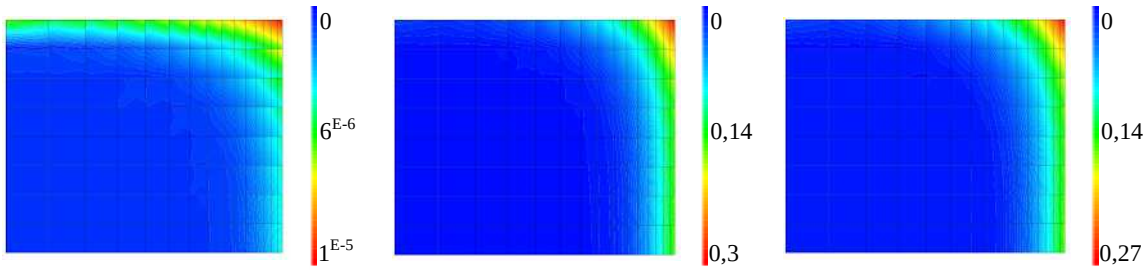


Figure III-34 : Evolution de l'indice de fissuration β_θ^t sur la demi structure (la valeur de localisation de la fissuration étant égale à 0,35)

Après le décoffrage, le gradient thermique imposé entre le cœur et la peau du béton provoque le développement d'un système de contraintes $\sigma_{\theta\theta}$ autoéquilibrées avec une traction en surface sous l'effet de la contraction empêchée par le cœur. Ces contraintes passent par un maximum à 26 h soit 5 heures après le décoffrage et sont représentées sur la Figure III-33. Elles conduisent à une microfissuration de surface non localisée puisque l'endommagement atteint selon l'axe θ ne dépasse pas la valeur 0,35 (voir Figure III-34). Ceci est confirmé par l'observation visuelle de la structure qui n'a pas révélé de fissuration localisée.

Enfin, lorsque la température de la structure devient inférieure à la température de référence (26°C au seuil de percolation), la déformation devient négative et conduit, comme le montre la Figure III-33, à un système d'autocontraintes inversé avec une compression en surface et une traction au cœur, les valeurs restant cependant très faibles.

L'endommagement de traction n'évolue donc plus après 26 heures (voir Figure III-34). On note seulement une très légère diminution de la valeur maximale d'endommagement correspondant à la réactualisation de l'endommagement au cours de l'hydratation induite par l'équation (III-38).

8. Conclusion

Le modèle mécanique développé dans ce troisième chapitre est inspiré de précédents modèles rhéologiques utilisés pour de nombreuses applications chemo-mécaniques ([POYET 03], [LACARRIERE ET AL. 06], [GRIMAL 07]). Il a été adapté afin de pouvoir s'appliquer à l'étude du risque de fissuration des ouvrages en béton non armé au jeune âge. Il s'appuie pour cela sur plusieurs points originaux :

1- La prise en compte d'un module de Maxwell non linéaire traduisant la consolidation progressive du matériau sous l'effet d'une contraction ou d'un cisaillement. Cette consolidation permet de reproduire le comportement à long terme du matériau tout en gardant un modèle rhéologique simple autorisant une résolution implicite sans sous itération au point de Gauss.

2- Une approche globale du retrait et du fluage par la prise en compte d'un endommagement sur le coefficient de Biot permettant une modélisation unifiée du retrait et du fluage de dessiccation.

3- Une écriture incrémentale des lois de comportement permettant la prise en compte de lois d'évolution des caractéristiques mécaniques du béton après le seuil de percolation mécanique. Le modèle est ainsi adapté au béton chimiquement évolutif du fait de l'hydratation.

Le modèle a été dans un premier temps testé sur un béton non évolutif ce qui a permis de s'assurer de la capacité du modèle hydromécanique à reproduire le comportement du béton.

Grâce aux essais de fluage incrémental et aux structures de laboratoire réalisés, il a également été appliqué au béton en cours d'hydratation, ce qui a montré son bonne prise en compte du comportement différé du béton et des déformations induites par les variations de température dues à l'exothermie des réactions d'hydratation. Comme nous l'avons vu dans la dernière partie, il reste cependant une phase d'étude complémentaire nécessaire à la validation ou la modification du modèle vis-à-vis de sa réponse à une sollicitation hydrique au jeune âge.

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

Outre les aspects esthétiques pouvant parfois conduire à des litiges lors de la réception des chantiers, la fissuration précoce des bétons induite par les variations dimensionnelles empêchées constitue un lieu de prédilection pour la pénétration d'agents agressifs responsables de désordres à long terme. Un intérêt majeur est donc porté par les Maîtres d'Ouvrages à la maîtrise de la fissuration des bétons au jeune âge, ce qui conduit à des cahiers des charges très restrictifs vis-à-vis de ce phénomène. Les industriels du BTP sont donc aujourd'hui amenés à concevoir les ouvrages en béton de façon à prévenir le risque de fissuration précoce. Cette maîtrise du risque de fissuration précoce nécessite alors le développement d'outils de simulation permettant de modéliser le comportement physico-chimique et mécanique des ouvrages en béton au jeune âge. C'est dans ce cadre qu'a été réalisé ce travail de thèse.

Compte tenu du caractère central de l'hydratation dans le phénomène de fissuration précoce, un outil de simulation organisé en deux phases de modélisation est proposé. Le premier modèle détermine les champs d'hydratation ainsi que les états hydriques et thermiques de la structure puis le second, mécanique, utilise les données fournies pour estimer la fissuration.

Le modèle d'hydratation multiphasique développé permet de prévoir l'hydratation de liants composés en conditions environnementales réelles. La revue bibliographique avait en effet montré que les modèles macroscopiques préexistants ne permettaient pas la modélisation de l'hydratation des différentes phases de liants composés. Or, il s'avère que ces types de liants sont de nos jours de plus en plus utilisés dans les grands ouvrages du génie civil. En effet leur production dégage moins de CO_2 que le clinker pur, ils améliorent les propriétés de durabilité du béton et sont moins exothermiques à court terme que le clinker. Afin de prendre en compte les interactions entre chaque phase anhydre (clinker et additions minérales), le modèle est basé sur une dépendance de la cinétique de réaction des additions à la quantité de chaux présente ainsi qu'à la consommation de l'eau par chacune des réactions. Il permet ainsi de bien reproduire l'hydratation de liants ternaires et même quaternaire car il s'appuie sur un réel couplage entre les réactions de chaque phase. Bien que nécessitant certaines études complémentaires afin d'affiner la détermination des paramètres d'entrée (notamment pour les additions minérales), ce modèle est opérationnel pour prédire l'hydratation de liants composés.

Contrairement aux modèles d'hydratation des liants composés présentés dans la bibliographie, le modèle multiphasique proposé permet non seulement de prendre en compte l'effet du rapport E/C initial mais aussi celui de variations de teneur en eau (séchage par exemple) sur l'hydratation.
Ce couplage, pris en compte par un terme d'accessibilité de l'eau aux anhydres qui reproduit, comme nous l'avons montré, l'effet de ces variations sur l'hydratation. Avec cette approche originale gérant les variations de teneur en eau de façon globale, le modèle d'hydratation permet également d'envisager une modélisation unifiée des effets de l'eau au niveau mécanique (retraits de dessiccation et d'autodessiccation).

Le modèle multiphasique a été implanté dans le code aux éléments finis CASTEM et permet la prédiction du comportement physico-chimique au jeune âge de structures dans des conditions réelles d'exploitation. Sa mise en œuvre pour des structures massives a été testée grâce à la modélisation d'un bloc de 27 m^3 coulé en Egypte au mois de Juillet 2004. Ce test a permis, par comparaison avec les mesures faites sur site, de s'assurer de la validité du modèle vis-à-vis de la prédiction des élévations de température au sein de structures exposées à un environnement réel (fort ensoleillement, température variable, …). A ce titre une attention particulière a été portée à la modélisation des conditions aux limites. Cette application montre l'apport de notre approche multiphasique macroscopique puisqu'elle autorise la modélisation de structures massives en maintenant des temps de calcul réduits. De plus, compte tenu de la robustesse du modèle et de sa faible sensibilité aux paramètres d'entrée grâce au recalage sur un simple essai calorimétrique, l'application montre également que le modèle développé sera, à court terme, transférable vers les applications industrielles.

Par la suite, on peut envisager d'intégrer ce modèle à une approche probabiliste afin de considérer la variabilité importante des paramètres (dosages, température de gâchage, conditions aux limites). En effet, de récents travaux menés au LMDC ont permis l'implantation dans CASTEM d'algorithmes probabilistes performants, le couplage de ces algorithmes avec notre modèle serait certainement profitable. Cette approche probabiliste permet en effet d'évaluer la pertinence du degré de complexité d'un modèle afin de s'assurer notamment que les variabilités imposées par les paramètres d'entrée ne sont pas incompatibles avec le niveau de complexité du modèle.

Par exemple, cela permettrait d'évaluer l'intérêt de la prise en compte de l'effet de l'hydratation sur les paramètres de transfert d'eau compte tenu de l'imprécision des mesures nécessaires au calage de ces lois de couplage (isothermes de désorption sur matériaux en cours d'hydratation).

Les degrés d'hydratation, la teneur en eau et la température obtenus par le modèle d'hydratation sont alors intégrés dans le modèle mécanique afin de prévoir les déformations et contraintes induites au sein des structures.

Les déformations d'origine hydrique sont déterminées par une approche unifiée de la modélisation du retrait et du fluage du béton. Inspiré de la mécanique des milieux poreux, le modèle mécanique calcule la contrainte hydrique exercée sur le matériau au comportement non linéaire à partir de la dépression capillaire induite par les variations de teneur en eau (dues à l'hydratation ou au séchage). Cette approche unifiée s'appuie notamment sur la gestion globale de l'eau faite par le modèle d'hydratation.

Le modèle rhéologique caractérisant le comportement non linéaire du béton est un modèle viscoélastique consolidant composé d'un module de Kelvin-Voigt associé en série à un module de Maxwell dont la viscosité évolue avec l'état de déformation de façon à reproduire la consolidation du matériau sous l'effet d'une contraction ou d'un cisaillement. Les différents paramètres du modèle hydromécanique développé sont déterminés à partir d'un programme expérimental présentant des essais de retrait et de fluage. Le risque de fissuration est ensuite évalué par un modèle d'endommagement anisotrope implicite mais qui autorise une résolution explicite et ne nécessite donc pas de sous itérations aux points de Gauss.

Le modèle mécanique développé est adapté au comportement au jeune âge du béton de par son écriture incrémentale des lois de comportement. La résolution reste implicite en déformation mais explicite en terme de résolution numérique locale. Couplé au modèle d'hydratation multiphasique, le modèle mécanique permet de reproduire le comportement au jeune âge de structures réalisées avec des liants composés de façon réaliste puisqu'il prend en compte le comportement non linéaire et endommageable du béton.

Le modèle utilise pour cela des lois d'évolution des caractéristiques mécaniques du béton au cours de l'hydratation basées sur la notion du seuil de percolation mécanique à partir duquel le matériau peut être assimilé à un solide. La détermination de ce seuil de percolation mécanique repose sur les évolutions du module d'Young et des résistances du matériau, ce qui impose un nombre d'essais important.
On pourra à l'avenir envisager l'utilisation de techniques d'homogénéisation qui, couplées à notre modèle d'hydratation multiphasique, permettraient la détermination numérique de ce seuil de percolation mécanique.

Le modèle mécanique au jeune âge a été appliqué à l'étude d'une structure réalisée en laboratoire à base de liant composé ce qui a permis de valider la prévision des déformations induites par l'exothermie des réactions d'hydratation et de prévoir le comportement mécanique (contraintes, endommagement) de celle-ci.

Le travail de thèse présenté ici a permis le développement d'un modèle permettant de prédire l'évolution de l'hydratation de liants composés dans des structures en environnement réel et de déterminer les conséquences mécaniques de cette hydratation sur la structure : déformations, contraintes, fissuration. Les nombreuses interrogations soulevées lors de ce travail nous conduisent bien entendu à poursuivre les travaux de recherche dans ce domaine, notamment en confrontant le modèle à d'autres cas d'étude, et en envisageant son extension aux cas de structures armées et précontraintes.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

4C-TEMP&STRESS http://www.danishtechnology.dk/building/1265

ACI 305R-99 (1999), *Hot weather concreting*.

Acker P. (1988), *Comportement mécanique du béton : apports de l'approche physico-chimique*. Thèse de Doctorat. ENPC Paris, 121p

Acker P. (1997), *La maîtrise physique de la fissuration*. Chapitre ACI de Paris, Fissuration et Durabilité des Bétons, Octobre 1997

Acker P. (2003), *Sur les origines du retrait et du fluage du béton*. Revue Française de Génie Civil, 2003, vol. 7, n°6, pp.761-776

Acker P., Ulm F-J. (2001), *Creep and shrinkage of concrete: physical origins and practical measurements*. Nuclear Engineering and Design, vol. 203, pp.143-158

Adenot F. (1992), *Durabilité du béton : caractérisation et modélisation des processus physiques et chimiques de dégradation du ciment*. Thèse de Doctorat, Université d'Orléans, 238p

Ali I., Kesler C. E. (1964), *Mechanism of creep in concrete*. Symposium on creep of concrete, Détroit, American Concrete Institute, Publication, S-P 9, pp. 35-63.

Arrhenius S. (1915), *Quantitative laws in biological chemistry*. G. Bell and Sons, London

Atkins P. W. (1994), *Physical Chemistry*. 5th ed., Oxford Univ. Press, Oxford, ISBN 0198557302

Atrushi D.S. (2003), *Tensile and Compressive Creep of Early Age Concrete: Testing and Modelling*. PhD thesis, The Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway, 333p.

Avrami M. (1939), Journal of Chemical Physics vol. 7, pp. 1103–1108.

Babu K.G., Rao G.S.N (1996), *Efficiency of fly ash in concrete with age*. Cement and Concrete Research, vol. 26, N°3, pp. 465-474

Baroghel-Bouny V., Mainguy M., Lassabatere T., Coussy O. (1999), *Characterisation and identification of equilibrium and transfer moisture properties for ordinary and high performance cementious materials*. Cement and Concrete Research, vol. 29, pp. 1225-1238.

Baroguel-Bouny V. (1994), *Caractérisation microstructurale et hydrique des pâtes de ciment et des bétons ordinaires et à très hautes performances*. Thèse de Doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, ISBN 2-7208-5030-1

Bažant Z.P., Chern J.C. (1985), *Concrete Creep at Variable Humidity : constitutive law and mechanism*. Materials and Structures, vol. 18, n°103, pp. 1-20.

Bažant Z.P., Hauggaaed A.B., Baweja S., Ulm F.J. (1997), *Microprestress-solidification theory for concrete creep. I: Aging and drying effects*. Journal of Engineering Mechanics, vol. 123, n°11, pp. 1188-1194.

Bažant Z.P., Prasannan S. (1989), *Solidification theory for concrete creep I. Formulation*. Journal of Engineering Mechanics, vol. 115, n°8, pp. 1691-1703.

Bažant Z.P., Prat P. (1988), *Microplane model for brittle-plastic material I: theory*. Journal of Engineering Mechanics, vol. 114, pp. 1672-1702

Benboudjema F. (2002), *Modélisation des déformations différées du béton sous sollicitations biaxiales. Application aux enceintes de confinement de bâtiments réacteurs des centrales nucléaires*. Thèse de Doctorat, Université de Marne la Vallée, 257p

Benboudjema F., Meftah F., Sellier A., Torrenti J.M., Heinfling G. (2001), *A basic creep model for concrete subject to multiaxials loads*. FRAMCOS IV, Cachan June 2001, Balkema, p. 161-168.

Benboudjema F., Meftah F., Torrenti J-M. (2005), *Interaction between drying, shrinkage, creep and cracking phenomena in concrete*. Engineering Structures, vol. 27, pp. 239-250

Benboudjema F., Torrenti J-M., Meftah F. (2005), *Effect of basic creep on the early age behavior of concrete*. Creep, Shrinkage and Durability of Concrete and Concrete Structures (CONCREEP 7), Ecole Centrale de Nantes, 12-14 September 2005, Nantes (France)

Bentz D.P. (2000), *CEMHYD3D: A Three-Dimensional Cement Hydration and Microstructure Development Modelling Package. Version 2.0*. NISTIR 6485, U.S. Department of Commerce, April 2000.

Bentz D.P., Remond S. (1997), *Incorporation of fly ash into a 3-D cement hydration microstructure model*. National Institute of Standards and Technology BFRI, NISTIR 6050, disponible sur la page: http://ciks.cbt.nist.gov/~bentz/flyash/flyash.html.

Bernard 0., Ulm F-J., Germaine J.T. (2003b), *Volume and deviator creep of calcium-leached cement-based materials*. Cement and Concrete Research, vol. 33, pp. 1127-1136

Bernard O., Ulm F-J., Lemarchand E. (2003a), *A multiscale micromechanics-hydration model fir the early age elastic properties of cement-based materials*. Cement and Concrete Research, vol. 33, pp. 1293-1309.

Biernacki J.J., Williams P.J., Stutzman P.E. (2001), *Nonlinear analysis of temperature and moisture distributions in early-age concrete structures based on degree of hydration*. ACI Material Journal, vol. 98, n°4, pp. 340-349

Biot M. A. (1941), *General theory of the three-dimensional consolidation*. Journal of applied physics, vol. 12, pp. 155-164.

Bisschop J., Pel L., van Mier J.G.M. (2001), *Effect of aggregate size and paste volume on drying shrinkage microcracking in cement-based composites*. Creep, Shrinkage & Durability Mechanics of Concrete and other Quasi-Brittle Materials, Proc. of CONCREEP-6, eds F. Ulm, Z.P. Bažant and F.H. Wittmann, MIT, Boston, USA, p.75-80.

Bjøntegaard Ø., Sellevold E.J. (1998), *Thermal dilatation – Autogenous shrinkage : How to separate ?*. Autogenous shrinkage of concrete: Proceedings of the international workshop of Hiroshima, June, Japan.

Bogue (1952), *La chimie du ciment Portland.* Eyrolles, Paris, 586p

Bornert M., Bretheau T., Gilormini P. (2001), *Homogénéisation en mécanique des matériaux. 1. Matériaux aléatoires élastiques et milieux périodiques*. Editions Hermès, Paris, 255p., ISBN 2-7462-0199-2

Boumiz A., Vernet C., Cohen Tenoudjit F. (1996), *Mechanical properties of cement pastes and mortars at early ages.* Advanced Cement Based Materials, vol. 3, pp. 94-106

Brooks J.J. (2005), *30-Year creep and shrinkage of concrete*. Magazine of Concrete Research, vol. 57, n° 9, November, pp. 545-556.

Brown P.W., Frantz E., Frohnsdorff G., Taylor H.F.W. (1984), *Analysis of the aqueous phase during early C3S hydration*. Cement and Concrete Research, vol. 14, n°2, pp. 257-262

Burlion N., Yurtdas I., Skoczylas F. (2003), *Comportement mécanique et séchage de matériaux à matrice cimentaire*. Revue Française de Génie Civil, vol. 7, n°2

Byfors, J. (1980), *Plain concrete at early ages.* PhD Thesis, Swedish, Cement and Concrete Institute, Sweden.

Carino N.J. (1984), *The maturity method: theory and application*. Cement, Concrete and Aggregates, vol. 6, n°2, pp. 61-73

Carol I., Bažant Z.P. (1997), *Damage and plasticity in microplane theory*. International Journal of Solids Structures, vol. 34, n°29, pp. 3807-3835.

CASTEM2000, Commissariat à l'Energie Atomique CEA – DEN/DM2S/SEMT, web page: http://www-cast3m.cea.fr/cast3m/index.jsp.

Cervera M., Faria R., Olivier J., Prato T. (2002), *Numerical modelling of concrete curing, regarding hydration and temperature phenomena*. Computers and Structures, vol. 80, pp. 1511-1521

Coussy O. (1991), *Mécanique des milieux poreux*. Ed. Technip, Paris, ISBN 2-7108-0595-2, 437p

Coussy O., Baroghel-Bouny V., Dangla P., Mainguy M. (2001), *Evaluation de perméabilité à l'eau liquide des bétons à partir de leur perte de masse durant le séchage*. Revue Française de Génie Civil. Mai 2001, pp. 269-284.

D'Aloia Schwartzentruber L. (2004), *Chapitre 5 : La prévision des résistances au jeune âge*. **In:** Acker P., Torrenti J-M., Ulm F-J., *Comportement du béton au jeune âge.* ISBN 2-7462-0985-3

De Larrard F. (1990), *Prévision des résistances en compression des béton hautes performances aux fumées de silice ou une nouvelle jeunesse pour la loi de Féret*. Annales de l'ITBTP, vol. 483

De Larrard F. (2000), *Structures granulaires et formulations des bétons*. Etudes et recherches des laboratoires des ponts et chaussées, OA 34, 414 p., ISSN 1161-028X

De Schutter G. (1999), *Hydration and temperature development of concrete made with blast-furnace slag cement*. Cement Concrete Research, vol. 29, pp. 143-149

De Schutter G. (2002), *Finite element simulation of thermal cracking in massive hardening concrete elements using degree of hydration based material laws*. Computers and Structures, vol. 80, pp. 2035-2042

Détriché C.H. (1996), *La maîtrise de la fissuration précoce : condition de la durabilité des ouvrages*. **In:** Baron J. et Ollivier J-P., *La durabilité des bétons*. ISBN 2-85978-184-6, pp.107-128

Dragon A., Halm D., (1998), *An anisotropic model of damage and frictional sliding for brittle materials*. European Journal of Mechanics A/Solids, vol. 17, n°3, pp. 439-460.

Dreux G., Festa J. (1995), *Nouveau guide du béton*. Ed. Eyrolles

Dubouchet A. (1992), *Développement d'un pôle de calcul : CESAR-LCPC*. Bulletein de liaisons du Laboratoire des Ponts et Chaussées, vol. 178, Mars-Avril, pp. 77-84

Eierle B., Schikora K. (1999), *Computational modelling of concrete at early ages using DIANA*. **In**: Diana-World 1999, issue 2

Féret (1892), *Compacité des mortiers hydrauliques*. Annales des Ponts et Chaussées série 7 tome 4

Fichant S. (1996), *Endommagement et anisotropie induite du béton de structures. Modélisation approchée*. Thèse de doctorat, ENS Cachan, France

Francois D., Pineau A., Zaoui A. (1991), *Comportement mécanique des matériaux. Vol 1*. Paris, Hermès, ISSN 0986-4873, 508p.

Fuji K., Kondo W. (1974), Journal of American Ceramics Society, vol. 57, pp. 492-502 Paris, Hermès, ISSN 0986-4873, 508p.

Garcia Boivin S. (1999), *Retrait au jeune âge du béton. Développement d'une méthode expérimentale et contribution à l'analyse physique du retrait endogène*. Thèse de Doctorat, ENPC/LCPC, 249p

Ghavamian S., Carol I., Delaplace A. (2003), *Discussions over MECA project results*. Revue Française de Génie Civil, vol. 7, n°5, pp. 543-582

Granger L. (1995), *Comportement différé du béton dans les enceintes de centrales nucléaires. Analyse et modélisation*. Thèse de Doctorat, ENPC Paris, 380p

Grimal E. (2007), *Caractérisation des effets du gonflement provoqué par la réaction alcali-silce sur le comportement mécanique d'une structure en béton*. Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse III, 200p

Gutsch A., Rostásy F.S. (1994), *Young concrete under high tensile stresses - creep, relaxation and cracking*. Thermal cracking at early ages, Rilem proceeding 25, ISBN 0-419-187103, pp. 111-119

Gutteridge W.A., Dalziel J.A. (1990), *Filler cement: the effect of the secondary component on the hydration of Portland cement. Part 1&2*. Cement and Concrete Research, vol. 20, n°5/6

Hanhijärvi A. (1997), *Perpendicular to grain creep of Finnish softwoods in high temperature drying conditions : Experiments and modeling in temperature range 95-125°C*. Technical Research Center of Finland, VTT Publications 301, 94 p.

Hansen T.C. (1986), *Physical Structure of Hardened Cement Paste, A Classical Approach*. Materials and Structures, vol. 19, n°114, pp. 423-436

Hershey A.V. (1954), *The elasticity of an isotropic aggregate of anisotropic cubic crystals*. Journal of Applied Mechanics, vol. 21

Hillerborg A., Modeer M., Petersson P. E. (1976), *Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements*. Cement and Concrete Research, vol. 6, pp. 773-782.

Hua C. (1992), *Analyses et modélisation du retrait d'autodessiccation de la pâte de ciment durcissante*. Thèse de Doctorat. LCPC, 196p

Hua C., Ehrlacher A., Acker P. (1995), *Retrait d'autodessiccation. Analyse et modélisation macroscopique*. Bulletin de liaison LCPC, vol. 196, pp. 79-89

Humbert P. (1989), *CESAR-LCPC : un code de calcul par éléments finis*. Bulletein de liaisons du Laboratoire des Ponts et Chaussées, vol. 160, Mars-Avril, pp. 112-115

Justnes H. (1992), *Hydraulic binders based on condensed silica fume and slake lime*. 9th International Congress on the Chemistry of Cement, New Delhi, vol. III, pp. 284-290

Kachanov L.M. (1986), *Introduction to continuum damage mechanics*. Ed. Martinus Nijhoff, ISBN 90-247-3319-7, 135p

Kishi T., Maekawa K. (1994), *Thermal and mechanical modelling of young concrete based on hydration process of multi-component cement materials*. Thermal cracking in concrete at early age, Rilem Proceeding 25, ISBN 0-419-18710-3, pp. 11-19

Knudsen, T. (1984), *The Dispersion Model for Hydration of Portland Cement: I. General Concepts.* Cement and Concrete Research, vol. 14, pp. 622-630.

Krauβ M., Hariri K. (2006), *Determination of initial degree of hydration for improvement of early-age properties of concrete using ultrasonic wave propagation*. Cement and Concrete Composites, vol. 28, pp. 299-306

Laborderie C. (1991), *Phénomènes unilatéraux dans un matériau endommageable – Modélisation et application à l'analyse de structures en béton*. Thèse de Doctorat, ENS Cachan, 149p.

Lacarrière L., Sellier A., Bourbon X. (2006), *Concrete mechanical behaviour and calcium leaching weak coupling*. Revue Européenne de Génie Civil, vol. 10, n°9, pp. 1147-1175

Lackner R., Mang H.A. (2004), *Chemoplastic material model for the simulation of early-age cracking: From the constitutive law to numerical analyses of massive concrete structures*. Cement and Concrete Composite, vol. 26, pp. 551-562

Laplante P., Boulay C. (1994), *Evolution du coefficient de dilatation thermique du béton en fonction de sa maturité aux tout premiers ages*. Materials and Structures, vol. 27, pp. 596-605

Laube M. (1990), *Werkstoffmodell zur Berechnung von Temperaturspannungen in massigen Betonbauteilen im jungen Alter*. Dissertation TU Braunschweig

Le Chatelier H. (1900), *Sur les changements de volumes qui accompagnent le durcissement des ciments*. Bulletin SEIN, Arts chimiques, 5ème série, tome 5, pp. 54-57

Lea F.M. (1970), *The Chemistry of cement and concrete*. Edward Arnold Ltd., London, ISBN 7131-2277-3, 727p

Lu P., Sun G., Young J.F. (1993), *Phase composition of hydrated DSP cement paste*. Journal of American Ceramic Society, vol. 76, n°4, pp. 1003-1007

Mabrouk R., Ishida T., Maekawa K. (2004), *A unified solidification model of hardening concrete composite for predicting the young age behavior of concrete*. Cement and Concrete Composites, vol. 26, pp.453-461

Maekawa K., Chaube R., Kishi T. (1999), *Modeling of Concrete Performance: Hydration, Microstructure Formation and Mass Transport*. E&FN SPON, London

Mazars J. (1984), *Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture de béton de structures*. Thèse de doctorat, Université Paris VI

McAdams W.H. (1954), *Heat Transmission*. McGraw Hill Series in Chemical Engineering, McGraw Book Company, New York

Mensi R., Acker P., Attolou A. (1988), *Séchage du béton : analyse et modélisation*. Materials and Structures, vol. 21, n° 121, 1988, pp. 3-12.

Montlouis-Bonnaire J-P. (2003), *Modélisation numérique des transferts couplés air eau sel dans les matériaux cimentaires et les terres cuites*. Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse III, 213p

Mori T., Tanaka K. (1973), *Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions*. Acta Metallurgica, vol. 21, n°5, pp. 1605-1609.

Mounanga P. (2003), *Comportement des matrices cimentaires au jeune âge : relation entre évolution chimique et déformations chimique et endogène*. XXIEMES Rencontres Universitaires de Génie Civil.

Neville A.M. (2000), *Propriétés des bétons*. Ed. Eyrolles, ISBN 2-212-01320-5, 806p

NF EN 12390-3 (2003), *Essais pour béton durci. Partie 3 : Résistance à la compression des éprouvettes*. AFNOR, Février 2003

NF EN 196-8 (2004), *Méthode d'essais des ciments. Partie 8 : Chaleur d'hydratation – Méthode par dissolution*. AFNOR, Juillet 2004

NF EN 196-9 (2004), *Méthode d'essais des ciments. Partie 9 : Chaleur d'hydratation – Méthode semi-adiabatique*. AFNOR, Septembre 2004

NF EN 197-1 (2001), *Ciments. Partie 1 : Composition, spécification et critères de conformité des ciments courants*. AFNOR, 2001

NF EN 206-1 (2005), *Bétons. Partie 1 : Spécification, performances, production et conformité*. AFNOR, 2005

Nonat A. (1994), *Interactions between chemical evolution (hydration) and physical evolution (setting) in the case of tricalcium silicate*. Materials and Structures, vol. 27, N°168, pp. 187-195.

Oh B.H., Cha S.W. (2003), *Nonlinear analysis of temperature and moisture distributions in early-age concrete structures based on degree of hydration*. ACI Material Journal, vol. 100, n°5, pp. 361-370

Onken P., Rostásy F. (1995), *Wirksame Betonzugfestigkeit im Bauwerk bei früh einsetzendem Temperaturzwang*. DAfStb Heft 449, Berlin: Beuth-Verlag

Pensée V., Kondo D., Dormieux L. (2002), *Micromechanical analysis of anisotropic damage in brittle materials*. Journal of Engineering Mechanics (ASCE), vol. 128, n°8, pp. 889-897.

Pijaudier-Cabot G., Bažant Z. P. (1987), *Nonlocal damage theory*. Journal of Engineering Mechanics (ASCE), vol. 113, pp. 1512-1533.

Powers T.C. (1968), *The thermodynamics of volume change and cre*ep. Materials and Constructions, vol. 1, n°6, pp. 487-507.

Powers T.C., Brownyard T.L. (1947), *Studies of the physical properties of hardened Portland cement paste, Part 9.* ACI Journal, vol. 18, n°8

Poyet S. (2003), *Etude de la dégradation des ouvrages en béton atteints par la réaction alcali-silice : Approche expérimentale et modélisation numérique multi-échelles des dégradations dans un environnement hydro-chemo-mécanique variable*. Thèse de Doctorat Université de Marne La Vallée, 238p

Rastrup E. (1954), *Heat of hydration in concrete*. Magazine of concrete research, vol. 6, n°17, pp. 79-92

Regourd M. (1980), *Structure et comportement des ciments au laitier*. 7th International Congress on the Chemistry of Cement, Paris, vol. III-2

Renedo M.J., Fernandez J. (2004), *Kinetic modelling of the hydrothermal reaction of fly ash, Ca(OH)2 and CaSO4 in the preparation of desulfurant sorbents*. Fuel, vol. 83, pp. 525-532

Roelfstra P.E., Salet T.A.M. (1994), *Modelling of heat and moisture transport in hardening concrete*. Thermal cracking in concrete at early age, Rilem proceeding 25, ISBN 0-419-18710-3, pp. 273-281

Roulet C.A. (1987), *Energétique du bâtiment I : Intéractions entre le climat et le bâtiment*. Presses Polytechniques Romandes, Lausanne

Ruetz W. (1968), *An hypothesis for the creep of the hardened cement paste and the influence of simultaneous shrinkage*. Proceedings of the Structure of Concrete and its Behaviour under Load, Londres, pp. 365-387.

Sarkis M., Granju J., Arnaud M., Escadeillas G. (2002), *Coefficient de dilatation thermique d'un mortier frais*. Materials and Structures, vol. 35, pp. 415-420

Saul A.G.A. (1951), *Principles underlying the steam curing of concrete at atmospheric pressure*. Magazine of concrete research, vol. 2, n°6, pp. 127-140

Schindler A.K. (2004), *Effect of temperature on hydration of cementitious materials*. ACI Materials Journal, vol. 101, n°1, pp. 72-81

Schindler A.K., Folliard K.J. (2003), *Influence of supplementary cementing materials on the heat of hydration of concrete.* Advances in Cement and Concrete IX Conference, Copper Mountain Conference Resort in Colorado, August, 10p.

Sellier A. (2006), *Modélisations numériques pour la durabilité des ouvrages de Génie Civil*. Mémoire d'habilitation, Université Paul Sabatier, Toulouse III, 156p.

Sellier A., Bary B. (2002), *Coupled damage tensors and weakest link theory for the description of crack induced anisotropy in concrete*. Engineering Fracture Mechanics, vol. 69, pp. 1925-1939.

Sellier A., Buffo-Lacarrière L., Escadeillas G., Turatsinze A. (2007), *Vers une modélisation unifiée du fluage propre, du retrait et du fluage de dessiccation du béton*. Revue Européenne de Génie Civil, en cours de soumission

Sicard V., Cubaynes J.-F., Pons G. (1996), *Modélisation des déformations différées des bétons à hautes performances : relation entre le retrait et le fluage*. Materials and Structures, vpl. 29, pp. 345-353

Smilauer V., Bittnar Z. (2006), *Microstructure-based micromechanical prediction of elastic properties in hydrating cement paste*. Cement and Concrete Research, vol. 36, n°9, pp. 1708-1718.

Sonebi M., Taleb A.K., Mac Leod I.A. (2007), *Plastic shrinkage cracking of concrete in hot weather: effect of temperature, wind and fibres*. 5th International Conference on Concrete Under Severe Conditions: Environment and Loading, June 2007, Tours (France).

Swaddiwudhipong S., Chen D., Zhang M.H. (2004), *Simulation of the exothermic hydration process of Portland cement*. Advances in Cement Research, vol. 14, n°2, pp. 61-69

Taylor H.F.W. (1990), *Cement chemistry*. ISBN 0-12-683900-X

Torrenti J-M. (1994), *Comportement mécanique du béton : bilan de 6 années de recherche*. Mémoire d'habilitation, Université de Marne la Vallée.

Torrenti J-M., Bendoudjema F. (2005), *Mechanical threshold of cementitious materials at early age*. Materials and Structures, vol. 38, n°277, pp. 299-304.

Torrenti J-M., Granger L., Diruy M., Genin P. (1997), *Modélisation du retrait du béton en ambiance variable*. Revue Française de Génie Civil, vol. 1, n°4, pp. 687-698.

Ulm F.-J., Acker P. (1998b), *Le point sur le fluage et la recouvrance des bétons*. Bulletin de liaison des Ponts et Chaussées spécial XX, Février 1998, Art. 4170 pp. 73-82.

Ulm F.-J., Le Maou F., Boulay C. (1999), *Creep and shrinkage coupling: new review of some evidence*. Revue Française de Génie Civil, vol. 3, pp. 21-37.

Ulm F-J., Coussy O. (1996), *Strength growth as chemo-plastic hardening in early age concrete*. Journal of engineering mechanics, vol. 122, n°12, pp. 1123-1132

Ulm F-J., Coussy O. (1998a), *Couplings in early-age concrete: From material modeling to struxtural design*. International Journal of Solids and Structures, vol. 35, n°31-32, pp. 4295-4311

Van Breugel K. (1995), *Numerical simulation of hydration and microstructural development in hardening cement-based materials*. Cement and Concrete Research, vol. 25, n°2, pp. 319–331.

Verhoeven I.K. (1998), *Le retrait dans le béton jeune en cours de durcissement*. Dossier ciment FEBELCEM n°16, 8p

Waller V. (1999), *Relations entre composition des bétons, exothermie en cours de prise et résistance en compression*. Thèse de Doctorat, ENPC Paris, 297p

Waller V., D'Aloïa L., Cussigh F., Lecrux S. (2004b), *Using the maturity method in concrete cracking control at early ages*. Cement and Concrete Composites, vol. 26, pp. 589-599

Waller V., Miao B. (2004a), *Chapitre 2 : Les paramètres influents*. **In:** Acker P., Torrenti J-M., Ulm F-J., *Comportement du béton au jeune âge*. ISBN 2-7462-0985-3

Wittmann F.H. (1982), *Creep and shrinkage mechanisms.* **In:** Bažant Z.P., Wittmann F.H. (Eds.), *Creep and Shrinkage in concrete Structures*. Wiley, Chi Chester, pp. 129-161.

Wittmann F.H., Roelfstra P. (1980), *Total deformation of loaded drying creep*. Cement and Concrete Research, vol. 10, pp. 601-610.

Xi Y., Bazant Z.P., Jennings H.M. (1994a), *Moisture diffusion in cementious materials: adsorption isotherms*. Advanced Cement Based Materials, vol. 1, pp.2 48-257

Xi Y., Bazant Z.P., Molina L., Jennings H.M. (1994b), *Moisture diffusion in cementious materials: moisture capacity and diffusivity*. Advanced Cement Based Materials, vol. 1, pp. 258-266

Yang Q-S., Li C-J. (2006), *Evolution of properties in hydration of cements: a numerical study*. Mechanics Research Communications, vol. 33, pp. 717-727

Ye G., Lura P., van Breugel K., Fraaij A.L.A. (2004), *Study on the development of the microstructure in cement-based materials by means of numerical simulation and ultrasonic pulse velocity measurement*. Cement and Concrete Composites, vol. 26, pp. 491-497

Yssorche M-P. (1995), *Microfissuration et durabilité des bétons à hautes performances*. Thèse de Doctorat, INSA de Toulouse

ANNEXES

ANNEXE A : METHODES D'HOMOGENEISATION

1. Principe général de la méthode

L'utilisation des méthodes d'homogénéisation s'effectue en 3 étapes successives : la représentation, la localisation et l'homogénéisation ([BORNERT ET AL. 01] et [FRANCOIS ET AL. 91]).

- Représentation

Il s'agit dans un premier temps de caractériser la structure que l'on veut homogénéiser. Cette étape permet de collecter des informations sur les phénomènes locaux en vue de pouvoir les intégrer dans la méthode d'homogénéisation. Ces différentes informations doivent donc être suffisamment simples pour être utilisées facilement mais aussi être bien représentatives des phénomènes locaux décrits.

On doit dans un premier temps définir le niveau d'hétérogénéité caractéristique appelé habituellement "Volume Elémentaire Représentatif" (VER). C'est le plus petit volume pour lequel le comportement peut être considéré comme représentatif du comportement global de la structure.

A l'intérieur de ce volume, chaque phase est considérée comme homogène : il faut déterminer ses caractéristiques mécaniques mais aussi sa répartition spatiale.

La description nécessaire de la géométrie du VER ne peut se faire de façon déterministe que dans certains cas précis, lorsque le milieu est périodique par exemple. Pour le cas général, la géométrie est définie de façon statistique. Dans le cas où le matériau présente une microstructure aléatoire, chaque grandeur dépendant du comportement local est une variable aléatoire. Chaque grandeur peut donc être associée à une valeur moyenne égale à l'espérance de la variable aléatoire associée. Une hypothèse très couramment utilisée ramène cette moyenne d'ensemble à une expression volumique de la valeur moyenne, plus facilement exploitable. C'est l'hypothèse d'ergodicité.

Ainsi on peut écrire $\langle v \rangle = \frac{1}{V_{VER}} \int_{V_{VER}} v(x)\, dx$.

➢ Localisation

L'étape de localisation constitue le "cœur" de la méthode d'homogénéisation. En effet, elle établit les relations entre grandeurs locales et macroscopiques en introduisant des tenseurs de localisations :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma} &= \mathbf{B}\left(x, Y(x)\right) : \overline{\boldsymbol{\sigma}} \\ \boldsymbol{\varepsilon} &= \mathbf{A}\left(x, Y(x)\right) : \overline{\boldsymbol{\varepsilon}} \end{aligned} \qquad \text{(A-1)}$$

➢ Homogénéisation

Cette étape consiste en la détermination du comportement effectif (homogénéisé) du VER. Elle utilise pour cela la relation entre grandeurs macroscopiques et moyennes de grandeurs locales couplée aux relations de localisation.

En effet les contraintes et déformations macroscopiques peuvent être définies comme les moyennes spatiales des contraintes et déformations locales.

$\overline{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{1}{V}\int_V \boldsymbol{\sigma}\, dV$ soit avec l'hypothèse d'ergodicité : $\overline{\boldsymbol{\sigma}} = \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle$. (De même pour $\boldsymbol{\varepsilon}$).

Ainsi, en élasticité linéaire par exemple, on peut calculer le tenseur des modules effectifs à partir des tenseurs de localisations :

$$\overline{\boldsymbol{\sigma}} = \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle = \langle \mathbf{c} : \boldsymbol{\varepsilon} \rangle = \langle \mathbf{c} : \mathbf{A} : \overline{\boldsymbol{\varepsilon}} \rangle = \langle \mathbf{c} : \mathbf{A} \rangle : \overline{\boldsymbol{\varepsilon}} \qquad \text{(A-2)}$$

Or macroscopiquement on a : $\overline{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C}^{\mathbf{eff}} : \overline{\boldsymbol{\varepsilon}}$. Donc on obtient finalement : $\mathbf{C}^{\mathbf{eff}} = \langle \mathbf{c} : \mathbf{A} \rangle$.

De même on trouve $\mathbf{S}^{\mathbf{eff}} = \langle \mathbf{s} : \mathbf{B} \rangle$

2. Application pour le calcul de modules effectifs

2.1. Modèles à bornes

➢ Voigt et Reuss

Les bornes de Voigt et Reuss sont basées sur l'écriture du théorème énergétique.

Dans le cas d'un champ de déformation cinématiquement admissible ε', on écrit que la solution exacte du champ de déformation ε minimise l'énergie potentielle.

$$\frac{1}{2}\int_V \boldsymbol{\varepsilon}:\mathbf{c}:\boldsymbol{\varepsilon}\,dV \le \frac{1}{2}\int_V \boldsymbol{\varepsilon}':\mathbf{c}:\boldsymbol{\varepsilon}'\,dV \qquad \text{(A-3)}$$

La borne de Voigt permet de calculer la valeur maximale de la matrice de rigidité. Elle s'obtient en considérant le cas particulier d'un champ de déformation uniforme c'est à dire $\boldsymbol{\varepsilon}' = \overline{\boldsymbol{\varepsilon}}$.

Il vient : $\langle \boldsymbol{\varepsilon}:\mathbf{c}:\boldsymbol{\varepsilon} \rangle \le \overline{\boldsymbol{\varepsilon}}:\langle \mathbf{c} \rangle:\overline{\boldsymbol{\varepsilon}}$ (théorème de Hill).

D'après la définition de C^{eff} on a $\langle \boldsymbol{\varepsilon}:\mathbf{c}:\boldsymbol{\varepsilon} \rangle = \overline{\boldsymbol{\varepsilon}}:\mathbf{C}^{\mathbf{eff}}:\overline{\boldsymbol{\varepsilon}}$.

D'où la définition de la borne de Voigt :

$$\overline{\boldsymbol{\varepsilon}}:\left(\langle \mathbf{c} \rangle - \mathbf{C}^{\mathbf{eff}}\right):\overline{\boldsymbol{\varepsilon}} \ge 0 \quad \forall \overline{\boldsymbol{\varepsilon}} \qquad \text{(A-4)}$$

Pour obtenir la borne de Reuss, on écrit le théorème de l'énergie complémentaire avec un champ de contraintes uniforme ce qui permet de déterminer la valeur maximale de la matrice de souplesse.

$$\frac{1}{2}\int_V \boldsymbol{\sigma}:\mathbf{s}:\boldsymbol{\sigma}\,dV - \int_{\partial V} (\boldsymbol{\sigma}\cdot\vec{\mathbf{n}})\cdot\vec{\mathbf{u}}\; dS \le \frac{1}{2}\int_V \overline{\boldsymbol{\sigma}}:\mathbf{s}:\overline{\boldsymbol{\sigma}}\,dV - \int_{\partial V} (\overline{\boldsymbol{\sigma}}\cdot\vec{\mathbf{n}})\cdot\vec{\mathbf{u}}\; dS \qquad \text{(A-5)}$$

Or $\int_{\partial V} \sigma_{ij} n_j u_i\, dS = \int_{\partial V} (\sigma_{ij} u_i)_{,j}\, dV = \int_{\partial V} \sigma_{ij} u_{ij}\, dV = V \overline{\sigma}_{ij} \overline{\varepsilon}_{ij}$ et de même pour $\int_{\partial V} (\overline{\boldsymbol{\sigma}}\cdot\vec{\mathbf{n}})\cdot\vec{\mathbf{u}}\; dS$.

On obtient finalement : $\frac{1}{2}\int_V \boldsymbol{\sigma}:\mathbf{s}:\boldsymbol{\sigma}\,dV \le \frac{1}{2}\int_V \overline{\boldsymbol{\sigma}}:\mathbf{s}:\overline{\boldsymbol{\sigma}}\,dV$.

Par un raisonnement similaire à celui mis en œuvre pour la borne de Voigt on obtient :

$$\overline{\boldsymbol{\sigma}}:\left(\langle \mathbf{s} \rangle - \mathbf{S}^{\mathbf{eff}}\right):\overline{\boldsymbol{\sigma}} \ge 0 \quad \forall \overline{\boldsymbol{\sigma}} \qquad \text{(A-6)}$$

Le calcul pratique de ces bornes se fait simplement à partir de la connaissance des fractions volumiques de chaque phase et ne nécessite pas d'hypothèses simplificatrices supplémentaires quant à la répartition ou la composition des phases. Cependant, elles constituent un domaine assez large et ne permettent donc pas une estimation précise des modules effectifs.

- Hashin-Strickman

Ces bornes sont plus resserrées que celles de Voigt et Reuss, mais ceci est la conséquence d'hypothèses simplificatrices effectuées sur les propriétés de distribution spatiale des phases.

En effet ces bornes supposent que les phases soient rassemblées en inclusions ellipsoïdales n'ayant aucune interaction entre elles.

La borne supérieure est ainsi définie par :

$$\mathbf{C}_+ = \langle \mathbf{c} : \mathbf{A}_+ \rangle : \langle \mathbf{A}_+ \rangle^{-1} \tag{A-7}$$

Avec : - A_+ le tenseur de localisation défini par $\mathbf{A}_+ = \left(\mathbf{c} + \mathbf{C}_+^*\right)^{-1} : \left(\mathbf{C}^{\max} + \mathbf{C}_+^*\right)$

- C_+^* le tenseur d'influence défini par le lemme de Hill $\mathbf{C}_+^* = \mathbf{C}^{\max} : \left(\mathbf{S}_{\max}^{esh\ -1} - \mathbf{I}\right)$

- S^{esh} le tenseur d'Eshelby

De la même façon la borne inférieure est alors :

$$\begin{cases} \mathbf{C}_- = \langle \mathbf{c} : \mathbf{A}_- \rangle : \langle \mathbf{A}_- \rangle^{-1} \\ \mathbf{A}_- = \left(\mathbf{c} + \mathbf{C}_-^*\right)^{-1} : \left(\mathbf{C}^{\max} + \mathbf{C}_-^*\right) \\ \mathbf{C}_-^* = \mathbf{C}^{\min} : \left(\mathbf{S}_{\min}^{esh\ -1} - \mathbf{I}\right) \end{cases} \tag{A-8}$$

2.2. Estimations effectives

➢ Modèles autocohérents

Le modèle autocohérent de base est un modèle particulièrement bien adapté aux cas de matériaux composites ne présentant pas réellement de matrice.

En effet il consiste à établir une loi de localisation en considérant l'une après l'autre chaque phase comme une inclusion ellipsoïdale englobée dans un milieu de référence hétérogène constituée par le reste des phases non individualisées. Ce milieu de référence est alors considéré comme un milieu homogène équivalent, ses caractéristiques restant constantes quelque soit la phase individualisée. On suppose que l'énergie de déformation stockée dans le schéma du modèle est la même que pour le milieu équivalent. Cette méthode permet donc de définir le tenseur de localisation suivant :

$$\begin{cases} \mathbf{A} = \left(\mathbf{c} + \mathbf{C}^*\right)^{-1} : \left(\hat{\mathbf{C}} + \mathbf{C}^*\right) \\ \mathbf{C}^* = \mathbf{c} : \left(\mathbf{S}^{esh\ -1} - \mathbf{I}\right) \text{ d'après Eshelby} \end{cases} \tag{A-9}$$

Cette méthode aboutit à une estimation effective du tenseur des modules effectifs.

La mise en œuvre du modèle ne nécessite explicitement que les fractions volumiques (dans les diverses opérations de moyenne). Le fait que l'on obtienne malgré tout une estimation effective des caractéristiques homogénéisées et non des bornes montre l'utilisation implicite d'une hypothèse simplificatrice. Cette hypothèse implicite est une hypothèse de désordre parfait sur la distribution spatiale des phases faite lors de l'assimilation du "milieu de référence hétérogène" au milieu homogène équivalent.

Ce modèle a été adapté aux cas de matériaux présentant une matrice à travers le modèle autocohérent généralisé. Il s'appuie sur le même raisonnement que le modèle autocohérent simple mais l'inclusion individualisée est enrobée de matrice.

- Modèle de Mori-Tanaka

Le modèle de Mori-Tanaka est également souvent utilisé car il s'adapte bien au cas de matériaux à morphologie matrice/inclusion, ce qui est le cas pour le béton (échelle matrice/granulat).
Dans ce modèle, le milieu de référence utilisé dans le tenseur d'Eshelby est défini par la matrice.
Le calcul du tenseur des modules effectifs est effectué par l'utilisation d'une méthode mathématique basée sur l'hypothèse qu'il existe un rapport constant entre les déformations moyennes de chaque phase, rapport calculé pour le cas limite simple des dilutions.
La pertinence du modèle est donc conditionnée par la validité de cette hypothèse.
Cette méthode consiste à calculer la contrainte moyenne à partir de 2 raisonnements, l'égalité des résultats permettant de trouver le tenseur des modules effectifs. La contrainte moyenne est ainsi calculée dans un premier temps à partir des contraintes moyennes de chaque phase pondérées de leur fraction volumique.
Dans un second temps, elle est déterminée à partir de la déformation moyenne, elle-même calculée à partir des déformations moyennes de chaque phase pondérées par leur fraction volumique.
Le problème est difficilement exploitable pour des géométries d'inclusions complexes, mais il est intéressant de noter que, pour le cas d'une inclusion sphérique, le modèle donne une solution simple égale à la borne inférieure d'Hashin-Stikman.

ANNEXE B : CARACTERISTIQUES DES CIMENTS ET ADDITIONS

➢ Liants utilisés pour la validation en laboratoire

La fumée de silice utilisée est une fumée de silice CONDENSIL 595OM produite par Vicat. Le clinker, le laitier et les cendres volantes sont ceux utilisés pour la fabrication du CEM V présnté dans le Tableau B-1

CEM V 42,5 N – CE PM-ES-CP1 NF – Airvault		
Clinker	%	56
Laitier	%	22
Cendres Volantes	%	22
Densité	g/cm3	2,88
Surface spécifique (Blaine)	cm2/g	4590
SiO_2	%	28,88
Al_2O_3	%	11,06
Fe_2O_3	%	3,48
CaO	%	46,07
MgO	%	0,10
SO_3	%	2,81
Na_20	%	0,19
K_2O	%	1,54
Cl	%	0,02
Perte au feu (1000°C)	%	2,25

Tableau B-1 : Caractéristiques du CEM I utilisé pour la validation en laboratoire

➢ Liants utilisés pour la validation sur structure

Le ciment CEM I et la cendre volante utilisés lors du coulage en Egypte du bloc test sont présentés dans le Tableau B-2

		CEM I 42,5 N – C2ECC	CV – C9ECC
Densité	g/cm3	3,24	2,2
Surface spécifique (Blaine)	cm2/g	3265	3265
SiO_2	%	20,74	60,76
Al_2O_3	%	4,8	29,72
Fe_2O_3	%	4,07	3,49
CaO	%	64,0	1,00
MgO	%	1,85	0,41
SO_3	%	2,27	0,09
Na_20	%	0,37	0,37
K_2O	%	0,26	0,93
Cl	%	0,01	0,005
Perte au feu (1000°C)	%	1,65	0,67

Tableau B-2 : Caractéristiques du CEM I et de la cendre volante utilisés pour la validation sur structure

ANNEXE C : VALIDATION THERMODYNAMIQUE DU MODELE D'ENDOMMAGEMENT

Cette annexe est consacrée à la démonstration, en conditions isothermes et de façon découplées, de la positivité des dissipations par endommagement et déformations visqueuses du squelette solide.

On postule alors qu'une partie de la déformation est due au comportement anélastique du matériau (étage 1 et 2) : $\varepsilon = \varepsilon^{e} + \varepsilon^{an}$ (Où ε^{an} est la déformation anélastique).

1. Dissipation par endommagement

1.1. Endommagement de traction

On propose le potentiel d'énergie libre de traction suivant :

$$\rho\psi^{t} = \rho\psi^{t(n)} + \rho\psi^{t(n)} \tag{C-1}$$

Où $\rho\psi^{t(n)}$ est le potentiel des énergies libre associé aux extensions et $\rho\psi^{t(s)}$ celui associé aux déformations élastiques de cisaillement.

Comme ils prennent en compte l'effet de l'endommagement de compression sur les modules de traction les deux potentiels indépendants s'écrivent alors :

$$\rho\psi^{t(n)} = \frac{1}{2}\frac{(1-d^{c})E^{0}}{D^{n}}\left(\begin{array}{l}\left(\frac{1}{(1-d_j^t)(1-d_k^t)} - \upsilon^{0^2}\right)\varepsilon_{ii}^{et\,2} + \left(2\upsilon^{0^2} + \frac{2\upsilon^{0}}{1-d_i^t}\right)\varepsilon_{jj}^{et}\varepsilon_{kk}^{et} \\ + \left(\frac{1}{(1-d_i^t)(1-d_k^t)} - \upsilon^{0^2}\right)\varepsilon_{jj}^{et\,2} + \left(2\upsilon^{0^2} + \frac{2\upsilon^{0}}{1-d_j^t}\right)\varepsilon_{ii}^{et}\varepsilon_{kk}^{et} \\ + \left(\frac{1}{(1-d_i^t)(1-d_j^t)} - \upsilon^{0^2}\right)\varepsilon_{kk}^{et\,2} + \left(2\upsilon^{0^2} + \frac{2\upsilon^{0}}{1-d_k^t}\right)\varepsilon_{ii}^{et}\varepsilon_{jj}^{et}\end{array}\right) \tag{C-2}$$

$$\rho\psi^{t(s)} = \frac{1}{2}(1-d^{c})G^{0}\left[(1-d_i^t)(1-d_j^t)\varepsilon_{ij}^{et\,2} + (1-d_i^t)(1-d_k^t)\varepsilon_{ik}^{et\,2} + (1-d_j^t)(1-d_k^t)\varepsilon_{jk}^{et\,2}\right] \tag{C-3}$$

Par souci de simplification de l'écriture de ces potentiels thermodynamiques, nous utilisons ici la variable interne d'indice de fissuration (β_i introduit au chapitre III).

De plus nous nous plaçons dans la base propre des endommagements, la matrice de passage de la base de référence à la base propre étant notée R.
La dissipation par endommagement de traction s'écrit alors :

$$\sigma : \dot{\varepsilon}_{ij}^{et} - \left(\underbrace{\rho \frac{\partial \psi^{t(n)}}{\partial \beta_i} \dot{\beta}_i}_{-\varphi^{Dt(n)}} + \rho \frac{\partial \psi^{t(n)}}{\partial R} : \dot{R} + \underbrace{\rho \frac{\partial \psi^{t(s)}}{\partial \beta_i} \dot{\beta}_i}_{-\varphi^{Dt(s)}} + \frac{\partial \psi^{t(s)}}{\partial R} : \dot{R} + \rho \frac{\partial \psi^{t}}{\partial \varepsilon_I^{et}} \varepsilon_I^{et} \right) \geq 0 \qquad \text{(C-4)}$$

Dans cette expression ε_I^{et} est une valeur principale du tenseur des déformations associées aux contraintes effectives de traction, $\varphi^{Dt(n)}$ est la dissipation associée aux déformations normale et $\varphi^{Dt(s)}$ celle associée aux cisaillements. $\dot{R}$ peut être interprété comme un taux de rotation du tenseur d'endommagement si les directions principales de déformations ne tournent pas. Si le chargement est radial, les directions principales d'endommagement et de déformation sont confondues donc cette matrice des taux de rotation est nulle. Dans ce cas, il suffit de vérifier la positivité de la déformation liée à ε^{et} et β.

La prise en compte de la forme du potentiel d'énergie libre associé aux cisaillements permet alors de calculer la dissipation due à l'endommagement associé aux cisaillements il vient :

$$\varphi^{Dt(s)\dot{\beta}} = \dot{\beta}_i \underbrace{\left(\frac{1}{2} G^0 \left(e^{-(\beta_i+\beta_j)} \varepsilon_{ij}^{et\,2} + e^{-(\beta_i+\beta_k)} \varepsilon_{ik}^{et\,2} \right) \right)}_{\geq 0} \qquad \text{(C-5)}$$

Cette expression est toujours positive puisque $\dot{\beta}_i$ est positif, la dissipation associée aux cisaillements est donc vérifiée.

En ce qui concerne la dissipation associée aux déformations normales, on peut remarquer qu'en utilisant les expressions en contrainte de $\psi^{t(n)}$ et de ε^{et} dans l'équation de Clausius Duhem il vient :

$$\sigma : \dot{\varepsilon}^{et} - \rho\dot{\psi}^{t(n)} = \left(\underbrace{\sigma : \frac{\partial \varepsilon^{et}}{\partial E_i}}_{-\frac{\sigma_i^{t2}}{E_i^2}} - \underbrace{\rho \frac{\partial \psi^{t(n)}}{\partial E_i}}_{-\frac{1}{2}\frac{\sigma_i^{t2}}{E_i^2}} \right) \dot{E}_i = \underbrace{-\frac{1}{2}\frac{\sigma_i^{t\,2}}{E_i^{\,2}}}_{\leq 0} \dot{E}_i \geq 0 \qquad \text{(C-6)}$$

La dissipation est donc assurée si $\dot{E}_i \leq 0$. Or $\dot{E}_i = -E^0 \dot{d}_i^t$ et $\dot{d}_i^t$ étant positif le second principe est également vérifié pour l'endommagement associé aux déformations normales.

Dans le cas du chargement non radial, la relation de Clausius Duhem contient les termes dus aux évolutions des endommagements principaux qui sont toujours positifs comme nous venons de le voir ainsi que des termes dus au rotations des directions d'endommagement. Ces derniers traduisent un rapprochement des directions d'orthotropie du matériau et de celles du chargement. D'un point de vue analytique cette seconde transformation est analogue à une rotation des directions principales de déformation sans endommagement, elle se fait donc sans dissipation, la relation suivante doit donc être respectée à chaque instant :

$$\left(\sigma : \frac{\partial \varepsilon^{et}}{\partial R} - \rho \frac{\partial \psi^t}{\partial R} \right) \dot{R} = 0 \text{ soit } \sigma : \frac{\partial \varepsilon^{et}}{\partial R} = \rho \frac{\partial \psi^t}{\partial \varepsilon^{et}} : \frac{\partial \varepsilon^{et}}{\partial R} \qquad \text{(C-7)}$$

Or, par construction $\sigma = \rho \frac{\partial \psi^t}{\partial \varepsilon^{et}}$, donc la relation (C-7) est identiquement respectée et la rotation des directions d'endommagement n'entraîne pas de dissipation complémentaire mais induit une variation du potentiel d'énergie libre compatible avec l'évolution du chargement.

1.2. Endommagement de compression

L'endommagement de compression étant isotrope, le potentiel thermodynamique associé à ce comportement est facilement obtenu à partir des contraintes effectives :

$$\rho\psi^c = \left(1 - d^c\right)\frac{1}{2}\left[\lambda^0 \left(tr\left(\varepsilon^{ec}\right)\right)^2 + 2\mu^0 tr\left(\varepsilon^{ec\,2}\right)\right] \qquad \text{(C-8)}$$

L'endommagement étant par construction strictement croissant, l'inégalité de dissipation liée à l'endommagement de compression est donc vérifiée.

2. Dissipation par déformations visqueuse

La validation thermodynamique associée à la dissipation viscoélastique est faite par la vérification de l'inégalité suivante :

$$\sigma : \dot{\varepsilon}^{an} - \rho \frac{\partial \psi}{\partial V^{an}} : \dot{V}^{an} \geq 0 \tag{C-9}$$

Où V^{an} est la variable interne associée au comportement viscoélastique du matériau.

Dans notre cas, comme les déformations anélastiques elles mêmes permettent de définir une partie de l'état du matériau à chaque instant, elles peuvent être choisies comme variables internes. On a donc :

$$\sigma : \dot{\varepsilon}^{an} - \rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon^{an}} : \dot{\varepsilon}^{an} \geq 0 \tag{C-10}$$

On sait que la déformation élastique est déduite de la déformation totale par soustraction de la partie anélastique de la déformation :

$$\varepsilon^{e} = \varepsilon - \varepsilon^{an} \tag{C-11}$$

Du fait de cette partition des déformations, le potentiel thermodynamique peut s'écrire en fonction de la déformation élastique seule ou en fonction de la soustraction des déformations totale et anélastique :

$$\psi = \psi\left(\varepsilon^{e}\right) = \psi\left(\varepsilon - \varepsilon^{an}\right) \tag{C-12}$$

La force thermodynamique associée à une déformation peut donc s'écrire comme la dérivée du potentiel thermodynamique par rapport à la déformation considérée.

$$F = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon^{e}} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon} = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon^{an}} \tag{C-13}$$

Donc la force thermodynamique associée aux déformations anélastiques s'écrit finalement :

$$\rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon^{an}} = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon^{e}} = -\sigma \tag{C-14}$$

L'inégalité à vérifier devient donc :

$$2 \cdot \left(\sigma : \dot{\varepsilon}^{an}\right) \geq 0 \tag{C-15}$$

Le second principe est donc vérifié si $\sigma : \dot{\varepsilon}^{an} \geq 0$.

Pour notre modèle rhéologique la déformation anélastique est divisée en déformation à court terme (Kelvin Voigt) et déformation à long terme (Maxwell).
On doit donc vérifier de façon séparée :

$$\sigma_M : \dot{\varepsilon}_M \geq 0 \text{ et } \begin{cases} \sigma_K : \dot{\varepsilon}_{KV} \geq 0 \\ \sigma_V : \dot{\varepsilon}_{KV} \geq 0 \end{cases} \tag{C-16}$$

En utilisant les lois de comportement indépendantes de chaque "amortisseur", on obtient pour les lois visqueuses les relations suivantes :

$$\frac{{\sigma_M}^2}{\eta_M} \geq 0 \text{ et } \frac{{\sigma_V}^2}{\eta_{KV}} \geq 0 \tag{C-17}$$

Ainsi la dissipation anélastique due aux déformations à long terme est une dissipation visqueuse de la forme $\sigma^2/\eta \geq 0$. La validation thermodynamique est donc obtenue par l'utilisation de viscosités positives.

ANNEXE D : PRINCIPE DE L'APPROCHE INCREMENTALE ADAPTATIVE

Afin de mettre en évidence la nécessité d'une approche incrémentale adaptative pour un cas de matériau vieillissant, nous allons étudier deux types de vieillissement : un "vieillissement positif" correspondant à l'hydratation du matériau accompagné par une augmentation de son module élastique, et un "vieillissement négatif" correspondant à une dégradation chimique comme la lixiviation accompagnée d'une chute de module élastique. Afin de simplifier les raisonnements nous considérons des variations linéaires de modules avec une pente identique (au signe près). Ces variations sont illustrées sur la Figure D-1.

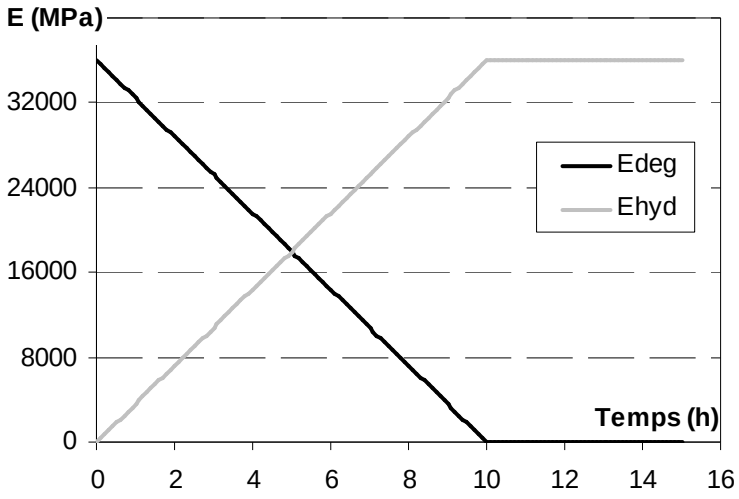


Figure D-1 : Evolutions des modules d'élasticités

Ces deux matériaux sont soumis à une déformation évoluant linéairement au cours du temps jusqu'à un palier (voir Figure D-2).

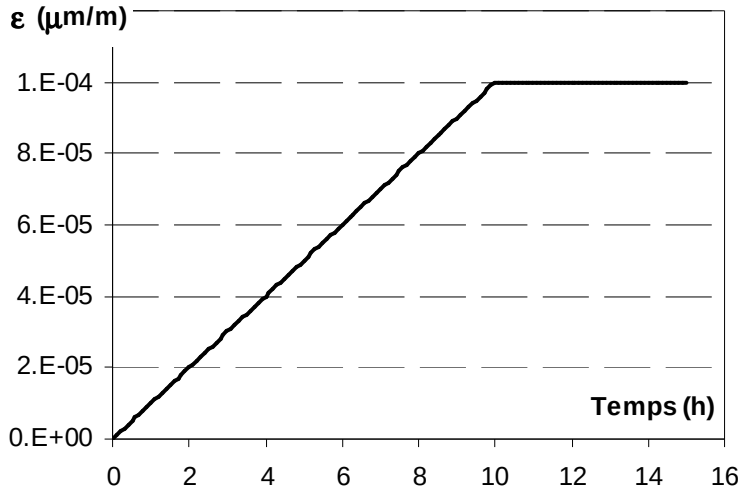


Figure D-2 : Evolution de la déformation imposée

Nous comparons ensuite la contrainte développée au cours du temps sous l'effet de cette déformation imposée pour deux lois de comportement :

- une loi "totale" $\sigma = E\varepsilon$ (comme utilisée habituellement pour les matériaux en cours de dégradation).

- une loi "incrémentale" $\sigma = \int E\dot{\varepsilon} \cdot dt$ (comme utilisée habituellement pour traiter les matériaux en cours d'hydratation).

La réponse du matériau en cours de dégradation est présentée sur la Figure D-3.

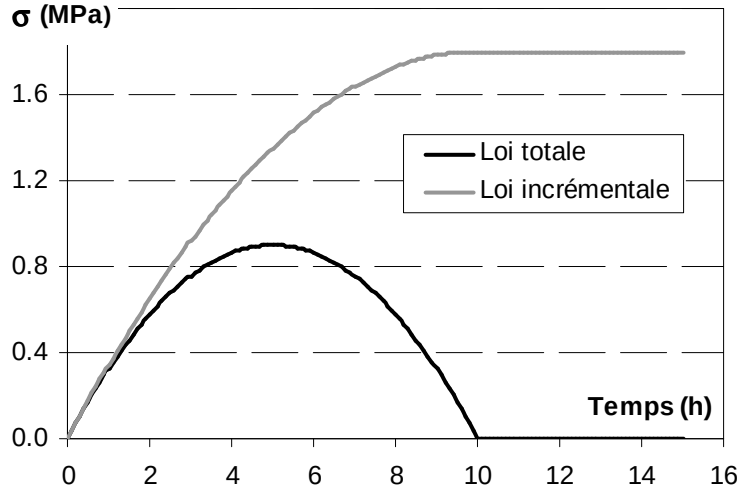


Figure D-3 : Evolution de la contrainte déterminée par les lois totale et incrémentale dans le cas d'un matériau en cours de dégradation

On voit que la loi "incrémentale" ne doit pas être utilisée pour ce type d'évolution de propriétés car elle conduit à une contrainte résiduelle maximale qui ne s'annule pas lorsque le module s'annule.
Seule la loi "totale" est donc adaptée aux matériaux en cours de dégradation.

La réponse obtenue pour un matériau en cours d'hydratation est présentée sur la Figure D-4. Elle est comparée à la réponse obtenue dans le cas où le module est constant et égale au module du matériau hydraté (palier sur la Figure D-1).

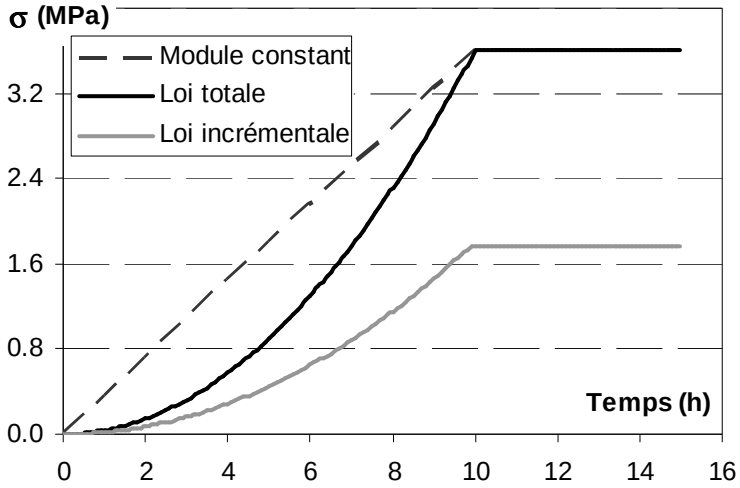


Figure D-4 : Evolution de la contrainte déterminée par les lois totale et incrémentale dans le cas d'un matériau en cours d'hydratation

On voit que la loi "totale" ne doit pas être utilisée pour ce type d'évolution de propriétés car elle conduit à une contrainte résiduelle maximale identique à celle que l'on obtient pour un matériau au module constant. Or il apparaît évident qu'un matériau en cours d'hydratation développera au final moins de contrainte sous l'effet d'une déformation imposée qu'un matériau déjà hydraté.
Seule la loi "totale" est donc adaptée aux matériaux en cours de dégradation.

Au vu de ces différences apparentes dans le type de loi à utiliser selon le cas, il apparaît essentiel de clarifier ces phénomènes.
Prenons le cas d'un comportement élastique unidirectionnel. La loi de comportement lorsque le matériau n'évolue pas est la loi classique d'élasticité : $\sigma = E \cdot \varepsilon$.

Lorsque le matériau évolue (par hydratation ou dégradation) la contrainte se calcule comme la somme des incréments de contrainte subis depuis le chargement.

$$\sigma = \int_0^t \dot{\sigma}(\tau) d\tau \tag{D-1}$$

L'incrément de contrainte est calculé dans un premier temps par dérivation de la loi d'élasticité mais doit être analysé physiquement de façon différente suivant le type d'évolution du matériau.

$$\dot{\sigma} = E \cdot \dot{\varepsilon} + \dot{E} \cdot \varepsilon \tag{D-2}$$

Prenons tout d'abord le cas d'un matériau qui s'hydrate ($\dot{E} > 0$).

$\dot{\sigma}_\varepsilon = E \cdot \dot{\varepsilon}$ correspond à un incrément de contrainte dû à un incrément de déformation subie par un matériau aux propriétés constantes E.

$\dot{\sigma}_E = \dot{E} \cdot \varepsilon$ correspond à un incrément de contrainte dû à l'augmentation du module. Cette augmentation de module se traduit physiquement par la création d'une nouvelle couche d'hydrates. Cette nouvelle couche d'hydrates se crée en configuration déformée et est donc libre de contrainte. L'incrément de contrainte associée est donc nul : $\dot{\sigma}_E = \dot{E} \cdot \varepsilon = 0$

L'incrément de contrainte total dans le cas d'une solidification s'écrit donc :

$$\dot{\sigma}_{sol} = E \cdot \dot{\varepsilon} \tag{D-3}$$

On voit bien que dans ce cas, comme la différentielle n'est pas totale (par annulation de $\dot{E} \cdot \varepsilon$), on ne peut pas intégrer cette relation pour repasser en écriture totale.

La solidification devra donc être traitée en écriture incrémentale.

Dans le cas d'un matériau qui se détériore on a $\dot{E} < 0$.

$\dot{\sigma}_\varepsilon = E \cdot \dot{\varepsilon}$ correspond toujours à un incrément de contrainte dû à un incrément de déformation subie par un matériau aux propriétés constantes E.

Par contre $\dot{\sigma}_E = \dot{E} \cdot \varepsilon$ correspond ici à un incrément de contrainte dû à la diminution du module. Cette diminution de module se traduit physiquement par exemple par la création d'une fissure dans une partie du matériau déjà hydratée. La fissure affectant un matériau en

configuration déformée, sa création va provoquer un relâchement de la contrainte associée. On a donc $\dot{\sigma}_E = \dot{E} \cdot \varepsilon \neq 0$

L'incrément de contrainte total dans le cas d'une détérioration s'écrit donc :

$$\dot{\sigma}_{\text{det}} = E \cdot \dot{\varepsilon} + \dot{E} \cdot \varepsilon \tag{D-4}$$

Ici la différentielle est complète, on peut donc intégrer cette relation pour repasser en écriture totale.

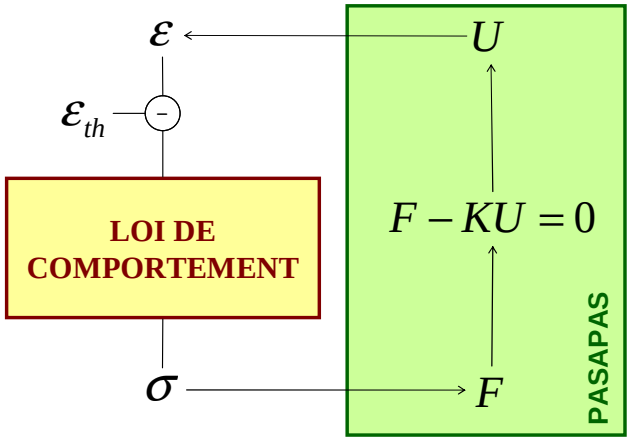
La détérioration peut donc être traitée en écriture totale.

Si on veut synthétiser ces deux résultats on peut écrire la loi de comportement générale d'un matériau évolutif de la façon suivante :

$$\dot{\sigma} = E \cdot \dot{\varepsilon} + \left\langle \dot{E} \right\rangle^{-} \cdot \varepsilon \tag{D-5}$$

ANNEXE E : SCHEMA DE PRINCIPE DE LA RESOLUTION D'UN PROBLEME MECANIQUE EN DEPLACEMENTS

Le schéma présenté ci-dessous illustre le principe général de résolution d'un code éléments finis basé sur une résolution en déplacements.



A partir de l'inconnue aux nœuds du maillage (le déplacement U), la déformation aux points de Gauss de l'élément est déterminée puis transmise à la loi de comportement choisie par l'utilisateur afin de calculer la contrainte induite aux points de Gauss. Le code éléments finis permet alors d'intégrer cette contrainte sur l'élément afin de déterminer la force associée aux nœuds. La procédure d'annulation du résidu calcule alors le champ de déplacement qui permet l'équilibre du système (qui satisfait donc l'équation F-KU=0).

TABLE DES ILLUSTRATIONS

Figure I-1 : Représentation schématique de la courbe calorimétrique de l'hydratation globale du ciment [NEVILLE 00] 31
Figure I-2 : Evolution de l'affinité chimique A(α) en fonction du degré d'hydratation [CERVERA ET AL. 02] 36
Figure I-3 : Valeurs du degré d'hydratation final d'un CEM I pour divers E/C [WALLER 99] 37
Figure I-4 : Evolution du coefficient multiplicateur β en fonction de l'humidité d'après Bazant 41
Figure I-5 : Exemple d'un isotherme de désorption (à 20°C) 45
Figure I-6 : Abaque déterminant la vitesse d'évaporation de l'eau à la surface du béton [ACI 305R-99] 47
Figure I-7 : Définition des volumes apparent et absolu [GARCIA BOIVIN 99] 51
Figure I-8 : Zone d'adsorption gênée [HUA 92] 53
Figure I-9 : Schéma de l'évolution de la structure des C-S-H au cours de la dessiccation [ACKER 03] 53
Figure I-10 : Illustration de la création d'un chemin de percolation entre phases solides 57
Figure I-11 : Illustration de la propagation des ondes acoustiques dans le béton avant le seuil de percolation (a) et après la création d'un chemin de percolation (b) [YE ET AL. 04] 58
Figure I-12 : Probabilité de percolation en fonction du degré d'hydratation pour des pâtes (a) et des mortiers (b) de différents E/C [TORRENTI ET AL. 05] 59
Figure I-13 : Evolution de la résistance en compression au cours de l'hydratation pour des pâtes (a), des mortiers (b), et des bétons (c) à base de CEM I et de E/C différents [TORRENTI ET AL. 05] 60
Figure I-14 : Illustration du principe de la méthode de maturométrie [D'ALOIA 04] 63
Figure I-15 : Effet d'un granulat sur le retrait du matériau et sur la microfissuration induite 65
Figure I-16 : Faciès de microfissuration pour des diamètres d'inclusion croissants [BISSCHOP 01] .. 66
Figure I-17 : Illustration du gradient de température à l'origine de la fissuration de peau [VERHOEVEN 98] 67
Figure I-18 : Profils d'humidité relative (a), retrait de dessiccation (b) et fissuration (c) induits (figure d'après Bazant reproduite dans [ACKER 97]) 68
Figure I-19 : Illustration de la fissuration par déformation structurellement empêchée 69
Figure I-20 : Définition des différents type de fluage 70
Figure I-21 : Phénomènes de microdiffusion à l'origine du fluage à court terme [ULM ET AL. 98b] 71

Figure I-22 : Déformations différées mesurées lors d'essai de fluage réalisés en conditions de séchage et sous eau [BROOKS 05] 72
Figure I-23 : Canevas de modélisation retenu 81
Figure II-1 : Principe des couplages du modèle multiphasique 87
Figure II-2 : Loi globale de cinétique d'hydratation et fonctions indépendantes associées 93
Figure II-3 : Variation de la loi cinétique pour un clinker (en conditions endogènes et isothermes) 94
Figure II-4 : Principe du modèle série pour le calcul du coefficient d'échange équivalent 98
Figure II-5 : Evolution de la température d'un bloc de béton inerte soumis à une température extérieure variable (sinusoïdale) et à un flux solaire imposé (les distances indiquent les profondeurs des mesures par rapport à la surface horizontale supérieure) 99
Figure II-6 : Schéma de la méthode itérative de résolution sur un pas de temps 101
Figure II-7 : Schéma des paramètres d'entrée et de sortie de la procédure d'hydratation 102
Figure II-8 : Principe d'utilisation des paramètres d'entrée du modèle 103
Figure II-9 : Principe de détermination des paramètres d'entrée du modèle 103
Figure II-10 : Influence des variations des paramètres sur T, α et W. 112
Figure II-11 : Dégagement de chaleur adiabatique des liants binaires ((a) C+CV), (b) C+FS et (c) C+L) 117
Figure II-12 : Dégagement de chaleur des liants composés ((a) C+L+CV, (b) C+L+FS, (c) C+CV+FS et (d) C+L+CV+FS) 118
Figure II-13 : Valeurs atteintes par le degré d'hydratation à très long terme pour des pâtes à base de CEM I formulées avec plusieurs E/C (courbe = résultats modèle, marques = résultats donnés par [WALLER 99]) 119
Figure II-14 : Vues du barrage de Naga-Hammadi en cours de construction 121
Figure II-15 : Présentation de la géométrie du quart de bloc modélisé 122
Figure II-16 : Calage de la loi de cinétique d'hydratation sur les mesures de dégagement de chaleur obtenues par l'essai de calorimétrie de Langavant 126
Figure II-17 : Variation de la température en plusieurs points de la structure : comparaison entre les mesures (points) et le modèle (courbes) 128
Figure II-18 : Evolution de la température à cœur pour plusieurs températures de béton frais 129
Figure II-19 : Evolution de la température à cœur pour plusieurs compositions de liants 130
Figure III-1 : Principe de combinaison des phénomènes mécaniques élémentaires 137
Figure III-2 : Schéma rhéologique du béton 138
Figure III-3 : Schéma rhéologique du module viscoélastique consolidant (VEC) 139

Figure III-4 : Principe de résolution du modèle mécanique au jeune âge proposé..... 158
Figure III-5 : Procédure de calage des paramètres rhéologiques..... 160
Figure III-6 : Réponse du modèle à un chargement cyclique..... 164
Figure III-7 : Principe du test de Willam..... 165
Figure III-8 : Réponse du modèle au test de Willam..... 166
Figure III-9 : Déformation différée obtenue lors de l'essai de fluage propre (trait continu : simulation, losanges : essais de Granger)..... 168
Figure III-10 : Profils des teneurs en eau à différentes dates 169
Figure III-11 : Retrait en fonction de la perte de masse (trait continu : simulation, losanges : essais de Granger)..... 170
Figure III-12 : Déformation de fluage total au cours du temps (trait continu : simulation, losanges : essais de Granger)..... 171
Figure III-13 : Développement de l'hydratation au cœur des éprouvettes déterminé par le modèle multiphasique (les points représentent les échéances auxquelles sont faits les essais). 174
Figure III-14 : Evolution du module d'élasticité au cours de l'hydratation 175
Figure III-15 : Evolution de la résistance en compression au cours de l'hydratation..... 176
Figure III-16 : Evolution de la résistance en traction au cours de l'hydratation..... 176
Figure III-17 : Déformation totale obtenues lors de l'essai de fluage propre (trait continu : modèle, losanges : essai) 178
Figure III-18 : Evolution de la perte de masse d'éprouvettes 4x4x16 cm soumises à une humidité relative de 50% (trait continu : modèle, marques : essai)..... 179
Figure III-19 : Evolution de la déformation d'éprouvettes 4x4x16 cm soumises à une humidité relative de 50% et isolées de tout échange hydrique 180
Figure III-20 : Déformation totale d'une éprouvette en fluage de dessiccation..... 181
Figure III-21 : Déformation de fluage propre en traction pour plusieurs taux de chargement..... 182
Figure III-22: Dispositif de montage de l'essai de retrait empêché à l'anneau (mesures en cm)..... 183
Figure III-23: Représentation des conditions aux limites hydriques..... 184
Figure III-24 : Représentation des conditions aux limites mécaniques..... 185
Figure III-25 : Evolution de la contrainte $\sigma_{\theta\theta}$ dans l'anneau en béton..... 186
Figure III-26 : Evolution de l'indice de fissuration β_{θ}^{t} dans l'anneau en béton (la valeur 0,24 correspondant à la localisation de la fissuration)..... 187
Figure III-27 : Structure isolée et à 30°C (0 à 21h)..... 190
Figure III-28 : Structure décoffrée et à 7°C (21h à 7j)..... 190

Figure III-29 : Evolution des degrés d'hydratation du ciment, des cendres volantes et du degré d'hydratation moyen au sein de la structure (60% C et 40% CV) 191
Figure III-30 : Evolution des caractéristiques instantanées au cours de l'hydratation..... 192
Figure III-31 : Evolution de la température de surface (Ts en rose) et au cœur (Tc en bleu) de la structure au cours du temps (trait continu = modélisation, marques = mesures)..... 193
Figure III-32 : Evolution de la déformation à mi hauteur de la structure au cours du temps (trait continu = modélisation, marques = mesures) 194
Figure III-33 : Evolution de la contrainte $\sigma_{\theta\theta}$ sur la demi structure 194
Figure III-34 : Evolution de l'indice de fissuration β_θ^t sur la demi structure (la valeur de localisation de la fissuration étant égale à 0,35) 195
Figure D-1 : Evolutions des modules d'élasticités..... 231
Figure D-2 : Evolution de la déformation imposée..... 232
Figure D-3 : Evolution de la contrainte déterminée par les lois totale et incrémentale dans le cas d'un matériau en cours de dégradation 232
Figure D-4 : Evolution de la contrainte déterminée par les lois totale et incrémentale dans le cas d'un matériau en cours d'hydratation..... 233

Tableau I-1 : Valeurs des énergies d'activation des composés du ciment [KISHI ET AL. 94]..... 32
Tableau I-2: Valeurs des paramètres de calage de la fonction affinité normalisée pour les additions [WALLER 99]..... 38
Tableau I-3: Capacité massique des constituants du béton (à 20°C) [DE LARRARD 00]..... 48
Tableau I-4 : Conductivité thermique de bétons à base de granulats différents [NEVILLE 00] 48
Tableau I-5 : Chaleurs d'hydratation des composés du ciment (en J/g) 49
Tableau I-6 : Chaleur d'hydratation moyenne des fumées de silice et des cendres volantes d'après [WALLER 99]..... 49
Tableau I-7 : Coefficients de dilatation thermique de bétons à base de granulats différents [NEVILLE 00]..... 55
Tableau II-1 : Caractéristiques physico-chimique des anhydres du clinker [LEA 70]..... 105
Tableau II-2 : Caractéristiques physico-chimique des hydrates formés par l'hydratation du clinker [TAYLOR 90] 106
Tableau II-3 : Caractéristiques physico-chimique des hydrates formés par les réactions pouzzolaniques 107
Tableau II-4 : Energies d'activation et chaleur d'hydratation des additions pouzzolaniques 108
Tableau II-5 : Caractéristiques physico-chimique des hydrates formés à partir des laitiers 108
Tableau II-6 : Energies d'activation et chaleur d'hydratation des laitiers..... 109
Tableau II-7 : Tableau récapitulatif des paramètres d'entrée du modèle..... 114
Tableau II-8 : Schéma de validation du modèle en laboratoire..... 115
Tableau II-9 : Formulation des mortiers testés dans l'essai Langavant..... 116
Tableau II-10 : Paramètres déterminés pour chaque phase..... 116
Tableau II-11 : Composition du béton utilisé..... 123
Tableau II-12 : Valeurs des paramètres du coefficient d'échange avec l'air..... 124
Tableau II-13 : Valeurs des paramètres du coefficient d'échange équivalent 125
Tableau II-14 : Caractéristiques thermiques du sol [MC ADAMS 54]..... 125
Tableau II-15 : Paramètres des lois de cinétiques de réaction..... 126
Tableau II-16 : Caractéristiques thermiques du béton..... 127
Tableau II-17 : Caractéristiques hydriques du béton..... 127
Tableau III-1 : Paramètres d'entrée du modèle : notation, unité et définition 159
Tableau III-2 : Tableau récapitulatif des méthodes de détermination des paramètres d'entrée du modèle mécanique..... 163
Tableau III-3 : Formulation du béton..... 167

Tableau III-4 : Caractéristiques rhéologiques obtenues par calage. 168
Tableau III-5 : Composition du mortier étudié..... 172
Tableau III-6 : Paramètres de calage obtenus pour les lois d'évolution des caractéristiques mécaniques instantanées..... 175
Tableau III-7 : Paramètres rhéologiques déterminés pour le matériau étudié 178
Tableau III-8 : Paramètres rhéologiques déterminés pour le béton utilisé par Atrushi 182
Tableau III-9 : Paramètres de calage des évolutions des caractéristiques instantanées 192
Tableau III-10 : Paramètres rhéologiques pour la structure testée 193
Tableau B-1 : Caractéristiques du CEM I utilisé pour la validation en laboratoire 223
Tableau B-2 : Caractéristiques du CEM I et de la cendre volante utilisés pour la validation sur structure 224