



**HAL**  
open science

# Estimation de paramètres de vol avion et détection de pannes capteurs

Guillaume Alcalay

► **To cite this version:**

Guillaume Alcalay. Estimation de paramètres de vol avion et détection de pannes capteurs. Performance et fiabilité [cs.PF]. UNIVERSITE DE TOULOUSE, 2018. Français. NNT: . tel-01960378

**HAL Id: tel-01960378**

**<https://hal.science/tel-01960378>**

Submitted on 19 Dec 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# THÈSE

En vue de l'obtention du

**DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE**

Délivré par : *l'Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace (ISAE)*

---

---

Soutenance prévue le *28 septembre 2018* par :

**GUILLAUME ALCALAY**

**Estimation de paramètres de vol avion et détection de pannes capteurs**

---

---

## JURY

M. JOSÉ RAGOT	Professeur Emerite	Rapporteur
M. ALI ZOLGHADRI	Professeur des Universités	Rapporteur
MME VÉRONIQUE BERGE-CHERFAOUI	Professeur	Examineur
M. MARTIN DELPORTE	Ingénieur AIRBUS	Examineur
M. PHILIPPE GOUPIL	Ingénieur AIRBUS	Examineur
M. CÉDRIC SEREN	Ingénieur de Recherche ONERA	Directeur de thèse
M. GEORGES HARDIER	Ingénieur de Recherche ONERA	Co-Directeur de thèse
M. LUC DUGARD	Directeur de Recherche CNRS	Président

---

**École doctorale et spécialité :**

*EDSYS : Automatique 4200046*

**Unité de Recherche :**

*ONERA - The French Aerospace Lab - Commande des Systèmes et Dynamique du Vol*

**Directeur(s) de Thèse :**

*M. CÉDRIC SEREN et M. GEORGES HARDIER*

**Rapporteurs :**

*M. ALI ZOLGHADRI et M. JOSÉ RAGOT*



---

## Remerciements

Cette thèse aura été un exercice particulièrement intéressant, que ce soit pour son contenu scientifique associé aux disciplines de l'automatique, du traitement du signal et de la mécanique du vol ou par sa conduite dans un cadre industriel des plus motivants. Mais ces années ont été avant tout agréables grâce à un environnement de travail des plus stimulants. Cela je le dois essentiellement à bon nombre de personnes qui a permis la mise en place de ce projet, y a participé ou aux équipes d'AIRBUS et de l'ONERA avec qui j'ai partagé ces années.

Je remercie particulièrement mes directeurs de thèse Cédric SEREN, Georges HARDIER (ingénieurs de recherche à l'ONERA, mes encadrants Martin DELPORTE, Philippe GOUPIL (ingénieurs à AIRBUS) et mon manager Eric ALBERT (chef de service EYCIF : Architecture et fonction de contrôle avion à AIRBUS). C'est grâce à vous que j'ai pu réaliser cette thèse et travailler toutes ces années sur un sujet vraiment passionnant. Ce fut un grand plaisir que d'être en votre compagnie. Je vous remercie pour votre gentillesse, pour m'avoir fait confiance, pour m'avoir aidé dans l'organisation de mon travail. J'ai ainsi pu m'adapter au mieux et sans pression aux délicates contraintes me concernant. Grâce à cela, vous m'avez permis d'apprécier tout particulièrement ces années, d'apprendre et de faire bien davantage, et c'est tout à votre honneur. Cédric, Georges, parmi tout ce que j'ai appris à vos côtés et les bons moments passés ensemble, je retiendrai notamment votre sens extrême du détail, qui m'a permis d'aller au bout des choses et de rechercher continuellement le meilleur de moi-même. Votre engagement dans la relecture des articles et du manuscrit en est une parfaite illustration et je vous en suis très reconnaissant. Martin, Philippe, j'ai appris beaucoup de choses grâce à vous et je vous en remercie. Vous m'avez permis de travailler dans un environnement très agréable au quotidien, toujours disponibles pour répondre à mes nombreuses interrogations. J'ai la chance de continuer à vos côtés pour j'espère encore de nombreuses années. Merci Eric pour ta prévenance extrême qui m'a permis de travailler dans les meilleures conditions possibles. Cette thèse aurait pu être très difficile à mener sans tous les aménagements que tu as rendu possibles. Elle fut finalement des années de plaisirs dans un environnement particulièrement stimulant. Merci également de m'avoir offert l'opportunité de travailler à proximité de nombreux experts, où simplement tendre l'oreille suffit pour apprendre beaucoup sur l'avion.

Je tiens également à remercier chaleureusement Daniel CAZY (chef de département EYCI : Intégration contrôle avion) pour m'avoir offert cette belle opportunité de travailler sur de tels sujets au sein des équipes EYCI et de m'avoir apporté toute sa confiance. Merci également à Remy DAYRE et Thierry BOURRET mes camarades de bureau à AIRBUS avec qui j'ai passé de très bons moments. Je tiens également à remercier Thierry LE MOING pour son accueil chaleureux au sein de l'unité d'identification et commande de l'ONERA, ainsi que Catherine TESSIER, directrice de l'école doctorale EDSYS.

Un grand merci à tous mes collègues de travail pour toutes ces belles années, en particulier mes camarades de thèse et post-doc ONERA : Adèle BOCHE, Mathieu BRUNOT, Pauline KERGUS, Gustav OMAN, Mario CASSARO, Matteo GUERRA, Emmanuel CHAMBON, Valentin BOUZIAT, Sébastien PIEDADE, Mehdi OTHMANI, Ejagen SADIEN, Vincent BONNEMAIN, Oktay KOCAN et plein d'autres. Ce fut un réel plaisir que de venir travailler le matin pour retrouver cette bonne ambiance. Merci à l'ensemble de mes collègues de travail AIRBUS dont le nombre ne me permet pas de vous citer. Je tiens néanmoins à remercier tout particulièrement Mathieu BARBA, pour m'avoir à l'époque, laissé du temps pour me préparer à cette thèse, en réorientant notamment la fin de mon stage.

Mes remerciements vont également à Luc DUGARD, directeur de recherche au CNRS de Grenoble pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury de soutenance de thèse dans une ambiance joviale. Merci également à mes rapporteurs José RAGOT, professeur émérite de l'université de Nancy et Ali ZOLGHADRI, professeur des universités de Bordeaux pour vos précieux retours. Merci aussi à mon examinatrice Véronique BERGE-CHERFAOUI, professeur à l'université de technologie de Compiègne.

Enfin je remercie ma compagne, ma famille et mes amis proches pour tant de choses. Mon travail et cette réalisation est avant tout la leur !

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Les systèmes de commandes de vol électriques et les capteurs . . . . .	1
1.1.1	Les systèmes de commandes de vol . . . . .	1
1.1.2	Les différents capteurs avion . . . . .	5
1.1.3	Redondance matérielle et consolidation . . . . .	15
1.2	Les contraintes industrielles . . . . .	17
1.2.1	Les contraintes de certification . . . . .	17
1.2.2	Les contraintes algorithmiques . . . . .	18
1.2.3	Les contraintes d’acquisition des capteurs . . . . .	19
1.3	Objectifs de la thèse . . . . .	19
1.3.1	Motivations des travaux de thèse . . . . .	19
1.3.2	Hypothèses de travail . . . . .	20
1.3.3	L’estimation des paramètres avion . . . . .	21
1.3.4	Le diagnostic des modes communs de panne . . . . .	21
1.3.5	La détection d’erreur de masse au décollage . . . . .	22
1.3.6	Une solution embarquable . . . . .	23
<b>2</b>	<b>Les méthodes d’estimation</b>	<b>25</b>
2.1	Le problème d’estimation linéaire : le filtre de Kalman . . . . .	26
2.1.1	Résolution par Moindres Carrés Récursifs . . . . .	29
2.1.2	Le filtre de Kalman . . . . .	32
2.1.3	Une approche séquentielle . . . . .	35
2.1.4	Le filtre de Kalman augmenté et les bruits colorés . . . . .	36
2.1.5	Stabilité numérique et problème de précision . . . . .	37
2.2	Gestion des incertitudes et des non linéarités . . . . .	39
2.2.1	Le filtre de Kalman étendu . . . . .	39
2.2.2	Les points sigma et le filtre de Kalman non Parfumé . . . . .	43
2.2.3	Le filtre à différences divisées . . . . .	49
2.2.4	Les approches multi-modèles . . . . .	54
2.3	L’approche bayésienne . . . . .	57
2.3.1	L’approche récursive bayésienne . . . . .	59
2.3.2	Maximisation de la vraisemblance de la probabilité conditionnelle . . . . .	61
2.3.3	Maximisation de la vraisemblance <i>a posteriori</i> de la probabilité conditionnelle . . . . .	62
2.4	Un panorama de méthodes complémentaires . . . . .	63
2.4.1	Les méthodes déterministes . . . . .	64
2.4.2	Les méthodes stochastiques . . . . .	66

<b>3</b>	<b>Les méthodes de détection et de diagnostic de pannes capteurs</b>	<b>73</b>
3.1	Panorama des méthodes FDD . . . . .	73
3.2	Méthodes de diagnostic à base de modèles . . . . .	76
3.2.1	Génération des résidus . . . . .	77
3.2.2	Traitement et analyse des résidus . . . . .	79
3.2.3	Estimation par Maximum A Posteriori . . . . .	81
3.3	Méthodes statistiques dédiées à la détection de pannes . . . . .	86
3.3.1	Introduction aux tests d'hypothèses . . . . .	87
3.3.2	Test séquentiel sur le rapport de vraisemblance . . . . .	92
3.3.3	Test du CUSUM . . . . .	94
3.3.4	Test du ratio de vraisemblance généralisé . . . . .	95
3.4	Techniques basées signal et méthodes temps-fréquences . . . . .	96
3.4.1	Méthodes temporelles . . . . .	97
3.4.2	Méthodes fréquentielles . . . . .	99
3.4.3	Méthodes temps-fréquences . . . . .	100
<b>4</b>	<b>Développement d'une solution générale embarquée aux problèmes d'estimation de paramètres avion et de détection de pannes capteur</b>	<b>111</b>
4.1	L'architecture ADVISER . . . . .	112
4.2	La méthode d'estimation retenue : Le filtre de Kalman non linéaire adaptatif . . . . .	114
4.2.1	Structure du système étudié . . . . .	115
4.2.2	Observabilité . . . . .	122
4.2.3	Modélisations embarquées . . . . .	132
4.2.4	Réglage de l'estimateur . . . . .	150
4.3	Les méthodes de détection de défauts . . . . .	158
4.3.1	Préambule et historique de développement . . . . .	158
4.3.2	La détection de pannes capteur . . . . .	159
4.3.3	La détection d'une erreur de masse au décollage . . . . .	181
4.4	Validation unitaire, Reconfiguration et bilan CPU . . . . .	185
4.4.1	Module de validation unitaire . . . . .	186
4.4.2	Module de reconfiguration . . . . .	186
4.5	Bilan sur l'architecture ADVISER . . . . .	189
4.5.1	Bilan CPU . . . . .	189
4.5.2	Synthèse des choix algorithmiques d'ADVISER . . . . .	190
<b>5</b>	<b>Performance et validation</b>	<b>195</b>
5.1	Préambule . . . . .	195
5.1.1	Les cas de panne . . . . .	196
5.1.2	Un premier aperçu des capacités et des limites . . . . .	200
5.2	Validation Monte-Carlo . . . . .	211
5.2.1	L'outil de validation . . . . .	213
5.2.2	Les premiers cas de panne . . . . .	215

---

5.2.3	Après une panne des capteurs moteur . . . . .	222
5.2.4	La re-sélection de capteurs unitaires . . . . .	226
5.2.5	L'erreur de masse au décollage . . . . .	227
5.2.6	Bilan des capacités et des performances d'ADVISED . . . . .	230
5.3	Analyse de robustesse . . . . .	230
5.3.1	Perte de signal GPS . . . . .	230
5.3.2	Les sondes de dérapage . . . . .	234
5.3.3	Les fortes rafales . . . . .	235
<b>6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>239</b>
<b>7</b>	<b>Communications</b>	<b>245</b>
<b>A</b>	<b>Calcul des matrices jacobienes</b>	<b>247</b>
<b>B</b>	<b>Modélisation des pannes</b>	<b>257</b>
<b>C</b>	<b>Bilan CPU</b>	<b>261</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>267</b>

## Abréviations

ADIRS	Air Data and Inertial Reference System
ADIRU	Air Data and Inertial Reference Unit
ADVISER	Air Data VIRTual SENsoR
AHRS	Attitude and Heading Reference System
ANAC	Autorité Nationale de l'Aviation Civile
AoA	Angle of Attack
APRICOT	Approximation of Polynomial and Rational-type for Indeterminate Coefficients via Optimization Tools
AR	Auto-Régressive
CAAC	Civil Aviation Administration of China
CAS	Calibrated Air Speed
CDVE	Commandes De Vol Électriques
CFD	Computational Fluid Dynamics
CPU	Central Processing Unit
CS-25	Certification Specifications for Large Aeroplanes
CUSUM	CUMulative SUM
DAL	Design Assurance Level
DDF	Divided Difference Filter
DFT	Discrete Fourier Transform
DGAC	Direction Générale de l'Aviation Civile
DGPS	Differential Global Positioning System
DIT FFT	Decimation In Time Fast Fourier Transform
DNI	Déte�t� Non Isol�
DoT	Department of Transportation
EASA	European Aviation Safety Agency
EGNOS	European Geostationary Navigation Overlay System
EKF	Extended Kalman Filter
EnKF	Ensemble Kalman Filter
FAA	Federal Aviation Administration
FCU	Flight Control Unit
FDD	Fault Detection and Diagnosis
FDF	Finite Difference Filter
FDI	Fault Detection and Isolation
FDIE	Fault Detection, Isolation and Estimation
FDIR	Fault Detection Isolation & Reconfiguration
FFT	Fast Fourier Transform
FMC/S	Flight Management Computer/System
GBAS	Ground-Based Augmentation System
GNC	Guidance Navigation & Control
GNSS	Global Navigation Satellite System
GPIRS	Ground Parameters and Inertial Reference System

---

GPS	Global Positioning System
GRP	Gaussian Regression Process
IMM	Interacting Multiple Model
IMU	Inertial Measurement Unit
INS	Inertial Navigation System
ISA	International Standard Atmosphere
KOALA	Kernel Optimization Algorithm for Local Approximation
LLM	Local Linear Models
LS/RLS	Least Square / Recursive Least Square
LTI	Linear Time Invariant
MAP	Maximum A Posteriori
MKF	Multiplicative Kalman Filter
MEQM	Minimum de l'Erreur Quadratique Moyenne
MHE	Moving Horizon Estimation
MI	Mauvaise Isolation
MIMO	Multiple Input Multiple Output
MFP	Multi-Function Probe
MMAE	Multiple Model Adaptive Estimator
NAIADS	New Air and Inertial Automatic Data Switching
ND	Non Détection
NN	Neural Network
OACI	Organisation de l'Aviation Civile Internationale
OAT	Outside Air Temperature
OSMA	Outil de Simulation des Mouvements Avion
PA	Pilotage Automatique
PCA	Principal Component Analysis
PI	Panne Isolée
PLS	Partial Least Squarre
PRIM	PRIMary Flight Control Computer
RCT	Relative Computational Time
RFBN	Radial Basis Function Networks
RNDDR	Recursive Nonlinear Dynamic Data Reconciliation
SBAS	Satellite-Based Augmentation System
SCADE	Safety Critical Application Development Environment
SDC	State Dependent Coefficient
SEC	SECondary Flight Control Computer
SISO	Single Input Single Output
SPRT	Sequential Probability Ratio Test
SSA	Side Slip Angle
TAS	True Air Speed
TRCT	Total relative Computational Time
TRL	Technology Readiness Level
UIO	Unknown Input Observer
UKF	Unscented Kalman Filter
UT	Unscented Transformation
WAAS	Wide Area Augmentation System
ZFW	Zero Fuel Weight

## Notations

### Paramètres de vol et mesures

$\alpha$	incidence
$\beta$	dérapiage
$M$	nombre de Mach
$V_C$	vitesse conventionnelle
$V_a$	vitesse aérodynamique
$m_W$	masse de l'avion
$p, q, r$	vitesses de roulis, tangage et lacet
$P_d$	pression dynamique
$P_T$	pression totale
$T_T$	température totale
$n$	facteur de charge
$z_P$	altitude pression
$z_G$	altitude géométrique
$P_{nac}$	pression statique nacelle
$P_{turb}$	pression statique turbine
$P_{S_{mot}}$	pression statique virtuelle moteur
$P_{T_{mot}}$	pression totale virtuelle moteur
$T_{T_{mot}}$	température totale moteur
$C_Z$	coefficient de portance

### Paramètres atmosphériques

$W$	vitesse du vent
$V_{son}$	vitesse du son dans l'air
$P_S$	pression statique
$T_S$	température statique
$z_C$	correction barométrique

### Constantes et définitions

$M_E^B$	matrice de rotation du repère terrestre vers le repère avion
$\varepsilon$	résidu
$\bar{\varepsilon}$	limite haute d'un résidu
$\underline{\varepsilon}$	limite basse d'un résidu
$\gamma$	indice adiabatique
$g$	accélération de pesanteur
$R_T$	rayon terrestre moyen
$G_{T_{z_0}}$	gradient de température standard
$S$	surface de référence de l'avion

# Introduction

## Sommaire

<b>1.1</b>	<b>Les systèmes de commandes de vol électriques et les capteurs</b>	<b>1</b>
1.1.1	Les systèmes de commandes de vol . . . . .	1
1.1.2	Les différents capteurs avion . . . . .	5
1.1.3	Redondance matérielle et consolidation . . . . .	15
<b>1.2</b>	<b>Les contraintes industrielles</b> . . . . .	<b>17</b>
1.2.1	Les contraintes de certification . . . . .	17
1.2.2	Les contraintes algorithmiques . . . . .	18
1.2.3	Les contraintes d'acquisition des capteurs . . . . .	19
<b>1.3</b>	<b>Objectifs de la thèse</b> . . . . .	<b>19</b>
1.3.1	Motivations des travaux de thèse . . . . .	19
1.3.2	Hypothèses de travail . . . . .	20
1.3.3	L'estimation des paramètres avion . . . . .	21
1.3.4	Le diagnostic des modes communs de panne . . . . .	21
1.3.5	La détection d'erreur de masse au décollage . . . . .	22
1.3.6	Une solution embarquable . . . . .	23

## 1.1 Les systèmes de commandes de vol électriques et les capteurs

### 1.1.1 Les systèmes de commandes de vol électrique avion et le pilote automatique

Les systèmes de commandes de vol électriques (CDVE) correspondent à l'ensemble des éléments permettant de faire le lien entre le pilote et les gouvernes de l'avion afin de modifier sa trajectoire, sa vitesse, ou son attitude. Ils se composent d'organes de pilotage (tels que le manche et le palonnier), de calculateurs, d'actionneurs (vérins hydrauliques ou électriques) et de capteurs. La Figure 1.1 illustre le principe général du contrôle de l'avion à l'aide des CDVE. Les ordres de pilotage sont traduits en objectifs de pilotage et sont ensuite comparés à l'état réel de l'avion, décrit par un ensemble de paramètres de vol (tels que l'incidence et la vitesse conventionnelle) obtenus à partir des différentes mesures. Une commande va ensuite être calculée en conséquence par les lois de pilotage pour actionner chaque surface

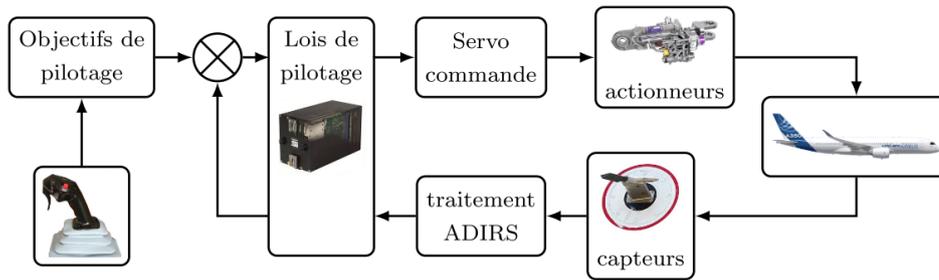


FIGURE 1.1 – Principe général du contrôle de l'avion

de contrôle afin de répondre aux objectifs de pilotage.

Pendant plus d'un demi siècle, les avions ont été équipés exclusivement de commandes mécaniques constituées de tringles et de câbles afin d'assurer les liaisons entre le manche, le palonnier et les différentes gouvernes. Ce n'est qu'à partir des années 60 que les CDVE ont progressivement fait leur apparition. En 1969 le Concorde fut le premier avion à profiter de cette avancée avec une première version analogique qui permettra la réalisation de nombreux tests et de nouveaux développements. Les CDVE introduisent alors une nouvelle façon de piloter. Les pilotes n'agissent plus directement sur les gouvernes par le biais de la timonerie classique mais par l'intermédiaire de consignes. L'architecture des avions va progresser considérablement. L'introduction des premières versions numériques des CDVE, d'abord partiellement sur l'A310 en 1982 puis sur l'ensemble des surfaces de contrôle sur l'A320 en 1987, marque un tournant avec l'apparition des premiers calculateurs embarqués et des premières boucles d'asservissement digitales. L'avion est ainsi devenu un système complexe, capable d'accompagner les pilotes dans les tâches de pilotage.

En parallèle des CDVE, l'aide au pilotage sera améliorée par les avancées considérables des PA. Ces derniers ont fait leur apparition peu de temps après les premiers avions, d'abord pour des tâches relativement simples comme la tenue d'altitude, de cap ou de vitesse. Aujourd'hui, ils permettent l'automatisation de la plupart des tâches de pilotage. Le PA rassemble désormais l'ensemble des lois de pilotage nécessaires au contrôle et au guidage de l'avion (après la phase de décollage), et depuis peu des fonctions de protection de l'enveloppe de vol [Traverse 2004].

La Figure 1.2 illustre un exemple d'enveloppe de vol et de protections associées. Le pilote a ainsi la possibilité de ne plus être directement dans la boucle de contrôle et de guidage de l'avion en étant remplacé par le PA. Il peut agir sur celui-ci grâce à des saisies de données de navigation ou de consignes (altitude, vitesse, vitesse verticale, etc.) par des interfaces tels que le FCU, illustré sur la Figure 1.3.

L'assistance au pilotage apportée par les CDVE et le PA nécessite cependant de garantir une robustesse conséquente des différents éléments en cas de panne. De

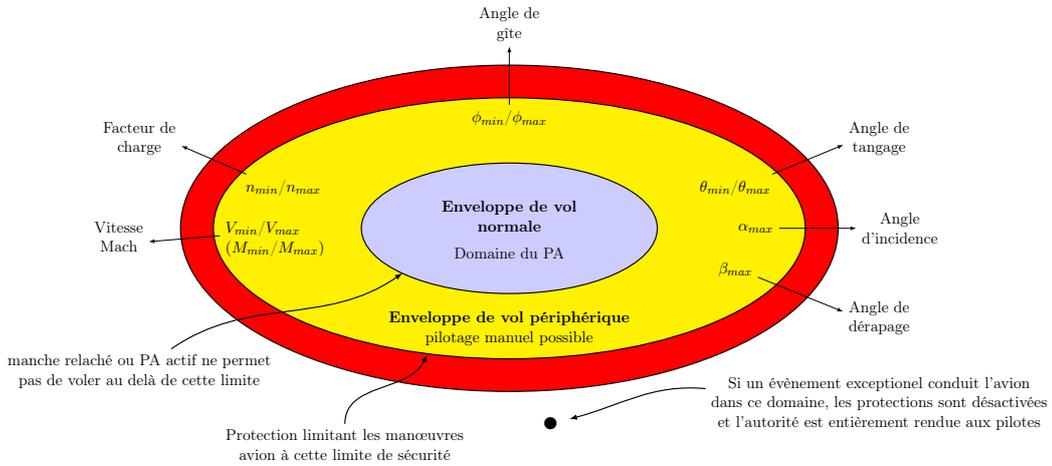


FIGURE 1.2 – L’enveloppe de vol et ses protections associées sur les avions de la gamme AIRBUS

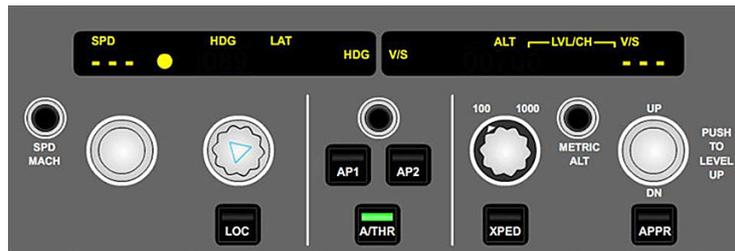
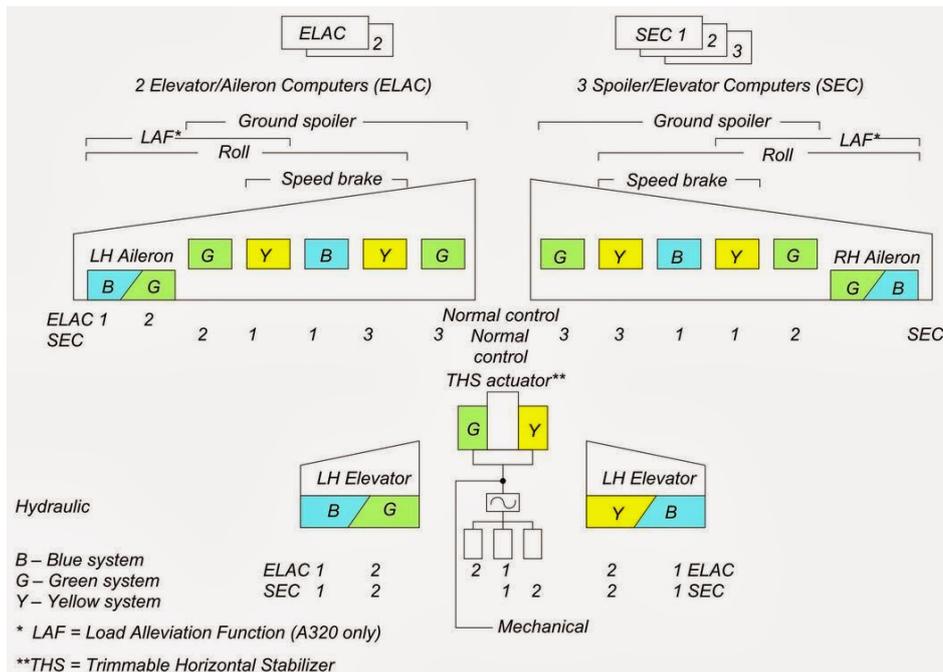


FIGURE 1.3 – FCU de l’A320

nouvelles architectures, dites *Fail-Safe*, et illustrées sur la Figure 1.4, vont ainsi voir le jour. Elles garantissent une redondance suffisante de l’ensemble des composants intervenant pour le contrôle de l’avion. Les circuits d’alimentation hydrauliques et électriques, les capteurs et les calculateurs sont ainsi démultipliés (redondance matérielle). Sur les avions les plus récents (A330, A340, A380 et l’A350), les commandes de vol ont été réparties sur deux types de calculateur de technologies différentes : les PRIM et les SEC. Au total, on dénombre 3 PRIM et 2 SEC sur un A330 et 3 PRIM et 3 SEC sur un A380, sachant qu’un seul calculateur est nécessaire pour le pilotage de l’appareil. Chaque capteur est également redondé au moins deux fois pour former des triplex. Ils alimentent chacun une des trois unités redondantes et indépendantes d’acquisition des mesures constituant le système ADIRS. Les signaux en sortie de chaque ADIRU sont ensuite communiqués aux PRIM et aux SEC où s’effectue une consolidation générant une mesure unique, dite *consolidée* (et détaillée dans la section 1.1.3), par paramètre de vol mesuré.

Les lois utilisées implantées sur les PRIM et les SEC dépendent directement des mesures disponibles. Ainsi, en l’absence de panne, une loi dite *Normale* est active.

FIGURE 1.4 – Exemple d'architecture *fail-safe* (A320)

Elle permet le plus haut niveau d'assistance en vol, comme la protection de l'enveloppe de vol. Cette dernière requiert néanmoins de nombreuses informations pour fonctionner correctement. Lorsque la mesure d'un paramètre de vol est invalidée, les lois sont alors reconfigurées en fonction de la sévérité de la panne et des paramètres indisponibles. Comme illustré sur la Figure 1.5, il existe deux niveaux de *reconfiguration*. Des lois dites *Alternatives* offrent moins d'assistance en fonction des paramètres disponibles, tandis que la loi *directe* redonne entièrement la main aux pilotes avec une assistance minimum.

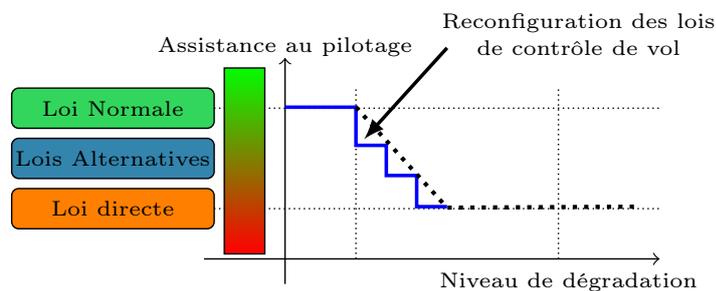


FIGURE 1.5 – Les différentes lois sur les avions Airbus

Ces nouvelles architectures ont accru considérablement le rôle des capteurs. Ils représentent un maillon central pour maintenir la meilleure assistance possible aux pilotes. Leur surveillance est importante mais ne doit induire ni fausses alarmes ni

détections manquées. La section qui suit décrit les différents capteurs présents sur avion et qui seront utilisés dans la solution développée.

### 1.1.2 Les différents capteurs avion

Les capteurs jouent un rôle important dans le processus d'automatisation du contrôle de l'avion et pour son pilotage. Ils permettent de connaître son évolution dans un environnement changeant et perturbé, et représentent le seul retour d'information disponible. Leurs valeurs sont utilisées par les pilotes par l'intermédiaire d'outils de visualisation (en particulier la vitesse conventionnelle), et par les lois de pilotage. Par ailleurs, chaque capteur étant un élément complexe, il nécessite un entretien et un diagnostic régulier. Ces opérations peuvent conduire dans de très rares cas à des pannes capteur lors du décollage si celles-ci sont mal effectuées. Des cas d'oublis de cache sur les capteurs de pression statique ont par exemple été observés à plusieurs reprises. Ils conduisent à un cas de panne caractéristique abordé dans la section 5.1.1.

Selon le type d'avion, les capteurs disponibles et leur technologie peuvent être très différents. On retrouve cependant les mêmes capteurs anémométriques (i.e. les capteurs de pression totale, de pression statique et de température totale, permettant de mesurer la vitesse du vent relatif pour un avion) et clinométriques (i.e. les sondes d'incidence et de dérapage, indiquant l'inclinaison de l'avion par rapport à la masse d'air) sur les différents avions, à savoir :

- 3 à 4 sondes d'incidence ;
- 3 tubes Pitot générant 3 mesures de pression totale (Tube Pitot) ;
- 6 prises de pression statique générant 3 mesures de pression statique ;
- 2 ou 3 capteurs de température totale ;
- 1 capteur de température totale par moteur ;
- 2 prises statiques par moteur, permettant de reconstruire 1 mesure de pression totale et 1 mesure de pression statique.

Certains avions ont également 3 sondes de dérapage. Elles ne seront néanmoins pas considérées étant donné leur faible impact sur la solution développée. La section 5.3.2 revient sur cette simplification et ses conséquences.

Les sections suivantes décrivent chacun de ces capteurs ainsi que les systèmes de positionnement par satellite et les systèmes inertiels dont les mesures seront utilisées par la suite. Les sondes multi-fonctions installées sur A380 sont également présentées. Elles regroupent chacune un capteur d'incidence, de pression totale et de température totale.

### 1.1.2.1 Les systèmes de positionnement par satellite

Un système de positionnement par satellite permet de déterminer la position absolue d'un objet sur Terre par le biais d'une multitude de signaux émis par une constellation de satellites. Il permet l'accès aux informations de position tridimensionnelle de l'objet. La latitude et la longitude sont ainsi généralement disponibles avec une précision d'une dizaine de mètres, tandis que l'altitude est mesurée avec une précision moindre, de l'ordre de quelques dizaines de mètres. Cette précision le rend compatible avec de nombreuses utilisations, notamment dans les domaines aéronautique et spatial. La vitesse est également une information accessible déduite des mesures précédentes. Le système GPS, développé par les États-Unis à partir des années 70 et complètement opérationnel depuis juillet 1995, est aujourd'hui le système de positionnement par satellite le plus connu et le plus utilisé. Initialement, ce dernier était dédié à des applications militaires mais il fut ensuite rendu disponible au grand public sous la tutelle du DoT américain, avec une précision volontairement dégradée. D'autres systèmes équivalents existent aujourd'hui ou font leur apparition. La constellation GLONASS développée par les russes n'a pas été maintenue et ne possède désormais que très peu d'utilisateurs. Les européens s'équipent actuellement de leur propre constellation GALILEO dont le déploiement doit s'achever vers 2020. Il permettra notamment de garantir une meilleure précision au grand public, de l'ordre de quatre mètres en latitude et longitude, et de huit mètres en altitude. De nombreuses améliorations sont également actuellement en cours sur le système GPS.

Le fonctionnement du système de positionnement par satellite repose sur des mesures de distances et de vitesses radiales entre des satellites de trajectoires connues et un récepteur de position inconnue. Les mesures de distances sont en réalité des mesures de temps de propagation du signal entre l'antenne satellite et l'antenne réceptrice (pseudo-distance). Ces mesures (une par satellite vu par l'objet), lui permettent de déterminer sa position et sa vitesse mais aussi de synchroniser un oscillateur local avec la référence de temps du système de positionnement par satellite. Par conséquent, en plus du paramètre de position, le paramètre de vitesse et de temps sont également disponibles. Idéalement, trois satellites seraient nécessaires pour en déduire la position de l'objet en procédant par trilatération. En réalité, une quatrième mesure est nécessaire pour estimer la désynchronisation de l'horloge du récepteur avec celles des satellites. Sans elle, le système est inutilisable puisqu'un décalage d'un millième de seconde peut engendrer une erreur de plus de 300 km. Ce quatrième satellite permet de figer les temps d'émission et de lever toute incertitude. Il existe cependant d'autres difficultés associées notamment à la propagation des signaux au travers de l'atmosphère terrestre, et pouvant provoquer des retards (ionosphérique, troposphérique ...) qui seront en partie compensés par le recours à des modèles. Néanmoins, une partie de ces perturbations, les dégradations volontaires de l'armée américaine ainsi que d'autres phénomènes marginaux en aéronautique (multi-trajets et réverbération dans le cas de zones encombrées comme une zone urbaine) ont pour conséquence une perte de précision sur les différents paramètres.

Afin de limiter ces erreurs, il est possible d'avoir recours à des méthodes de positionnement relatif. La première correspond au DGPS. Ce système permet de calculer une erreur de positionnement local à partir soit d'un ensemble de stations fixes dont les positions sont parfaitement connues (système GBAS), soit d'un ensemble de satellites (extérieurs au système de positionnement par satellites) de positions connues (système SBAS). Par exemple, dans le cas du GBAS, une station proche d'un aéroport peut communiquer précisément à un avion les erreurs commises ainsi que ses incertitudes associées. Dans le cas du SBAS, il existe aujourd'hui le WAAS aux Etats-Unis depuis 2002 et EGNOS en Europe depuis 2011 en complément du GPS.

En aéronautique, l'OACI impose aux systèmes de positionnement par satellites de fournir une précision et une intégrité particulièrement exigeantes, qui a conduit à l'élaboration du concept GNSS. Ce système intègrera, au fur et à mesure des développements, l'ensemble des capacités disponibles pour fournir des paramètres avec la meilleure précision possible ainsi qu'une surveillance d'intégrité. Deux générations de GNSS ont vu le jour. La première combinait l'utilisation des systèmes GPS et GLONASS avec des systèmes d'augmentation satellitaires (SBAS) et terrestres (GBAS). La seconde, dédiée à l'ensemble des systèmes civils et militaires, intégrera les toutes dernières technologies, notamment GALILEO.

Sur avion, plusieurs antennes réceptrices sont disponibles avec leur propre chaîne d'acquisition pour assurer la redondance du système de mesure. De nombreuses surveillances existent pour garantir l'intégrité des mesures et passer certaines pannes. Elles utilisent les informations inertielles présentées dans la section suivante.

### **1.1.2.2 Les systèmes inertiels**

Les systèmes inertiels sont des éléments essentiels dans les domaines aéronautique et spatial. Ils sont utilisés pour la navigation en complément du système GPS, et permettent d'accéder à des paramètres d'attitude, voire de vitesse et de position pour les plus développés. Il existe plusieurs niveaux de systèmes inertiels dont les coûts et les précisions varient significativement. Trois catégories existent aujourd'hui :

- IMU : unité de mesures inertielle
- AHRS : centrale d'attitude
- INS : centrale inertielle

L'IMU se définit par six capteurs incluant trois accéléromètres mesurant les trois composantes de l'accélération spécifique et trois gyromètres mesurant les trois composantes du vecteur de vitesse angulaire (roulis, tangage et lacet). L'AHRS se compose de l'IMU et d'un calculateur dédié capable de fournir en temps réel des informations d'orientation et d'attitude. Enfin, l'INS se compose de l'AHRS mais offre des capacités encore supérieures en restituant en temps réel l'évolution du vec-

teur vitesse et de la position à partir des composantes de l'accélération. La centrale inertielle correspond donc au système inertiel offrant le plus d'informations. Contrairement à l'IMU, l'AHRS et l'INS ont tous les deux un calculateur dédié. Néanmoins ils diffèrent par leurs capacités de traitement des mesures issues des capteurs. Si les calculs de la position et du vecteur vitesse ne sont pas systématiques, c'est que de nombreux défauts dus aux imperfections des capteurs rendent ce calcul délicat et coûteux. Ces imperfections peuvent prendre la forme de bruits, de biais ou encore de facteurs d'échelle et engendrent des dérives temporelles lors de leur intégration pour le calcul des positions et vitesses. Afin d'éviter une trop grande dégradation de ces résultats, une INS utilisera principalement des accéléromètres et gyromètres très performants afin de limiter les erreurs à quelques  $\mu g$  et quelques centièmes de degrés par heure. Une cadence d'acquisition élevée de plusieurs centaines de Hertz pourra aussi être utilisée. Ces pré-requis ont néanmoins un coût, et une centrale inertielle ayant des performances suffisantes pour être installée sur un aéronef commercial peut se chiffrer à plusieurs milliers d'euros. De plus, ces précautions ne permettent pas d'éviter d'importantes erreurs sur le long terme. Il sera toujours possible d'observer des dérives de quelques nautiques par heure de vol. Une autre solution consiste à recourir à l'hybridation des mesures. Une fusion de données est effectuée avec les autres capteurs disponibles (GPS, altimètre, etc.), via un algorithme d'estimation afin d'affiner les mesures et d'estimer les biais des accéléromètres et des gyromètres. Cette approche est courante puisqu'elle permet une amélioration drastique des performances sur le long terme pour un coût faible, si d'autres mesures sont déjà disponibles. On retrouve ce procédé de fusion de données sur avion entre les mesures inertielles et les mesures GPS. Cette hybridation permet d'obtenir des mesures dites GPIRS d'une meilleure précision avec des capacités de détection de pannes comme dans le cas de perte de signaux GPS ou d'embarquement d'une des centrales inertielles. Il fournit également une estimation des biais accélérométriques selon les trois axes de mesure.

### 1.1.2.3 Les sondes d'incidence et de dérapage

Les sondes d'incidence et de dérapage permettent d'accéder respectivement aux mesures de l'angle d'incidence locale et de dérapage local. Ils correspondent à la valeur de l'angle existant localement entre le vent relatif et l'axe de référence des sondes. Ces mesures permettent de remonter à l'incidence et au dérapage de l'avion, notés  $\alpha$  et  $\beta$ , via plusieurs corrections. Ces dernières doivent notamment prendre en compte la perturbation de l'écoulement de l'air par le fuselage, et la position relative des sondes par rapport au centre de gravité de l'aéronef.

Plusieurs technologies existent, afin d'éviter les problèmes de blocage. Les sondes actuellement utilisées se composent principalement d'une vanne rotative (cf. Figure 1.6) et d'un système de chauffage. L'effet girouette permet l'orientation de la vanne dans le sens du flux d'air, donnant la valeur de la mesure. Selon la position de la sonde sur l'aéronef, un calcul du bras de levier est nécessaire pour le calcul de



FIGURE 1.6 – Sonde d'incidence et de dérapage

l'incidence et du dérapage de l'aéronef suivant les formules :

$$\alpha = \alpha_{loc} + \frac{qL}{V_a} \quad (1.1)$$

$$\beta = \beta_{loc} + \frac{rl}{V_a} \quad (1.2)$$

avec  $V_a$  la vitesse air de l'aéronef,  $q$  et  $r$  les vitesses de tangage et lacet, et  $L$  et  $l$  les distances (selon l'axe longitudinal) respectives des capteurs au centre de gravité de l'avion.

Les cas de panne les plus communs portant sur les sondes d'incidence, et qui seront plus particulièrement analysés, correspondent aux cas de blocage. L'incidence mesurée est alors figée à une même valeur jusqu'au déblocage de la sonde.

#### 1.1.2.4 Les tubes Pitot et les capteurs de pression statique intégrés

Le tube de Pitot (ou tube Pitot) est un système de mesure de vitesse des fluides, utilisé pour l'anémométrie en aéronautique. Ce dispositif date de 1732 et a été inventé par le physicien français Henri Pitot pour des applications navales (mesure de vitesses des eaux), avant qu'il ne soit ensuite amélioré par Henry Darcy et Ludwig Prandtl pour pouvoir mesurer la vitesse d'écoulement d'un fluide. Les versions utilisées en aéronautique sont aussi appelées *antenne de Prandtl*. La Figure 1.7 montre un tube Pitot classiquement utilisé en aéronautique.

Comme schématisé sur la Figure 1.7, le principe du tube Pitot se base sur la mesure de deux pressions :

- une pression statique, correspondant à la pression atmosphérique (pression ambiante) et qui est mesurée par une ouverture perpendiculaire à l'écoulement du fluide ;
- une pression totale, qui est générée par l'effet conjoint de la pression atmosphérique et de la pression résultante du vent sur le capteur.

Dans le cas d'un écoulement compressible, la mesure de pression totale et de

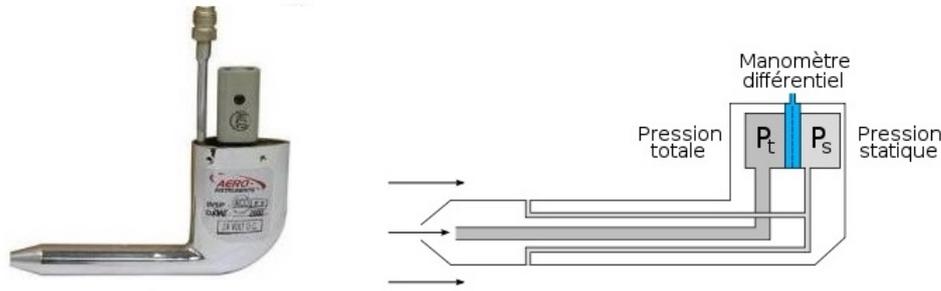


FIGURE 1.7 – Tube de Pitot

pression statique permet de déduire le nombre de Mach à partir du théorème de Bernoulli sous la forme :

$$M = \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \left( \left( \frac{P_T}{P_S} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1 \right)} \quad (1.3)$$

avec  $M$  le nombre de Mach,  $P_t$  la pression totale,  $P_s$  la pression statique et  $\gamma$  le rapport des capacités calorifiques de l'air  $C_p/C_v$ . Le couple  $(P_T, P_S)$  permet également d'accéder à la vitesse conventionnelle  $V_C$  (ou CAS), par la loi de Saint Venant, et à la pression dynamique  $P_d$  selon :

$$V_C = \sqrt{\gamma \cdot R \cdot T_0} \sqrt{5 \left( \left( \frac{P_T - P_S}{P_0} + 1 \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1 \right)} \quad (1.4)$$

$$P_d = \frac{1}{2} \gamma \cdot P_S \cdot M^2 \quad (1.5)$$

La vitesse conventionnelle est le paramètre de vol principalement utilisé pour piloter l'avion.

La connaissance de la pression dynamique permet de calculer la vitesse air  $V_a$  (aussi appelée *True Air Speed* - TAS), correspondant à la vitesse relative de l'aéronef par rapport à la masse d'air. Cette information est utilisée afin d'éviter d'atteindre des vitesses trop faibles pouvant déboucher sur un décrochage de l'appareil, ou une vitesse trop élevée mettant en danger sa structure.

Les mesures de pression réalisées par un tube Pitot peuvent, dans certaines conditions exceptionnelles, être entachées d'erreurs. Cela peut se produire lorsque l'entrée mesurant la pression totale est obstruée (givrage, insectes, etc), se traduisant par une vitesse erronée. Les tubes Pitot utilisés aujourd'hui sont équipés d'un système de dégivrage pour limiter ce cas de panne. De même, l'orifice dédié à la mesure de la pression statique, appelé *orifice de drainage*, peut être bouché (poussières, insectes).

L'altitude pression ( $z_P$ , calculée via l'équation 4.11) et les vitesses ( $V_a$  et  $V_C$ ) étant calculées à partir de cette mesure, elles deviennent alors erronées.

Actuellement, la plupart des tubes Pitot installés sur les avions de ligne ne sont pas équipés de prise de mesure statique et permettent donc seulement de mesurer la pression totale. Quelle que soit la technologie du tube Pitot utilisé, les avions d'aujourd'hui sont également équipés de capteurs de pression statique intégrés, dédiés à la mesure de la pression atmosphérique. Selon les avions, cette mesure associée à celle de la pression totale permet le calcul des vitesses et du Mach. Ce capteur, représenté dans la Figure 1.8, se situe de part et d'autre du fuselage de l'aéronef. La pression statique est ensuite déduite par la moyenne des deux mesures. Elle permet également de connaître l'altitude pression de l'avion par la relation 4.11. Cette altitude sert de référence en aéronautique pour comparer le niveau de vol de deux avions. Elle est obtenue en faisant l'hypothèse que l'atmosphère terrestre est en équilibre, ce qui permet de définir une atmosphère dite *standard* dont les valeurs de température et de pression dépendent uniquement de l'altitude. L'atmosphère réelle pouvant être différente de l'atmosphère standard, une valeur de pression renverra alors à une altitude dite *standard* (aussi appelée *altitude pression*) pouvant différer de l'altitude géométrique.

$$z_P = \begin{cases} \frac{T_0}{G_{T_{z_0}}} \left( 1 - \left( \frac{P_S}{P_0} \right)^{\frac{R \cdot G_{T_{z_0}}}{g}} \right) & \text{si } P_S > 226.3 \text{ mbar} \\ \frac{R \cdot T_0}{g} \log \left( \frac{P_S}{P_0} \right) & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.6)$$

où  $R = 287 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$  est la constante spécifique de l'air,  $P_0 = 101325 \text{ Pa}$  et  $T_0 = 287.15 \text{ K}$  correspondent respectivement à la pression standard et à la température standard au niveau de la mer ;  $G_{T_{z_0}} = \partial T / \partial z_G = 6.5 \text{ K.km}^{-1}$  correspond au gradient de température standard, et  $g$  est l'accélération de la pesanteur définie selon :

$$g = g_0 \times \frac{R_T^2}{(R_T^2 + z_{G_m}^2)} \quad (1.7)$$

La pression statique permettant de remonter aux informations d'altitude pression (altitude de référence avion) et de vitesse, elle justifie une redondance de moyens de mesure supplémentaires. Sa fiabilité est ainsi assurée par de nombreux capteurs de technologies différentes.

**1.1.2.5 Les capteurs de température**

Il existe deux catégories de mesure associées à la température : la mesure de température statique, correspondant à la température de l'atmosphère ; et la mesure de température totale, correspondant à la température ressentie définie comme

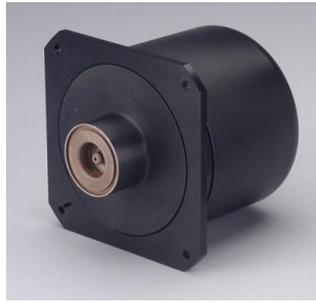


FIGURE 1.8 – Sonde de pression statique intégrée

la somme de la température statique avec la variation de température induite par la vitesse du flux d'air. Ces informations sont directement disponibles pour les pilotes sur l'affichage dédié aux moteurs (cf. Figure 1.9).



FIGURE 1.9 – Indication de la température totale (TAT) et statique (SAT) sur un Airbus A320

La mesure de température statique est disponible au sol et au décollage via l'OAT. Ce capteur est couramment placé de part et d'autre d'un des trains d'atterrissage afin de le protéger de toute exposition au rayonnement direct du soleil pouvant fausser la mesure. Elle se compose de deux résistances en platine traversées par un courant variant de 1 à 5 mA. La valeur de la résistance, réglée à 500 Ohms à 0°C, varie avec la température et sa lecture permet donc de remonter à la valeur de la température atmosphérique selon la formule :

$$\frac{R(t^\circ)}{R_0} = 1 + \alpha \left[ t^\circ - \delta \left( \frac{t^\circ}{100} - 1 \right) \frac{t^\circ}{100} - \beta \left( \frac{t^\circ}{100} - 1 \right) \left( \frac{t^\circ}{100} \right)^3 \right] \quad (1.8)$$

avec  $t^\circ$  correspondant à la température en degrés celsius,  $\alpha = 0.0039$ ,  $\delta = 1.5$  et  $\beta = 0.1$  si  $t^\circ < 0^\circ C$  et 0 sinon.

Ce dispositif ne permet plus d'obtenir une mesure viable peu après le décollage.

Inversement, le capteur de température totale nécessite l'établissement du flux d'air au sein de la sonde pour pouvoir fonctionner. Cet écoulement se traduit en une augmentation de la température mesurée par transformation adiabatique de l'énergie cinétique de l'air en énergie calorifique. De cette façon, on peut remonter à la température statique à partir de la valeur de température totale mesurée et du nombre de Mach, selon :

$$T_S = \frac{T_T}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)} \quad (1.9)$$

avec  $T_T$  correspondant à la température totale,  $T_S$  à la température statique,  $M$  le nombre de Mach et  $\gamma$  le coefficient adiabatique de l'air. En réalité, l'échauffement est perturbé par d'autres effets et n'est pas complètement adiabatique. La température mesurée par la sonde est donc inférieure à la température totale. Un coefficient de récupération  $K_r$  est introduit dans l'équation précédente pour traduire ce phénomène. Il dépend de la qualité de la sonde et est généralement compris entre 0.6 et 0.8. Il existe cependant une sonde, la sonde Rosemount, qui dispose d'un coefficient égal à 0.99.

$$T_T = T_S \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} K_r M^2\right) \quad (1.10)$$

La sonde Rosemount, présentée dans la Figure 1.10, se compose d'un couvercle en Kevlar afin de la protéger contre les UV, ainsi qu'une protection contre le givrage et la glace par le biais d'une résistance électrique n'affectant pas la mesure. La cuve d'entrée reçoit le flux d'air et la destruction de la couche limite interne est assurée par une multitude d'orifices. Le flux principal est ensuite détourné de 90° dans un passage d'écoulement pourvu d'un ensemble de capteurs capables de mesurer la température totale de l'air.

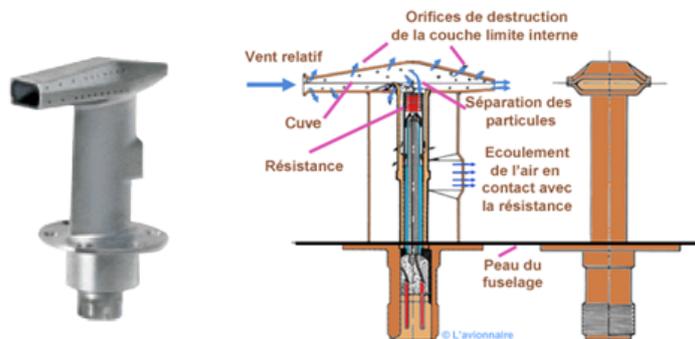


FIGURE 1.10 – Schéma d'une sonde Rosemount, d'après : [www.lavionnaire.fr](http://www.lavionnaire.fr)

D'autres types de sonde existent, comme par exemple la sonde Penny et Gilles

décrite dans la Figure 1.11. Celle-ci n'est cependant plus utilisée sur avion.

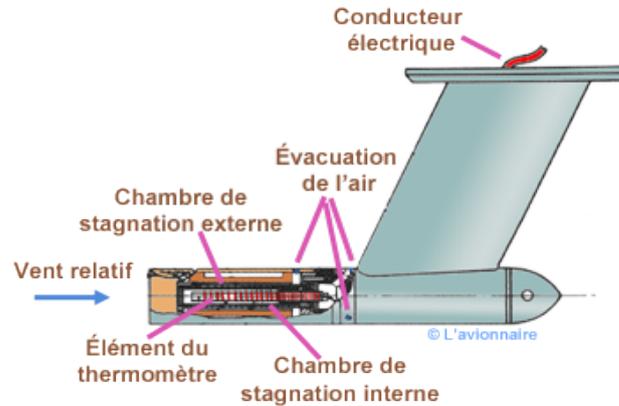


FIGURE 1.11 – Sonde Penny Giles, d'après : [www.lavionnaire.fr](http://www.lavionnaire.fr)

Les cas de panne observés sur les mesures de température totale correspondent principalement à un écart initial de quelques degrés (environ  $3^{\circ}\text{C}$  sur les sondes utilisées par Airbus), suivi d'un embarquement soudain de la température mesurée vers  $0^{\circ}\text{C}$ . Ce cas de panne est détaillé dans la section 5.2.2.

#### 1.1.2.6 Sondes multi-fonctions

Les sondes multi-fonctions (MFP), apparaissant sur la Figure 1.12, sont composées d'un ensemble de capteurs délivrant une mesure de l'angle d'incidence, de la température totale et de la pression totale. On les trouve sur les dernières générations d'aéronefs (A380, A350) et elles sont couramment disposées sur le nez de ces derniers. Une vanne rotative et un capteur de température totale sont directement fixés sur un tube Pitot comprenant un port de pression statique de chaque côté. La structure globale de la sonde et la vanne rotative sont équipées d'un système de chauffage pour éviter les dysfonctionnements en cas de conditions givrantes, et sont accompagnées d'un système de régulation de la température pour éviter une surchauffe lorsque l'aéronef est au sol. Enfin, la sonde MFP dispose d'un calculateur dédié capable d'appliquer les différentes corrections nécessaires et de surveiller l'intégrité du système.

#### 1.1.2.7 Les capteurs moteur

En plus des capteurs avion usuels, chaque moteur est équipé de capteurs anémométriques, à savoir :

- un capteur de température totale, délivrant une mesure notée  $T_{T_{mot}}$  ;
- un capteur de pression statique nacelle, délivrant une mesure notée  $P_{nac}$  ;
- un capteur de pression statique turbine, fournissant une mesure notée  $P_{turb}$  ;



FIGURE 1.12 – Sonde multi-fonctions (MFP)

À partir de ces mesures, il est possible de remonter aux informations de pression statique et de pression totale similaires à celles mesurées sur avion. Un brevet [Feau 2015] a été déposé en 2015 sur ce sujet. Il traite de la reconstruction de ces deux informations à partir des mesures moteurs disponibles et d'une modélisation embarquée. In fine, en s'appuyant sur ce développement, il est possible de considérer la disponibilité, sous certaines conditions, de mesures virtuelles de la pression statique et de la pression totale, respectivement notées  $P_{S_{mot}}$  et  $P_{T_{mot}}$ .

### 1.1.3 Aperçu des méthodes d'estimation et de diagnostic sur avion : redondance matérielle et consolidation

Tous les systèmes de l'avion (capteurs, actionneurs, calculateurs, circuits électriques et hydrauliques, etc) sont vulnérables aux pannes et peuvent être défaillants. Ces dysfonctionnements peuvent, sous certaines conditions, avoir des effets notables et doivent donc être détectés. On s'appuie alors principalement sur une redondance matérielle, c'est-à-dire une multiplication des éléments susceptibles d'être en panne, pour détecter toutes incohérences et continuer le vol avec les éléments valides disponibles. La disponibilité des calculateurs et donc d'algorithmes embarqués a également rendu possible le développement de nouvelles solutions logicielles dédiées à la détection de pannes [Goupil 2011b]. Pour des raisons de confidentialité, ces algorithmes ne seront cependant pas présentés dans ce manuscrit.

La redondance matérielle est aujourd'hui l'approche la plus couramment utilisée [Goupil 2011a], y compris dans d'autres domaines que celui de l'aéronautique [Dorr 1997], puisqu'elle permet simplement d'identifier la source d'une panne et de l'isoler [Berdjag 2010]. Dans le cas des capteurs, cette solution consiste à les multiplier sous la forme de triplex ou quadruplex (3 ou 4 capteurs mesurant le même paramètre) et de procéder à un vote à base majoritaire pour éliminer la mesure erronée en surveillant l'écart entre chaque mesure, et délivrer une mesure dite consolidée. Cette dernière consiste dans un premier temps en la mesure médiane lorsque les trois sondes sont valides. Après la perte d'une sonde, elle prend la valeur moyenne des deux mesures restantes, et lorsqu'une seconde sonde est invalidée, elle est figée [Oosterom 2000]. La détection de la panne s'effectue si l'une des mesures

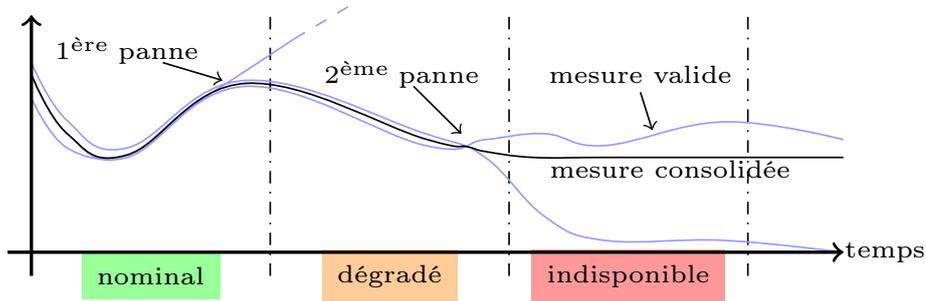


FIGURE 1.13 – Exemple de consolidation

s'écarte trop de ses deux semblables. Lorsque sa différence dépasse un seuil prédéfini, elle sera identifiée comme étant en panne. Si une nouvelle panne se produit, elle pourra donc être détectée. Néanmoins, ne disposant que de deux mesures, il ne sera plus possible d'identifier l'origine de la panne, mais seulement de dire que la mesure du paramètre n'est plus fiable et ne doit donc plus être prise en compte. Cet enchaînement, illustré sur la Figure 1.13, montre l'apport considérable de l'utilisation de triplex comparé à celle d'un unique capteur. Sans cette redondance matérielle la panne d'un capteur ne pourra être détectée qu'avec le recours à des algorithmes de détection sophistiqués.

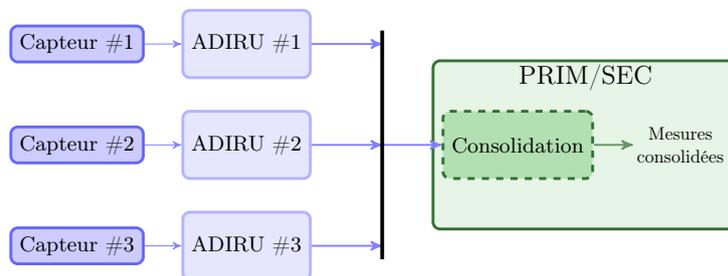


FIGURE 1.14 – Architecture avec consolidation

L'architecture associée au schéma de consolidation consiste donc à utiliser plusieurs capteurs mesurant le même paramètre en entrée d'un bloc de consolidation où le vote à base majoritaire est effectué. La mesure consolidée obtenue sert ensuite de référence. En aéronautique, chaque mesure est d'abord communiquée à un premier calculateur, l'ADIRU appliquant les corrections nécessaires entre chaque source, avant d'être envoyée aux PRIM et aux SEC où s'effectue la consolidation (cf. Figure 1.14).

Cette solution permet de gérer l'essentiel des pannes. Néanmoins, elle reste inadaptée dans deux cas de figure. Le premier correspond au cas de pannes successives. Une fois qu'il ne reste plus que deux mesures valides, une nouvelle panne de l'une d'entre elles conduit le schéma de vote à désactiver l'ensemble des mesures, y com-

pris celle toujours valide, étant donné qu'il n'est plus possible d'en déduire la source de la panne. Le paramètre n'est donc plus disponible alors qu'un des capteurs est encore opérationnel. La seconde correspond à la panne cohérente et simultanée d'au moins deux mesures, qui conduit le schéma de vote à valider les mesures cohérentes en panne et de potentiellement rejeter la troisième mesure valide, si tel est le cas. Seule une augmentation de la dissimilarité via l'ajout de capteurs supplémentaires de technologies différentes permettrait d'étendre encore davantage les capacités de la redondance matérielle. Une telle solution a néanmoins le désavantage d'augmenter les coûts récurrents, ainsi que la complexité et le poids de l'avion par l'ajout de capteurs et de câblages supplémentaires. L'alternative consiste donc en une solution logicielle capable de fournir des informations sur le statut des capteurs et une estimation des paramètres manquants, sans nécessiter l'ajout d'éléments supplémentaires.

## 1.2 Les contraintes industrielles s'appliquant aux algorithmes embarqués

De nombreuses contraintes sont inhérentes à la mise en application d'une solution dans un environnement industriel, de part les outils et systèmes disponibles ou encore le respect de normes et de critères de sécurité. Ce constat est d'autant plus vrai dans le domaine aéronautique. De nombreux retours d'expérience permettent aujourd'hui de mieux aborder tout nouveau développement sur avion [Zolghadri 2016]. Chacun d'entre eux, logiciel comme composant, doit respecter des règles pré-établies de certification et s'accommoder aux outils et aux supports existants. Dans le cadre de cette thèse, les contraintes industrielles peuvent être répertoriées selon quatre catégories :

- les contraintes associées aux calculateurs ;
- les contraintes algorithmiques ;
- les contraintes de certification ;
- les contraintes liées aux capteurs.

Les sous sections suivantes abordent une à une chacune des catégories.

### 1.2.1 Les contraintes de certification

Tout système doit se référer à un certain nombre de normes et d'exigences afin de garantir son utilisation dans des conditions de sécurité optimales. En aéronautique, deux autorités de certification de référence sont en charge de s'assurer du respect de ces exigences : l'EASA en Europe (incluant notamment la DGAC) et la FAA aux Etats-Unis). Il existe également des autorités étatiques dans les pays présentant une industrie aéronautique telles que la CAAC en Chine ou l'ANAC au Brésil. En Europe, l'ensemble des exigences de certification est répertorié dans un document de référence : le CS-25 [EASA 2007]. Ce document, constamment mis à jour par

les autorités de certification, impacte de façon directe ou indirecte tout nouveau développement logiciel.

Dans le cadre de la thèse, les contraintes de certification se traduisent de multiples façons. En effet, les logiciels de l'avionique présentent un niveau de criticité élevé traduit dans le document de référence DO-178C [Hilderman 2007] [Bros-gol 2010] sous l'appellation DAL A, impliquant notamment l'utilisation de codes certifiés. Il est alors nécessaire de fournir des preuves de convergence et de stabilité numérique pour l'algorithme développé. Cela signifie entre autres que celui-ci doit être déterministe, c'est-à-dire que pour une combinaison d'entrées donnée on obtient toujours la même combinaison de sorties. Le comportement déterministe de l'algorithme n'est cependant pas pour autant incompatible avec l'utilisation de méthodes stochastiques puisque, dans certains cas, l'appellation stochastique peut seulement faire référence au caractère aléatoire des variables d'entrée. In fine, la solution algorithmique proposée doit être compatible avec l'ensemble de ces exigences et les calculateurs avions pour pouvoir être implantée. Il s'en suit de fortes contraintes de développement, détaillées dans les paragraphes suivants.

### 1.2.2 Les contraintes associées aux calculateurs embarqués et aux algorithmes

Les calculateurs utilisés sur avion sont contraints de deux façons. Ils doivent :

- être robustes et assurer un fonctionnement quasiment sans faille ;
- être disponibles pendant toute la durée de vie de l'avion, à savoir plus d'une trentaine, voire quarantaine d'années.

Ces éléments font que les calculateurs avions sont rarement puissants comparés aux technologies disponibles sur le marché. Par ailleurs, le nombre de tâches gérées en parallèle par chaque calculateur ne laisse que peu de place pour de nouveaux développements. Il est donc primordial que l'algorithme développé consomme peu de ressources. Son coût calculatoire sera chiffré en milliseconde (ms) à la section 4.5.1, et comparé à la puissance disponible sur chaque avion.

D'autres éléments vont venir contraindre davantage le développement de l'algorithme, principalement pour des raisons de certification. Peu d'outils existants aujourd'hui permettent la génération de codes certifiés. AIRBUS utilise actuellement l'environnement de développement SCADE, utilisant le langage Lustre, adapté à la conception de systèmes critiques et dont la plupart des symboles ont été certifiés auprès des autorités. Tous les symboles de l'environnement SCADE courant ne sont cependant pas directement utilisables. De nombreux symboles ne sont pas encore certifiés (fonctions logarithme et exponentielle, boucles, etc). Certaines ne le seront probablement jamais en raison des démarches très onéreuses nécessaires à leur certification. Parmi les restrictions notoires, on retrouve l'impossibilité d'avoir directement recours aux calculs vectoriel et matriciel. Ces opérations ne sont pas

pour autant proscrites puisqu'elles sont équivalentes à une multitude d'opérations scalaires. Cependant, la spécification détaillée du code se faisant sous forme graphique, l'algorithme développé peut devenir rapidement très complexe.

### 1.2.3 Les contraintes d'acquisition des capteurs

Les capteurs utilisés sur avion évoluent dans un environnement soumis à des perturbations. De nombreux phénomènes physiques font que les mesures obtenues sont loin de respecter les hypothèses usuelles nécessaires à l'application de nombreuses méthodes mathématiques, notamment dans le domaine de l'estimation. On retrouve ainsi des bruits colorés, des biais de mesure, ou encore des phénomènes de couplages entre différentes mesures dont il sera nécessaire de s'accommoder.

Chaque capteur est également soumis à des procédures de maintenance. Elles peuvent être responsables d'erreurs de mesure dès le décollage. Par exemple, lors de la maintenance, on applique des caches de protections sur les différents capteurs. L'oubli d'un de ces caches avant le décollage a déjà été constaté, comme sur les capteurs de pression statique, conduisant au cas de panne rejouée dans la section 5.1.1.

## 1.3 Objectifs de la thèse

### 1.3.1 Motivations des travaux de thèse

L'ensemble des systèmes de commande de vol et de surveillance existants aujourd'hui sur avion permettent de garantir sa sécurité avec une probabilité de panne catastrophique à  $10^{-7}$  par heure de vol. Néanmoins, certaines pannes conduisent à une dégradation de l'assistance apportée aux pilotes. Des paramètres de vol peuvent ne plus être disponibles et des fonctions d'aide au pilotage voire le pilote automatique sont alors désactivés. Parmi les causes possibles, plusieurs cas de panne capteurs ont été identifiés. Un des objectifs de cette thèse est donc de pourvoir les systèmes de commande de vol d'un algorithme permettant de les identifier et de remplacer les mesures manquantes par des mesures dites *virtuelles*.

Seule une minorité de pannes capteur n'est pas gérée par les systèmes de consolidation. Il s'agit des modes communs de panne, présentés dans la section 1.1.3, correspondant à une panne simultanée et cohérente d'au moins deux capteurs de mesure. Des paramètres critiques tels que l'incidence ou la vitesse conventionnelle peuvent alors être indisponibles, conduisant à une reconfiguration des lois de pilotage et impliquant la perte de bon nombre de fonctions d'aide au pilotage. La vitesse conventionnelle étant le paramètre utilisé par les pilotes pour piloter l'avion, sa perte est encore plus délicate. Une erreur de masse au décollage est également problématique puisque les moyens existants aujourd'hui ne permettent pas de distinguer une

erreur de masse au décollage d'une panne sur l'incidence ou sur la mesure de vitesse. En résumé, cette thèse s'attaque à l'estimation et la surveillance des paramètres longitudinaux critiques avion, tels que l'incidence, la vitesse, l'altitude pression et la masse. Pour ce faire, l'algorithme proposé doit être en mesure d'assurer les fonctions suivantes :

- détecter les modes communs de pannes sur les capteurs anémométriques et sur l'incidence ;
- détecter les erreurs de saisie de masse au décollage et les dissocier des pannes capteur ;
- fournir des estimés robustes des mesures et des paramètres longitudinaux manquants ;
- être en mesure de terminer le vol avec les estimés générés, en garantissant une précision suffisante au regard des besoins des commandes de vol ;
- être implantable sur les calculateurs des avions de la flotte Airbus.

Chacun de ces besoins est abordé dans les sections suivantes.

### 1.3.2 Hypothèses de travail

Les hypothèses de travail permettant le développement de l'algorithme fixent son domaine de validité. La plupart des développements existants aujourd'hui sur avion sont fortement contraints, essentiellement à cause d'hypothèses de travail fortes sur la disponibilité et la validité de certaines mesures. Par exemple, le développement d'un algorithme vérifiant la masse de l'avion peut s'appuyer sur des hypothèses de validité des capteurs anémométriques et de l'incidence. Ces hypothèses permettent de fournir une solution algorithmique peu coûteuse au problème de vérification de la masse. En contrepartie, toute panne sur une des mesures anémométriques ou sur l'incidence ne permet plus l'utilisation de cet algorithme. Pire encore dans le cas d'un mode commun de panne conduisant à une mesure erronée non détectée, la masse de l'avion peut se voir invalidée. Un des objectifs sous-jacents de cette thèse consiste donc à pourvoir les systèmes de commandes de vol d'un algorithme le plus robuste possible, et cela passe avant tout par des hypothèses de travail les moins contraignantes possibles. Il est néanmoins très peu probable de parvenir à remplir l'ensemble des objectifs fixés sans faire le moindre compromis, essentiellement pour des soucis d'implantation de la solution développée.

Lors de cette thèse, il a finalement été décidé de considérer les hypothèses suivantes :

- la surveillance des mesures sols (vitesses GPIRS, attitude de l'avion) n'est pas nécessaire car elle est assurée par des algorithmes dédiés ;
- la masse de l'avion peut être erronée au décollage suite à une erreur de saisie du pilote, mais aucune autre panne sur ce paramètre ne sera considérée pour la suite du vol ;

- la mesure de dérapage est considérée dans un premier temps égale à zéro, tandis qu'un estimateur pourra être utilisé par la suite.

Ces hypothèses vont alors contraindre le domaine de validité de la solution développée. Par exemple, la perte des mesures d'attitude de l'avion ( $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$ ) ainsi que des facteurs de charges engendrent l'invalidation de cette solution. Il est donc nécessaire de toujours disposer de mesures inertielles valides. Cette contrainte est néanmoins très faible puisqu'une très forte redondance matérielle est mise en place sur ces mesures qui sont primordiales pour de nombreux systèmes avion. Les mesures GPIRS, déjà largement surveillées par les systèmes embarqués, n'ont quant à elles que peu d'impact en cas de panne sur l'estimation des paramètres critiques (cf. section 5.3.1). Pour finir, l'hypothèse faite sur la mesure de dérapage est reformulée dans la section 5.3.2, afin de minimiser les erreurs qui en résultent en cas de forts dérapages.

### 1.3.3 L'estimation des paramètres avion

Les paramètres de vol longitudinaux d'importance (il s'agit en vérité de variables abusivement appelées *paramètres* dans le jargon aéronautique) sont les suivants :

- la vitesse conventionnelle :  $V_C$  ;
- l'angle d'incidence :  $\alpha$  ;
- la vitesse air :  $V$  ;
- le nombre de Mach :  $M$  ;
- l'altitude pression :  $z_P$  ;
- la masse :  $m_w$ .

Ils représentent des données de première importance nécessaires aux pilotages, que ce soit pour le pilote (comme dans le cas de la vitesse conventionnelle) ou pour le PA (comme dans le cas de l'incidence et du nombre de Mach). Néanmoins, contrairement aux mesures sol, tous les paramètres longitudinaux précédemment listés peuvent devenir indisponibles suite à des pannes capteur. Il est alors nécessaire d'être en mesure de fournir une estimation de chacun de ces paramètres ainsi qu'une mesure de leur fiabilité. Le chapitre 2 dédié aux méthodes d'estimation présente de nombreuses possibilités algorithmiques en ce sens. La solution finalement retenue est détaillée dans le chapitre 4.

### 1.3.4 La détection des modes communs de pannes et la sélection de sources valides

Les modes communs de panne, présentés dans la section 1.1.3, demeurent aujourd'hui une des seules failles identifiées des systèmes de consolidation. Ils correspondent la majeure partie du temps à une panne non détectée et peuvent avoir de nombreuses conséquences sur les systèmes de commande de vol. Leur détection est donc un impératif de cette thèse. Ils se définissent comme des pannes simultanées

et cohérentes d'au moins deux capteurs de mesure utilisés pour l'obtention du signal consolidé. Par conséquent, un mode commun de panne peut cacher la validité d'un des capteurs de mesure. Invalider l'ensemble des capteurs constituant la mesure consolidée en panne signifie la suspension d'une source potentielle valide. Cette perte d'information a des conséquences sur les capacités de l'algorithme développé telles qu'une diminution des performances ou de ses capacités de détection de futures pannes. Ainsi, détecter la source valide constitue un avantage considérable pour la suite du vol. Un algorithme de re-sélection est donc nécessaire afin de profiter pleinement de l'ensemble des mesures valides disponibles sur avion.

Les capteurs identifiés comme pouvant être en faute sont les suivants :

- les sondes d'incidence, mesurant l'angle d'incidence  $\alpha$  ;
- les tubes Pitot, mesurant la pression totale  $P_T$  ;
- les capteurs de pression statique, mesurant la pression statique  $P_S$  ;
- les capteurs de température totale, mesurant la température totale de l'air  $T_T$  ;
- les capteurs de pression moteur  $P_{mot}$  et  $P_{nac}$  ;
- les capteurs de température totale moteur, mesurant la température totale de l'air  $T_{T_{mot}}$ .

Les cas de panne rencontrés dépendent essentiellement des technologies associées à chacun de ces capteurs. Bien qu'ils présentent des cas de pannes typiques, aucune hypothèse ne sera faite sur les profils de panne pouvant être rencontrés. Néanmoins, les cas de panne les plus classiques sont particulièrement intéressants pour obtenir un premier aperçu des capacités de l'algorithme développé. Ils seront illustrés dans la section 5.1.2.

### 1.3.5 La détection d'erreur de masse au décollage

Une erreur de masse au décollage ne représente aucun danger en soi mais peut dégrader considérablement les performances de vol. Par ailleurs, elle peut impacter la performance d'autres estimateurs, en particulier au décollage. En effet, la mécanique du vol mettant en relation la mesure de vitesse, de l'incidence et de la masse au travers de l'équation de portance, de nombreux algorithmes de surveillance implantés sur avion l'utilisent au travers d'hypothèses de validité sur certains de ces paramètres. Par conséquent, il est aujourd'hui très difficile de distinguer une panne sur l'un d'entre eux. Par exemple, un mode commun de panne sur la mesure d'incidence peut avoir pour conséquence une invalidation de la masse de l'avion. Un des objectifs de cette thèse est donc de pourvoir les systèmes de commande de vol d'un système de surveillance capable de distinguer une panne sur la mesure de vitesse, la mesure d'incidence et une erreur de saisie sur le paramètre de masse. Cette capacité devient possible grâce à des hypothèses de travail faibles formulées dans la section 1.4.2.

### 1.3.6 Une solution embarquable

Il est nécessaire que la solution développée soit compatible avec la puissance de calcul disponible. Aujourd'hui, selon les avions, il existe plusieurs périodes d'échantillonnage possibles en fonction des besoins de précision et du coût algorithmique des logiciels embarqués. Afin de ne pas consommer la totalité des ressources disponibles sur un calculateur, il est nécessaire que la solution développée nécessite un temps de calcul largement inférieur à la période d'échantillonnage sélectionnée. La section 4.5.1 dresse un bilan du coût calculatoire de la solution finalement choisie. Il est impératif que celui-ci ne soit pas rédhibitoire afin de permettre l'implantation de l'algorithme développé.



# Les méthodes d'estimation

---

## Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Le problème d'estimation linéaire : le filtre de Kalman . . .</b>	<b>26</b>
2.1.1	Résolution par Moindres Carrés Récursifs . . . . .	29
2.1.2	Le filtre de Kalman . . . . .	32
2.1.3	Une approche séquentielle . . . . .	35
2.1.4	Le filtre de Kalman augmenté et les bruits colorés . . . . .	36
2.1.5	Stabilité numérique et problème de précision . . . . .	37
<b>2.2</b>	<b>Gestion des incertitudes et des non linéarités . . . . .</b>	<b>39</b>
2.2.1	Le filtre de Kalman étendu . . . . .	39
2.2.2	Les points sigma et le filtre de Kalman non Parfumé . . . . .	43
2.2.3	Le filtre à différences divisées . . . . .	49
2.2.4	Les approches multi-modèles . . . . .	54
<b>2.3</b>	<b>L'approche bayésienne . . . . .</b>	<b>57</b>
2.3.1	L'approche récursive bayésienne . . . . .	59
2.3.2	Maximisation de la vraisemblance de la probabilité conditionnelle	61
2.3.3	Maximisation de la vraisemblance <i>a posteriori</i> de la probabilité conditionnelle . . . . .	62
<b>2.4</b>	<b>Un panorama de méthodes complémentaires . . . . .</b>	<b>63</b>
2.4.1	Les méthodes déterministes . . . . .	64
2.4.2	Les méthodes stochastiques . . . . .	66

---

Les techniques d'estimation jouent un rôle important pour la compréhension et la maîtrise des systèmes et de leurs environnements. Elles permettent de reconstituer un ensemble de variables (paramètres et variables d'état) à partir d'observations, telles que des mesures issues de capteurs, et de lois d'évolution. Ces techniques sont utilisées dans de nombreux domaines, notamment en aéronautique dans des problématiques de type GNC (pour *Guidance Navigation & Control*) et de détection de pannes, ou plus généralement dans le développement de systèmes autonomes. Elles sont également essentielles dans le cas des systèmes critiques, où des garanties supplémentaires sont demandées. La connaissance de certaines variables et la précision des estimées sont alors nécessaires pour assurer la performance, la sécurité et l'intégrité de ces systèmes. Pour y parvenir, la théorie de l'estimation fait appel à un certain nombre d'outils mathématiques permettant d'améliorer la connaissance du système à partir de l'ensemble des observations disponibles sur son comportement.

Ces techniques font partie des domaines du filtrage et de l'Automatique, pour lesquels elles sont directement ou indirectement mises en œuvre pour l'identification et la commande des dits systèmes :

- l'identification, correspondant à l'analyse, la compréhension et à la description des systèmes étudiés en réalisant une estimation des paramètres internes d'un modèle décrivant leur dynamique. Elle pose au préalable le problème d'identifiabilité de ces paramètres ;
- l'estimation, permettant de reconstruire les variables d'état d'un système à partir des informations disponibles (mesures capteurs, modélisations, ...), afin de caractériser l'évolution de sa dynamique ;
- la commande (plus généralement le contrôle) ne nécessite pas nécessairement la présence d'un estimateur. Toutefois, bon nombre de techniques de synthèse de lois s'appuient sur un observateur, ne serait-ce que parce que certaines variables ne sont pas directement mesurées par des capteurs ou encore parce que le bruit de mesure doit être filtré pour ne pas être injecté dans la boucle fermée.

Certaines de ces techniques ont été étudiées et développées depuis le début du 19<sup>ème</sup> siècle avec notamment les premiers systèmes d'asservissement [Remaud 2004] et ont franchi un cap avec les travaux de Kalman dans les années 60. Le sujet de cette thèse nous amène à nous intéresser plus particulièrement à la théorie de l'estimation et à son application aux systèmes aéronautiques. Comme cela sera justifié dans ce chapitre, elle traite les problématiques qui lui sont associées dans un cadre stochastique, c'est-à-dire que chaque signal temporel est considéré comme un processus stochastique défini à un instant donné par sa moyenne et sa variance. Contrairement à l'approche déterministe, celle-ci permet de prendre en compte certaines incertitudes de nature aléatoire telles que des bruits, notamment sur chacune des mesures disponibles, des perturbations ou des pannes... La première partie de cette section considère des systèmes linéaires, pour lesquels il est possible d'obtenir une solution exacte au problème d'estimation. Le reste de la section présente diverses solutions permettant de faire face aux difficultés présentes dans les applications réelles en étendant le champ applicatif des techniques élémentaires (incertitudes, non linéarités, etc.). Enfin, un cadre plus général correspondant à l'estimation bayésienne est ensuite présenté, ainsi qu'un panorama des approches équivalentes existantes.

## 2.1 Le problème d'estimation linéaire : le filtre de Kalman

Les techniques d'estimation permettent de tirer parti de mesures bruitées ou incomplètes pour en déduire des paramètres essentiels à la compréhension, au fonctionnement et éventuellement à la surveillance du système. Dans sa version la plus simple, il s'agit d'un problème de filtrage qui se ramène à la résolution du système linéaire  $y(t) = A(t)x(t)$  où  $A(t) \in \mathbb{M}^{m \times n}$ ,  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  renvoie aux états du système et  $y(t) \in \mathbb{R}^m$  à des observations. Selon les différentes dimensions mises en jeu, ce

problème peut se résoudre soit directement, soit en recourant à des méthodes plus complexes telles que des techniques de factorisation de la matrice  $A$  [Llibre 2008]. La résolution d'un tel système linéaire peut donc être plus ou moins complexe selon les cas étudiés. Notre cas d'étude se focalise cependant sur les systèmes dits sur-déterminés, c'est-à-dire dont le nombre de mesures est supérieur au nombre d'états à estimer ( $m > n$ ). Une première approche, qui sera présentée par la suite, s'articule autour de l'algorithme des moindres carrés et de sa formulation récursive permettant une estimation en ligne à moindre coût calculatoire (pour applications embarquées). Elle permettra d'introduire ensuite l'algorithme du filtre de Kalman, s'appliquant à la résolution de systèmes LTI (pour *Linear Time Invariant*), tirant parti de la connaissance d'équations d'évolution associées aux grandeurs d'intérêt se présentant sous forme d'état. Il existe aujourd'hui de nombreuses variantes d'algorithmes d'estimation. Les principales seront présentées au cours de cette section.

Dans un cadre général, le problème d'estimation est assez délicat à résoudre. Une façon classique de l'aborder consiste à le scinder en deux parties. On traite d'une part l'ensemble des valeurs passées et présentes en bénéficiant de la connaissance d'un modèle, et d'autre part les mesures futures, au fur et à mesure qu'elles deviennent disponibles. Ces deux étapes correspondent respectivement à un problème de prédiction et de filtrage. Leurs principes seront détaillés dans la suite de ce chapitre. Une combinaison de ces différents traitements permet ensuite d'obtenir une estimation des paramètres désirés en tirant finalement parti de l'ensemble des informations et dépendances disponibles. Dans un premier temps, nous nous intéressons aux systèmes s'écrivant sous la forme d'une modélisation LTI classique, soit dans le cas continu par l'équation 2.1. Des problèmes plus complexes seront abordés dans la suite, ils permettront de prendre en compte les potentielles non linéarités rencontrées ainsi que différentes distributions associées aux états et observations.

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= F(t)x(t) + G(t)u(t) + w(t) \\ y(t) &= H(t)x(t) + v(t)\end{aligned}\tag{2.1}$$

avec  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  le vecteur d'état,  $y(t) \in \mathbb{R}^m$  le vecteur d'observations,  $u(t) \in \mathbb{R}^r$  un vecteur d'entrées déterministes connues,  $F(t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  le modèle dynamique et  $H \in \mathbb{R}^{m \times n}$  le modèle de sortie associé aux observations.  $w(t)$  et  $v(t)$  correspondent à des bruits blancs, gaussiens, stationnaires, indépendants, de moyennes nulles, associés respectivement aux états et aux mesures, et caractérisés par leur densité spectrale respective  $Q(t)$  et  $R(t)$  tels que :

$$\begin{aligned}\mathbb{E} [w(t)w(t + \tau)^T] &= Q(t)\delta_\tau \\ \mathbb{E} [v(t)v(t + \tau)^T] &= R(t)\delta_\tau \\ \mathbb{E} [w(t)v(t + \tau)^T] &= 0\end{aligned}\tag{2.2}$$

où  $\delta$  correspond à la fonction Dirac ( $\delta_\tau = 0$  si  $\tau \neq 0$ ). Les conditions initiales de ce système sont définies par  $x_0$ , une variable aléatoire suivant un processus gaussien caractérisé par sa moyenne  $\hat{x}_0$  et sa matrice de covariance  $P_0$ .

Pour des applications en temps réel sur des calculateurs, les développements font le plus souvent appel à une formulation des équations sous leur forme discrète. Ils s'appuient donc sur le système d'équations linéaires à temps discret décrit par l'équation 2.3.

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= \Phi(k+1, k)x_k + G_d(k)u_k + w_k^d \\y_{k+1} &= H(t_{k+1})x_{k+1} + v_{k+1}\end{aligned}\quad (2.3)$$

avec  $k \in \mathbb{N}$  et  $\Phi(t_{k+1}, t_k)$  la matrice de transition.  $v_k$  et  $w_k^d$  sont des bruits blancs, gaussiens, stationnaires, de moyenne nulle associé respectivement aux mesures et à l'état après discrétisation, auxquels on fait correspondre les matrices de covariance  $Q_d$  et  $R$ , tel que :

$$\begin{aligned}\mathbb{E} [w_k^d (w_{k+i}^d)^T] &= Q_d \delta_i \\ \mathbb{E} [v_k v_{k+i}^T] &= R \delta_i \\ \mathbb{E} [w_k^d v_{k+i}^T] &= 0\end{aligned}\quad (2.4)$$

Le problème d'estimation revient à chaque instant  $t$  à rechercher un estimé  $\hat{x}(t)$  non biaisé de  $x$  étant donné les observations  $y_{t_0:t'}$  disponibles depuis l'instant initial  $t_0$  jusqu'à l'instant  $t'$ , soit  $\hat{x}(t) = \mathbb{E}[x(t)|y(t_0:t')]$ . La recherche d'un estimé optimal peut donc être définie sous la forme d'un problème d'optimisation formulé au sens du minimum de variance de l'erreur d'estimation, et décrit par l'équation 2.5.

$$\hat{x}_t = \arg \min_{\mathbb{R}^{\dim(x(t))}} \mathbb{E} [||\hat{x}_t - x_t||^2 | y_{t_0:t'}] \quad (2.5)$$

La résolution de ce problème d'optimisation conduit à l'élaboration d'un estimateur du minimum de l'erreur quadratique moyenne, noté MEQM, ou estimateur du minimum de variance. Sa solution théorique peut être obtenue en développant le critère apparaissant dans 2.5 selon :

$$\begin{aligned}\mathbb{E} [||\hat{x}_t - x_t||^2 | y_{t_0:t'}] &= \mathbb{E} [(\hat{x}_t - x_t)^T (\hat{x}_t - x_t) | y_{t_0:t'}] \\ &= \mathbb{E} [\hat{x}_t^T \hat{x}_t | y_{t_0:t'}] - 2\hat{x}_t^T \mathbb{E} [x_t | y_{t_0:t'}] + \mathbb{E} [x_t^T x_t | y_{t_0:t'}] \\ &= \hat{x}_t^T \hat{x}_t - 2\hat{x}_t^T \mathbb{E} [x_t | y_{t_0:t'}] + \mathbb{E} [x_t^T x_t | y_{t_0:t'}] \\ &= ||\hat{x}_t - \mathbb{E} [x_t | y_{t_0:t'}]||^2 + \mathbb{E} [||x_t||^2 | y_{t_0:t'}] - ||\mathbb{E} [x_t | y_{t_0:t'}]||^2\end{aligned}$$

Le problème d'optimisation 2.5 est donc équivalent au problème suivant :

$$\hat{x}_t^{\text{MEQM}} = \arg \min_{\mathbb{R}^{\dim(x(t))}} \mathbb{E} [||\hat{x}_t - x_t||^2 | y_{t_0:t'}] = \arg \min_{\mathbb{R}^{\dim(x(t))}} ||\hat{x}_t - \mathbb{E} [x_t | y_{t_0:t'}]||^2 \quad (2.6)$$

Ce qui conduit à :

$$\hat{x}_t^{\text{MEQM}} = \mathbb{E} [x_t | y_{t_0:t'}] = \int_{\mathbb{R}^{\dim(x(t))}} x(t) \cdot p(x_t | y_{t_0:t'}) dx(t) \quad (2.7)$$

La moyenne conditionnelle fournit donc un estimé optimal pour la classe des

fonctions de coût quadratique. De plus, étant donné que  $E[E[x_t|y_{t_0:t'}]] = E[x_t]$ , l'estimé sera bien non-biaisé, comme le démontre l'égalité 2.8.

$$E[x_t - \hat{x}_t^{\text{MEQM}}] = E[x_t] - E[\hat{x}_t^{\text{MEQM}}] = E[x_t] - E[E[x_t|y_{t_0:t'}]] = 0 \quad (2.8)$$

Par conséquent, dans le cas gaussien, une condition nécessaire et suffisante pour résoudre le problème du filtrage linéaire optimal est de connaître les deux premiers moments conditionnels associés à  $p(x_t|y_{t_0:t'})$ , i.e. :

- la moyenne  $E[x_t|y_{t_0:t'}] = \hat{x}_t^{\text{MEQM}}$
- la fonction d'auto-corrélation (ou matrice de covariance dans le cas discret)  
 $E[(x_t - \hat{x}_t^{\text{MEQM}})(x_t - \hat{x}_t^{\text{MEQM}})^T | y_{t_0:t'}] = \hat{P}_t^{\text{MEQM}}$

Le premier moment fournit l'estimé optimal du problème et le second une mesure de sa qualité. Les équations d'évolution de ces deux premiers moments fournissent, dans le cas linéaire gaussien, les équations du filtre optimal correspondant au fameux filtre de Kalman linéaire. Dans un cas plus général, ce problème d'estimation peut cependant s'avérer inextricable et nécessite certaines approximations dans les calculs.

### 2.1.1 Résolution par Moindres Carrés Récursifs

Si l'on s'intéresse dans un premier temps uniquement à la seconde partie de l'équation 2.3, le problème d'optimisation précédent peut se résoudre par une technique de moindres carrés, en considérant un système sur-déterminé ( $m > n$ ). Une résolution en ligne conduit plus spécifiquement à un filtre des moindres carrés récursif, permettant d'en déduire une estimation de  $x(t)$ , soit sous forme discrète  $x_k = x(t_k)$ , à partir de  $k$  lots de mesures  $y_r$ , pour  $r = 1 : k$ , entachées d'erreurs  $w_{1:k}$  sous la forme de bruits blancs gaussiens de moyenne nulle. Cette section présente donc les équations du filtre des moindres carrés récursifs, mais la solution générale du problème des moindres carrés est tout d'abord introduite. Elle s'applique au système linéaire 2.9 regroupant l'ensemble des éléments depuis l'instant  $t_1$  jusqu'à l'instant courant  $t_k$  :

$$Y_k = A_k x_k + V_k \quad (2.9)$$

avec

$$Y_k = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_k \end{pmatrix} \quad A_k = \begin{pmatrix} H_1 \\ \vdots \\ H_k \end{pmatrix} \quad V_k = \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_k \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

et  $\dim(x_k) = n$ ,  $\dim(Y_k) = \dim(V_k) = m = \sum_{r=1}^k m_r$ ,  $\dim(A_k) = m \times n$ . De plus,

on supposera que  $\text{rang}(\mathbf{H}_k) = n$ . La problématique de filtrage se résume dès lors à la recherche du vecteur  $\hat{x}_k$  qui minimise la forme quadratique 2.11 :

$$C_k = \frac{1}{2}(\mathbf{Y}_k - \mathbf{A}_k \hat{x}_k)^T \mathbf{R}_k^{-1} (\mathbf{Y}_k - \mathbf{A}_k \hat{x}_k) \quad (2.11)$$

où  $\mathbf{R}_k$  est une matrice de pondération symétrique définie positive correspondant à la matrice de covariance des bruits de mesures. La solution au sens des moindres carrés au problème posé s'écrit alors :

$$\hat{x}_k = (\mathbf{A}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{A}_k)^{-1} \mathbf{A}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{Y}_k \quad (2.12)$$

qui peut être réécrit sous la forme :

$$\mathbf{P}_k^{-1} \hat{x}_k = \mathbf{B}_k \quad (2.13)$$

en posant :

$$\mathbf{P}_k^{-1} = \mathbf{A}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{A}_k \quad (2.14a)$$

$$\mathbf{B}_k = \mathbf{A}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{Y}_k \quad (2.14b)$$

À l'instant  $t_k$ , la solution s'écrit finalement sous la forme :

$$\hat{x}_k = \mathbf{P}_k \mathbf{B}_k \quad (2.15)$$

À partir de ce calcul valable à l'instant  $t_k$ , en considérant un lot de mesures supplémentaires  $y_{k+1} = \mathbf{H}_{k+1} x_{k+1} + v_{k+1}$ , on peut alors établir les relations associées au filtre des moindres carrés récursifs. Elles s'appuient sur une nouvelle formulation matricielle, à savoir :

$$\mathbf{Y}_{k+1} = \begin{pmatrix} \mathbf{Y}_k \\ y_{k+1} \end{pmatrix} \quad \mathbf{A}_{k+1} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_k \\ \mathbf{H}_{k+1} \end{pmatrix} \quad \mathbf{V}_{k+1} = \begin{pmatrix} \mathbf{V}_k \\ v_{k+1} \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

et sur l'extension du critère 2.11 :

$$\begin{aligned} C_{k+1} &= C_k + \frac{1}{2} (y_{k+1} - \mathbf{H}_{k+1} \hat{x}_{k+1})^T r_{k+1}^{-1} (y_{k+1} - \mathbf{H}_{k+1} \hat{x}_{k+1}) \\ &= \frac{1}{2} (\mathbf{Y}_{k+1} \mathbf{A}_{k+1} \hat{x}_{k+1})^T \mathbf{R}_{k+1}^{-1} (\mathbf{Y}_{k+1} \mathbf{A}_{k+1} \hat{x}_{k+1}) \end{aligned} \quad (2.17)$$

avec la matrice de pondération exprimée sous la forme :

$$\mathbf{R}_{k+1}^{-1} = \begin{pmatrix} r_1^{-1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & r_2^{-1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & r_{k+1}^{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_k^{-1} & 0 \\ 0 & r_{k+1}^{-1} \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

La solution à l'instant  $t_{k+1}$  s'écrit alors :

$$\hat{x}_{k+1} = (\mathbf{A}_{k+1}^T \mathbf{R}_{k+1}^{-1} \mathbf{A}_{k+1})^{-1} (\mathbf{A}_{k+1}^T \mathbf{R}_{k+1}^{-1} \mathbf{Y}_{k+1}) = \mathbf{P}_{k+1} \mathbf{B}_{k+1} \quad (2.19)$$

permettant d'établir les relations de récurrence pour les deux principaux facteurs  $\mathbf{P}_k^{-1}$  et  $\mathbf{B}_k$  :

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{k+1}^{-1} &= \mathbf{P}_k^{-1} + \mathbf{H}_{k+1}^T r_{k+1}^{-1} \mathbf{H}_{k+1} \\ \mathbf{B}_{k+1} &= \mathbf{B}_k + \mathbf{H}_{k+1}^T r_{k+1}^{-1} y_{k+1} \end{aligned} \quad (2.20)$$

Cette première relation récursive permet d'en établir une seconde, plus courante, à laquelle on associe l'algorithme des moindres carrés récursifs. En inversant la relation associée à  $\mathbf{P}_{k+1}$  dans l'équation 2.20 grâce au deuxième lemme d'inversion matricielle [Libre 2008], on obtient :

$$\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{P}_k - \mathbf{P}_k \mathbf{H}_{k+1}^T (r_{k+1} + \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_k \mathbf{H}_{k+1}^T)^{-1} \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_k \quad (2.21)$$

En définissant un gain  $\mathbf{K}$  sous la forme :

$$\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{P}_k \mathbf{H}_{k+1}^T (r_{k+1} + \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_k \mathbf{H}_{k+1}^T)^{-1} \quad (2.22)$$

À partir de l'équation 2.22, on peut reformuler 2.21 sous la forme :

$$\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{P}_k - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_k \quad (2.23)$$

et la solution  $\hat{x}_{k+1}$  recherchée s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1} &= \mathbf{P}_{k+1} \mathbf{B}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1} (\mathbf{B}_k + \mathbf{H}_{k+1}^T r_{k+1}^{-1} y_{k+1}) \\ &= \mathbf{P}_{k+1} \mathbf{B}_k + \mathbf{P}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1}^T r_{k+1}^{-1} y_{k+1} \end{aligned} \quad (2.24)$$

soit encore :

$$\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_k + \mathbf{K}_{k+1} (y_{k+1} - \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{x}_k) \quad (2.25)$$

Par conséquent, la formulation récursive du filtre des moindres carrés se ramène aux trois équations :

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{k+1} &= \mathbf{P}_k \mathbf{H}_{k+1}^T (r_{k+1} + \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_k \mathbf{H}_{k+1}^T)^{-1} \\ \hat{x}_{k+1} &= \hat{x}_k + \mathbf{K}_{k+1} (y_{k+1} - \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{x}_k) \\ \mathbf{P}_{k+1} &= \mathbf{P}_k - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_k \end{aligned} \quad (2.26)$$

Elle s'accompagne des conditions initiales  $\mathbf{P}_0$  et  $\hat{x}_0$ .

Dans le cas où  $v_k$  correspond à un bruit blanc gaussien de moyenne nulle et sans corrélation entre les mesures, les équations obtenues sont identiques à celles du filtre de Kalman linéaire discret, qui sera présenté ci-dessous. De plus, la matrice  $\mathbf{R}$  intervenant dans le filtre de Kalman correspond à la matrice de covariance des bruits de mesures, telle que :

$$\mathbf{E} [v_k v_j^T] = r_k \delta_{kj}, \quad \forall k, j \quad (2.27)$$

La matrice  $P_k$  représente quant à elle la matrice de covariance de l'erreur d'estimation, à savoir :

$$P_k = E \left[ (\hat{x}_k - x)^T (\hat{x}_k - x) \right] \quad (2.28)$$

### 2.1.2 Le filtre de Kalman

Le filtre de Kalman a fait son apparition au cours des années 60 [Kalman 1960]. Il se distingue du filtre des moindres carrés récursifs par l'ajout d'une étape de prédiction s'appuyant sur une modélisation régissant la dynamique des états du système, et par sa capacité à prendre en compte les incertitudes liées aux états et aux observations. Cette formulation présente de nombreux avantages. La possibilité de simuler l'évolution des états au moyen d'une équation différentielle décrivant la dynamique des états, du type de l'équation 2.29, permet de fournir une prédiction à chaque pas de temps des états du système avant d'appliquer l'opération de filtrage. De plus, elle permet de gérer des bruits plus réalistes, pouvant par exemple dépendre des modèles mathématiques associés à la dynamique du système. In fine, l'algorithme du filtre de Kalman délivre des estimés solutions au problème d'estimation sous forme récursive, en minimisant la covariance des erreurs d'estimation. Cette optimisation s'appuie donc sur le même critère que celui des moindres carrés détaillé précédemment, et certaines des équations récursives sont donc communes aux deux méthodes.

$$\dot{x}(t) = F(t)x(t) + Gu(t) + w(t) \quad (2.29)$$

L'équation 2.30 correspond à l'équation d'état discrétisée et est utilisée dans la suite de cette section.

$$x_{k+1} = \Phi(k+1, k)x_k + G_d(k)u_k + w_d(k) \quad (2.30)$$

$u$  et  $w_d$  correspondent respectivement à un vecteur d'entrées exogènes connues et à une erreur de modélisation prenant la forme d'un bruit blanc gaussien de moyenne nulle et de covariance connue  $Q$  telle que :

$$E [w_k w_j^T] = Q_k \delta_{kj} \quad (2.31)$$

Elle s'obtient en intégrant l'équation d'état 2.29 entre les instants  $kT$  et  $(k+1)T$  [Klein 2006] :

$$x_{k+1} = e^{FT} x_k + \left( \int_{kT}^{(k+1)T} e^{F((k+1)T-\tau)} B d\tau \right) u_k + \int_{kT}^{(k+1)T} e^{F((k+1)T-\tau)} w(\tau) d\tau \quad (2.32)$$

où  $x_{k+1} = e^{FT} x_k$  correspond à la solution générale de l'équation d'état *sans second membre*  $\dot{x}(t) - Fx(t) = 0$ , tandis que les deux autres termes sont obtenus par la recherche d'une solution particulière. On peut ensuite réécrire 2.32 en effectuant le changement de variable  $(k+1)T - \tau = v$ , selon :

$$x_{k+1} = e^{FT} x_k + \left( \int_0^T e^{Fv} G dv \right) u_k + \int_0^T e^{Fv} w((k+1)T - v) dv \quad (2.33)$$

On obtient ainsi :

$$\Phi(k+1, k) = e^{FT}, \quad G_d = \left( \int_0^T e^{Fv} G dv \right) \quad (2.34)$$

L'équation 2.30 met en avant une composante essentielle du filtre de Kalman que ne présente pas le filtre des moindres carrés récursif. Cette modélisation (linéaire ou linéarisée) permet de déduire un nouvel estimé intermédiaire selon l'équation 2.35 lors d'une étape dite de *prédiction*, appelée aussi *étape de propagation*. Ce nouvel estimé, noté  $\hat{x}_{k+1|k}$  renvoie à l'estimation de  $x_{k+1}$  au regard des informations disponibles à l'étape précédente  $k$ . Le problème d'estimation est donc découpé en deux étapes successives. L'étape de prédiction constitue la première étape et apporte un complément d'informations à l'opération de filtrage. Cette dernière constitue la seconde étape, dite *étape de correction* ou *de mise à jour*, et permet la prise en compte des dernières observations disponibles à l'instant  $t_{k+1}$  afin de mettre à jour les états prédits, à partir des équations développées dans le filtre des moindres carrés récursifs.

$$\hat{x}_{k+1|k} = \Phi(k+1, k)\hat{x}_k + G_d(k)u_k \quad (2.35)$$

En notant  $\Delta_k$  l'erreur d'estimation à l'issue de l'étape  $k$ , et  $\Delta_{k+1|k}$  l'erreur d'estimation après l'étape  $(k+1)$  de prédiction, mais avant l'étape de mise à jour par les mesures  $y_{k+1}$  disponibles, il est possible d'écrire :

$$\begin{aligned} \Delta_k &= x_k - \hat{x}_k = x_k - \hat{x}_{k|k} \\ \Delta_{k+1|k} &= x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k} = \Phi(k+1, k)\Delta_k + w_k \end{aligned} \quad (2.36)$$

et on a alors par définition  $E[\Delta_k] = 0$  et  $E[\Delta_k \Delta_k^T] = P_k$ .

Les évaluations successives de  $E[\Delta_{k+1|k}]$  et  $P_{k+1|k} = E[\Delta_{k+1|k} \Delta_{k+1|k}^T]$  donnent :

$$E[\Delta_{k+1|k}] = \Phi(k+1, k)E[\Delta_k] + E[w_k] = 0 \quad (2.37)$$

et :

$$\begin{aligned} P_{k+1|k} &= E[\Delta_{k+1|k} \Delta_{k+1|k}^T] \\ &= \Phi(k+1, k)E[\Delta_k \Delta_k^T] \Phi(k+1, k)^T + E[w_{k+1} w_{k+1}^T] \\ &\quad + E[w_k \Delta_k^T] \Phi(k+1, k)^T \Phi(k+1, k)E[\Delta_k w_k^T] \end{aligned} \quad (2.38)$$

D'après 2.31, il n'y a pas de corrélation entre les instants, donc les termes croisés  $E(w_k \Delta_k^T)$  et  $E(\Delta_k w_k^T)$  sont nuls. Il en découle la formule de propagation de la

covariance :

$$\mathbf{P}_{k+1|k} = \Phi(k+1, k)\mathbf{P}_k\Phi(k+1, k)^T + \mathbf{Q}_k \quad (2.39)$$

L'étape de correction du filtre de Kalman s'effectue ensuite en prenant en compte les nouvelles mesures  $y_{k+1}$  disponibles à l'instant  $k+1$ . Par conséquent, elle s'appuie sur l'équation d'observation 2.40 correspondant à la seconde équation du système LTI discret 2.3.

$$y_{k+1} = \mathbf{H}x_{k+1} + v_k \quad (2.40)$$

Les équations de correction du filtre de Kalman correspondent donc aux équations 2.26 déduites précédemment du filtre des moindres carrés récursifs. Elles peuvent être réécrites sous la forme :

$$\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1|k}\mathbf{H}_{k+1}^T (\mathbf{H}_{k+1}\mathbf{P}_{k+1|k}\mathbf{H}_{k+1}^T + \mathbf{R}_{k+1})^{-1} \quad (2.41a)$$

$$\hat{x}_{k+1} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k+1}\mathbf{H}_{k+1})\hat{x}_{k+1|k} + \mathbf{K}_{k+1}y_{k+1} \quad (2.41b)$$

$$\mathbf{P}_{k+1} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k+1}\mathbf{H}_{k+1})\mathbf{P}_{k+1|k} \quad (2.41c)$$

Le gain de Kalman peut être vu comme le ratio de deux matrices de covariance particulières :

$$\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1}^{xy} (\mathbf{P}_{k+1}^\varepsilon)^{-1} \quad (2.42)$$

avec :

- $\mathbf{P}_{k+1}^{xy}$  la matrice de corrélation entre l'estimé prédit  $\hat{x}_{k+1|k}$  et la mesure prédite  $\hat{y}_{k+1|k}$ , définie par  $\mathbf{P}_{k+1}^{xy} = \mathbf{P}_{k+1|k}\mathbf{H}_{k+1}^T$  ;
- $\mathbf{P}_{k+1}^\varepsilon$  la matrice de covariance associée à l'innovation  $\varepsilon_{k+1} = y_{k+1} - \mathbf{H}\hat{x}_{k+1|k}$ , définie par  $\mathbf{P}_{k+1}^\varepsilon = \mathbf{H}_{k+1}\mathbf{P}_{k+1|k}\mathbf{H}_{k+1}^T + \mathbf{R}_{k+1}$ .

De la même façon, l'état estimé corrigé peut aussi s'exprimer en fonction de l'innovation  $\varepsilon_{k+1}$  selon :

$$\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1|k} + \mathbf{K}_{k+1}\varepsilon_{k+1} \quad (2.43)$$

et, en combinant 2.41a et 2.41c, la matrice de covariance de l'erreur d'estimation issue de l'étape de correction peut s'exprimer selon la matrice de covariance associée à l'innovation :

$$\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1|k} - \mathbf{K}_{k+1}\mathbf{P}_{k+1}^\varepsilon\mathbf{K}_{k+1}^T \quad (2.44)$$

La formulation 2.41c présente cependant divers inconvénients pour une implémentation sur ordinateur. Elle ne garantit pas la conservation des propriétés de symétrie de la matrice de covariance  $\mathbf{P}_k$  au fur et à mesure de la récursivité. Une première alternative consiste à réécrire l'étape de correction sous une forme légèrement

différente, dite formule de Joseph, à partir de l'expression de l'erreur d'estimation  $\tilde{x}_{k+1} = x_{k+1} - \hat{x}_{k+1}$  :

$$\tilde{x}_{k+1} = (I - K_{k+1}H_{k+1}) \tilde{x}_{k+1|k} - K_k v_k \quad (2.45)$$

L'expression de la covariance associée à ce vecteur permet d'obtenir la formule de Joseph pour  $P_{k+1}$  qui ne fait intervenir la somme de deux matrices semi-définies positives, préservant ainsi les propriétés de symétrie et définie positivité de la matrice de covariance de l'erreur d'estimation.

$$P_{k+1} = (I - K_{k+1}H_{k+1}) P_{k+1|k} (I - K_{k+1}H_{k+1})^T + K_{k+1}R_k K_{k+1} \quad (2.46)$$

Cette formulation présente en plus l'avantage d'être moins sensible aux petites erreurs dans le calcul du gain  $K$ .

### 2.1.3 Une approche séquentielle pour le traitement des observations

Afin de réduire le coup calculatoire du filtre de Kalman, il est possible de procéder à un traitement séquentiel des mesures lors de l'étape de correction. Ce procédé permet notamment de s'affranchir de l'étape d'inversion matricielle présente dans l'équation 2.41. En plus d'être très couteuse, celle-ci nécessite l'utilisation d'algorithmes à nombre d'itérations variable difficiles à certifier.

Toutes les mesures étant issues de sources statistiquement indépendantes, la matrice de covariance des bruits de mesures est diagonale et on note :

$$R_k = \text{diag}_{i=1}^m R_k^i \quad (2.47)$$

En notant  $H_k^i$  la  $i^{\text{ème}}$  colonne de  $H_k$  et  $K_{k+1}^i$  la  $i^{\text{ème}}$  colonne de  $K_{k+1}$ , on peut réécrire l'équation d'observation 2.136 sous la forme :

$$\begin{bmatrix} y_k^1 \\ \dots \\ \vdots \\ \dots \\ y_k^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_k^1 \\ \dots \\ \vdots \\ \dots \\ H_k^m \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} v_k^1 \\ \dots \\ \vdots \\ \dots \\ v_k^m \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

Les différentes composantes de l'observation courante  $y_k$  sont alors traitées selon la procédure suivante :

- une première étape d'initialisation considère  $\hat{x}_{k+1}^0 = \hat{x}_{k+1|k}$  et  $P_{k+1}^0 = P_{k+1|k}$  ;

- on itère ensuite sur le nombre de mesures  $m$  disponible à l'instant  $k + 1$  :

$$\begin{aligned}
\Sigma_{k+1}^i &= \mathbf{H}_{k+1}^i \mathbf{P}_{k+1}^{i-1} \mathbf{H}_{k+1}^{iT} + \mathbf{R}_{k+1}^i \\
\mathbf{K}_{k+1}^i &= \mathbf{P}_{k+1}^{i-1} \mathbf{H}_{k+1}^{iT} (\Sigma_{k+1}^i)^{-1} \\
\hat{x}_{k+1}^i &= \hat{x}_{k+1}^{i-1} + \mathbf{K}_{k+1}^i (y_{k+1}^i - \mathbf{H}_{k+1}^i \hat{x}_{k+1}^{i-1}) \\
\mathbf{P}_{k+1}^i &= [\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k+1}^i \mathbf{H}_{k+1}^i] \mathbf{P}_{k+1}^{i-1} [\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k+1}^i \mathbf{H}_{k+1}^i]^T + \mathbf{K}_{k+1}^i \mathbf{R}_{k+1}^i \mathbf{K}_{k+1}^{iT}
\end{aligned} \tag{2.49}$$

- on en déduit l'estimation corrigée et la matrice de covariance de l'erreur associée :

$$\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1}^m \text{ et } \mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1}^m \tag{2.50}$$

#### 2.1.4 Le filtre de Kalman augmenté et les bruits colorés

Les développements précédents reposent sur l'hypothèse de bruits d'observations et de bruits d'évolution de type blanc, gaussiens et de moyenne nulle. Ces hypothèses ont conduit au filtre de Kalman classique. Néanmoins, il est courant que l'hypothèse de bruits blancs, c'est-à-dire de bande passante infinie, ne soit pas vérifiée, ce que l'on considèrera dans cette section pour le bruit d'évolution. On parle alors de bruits colorés, modélisés par un système linéaire dont l'entrée est un bruit blanc, comme par exemple un processus de Markov du premier ordre tel que celui de l'équation 2.51 avec  $\eta$  un bruit blanc gaussien de moyenne nulle :

$$w_{k+1} = \phi_w w_k + \eta_k \tag{2.51}$$

De prime abord, cette modélisation ne satisfait pas les hypothèses associées au filtre de Kalman. On peut cependant adapter la formulation d'état en incluant dans l'état ceux de la modélisation associée à  $w$ . De cette façon, les bruits de processus et d'observations associés au nouveau modèle d'état satisfont bien les hypothèses de bruits blancs gaussiens de moyenne nulle. Cette approche, connue sous le nom de filtre de Kalman augmenté, est une technique classique d'estimation conjointe d'états et de paramètres. Si le filtre colorateur est inconnu,  $w$  est perçu comme un paramètre à estimer et est donc directement intégré dans le vecteur d'état.

Pour un état initial  $x_k$ , vérifiant l'équation d'état 2.35, et en tenant compte de la modélisation 2.51 associée au bruit  $w$ , on définit le vecteur d'état augmenté sous la forme :

$$x_k^a = \begin{pmatrix} x_k \\ w_k \end{pmatrix} \tag{2.52}$$

vérifiant la nouvelle équation d'état suivante :

$$x_{k+1}^a = \begin{pmatrix} x_{k+1} \\ w_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi(k+1, k) & 1 \\ 0 & \phi_w \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_k \\ w_k \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \eta_k \tag{2.53}$$

De la même façon, l'équation de mesure devient :

$$y_{k+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{k+1} & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_{k+1} \\ w_{k+1} \end{pmatrix} + v_{k+1} \quad (2.54)$$

et le nouveau modèle d'état augmenté peut donc se réécrire sous la forme :

$$\begin{cases} x_{k+1}^a &= \Phi^a(k+1, k)x_k^a + \Gamma_k \eta_k \\ y_{k+1} &= \mathbf{H}_{k+1}^a x_{k+1}^a + v_{k+1} \end{cases} \quad (2.55)$$

avec

$$\Phi_k^a = \begin{bmatrix} \Phi(k+1, k) & 1 \\ 0 & \phi_w \end{bmatrix} \quad \Gamma_k = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{H}_{k+1}^a = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{k+1} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

La formulation d'état augmentée permet d'appliquer les équations du filtre de Kalman présenté précédemment avec les deux nouveaux bruits de processus et d'observations,  $\eta$  et  $v$  satisfaisant les hypothèses pré-requises. Cette augmentation de l'état du bruit d'état n'a qu'un faible coup algorithmique dans la mesure où le vecteur d'état est augmenté que d'une seule dimension (i.e. de  $n$  à  $n+1$ ), à condition que le filtre colorateur soit du premier ordre. Néanmoins, les filtres colorateurs rencontrés seront la plupart du temps d'ordre supérieur et l'augmentation du vecteur d'état des paramètres associés à la modélisation du bruit d'état pourra conduire à une augmentation non négligeable du coût calculatoire.

Le cas de bruit d'évolution coloré est un premier exemple d'utilisation du filtre de Kalman augmenté. Il s'agit d'une première approche permettant l'estimation conjointe d'états et de paramètres [Khemiri 2008]. Il existe néanmoins d'autres alternatives, telles que le filtre de Kalman à deux étages [Zhang 2014] [Chen 2017c] [Chen 2016] qui consiste à utiliser une double transformation pour obtenir deux filtres conjoints. Le premier est dédié à l'estimation des états tandis que le second permet d'estimer les différents paramètres d'intérêt tout en corrigeant les états estimés.

### 2.1.5 Stabilité numérique et problème de précision

L'algorithme précédent résout théoriquement le problème d'estimation, sous respect des hypothèses associées. Bien que la théorie garantisse une solution optimale stable, son implantation sur ordinateur peut être contrainte par de nombreux problèmes pratiques, notamment la taille de l'encodage, ne permettant pas de calculer numériquement des valeurs suffisamment précises. Il en résulte des erreurs d'estimation et des matrices de covariance à valeurs propres potentiellement négatives, nuisibles à la stabilité de l'algorithme [Thornton 1978]. De nombreuses variantes algorithmiques ont été étudiées pour contourner ces difficultés d'implantation. La solution la plus courante consiste à appliquer une formulation dite racine carrée (*square root*) permettant de propager l'état estimé et la racine carrée de la matrice

de covariance de l'erreur d'estimation. De cette façon, les erreurs numériques sont évitées, y compris lorsque l'utilisation de la double précision n'est pas possible, et la positivité de la matrice de covariance est préservée.

L'idée associée à cette formulation consiste à utiliser une des propriétés intrinsèque à toute matrice symétrique et définie semi-positive, à savoir que pour toute matrice carrée  $A$  vérifiant ces propriétés, il existe au moins une matrice racine carrée  $\sqrt{A}$  vérifiant l'égalité 2.57.

$$\sqrt{A}\sqrt{A}^T = A \quad (2.57)$$

Par conséquent, appliqué à la matrice de covariance de l'erreur d'estimation  $P$ , le filtre dénommé racine carrée propose de remplacer les calculs récurrents sur la matrice de covariance  $P$  par des calculs équivalents sur sa matrice racine carrée  $\sqrt{P}$ , avant d'établir l'état estimé et le gain de Kalman à partir de cette dernière. Qualitativement, cette procédure revient à ramener le problème de propagation de la variance à un problème de propagation de l'écart-type.

Parmi l'ensemble des matrices racines carrées possibles vérifiant l'égalité précédente, une seule fait appel à des matrices triangulaires inférieures ou supérieures, offrant l'avantage de diminuer le nombre d'éléments en mémoire de  $n^2$  à  $n(n+1)/2$  éléments,  $n$  correspondant à la dimension de l'état. Une première factorisation, appelée *factorisation de Cholesky*, permet de générer séquentiellement, et ligne par ligne, les éléments d'une matrice triangulaire inférieure  $\sqrt{P}$  tel que  $\sqrt{P}\sqrt{P}^T = P$ . Ce développement, associé aux équations récursives appliquées à la matrice de Cholesky, porte le nom de *filtre de Potter*. Inversement, le *filtre de Carlson* [Carlson 1973] permet de définir une matrice triangulaire supérieure, calculable colonne par colonne, et vérifiant les mêmes égalités et formules de récursion. Enfin deux factorisations, appelées *factorisation U-D* et *factorisation UDU<sup>t</sup>*, développées par Bierman et Thornton [Bierman 1975] [Thornton 1978], permettent de travailler sur des matrices triangulaires inférieures sans pour autant nécessiter certains calculs intermédiaires, réduisant ainsi le coût calculatoire de l'algorithme. Des versions récursives, portant le nom de *AUDI* (pour *Augmented UD Identification*) ont par la suite été implémentées, à partir de ces méthodes, avec un coût calculatoire moindre et de meilleures performances [Niu 1995a] [Niu 1995b].

La formulation racine carrée du filtre de Kalman permet de garantir la stabilité sur calculateur, même en l'absence de calculs en double précision et y compris dans le cas d'une précision numérique limitée ne permettant pas d'obtenir la solution exacte théorique. Cette avantage de taille a conduit à une généralisation de son implantation, en particulier dans le secteur spatial. Les premiers algorithmes proposés tels que le filtre de Potter permettaient de résoudre les problèmes de stabilité numérique rencontrés mais consommaient cependant davantage de puissance de calcul. Le développements de nouveaux algorithmes [Bierman 1975] ont finalement permis

de résoudre les problèmes de précision numérique et de positivité de la matrice de covariance des erreurs d'estimation sans surcoût calculatoire. Plusieurs versions sont aujourd'hui proposées sur la base d'une formulation racine carrée telles que la factorisation U-D, l'algorithme de Potter ou de Carlson. Chacune d'entre elles fournit une amélioration numérique associée à des conditions d'applications particulières. Selon les cas d'application, les contraintes numériques rencontrées et les capacités de calcul disponibles, elles pourront être préférées au filtre de Kalman classique afin d'assurer la stabilité numérique du filtre.

## 2.2 Gestion des incertitudes et des non linéarités

De nombreux problèmes d'estimation nécessitent l'application de méthodes plus complexes, capable de gérer la présence d'incertitudes et de non linéarités, dans des domaines d'application et pour des véhicules très variés [Berge 2009]. Plusieurs algorithmes ont ainsi été proposés pour trouver des solutions approchées. Ils se rangent en quatre grandes catégories : les approximations analytiques, les approches numériques, les approches par échantillonnage et enfin les approches multi-modèles. Ces dernières découlent entre autres du recours à l'approche polytopique [Nagy 2010] [Biannic 2010] introduite pour la gestion d'incertitudes. Chacune de ces grandes catégories sera abordée dans la suite de cette section. Parmi ces solutions, certaines ne s'attachent qu'à l'une des limitations précédentes, comme c'est le cas pour le filtre de Kalman étendu, dédié aux cas de systèmes non linéaires mais supposant toujours des distributions gaussiennes. D'autres, moins restrictives mais souvent plus complexes, ne font aucune hypothèse *a priori* sur les distributions rencontrées. C'est le cas notamment des filtres particuliers présentés par la suite. Mais il est parfois préférable de s'en tenir à des filtres gaussiens capables de mieux approximer les distributions rencontrées lorsque les écarts restent faibles. Les algorithmes procédant par échantillonnage et ayant recours aux *points Sigma* permettent par exemple d'approximer les distributions en jeu après application d'une transformée non linéaire. Ce type d'approche est illustré par la suite avec le développement du filtre de Kalman non parfumé, puis avec le filtre à différences divisées. Enfin, les approches multi-modèles clôturent cette section. Elle permettent de prendre en considération différents modes de fonctionnement en combinant les avantages des méthodes précédentes (filtre de Kalman et ses dérivées).

### 2.2.1 Le filtre de Kalman étendu

Jusqu'à présent, nous avons supposé que le système pouvait être représenté par une modélisation linéaire et que les incertitudes et erreurs de modélisation correspondantes pouvaient être représentées sous forme de bruits blancs gaussiens de moyenne nulle. Néanmoins, dans la plupart des applications non académiques, des non linéarités sont présentes dans la dynamique qui nécessitent donc le développement de méthodes plus élaborées. De nombreuses approches ont été développées, la plus connue étant celle du filtre de Kalman Étendu (EKF pour *Extended Kalman*

*Filter*), correspondant à une extension non linéaire du filtre de Kalman classique.

Cette approche est illustrée ici dans le cas le plus courant d'un modèle d'état continu, avec des observations discrètes :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) + G(t)w(t) \quad (2.58a)$$

$$y_k = h(x_k, u(t), t_k) + v_k \quad (2.58b)$$

avec  $f$  et  $h$  deux fonctions non linéaires fonction de l'état  $x$ , du temps  $t$  et de variables exogènes connues  $u$ ;  $w$  et  $v$  sont deux bruits blancs, gaussiens, indépendants, et de moyenne nulle tels que :

$$E(w(t)w^T(t + \tau)) = Q(t)\delta(\tau) \quad (2.59)$$

et

$$E(v_k v_{k+i}^T) = R_k \delta_i \quad (2.60)$$

Le principe consiste à transposer la théorie précédente à un système linéarisé autour d'une trajectoire nominale, de façon à pouvoir recouvrir une solution approchée du problème d'estimation. L'étape de linéarisation n'est cependant pas anodine et introduit des erreurs qui sont propagées au cours du temps, pouvant provoquer l'instabilité du filtre. Il est donc important que les non linéarités rencontrées soient correctement approximées. L'état vrai du système non linéaire peut ensuite être estimé localement à partir du modèle linéarisé.

Dans un premier temps, on note  $x^*(t)$ ,  $u^*(t)$  et  $y^*(t)$  les trajectoires nominales de l'état  $x$ , des entrées  $u$  et des observations  $y$  à chaque instant  $t$ , associés au modèle d'état nominal suivant :

$$\begin{aligned} \dot{x}^*(t) &= f(x^*(t), u^*(t), t) \\ y_{k+1}^* &= h(x_{k+1}^*, u_{k+1}^*, k+1) \end{aligned} \quad (2.61)$$

Le filtre de Kalman étendu consiste à appliquer aux fonctions  $f$  et  $h$  un développement en série de Taylor limité au premier ordre autour de cette trajectoire de référence, de façon à obtenir un système d'état linéarisé associé aux perturbations  $\delta x(t) = x(t) - x^*(t)$ ,  $\delta u(t) = u(t) - u^*(t)$ ,  $\delta y(t) = y(t) - y^*(t)$ .

Ce développement appliqué à l'équation d'état continue permet d'obtenir une première équation linéarisée associée au modèle de perturbation :

$$f(x(t), u(t), t) \cong f(\hat{x}^*(t), u^*(t), t) + F_x(\hat{x}^*(t), u^*(t))\delta x(t) + F_u(\hat{x}^*(t), u^*(t))\delta u(t) \quad (2.62)$$

soit :

$$\delta\dot{x}(t) = F_x(\hat{x}^*(t), u^*(t))\delta x(t) + F_u(\hat{x}^*(t), u^*(t))\delta u(t) + G(t)w(t) \quad (2.63)$$

De la même façon, l'équation d'observation associée au modèle de perturbation est obtenue en réalisant un développement de la fonction  $h$ , autour de la trajectoire nominale :

$$h(x_k, u_k, k) \cong h(\hat{x}_k^*, u_k^*, k) + H_x(\hat{x}_k^*, u_k^*)\delta x_k + H_u(\hat{x}_k^*, u_k^*)\delta u_k \quad (2.64)$$

et donc :

$$\delta y_{k+1} = H_x(\hat{x}_{k+1}^*, u_{k+1}^*)\delta x_{k+1} + H_u(\hat{x}_{k+1}^*, u_{k+1}^*)\delta u_{k+1} + v_{k+1} \quad (2.65)$$

Les matrices  $F_x$ ,  $F_u$  et  $H_x$ ,  $H_u$  correspondent aux matrices jacobiennes respectivement associées à  $f$  et  $h$  autour des vecteurs d'état et d'entrée nominaux  $x^*(t)$  et  $u^*(t)$ . Elles s'expriment sous la forme discrète selon :

$$F_x(k) = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_k^*} \quad \text{et} \quad F_u(k) = \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{u_k^*} \quad (2.66)$$

$$H_x(k) = \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{x_k^*} \quad \text{et} \quad H_u(k) = \left. \frac{\partial h}{\partial u} \right|_{u_k^*} \quad (2.67)$$

Dans la suite du développement, on considèrera que  $u^*(t_k)$  et  $u(t_k)$  sont confondues, impliquant  $F_u(k) = 0$  et  $H_u(k) = 0$  et on notera  $F_x(k) = F_k$  et  $H_x(k) = H_k$ .

Le modèle d'état associé au modèle perturbé correspond finalement à un modèle d'état linéaire classique sur lequel le filtre de Kalman peut être appliqué. À chaque instant, les derniers estimés disponibles servent de référence pour identifier la trajectoire nominale, l'objectif étant finalement de remonter à l'estimation de l'état à partir de cette trajectoire et d'une estimation de l'état perturbé, soit  $\hat{x} = x^* + \delta x$ . Cette procédure signifie qu'à chaque pas de temps, une linéarisation des équations d'état et d'observation est effectuée autour de la dernière trajectoire estimée disponible. Un choix classique de trajectoire nominale correspond à  $x^* = x_{k|k}$  pour l'étape de prédiction et à  $x^* = x_{k+1|k}$  pour l'étape de correction puisqu'il s'agit des meilleurs estimés disponibles des vecteur d'état à ces instants. Ce choix n'est pas unique et d'autres algorithmes dérivés se basent sur une trajectoire légèrement différente, notamment lors de l'étape de correction. La valeur filtrée  $\hat{x}_k$  étant censée être plus proche de l'état réel que  $\hat{x}_{k+1|k}$ , on peut par exemple linéariser à nouveau le modèle au voisinage de ce point afin de commettre moins d'erreur dans la calcul d'une nouvelle correction. Il est même possible d'itérer ce processus jusqu'à ce que la variation sur l'estimé induite par l'estimateur ne soit plus significative. Par un procédé analogue, la précision de l'étape de prédiction peut être également améliorée en recalculant le point au voisinage duquel s'effectue la linéarisation du

modèle d'évolution  $f(x_k)$ . Cette technique, dénommée filtre de Kalman étendu itératif, améliore les performances de l'estimation en présence de non linéarités évoluant rapidement. Du point de vue mathématique, elle équivaut à une optimisation de type Gauss-Newton [Bell 1994] de la vraisemblance du terme de correction de l'état prédit (équation 2.139 présentée plus loin dans la section 2.3.2).

On en déduit la prédiction du vecteur d'état et de sa matrice de covariance sous forme discrète selon :

$$\hat{x}_{k+1|k} = \hat{x}_{k|k} + \int_{t_k}^{t_{k+1}} f(\hat{x}_{k|k}, k) dt \quad (2.68)$$

$$P_{k+1|k} = F_k P_{k|k} F_k^T + Q_k \quad (2.69)$$

La matrice de covariance de l'erreur  $P$  correspond initialement à la covariance de l'erreur de l'état perturbé  $\delta x$ . Néanmoins, celle-ci correspond aussi à la covariance de l'erreur associée à l'état. En effet, en notant  $\tilde{x} = \delta x - \hat{\delta x}$ , et en s'appuyant sur le choix de la trajectoire optimale  $x^* = \hat{x}$ , on en déduit de façon générale :

$$\tilde{\delta x} = \tilde{x} - \tilde{x}^* = (x - x^*) - (\hat{x} - \hat{x}^*) = (x - x^*) - 0 = \tilde{x} \quad (2.70)$$

et en conséquence, en reprenant la définition de la matrice de covariance :

$$P = \text{cov}(\tilde{\delta x}) = \text{cov}(\tilde{x}) = \text{cov}(x - \hat{x}) \quad (2.71)$$

Ce constat ne doit néanmoins pas faire oublier l'approximation réalisée au premier ordre lors du développement en série de Taylor.

L'étape de mise à jour de l'état à partir des nouvelles observations  $y_{k+1}$  s'effectue de la même façon à partir de la valeur nominale de l'état  $x_{k+1}^*$  choisie égale à  $\hat{x}_{k+1|k}$ , la meilleure valeur disponible à l'instant  $t_{k+1}$  avant correction. En utilisant les équations du filtre de Kalman appliquées au modèle de perturbations, il en découle :

$$K_{k+1} = P_{k+1|k} H_k^T (H_k P_{k+1|k} H_k^T + R_{k+1})^{-1} \quad (2.72)$$

$$\hat{x}_{k+1|k+1} = \hat{x}_{k+1|k} + K_{k+1} (y_{k+1} - h(\hat{x}_{k+1|k})) \quad (2.73)$$

$$P_{k+1|k+1} = P_{k+1|k} - K_{k+1} (H_k P_{k+1|k} H_k^T + R_{k+1}) K_{k+1} \quad (2.74)$$

Le filtre de Kalman étendu fournit donc une solution d'estimation en s'appuyant sur les équations du filtre de Kalman appliqué à un modèle perturbé. Il implique une linéarisation systématique par le biais d'un développement en série de Taylor (limité ici au premier ordre), avant chaque étape et à chaque pas de temps autour du dernier estimé disponible. Néanmoins, les approximations induites par les étapes de linéarisation ne permettent plus d'affirmer l'égalité  $\hat{x}_{k|k} = E[x_k|y_k]$ . On parle alors de filtre sous-optimal.

Bien que le filtre de Kalman étendu fournisse une estimation des états en présence de non linéarités, d'autres problèmes peuvent apparaître. Tout d'abord, les approximations linéaires des équations d'évolution et d'observation introduisent des erreurs importantes en cas de fortes non linéarités, qui seront propagées à chaque pas de temps. Ensuite, des erreurs numériques peuvent survenir dans le calcul des matrices jacobiniennes dans le cas où des formulations analytiques exactes ne sont pas disponibles. En conséquence, des cas de divergence peuvent apparaître. Il existe cependant différentes techniques permettant d'améliorer la robustesse du filtre. Tout d'abord, le développement en série de Taylor peut être porté au second ordre afin de mieux capter les non linéarités. Cette solution peut s'avérer suffisante si celles-ci ne sont pas trop prononcées. [Jazwinski 2007] a ainsi proposé un filtre de Kalman étendu légèrement modifié, en faisant l'hypothèse que les termes d'ordre deux du développement en série de Taylor sont bornés. On peut également préférer recourir à des approximations par discrétisation, afin de mieux tenir compte de l'effet des transformations non linéaires ou de distributions pseudo-gaussiennes. C'est le cas du filtre de Kalman non parfumé, présenté dans la sous-section suivante. Si les erreurs numériques sont la cause principale d'une possible instabilité, on peut recourir à la formulation de type racine carrée des équations de l'EKF, réputée numériquement plus stable.

### 2.2.2 Les points sigma et le filtre de Kalman non Parfumé

Les principales limitations du filtre de Kalman étendu proviennent du développement en série de Taylor au premier ordre utilisé pour la linéarisation. Dans le cas de fortes non linéarités, cette approximation peut s'avérer insuffisante et conduire à la propagation d'erreurs, et à l'instabilité du filtre. Julier et Uhlmann ont donc proposé en 1995 [Julier 1995] [Julier 1997] [Julier 2004] de conserver les équations récursives mais de modifier la méthode de linéarisation. La structure du filtre estimateur est donc similaire à celle du filtre de Kalman étendu, mais la linéarisation de l'EKF est remplacée par une approche radicalement différente appelée *Transformation non parfumée* (UT pour *Unscented Transformation*). Le principe consiste à échantillonner l'espace d'état en des points spécifiques appelés *points Sigma*, en lesquels la transformation non linéaire est appliquée. Ces points permettent d'approcher les distributions, et leur transformation par une application non linéaire conduit à un nouveau jeu de points Sigma dont la valeur moyenne (moment d'ordre 1 ou espérance conditionnelle), et la covariance (moment d'ordre 2), définissent la nouvelle distribution de l'état du modèle non linéaire. La suite de cette section présente la transformation non parfumée classique ainsi que son extension, appelée *transformation non parfumée mise à l'échelle* (SUT pour *Scaled Unscented Transformation*), qui permet de garantir une matrice de covariance semi-définie positive. Le filtre de Kalman non parfumé (UKF pour *Unscented Kalman Filter*) conclut finalement cette section.

### 2.2.2.1 La transformation non parfumée

La transformation non parfumée a recours à un échantillonnage déterministe pour calculer la moyenne et la covariance d'une distribution. Elle permet de propager un jeu de points donnés au travers d'une transformation non linéaire, offrant une alternative intéressante à la linéarisation précédente. Pour ce faire, elle définit dans un premier temps, pour  $x \in \mathbb{R}^n$  une variable aléatoire de moyenne  $\bar{x}$  et de covariance  $P^{xx}$ , une nouvelle matrice  $\chi$  composée de  $(2n+1)$  vecteurs de l'espace d'état, appelés *points Sigma* et notés  $\chi_i$ , ainsi que leurs pondérations respectives, selon l'équation 2.75 [Julier 2002] :

$$\begin{aligned} \chi^{(0)} &= \bar{x} & W^{(0)} &= \kappa/(n + \kappa) & i &= 0 \\ \chi^{(i)} &= \bar{x} + \left( \sqrt{(n + \kappa)P^{xx}} \right)_i & W^{(i)} &= 1/2(n + \kappa) & i &= 1, \dots, n \\ \chi^{(i)} &= \bar{x} - \left( \sqrt{(n + \kappa)P^{xx}} \right)_{i-n} & W^{(i)} &= 1/2(n + \kappa) & i &= n + 1, \dots, 2n \end{aligned} \quad (2.75)$$

avec  $\left( \sqrt{(n + \kappa)P^{xx}} \right)_i$  la  $i^{\text{ème}}$  colonne (et ligne) de la racine carrée de la matrice  $P^{xx}$  et  $W^{(i)}$  le poids associé au  $i^{\text{ème}}$  point. Les  $(2n+1)$  pondérations peuvent être positives ou négatives, mais elles doivent nécessairement vérifier l'égalité  $\sum_{i=0}^{2n} W^{(i)} = 1$  afin que l'estimation soit non biaisée.  $\kappa$  est un paramètre d'échelle réglant la dispersion des points Sigma autour de  $\bar{x}$ . Il fournit un degré de liberté supplémentaire pour affiner le réglage des moments supérieurs ou égaux à trois. Par exemple, dans le cas d'une distribution gaussienne pour des systèmes multi-dimensionnels, il est conseillé d'utiliser  $\kappa = 3 - n$ . Pour les autres distributions, le choix de  $\kappa$  peut s'avérer délicat. Ce paramètre joue un rôle important pour garantir une bonne approximation des distributions rencontrées puisqu'il est directement lié à la dispersion des points Sigma autour de la valeur moyenne du vecteur d'état. En effet, la distance des points Sigma par rapport à  $\bar{x}$ , i.e.  $|\chi^{(i)} - \bar{x}|$  est proportionnelle à  $\sqrt{n + \kappa}$  et selon les distributions rencontrées, cette dispersion nécessite d'être ajustée afin que ces dernières soient correctement approximées. On peut noter par exemple que lorsque  $\kappa = 0$ , cette distance est directement proportionnelle à  $\sqrt{n}$  : lorsque  $\kappa > 0$  les points Sigma s'éloignent de  $\bar{x}$  et inversement, lorsque  $\kappa < 0$ , ils se rapprochent automatiquement de  $\bar{x}$ . Néanmoins, le choix d'une valeur négative peut conduire à l'obtention d'une matrice de covariance semi-définie négative. Pour l'éviter, on préfère alors recourir à une transformation particulière appelée transformation non parfumée mise à l'échelle [Lee 2005] [Condomines 2015], qui introduit de nouveaux paramètres de réglages afin de garantir les propriétés de positivité de la matrice de covariance, tout en assurant une bonne dispersion des points Sigma.

Ces points Sigma sont ensuite propagés à travers la transformation non linéaire qui ne nécessite dès lors aucune linéarisation préalable :

$$\gamma^{(i)} = h(\chi^{(i)}) \quad i = 0, \dots, 2n \quad (2.76)$$

Enfin, la moyenne et la covariance estimée de  $y$  sont approximées par l'intermédiaire des sommes pondérées 2.77 et 2.78 :

$$\bar{y} = \sum_{i=0}^{2n} W^{(i)} \gamma^{(i)} \quad (2.77)$$

$$P^{yy} = \sum_{i=0}^{2n} W^{(i)} (\gamma_i - \bar{y}) (\gamma_i - \bar{y})^T \quad (2.78)$$

Ce procédé, appliqué à une fonction non linéaire arbitraire, permet d'obtenir des précisions sur la moyenne et la covariance équivalentes à celles issues d'un développement en série de Taylor du second ordre. Dans le cas particulier de distributions gaussiennes, ces précisions sont même augmentées jusqu'au terme du troisième ordre. La Figure 2.1 illustre cette approche dans le cas d'une transformation fortement non linéaire d'une distribution gaussienne. Le second schéma montre la moyenne et la covariance obtenues grâce à l'approche par échantillonnage via les points Sigma, tandis que le premier schéma montre le résultat d'une approche plus classique recourant à une linéarisation autour d'un unique point. La précision de la transformée non parfumée permet de reconstruire correctement les deux premiers moments associés à la distribution résultante de la transformation non linéaire, y compris dans le cas de fortes non linéarités. En comparaison, la linéarisation par développement en série de Taylor au premier ordre permet d'obtenir seulement la moyenne de la nouvelle distribution, sa covariance n'étant pas captée correctement. Cet avantage de l'UKF sur l'EKF vaut surtout pour des cas d'applications fortement non linéaires. [Rhudy 2013] et [Gross 2012] illustrent, via de nombreux exemples, tels que l'estimation d'attitude d'un drone, que les erreurs commises par l'EKF et l'UKF sont quasiment similaires. En revanche, dans des cas d'application à faible non linéarité et en présence de distributions gaussiennes, [Gustafsson 2012] a montré que l'UKF pouvait avoir de moins bonnes performances pour l'estimation des deux premiers moments caractérisant la distribution de l'état qu'un EKF recourant à un développement en série de Taylor d'ordre deux.

### 2.2.2.2 La transformée non parfumée mise à l'échelle

Nous avons vu que la sélection des points Sigma à chaque pas de temps permet de reconstruire avec une grande précision la moyenne et la covariance statistique associées à la distribution de l'état. Néanmoins, le choix des points Sigma et des paramètres de réglage qui leur sont associés restent déterminantes. Dans le cas de la transformation non parfumée, on fait le choix de points symétriques par rapport à  $\hat{x}_{k|k}$  avec des pondérations identiques, et tels que  $\hat{x}_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2n} W^{(i)} \chi_{k+1|k}^{(i)}$ . Ceci a pour conséquence que la moyenne, la covariance, et les moments centrés d'ordre impair calculés à partir de ces points sont identiques aux quantités caractéristiques de la distribution associée à l'état vrai [Julier 2004]. Néanmoins, il apparaît que les moments centrés d'ordre pair supérieur à 2 ( $>$ ) ne sont pas restitués avec précision. Le choix du paramètre  $\kappa$  joue alors un rôle prépondérant, et permet d'adapter la

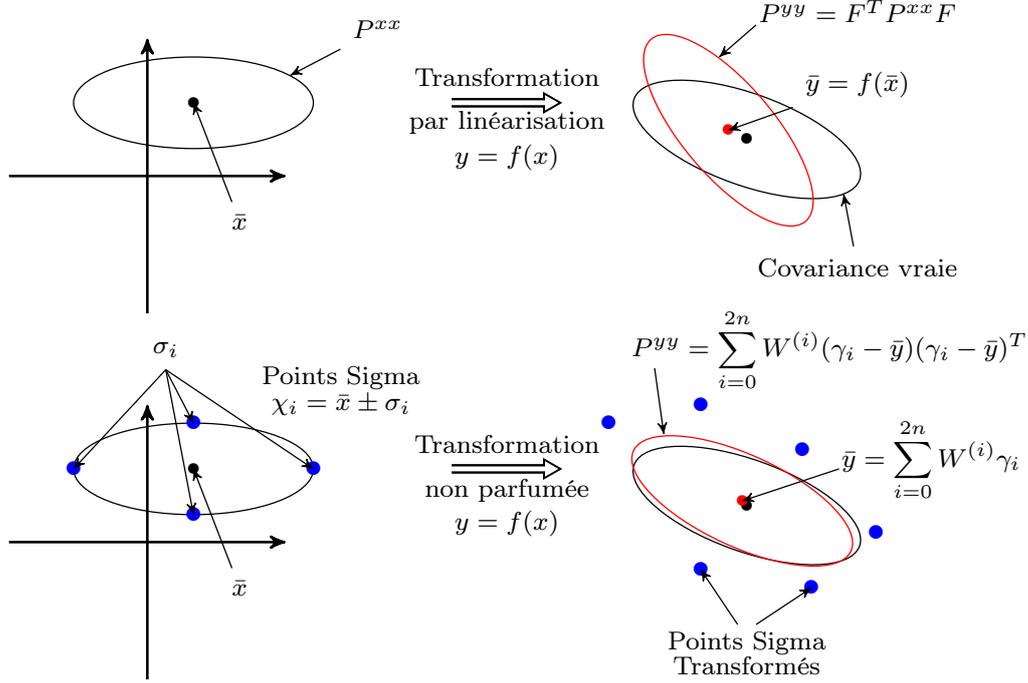


FIGURE 2.1 – Schéma de propagation de la moyenne et de la covariance. D'après [Lee 2005]

répartition des points Sigma en fonction des distributions rencontrées. Néanmoins, son choix est délicat dans la mesure où il peut conduire à une matrice de covariance semi-définie négative. La transformée non parfumée mise à l'échelle [Julier 2002] a donc été développée afin de gérer cette difficulté tout en limitant l'impact de l'erreur d'estimation des termes d'ordre supérieur à 2. Le jeu de points Sigma d'origine est alors modifié selon l'équation 2.79 :

$$\chi'_i = \chi_i + \alpha(\chi_i - \chi_0) \quad (2.79)$$

avec  $\alpha$  un facteur d'échelle positif appliqué aux points Sigma et choisi suffisamment petit (typiquement entre 0.1 et 1) de façon à limiter l'impact des moments d'ordre élevé. Tout comme  $\kappa$ , ce paramètre influence la dispersion des points Sigma initiaux autour de  $\hat{x}_{k|k}$ . Les poids associés au jeu de points Sigma mis à l'échelle  $S' = \{W', \chi'\}$  sont alors calculés selon :

$$W'_i = \begin{cases} W_0/\alpha^2 + (1 - 1/\alpha^2) & i = 0 \\ W_i/\alpha^2 & i \neq 0 \end{cases} \quad (2.80)$$

et les moyennes et covariances statistiques de  $y = h(x)$  par :

$$\gamma'_i = h(\chi'_i) \quad (2.81)$$

$$\bar{y}' = \sum_{i=0}^{2n} W_i' \gamma_i' \quad (2.82)$$

$$P'_{yy} = \sum_{i=0}^{2n} W_i' (\gamma_i' - \bar{y}') (\gamma_i' - \bar{y}')^T + (1 + \beta - \alpha^2) (\gamma_i' - \bar{y}') (\gamma_i' - \bar{y}')^T \quad (2.83)$$

où  $\beta$  est un troisième paramètre permettant de prendre en compte des informations sur les moments d'ordre supérieur à 3 de la distribution. Dans le cas d'une distribution gaussienne,  $\beta = 2$  correspond à un choix optimal.

Le rôle similaire des paramètres  $\kappa$  et  $\alpha$  permet de définir un nouveau paramètre  $\lambda$  les combinant, tel que :

$$\lambda = \alpha^2(n + \kappa) - n \quad (2.84)$$

Il s'en suit une nouvelle définition des points Sigma et des pondérations selon :

$$\begin{aligned} \chi_0 &= \bar{x} & i &= 0 \\ \chi_i &= \bar{x} + \left( \sqrt{(n + \lambda) P^{xx}} \right)_i & i &= 1, \dots, n \\ \chi_i &= \bar{x} - \left( \sqrt{(n + \lambda) P^{xx}} \right)_{i-n} & i &= n + 1, \dots, 2n \\ W_i^{(m)} &= \begin{cases} \frac{\lambda/n + \lambda}{1} & i = 0 \\ \frac{1}{2(n + \lambda)} & i = 1, \dots, 2n \end{cases} & & (2.85) \\ W_i^{(c)} &= \begin{cases} \frac{\lambda/(n + \lambda) + (1 - \alpha^2 + \beta)}{1} & i = 0 \\ \frac{1}{2(n + \lambda)} & i = 1, \dots, 2n \end{cases} & & \end{aligned}$$

$W_i^{(m)}$  et  $W_i^{(c)}$  étant les poids associés respectivement aux calculs de la moyenne et de la covariance.

Cette approche, combinée à la structure récursive du filtre de Kalman étendu, permet d'obtenir un algorithme plus stable avec des performances souvent plus intéressantes. Le calcul systématique des points Sigma à chaque pas de temps a également conduit Julier [Julier 1998] à introduire des points Sigma réduits appelés *simplex sigma points* réduisant le nombre de points Sigma à  $n + 1$  éléments et en conséquence le coût calculatoire de l'algorithme. Il démontre que dans le cas d'un espace de dimension  $n$ ,  $n + 1$  points Sigma formant un simplexe dans cette espace, sont nécessaires et suffisants pour capturer une valeur et une dispersion données (les deux premiers moments) [Julier 2003]. Une plus grande précision sur les moments d'ordre supérieurs ne sera néanmoins pas garantie. Le choix final du nombre de points Sigma dépendra d'un compromis entre la charge calculatoire, la qualité de l'estimation obtenue et la représentativité de l'échantillon vis-à-vis de la distribution initiale caractérisant l'état à chaque pas de temps. Néanmoins, plus le nombre de points Sigma sera faible, plus le choix de leur dispersion aura un impact sur la qualité de l'approximation des distributions rencontrées. C'est pourquoi les méthodes

usuelles telles que les transformations non parfumées classiques et mises à l'échelle restent basées sur un jeu de  $2n + 1$  éléments.

### 2.2.2.3 Le filtre de Kalman non parfumé

Le filtre de Kalman non parfumé substitue à l'étape de linéarisation de l'EKF la transformée non parfumée précédente. La suite de cette section illustre son application au problème de filtrage entièrement discret, similaire à celui des équations 2.58a et 2.58b.

On définit dans un premier temps les  $2n + 1$  points Sigma associés au vecteur d'état à partir de la transformation 2.75. Lors de l'étape de prédiction, la transformation non linéaire  $f$  est appliquée à chacun des points Sigma, permettant d'obtenir un nuage de points modifié dont les propriétés statistiques permettent de calculer la moyenne des estimés et la covariance de l'erreur.

$$\chi_{i,k+1} = f(\chi_{i,k}, k) \quad (2.86)$$

$$\hat{x}_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(m)} \chi_{i,k+1} \quad (2.87)$$

$$P_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(c)} (\chi_{i,k+1} - \hat{x}_{k+1|k}) (\chi_{i,k+1} - \hat{x}_{k+1|k})^T \quad (2.88)$$

De la même façon, l'étape de correction a recours à la transformée non parfumée pour obtenir un nouveau nuage de points Sigma après application de la transformation non linéaire  $h$ .

$$\gamma_{i,k+1} = h(\chi_{i,k+1}, k + 1) \quad (2.89)$$

$$\hat{y}_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(m)} \gamma_{i,k+1} \quad (2.90)$$

$$P_{k+1|k}^{yy} = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(c)} (\gamma_{i,k+1} - \hat{y}_{k+1|k}) (\gamma_{i,k+1} - \hat{y}_{k+1|k})^T \quad (2.91)$$

La covariance associée à l'innovation  $P_{k+1}^\varepsilon$  et la matrice d'inter-corrélation  $P_{k+1}^{xy}$  peuvent être calculées selon :

$$P_{k+1}^\varepsilon = P_{k+1|k}^{yy} + R_{k+1} \quad (2.92)$$

$$P_{k+1|k}^{xy} = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(c)} (\chi_{i,k+1} - \hat{x}_{k+1|k}) (\gamma_{i,k+1} - \hat{y}_{k+1|k})^T \quad (2.93)$$

Le gain  $K_{k+1}$ , l'état estimé mis à jour  $\hat{x}_{k+1|k+1}$  et sa covariance associée  $P_{k+1|k+1}$  sont ensuite calculés à partir des équations de correction usuelles 2.42, 2.43 et 2.44

en y injectant les nouvelles expressions des matrices  $P_{k+1}^\varepsilon$  et  $P_{k+1|k}^{xy}$  et de l'innovation  $\varepsilon_{k+1} = y_{k+1} - \hat{y}_{k+1|k}$ .

Le filtre de Kalman non parfumé suit donc la même logique que le filtre de Kalman étendu, à la différence que les non linéarités sont gérées par l'intermédiaire d'une transformation spécifique et non par un développement en série de Taylor. Bien que l'UKF représente un outil bien plus efficace que l'EKF pour des applications fortement non linéaires ou présentant des erreurs d'initialisation importantes [Chowdhary 2010] [Crassidis 2006] [Fiorenzani 2008], sa complexité (évaluée à environs 10x celle de l'EKF, en fonction du nombre d'états [Gross 2012]) peut le rendre plus difficile d'emploi. Une version simplifiée ainsi que plusieurs algorithmes dérivés de l'UKF ont ensuite été proposés par Hao *et al.* [Hao 2007] afin de faciliter son implantation pour des systèmes réels. Moon, Han et Kwon [Moon 2016] ont tout récemment proposé une version plus stable numériquement et à coût mémoire moindre nommé filtre de Kalman non parfumé quadratique. À moins d'être certain de l'apport de cet algorithme (états initiaux très mal connus, fortes non linéarités), l'EKF, bien que potentiellement moins robuste, reste souvent utilisé en pratique pour des systèmes faiblement non linéaires.

### 2.2.3 Le filtre à différences divisées

Tout comme l'UKF, le filtre à différences divisées représente une autre variante de l'EKF et ne diffère que par sa façon d'aborder l'étape de linéarisation. Ce filtre, développé par Nørgaard en 2000 [Nørgaard 2000], substitue le développement en série de Taylor de l'EKF par la formule d'interpolation de Stirling, présentée dans la suite. Cette interpolation est équivalente à une approximation polynomiale de la transformation non linéaire en des points Sigma spécifiques. Elle présente l'avantage de ne pas nécessiter de calcul des matrices jacobiniennes comme c'est le cas pour l'EKF. Ces dernières étant composées des dérivées partielles du modèle dynamique non linéaire et des équations de mesures par rapport aux états du système, une réduction significative du coût calculatoire peut être obtenue dans certaines applications lorsque des formulations analytiques ne sont pas disponibles. Le filtre à différences divisées permet également de gérer les cas où les bruits d'états ou de mesures ne sont pas additifs, sans recourir à une augmentation de l'état et donc sans augmenter la charge calculatoire de l'algorithme. Enfin, il a également recours à la décomposition de Cholesky pour exprimer les différentes matrices de covariance (cf. section 2.1.5) afin d'améliorer la stabilité numérique du filtre. Ce filtre a été proposé dans différentes versions en fonction du degré de développement de la formule de Stirling. La première se limite à une approximation du premier ordre et se note couramment DDF1. La seconde étend l'interpolation jusqu'au second ordre afin de mieux capter les non linéarités au prix d'une charge calculatoire accrue. Cette seconde version est couramment identifiée sous l'appellation DDF2.

### 2.2.3.1 Linéarisation

L'étape de linéarisation est au cœur des spécificités du filtre à différences divisées. Elle fait appel à la formule de Stirling pour le calcul de la moyenne et de la covariance. Dans un premier temps, on introduit la notion de dérivée totale, en s'appuyant sur un développement en série de Taylor multi-dimensionnel de  $y = h(x) \in \mathbb{R}^m$  une fonction non linéaire analytique, avec  $x \in \mathbb{R}^n$  une variable aléatoire de moyenne  $\bar{x}$  et de covariance  $P^{xx}$  :

$$y \simeq h(\bar{x} + \Delta x) = h(x) + \mathbf{D}_{\Delta x}^1 h + \frac{1}{2!} \mathbf{D}_{\Delta x}^2 h + \dots \quad (2.94)$$

la dérivée totale de  $h$  notée  $\mathbf{D}_{\Delta x}^k h$  s'exprimant selon :

$$\mathbf{D}_{\Delta x}^i h = \left( \Delta x_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + \Delta x_2 \frac{\partial}{\partial x_2} + \dots + \Delta x_n \frac{\partial}{\partial x_n} \right)^i h(x)|_{x=\bar{x}} \quad (2.95)$$

Ce développement est utilisé au premier ordre ou au second ordre dans l'EKF. En revanche, dans le cas du filtre à différences divisées, celui-ci est substitué par un développement similaire utilisant la formule de Stirling. La fonction  $y = h(x)$  peut ainsi être développée autour de la moyenne  $\bar{x}$  selon :

$$y \simeq h(\bar{x} + \Delta x) + \tilde{\mathbf{D}}_{\Delta x}^1 h + \frac{1}{2!} \tilde{\mathbf{D}}_{\Delta x}^2 h \quad (2.96)$$

les opérateurs à différences divisées  $\tilde{\mathbf{D}}_{\Delta x}^1$  et  $\tilde{\mathbf{D}}_{\Delta x}^2$  étant calculés selon :

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{D}}_{\Delta x}^1 h &= \frac{1}{l} \left( \sum_{p=1}^n \Delta x_p (\mu_p \delta_p) \right) h(\bar{x}) \\ \tilde{\mathbf{D}}_{\Delta x}^2 h &= \frac{1}{l^2} \left( \sum_{p=1}^n \Delta x_p^2 \delta_p^2 + \sum_{p=1}^n \sum_{q=1, p \neq q}^n \Delta x_p \Delta x_q (\mu_p \delta_p) (\mu_q \delta_q) \right) h(\bar{x}) \end{aligned} \quad (2.97)$$

où  $l$  est la longueur de l'intervalle qui dans le cas gaussien est généralement fixée à  $l = \sqrt{3}$ ;  $\delta_p$  et  $\mu_p$  correspondent respectivement à l'opérateur de différences partielles et à l'opérateur de moyenne partielle :

$$\begin{aligned} \delta_p h(\bar{x}) &= h(\bar{x} + \frac{l}{2} \mathbf{e}_p) - h(\bar{x} - \frac{l}{2} \mathbf{e}_p) \\ \mu_p h(\bar{x}) &= \frac{1}{2} \left\{ h(\bar{x} + \frac{l}{2} \mathbf{e}_p) + h(\bar{x} - \frac{l}{2} \mathbf{e}_p) \right\} \end{aligned} \quad (2.98)$$

$\mathbf{e}_p$  étant le  $p^{ieme}$  vecteur unitaire.

Ce développement est basé sur l'utilisation d'opérateurs spécifiques appliqués à la formule d'interpolation multidimensionnel 2.96 pour la linéarisation de la fonction non linéaire  $h$ . Néanmoins, le recours à la décomposition de Cholesky pour l'expression des matrices de covariance conduit à l'application de la formule de Stirling non pas sur la transformation non linéaire  $h$  mais sur une seconde transformation  $\tilde{h}$ . Cette dernière est définie par l'équation 2.100 après introduction d'une variable intermédiaire  $z$  selon l'équation 2.99 :

$$z = S_x^{-1}x \quad (2.99)$$

où  $S_x$  correspond au facteur de Cholesky associé à la matrice de covariance  $P^{xx}$ . La nouvelle application  $\tilde{h}$  est alors définie par :

$$\tilde{h}(z) \equiv h(S_x z) = h(x) \quad (2.100)$$

Contrairement à l'approximation en série de Taylor, l'application de la formule d'interpolation de Stirling à  $\tilde{h}$  ou à  $h$  ne conduit pas aux mêmes résultats. Cette différence est quantifiée par la relation 2.101 :

$$2\mu_p \delta_p \tilde{h}(\bar{z}) = \tilde{h}(\bar{z} + le_p) - \tilde{h}(\bar{z} - le_p) = h(\bar{x} + ls_p) - h(\bar{x} - ls_p) \quad (2.101)$$

où  $s_p$  correspond à la  $p^{\text{ième}}$  colonne de  $S_x$ . Par conséquent,  $\tilde{\mathbf{D}}_{\Delta x}^1 \tilde{h}$  et  $\tilde{\mathbf{D}}_{\Delta x}^2 \tilde{h}$  seront différents de  $\tilde{\mathbf{D}}_{\Delta z}^1 \tilde{h}$  et  $\tilde{\mathbf{D}}_{\Delta z}^2 \tilde{h}$ .

La formule de Stirling, approximée au premier ordre pour limiter son coût calculatoire, permet finalement le calcul de la moyenne et de la covariance des différentes distributions en l'appliquant à la fonction  $\tilde{h}(z)$  selon :

$$\begin{aligned} y &\simeq \tilde{h}(\bar{z}) + \tilde{\mathbf{D}}_{\Delta z}^1 \tilde{h} \\ &= \tilde{h}(\bar{z}) + \frac{1}{l} \left( \sum_{p=1}^n \Delta z_p (\mu_p \delta_p) \right) \tilde{h}(\bar{z}) \end{aligned} \quad (2.102)$$

On suppose que  $\Delta z$  suit une distribution gaussienne de moyenne nulle et que ses éléments ne sont pas corrélés. Cette hypothèse conduit à l'expression de l'espérance de  $\tilde{h}$  sous la forme :

$$\bar{y} = \mathbb{E} \left[ \tilde{h}(\bar{z}) + \tilde{\mathbf{D}}_{\Delta z}^1 \tilde{h} \right] = \tilde{h}(\bar{z}) = h(\bar{x}) \quad (2.103)$$

La covariance de  $y$  est, quant à elle, définie par :

$$P^{yy} = \mathbb{E} \left[ (y - \bar{y})(y - \bar{y})^T \right] \quad (2.104)$$

On peut l'exprimer en fonction des différents opérateurs à différences divisées sous la forme :

$$\begin{aligned} P^{yy} &= \mathbb{E} \left[ \left( \tilde{\mathbf{D}}_{\Delta z}^1 \tilde{h} \right) \left( \tilde{\mathbf{D}}_{\Delta z}^1 \tilde{h} \right)^T \right] \\ &= \frac{1}{4l^2} \sum_{p=1}^n \left[ \tilde{h}(\bar{z} + le_p) - \tilde{h}(\bar{z} - le_p) \right] \left[ \tilde{h}(\bar{z} + le_p) - \tilde{h}(\bar{z} - le_p) \right]^T \end{aligned} \quad (2.105)$$

L'injection de l'équation 2.101 dans 2.105 permet finalement d'obtenir la matrice de covariance  $P^{yy}$  en fonction de  $s_{x,p}$  correspondant à la  $p^{\text{ième}}$  colonne du facteur de Cholesky  $S_x$  associé à la matrice de covariance  $P^{xx}$  :

$$P^{yy} = \frac{1}{4l^2} \sum_{p=1}^n [h(\bar{x} + ls_{x,p}) - h(\bar{x} - ls_{x,p})] [h(\bar{x} + ls_{x,p}) - h(\bar{x} - ls_{x,p})]^T \quad (2.106)$$

La matrice de corrélation  $P^{xy}$  est obtenue de la même façon :

$$\begin{aligned} P^{xy} &= \mathbb{E} [(x - \bar{x})(y - \bar{y})^T] \\ &= \frac{1}{2l} \sum_{p=1}^n s_{x,p} \left[ \tilde{h}(\bar{z} + le_p) - \tilde{h}(\bar{z} - le_p) \right]^T \end{aligned} \quad (2.107)$$

et peut aussi être réécrite sous la forme :

$$P^{xy} = \frac{1}{2l} \sum_{p=1}^n s_{x,p} [h(\bar{x} + ls_{x,p}) - h(\bar{x} - ls_{x,p})]^T \quad (2.108)$$

Ce développement est utilisé au sein du filtre à différences divisées présenté dans la section suivante et peut être étendu au second ordre pour obtenir davantage de précision. Il permet l'obtention d'une moyenne équivalente à celle obtenue par un développement en série de Taylor, mais conduit à une matrice de covariance des erreurs d'estimation différente [Shi 2009]. En particulier, le développement précédent appliqué au second ordre permet l'obtention d'une matrice de covariance associée à l'état prédit de meilleure précision [Nørgaard 2000] [Saulson 2004].

### 2.2.3.2 Le filtre à différences divisées du premier ordre

Cette section décrit l'implantation de l'approximation à différences divisées au sein de la structure du filtre de Kalman. Le développement qui va suivre se base sur le cas d'un modèle dynamique similaire à celui de l'équation 2.58, mais discrétisé et généralisé à des bruits d'état et de mesure non additifs :

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= f(x_k, w_k, k) \\ y_k &= h(x_k, v_k, k) \end{aligned} \quad (2.109)$$

avec  $x_k \in \mathbb{R}^n$  le vecteur d'état,  $y_k \in \mathbb{R}^m$  le vecteur d'observation,  $w_k \in \mathbb{R}^q$  le vecteur des bruits de modèle et  $v_k \in \mathbb{R}^r$  le vecteur des bruits de mesure. Ces derniers sont supposés être des bruits blancs gaussiens non corrélés ayant pour moyenne et covariance :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[w_k] &= \bar{w}, & \mathbb{E} \left[ [w_k - \bar{w}_k] [w_k - \bar{w}_k]^T \right] &= \mathbf{Q}_k \\ \mathbb{E}[v_k] &= \bar{v}, & \mathbb{E} \left[ [v_k - \bar{v}_k] [v_k - \bar{v}_k]^T \right] &= \mathbf{R}_k \end{aligned} \quad (2.110)$$

Le filtre DDF1 requiert le calcul de plusieurs factorisations successives de Cholesky qui peuvent par exemple être effectuées via la méthode de triangularisation de Householder [Carlson 1973].

$$P_0 = S_x S_x^T, \quad Q = S_w S_w^T, \quad R = S_v S_v^T \quad (2.111)$$

Lors de l'étape de prédiction, le vecteur d'état prédit  $x_{k+1|k}$  est calculé à l'aide de l'équation 2.68 utilisée dans l'EKF :

$$\hat{x}_{k+1|k} = f(\hat{x}_k, \bar{w}, k) \quad (2.112)$$

La matrice de covariance de l'erreur d'estimation  $P_{k+1|k}$  est quant à elle déterminée par le produit symétrique suivant :

$$P_{k+1|k} = S_{x,k}(k+1)S_{x,k}^T(k+1) \quad (2.113)$$

avec  $S_{x,k}(k+1) = \left[ S_{x\hat{x},k}^{(1)}(k+1)S_{xw,k}^{(1)}(k+1) \right]$ , chaque terme étant donné par :

$$\begin{aligned} S_{x\hat{x},k}^{(1)}(k+1) &= \frac{1}{2l} \{f_i(\hat{x}_k + ls_{x,j}, \bar{w}_k) - f_i(\hat{x}_k - ls_{x,j}, \bar{w}_k)\} \\ S_{xw,k}^{(1)}(k+1) &= \frac{1}{2l} \{f_i(\hat{x}_k, \bar{w}_k + ls_{w,j}) - f_i(\hat{x}_k, \bar{w}_k - ls_{w,j})\} \end{aligned} \quad (2.114)$$

Les termes  $s_{x,j}$  et  $s_{w,j}$  correspondent respectivement à la  $j^{\text{ième}}$  colonne de  $S_x$  et à la  $j^{\text{ième}}$  colonne de  $S_w$ . Ils sont obtenus via l'équation 2.111. Le calcul de la dérivée de la matrice linéarisée  $S_{x\hat{x},k}^{(1)}(k+1)$  par rapport au bruit de modèle  $w$  n'est pas nécessaire en présence de bruit de modèle additif, réduisant par conséquent le coût associé au calcul de la covariance de l'erreur d'estimation. Cette dernière se déduit dans ce cas par l'équation 2.115 avant de recalculer sa matrice de Cholesky associée selon  $P_{k+1|k} = S_{x,k}S_{x,k}^T$  (qui interviendra dans l'étape de correction) :

$$P_{k+1|k} = S_{x\hat{x}}^{(1)}(k+1) \left( S_{x\hat{x}}^{(1)}(k+1) \right)^T + Q_{k+1} \quad (2.115)$$

De même, on calcule le vecteur de prédiction des observations  $y_{k+1|k}$  et sa matrice de covariance selon :

$$\hat{y}_{k+1|k} = h(\hat{x}_{k+1|k}, \bar{v}_{k+1}, k+1) \quad (2.116)$$

$$P_{k+1}^\varepsilon = S_\varepsilon(k+1)S_\varepsilon(k+1)^T \quad (2.117)$$

avec :

$$S_\varepsilon(k+1) = \left[ S_{y\hat{x}}^{(1)}(k+1)S_{yv}^{(1)}(k+1) \right] \quad (2.118)$$

$$\begin{aligned} S_{y\hat{x}}^{(1)}(k+1) &= \frac{1}{2l} \{h_i(\hat{x}_{k+1|k} + ls_{x,k,j}, \bar{v}_{k+1}) - h_i(\hat{x}_{k+1|k} - ls_{x,k,j}, \bar{v}_{k+1})\} \\ S_{yv}^{(1)}(k+1) &= \frac{1}{2l} \{h_i(\hat{x}_{k+1|k}, \bar{v}_{k+1} + ls_{v,j}) - h_i(\hat{x}_{k+1|k}, \bar{v}_{k+1} - ls_{v,j})\} \end{aligned} \quad (2.119)$$

où  $s_{x,k,j}$  et  $s_{v,j}$  sont respectivement la  $j^{\text{ième}}$  colonne de  $S_{x,k}$  et de  $S_v$ . Encore une fois, dans le cas de bruits de mesures additifs, le calcul de la covariance de l'innovation est simplifié puisqu'il n'est plus nécessaire de calculer la dérivée de la matrice

de linéarisation  $S_{y\varepsilon}^{(1)}(k+1)$  par rapport au bruit de mesure  $v$ . Par conséquent, la covariance de l'innovation  $P_{k+1}^v$  se déduit de la relation :

$$P_{k+1}^\varepsilon = P_{k+1}^{yy} + R_{k+1} \quad (2.120)$$

avec :

$$P_{k+1}^{yy} = S_{y\hat{x}}^{(1)}(k+1) \left( S_{y\hat{x}}^{(1)}(k+1) \right)^T \quad (2.121)$$

Finalement, la matrice de corrélation est déterminée par

$$P_{k+1}^{xy} = S_{x,k}(k+1) \left( S_{x,k}(k+1) \right)^T \quad (2.122)$$

Elle est ensuite utilisée à partir des équations de correction usuelles 2.42, 2.43 et 2.44 en y injectant les nouvelles expressions des matrices  $P_{k+1}^\varepsilon$  et  $P_{k+1|k}^{xy}$  afin d'en déduire le vecteur d'état estimé corrigé  $\hat{x}_{k+1|k+1}$  et sa matrice de covariance associée  $P_{k+1|k+1}$ .

Si le développement au premier ordre de la formule d'interpolation de Stirling n'est pas suffisant pour capter les potentielles non linéarités, on peut avoir recours à une approximation du second ordre, pour un coût calculatoire supplémentaire [Lee 2005]. Ce dernier est particulièrement utilisé dans des applications fortement non linéaires, telles que le suivi de cibles, où ses performances sont supérieures à celles obtenues grâce à l'EKF et l'UKF [Wu 2008]. Le filtre à différences divisées est également compatible avec des applications pour lesquelles le calcul des matrices jacobiniennes est impossible. De nombreuses déclinaisons existent aujourd'hui. Des versions adaptatives [Dey 2013] [Subrahmanya 2009], itératives [Shi 2008] [Wang 2012] et particulières [Shi 2007] ont notamment été développées pour l'estimation conjointe d'états et de paramètres, en présence de bruits de modèle inconnus ou de fortes non linéarités pour lesquelles l'UKF ne permet pas de fournir une précision suffisante.

#### 2.2.4 Les approches multi-modèles

Avec l'augmentation de la puissance calculatoire, les approches multi-modèles ont récemment refait leur apparition dans plusieurs applications où elles se sont avérées des solutions efficaces pour l'estimation d'états, de pannes et de paramètres. Dès 1965, Magill [Magill 1965] fait référence au premier algorithme multi-modèles, composé d'un ensemble d'estimateurs élémentaires auxquels on associe des coefficients de pondération. En 1976, Athans [Athans 1976] présenta l'Algorithme d'Estimation Multi-Modèle (MMAE pour Multiple Model Estimation Algorithm) en reprenant les travaux de Magill et Lainiotis. Cet algorithme utilise plusieurs filtres de Kalman en parallèle, chacun d'entre eux faisant une hypothèse particulière sur le système afin d'estimer des états et des paramètres inconnus. Les estimés de chaque filtre sont ensuite combinés selon la vraisemblance de leurs hypothèses respectives,

déterminée grâce aux résidus issus de chaque filtre. Cette approche utilise des sous-modèles homogènes, c'est-à-dire qu'ils partagent la même structure et le même espace d'état. Depuis, de nombreux travaux récents utilisent cette méthode, notamment pour des problématiques d'estimation de la vitesse ou de l'incidence, comme dans les travaux de Bauer *et al.* [Bauer 2016] et de Kottath *et al.* [Kottath 2017]. Des cas d'application sur un avion Airbus ont notamment été présentés par Baar *et al.* [Baar 2016] [Baár 2017] pour l'estimation de la vitesse conventionnelle. L'approche polytopique pour la gestion des incertitudes a également conduit à l'utilisation de méthodes multi-modèles [Nagy 2010] [Biannic 2010]. Comme pour tous les filtres précédents, des variantes algorithmiques existent afin d'accélérer ou de robustifier la convergence de l'algorithme d'estimation. Alsuwaidan [Alsuwaidan 2011] présente une version généralisée du MMAE permettant d'accélérer la convergence des paramètres estimés grâce au calcul d'une matrice de covariance associée à des résidus généralisés. Cette approche permet, entre autres, l'estimation des caractéristiques statistiques des bruits lors du design de filtres.

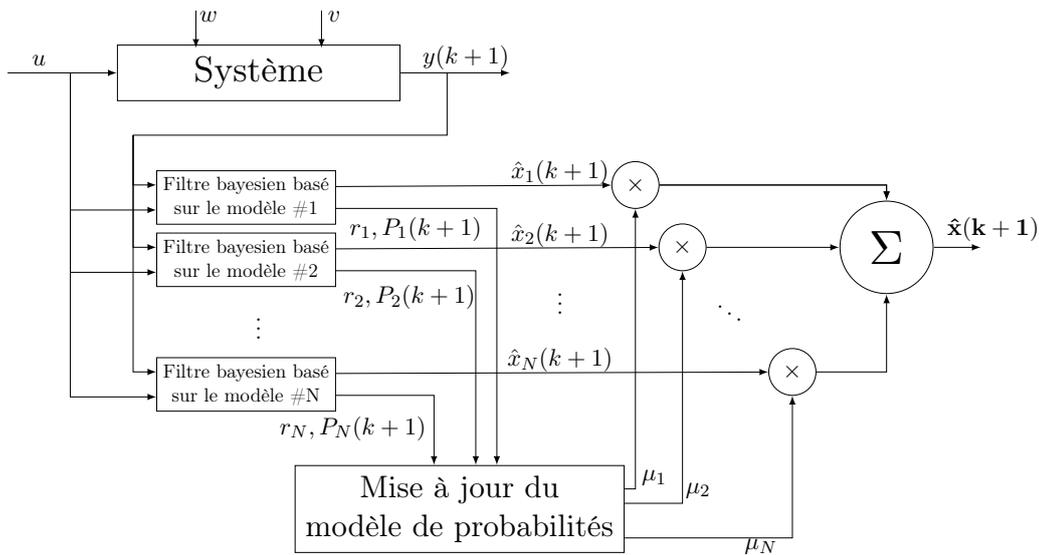


FIGURE 2.2 – Schéma de principe de l'algorithme MMAE

La Figure 2.2 illustre le principe de fonctionnement du schéma MMAE sur un pas de temps. Les éléments  $r_i$ ,  $P_i$  et  $\mu_i$  renvoient respectivement aux résidus (qui correspondent à la différence entre les mesures et leurs équivalents estimés), aux matrices de covariance de l'erreur d'estimation et aux poids associés aux états  $x_i$ .

Par opposition à la famille de méthodes multi-modèles traditionnelles, les méthodes multi-modèles découplées s'appuient sur des sous-modèles hétérogènes, c'est-à-dire reposant sur une structure et un espace d'état différents. La méthode la plus courante, nommée IMM (pour Interacting Multiple Model), considère une probabilité de transition entre modèles. Elle utilise la connaissance explicite de la probabilité

de transition entre chaque mode de fonctionnement (fonctionnement nominal ou dégradé), décrit par un filtre dédié, pour en déduire une estimation des états courants. Zhang *et al.* [Zhang 1998] [Zhang 1999] ont utilisé l'IMM pour l'estimation d'états avion et la détection de pannes et ont conclu que l'IMM fournissait de meilleures performances que le MMAE de Magill précédent, dans le cas de modèles linéaires, en termes de précision et de robustesse. Plus récemment, Wang *et al.* [Wang 2017] ont appliqué cette approche, combinée à un filtre des moindres carrés récurrents, pour l'estimation conjointe d'états et de paramètres dans le cas d'un système de suspension d'un véhicule. Mais l'approche IMM reste avant tout un outil d'estimation majoritairement utilisé dans le suivi de cibles, où plusieurs modèles linéaires différents sont nécessaires pour décrire la dynamique de l'objet suivi. Par exemple dans le cas où plus aucune information n'est disponible concernant l'objet suivi, plusieurs filtres en parallèle permettent de gérer simultanément différentes hypothèses sur ce dernier. L'approche IMM conventionnelle se limite à des systèmes linéaires et à des processus gaussiens. De cette façon, chaque filtre peut par exemple prendre la forme d'un filtre de Kalman. Néanmoins, afin d'étendre son domaine d'application, l'introduction de filtres particuliers au sein d'une architecture IMM a déjà fait l'objet de plusieurs développements, notamment par McGinnity [McGinnity 2001] dans le suivi de cibles. Ce sujet correspond d'ailleurs au domaine d'application de prédilection de l'IMM, comme le montre le rapport bibliographique de Mazor *et al.* [Mazor 1998].

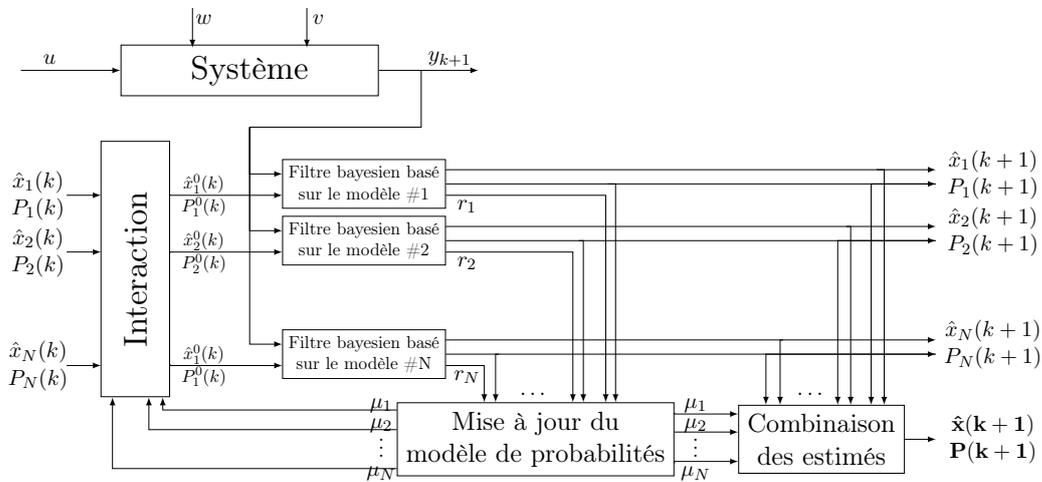


FIGURE 2.3 – Schéma de principe de l'algorithme IMM

La Figure 2.3 illustre le principe de fonctionnement de l'approche IMM. Tout comme pour la Figure 2.2, les éléments  $r_i$ ,  $P_i$  et  $\mu_i$  renvoient respectivement aux résidus, aux matrices de covariance de l'erreur d'estimation et aux poids associés aux états  $x_i$ . Les notations  $P_i^0$  et  $\hat{x}_i^0$ , spécifiques de l'approche IMM, correspondent aux matrices de covariance de l'erreur d'estimation et aux estimations de l'état après l'étape d'interaction, aussi appelé étape de mixage. Cette étape consiste à corriger

les états obtenus au pas de temps précédent à partir des pondérations  $\mu_i$ .

Les méthodes multi-modèles ont de bonnes performances, parfois supérieures aux méthodes plus classiques mais ont un coût calculatoire plus élevé dû à l'implantation de plusieurs filtres en parallèle, avec parfois la nécessité de disposer d'un grand nombre de modèles pour décrire l'ensemble des configurations possibles. De plus, afin de bien faire la distinction entre chaque mode de fonctionnement, il est nécessaire d'avoir une confiance suffisante en chacun des modèles implantés. Dans certains cas, cette contrainte peut s'avérer rédhibitoire, notamment à cause du nombre trop élevé de fausses alarmes que cela peut entraîner.

## 2.3 L'approche bayésienne

Jusqu'à présent, les solutions algorithmiques présentées reposaient sur la recherche d'une solution au problème d'estimation correspondant à la minimisation de la variance de l'erreur d'estimation. Néanmoins, ces solutions ne représentent qu'une catégorie particulière de techniques appartenant à un cadre plus général, et permettant de traiter le problème d'estimation à partir d'autres critères.. Ce cadre correspond à l'*approche bayésienne* et propose trois grandes catégories d'approches. Les développements précédents déterminent un estimé des états en minimisant l'écart quadratique qui les sépare des états vrais, étant donné un ensemble d'observations. Cette approche conduit à l'élaboration d'estimateurs, dit bayésiens, du minimum de l'erreur quadratique moyenne ou du minimum de variance, et résout le problème d'optimisation défini par l'équation 2.5. Deux autres critères d'optimisation seront définis dans la suite de cette section, une fois le cadre de l'approche bayésienne présenté, notamment sous sa forme récursive. Cette dernière est illustrée ici sur des systèmes non linéaires dont la représentation d'état est décrite dans le cas continu par l'équation 2.123 :

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{x} = f(x, u) + w \\ y = h(x, u) + v \end{cases} \quad (2.123)$$

où, comme précédemment,  $x$  désigne l'état du système,  $y$  les observations, et  $u$  un ensemble d'entrées exogènes connues.  $w$  et  $v$  constituent des incertitudes de nature aléatoire portant respectivement sur l'évolution et les observations du système. Elles sont représentées par deux processus aléatoires à temps continu (usuellement supposés indépendants et non-corrélés). On peut aussi être amené à discrétiser cette représentation continue pour deux raisons. Tout d'abord, la plupart des calculateurs numériques embarqués ne permettent donc pas de gérer l'implantation de modèles continus. De plus, de nombreuses chaînes d'acquisition de mesures procèdent par échantillonnage et certaines mesures ne sont disponibles qu'à des instants spécifiques, d'où l'intérêt de disposer d'une équation d'observation discrète.

L'état  $x$  du système est donc régi par une équation différentielle algébrique sto-

chastique et constitue un processus aléatoire au même titre que le vecteur des sorties  $y$  qui dépend, à tout instant  $t$ , de la quantité  $u(t)$  et des réalisations  $x(t)$  et  $w(t)$ . Par conséquent, le problème de l'estimation bayésienne de l'état revient à déterminer la densité de probabilité  $p(x(t)|y_{t_0:t'})$  où  $t_0$ ,  $t$  et  $t'$  désignent trois instants quelconques tels que  $t \geq t_0$  et  $t' \geq t_0$ . La relation d'ordre qui existe entre  $t$  et  $t'$  détermine la nature du problème d'estimation rencontré, à savoir un problème de filtrage (si  $t = t'$ ), de prédiction (si  $t > t'$ ) ou de lissage (si  $t < t'$ ).

La valeur moyenne de l'état en découle, une fois  $p(x(t)|y_{t_0:t'})$  connue, et donc le problème d'estimation résolu, selon la relation :

$$E_{p(\cdot|y_{t_0:t'})} [x(t)] = \int_{\mathbb{R}^{\dim(x(t))}} x(t) \cdot p(x(t)|y_{t_0:t'}) dx(t) \quad (2.124)$$

Dans le cadre de l'estimation bayésienne, deux hypothèses peuvent être faites :

- on suppose que l'état  $x_t$  suit un processus de Markov du premier ordre, c'est-à-dire  $p(x_t|x_{t_0:t-1}) = p(x_t|x_{t-1})$
- les erreurs de mesures sont indépendantes des états

Il est alors possible de développer les solutions générales du problème d'estimation en considérant une modélisation dynamique de la forme :

$$\begin{cases} x_{t+1} \sim p(x_{t+1}|x_t) \\ y_t \sim p(y_t|x_t) \end{cases} \quad (2.125)$$

Les développements précédents du filtre de Kalman ont abordé sous forme récursive et de façon simplifiée les problèmes de prédiction et de filtrage en deux étapes distinctes. Le problème de prédiction correspond à la recherche de la densité de probabilité  $p(x_t|y_{t_0:t'})$  qui s'obtient dans le cas général par une intégration multidimensionnelle sur les variables d'état  $x'_t, x'_{t+1}, \dots, x'_{t-1}$ , conduisant dans le cas continu à l'équation de Chapman-Kolmogorov :

$$\begin{aligned} p(x_t|y_{t_0:t'}) &= \int_{\mathbb{R}^{(t-t')\dim(x(t))}} p(x'_t, x'_{t+1}, \dots, x'_{t-1}|y_{t_0:t'}) dx'_{t:t-1} \\ &= \int_{\mathbb{R}^{(t-t')\dim(x(t))}} \left( \prod_{i=t'+1}^t p(x_i|x_{i-1}) \right) p(x_{t'}|y_{t_0:t'}) dx'_{t:t-1} \end{aligned} \quad (2.126)$$

Dans le cas d'un problème de filtrage (lorsque  $t = t'$ ), la densité de probabilité conditionnelle  $p(x_t|y_{t_0:t'})$  recherchée s'écrit sous la forme :

$$p(x_t|y_{t_0:t}) = p(x_t|y_t, y_{t_0:t-1}) = \frac{p(y_t|x_t, y_{t_0:t-1})p(x_t, y_{t_0:t-1})}{p(y_t, y_{t_0:t-1})} \quad (2.127)$$

La règle de Bayes donnant l'égalité  $p(A, B) = p(A|B) \cdot p(B)$  permet d'écrire :

$$\begin{cases} p(x_t, y_{t_0:t-1}) = p(x_t|y_{t_0:t-1}) \cdot p(y_{t_0:t-1}) \\ p(y_t, y_{t_0:t-1}) = p(y_t|y_{t_0:t-1}) \cdot p(y_{t_0:t-1}) \end{cases} \quad (2.128)$$

On obtient une nouvelle expression pour  $p(x_t|y_{t_0:t})$  :

$$p(x_t|y_{t_0:t}) = \frac{p(y_t|x_t, y_{t_0:t-1})p(x_t, y_{t_0:t-1})}{p(y_t|y_{t_0:t-1})} = \frac{p(y_t|x_t)p(x_t|y_{t_0:t-1})}{p(y_t|y_{t_0:t-1})} \quad (2.129)$$

la densité de probabilité  $p(y_t|y_{t_0:t-1})$  s'obtenant par intégration de  $p(y_t, x_t|y_{t_0:t-1}) = p(y_t|x_t)p(x_t|y_{t_0:t-1})$  sur la variable d'état  $x_t$ , soit :

$$p(y_t|y_{t_0:t-1}) = \int_{\mathbb{R}^{\dim(x(t))}} p(y_t|x_t)p(x_t|y_{t_0:t-1})dx_t \quad (2.130)$$

Dans les 3 cas (filtrage/lissage/prédiction), ces équations font donc intervenir des intégrales multidimensionnelles et sont inextricables dans la plupart des cas. Des méthodes, dites sous-optimales, ont donc été développées afin de permettre le calcul de solutions approchées. C'est le cas par exemple des développements précédents qui sont appliqués à des modèles non linéaires. Exceptionnellement, grâce à l'ensemble des hypothèses effectuées, le filtre de Kalman linéaire correspond à l'un des rares cas pour lesquels une solution exacte peut être obtenue.

Cette thèse se concentrant sur la problématique du filtrage en temps réel pour des cas applicatifs à puissance de calcul limitée, la suite de cette section présente le formalisme de l'approche bayésienne associée au problème du filtrage sous forme récursive.

### 2.3.1 L'approche récursive bayésienne

L'estimation récursive bayésienne a pour objectif de calculer la densité de probabilité conditionnelle  $p(x_t|y_{t_0:t})$  à partir de  $p(x_{t-1}|y_{t_0:t-1})$  en considérant que l'état  $x_t$  suit un processus de Markov. La formulation du problème sous forme récursive permet d'éviter de manipuler à chaque pas de temps des vecteurs constitués d'un nombre grandissant d'éléments, aboutissant à des calculs en grande dimension. Une fois la densité de probabilité conditionnelle  $p(x_t|y_{t_0:t})$  connue, l'estimé optimal associé au vecteur d'état peut être déduit par la relation :

$$\hat{x}_t = E \{x_t|y_t\} = \int x_t \cdot p(x_t|y_t)dx_t \quad (2.131)$$

La formulation récursive s'appuie sur un premier constat, provenant de l'application de la règle de Bayes, à savoir que la densité de probabilité  $p(x_{t_0:t}|y_{t_0:t})$  peut être reformulée sous la forme 2.132 (le facteur de proportionnalité provenant de 2.124) :

$$p(x_{t_0:t}|y_{t_0:t}) \propto p(x_{t_0:t}|y_{t_0:t-1})p(y_t|x_t) \quad (2.132)$$

Si on ne s'intéresse dans un premier temps qu'à l'état  $x_t$  en ne considérant l'intégration des états précédents  $x_{t_0:t-1}$  que dans un second temps, l'équation 2.132 peut être réécrite suivant :

$$p(x_t|y_{t_0:t}) \propto p(x_t|y_{t-1})p(y_t|x_t) \quad (2.133)$$

La probabilité conditionnelle recherchée s'exprime ainsi par le produit de deux termes. Le premier peut être simplifié suivant l'équation 2.134, en utilisant la propriété inhérente au processus Markovien suivi par l'état  $x$ , tandis que le second correspond aux valeurs des mesures obtenues à l'instant  $t$ .

$$p(x_t, x_{t-1}|y_{t_0:t-1}) = p(x_{t-1}|y_{t_0:t-1})p(x_t|x_{t-1}) \quad (2.134)$$

Finalement, on obtient la probabilité conditionnelle  $p(x_t|y_{t_0:t})$  recherchée en procédant en deux étapes successives :

- une étape de *prédiction* permettant dans un premier temps de calculer la densité de probabilité conditionnelle *a priori*  $p(x_t|y_{t_0:t-1})$  ;
- une étape de *correction* ou de *mise à jour*, pour le calcul de la densité de probabilité conditionnelle *a posteriori*  $p(x_t|y_{t_0:t})$ .

Dans un premier temps, la densité conditionnelle  $p(x_t, x_{t-1}|y_{t_0:t-1})$  est obtenue grâce à l'équation de Chapman-Kolmogorov 2.126 réécrite sous la forme :

$$p(x_t|y_{t_0:t-1}) = \int_{\mathbb{R}^{\dim(x(t))}} p(x_t|x_{t-1})p(x_{t-1}|y_{t_0:t-1})dx_{t-1} \quad (2.135)$$

où  $p(x_t|x_{t-1})$  est déduit au travers de l'équation d'état décrite dans le système non linéaire  $\Sigma$  (2.123).

Dans un second temps, la densité conditionnelle  $p(x_t|y_{t_0:t})$  recherchée découle de l'équation 2.129, en prenant en considération les dernières mesures bruitées disponibles  $y_t$  via la densité de probabilité  $p(y_t|x_t)$  et la densité de probabilité de l'estimé prédit  $p(x_t|y_{t_0:t-1})$  obtenue :

$$p(x_t|y_t) = \frac{p(y_t|x_t) \cdot p(x_t|y_{t-1})}{p(x_t|y_{t_0:t-1})} \quad (2.136)$$

la probabilité conditionnelle  $p(y_t|y_{t_0:t-1})$  s'exprimant en fonction de la probabilité conditionnelle de l'état prédit  $p(x_t|y_{t_0:t-1})$ , sous la forme d'une intégrale multidimensionnelle :

$$p(y_t|y_{t_0:t-1}) = \int_{\mathbb{R}^{\dim(x(t))}} p(y_t|x_t)p(x_t|y_{t_0:t-1})dx_t \quad (2.137)$$

Les équations associées à l'étape de prédiction et de correction définissent donc l'algorithme d'estimation bayésien récursif pour le problème du filtrage, comme illustré par la Figure 2.4.

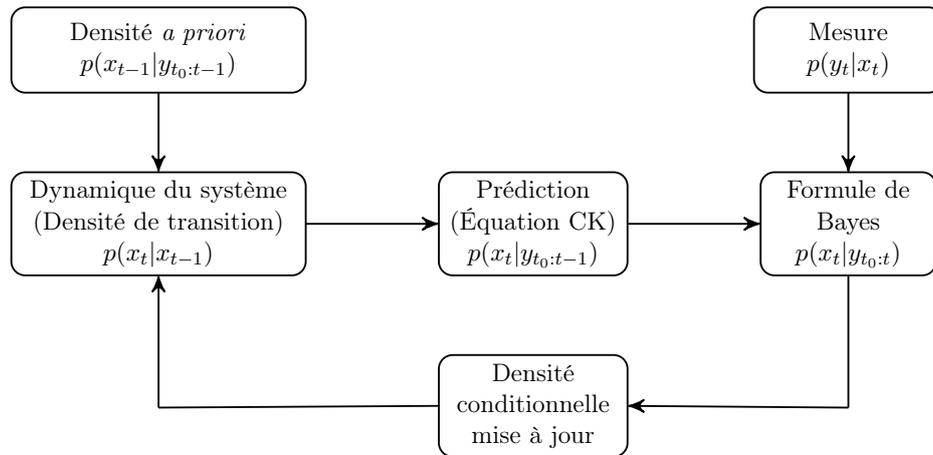


FIGURE 2.4 – Étapes de prédiction et de correction pour l'algorithme d'estimation bayésien récursif. D'après [Lee 2005]

L'estimation de la loi de probabilité du processus  $x$  étant trop complexe, une alternative consiste à s'intéresser directement à la recherche de la réalisation de  $x$  la plus probable, étant donné un ensemble d'entrées  $u$  connues et un ensemble de mesures  $y$  incertaines. Par conséquent, cette méthode d'estimation revient à rechercher à chaque instant un estimé du vecteur des états du système tel que :

$$\xi : \begin{array}{l} \mathbb{U}_{t'} \times \mathbb{Y}_{t'} \longrightarrow \mathbb{R}^{\dim(x(t))} \\ (u_{t_0:t'}, y_{t_0:t'}) \longrightarrow \hat{x}(t) = \xi(u_{t_0:t'}, y_{t_0:t'}), \quad \hat{x}(t) = \underset{\hat{x}(t) \in \mathbb{R}^{\dim(x(t))}}{\operatorname{argmin}} (J) \end{array} \quad (2.138)$$

Le critère  $J$  permet d'établir un indicateur de la qualité de l'estimé  $\hat{x}$  généré au cours du temps. Ce dernier peut faire appel aux notions probabilistes classiques telles que la variance, l'écart type ou les régions de confiance. Une première approche consiste en la minimisation de la covariance de l'erreur d'estimation conduite au filtre de Kalman décrit précédemment. Il ne s'agit là que d'une des trois grandes catégories d'approches possibles [Condomines 2015]. Une seconde correspond à la maximisation de la vraisemblance de la probabilité conditionnelle et a conduit à l'estimateur du Maximum de Vraisemblance. Une troisième porte sur la maximisation de la vraisemblance *a posteriori* de la probabilité conditionnelle. La suite de cette section détaille ces deux alternatives et leurs principes.

### 2.3.2 Maximisation de la vraisemblance de la probabilité conditionnelle

Dans les années 40, Fisher propose une approche portant le nom d'estimation par Maximum de Vraisemblance (**MV**). Contrairement à la première approche, la notion de probabilité conditionnelle est de nouveau utilisée afin de déterminer un estimé optimal du problème d'estimation bayésien, mais l'état  $x_t$  est ici vu comme

un paramètre explicatif des observations du système. La recherche de l'état estimé se traduit ainsi par la détermination d'un vecteur de paramètres maximisant la vraisemblance de ces observations. L'estimé optimal  $\hat{x}_t^{MV}$  est défini par :

$$\hat{x}_t^{MV} = \arg \max_{\mathbb{R}^{\dim(x(t))}} p(y_{t_0:t'} | x_t) \quad (2.139)$$

soit, lorsque les observations sont indépendantes, par :

$$\hat{x}_t^{MV} = \arg \max_{\mathbb{R}^{\dim(x(t))}} \prod_{i=t_0}^{t'} p(y_i | x_t) \quad (2.140)$$

La présence d'un produit dans le critère d'optimisation conduit généralement à réécrire l'équation 2.140 par le biais du logarithme népérien des probabilités conditionnelles élémentaires selon l'équation 2.141. De plus, dans le cas où celles-ci sont gaussiennes, on préfère même généralement s'intéresser à leur opposé.

$$\hat{x}_t^{MV} = \arg \max_{\mathbb{R}^{\dim(x(t))}} \sum_{i=t_0}^{t'} (-\ln(p(y_i | x_t))) \quad (2.141)$$

Cette approche nécessite généralement le recours à des méthodes d'optimisation numériques rendant difficile la mise oeuvre de l'estimateur par MV. Il propose cependant une alternative intéressante, notamment lors du traitement de données de grande dimension, en permettant l'obtention systématique d'un estimé optimal.

### 2.3.3 Maximisation de la vraisemblance *a posteriori* de la probabilité conditionnelle

Cette troisième et dernière approche consiste à considérer l'estimé optimal du problème bayésien comme l'argument qui maximise la densité de probabilité de l'état du système connaissant les observations, i.e. :

$$\hat{x}_t = \arg \max_{\mathbb{R}^{\dim(x(t))}} p(x_t | y_{t_0:t'}) \quad (2.142)$$

En appliquant de la règle de Bayes, on peut alors réécrire le problème d'optimisation en fonction de la probabilité conditionnelle  $p(y_{t_0:t'} | x_t)$  :

$$\hat{x}_t = \arg \max_{\mathbb{R}^{\dim(x(t))}} \frac{p(y_{t_0:t'} | x_t) \cdot p(x_t)}{p(y_{t_0:t'})} \propto \arg \max_{\mathbb{R}^{\dim(x(t))}} p(y_{t_0:t'} | x_t) \cdot p(x_t) \quad (2.143)$$

ce qui conduit à l'expression 2.144 connue sous le nom de Maximum *A Posteriori* (**MAP**) :

$$\hat{x}_t^{\text{MAP}} = \arg \max_{\mathbb{R}^{\dim(x(t))}} p(y_{t_0:t'} | x_t) \cdot p(x_t) \quad (2.144)$$

La densité de probabilité  $p(x_t)$  permet d'inclure une éventuelle connaissance *a priori* de l'état du système, et la formulation d'hypothèse sur  $p(x_t)$  ramène le pro-

blème d'optimisation précédent à une recherche de la vraisemblance à chaque pas de temps (c'est-à-dire de l'état expliquant au mieux les observations). L'estimé de l'état finalement obtenu dépend de la quantité d'observations disponibles. Il résulte d'une pondération entre la vraisemblance et l'état prédit. Plus le nombre d'observation grandit, plus le poids des observations sera important. Par conséquent, lorsque  $t' \rightarrow +\infty$ , les estimateurs par MAP et MV deviennent équivalents.

La théorie de l'estimation bayésienne a ainsi permis de développer divers algorithmes d'estimation adaptés à certaines problématiques spécifiques. Dans les sections 2.1.2 et 2.2, les algorithmes de référence minimisant la covariance de l'erreur d'estimation en présence de distributions gaussiennes ont été présentés. Ces approches sont *a priori* pertinentes pour tenir compte des contraintes liées au cadre de cette thèse. Dans d'autres cas d'application où ces hypothèses de bruits gaussiens et de faibles non linéarités ne sont pas vérifiées, on a recours à des algorithmes plus puissants mais également plus gourmands en ressources, comme les filtres particulaires. Néanmoins, le surcoût calculatoire associé les rend inadaptés pour des applications sur les calculateurs actuellement utilisés sur avion. De nombreux algorithmes ont été également développés à partir des deux approches reposant sur une maximisation des vraisemblances. La fin de cette section présente un panorama de ces autres techniques.

## 2.4 Un panorama de méthodes complémentaires

Trois grandes approches permettant de procéder à l'estimation des états d'un système et définissant le cadre de la théorie de l'estimation bayésienne ont été présentées. Chacune d'entre elles a conduit aux développements de techniques dont les caractéristiques (avantages ou défauts) en font des outils adaptés pour certaines applications. Elles sont aujourd'hui couramment utilisées dans des domaines aussi variés que l'aérospatial, la chimie ou l'ingénierie civile et bénéficient aujourd'hui de nombreuses années de retours d'expériences.

Le panorama des méthodes d'estimation est aujourd'hui très vaste et permet de répondre à un grand nombre de contraintes, qu'elles soient associées à la nature du système ou à celle de ses perturbations. Les développements récents se sont principalement focalisés sur l'amélioration de la robustesse des filtres. En parallèle, l'augmentation continue de la puissance de calcul disponible a ouvert de nouvelles possibilités, notamment l'utilisation de bancs de filtres. Cependant, certains domaines tels que ceux de l'aéronautique ou du spatial font encore appel à des algorithmes de complexité limitée compatible avec les capacités calculatoires des calculateurs et avec des contraintes de certification ou de validation très exigeantes.

Un grand nombre de méthodes d'estimation sont aujourd'hui proposées dans la littérature. Plusieurs [Zhang 2008b] [Patwardhan 2012] ont cherché à répertorier

celles-ci de façon quasi-exhaustive, en l'intégrant parfois dans une problématique plus large nommée FDD (pour *Fault Detection & Diagnosis*), se focalisant sur la détection de pannes et leur isolation, comme cela sera détaillé dans le chapitre 3. Dans le cadre d'une problématique d'estimation, une classification est proposée par la Figure 2.5 selon les catégories suivantes :

- les algorithmes déterministes ;
- les algorithmes stochastiques ;
- les méthodes d'estimation d'états ;
- les méthodes d'estimation de paramètres ;
- les méthodes d'estimation hybrides (paramètres + états).

La problématique de cette thèse nous a conduit à faire un choix très spécifique sur la méthode utilisée en pratique. L'algorithme du filtre de Kalman étendu (présenté en rouge dans cette figure), offre un compromis raisonnable entre complexité et performance. Il convient aux applications courantes dans le domaine aéronautique pour trois raisons :

- Il présente un coût calculatoire acceptable, notamment en ayant recours aux techniques de traitement séquentiel des mesures ;
- Les non linéarités présentes dans les équations cinématiques et dans les équations de la mécanique du vol ne sont pas trop marquées. Par conséquent, celles-ci sont correctement captées par l'approximation en série de Taylor constituant l'étape de linéarisation du filtre de Kalman étendu. La dynamique de variation des états pour un avion de transport est également compatible avec un tel processus de linéarisation autour de la trajectoire de référence suivie ;
- L'hypothèse de distribution gaussienne convient à notre application de par la nature des capteurs utilisés.

Les méthodes déterministes abordent le problème d'estimation en considérant uniquement la moyenne des signaux temporels. Par opposition, les méthodes stochastiques s'intéressent aux signaux temporels sous leur aspect probabiliste. Ils y sont considérés comme des processus stochastiques décrits par exemple par leurs moments du premier et second ordre correspondant à la moyenne et à la covariance du signal temporel. Un panorama de ces méthodes, notamment sous l'angle de leurs avantages et leurs inconvénients, est présenté dans la suite de cette section. Une attention particulière est apportée aux méthodes stochastiques plus aptes à gérer les contraintes associées à la problématique de cette thèse.

### 2.4.1 Les méthodes déterministes

Parmi les méthodes déterministes, on trouve les observateurs et plus particulièrement les observateurs d'état, dont la théorie a d'abord été introduite par Kalman

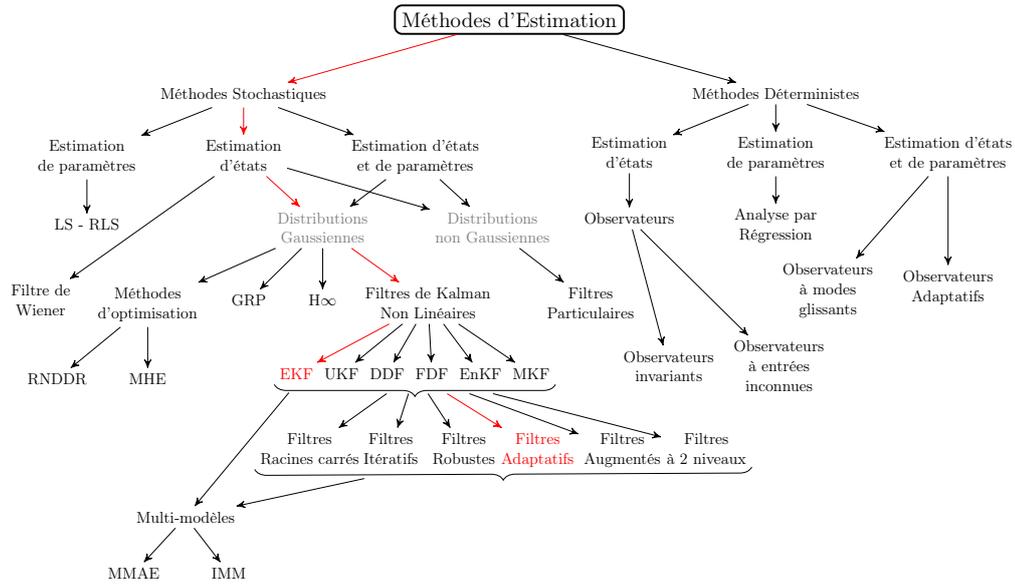


FIGURE 2.5 – Classification des méthodes d’estimation. Légende : *LS - RLS* : (Recursive) Least Square, *GRP* : Gaussian Regression Process, *EKF* : Extended Kalman Filter, *UKF* : Unscented Kalman Filter, *DDF* : Divided Difference Filter, *FDF* : Finite Difference Filter, *EnKF* : Ensemble Kalman Filter, *MKF* : Multiplicative Kalman Filter, *MMAE* : Multiple Model Adaptive Estimator, *IMM* : Interacting Multiple Model, *MHE* : Moving Horizon Estimation, *RNDDR* : Recursive Nonlinear Dynamic Data Reconciliation. En rouge apparaît le choix algorithmique fait dans cette thèse pour l’estimation des paramètres avion en vue d’une application industrielle AIRBUS

et Bucy pour les systèmes linéaires dans un environnement stochastique avant que Luenberger [Luenberger 1964] [Luenberger 1966] n’établisse une première théorie générale pour les systèmes linéaires déterministes. Le concept repose sur l’ajout d’une correction apportée par chaque mesure au modèle d’évolution mis sous une forme canonique de type compagne, appelée aussi forme de Brunovsky. Cette théorie servira notamment de base à la quasi totalité des méthodes appliquées à la conception d’observateurs non linéaires. Des travaux de Thau [Thau 1973] et Kou [Kou 1975], à l’origine des premiers algorithmes fondés sur l’analyse de la stabilité de Lyapunov, ont découlé les observateurs à grand gain sur lesquels sont basés de nombreuses méthodes. La problématique de robustesse, notamment aux perturbations, a ensuite été abordée dans divers travaux [Doyle 1979]. En parallèle des méthodes algébriques comme l’observateur à grand gain, des méthodes géométriques ont vu le jour, via l’utilisation de techniques de changement de coordonnées (transformation bijective [Krener 1983] ou injective [Levine 1986]). Les contraintes imposées par ce type de méthodes, telles la nécessité d’un retour d’état complet, ont conduit au développement de méthodes adaptatives permettant l’estimation d’état en présence d’incertitudes paramétriques pour des systèmes non linéaires vérifiant une condition

de Lipschitz [Cho 1997].

Ces dix dernières années, de nombreux travaux consacrés à l'estimation d'état pour des systèmes non linéaires se sont tournés vers les observateurs invariants. Les travaux de P. Rouchon, S. Bonnabel et E. Salaün [Bonnabel 2008] [Martin 2007] ont permis l'élaboration d'une méthode utilisant conjointement la géométrie différentielle et la théorie des groupes. Les propriétés et définitions associées à cette théorie sont décrites dans la thèse de J.P. Condomines [Condomines 2015]. Un couplage de cette théorie avec le filtre de Kalman étendu a notamment été proposé par S. Bonnabel [Bonnabel 2009].

Deux autres approches sont aujourd'hui particulièrement utilisées pour leurs performances dans le cadre des systèmes non linéaires. Il s'agit des observateurs à entrées inconnues et des observateurs à modes glissants. Dans le cadre des observateurs à entrées inconnues, Liu résume dans sa thèse [Liu 2007] les différentes méthodes qui leur sont associées; il développe en particulier la synthèse d'un observateur de type grand gain pour l'estimation conjointe d'états non mesurés et d'entrées inconnues pour des classes de systèmes non linéaires multi-sorties uniformément observables. L'avantage de cette approche est qu'elle ne pré-suppose aucun modèle mathématique pour les entrées inconnues. Plus généralement, elle permet l'estimation des états non mesurés en effectuant seulement l'hypothèse que la dérivée première par rapport au temps de chacune des entrées est bornée.

Une seconde méthode correspond aux observateurs à modes glissants. Il s'agit d'observateurs dont le terme correcteur est une fonction signe, permettant de contraindre, à l'aide de fonctions discontinues, la dynamique du système à converger vers une surface nommée *surface de glissement*. Les avantages de cette méthode résident dans sa robustesse aux perturbations et aux incertitudes, ainsi que dans sa facilité d'implantation. De nombreux travaux [Spurgeon 2008] [Alwi 2009] [Edwards 2000] la décrivent et l'utilisent aujourd'hui, par exemple pour l'estimation de paramètres de pannes [Tan 2002] [Tan 2002] [Yan 2007], notamment sur le benchmark ADDSAFE [Goupil 2011b] [Goupil 2014b] mis en place par Airbus [Alwi 2012a] [Alwi 2012b] [Alwi 2014]. Plus récemment, ils ont été appliqués sur un avion de transport générique pour le diagnostic de pannes capteur [de Loza 2015], et sont actuellement au centre de développements autour des systèmes hybrides à sauts markoviens [Zhang 2016].

### 2.4.2 Les méthodes stochastiques

Comme nous l'avons vu dans les sections précédentes, que ce soit pour des systèmes linéaires ou non linéaires stochastiques, de nombreux algorithmes ont été proposés dans la littérature depuis de nombreuses années. Dans les années 40, les travaux de Wiener et de Kolmogorov ont pour la première fois introduit le filtrage

linéaire continu des processus stochastiques stationnaires. Cette approche résout le problème du filtrage en introduisant les équations de Wiener et de Kolmogorov dans le domaine temporel, ainsi que des fonctions de corrélation et les densités spectrales associées à l'entrée du filtre optimal et à la sortie désirée. In fine, elle permet d'obtenir la solution optimale exprimée dans le domaine fréquentiel. Par la suite, dans les années 60, le filtre de Kalman-Bucy introduira la notion d'état pour proposer une méthode de filtrage linéaire sous forme récursive adaptée au traitement numérique. Elle généralisera notamment le problème du filtrage aux systèmes non stationnaires avec conditions initiales et entrées déterministes et proposera une solution optimale dans le cas de systèmes linéaires. Dans l'industrie, le filtre de Kalman a été maintes fois utilisé, le plus souvent sous une forme simplifiée correspondant au filtre complémentaire présenté par Higgins [Higgins 1975]; la pondération entre mesures et modélisations est alors réalisée par des valeurs constantes correspondant à celles données par le gain de Kalman calculé en régime stationnaire. Cette approche permet de réduire significativement le coût calculatoire de l'algorithme.

Les principales variantes au filtre de Kalman ont été présentées dans la section 2.2. Il existe cependant d'autres algorithmes, souvent de complexité supérieure, capables d'aborder le problème d'estimation dans le cas de très fortes non linéarités et/ou de distributions non gaussiennes, ou pour des systèmes à grandes dimensions. La suite de cette section présente certaines de ces variantes, ainsi que des méthodes d'estimation alternatives telles que des algorithmes à horizon glissant ou utilisant la norme  $H_\infty$ .

#### 2.4.2.1 Le filtre à différences finies

Le filtre des différences finies consiste à recourir directement à des approximations numériques en conservant la structure classique des filtres, avec une étape de prédiction suivie d'une étape de correction. Il propose en ce sens d'utiliser des solveurs rapides lors de l'étape de prédiction appliqués à l'équation de Chapman-Kolmogorov 2.135 dans le cas de systèmes discrets, à l'équation 2.145 de Kushner-Stratonovich dans le cas de systèmes continus, ou à l'équation 2.146 de Fokker-Planck dans le cas de systèmes continus avec des mesures discrètes. Ceci permet d'approcher la densité de probabilité conditionnelle des états et donc d'en déduire l'estimation du maximum de vraisemblance, la covariance ou encore le minimum de l'erreur quadratique moyenne.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} p(x_t | y_{t_0:t-1}) &= \mathcal{L}(p(x_t | y_{t_0:t-1})) - \frac{1}{2} p(x_t | y_{t_0:t-1}) \left[ |h|^2 - \mathbf{E} \left[ |h|^2 \right] \right] \\ &\quad + \sum_{i=1}^m p(x_t | y_{t_0:t-1}) [h_i - \mathbf{E}[h_i]] \frac{\partial y_i(t)}{\partial t} \end{aligned} \quad (2.145)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} p(x_t | y_{0:k-1}) = \mathcal{L}(p(x_t | y_{0:k-1})) \quad (2.146)$$

L'opérateur, dit de *diffusion*,  $\mathcal{L}$  se définissant par l'équation :

$$\mathcal{L}(p) = - \sum_{i=1}^n \frac{\partial [f_i p]}{\partial x_i} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 [(GQG^T)_{ij} p]}{\partial x_i \partial x_j} \quad (2.147)$$

$f$  et  $G$  correspondent aux opérateurs de l'équation d'état  $\dot{x} = f(x, u) + Gw$ , et  $Q$  à la densité spectrale associée aux bruits d'état  $w$ . Dans le cas de l'équation 2.145 de Kushner-Stratonovich,  $h$  renvoie à l'équation d'observation 2.58b exprimée en continu sous forme différentielle, soit :

$$\frac{\partial y_t}{\partial t} = h(x_t, u_t, t) + \frac{\partial v}{\partial t} \quad (2.148)$$

L'étape de correction permet alors de mettre à jour l'état grâce aux nouvelles mesures disponibles via la formule de Bayes explicitée dans l'équation 2.136. [Lee 2005] illustre notamment cette approche sur un problème de suivi de cible. Plus récemment enfin, le filtre de Kalman itératif a été développé pour compenser l'absence des termes au-delà du premier ou du second ordre. Une fois le vecteur d'état et sa matrice de covariance prédits, un processus itératif est mené. La matrice de gain  $K$  calculée par l'équation 2.72 est réévaluée à chaque itération tout comme l'équation d'observation et la matrice jacobienne  $H$ , et ce jusqu'à ce qu'il n'y ait plus qu'un changement négligeable entre deux itérés. Cette approche a été appliquée à toutes les versions du filtre de Kalman précédentes. Par exemple, Fan *et al.* [Fan 2013] utilisent un filtre de Kalman itératif pour l'estimation d'états et de paramètres, et plus récemment Zhao *et al.* [Zhao 2017] ont appliqué le même algorithme pour l'estimation d'états d'un système d'alimentation électrique. Zhan *et al.* [Zhan 2007] et Sibley *et al.* [Sibley 2006] appliquent la variante non parfumée à un système de suivi de cible passif, ainsi qu'à un système stéréo de longue portée. Ce recours à une version itérative de l'UKF est requise par la transformation non parfumée qui peut introduire une erreur linéaire statique propagée à chaque pas de temps. On utilise donc un filtre itératif pour réduire son impact. Bien que de nombreuses techniques permettent d'être robuste aux fortes non linéarités, les filtres présentés jusqu'alors peuvent diverger en présence d'incertitudes. Pour y remédier, on peut utiliser des méthodes adaptatives comme dans le cas du filtre de Kalman non parfumé présenté par Wu *et al.* [Wu 2005]. Enfin, dans le cadre de l'estimation conjointe d'états et de paramètres, il est possible d'avoir recours à des filtres de Kalman augmentés ou à un filtre de Kalman à deux étapes (Two-stages Kalman Filter) comme proposé par Chen *et al.* [Chen 2017c] (cf. aussi la section 2.1). Certaines méthodes s'appuient également sur des propriétés identifiées par des méthodes déterministes. C'est le cas des propriétés d'invariance pour l'estimation non-linéaire, reposant sur des caractéristiques géométriques particulières comme la présence de symétries. Ces propriétés ont récemment été utilisées dans le cas de méthodes stochastiques, couplées avec des méthodes plus classiques comme le filtre de Kalman non parfumé [Condomines 2013] [Condomines 2017].

### 2.4.2.2 Le filtrage particulaire

D'autres méthodes plus récentes ont été développées pour tenir compte de distributions non Gaussiennes. Dans les années 90, Gordon [Gordon 1993] a ainsi proposé une méthode portant le nom de filtrage particulaire, s'appuyant sur une technique de Monte-Carlo séquentielle et ne faisant aucune hypothèse sur la densité *a posteriori*, lui permettant d'être appliquée à tous les systèmes stochastiques non linéaires et/ou non Gaussiens. Cette approche s'apparente à un filtre bayésien récursif basé sur des simulations de Monte Carlo et nécessite donc une puissance de calcul importante. Du fait de sa généralité et de la puissance toujours grandissante des calculateurs, le filtrage particulaire a connu un essor particulier au cours des dernières années avec de nombreuses applications dans le secteur aérospatial, dans l'optique de futurs développements avec notamment les travaux de Gustafsson [Gustafsson 2010]. Rigatos [Rigatos 2010] a effectué une étude comparative entre le filtre de Kalman étendu et le filtrage particulaire pour l'estimation non linéaire et non paramétrique d'états appliquée aux robots mobiles, tandis que György *et al.* [György 2014] le comparent au filtre de Kalman non parfumé. Très récemment, Mehndiratta *et al.* [Mehndiratta 2016] ont réalisé une comparaison numérique des techniques de filtrage non linéaire pour l'estimation d'états d'un véhicule de ré-entrée planétaire. Des versions itératives ont aussi été proposées [Liang-Qun 2005]. Au cours des dernières années, un grand nombre de méthodes associées au filtrage particulaire ont ainsi fait leur apparition. Zhe Chen [Chen 2003] énumère certaines de ces méthodes dans son état de l'art sur les filtres bayésiens. En contrepartie de ses bonnes performances et d'un large spectre applicatif, des difficultés subsistent, essentiellement dues à la procédure de ré-échantillonnage inhérente à la méthode. C'est pourquoi des améliorations continuent d'être étudiées, comme dans le cas des travaux de Yin *et al.* [Yin 2016] qui proposent de le coupler avec un algorithme génétique afin d'améliorer la diversité des particules générées.

En dépit d'un coût calculatoire élevé, les filtres particuliers s'imposent comme l'outil de référence dans le cas de processus non gaussiens.

### 2.4.2.3 L'optimisation calculatoire

En parallèle du développement et de l'amélioration continue des méthodes, plusieurs astuces spécifiques ont été proposées afin de réduire au maximum les coûts calculatoires des algorithmes implémentés. D'une part, le cas des systèmes à grande dimension a conduit au développement par Evensen [Evensen 2003] [Evensen 2009] du filtre de Kalman d'Ensemble (EnKF) appliqué dans de nombreux domaines, par exemple en géo-science [Anderson 2009] et en climatologie [Whitaker 2008] où l'on peut atteindre les milliers voire les millions d'états [Roth 2017]. Il s'agit d'une technique basée Monte Carlo, compatible avec des problématiques non linéaires et non gaussiennes. L'idée consiste à estimer la densité de probabilité des états le long de la trajectoire définie par le modèle, en estimant les statistiques du second ordre à partir d'un ensemble d'échantillons tirés aléatoirement. En d'autres termes, il s'agit

d'évaluer la matrice de covariance empirique d'un ensemble d'éléments représentatifs de l'état courant, plutôt que de calculer sa valeur exacte par propagation avec le modèle. Dans le cas non linéaire, des versions itératives ont été proposées par Gu [Gu 2007] et Lorentzen [Lorentzen 2011].

D'autre part, c'est la puissance du calculateur disponible qui peut être limitée, comme cela est souvent le cas pour les applications aéronautiques et spatiales. Il est alors possible, sous certaines hypothèses d'indépendance des mesures, d'éviter l'inversion matricielle habituellement requise par le filtre de Kalman grâce à un traitement séquentiel des mesures comme présenté dans la section 2.1.3, et illustré dans le papier de Zhou [Zhou 2010] appliqué à la fusion de données entre mesures de positions GPS et mesures inertielles. De cette manière, le coût calculatoire de l'algorithme est fortement diminué sans détériorer le résultat l'estimation.

#### 2.4.2.4 Méthodes d'estimation alternatives

D'autres méthodes existent autour de la problématique du filtrage pour l'estimation d'états et de paramètres, apparentées de près ou de loin à la théorie de Kalman. Lerro *et al.* [Lerro 2017] ont fait un bilan récent des techniques recourant à de réseaux de neurones pour l'estimation des angles aérodynamiques tels que l'incidence et le dérapage. Récemment, Lee *et al.* [Lee 2017] ont développé une technique d'estimation utilisant une régression par processus gaussiens (GPR pour *Gaussian Process Regression*). Cette approche a pour avantage de gérer des bruits colorés de caractéristiques inconnues. En comparaison, le filtre de Kalman augmenté offre certaines possibilités, mais uniquement dans le cas de bruits colorés ayant des caractéristiques connues. Le filtre GPR a quant à lui recours à un apprentissage sur les différents résidus générés au cours du processus d'estimation pour s'adapter en conséquence. Dans les années 90, l'adaptation de la norme  $H_\infty$  a aussi été proposée pour résoudre le problème d'estimation [Simon 2006]. Néanmoins, le coût calculatoire non négligeable de cette méthode ainsi que sa convergence limitée due à la linéarisation du système non linéaire rendent son intérêt limité. Elle a cependant été approfondie lors du projet ADDSAFE [Marcos 2012], particulièrement pour la détection de pannes actionneurs [Marcos 2011] [Marcos 2012].

D'autres algorithmes d'estimation intègrent explicitement des méthodes d'optimisation. C'est le cas de l'algorithme d'estimation à horizon glissant (MHE pour *Moving Horizon Estimation*) proposé et décrit par Robertson, Rawlings *et al.* [Robertson 1996]. Rawlings [Rawlings 2006] comparera dix ans plus tard cette méthode à des méthodes populaires, et pour certaines plus récentes, telles que l'EKF, l'UKF et les filtres particuliers, en les appliquant à des systèmes variés (linéaires/non-linéaires et gaussiens/non-gaussiens). Wan *et al.* ont récemment utilisé cette technique pour le diagnostic de pannes capteur et la génération de paramètres de vol robustes [Wan 2016b] [Wan 2017], avec également une application sur le benchmark RECONFIGURE [Wan 2016a]. Ces travaux démontrent les avantages de l'ap-

proche MHE pour des problèmes d'estimation en ligne pour des systèmes linéaires contraints. Néanmoins, les applications temps réel sur des systèmes non-linéaires nécessitent la résolution d'un problème d'optimisation non convexe et sont donc limitées par son coût calculatoire. D'autres méthodes d'optimisation ont été développées, comme la méthode RNDDR (pour *Recursive Nonlinear Dynamic Data Reconciliation*) proposée par Vachhani *et al.* [Vachhani 2005], en combinant l'efficacité de l'EKF avec un processus d'optimisation. Elle permet d'aborder la problématique d'estimation à un moindre coût, notamment dans le cas de systèmes de grande dimension. Cette méthode utilise une étape de prédiction et une étape de correction comme dans l'approche du filtre de Kalman. L'état estimé prédit et sa matrice de covariance sont d'ailleurs obtenus par les mêmes équations que celles de l'EKF, mais la mise à jour des états en fonction des dernières mesures s'obtient en résolvant un problème d'optimisation. L'algorithme a ensuite été décliné en plusieurs versions, d'abord en le couplant avec d'autres variantes de l'EKF telle que l'UKF, puis en proposant une version intégrant la structure prédiction-corrrection des filtres récursifs classiques tout en intégrant des étapes intermédiaires supplémentaires. Bien que l'algorithme RNDDR soit une extension du MHE, il existe une différence conséquente entre eux, notamment dans la manière de gérer les incertitudes associées aux états et aux mesures. L'algorithme RNDDR préserve la séparation prédiction-corrrection des filtres récursifs, tandis que le MHE résout le problème d'estimation en une seule étape sous forme d'un problème d'optimisation, comme décrit par Patwardhan *et al.* [Patwardhan 2012]. Finalement, l'algorithme RNDDR constitue une solution intéressante pour l'estimation en ligne appliquée à des systèmes non linéaires.

La diversité des algorithmes d'estimation permet d'aborder de nombreux problèmes dans des domaines variés. Ils nécessitent cependant en parallèle l'utilisation de méthodes de diagnostic pour garantir de bonnes performances. Or, comme nous l'avons vu pour certaines des méthodes présentées précédemment, les problématiques d'estimation et de détection sont loin d'être découplées. Par exemple, la plupart des filtres recourant à l'utilisation de modèles génèrent des résidus porteurs d'informations exploitables dans le but de détecter la présence ou l'apparition d'anomalies. C'est en particulier le cas du filtre de Kalman pour lequel Zolghadri [Zolghadri 1996] a proposé un algorithme à moindre coût pour la détection de pannes en temps réel. Par ailleurs, [Samar 2006] présente dans son livre l'utilisation de l'algorithme MAP pour l'estimation de paramètres de panne en ayant recours à la maximisation de la vraisemblance *a posteriori* de la probabilité conditionnelle dont la théorie a été détaillée dans la section 2.3.3. Cet algorithme aborde le problème d'estimation en permettant la reconstruction de paramètres de faute, permettant ainsi l'utilisation de mesures virtuelles valides. Cette technique est approfondie dans le chapitre suivant pour le diagnostic de pannes. Ce dernier aborde la problématique de détection et d'isolation de pannes en présentant des méthodes basées modèles, ainsi que des méthodes statistiques, dans les domaines temporel ou fréquentiel.



# Les méthodes de détection et de diagnostic de pannes capteurs

---

## Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Panorama des méthodes FDD</b>	<b>73</b>
<b>3.2</b>	<b>Méthodes de diagnostic à base de modèles</b>	<b>76</b>
3.2.1	Génération des résidus	77
3.2.2	Traitement et analyse des résidus	79
3.2.3	Estimation par Maximum A Posteriori	81
<b>3.3</b>	<b>Méthodes statistiques dédiées à la détection de pannes</b>	<b>86</b>
3.3.1	Introduction aux tests d'hypothèses	87
3.3.2	Test séquentiel sur le rapport de vraisemblance	92
3.3.3	Test du CUSUM	94
3.3.4	Test du ratio de vraisemblance généralisé	95
<b>3.4</b>	<b>Techniques basées signal et méthodes temps-fréquences</b>	<b>96</b>
3.4.1	Méthodes temporelles	97
3.4.2	Méthodes fréquentielles	99
3.4.3	Méthodes temps-fréquences	100

---

## 3.1 Panorama des méthodes FDD

La problématique FDD consiste à mettre en place des capacités de détection, d'isolation, voire même d'estimation des défaillances pouvant survenir sur les capteurs ou les actionneurs d'un système, comme pour un avion civil de type gros porteur. Dans le cadre de cette thèse, seules les pannes capteurs sont abordées pour la surveillance des paramètres de vol. Une première approche, employée communément aujourd'hui dans les domaines de l'aéronautique et du spatial, consiste à exploiter plusieurs capteurs mesurant un même paramètre pour assurer une redondance dite *matérielle*. Des tests de cohérence, réalisés par le biais de systèmes de vote à base majoritaire [Oosterom 2000], permettent ensuite de conclure sur l'état des capteurs. Cette étape de vérification est effectuée au sein du bloc de consolidation. Elle permet de délivrer des mesures dites consolidées exploitées par les systèmes avion tels que les commandes de vol. La section 1.2.1 aborde l'application de cette solution sur avion. Bien que la plupart des cas de pannes soient ainsi couverts, elle

reste pour le moins coûteuse et complexe, entraînant des coûts d'opérations et de maintenance récurrents associés aux déploiements des différents capteurs et de leurs câblages. Cependant, le développement des commandes de vol électriques et l'apparition des calculateurs embarqués permettent le développement d'une alternative purement logicielle. Des algorithmes dédiés à la détection de pannes capteurs et à la reconstruction des paramètres de vol manquants (cf. Chapitre 2) peuvent ainsi être embarqués.

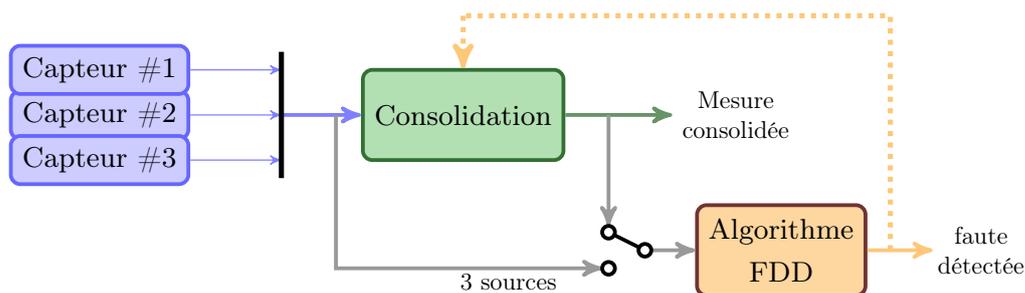


FIGURE 3.1 – Interfaçage d'algorithmes avancés de détection et d'isolation de pannes capteur avec le système de consolidation actuel

À partir de l'architecture actuelle, les algorithmes dédiés à cette problématique peuvent être interfacés directement soit aux capteurs de mesure, soit à la sortie du système de consolidation (cf. Figure 3.1). Si l'architecture utilisée jusqu'alors assure la transparence à un ou plusieurs niveaux de panne sur les capteurs, le développement et la mise au point d'algorithmes complémentaires, exploitant pour certains les principes de la redondance dite *analytique*, peuvent permettre d'apporter une solution plus robuste à la détection et à l'isolation des cas de panne les plus improbables et les plus critiques pour les systèmes avion, pouvant mettre à mal les systèmes de vote. C'est par exemple le cas des modes communs de panne, correspondant à l'embarquement cohérent et simultané (i.e prenant approximativement les mêmes valeurs) des signaux délivrés par au moins deux sources de mesure dans le cas d'une architecture de type triplex.

La suite de cette section se focalise sur la détection de l'ensemble des cas de pannes capteurs possibles pour un « coût » minimum (i.e., nombre de capteurs exploités, coût algorithmique et compatibilité avec les calculateurs actuels, etc.). Diverses méthodes de FDD/FDI sont ainsi présentées dans cette section, de même que certaines techniques appartenant à un cadre plus vaste nommé FDIE, offrant par la même occasion des capacités d'estimation de paramètres et/ou de pannes.

En résumé, les techniques de diagnostic envisagées peuvent faire usage :

- soit du seul et unique signal consolidé, utilisé notamment par les systèmes de commande de vol (PA, lois de protection du domaine de vol, etc.) ;

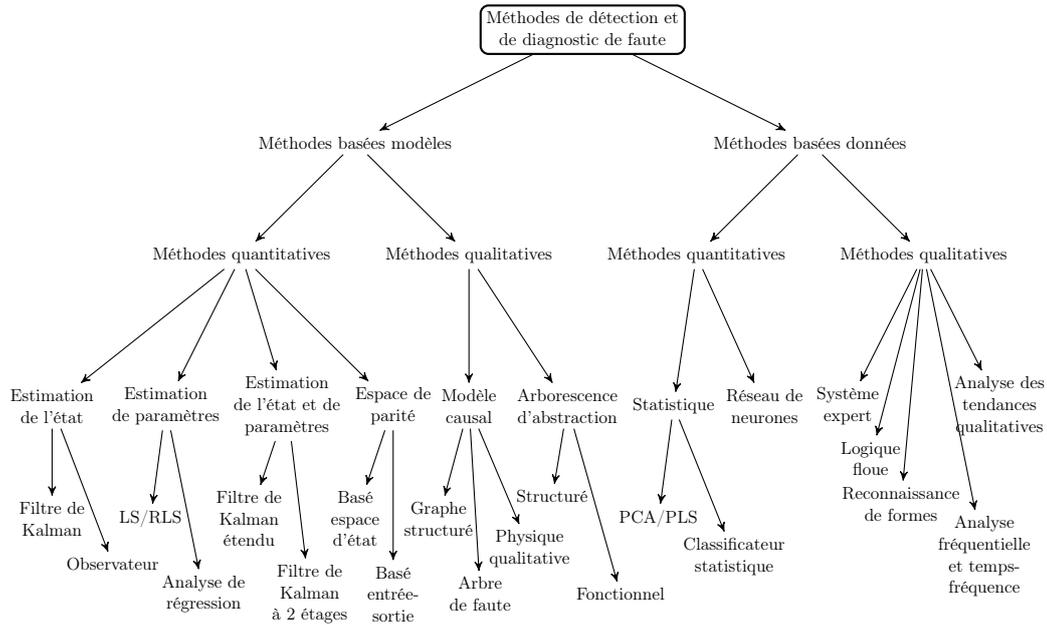


FIGURE 3.2 – Classification des méthodes de FDD

- soit des trois signaux de mesure issus du triplex de capteurs, facilitant ainsi au passage la tâche d'isolation de la ou des pannes comparativement au traitement du seul signal consolidé ;
- ou soit du signal consolidé et des trois mesures redondées, qui constitue un cas très favorable pour détecter un dysfonctionnement éventuel du système de vote utilisé pour la consolidation.

Les bénéfices potentiels de l'intégration de tels algorithmes se situent dans l'amélioration de l'identification des différents cas de panne en termes de temps de détection, de taux de fausses alarmes, éventuellement de précision de l'estimé de la panne, etc. Par ailleurs, les sorties de ces algorithmes peuvent être exploitées à bon escient pour reconfigurer des schémas d'estimation qui viseraient à reconstruire, au cours du temps, les paramètres de vol devenus indisponibles à la suite d'une ou de plusieurs pannes survenues sur les capteurs qui les mesurent.

La Figure 3.2 répertorie l'ensemble des techniques modernes de détection et d'isolation de défauts, notamment au regard des études réalisées par [Isermann 1984], [Frank 1990], [Zhang 2008b], [Hwang 2010], [Frank 1997] [Marzat 2012] [Zolghadri 2014] [Zolghadri 2012] et [Zolghadri 2015]. Néanmoins, seules quelques méthodes sélectionnées sont détaillées par la suite. Elles se distinguent aujourd'hui en deux grandes catégories d'approches : celles basées sur des modélisations, présentée dans la section 3.2, et celles basées sur des signaux et recourant à des techniques statistiques ou de traitement du signal, respectivement présentées dans les section 3.2 et

3.3.

### 3.2 Méthodes de diagnostic à base de modèles

La connaissance de modèles statiques ou dynamiques permet d'envisager des méthodes de détection à base d'estimation d'état ou d'estimation paramétrique, exploitant ces modélisations. Ces méthodes, déjà en partie décrites dans le Chapitre 2 dans le cadre de l'estimation d'états et de paramètres, offrent des capacités de détection d'anomalies par l'étude des résidus qu'elles génèrent (c.f. Figure 3.3).

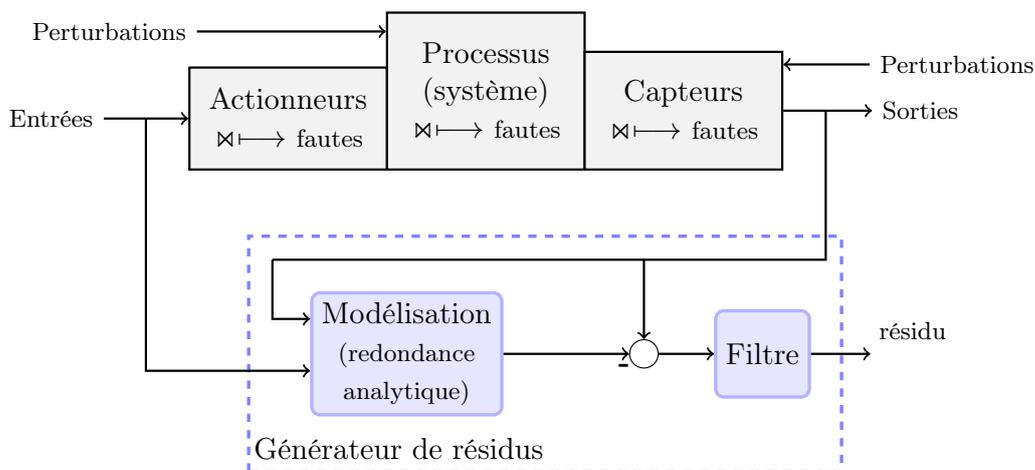


FIGURE 3.3 – Génération de résidus pour le diagnostic de pannes à base de modèles [Ding 2008]

Dans le secteur aéronautique et spatial, la disponibilité de modèles représentatifs a encouragé le développement de ces approches dont les capacités de détection et d'isolation des pannes en ligne sont pour la plupart compatibles avec les attentes industrielles. La génération de résidus porteurs d'informations (abordée dans la section 3.2.1) peut permettre de détecter et de localiser l'apparition de certains défauts. Ces résidus représentent les incohérences entre le comportement du système réel et de son modèle mathématique. Le choix de formulations conduisant à leur génération peut ainsi permettre d'en faire des indicateurs de la présence de défauts voire tout en les rendant insensibles à toute sorte de perturbations ou méconnaissances. Un résidu peut ainsi être sensible à un seul défaut, un ensemble de défauts ou la totalité des défauts tout en limitant sa sensibilité aux divers types de perturbations telles que des erreurs de modélisations ou des bruits de mesure, faussant le diagnostic ou le rendant plus complexe. De nombreuses méthodes abordent ainsi le problème de diagnostic en deux parties. L'emploi de méthodes basées modèle permet d'estimer les états du système et de générer des résidus ; et l'application de méthodes de diagnostic, telles que celles présentées dans la section 3.2, permet leur analyse pour

identifier l'apparition de pannes ainsi que leurs caractéristiques (origine de la panne, temps d'occurrence, etc.). D'autres approches à base de modèles permettent d'assurer la surveillance de systèmes et de caractériser les fautes potentielles. Il est par exemple possible, lorsque les observations disponibles le permettent, d'augmenter le vecteur d'état de paramètres de faute afin de les estimer en ligne [Hmida 2012]. Une toute autre solution s'appuie sur la théorie du MAP abordée dans la section 2.3.3. L'algorithme qui en découle est ainsi présenté dans la section 3.2.3.

### 3.2.1 Génération des résidus

La génération de résidus constitue une étape importante du diagnostic. En effet, cette dernière va déterminer en partie le niveau d'information disponible que l'on pourra ensuite extraire et analyser en recourant à des méthodes de traitement du signal et/ou des tests statistiques. De nombreuses méthodes permettent leur obtention. C'est par exemple le cas d'une majorité des techniques d'estimation présentées précédemment. Néanmoins, il est également possible de recourir à de simples relations statiques.

Le recours à de simples relations statiques peut permettre l'obtention d'un même paramètre à partir de sources dissimilaires à condition de disposer d'une redondance analytique suffisante. L'implantation d'un algorithme de génération de résidus peut alors être relativement simple, mais la disponibilité de ces relations peut nécessiter l'utilisation de modélisations potentiellement complexes afin d'augmenter le niveau de redondance du système. Par exemple, Hansen *et al.* [Hansen 2014] reconstruisent l'information de vitesse aérodynamique sur avion à partir de trois moyens de mesure dissimilaires : une première vitesse résulte directement des mesures de pression statique et de pression totale, tandis qu'une seconde et une troisième vitesse sont obtenues par l'intermédiaire de l'équation de portance et de l'équation de traînée. Cette approche nécessite donc trois modèles distincts : celui du coefficient de portance, du coefficient de traînée, et de la poussée des moteurs. Trois résidus sont obtenus dont les sensibilités vis-à-vis des défauts varient en fonction des mesures utilisées dans chacune des relations. Suivant leur valeur, il sera possible de distinguer l'origine d'une panne. En fonction du système étudié, et des mesures et des modélisations disponibles, des résidus peuvent ainsi être générés. Leur valeur peuvent ensuite être exploitée par des méthodes de seuillage ou des traitements statistiques afin de compléter le diagnostic.

Une seconde approche pour la génération de résidus consiste en des méthodes d'estimation permettant de réaliser une fusion de données à partir de l'ensemble des relations disponibles entre les différents paramètres. C'est le cas de la majeure partie des méthodes présentées dans le Chapitre 2. Parmi elles, les techniques multi-modèles sont particulièrement pertinentes car elles permettent une modélisation du système avec des paramètres de pannes spécifiques. Chaque sous-modèle correspond à un cas de panne particulier et l'étude des résidus à chaque pas de temps permet de

déterminer le sous modèle et donc le cas de panne le plus probable au regard des mesures et des entrées du système. Par ailleurs, ces techniques permettent de découpler l'influence de phénomènes tels que des pannes perturbations non-stochastiques des résidus, facilitant l'étude de ces derniers. Les techniques MMAE et IMM employant des filtres de Kalman sont aujourd'hui les méthodes multi-modèles les plus courantes [kim 2008], mais d'autres techniques plus récentes utilisant la notion de noyau et d'espace nul (nullspace method) ont fait leur apparition [Varga 2009] [Varga 2013]. Elles permettent notamment d'aborder le problème multi-modèle avec des dimensions moindres pour chaque sous-modèle par rapport aux techniques plus classiques utilisant pour base des algorithmes dérivés du filtre de Kalman. Le défaut principal de ces méthodes reste néanmoins leur coût calculatoire dû à l'implantation en parallèle de multiples filtres. Dans notre cas cette solution n'est donc pas envisageable et on préférera des solutions n'utilisant qu'un unique filtre estimateur, telles que celles présentées dans le Chapitre 2 (EKF, UKF, DDF, etc.). À partir des résultats d'estimation, les résidus  $\varepsilon$  associés à ces filtres sont obtenus en effectuant à chaque pas de temps la différence entre les mesures  $y_m$  et leur prédiction  $\hat{y}$  :

$$\varepsilon(t) = y_m(t) - \hat{y}(t) \quad (3.1)$$

La relation 2.58, exprimant les différentes mesures en fonction des états et des entrées exogènes connues du système, permet de réécrire l'expression précédente selon :

$$\varepsilon = y_m(t) - h(\hat{x}(t), u(t))(t) \quad (3.2)$$

où la fonction  $h$  fait référence à la fonction d'observation apparaissant dans l'équation 2.123.

En théorie, en l'absence de toute faute, les résidus obtenus sont de moyennes nulles si les modèles utilisés sont parfaits. En pratique, les méthodes basées modèles sont confrontées à la représentativité toute relative des modèles utilisés. Les descriptions mathématiques qui leur sont associées peuvent donc conduire à une description approximative du comportement du système suite aux erreurs de modélisation et aux incertitudes qu'elles comprennent. En plus d'un certain nombre de perturbations et de bruits agissant sur le système, les erreurs de modélisation conduisent donc à l'obtention de résidus de moyenne non nulle, y compris dans le cas nominal correspondant à l'absence de faute. Ce résultat peut introduire des difficultés à détecter l'apparition d'une panne. Il existe néanmoins deux approches permettant de s'accommoder de ce problème. La première consiste à avoir recours à des techniques de filtrage et/ou d'estimation permettant d'obtenir des résidus insensibles aux bruits et aux incertitudes tout en l'étant aux fautes, lorsque ceci est possible. Ce type d'approches nécessite de nombreuses relations reliant les différentes variables explicatives du système, et ne sera donc pas toujours applicable. Une alternative consiste à effectuer dans un second temps un traitement sur les résidus. La section suivante présente plusieurs approches pour l'analyse tout en s'accommodant des potentielles composantes basses fréquences.

### 3.2.2 Traitement et analyse des résidus

Une première approche peut consister à détecter les fautes à l'aide de seuils simples ou adaptatifs associés aux résidus. De cette manière, seules les fautes dont l'impact sur l'amplitude des résidus est suffisamment conséquent seront détectées. Ces seuils sont généralement dimensionnés en fonction du taux de fausse alarme qui doit rester très faible et des amplitudes des perturbations ou des bruits qui doivent donc être bornées. Cette approche est la plus simple à implanter mais pose le problème du réglage du niveau des seuils pour atteindre un bon niveau de performance, caractérisé par une faible probabilité de fausse alarme, une bonne probabilité de détection et une faible amplitude de la faute au moment de sa détection. Du point de vue de l'ingénieur et du chercheur, cette définition de seuils doit s'accompagner de la prise en compte de différents facteurs influents tels que :

- les spécificités associées à la méthode de génération des résidus ;
- la façon dont les entrées inconnues telles que les perturbations et incertitudes liées aux modèles sont évaluées [Emami-Naeini 1988] ;
- les bornes associées à chacun de ces éléments, ainsi que leur pertinence.

La détermination peut être purement empirique [Hajiyev 2000], recourir à une vérification par des méthodes de Monte Carlo ou des problèmes d'optimisation pour le calcul de normes classiques telles que la norme  $H_\infty$  [Ding 2003], ou encore s'appuyer sur des paramètres tels que la variance du signal. Dans son papier, Zarei [Zarei 2014] a recours à cette approche et illustre la dépendance existante entre le réglage de sa méthode basée modèle (en l'occurrence, un observateur à entrée inconnue (UIO)) et la définition des seuils de détection. De même, Okatan *et al.* [Okatan 2009] se basent sur la confiance associée au signal gaussien à  $3\sigma$  associé à chaque résidu pour établir les valeurs de leurs seuils. Lorsque cette approche ne peut être appliquée, on peut s'orienter vers des méthodes plus complexes. Amato *et al.* [Amato 2006] montre la possibilité de recourir à la norme  $H_\infty$  à partir des résidus générés pour détecter la présence d'anomalies. Les résidus étant générés dans un premier temps via un observateur à entrée inconnue. Mrugalski [Mrugalski 2013] a recours à un réseau de neurones GMDH (pour *Grow up Method of Data Handling*) multi-entrées multi-sorties, afin de générer des seuils adaptatifs dépendant du point de vol, appliqués à des résidus préalablement générés par un filtre de Kalman non parfumé. Golan *et al.* [Golan 2000] et plus récemment Heydarzadeh *et al.* [Heydarzadeh 2016] ont eux recours à des méthodes temps/fréquence appliquées aux résidus pour détecter la présence d'anomalies. Ils ont recours à la transformée en ondelettes rapide et discrète détaillée dans la dernière section de ce chapitre. D'autres alternatives, parfois moins classiques, sont présentées dans le papier de Basseville [Basseville 1998], avec pour outil principal le développement en série de Taylor au premier ordre servant de socle à plusieurs méthodes décrites, dérivées des moindres carrés. Elle y présente notamment les méthodes d'identification de sous-espaces et utilise des techniques de tests d'hypothèses sur les résidus. Les plus courantes sont les tests suivants :

- test du  $\chi^2$  ;

- test de Student ;
- test du CUSUM ;
- test SPRT ;
- test GLRT.

Les tests d'hypothèses sont un objet d'étude depuis le début du 20<sup>ème</sup> siècle et de nombreuses techniques ont été développées depuis. Parmi l'ensemble des références et livres sur le sujet, on retient particulièrement le livre de Ding [Ding 2008] et de Basseville et Nikiforov [Basseville 1993], présentant les grands principes des tests d'hypothèses, également détaillés par Patton *et al.* [Patton 1991]. Un grand nombre de papiers bibliographiques ont permis de référencer les différents algorithmes ayant fait leur apparition au fur et à mesure des années [Willsky 1976b] [Patton 1991] [Frank 1997] [Hwang 2010] [Marzat 2012]. En fonction du problème étudié ces tests sont couplés à des algorithmes d'estimation adaptés (i.e. robustes aux non linéarités et aux distributions rencontrées) [Wan 2016c]. Par exemple, Xiong *et al.* [Xiong 2005] ont utilisé le test du CUSUM pour détecter des pannes sur un capteur d'alignement solaire utilisé pour la détermination d'attitude d'un satellite. Ce test vient à la suite d'une estimation des états réalisée à l'aide d'un filtre de Kalman non parfumé permettant la génération de résidus. Verdier *et al.* [Verdier 2008] proposent un calcul adaptatif pour le test du CUSUM dans le cas de systèmes dynamiques, afin d'adapter la méthode de détection à des processus instationnaires, et pour garantir un niveau constant de taux de fausses alarmes. Wang et Chan [Wang 2002] utilisent quant à eux le test du  $\chi^2$  à la suite d'une génération de résidus via un réseau de neurones flous. Ils ont recours à l'approche asymptotique locale, présentée dans la section 3.3.1, en pré-traitement afin d'obtenir des résidus aux distributions gaussiennes sur lesquels le test d'hypothèse peut être appliqué. Plus récemment, Li *et al.* [Li 2016] ont proposé un algorithme de détection appliqué à un système non linéaire de type Takagi-Sugeno. Le diagnostic s'effectue en deux étapes : d'abord via la génération des résidus en recourant à un observateur utilisant les principes de la logique floue ; puis par leur analyse, effectuée en utilisant une fonction d'évaluation comparée à un seuil défini suite aux résultats présentés dans le rapport bibliographique de Frank et Ding [Frank 1997]. Le principal avantage des approches récentes utilisant la logique floue est qu'elles sont davantage robustes à la présence de retards dans les mesures. Elles sont abordées dans les articles de Zhang *et al.* [Zhang 2013], Zhao *et al.* [Zhao 2009] et Dong *et al.* [Dong 2012]. Enfin, lorsque les résidus générés possèdent des composantes basses fréquences, Seren et Hardier [Seren 2013] et Samara *et al.* [Samara 2003] proposent des méthodes de pré-traitement pour transformer les résidus en des signaux de moyennes nulles de distribution gaussienne. Ils ont recours à un filtre passe-haut puis à un filtre inverse stochastique équivalent à un filtre de blanchiment afin de retirer les dépendances en série (deux instants consécutifs du signal en question ne sont plus statistiquement indépendants) introduites par le premier filtre.

La section suivante détaille une méthode de diagnostic basée modèle s'appuyant

sur les principes du MAP, présentés dans la section 2.3.3. La section 3.3, consacrée aux méthodes statistiques, présentera ensuite en détail plusieurs tests d'hypothèses couramment utilisés dans la littérature.

### 3.2.3 Estimation des pannes par Maximum A Posteriori

Une méthode basée modèle, présentée dans la thèse de Samar [Samar 2006], s'appuie sur les grands principes de l'estimation bayésienne par MAP présentés dans la section 2.3.3. Cette méthode permet d'estimer des paramètres de faute en temps réel ; elle appartient à la catégorie des approches FDIE, présentées dans la section 3.1.1. Contrairement aux méthodes basées modèles associées à la théorie de Kalman, elle ne procède à aucune intégration temporelle d'équations différentielles. Elle est donc purement statique et s'applique au modèle paramétrique 3.3, qui diffère légèrement du modèle d'état classique 2.58 :

$$\tilde{y}(t) = \mathcal{M}_{NL}(p_m(t), f(t), \theta(t)) \quad (3.3)$$

où  $p_m(t)$  et  $f(t)$  représentent respectivement un vecteur de mesures et un vecteur de pannes, tous deux considérés comme les entrées du modèle, noté  $\mathcal{M}_{NL}$ . Le paramètre  $\theta(t)$  représente toute forme de connaissance *a priori*, telles que des modélisations, qui serait disponible dans les équations du modèle. Par exemple, dans notre cas d'application, la modélisation de coefficients aérodynamiques peut être nécessaire pour l'utilisation de l'équation de portance qui relie tout un ensemble de mesures et de variables explicatives. Enfin,  $\tilde{y}(t)$  correspond au vecteur des sorties prédites par le modèle. Il peut se composer de diverses composantes des vecteurs  $\dot{x}(t)$  et  $y(t)$  exprimé dans la formulation d'état 2.58.

La connaissance *a priori* de modèles de prédiction permet de dériver à chaque instant un ensemble de résidus de sortie, noté  $y_r$ , tels que :

$$y_r(t, p_m(t), f(t)) = y_m(t) - \tilde{y}(t) = y_m(t) - \mathcal{M}_{NL}(p_m(t), f(t), \theta(t)) \quad (3.4)$$

Ces résidus permettent de quantifier à chaque instant les écarts existant entre les mesures  $y_m(t)$  et la prédiction  $\tilde{y}(t)$  qui leur est associée via  $\mathcal{M}_{NL}$ . En fonction des équations statiques, le vecteur de mesure  $y_m(t)$  peut être constitué de mesures brutes, de combinaisons de mesures, ou de *pseudo-mesures*, c'est-à-dire de signaux résultant d'opérations de dérivation temporelle de signaux mesurés. Par exemple, dans le cas d'une application du MAP au problème de détection de perte de signaux GPS, on s'intéressera à la mesure de vitesse sol déduite des mesures GPS, tandis que l'équation statique utilisée pour prédire cette vitesse est une équation cinématique dont les paramètres de mesures  $p_m(t)$  correspondent aux mesures inertielles. À partir des résidus obtenus à chaque pas de temps, on peut ainsi calculer le nouveau vecteur de pannes  $f(t)$ , comme nous allons le voir par la suite. Ce dernier permet, sous certaines conditions, de détecter et d'isoler au cours du temps l'apparition de pannes,

et la reconstruction des mesures erronées. Par conséquent, cette approche dispose de capacités de diagnostic et d'estimation intéressantes.

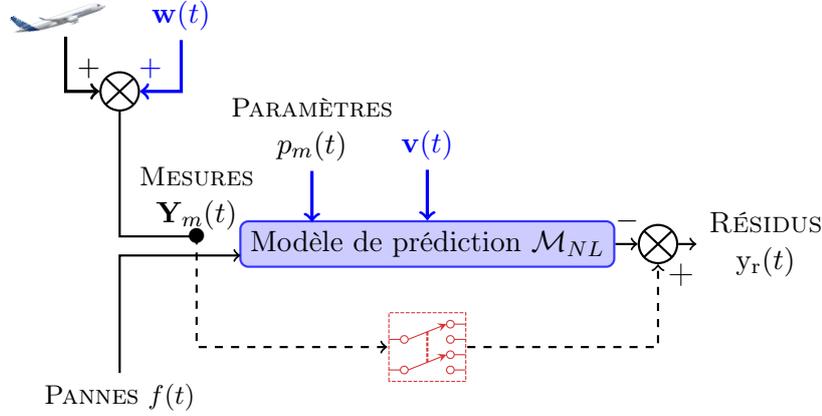


FIGURE 3.4 – Modélisation et principe de calcul du vecteur de résidus  $y_r$

La Figure 3.4 récapitule le principe de cette méthode. Tout comme pour la plupart des méthodes dérivées du filtre de Kalman, contrairement à certaines erreurs de modélisation, les potentiels biais sur les mesures peuvent nuire au bon fonctionnement de cet algorithme. Idéalement, en l'absence de ces derniers, le modèle  $\mathcal{M}_{NL}$  fournit une prédiction telle que  $E[y_r(t, p_m(t), f(t) = 0)] = 0$ . L'apparition de fautes  $f(t) \neq 0$  ou l'existence de toute imprécision de modèle ou de mesure conduisent cette égalité à ne plus être vérifiée.

Le vecteur des résidus  $y_r$ , formulé par l'intermédiaire de l'équation 3.4, présente l'avantage de pouvoir être exprimé sous la forme d'une équation linéaire dans un approximation au premier ordre, à condition que des variations de faible amplitude sur les composantes du vecteur de fautes  $f$  n'engendrent que de petits écarts sur la dynamique du système considéré. Dans ce cas, le modèle de prédiction  $\mathcal{M}_{NL}$  peut être linéarisé par rapport à  $f$  autour du point de fonctionnement nominal sans panne (c'est-à-dire  $f = 0$ ), suivant la relation 3.5 :

$$y_r(t, p_m(t), f(t)) = y_m(t) - \mathcal{M}_{NL}(p_m(t), f(t), \theta(t)) \simeq S(t, \theta) \times f(t) + e(t) \quad (3.5)$$

avec dans le cas où  $\dim(y_m(t)) = m$ ,  $\dim(f(t)) = n$  et  $\dim(y_r(t)) = p$  où  $(m, n, p) \in \mathbb{N}^3$ ;  $S(t) \in \mathcal{M}_{p \times n}(\mathbb{R})$  correspond à la matrice de sensibilité des résidus  $y_r$  vis-à-vis des pannes  $f$ , aussi appelée *matrice de signature des pannes*. Enfin, le vecteur  $e(t)$  correspond à un terme d'écart généralisé qui englobe tout écart dû aux bruits de mesures, aux erreurs de modélisation et aux approximations induites par l'opération de linéarisation. On l'identifie à un processus aléatoire gaussien de moyenne nulle, décorréolé des autres sources de bruit, auquel on associe une matrice de covariance  $Q$  telle que  $e(t) \sim \mathcal{N}(0, Q)$ . Tout comme dans le cas non linéaire, ce vecteur sera égal

à 0 en l'absence de pannes et d'imperfections étant donné que la linéarisation est réalisée autour de  $f$  en fonctionnement nominal. Néanmoins, les hypothèses associées à  $e(t)$  n'ont qu'une validité toute relative étant donné la présence d'imperfections basses fréquences telles que les erreurs de modélisation ou des biais de mesure capteur.

De la même façon que les matrices jacobiniennes des filtres de Kalman, la matrice de sensibilité peut être soit déterminée analytiquement, soit numériquement, par différence finie :

$$S(t) = \frac{\partial y_r(t, p_m(t), f(t))}{\partial f} = \frac{\partial (y_m(t) - \tilde{y}(p_m(t), f(t), \theta))}{\partial f} = -\frac{\partial \tilde{y}(p_m(t), f(t), \theta)}{\partial f} \quad (3.6)$$

On obtient alors les différentes composantes  $S_{ij}(t)$  de la matrice  $S(t)$  en différenciant une à une les composantes  $y_r^i$  du vecteur des résidus  $y_r$  entre les trajectoires de sortie prédites par le modèle nominal ( $f = 0$ ) et dans le cas perturbé ( $f = \delta \varepsilon_j$ ,  $j \in [1; n]$ ), où  $\varepsilon_j$  correspond au  $j$ -ième vecteur de la base euclidienne de  $\mathbb{R}^n$  :

$$\begin{aligned} \forall (i, j) \in [1; p] \times [1; n], \\ S_{ij}(t) &\approx \left[ \frac{y_r^i(t, p_m(t), \delta \varepsilon_j) - y_r^i(t, p_m(t), 0)}{\delta} \right] \\ &= \left[ \frac{(y_m^i(t) - \tilde{y}(p_m(t), \delta \varepsilon_j, \theta)) - (y_m^i(t) - \tilde{y}(p_m(t), 0, \theta))}{\delta} \right] \\ &= - \left[ \frac{\tilde{y}(p_m(t), \delta \varepsilon_j, \theta) - \tilde{y}(p_m(t), 0, \theta)}{\delta} \right] \end{aligned} \quad (3.7)$$

In fine, la problématique d'estimation décrite consiste à déterminer à l'aide de la théorie du MAP, à chaque instant  $t$ , les composantes du vecteur de pannes  $f$  étant donné une prédiction des résidus  $y_r(t, p_m(t), f(t))$  et la matrice de signature des pannes  $S(t)$ . Cette estimation se fait par deux intermédiaires. Tout d'abord par l'équation 3.5 par laquelle les effets liés aux pannes sont propagés vers les résidus. Enfin, par une description de l'évolution temporelle du vecteur de pannes  $f(t)$  permettant d'introduire toute forme de connaissance *a priori* sur la dynamique des pannes rencontrées. Parmi les descriptions les plus classiques, on retrouve le modèle de variation de type marche aléatoire en temps discret qui s'écrit, pour une composante  $f_i$ ,  $i \in [1; n]$  du vecteur de pannes  $f$ , selon :

$$\forall i \in [1; n], f_i(t+1) = \phi(f_i(t)) + \gamma_i(t) \quad (3.8)$$

où  $\phi$  correspond à une fonction linéaire ou non linéaire admettant la  $i$ -ième composante du vecteur de pannes  $f(t)$  du pas précédent, et  $\gamma_i(t)$  est un processus aléatoire générateur des évolutions temporelles de  $f_i$  et caractérisé par une densité de probabilité  $p_{\gamma_i}$  dont le choix permet d'intégrer une certaine connaissance *a priori* sur

les différents types de pannes à estimer. D'autres processus aléatoires (tels que les processus aléatoires uniformes, de Laplace ou de loi exponentielle) et leurs caractéristiques sont détaillés dans la thèse de Samar [Samar 2006].

La théorie du MAP, détaillée dans le Chapitre 2, peut, sous certaines hypothèses, se ramener à une optimisation convexe récursive de fonctions quadratiques de type log-vraisemblance pour laquelle une solution analytique existe. Les variables  $f(t)$  et  $y_r(t, p_m(t), f(t))$  sont reliées à chaque instant  $t$  par la relation 3.5 qui forme un processus de Markov en temps discret i.e. que toute connaissance de la prédiction des résidus à un instant donné  $t$  détermine entièrement  $f$  à ce même instant moyennant une estimation du bruit généralisé  $e$ . Il est donc possible de considérer une notion de probabilité conditionnelle pour l'obtention d'un vecteur estimé  $\hat{f}$  de  $f$ .  $f$  pouvant être considéré comme un processus aléatoire de densité de probabilité connue *a priori*, son estimé peut être obtenu au sens du MAP en maximisant la densité de probabilité des pannes étant donnés les résidus (notée  $p_{f|y_r}$ ) :

$$\hat{f}_{MAP} = \underset{f}{\operatorname{argmax}}(p_{f|y_r}) \quad (3.9)$$

Tout comme présenté dans la section 2.3.3, la règle de Bayes permet d'en déduire une équivalence entre l'estimateur MAP et l'estimateur MV, qui correspond à une maximisation de la densité de probabilité des résidus étant données les pannes (notée  $p_{y_r|f}$ ) :

$$\hat{f}_{MV} = \underset{f}{\operatorname{argmax}}(p_{y_r|f}) \quad (3.10)$$

Si de plus il est possible de considérer que  $\forall (t_i, t_j)$ ,  $f(t_i)$  et  $f(t_j)$  constituent deux variables aléatoires indépendantes, elle permet également d'écrire l'égalité 3.11 :

$$p_{f|y_r} \times p_{y_r} = p_{y_r|f} \times p_f \quad (3.11)$$

qui peut être réécrite sous la forme 3.12 à condition que  $y_r(t, p_m(t), f(t))$  soit connu et qu'aucune connaissance *a priori* ne permette de caractériser  $f$ .

$$p_{f|y_r} = p_{y_r|f} \times C^{te} \quad (3.12)$$

In fine, le filtre estimateur du MAP des pannes capteur sur les paramètres recherchés réalise une optimisation du critère  $J$  défini par :

$$J = -\log(p_{f|y_r}) = -\log(p_{y_r|f}) - \log(p_f) + C^{te} \quad (3.13)$$

et un estimé optimal du vecteur des pannes au sens du MAP peut donc être défini comme :

$$\begin{aligned}\hat{f}_{MAP} &= \arg \min_f (J) = \arg \min_f [-\log (p_{f|y_r})] \\ &= \arg \min_f [-\log (p_{y_r|f}) - \log (p_f)]\end{aligned}\quad (3.14)$$

Chaque densité de probabilité exprimée dans le critère d'optimisation  $J$  peut être déduite des précédentes explications relatives à la modélisation et au modèle de variation des fautes. Tout d'abord,  $p_{y_r|f}$  se détermine à partir du modèle linéarisé 3.5 pour lequel une hypothèse de processus aléatoire gaussien, de moyenne nulle et de matrice de covariance  $Q$  connue *a priori*, a été formulée pour le bruit  $e$ . Ensuite  $p_f$  dépend directement du modèle de variation de  $f$  choisi. Dans le cas d'une marche aléatoire, le critère  $J$  est finalement exprimé à chaque instant  $t$  sous la forme :

$$J(t) = \frac{1}{2} [y_r(t) - S(t)f(t)]^T Q^{-1} [y_r(t) - S(t)f(t)] - \sum_{i=1}^n \log [p_i (f_i(t) - \phi (f_i(t-1)))] \quad (3.15)$$

Le problème d'estimation correspond alors à un problème d'estimation paramétrique récursif dans la mesure où à chaque instant  $t$ , le critère  $J(t)$  est calculé à partir du vecteur des pannes considéré à un instant précédent  $f(t-1)$ . En simplifiant d'avantage le problème formulé en posant  $\phi = a = \text{Id}$  et  $\forall i \in [1; n]$ ,  $\gamma_i(t) \sim N(0, \sigma_i^2)$ , on peut réécrire 3.16 :

$$J(t) = \frac{1}{2} [y_r(t) - S(t)f(t)]^T Q^{-1} [y_r(t) - S(t)f(t)] + \sum_{i=1}^n \frac{(f_i(t) - f_i(t-1))^2}{2\sigma_i^2} \quad (3.16)$$

Sa dérivée vis-vis du vecteur de pannes  $f$  à l'instant  $t$  donne alors :

$$\frac{\partial J(t)}{\partial f(t)} = -S(t)Q^{-1} [y_r(t) - S(t)f(t)] + I_\sigma (f_i(t) - f_i(t-1)) \quad (3.17)$$

où :

$$I_\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1^{-2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2^{-2} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \sigma_n^{-2} \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

La condition d'optimalité au premier ordre  $\partial J(t)/\partial f(t) = 0$  fournit ensuite une expression analytique de l'estimé optimal  $\hat{f}_{MAP}$  sous les hypothèses énoncées précédemment :

$$\hat{f}_{MAP}(t) = [I_n + I_\sigma^{-1}S^T(t)Q^{-1}S(t)]^{-1} \left( \hat{f}_{MAP}(t-1) + I_\sigma^{-1}S^T(t)Q^{-1}y_r(t) \right) \quad (3.19)$$

Ce résultat d'estimation est ainsi évalué à chaque pas de temps.

La section 5.3.1 présente l'utilisation du MAP pour la détection de panne GPS. Cette technique est également utilisable pour d'autres cas, notamment la reconstruction de paramètres aérodynamiques critiques  $\alpha$  et  $V$ . Elle peut être effectuée à partir de résidus construits sur les mesures de vitesse verticale  $V_z$  et de facteur de charge vertical  $n_{z1}$ , respectivement déduits des équations statiques 3.20 et 3.21 (la dépendance temporelle est omise par soucis d'écriture) :

$$V_z \simeq (V_g + f_V) (\cos(\alpha + f_\alpha) \sin \theta - \sin(\alpha + f_\alpha) \cos \theta \cos \phi) \quad (3.20)$$

$$n_{z1} = \frac{\gamma \cdot S \cdot P_s \cdot M^2 \cdot C_z(\alpha + f_\alpha, M)}{2 \cdot m \cdot g \cdot \cos(\alpha + f_\alpha)} - n_{x1} \tan(\alpha + f_\alpha) \quad (3.21)$$

avec :

$$M = \frac{V + f_V}{V_{son}} = \frac{V + f_V}{\sqrt{\gamma \cdot R \cdot T_s}} \quad (3.22)$$

et le vecteur de panne  $f$  défini selon  $f = [f_\alpha \ f_V]$ .

L'équation 3.20 se calcule à partir de 3.23 en supposant  $\beta_g \simeq 0$ ,  $\alpha_g \simeq \alpha$  et  $V_g \simeq V$ . Ces deux dernières hypothèses sont très fortes puisqu'elles reviennent à négliger l'impact du vent par rapport à celui de la vitesse sol sur la mesure d'incidence et de vitesse.

$$V_z = (V_g + f_V) (\cos(\alpha_g + f_\alpha) \cos \beta_g \sin \theta - \sin \beta_g \cos \theta \sin \phi - \sin(\alpha_g + f_\alpha) \cos \beta_g \cos \theta \cos \phi) \quad (3.23)$$

Cette approche permet de faire directement le diagnostic des mesures d'incidence et de vitesse air. Une telle approche n'est néanmoins pas robuste au vent et se focalise donc essentiellement sur les paramètres sols.

### 3.3 Méthodes statistiques dédiées à la détection de pannes

Par méthodes statistiques, on entend ici l'ensemble des approches mathématiques dérivés des tests d'hypothèses, permettant de déduire le cas de fonctionnement courant et de détecter l'apparition de fautes en temps réel. Ces méthodes, associées à l'évaluation des résidus et à la définition de seuils de détection, permettent donc de s'attaquer au problème de FDI en temps réel avec des algorithmes couramment utilisés ayant des coûts calculatoires limités. Ainsi, à partir des résidus générés, différentes techniques de tests d'hypothèses peuvent venir se greffer comme illustré sur la Figure 3.5.

### 3.3.1 Introduction aux tests d'hypothèses

Les techniques de tests d'hypothèses sous-entendent une génération préalable de résidus et dans une certaine mesure, une connaissance *a priori* des caractéristiques de ces derniers en fonctionnement nominal (résidus, qui dans un système idéal sans bruit, devraient être nuls).

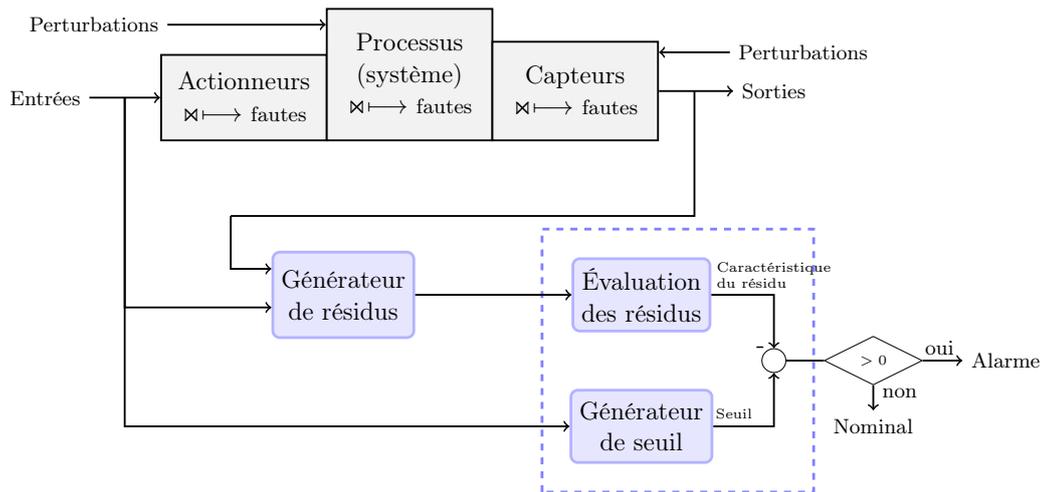


FIGURE 3.5 – Schéma d'évaluation des résidus et de génération de seuil [Ding 2008]

La notion de test dans sa définition la plus large s'appuie sur la formulation de deux hypothèses sur un paramètre  $\theta$  associé à une variable aléatoire  $X$  réelle de densité  $f_\theta(x)$  :

$$\begin{cases} H_0 : \theta \in \Theta_0 : \text{l'hypothèse nulle} \\ H_1 : \theta \in \Theta_1 : \text{l'hypothèse alternative} \end{cases} \quad (3.24)$$

L'objectif du test consiste à décider selon quelle hypothèse le système duquel découle cette variable  $X$  a fonctionné, à partir des observations effectuées sur cette variable aléatoire. L'espace d'observation de cette variable aléatoire est donc divisé en deux sous-espaces disjoints  $X_0$ ,  $\{X_0 : x < \gamma\}$ , et  $X_1$ ,  $\{X_1 : x > \gamma\}$ . Si l'observation courante de la variable aléatoire  $X$  appartient à  $X_0$ , l'hypothèse  $H_0$  est choisie, sinon l'hypothèse  $H_1$ . Chacune de ces hypothèses peut être simple :  $\theta = \theta_0$  ou multiple :  $\theta \in \Theta$ , sachant qu'une de ces hypothèses est vraie. En réalité, quatre décisions  $D_{ij}$  peuvent être prises, pouvant ainsi se résumer par :

- $D_{00}$  : l'hypothèse  $H_0$  est vraie et  $H_0$  a été effectivement choisie ;
- $D_{01}$  : l'hypothèse  $H_0$  est vraie mais  $H_1$  a été choisie (risque de première espèce) ;
- $D_{11}$  : l'hypothèse  $H_1$  est vraie et  $H_1$  a été effectivement choisie ;

- $D_{10}$  : l'hypothèse  $H_1$  est vraie mais  $H_0$  a été choisie (risque de seconde espèce).

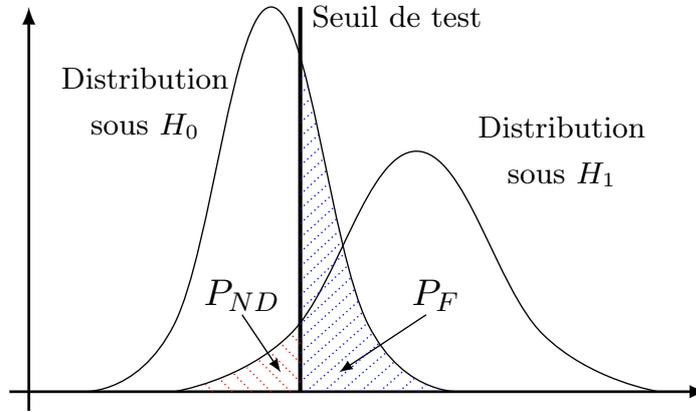


FIGURE 3.6 – Régions de décision

Il y a donc deux situations correspondant à des mauvaises décisions. Si l'on considère  $H_1$  associée à la présence d'un défaut, la situation  $D_{01}$  est relative à une fausse alarme (que nous noterons par la suite  $P_F = \alpha$ ) et la situation  $D_{10}$  à un défaut non détecté (avec une probabilité  $P_{ND} = \beta$ ). Les autres situations  $D_{11}$  et  $D_{00}$  sont respectivement relatives à une bonne détection ( $P_D = 1 - \beta$ ) et une absence de faute n'entraînant pas de déclenchement d'alarme. La Figure 3.6 retrace les régions de décision associées au choix d'un seuil de test.

Les densités de probabilité conditionnelle des observations  $x_k$  relatives aux deux hypothèses  $H_0$  et  $H_1$  étant connues, ces trois situations sont caractérisées par les probabilités :

$$P_D = 1 - \beta = P(H_1 \text{ choisie} | H_1 \text{ vraie}) = \int_{\gamma}^{+\infty} p(X|H_1)dX \quad (3.25a)$$

$$P_F = \alpha = P(H_1 \text{ choisie} | H_0 \text{ vraie}) = \int_{\gamma}^{+\infty} p(X|H_0)dX \quad (3.25b)$$

$$P_{ND} = \beta = P(H_0 \text{ choisie} | H_1 \text{ vraie}) = \int_{-\infty}^{\gamma} p(X|H_1)dX \quad (3.25c)$$

$P_F = \alpha$  correspond au risque dit de *1<sup>ère</sup> espèce* avec  $\alpha$  le *seuil ou risque du test*,  $P_{ND} = \beta$  correspond au risque dit de *2<sup>nde</sup> espèce*, enfin  $P_D = 1 - \beta$  fait référence à la *puissance du test*.

Une première approche consiste, à probabilité de fausse alarme  $P_F = \alpha$  fixée, à maximiser la puissance du test  $1 - \beta$ , c'est-à-dire à maximiser la probabilité de bonne détection (choix de  $H_1$  quand  $H_1$  est vraie). Il s'agit du test de Neyman Pearson.

Ces deux exigences étant contradictoires, la décision résulte nécessairement d'un compromis. Le problème posé consiste donc à rechercher le minimum de  $P_{ND}$  sous la contrainte  $P_F - \alpha = 0$ , revenant à déterminer l'extremum de :

$$J = P_{ND} + \lambda(P_F - \alpha) \quad (3.26)$$

En réinjectant les définitions 3.25 de  $P_{ND}$  et  $P_F$ , on obtient :

$$J = \int_{-\infty}^{\gamma} p(X|H_1)dX + \lambda \left( \int_{\gamma}^{+\infty} p(X|H_0)dX - \alpha \right) \quad (3.27)$$

et en considérant :

$$\int_{\gamma}^{+\infty} p(X|H_0)dX = \int_{-\infty}^{+\infty} p(X|H_0)dX - \int_{-\infty}^{\gamma} p(X|H_0)dX \quad (3.28)$$

on peut réécrire 3.27 selon :

$$J = \int_{-\infty}^{\gamma} (p(X|H_1) - \lambda p(X|H_0)) dX + \lambda(1 - \alpha) \quad (3.29)$$

Ce critère sera minimal si l'on affecte à la zone  $X_0$  (correspondant à l'acceptation de  $H_0$ ) les observations telles que la quantité  $p(X|H_1) - \lambda p(X|H_0)$  soit négative, c'est-à-dire :

$$\frac{p(X|H_1)}{p(X|H_0)} < \lambda \quad (3.30)$$

La règle de décision s'exprime alors de la manière suivante :

$$\Lambda(X) = \frac{p(X|H_1)}{p(X|H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \lambda \quad (3.31)$$

Le rapport ainsi formé est appelé *rapport de vraisemblance des densités de probabilité conditionnelles* et  $\lambda$  porte le nom de *seuil de détection*. La notation employée signifie que si ce rapport est inférieur à  $\lambda$ , on accepte l'hypothèse  $H_0$  ; dans le cas contraire, on accepte  $H_1$ . Il reste à préciser la valeur du paramètre  $\lambda$ . En utilisant la contrainte  $P_F - \alpha = 0$ , on peut écrire :

$$\int_{\gamma}^{+\infty} p(X|H_0)dX = \alpha \quad (3.32)$$

La résolution de cette équation fournit la valeur du paramètre  $\lambda$ . Les lois de probabilités conditionnelles  $p(X|H_0)$  et  $p(X|H_1)$  étant connues, l'inégalité 3.31 fournit la valeur du seuil de détection  $\lambda$  qui est solution de :

$$\left. \frac{p(X|H_1)}{p(X|H_0)} \right|_{X=\lambda} = \lambda \quad (3.33)$$

Il est à noter que le principe du test, comme ceux qui sont présentés ultérieu-

rement, s'applique à un groupe d'observations ( $X$  est alors un vecteur) aussi bien qu'à une observation unique ( $X$  est alors un scalaire), les probabilités étant évaluées en conséquence. Dans la suite de ce manuscrit, le choix a été fait de présenter les méthodes de tests d'hypothèses appliquées à un résidu scalaire  $r(t)$  de moyenne glissante  $\bar{r}$  définie à chaque instant  $t_k$  par :

$$\bar{r} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} r_{k-i} \quad (3.34)$$

La méthode d'évaluation des résidus qui s'en suit s'applique donc au problème suivant :

$$\begin{cases} H_0 : \bar{r}(t) = \mu_0 & \mu_0 \text{ connu} \\ H_1 : \bar{r}(t) = \mu_1 & \mu_1 \text{ connu ou inconnu} \end{cases} \quad (3.35)$$

La plupart des tests statiques font l'hypothèse d'une distribution gaussienne pour  $r$  et nécessite la connaissance de sa moyenne  $\mu_0$  et de sa variance  $\sigma_0^2$  lorsqu'aucune panne n'affecte le résidu (a priori  $\mu_0 = 0$ ). Si ces valeurs ne sont pas connus, elles peuvent être calculées en ligne dès la réception des premières valeurs du résidu, à condition d'être sûr de pouvoir considérer le système sain, c'est à dire sans panne. L'intensité de la variation  $\nu_1$  peut être fixée à l'avance ou estimée en ligne.

Dans le cas de systèmes non linéaires,  $r$  peut ne pas suivre un processus gaussien. Dans ce cas, on peut avoir recours à l'*approche locale asymptotique* [Benveniste 1987] [Basseville 1998] définissant un résidu modifié, noté  $r_{loc}$  pour  $N$  observations, selon la formule :

$$r_{loc} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{t=1}^N r(t) \quad (3.36)$$

Malgré l'absence de toute connaissance des propriétés statistiques de  $r$ ,  $r_{loc}$  peut être considéré approximativement gaussien pour une valeur de  $N$  suffisamment grande. Les méthodes de tests d'hypothèses classiques détaillées par la suite deviennent ainsi applicables. Il existe un test en particulier pour vérifier si le signal étudié suit une loi de distribution gaussienne ( $\mathcal{N}(\mu_0, \sigma_0)$ ) selon un niveau de confiance fixé. Ce test est connu sous le nom de *t-test* de Student et a recours aux tables éponymes. Il permet d'évaluer la conformité d'une moyenne observée d'un échantillon statistique à une valeur fixée ( $\mu_0$ ) ou de comparer une probabilité observée à une probabilité théorique. Ce test repose sur le calcul de la quantité :

$$T_{obs} = \frac{\bar{r} - \mu_0}{r_{std}/\sqrt{N}} \quad (3.37)$$

avec  $r_{std}$  l'écart-type du résidu. La variable  $T_{obs}$  suit alors une loi de Student avec  $N - 1$  degrés de liberté. Le test étant rejeté si cette valeur est supérieure au quantile à 95% ou 99% (valeur critique) de cette loi avec  $N - 1$  degrés de liberté.

La suite de cette section développe un exemple de test d'hypothèses standard. Les approches les plus courantes de la littérature sont ensuite présentées dans les pages d'après.

Étant donné le modèle :

$$r(t) = \mu(t) + \varepsilon(t) \in \mathbb{R} \quad (3.38)$$

avec  $\varepsilon$  un bruit blanc gaussien de moyenne nulle et de covariance  $\sigma^2$  ( $\varepsilon$  suivant une loi normale  $N(0, \sigma^2)$ ), et  $\mu$  la composante non bruitée du signal  $r$ . En considérant  $N$  échantillons du résidu  $r : r_1, \dots, r_N$  et une constante  $\alpha > 0$  (définissant toujours le niveau de risque du test), on cherche alors la limite  $J_{th}$  telle que :

$$\text{prob} \{ |\bar{r}| > J_{th} \mid \mu = 0 \} < \alpha, \quad \bar{r} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N r_i \quad (3.39)$$

où  $\text{prob} \{ |\bar{r}| > J_{th} \mid \mu = \mu_0 = 0 \}$  correspond à la probabilité d'avoir  $|\bar{r}| > J_{th}$  sous la condition  $\mu = 0$ . Cette probabilité correspond au taux de fausse alarme dans le cas où la règle de décision est définie selon :

$$|\bar{r}| \leq J_{th} : \mu = 0 \text{ (} H_0, \text{ hypothèse nulle)} \quad (3.40a)$$

$$|\bar{r}| > J_{th} : \mu \neq 0 \text{ (} H_1, \text{ hypothèse alternative)} \quad (3.40b)$$

Cette formulation mathématique permet d'apporter la réponse au problème de détection en le ramenant au choix du seuil  $J_{th}$ . Ce choix s'exprime en particulier en fonction du niveau de surveillance sur les variations de  $\mu$  à partir des échantillons du résidu  $r$ . Il se fait notamment à partir de trois étapes clés :

- l'objectif est formulé dans un contexte statistique et la probabilité de fausse alarme est recherchée la plus faible possible ;
- un calcul de la moyenne de  $r$  est réalisé à partir des  $N$  échantillons disponibles ;
- enfin la décision finale est déduite selon deux hypothèses :  $H_0$ , l'hypothèse nulle, concluant sur l'absence de variation sur  $\mu$  ; et  $H_1$ , l'hypothèse alternative, renvoyant à une variation anormale sur  $\mu$ .

Un développement en deux étapes est alors possible pour calculer le seuil  $J_{th}$  en fonction de la connaissance de  $\sigma$ .

- Le cas  $\sigma$  connu :

1<sup>ère</sup> étape : connaissant la valeur cible de la probabilité de fausse alarme  $\alpha$ , on détermine dans un premier temps la déviation normale critique  $z_{\alpha/2}$  définie selon 3.41, à partir de la table de déviation normale critique ou de la table des distributions normales standards.

$$\text{prob} \{ z > z_{\alpha/2} \} = \alpha/2 \quad (3.41)$$

2<sup>ème</sup> étape : on détermine directement le seuil  $J_{th}$  connaissant l'écart-type  $\sigma$  et en considérant que  $\bar{r}$  suit une loi de distribution normale et que donc  $E(\bar{r}) = 0$  et  $\text{var}(\bar{r}) = \sigma^2/N$ .

$$J_{th} = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \quad (3.42)$$

- Le cas  $\sigma$  inconnu :

1<sup>ère</sup> étape : connaissant la valeur cible de la probabilité de fausse alarme  $\alpha$ , on détermine la variable  $t_{\alpha/2}$  définie selon 3.43, à partir de la table de distribution de Student avec pour degré de liberté  $N - 1$ .

$$\text{prob} \{t > t_{\alpha/2}\} = \alpha/2 \quad (3.43)$$

Le signal  $t$  en question est défini en fonction de la moyenne des résidus  $\bar{r}$  sur  $N$  échantillons selon 3.44. Il satisfait une distribution de Student de degré de liberté  $N - 1$ .

$$t = \frac{\bar{r}}{s/\sqrt{N}} \quad (3.44)$$

2<sup>ème</sup> étape : on détermine le seuil  $J_{th}$  :

$$J_{th} = t_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{N}}, \quad s^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (r_i - \bar{r})^2}{N - 1} \quad (3.45)$$

De nombreuses approches classiques existent et sont détaillées dans le livre de Basseville et Nikiforov [Basseville 1993]. Les plus célèbres étant présentées dans les sections suivantes.

### 3.3.2 Test séquentiel sur le rapport de vraisemblance : test progressif de Wald

Les performances de nombreux tests sont étroitement liées au nombre d'observations constituant l'échantillon testé. Une autre façon de procéder consiste à avoir recours à des tests séquentiels ou progressifs tels que le test de Wald, aussi appelé test séquentiel du rapport de vraisemblance ([Basseville 1993]), qui permettent de maintenir un nombre d'échantillons constant à chaque instant pour la prise de décision. Le nombre suffisant d'observations disponibles est établi peu de temps après le lancement de l'algorithme. Il permet ainsi de garantir des probabilités d'erreur inférieures à des valeurs imposées.

Comme précédemment, ces tests s'appuient sur la formulation de deux hypothèses  $H_0$  et  $H_1$  suivant 3.35. Néanmoins, une fonction du paramètre surveillé est calculée et mise à jour à chaque nouvelle collecte d'une observation. Elle est ensuite confrontée à deux limites correspondant au refus et à l'acceptation d'une hypothèse et après chaque nouvelle mesure, une des trois décisions suivantes est donc prise :

- accepter  $H_1$  ;

- accepter  $H_0$  ;
- n'accepter ni  $H_1$  ni  $H_0$ .

l'acceptation de l'une ou l'autre des hypothèses ou l'absence de décision dépend de la valeur du rapport de vraisemblance défini précédemment dans l'équation 3.31, appliqué à un signal correspondant au résidu. Soit  $r_1, \dots, r_N$  la séquence d'observations du résidu disponibles à l'instant  $N$ . Le rapport de vraisemblance s'écrit donc :

$$\Lambda(r_1, \dots, r_N) = \frac{p(r_1, \dots, r_N | H_1)}{p(r_1, \dots, r_N | H_0)} \quad (3.46)$$

Si les valeurs des risques d'erreurs  $\alpha$  et  $\beta$  sont ensuite fixées, on retiendra l'hypothèse  $H_1$  à condition que le rapport de vraisemblance est tel que le risque d'erreur de première espèce (si l'on retient  $H_1$  alors que  $H_0$  vraie) est inférieur ou égal à  $\alpha$ . Si  $\gamma_1$  est le seuil de décision correspondant, il faut alors vérifier :

$$\Lambda(r_1, \dots, r_N) \geq \gamma_1 \quad (3.47)$$

Le seuil  $\gamma_1$  peut être déterminé en considérant le cas limite correspondant à l'égalité des deux membres, c'est-à-dire :

$$\int_{\gamma_1}^{+\infty} p(r_1, \dots, r_N | H_1) dr_1 \dots dr_N = \gamma_1 \int_{\gamma_1}^{+\infty} p(r_1, \dots, r_N | H_0) dr_1 \dots dr_N \quad (3.48)$$

ou encore :

$$1 - \beta = \alpha \gamma_1 \quad (3.49)$$

Le seuil de décision s'exprime ainsi en fonction des risques d'erreurs sous la forme :

$$\gamma_1 = \frac{1 - \beta}{\alpha} \quad (3.50)$$

De manière duale, l'hypothèse  $H_0$  sera retenue, si le rapport de vraisemblance est tel que le risque d'erreur de seconde espèce (si l'on retient  $H_0$  alors que  $H_1$  est vraie) est inférieur ou égal à  $\beta$ . Une démarche analogue à la précédente permet de déterminer un second seuil de décision  $\gamma_0$  s'exprimant également en fonction des risques d'erreurs :

$$\gamma_0 = \frac{\beta}{1 - \alpha} \quad (3.51)$$

La règle de décision est finalement la suivante :

- si  $\Lambda(r_1, \dots, r_N) \leq \beta/(1 - \alpha) \Rightarrow$  on accepte  $H_0$
- si  $\Lambda(r_1, \dots, r_N) \geq (1 - \beta)/\alpha \Rightarrow$  on accepte  $H_1$
- si  $\begin{cases} \frac{\beta}{1 - \alpha} < \Lambda(r_1, \dots, r_N) \\ \Lambda(r_1, \dots, r_N) < \frac{1 - \beta}{\alpha} \end{cases} \Rightarrow$  on poursuit la collecte des mesures jusqu'à l'obtention du premier rapport dont la valeur est extérieure aux limites

Grâce à sa formulation séquentielle, le test de Wald est très efficace pour détecter l'apparition de ruptures au sein d'un signal comme dans le cas d'un résidu. L'avantage de cette approche est qu'elle minimise le nombre d'observations nécessaires pour la prise de décision tout en permettant de détecter une grande variété de fautes telles que des biais, des facteurs d'échelle ou encore des dérives. Elle présente néanmoins l'inconvénient de devoir être réinitialisée à chaque fois qu'une panne est détectée et qu'un changement de propriétés associées aux hypothèses est nécessaire. Dans ce cas, le temps de détection de la panne suivante est contraint par la réinitialisation du test et par le nombre minimum d'échantillons devant être collectés avant une nouvelle prise de décision [Patton 1991]. Cependant, contrairement à la définition d'un seuil plus classique, l'approche SPRT peut permettre une détection bien plus rapide et reste donc une alternative très efficace [Herzog 1998].

### 3.3.3 Test du CUSUM

Le test du CUSUM est une technique séquentielle développée en 1954 par E. S. Page, peu après le test de Wald. Il s'agit d'un des algorithmes les plus anciens pour la détection de pannes dans les processus industriels. Plusieurs variantes de cet algorithme ont été développées en fonction du nombre d'hypothèses et des contraintes d'opération en ligne ou hors ligne [Basseville 1993] [Gustafsson 2000]. Si l'on considère un ensemble de  $k$  échantillons  $r_1, \dots, r_k$  associés au signal  $r$ , la première version de l'algorithme repose sur le calcul du rapport des fonctions de vraisemblance :

$$S_k = \log \left( \frac{p_1(r_1 \dots, r_k)}{p_0(r_1 \dots, r_k)} \right) \quad (3.52)$$

que l'on peut redéfinir comme une somme cumulée 3.53 :

$$S_k = \sum_{i=1}^k \log \left( \frac{p_1(r_i)}{p_0(r_i)} \right) \quad (3.53)$$

permettant d'en déduire une solution au problème de détection sous la forme de l'indicateur 3.54 :

$$g_k = S_k - \min(S_j), \quad 0 \leq j \leq k \quad (3.54)$$

Le second terme  $\min(S_j)$  peut être vu comme l'introduction d'un seuil adaptatif. L'instant de panne  $t_p$  est déterminé grâce à la comparaison de cet indicateur à une valeur de seuil  $h$  :

$$t_p = \min_k \{g_k \geq h\} \quad (3.55)$$

Ce test peut être également écrit sous la forme :

$$g_k = \max(S_j^k), \quad 1 \leq j \leq k \text{ avec : } S_j^k = \sum_{i=j}^k \log \left( \frac{p_1(r_i)}{p_0(r_i)} \right) \quad (3.56)$$

L'expression de l'instant d'apparition du défaut s'écrit alors :

$$t_p = \min_k \left\{ \max \left\{ S_j^k \geq h \right\} \right\} \quad (3.57)$$

Dans le cas où  $p_0$  et  $p_1$  correspondent à des distributions gaussiennes, le rapport de vraisemblance s'écrit simplement sous la forme d'une intégration des observations [Gustafsson 2000] [Basseville 1993]. Il existe d'autres formulations de ce critère qui traitent, par exemple, le carré des observations. Le livre de F. Gustafsson [Gustafsson 2000] présente l'ensemble des algorithmes associés aux tests du CUSUM, notamment certains dérivés sous une forme séquentielle à la façon du test de Wald (SPRT) permettant de redéfinir l'algorithme suivant les équations :

$$\begin{aligned} g_k^{(1)} &= \max(g_{k-1}^{(1)} + r_k - \mu_0 - \mu_1/2, 0) \\ g_k^{(2)} &= \max(g_{k-1}^{(2)} - r_k - \mu_0 - \mu_1/2, 0) \end{aligned} \quad (3.58)$$

où  $\mu_1$  correspond à l'écart minimum à détecter par rapport à la valeur nominale  $\mu_0$  du paramètre surveillé. Cette formulation conduisant à la règle de décision :

$$\begin{cases} (g^{(1)} > \lambda) \text{ ou } (g^{(2)} > \lambda) \rightarrow \text{ on accepte } H_1 \\ (g^{(1)} < \lambda) \text{ et } (g^{(2)} < \lambda) \rightarrow \text{ on accepte } H_0 \end{cases} \quad (3.59)$$

avec  $\lambda$  le seuil de détection dont la valeur dépend du taux de fausses alarmes choisi.

### 3.3.4 Test du ratio de vraisemblance généralisé

Les méthodes autour du ratio de vraisemblance ont connu beaucoup de succès dans le cadre de la détection de fautes et de changements de propriétés [Hansen 2014]. Ces méthodes s'appuient sur le ratio de vraisemblance généralisé 3.46 et ont été développées par Willsky et Jones [Willsky 1976a]. Elles prennent la forme du test d'hypothèse 3.24 qui se réécrit dans le cas d'un résidu sous la forme 3.35.

Comme précédemment, la valeur de  $\mu_0$  est supposée connue ou rapidement calculable en ligne, et la valeur de  $\mu_1$  peut selon les cas être supposée connue ou inconnue conduisant à différents développements de l'algorithme [Basseville 1993].

Dans le cas d'un signal  $r$  suivant une distribution gaussienne avec  $\mu_1$  inconnue,

on s'intéresse au logarithme du ratio de vraisemblance :

$$\begin{aligned} \log(\Lambda(r)) &= \log \frac{p(r|H_1)}{p(r|H_0)} = \log \frac{\exp\left(-\frac{\sum_{k=1}^N (r(k) - \mu_1)^2}{2\sigma_0^2}\right)}{\exp\left(-\frac{\sum_{k=1}^N (r(k) - \mu_0)^2}{2\sigma_0^2}\right)} \\ &= \frac{(\mu_1 - \mu_0)}{\sigma_0^2} \sum_{k=1}^N \left(r(k) - \frac{\mu_0 + \mu_1}{2}\right) \end{aligned} \quad (3.60)$$

Le test est ainsi défini par le rapport de vraisemblance exprimé dans l'équation 3.46 et mis sous forme logarithmique dans l'équation 3.60; et la décision est prise par comparaison de la valeur de ce rapport à un seuil donné  $\lambda$  :

$$\begin{cases} \Lambda(\mu) > \lambda : H_1 \text{ est supposé vrai} \\ \Lambda(\mu) < \lambda : H_0 \text{ est supposé vrai} \end{cases} \quad (3.61)$$

Son implantation en ligne, utilisant le logarithme du ratio de vraisemblance à partir de  $N$  observations, est finalement donné par :

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^N r(k) < \frac{\sigma_0^2}{\hat{\mu}_1 - \mu_0} \log(\lambda) + \frac{N(\mu_0 - \hat{\mu}_1)}{2} & \Rightarrow H_0 \text{ vraie} \\ \text{sinon} & \Rightarrow H_1 \text{ vraie} \end{cases} \quad (3.62)$$

où  $\hat{\mu}_1$  correspond à l'estimation du maximum de vraisemblance de la moyenne  $\mu_1$  associée au signal  $r$ , calculée dans le cas de l'hypothèse  $H_1$  vraie par :

$$\hat{\mu}_1 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N r(k) \quad (3.63)$$

Cette méthode a notamment été illustrée dernièrement par Hansen et Blanke [Hansen 2010] [Hansen 2014] sur des problématiques de détection de pannes sur drones, tandis que Liu *et al.* [Liu 2014] l'ont combinée avec un UKF pour la surveillance de paramètres longitudinaux d'un avion. Dans de nombreux cas d'application, il est également possible de définir des magnitudes minimales ( $\nu_m$ ) et maximales ( $\nu_M$ ) de variation sur le paramètre  $\mu$  ( $\nu_m < \hat{\mu}_1 - \mu_0 < \nu_M$ ) [Basseville 1993].

### 3.4 Techniques basées signal et méthodes temps-fréquences

Une autre catégorie d'approches concerne l'étude des signaux, dans les domaines temporel et fréquentiel, afin de détecter dans leur contenu la présence d'anomalies. Ces approches correspondent à des outils mathématiques plus ou moins complexes mais qui ne nécessitent aucune modélisation particulière, contrairement à leurs homologues basées modèle. De nombreux avantages en découlent. L'absence de modélisation en font des méthodes génériques, c'est-à-dire qu'un même algorithme peut être appliqué à des systèmes très différents sans aucune modification.

Par exemple, dans notre cas d'étude, cette généralité se traduit par la compatibilité d'un même algorithme à l'ensemble des avions de la flotte Airbus. Par ailleurs, le recours à des modélisations, en plus du surcoût dû à leur implantation, implique la majeure partie du temps la présence d'erreurs de modélisation qui peuvent s'avérer délicates à gérer. Les techniques basées signal représentent donc une alternative efficace pour le diagnostic de pannes, permettant une exploitation approfondie des informations disponibles dans un signal de mesure ou un résidu. On les retrouve dans de nombreux ouvrages ( [Blanke 2006] [Chiang 2001] [Isermann 2006] [Witczak 2007] [Ding 2008] [Ducard 2009] [Noura 2009] [Yang 2010] [Isermann 2011] [Richter 2011] [Ding 2008] [Zhang 2012]) et états de l'art ( [Venkatasubramanian 2003b] [Venkatasubramanian 2003] [Venkatasubramanian 2003a] [Verhaegen 2010] [Witczak 2006] [Zhang 2008a] [Zhang 2008b] [Hwang 2010] [Ding 2014] [Qi 2014]). Elles sont couramment réparties selon deux catégories, à savoir les approches qualitatives (Logique floue, méthodes temps-fréquences, etc.) d'une part, et les approches quantitatives (de type statistique, réseaux de neurones, etc.) d'autre part. Certaines de ces méthodes ne sont cependant pas compatibles avec les contraintes industrielles courantes, leur complexité devenant trop importante pour permettre une implantation sous le formalisme certifié SCADE. D'autres, basées signal, offrent cependant des capacités intéressantes pour une complexité limitée. Nous verrons par exemple dans la section 5.1.2.1 que le résultat de méthodes basées modèle permet d'orienter l'application de méthodes fréquentielles pour la détection de pannes oscillatoires à moindre coût, en identifiant au préalable la fréquence des potentielles oscillations. La suite de cette section introduit donc brièvement des méthodes temporelles puis fréquentielles de complexité limitée, avant de présenter des méthodes hybrides, dites temps-fréquences, telles que la transformée en ondelette.

### 3.4.1 Méthodes temporelles

Le domaine temporel permet une première analyse d'un signal, notamment par l'intermédiaire de méthodes élémentaires de diagnostic comme des tests de cohérences ou la définition de limites pour des signaux bornés. Par exemple, on peut effectuer un test de cohérence des signaux entre la mesure d'incidence et des mesures inertielles pour détecter l'apparition de pannes [Le Tron 2000]. De la même façon, pour une application sur avion, de nombreux paramètres représentatifs évoluent de façon bornés. Il est ainsi possible de définir des seuils, souvent adaptatifs, permettant d'identifier des valeurs inhabituelles. Par exemple, une masse avion indiquant avant le décollage un poids inférieur à la masse à vide de l'avion n'est pas possible. De même, une incohérence trop importante dans l'équation de portance relève d'une anomalie (cf. section 4.5.2). Une première façon de procéder consiste à définir pour un signal  $s$  une limite minimum  $s_{min}$  et maximum  $s_{max}$  de façon à ce qu'à tout moment, la relation  $s_{min} < s < s_{max}$  soit vérifiée. Dans le cas contraire, le signal  $s$  traduit la présence d'une panne. Les limites définies peuvent être adaptatives, c'est-à-dire qu'elles dépendent d'autres paramètres. Bien que cette surveillance élémentaire permette de détecter efficacement la présence d'anomalies,

les amplitudes de panne ou les temps de détection nécessaires s'avèrent souvent bien trop importants. Sa facilité de mise en œuvre en fait alors une méthode d'appoint pour l'élimination de signaux aberrants.

La variation du signal au cours du temps correspond à une autre information temporelle pertinente pouvant être utilisée à des fins de détection [Ossmann 2016]. Certains paramètres mesurés ont en effet une réalité physique qui conduit leur variation temporelle à être bornée. Par exemple, si la mesure de vitesse d'une voiture de ville a faible puissance varie de 0 km/h à 100 km/h en l'espace d'une seconde, il est évident que cette variation traduit une erreur de mesure et non une réalité physique, bien que les valeurs de vitesse soient elles tout à fait atteignables. Le calcul du taux de variation d'un signal à l'instant  $t$  peut être effectuée selon :

$$\Delta s(t) = \frac{s(t) - s(t - \tau)}{\tau} \quad (3.64)$$

qui se traduit dans le cas discret par :

$$\Delta s_i(k) = \frac{s(kT) - s((k - i)T)}{iT} \quad (3.65)$$

avec  $T$  le pas de temps et  $i$  le nombre de pas de temps sur lequel la variation est calculée. La valeur de  $i$  peut être relativement arbitraire. En règle générale, une grande valeur permet de limiter l'impact du bruit, ce qui peut s'avérer nécessaire dans le cas de signaux très bruités. La détection d'une panne peut se faire ensuite en comparant  $\Delta s_i(k)$  à une valeur limite  $\Delta s_{max}$ , délimitant les variations incohérentes traduisant la présence d'une anomalie. Cette approche reste très limitée et ne peut être utilisée seule que pour la détection de signaux aberrants. Elle est néanmoins exploitée lors de cette thèse en accompagnement des algorithmes et des logiques de détection pour identifier en cas de panne la source erronée la plus probable (cf. section 4.3.2.2).

Enfin une dernière catégorie d'approches temporelles correspond à la vérification de cohérence de plusieurs signaux dont les variations peuvent avoir une même origine. Par exemple, le cas de l'incidence préalablement cité au début de cette section s'appuie sur le constat qu'une rafale de vent verticale aura à la fois un impact sur la mesure d'incidence et sur le facteur de charge vertical. Ce type d'approche permet ainsi de vérifier qu'aucun blocage n'est apparu sur les sondes d'incidence. Cette technique est applicable à de nombreux paramètres avion, pour vérifier aussi bien la cohérence entre des mesures que celles de ces dernières au regard des signaux d'entrées (ordres manche ou palonnier). Par exemple, on peut utiliser la valeur des ordres gouvernes, responsables de manœuvres sur avion et par voie de conséquence, de variations de signaux de mesures pour analyser la présence ou non de défauts.

### 3.4.2 Méthodes fréquentielles

Le domaine fréquentiel offre davantage d'outils d'analyse mais pour une complexité souvent supérieure. Néanmoins, l'approche fréquentielle est très efficace dans de nombreux cas de panne, particulièrement en présence de pannes oscillatoires.

#### 3.4.2.1 La transformée de Fourier discrète

Parmi les outils utiles, on retrouve la transformée de Fourier discrète (DFT) dont la forme récursive est applicable pour une analyse en ligne. Elle se base sur l'algorithme de la transformée de Fourier rapide (FFT). Pour  $n$  échantillons d'un signal de mesure  $s(t)$  et une période d'échantillonnage  $T$ , la DFT de  $s$  s'écrit à une fréquence  $\omega$  donnée par :

$$X(\omega) = \sum_{k=0}^{N-1} s(kT)e^{-j\omega kT} \quad (3.66)$$

Sa forme récursive s'écrit alors  $\forall m \in \llbracket 1; N \rrbracket$  sous la forme :

$$X_m(\omega) = X_{m-1}(\omega) + s(mT)e^{-j\omega mT} \quad (3.67)$$

avec  $X_m(\omega)$  défini comme la somme partielle 3.68 :

$$X_m(\omega) = \sum_{i=0}^m s(iT)e^{-j\omega iT} \quad (3.68)$$

et  $X_0(\omega) = 0$ .

Cette méthode permet la détection d'oscillations proches de la fréquence  $\omega$  choisie, par le biais de la définition d'un seuil de détection associé  $\tau_{freq}$ , lorsque  $|X_{m_{detect}}(\omega)| > \tau_{freq}$ , à partir d'une certaine itération  $m_{detect}$ . Une expression possible pour  $\tau_{freq}$  correspond à  $\tau_{freq} = (n/2)\tau_0$  avec  $\tau_0 < 1$  un seuil normalisé pour un signal sinusoïdal de fréquence  $\omega$  et d'amplitude unitaire, permettant la détection d'oscillations pour des fréquences proches de  $\omega$  [Varga 2014]. Il est ainsi possible de définir un vecteur de fréquences d'intérêt  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_M\}$  ( $\omega_1 < \omega_2 < \dots < \omega_M$ ) à surveiller et ainsi quadriller une partie du spectre du signal d'entrée [Varga 2012].

Une autre forme, appelée « radix-2 decimation-in-time » FFT, noté DIT FFT permet de réécrire 3.66 sous la forme de deux sommes d'indices pairs et impairs, selon 3.69 afin de diminuer encore davantage la complexité de l'algorithme [Tolimieri 1997].

$$X(\omega) = \sum_{k=0}^{N/2-1} s(kT)e^{-j\omega 2kT} + \sum_{k=0}^{N/2-1} s(kT)e^{-j\omega(2k+1)T} \quad (3.69)$$

In fine, la FFT classique possède une complexité en  $N^2$  tandis que la DIT FFT

permet d'atteindre une complexité moindre en  $N \log N$ .

### 3.4.2.2 Les distances spectrales

Une autre approche fréquentielle à moindre coût concerne le calcul de distances spectrales, permettant de comparer les spectres de puissance de deux signaux. Ce type de comparaison peut par exemple être utilisé pour vérifier la cohérence entre certaines mesures et des commandes d'entrée, ou la cohérence de différentes mesures telles que l'incidence et le facteur de charge vertical. Différentes mesures de distances existent aujourd'hui, telles que la distance du log-spectral, de Itakura-Saito ou Cepstrale tronquée, décrite respectivement par les équations 3.70 3.71 et 3.72.

$$d(S_1(\omega), S_2(\omega)) = \left\| \log \frac{S_1(\omega)}{S_2(\omega)} \right\|_2 \quad (3.70)$$

$$d(S_1(\omega), S_2(\omega)) = \left\| \frac{S_1(\omega)}{S_2(\omega)} - \log \frac{S_1(\omega)}{S_2(\omega)} - 1 \right\|_1 \quad (3.71)$$

$$d^2 = \sum_{k=1}^q (c_k - c'_k)^2 \quad (3.72)$$

avec  $c_k$  les coefficients cepstraux, correspondant à la transformée de Fourier inverse du logarithme du spectre de puissance du signal considéré, et  $q$  la dimension de la représentation cepstrale. Cette dernière formulation présente l'avantage de pouvoir présenter une forme récursive [Rabiner 1993] à partir de  $p$  coefficients LPC, notés  $a_i$ ,  $i \in \llbracket 1; p \rrbracket$  (pouvant être obtenus à partir de l'algorithme de Levinson-Durbin [Madane 2009]), et définis selon :

$$\begin{aligned} c_1 &= a_1 \\ c_n &= \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{n} c_k a_{n-k} + a_n, \forall n = 2, \dots, p \\ c_n &= \sum_{k=n-p}^{n-1} \frac{k}{n} c_k a_{n-k}, \forall n = p+1, \dots, q \end{aligned} \quad (3.73)$$

avec  $q$  généralement choisie telle que  $q = 3p/2$ .

### 3.4.3 Méthodes temps-fréquences

Les méthodologies articulées autour des techniques temps-fréquences, approfondies dans cette section, sont des outils efficaces pour l'analyse des signaux. Elles ont pour avantage de relier le spectre fréquentiel d'un signal au temps et leur mise en œuvre se fait à partir de la seule donnée d'historiques temporels de tous types de signaux, mesures comme résidus [Golan 2000]. La transformée de Fourier discrète récursive précédemment présentée permet d'intégrer une composante temporelle dans la mesure où il s'agit d'une analyse en ligne du spectre du signal surveillé. Néanmoins cette approche fréquentielle peut souffrir d'une certaine latence pour la détection de

panne. A contrario, les méthodes temps-fréquences offrent un découpage intéressant des domaines temporels et fréquentiels permettant une bonne réactivité en cas d'apparition de faute. L'ouvrage de [Mallat 1999] présente tout un ensemble de méthodes temps-fréquences telles que la transformée de Fourier à court terme (STFT) et la transformée en ondelettes continue (CWT) ainsi que son pendant discret (DWT). Une toolbox Matlab, développée par le CNRS [Auger 1996], est notamment disponible pour la plupart de ces algorithmes. Les sections suivantes introduisent plus particulièrement la transformée de Fourier à court terme, la théorie de la transformée en ondelettes ainsi que l'algorithme de la transformée en ondelettes discrète dont les caractéristiques rendent envisageable leur implantation sur de futures calculateurs.

### 3.4.3.1 Les atomes temps-fréquences

Les méthodes temps-fréquences présentées par la suite s'appuient sur une notion commune d'*atome*, noté  $\phi$ . Il s'agit d'une forme d'onde de support fini permettant la décomposition temporelle et fréquentielle d'un signal dans le plan temps-fréquences  $(t, \omega)$ , et vérifiant les propriétés suivantes :

- $\phi \in \mathbf{L}^2(\mathbb{R})$  ;
- $\|\phi\| = 1$ .

auxquelles s'ajoutent des propriétés de symétrie :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(t) dt = 0 \quad (3.74)$$

Ainsi, appliqué à un signal  $f(t)$ , un atome permet d'extraire une partie de ce dernier aux environs de l'horizon temporel et fréquentiel imposés par ce dernier. Pour cela, on définit la transformation linéaire temps-fréquences selon :

$$\Phi_f = \langle f, \phi \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \phi^*(t) dt \quad (3.75)$$

Il existe cependant une restriction sur la résolution minimale pouvant être atteinte à partir d'un atome temps-fréquences. En effet, plus on cherchera à s'intéresser à un horizon de temps petit, plus la largeur minimum du domaine fréquentiel sera importante. Inversement, plus on cherchera à s'intéresser à des fréquences faibles, plus il sera nécessaire d'avoir un grand horizon de temps pour pouvoir les observer. Ainsi, en un point  $(u, \nu)$  du plan temps-fréquences, un atome conduit à la définition d'une zone, appelée *boîte d'Heisenberg*, de largeur temporelle  $\Delta_t$  et fréquentielle  $\Delta_\omega$  vérifiant le *principe d'incertitude d'Heisenberg* 3.76 signifiant que l'aire minimum de cette zone ne peut être inférieure à  $1/2$ .

$$\Delta_t \Delta_\omega \geq \frac{1}{2} \quad (3.76)$$

La Figure 3.7 montre une représentation de la boîte d'Heisenberg en un point  $(u, \nu)$  du plan temps-fréquences  $(t, \omega)$ , ainsi que la représentation temporelle  $(\phi_u)$  et

le spectre de Fourier ( $\hat{\phi}(\nu)$ ) d'une ondelette  $\phi$  en ce point. Ce plan peut être découpé en une multitude de boîtes respectant l'inégalité 3.76 et permettant de le quadriller entièrement.

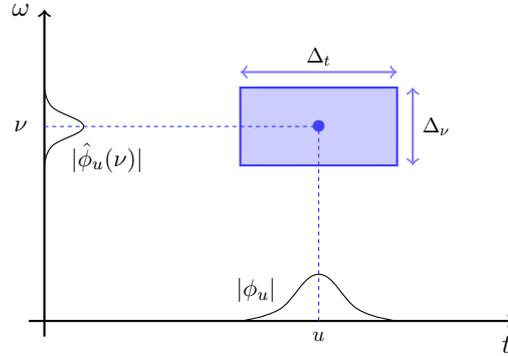


FIGURE 3.7 – Boîtes d'Heisenberg d'une ondelette de Gabor

Un atome  $\phi$  possède plusieurs propriétés essentielles pour l'analyse de signaux. En plus de celles énoncées précédemment, il est invariant par translation. On peut alors définir une famille d'atomes  $\{\phi_u\}$  composée par exemple de fenêtres glissantes, modulées en fréquence servant de base pour la projection d'un signal  $f(t)$ . Cette famille est notamment utilisée par l'algorithme de la transformée de Fourier à court terme, présenté dans la sous section suivante. Un atome spécifique, dit *atome de Fourier fenêtré* ou *atome de Gabor*, est ainsi défini à partir d'une fenêtre  $h$  traduite sur le plan temps-fréquences  $(t, \omega)$  de  $(u, \nu)$  :

$$\phi_u(t) = h_{u,\nu}(t) = h(t - u)e^{2j\pi\nu t} \quad (3.77)$$

Cet atome est invariant par translation temporelle et par translation fréquentielle et est donc particulièrement utile pour l'analyse de signaux.

Un autre type d'atome, appelé *ondelette*, sert de support à l'algorithme de la transformée en ondelette. À partir d'une ondelette mère  $\psi$  vérifiant les propriétés précédemment citées, on peut ainsi définir une famille de fonctions appelées *famille d'ondelettes*, noté  $\mathcal{F}_\psi$ , composée de l'ondelette mère et de l'ensemble de ses images obtenues par une transformation affine telle que :

$$\mathcal{F}_\psi = \left\{ \psi, \psi_{u,s}(t), (u, s) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+^* \right\} \quad (3.78)$$

avec pour  $(u, s) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+^*$  :

$$\psi_{u,s}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi \left( \frac{t - u}{s} \right) \quad (3.79)$$

$u$  et  $s$  correspondant respectivement à un délai temporel et à un facteur d'échelle, aussi appelé *résolution*. Lorsque  $s > 1$ , on dit que l'ondelette est *dilatée*. Inverse-

ment, on parle d'ondelette *contractée* lors que  $s < 1$ . Le terme résolution renvoie ici à la réciproque de la fréquence d'un signal (i.e., le facteur d'échelle est inversement proportionnel à la fréquence). Ainsi, une résolution fine correspond à une haute fréquence tandis qu'une résolution grossière correspond à une basse fréquence. La famille d'ondelette  $\mathcal{F}_\psi$  est alors invariante par translation temporelle et par facteur d'échelle. Ces propriétés d'invariance associées à la relation existante entre le facteur d'échelle et la fréquence font des ondelettes un outil efficace d'analyse des signaux. Les ondelettes et les atomes de Gabor conduisent finalement à un pavage du plan temps-fréquences tel que représenté sur la Figure 3.9.

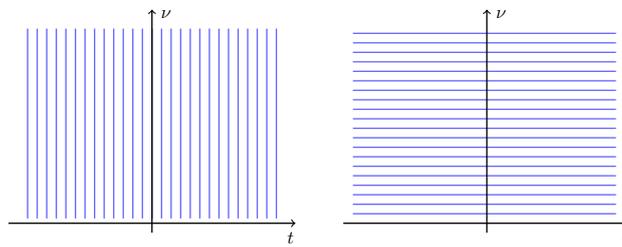


FIGURE 3.8 – Pavages temps/fréquence associés aux bases de fonctions de Dirac (à gauche) et de Fourier (à droite).

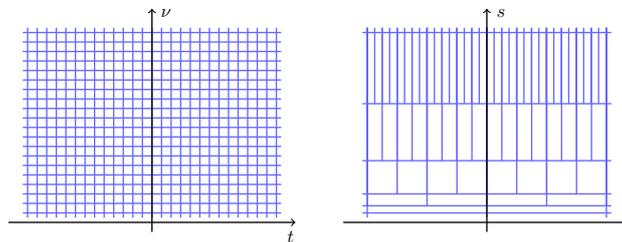


FIGURE 3.9 – Pavages pour les représentations temps/fréquence (à gauche) et temps/échelle (à droite).

Ce pavage est très différent de celui imposé par les méthodes temporelles et fréquentielles classiques, représenté sur la Figure 3.8. Ils servent de base pour l'algorithme de la transformation en ondelette, présenté dans la suite de cette section, qui permet d'analyser conjointement les contenus temporel et fréquentiel de n'importe quel signal. De plus, cette analyse peut être conduite sur la base de différentes familles d'ondelettes. Les plus utilisées correspondent aux familles des ondelettes *Mexican Hat*, *Coiflet*, *Daubechies*, *Symmlet* et *Haar*. Le choix de l'ondelette mère influence grandement le résultat de la transformée. On préférera par exemple, une ondelette mère courte et régulière pour la détection de ruptures sur un signal. Tout comme les atomes de Gabor, les ondelettes répondent au principe d'incertitude d'Heisenberg. La Figure 3.10 illustre plus précisément la représentations temps-fréquences associée à deux ondelettes  $\psi_{u,s}(t)$  et  $\psi_{u_0,s_0}(t)$  de spectres de Fourier respectivement notés

$\hat{\psi}_{u,s}(\nu)$  et  $\hat{\psi}_{u_0,s_0}(\nu)$ .

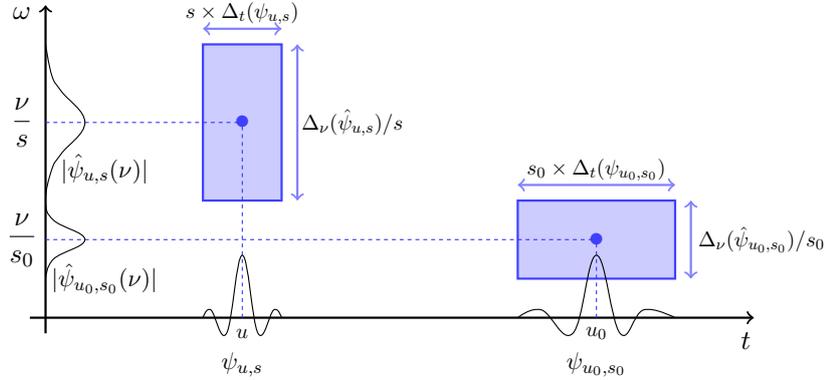


FIGURE 3.10 – Représentations temps/échelle associées à deux ondelettes  $\psi_{\tau,s}(t)$  et  $\psi_{\tau_0,s_0}(t)$

### 3.4.3.2 Transformée de Fourier à court terme et spectrogramme

Les méthodes fréquentielles telles que la transformée de Fourier effectuent l'analyse du spectre d'un signal mais ne permettent pas d'indiquer précisément le temps d'apparition de défauts ou de discontinuités locales. Pour y remédier, on peut avoir recours à la transformée de Fourier à court terme (aussi appelée *transformée de Fourier locale*) qui consiste à s'intéresser à la transformée de Fourier d'un signal sur une échelle de temps restreinte. Cet algorithme a recours aux ondelettes de Gabor pour l'analyse d'un signal  $f$  dans le plan temps-fréquences. Cette ondelette correspond dans le domaine temporel à une fenêtre glissante  $h$  symétrique ( $h(t) = h(-t)$ ) permettant de recueillir les valeurs du signal d'intérêt sur un horizon temporel limité et cela à chaque instant  $t$ . Comme vu précédemment, celle-ci est alors translatée dans le plan temps-fréquences de  $(u, \nu)$ , permettant de définir des boîtes d'Heisenberg selon la définition 3.80 :

$$h_{u,\nu}(t) = h(t - u)e^{2j\pi\nu t} \quad (3.80)$$

La Figure 3.11 représente deux boîtes d'Heisenberg associées à des atomes de Gabor dans le plan temps-fréquences.

Ainsi, pour un signal  $f(t)$ , la transformée de Fourier à court terme est obtenue en effectuant le produit de convolution de ce signal avec l'élément  $h_{u,\nu}$  :

$$F_f(u, \nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)h(t - u)e^{-2j\pi\nu t} dt \quad (3.81)$$

ce qui permet de sélectionner une partie du signal  $f(t)$  au voisinage de l'instant d'analyse  $u$ . Finalement, la STFT conduit à l'obtention d'un spectre local autour de l'instant  $t$  et revient à appliquer à  $f(t)$  un filtre passe bande. Il en découle un

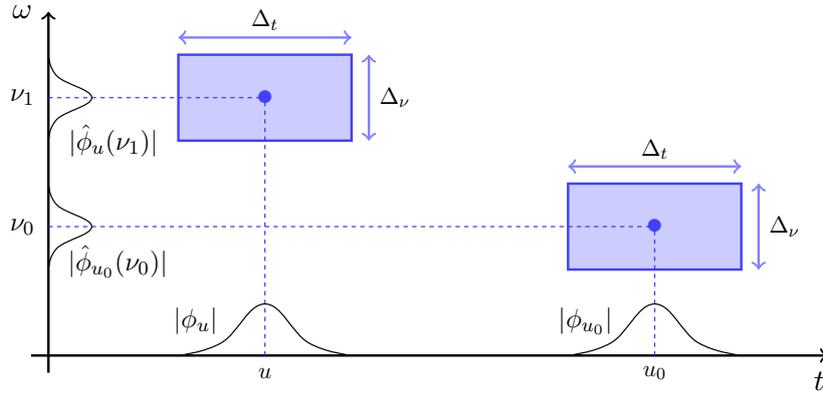


FIGURE 3.11 – Boîtes d'Heisenberg de deux atomes de Gabor

premier outil d'analyse, nommé *spectrogramme*, défini comme le carré de la STFT, selon 3.82, et correspondant à une mesure de l'énergie du signal  $f(t)$  au voisinage de  $(u, \nu)$ .

$$P_{F_f}(u, \nu) = |F_f(u, \nu)| \quad (3.82)$$

La version discrète de la STFT s'écrit quant à elle sous la forme :

$$F_f(k, \nu) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f(k)h(k-t)e^{-j2\pi\nu k} \quad (3.83)$$

et peut être utilisée pour une implantation sur ordinateur.

Enfin, le signal  $f$  peut être reconstruit à partir du résultat de la transformée à partir de la relation :

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \iint_{\mathbb{R}^2} F_f(u, \omega)h(t-u)d\omega du \quad (3.84)$$

### 3.4.3.3 Transformée en ondelettes

La transformée en ondelettes utilise une famille d'ondelettes  $\{\psi\}$  afin de décomposer un signal  $f$  dans le plan temps-fréquences. Cette famille s'appuie sur le choix d'une ondelette mère  $\psi$  à partir de laquelle tout un ensemble d'ondelettes est obtenu par l'application de translations temporelles et de facteurs d'échelle. La transformée en ondelettes du signal  $f \in \mathbf{L}^2(\mathbb{R})$  à l'instant  $u$  et à l'échelle  $s$  correspond finalement à la projection de ce signal sur chacune des ondelettes composant cette famille, effectuée par l'intermédiaire d'un produit de convolution :

$$W_f(u, s) = f * \bar{\psi}_s(u) \quad (3.85)$$

avec :

$$\bar{\psi}_s(u) = \left( \frac{1}{\sqrt{s}} \psi^* \left( \frac{-u}{s} \right) \right) \quad (3.86)$$

La relation 3.85 peut donc être réécrite sous la forme :

$$W_f(u, s) = \langle s, \psi_{u,s} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \frac{1}{\sqrt{s}} \psi^* \left( \frac{t-u}{s} \right) dt \quad (3.87)$$

Cette transformation n'est cependant valide que si l'ondelette mère vérifie la condition d'admissibilité :

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\hat{\psi}(\omega)}{\omega} d\omega < +\infty \quad (3.88)$$

où  $\hat{\psi}(\omega)$  correspond à la transformée de Fourier de l'ondelette mère qui peut notamment être vue comme la fonction de transfert d'un filtre passe bande. L'égalité de Parseval permet notamment de réécrire l'égalité 3.87 à partir de la transformée de Fourier du signal, notée  $F(\omega)$ , et de l'ondelette  $\psi_s(u)$ , notée  $\bar{\psi}(\omega)$ , selon la relation 3.89 :

$$W_f(u, s) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \frac{1}{\sqrt{s}} \psi^* \left( \frac{t-u}{s} \right) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) \bar{\psi}_{u,s}^*(\omega) d\omega \quad (3.89)$$

Le spectre de Fourier de l'ondelette translatée et dilatée  $\bar{\psi}_s(u)$  se déduit quant à lui de celui de l'ondelette mère par la relation 3.90 :

$$\hat{\psi}_{u,s}(\omega) = \sqrt{s} \hat{\psi}(s\omega) \quad (3.90)$$

Tout comme dans le cas de la transformée de Fourier, la transformée en ondelettes peut être inversée à partir de la relation 3.91 afin de reconstruire le signal  $f(t)$ .

$$f(t) = \frac{1}{C_\psi} \iint_{\mathbb{R}^2} W_f(u, s) \frac{1}{\sqrt{s}} \psi \left( \frac{t-u}{s} \right) du \frac{ds}{s^2} \quad (3.91)$$

Le carré de la valeur absolue de la transformée en ondelettes d'un signal  $f(t)$  définit sa densité d'énergie. Elle correspond à l'énergie de  $f$  dans la boîte d'Heisenberg associée à chaque ondelette  $\psi_{u,s}$ . Cette densité d'énergie est plus communément appelée *scalogramme* et est donc définie par la relation :

$$P_{W_f}(u, \nu) = |W_f(u, s)|^2 = \left| W_f(u, \frac{\mu}{\nu}) \right|^2 \quad (3.92)$$

où  $\mu$  correspond à la fréquence centrale de la transformée de Fourier de l'ondelette mère :

$$\mu = \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} \omega \left| \hat{\psi}(\omega) \right|^2 d\omega \quad (3.93)$$

La transformée en ondelettes a été utilisée à de nombreuses reprises pour la détection de pannes abruptes [Zhang 2001] et la détection d'apparition de défauts [Hong 2002] [Taha 2006]. Elle a également permis le développement d'études supplémentaires portant sur les caractéristiques de l'exposant d'Hölder, dérivé de la théorie des ondelettes, et permettant de quantifier la régularité d'un signal, pour la détection de singularités [Robertson 2003] [Deng 2008]. La version discrète de la transformée en ondelette, détaillée par la suite, a également été utilisée pour la détection de pannes [Kasashima 1995].

#### 3.4.3.4 Transformée en ondelettes discrète

La transformée en ondelettes discrète décompose un signal  $f$  de taille  $N$  sur une base, aussi appelée *frame*, composée par une famille d'ondelettes de la forme :

$$\psi_{n,s}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}}\psi\left(\frac{n}{s}\right) \quad (3.94)$$

pour  $n \in [-N/2; N/2]$ . Le choix de  $s$  est cependant désormais contraint, sous la forme  $s = a^j$  et  $a = 2^{1/v}$ ,  $v$  désignant le nombre d'échelles intermédiaires entre chaque octave  $[2^j; 2^{j+1}]$ . En désignant  $\{\psi_j\}$  la famille d'ondelette servant de base de décomposition, l'algorithme de la transformée en ondelettes rapide s'écrit sous la forme d'un produit de convolution entre le signal  $f$  et  $\{\psi_j\}$  :

$$W_f(n, a^j) = f * \bar{\psi}_j(n) = \sum_{k=0}^{N-1} f(k)\psi_j^*(k-n) \quad (3.95)$$

où  $\bar{\psi}_j(n) = \psi_j^*(-n)$ . Dans le cas général où  $a = 2^{1/v}$ , le nombre total d'opérations nécessaires à ce calcul est de  $vN(\log_2 N)^2$ .

Dans la plupart des cas d'application, il est choisi des échelles dyadiques. Celles-ci reviennent à considérer  $v = 1$ , soit  $s = 2^j$ . La famille de fonctions qui en découle forme alors une base orthonormale de  $\mathcal{L}_2(\mathbb{R})$  s'exprimant pour  $(j, i) \in \mathbb{Z}^2$  sous la forme :

$$\psi_{j,i}(n) = 2^{-j/2}\psi(2^{-j}n - i) \quad (3.96)$$

La décomposition précédente portée jusqu'à l'échelle  $a^J$  ne permet d'obtenir qu'une représentation partielle du signal d'intérêt. On s'intéresse dès lors à l'ensemble des basses fréquences correspondant à des échelles supérieures à  $a^J$  par l'intermédiaire de la fonction d'échelle  $\phi$  définie pour  $n \in [-N/2; N/2]$  par :

$$\phi_J(n) = \frac{1}{\sqrt{a^J}}\phi\left(\frac{n}{a^J}\right) \quad (3.97)$$

les basses fréquences étant alors ensuite traduites par :

$$L_f(n, a^J) = f * \bar{\phi}_J(n) = \sum_{k=0}^{N-1} f(k) \phi_J^*(k-n) \quad (3.98)$$

Dans la pratique, on peut obtenir les coefficients de la décomposition d'un signal  $f$  sur une base orthogonale d'ondelettes en cascade les convolutions discrètes réalisées par deux filtres  $h$  (filtre passe bas) et  $g$  (filtre passe haut) et en sous échantillonnant les sorties de ces opérations successives en suivant l'échelle dyadique [Mallat 1999]. Ainsi, à partir d'un coefficient d'approximation  $a_j$  obtenu à un niveau de détail  $j$ , on obtient deux coefficients d'approximation et de détail du signal  $f$  :  $a_{j+1}$  et  $d_{j+1}$ . Inversement, il est possible de remonter au coefficient précédent à partir des deux coefficients  $a_{j+1}$  et  $d_{j+1}$ . La Figure 3.12 illustre ce procédé discret sous la forme de schémas-blocs.

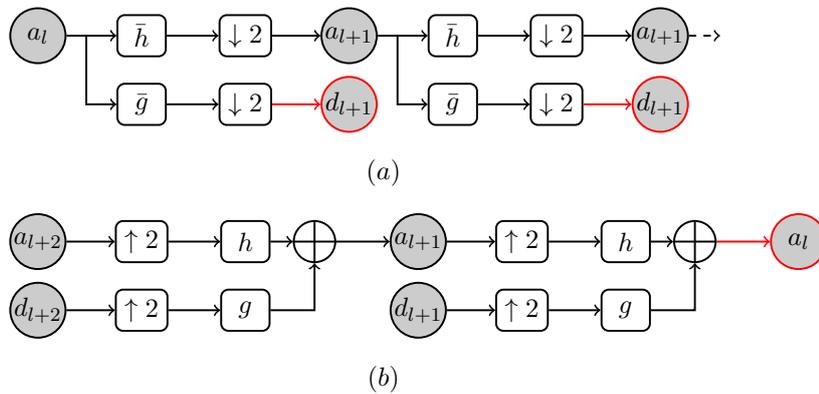


FIGURE 3.12 – (a) Transformée en ondelettes rapide  $\rightarrow$  filtrage passe-bas ( $\bar{h}$ ) et passe-haut ( $\bar{g}$ ) en cascade + sous-échantillonnage d'un facteur 2. (b) Transformée en ondelettes inverse rapide  $\rightarrow$  insertion de zéros dans les séquences de coefficients ( $\uparrow 2$ ) + filtrages passe-bas ( $h$ ) et passe-haut ( $g$ ) en cascade et sommation des sorties.

En résumé, les techniques temps-fréquences sont des outils efficaces pour l'analyse de signaux en temps réel. Cette capacité et l'absence de modélisation les rendent particulièrement intéressantes pour une surveillance supplémentaire et dissimilaire sur avion. Par ailleurs, tout comme certaines techniques fréquentielles, elles peuvent profiter des conclusions de méthodes basées modèles pour identifier l'origine de certaines pannes ou leur dynamique. La principale contrainte reste aujourd'hui leur coût calculatoire au regard des calculateurs utilisés aujourd'hui. Ainsi, la transformée en ondelette discrète paraît être le meilleur compromis. Elle nécessite néanmoins d'être couplée avec un algorithme d'analyse de complexité limitée pour permettre une implantation sur avion. La suite de la thèse se concentre cependant sur le couplage de méthodes bien plus élémentaires, telles que celles présentées dans les sections 3.4.1 et 3.4.2, avec les résultats d'estimation. Les synergies existant entre les méthodes basées modèles et celles du traitement du signal sont exploitées, et le faible

coût calculatoire de l'architecture résultante pourrait permettre une implantation sur avion.



# Développement d'une solution générale embarquée aux problèmes d'estimation de paramètres avion et de détection de pannes capteur

---

## Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>L'architecture ADVISER . . . . .</b>	<b>112</b>
<b>4.2</b>	<b>La méthode d'estimation retenue : Le filtre de Kalman non linéaire adaptatif . . . . .</b>	<b>114</b>
4.2.1	Structure du système étudié . . . . .	115
4.2.2	Observabilité . . . . .	122
4.2.3	Modélisations embarquées . . . . .	132
4.2.4	Réglage de l'estimateur . . . . .	150
<b>4.3</b>	<b>Les méthodes de détection de défauts . . . . .</b>	<b>158</b>
4.3.1	Préambule et historique de développement . . . . .	158
4.3.2	La détection de pannes capteur . . . . .	159
4.3.3	La détection d'une erreur de masse au décollage . . . . .	181
<b>4.4</b>	<b>Validation unitaire, Reconfiguration et bilan CPU . . . . .</b>	<b>185</b>
4.4.1	Module de validation unitaire . . . . .	186
4.4.2	Module de reconfiguration . . . . .	186
<b>4.5</b>	<b>Bilan sur l'architecture ADVISER . . . . .</b>	<b>189</b>
4.5.1	Bilan CPU . . . . .	189
4.5.2	Synthèse des choix algorithmiques d'ADVISER . . . . .	190

---

La connaissance des paramètres de vol principaux tels que la vitesse et l'incidence est étroitement liée aux capteurs disponibles sur aéronefs. Ils peuvent soit être directement mesurés par des capteurs dédiés, soit être estimés grâce à un algorithme embarqué (cf. Chapitre 2). Ce dernier permet de reconstruire les paramètres recherchés au travers d'autres mesures par le biais d'équations mathématiques (redondance analytique). Néanmoins, le recours à des capteurs et à des estimateurs nécessite de nombreuses précautions. Tout d'abord, certaines pannes capteur peuvent être très délicates à détecter. Les systèmes de surveillance tels que la consolidation, présentée au Chapitre 1, ont des lacunes avec des cas spécifiques non détectables. Enfin, un

estimateur peut lui aussi être invalidé voire erroné, que ce soit à cause des modèles qui lui sont associés ou suite à la panne ou au manque de fiabilité d'une des observations utilisées pour l'alimenter. Aujourd'hui, parmi les cas de pannes les plus délicats, on trouve les modes communs de panne, décrits au Chapitre 1, que les systèmes de consolidation et les algorithmes de surveillance opérationnels peuvent difficilement gérer. Cette thèse traite donc également la problématique des modes communs de panne en proposant une approche dont le principe de fonctionnement permet de détecter et d'isoler correctement la plupart des pannes, quelle qu'en soit la source. Étant donné la taille de certaines équations, la composante temporelle sera volontairement omise à l'écriture tout au long de ce chapitre.

## 4.1 L'architecture ADVISER

Au début des années 2010, la problématique d'estimation et de détection des modes communs de panne a conduit au développement de plusieurs solutions algorithmiques autour de l'approche du filtre de Kalman (voir [Seren 2013] [Hardier 2015] et [Hardier 2011]) et d'une méthode d'optimisation nommée AMI (pour *Aerodynamic Model Inversion*) [Hardier 2013a] au sein d'un partenariat entre Airbus et l'ONERA. Les méthodes présentées sont fondées sur des hypothèses de validité de certains paramètres et mesures tels que la masse de l'avion, la position du centre de gravité, son altitude géométrique, son altitude pression, ainsi que l'ensemble des mesures inertielles. Dans un premier temps, le statut des différents capteurs anémométriques et clinométriques était connu. Dans un second temps des méthodes de détection, notamment basées sur des tests d'hypothèses, ont été implémentées pour la détection de fautes. Néanmoins, pour améliorer la maturité de ces solutions (au travers de l'échelle de TRL [Goupil 2014a]), plusieurs hypothèses de fonctionnement se doivent d'être remises en cause :

- la masse de l'avion et son centre de gravité ne peuvent plus être considérés comme des paramètres précisément connus ;
- la mesure de pression statique permettant de connaître l'altitude pression est elle aussi susceptible d'être en faute ;
- la détection des modes communs de panne devient essentielle pour l'ensemble des mesures anémométriques et clinométriques ;
- enfin, la solution doit être compatible avec les calculateurs en service dans la gamme A350 et A380 et les architectures déjà en place.

Pour répondre à ces nouvelles contraintes, cette thèse propose une solution améliorée sous la forme d'une architecture modulaire, intégrant des capacités d'estimation, de détection et d'adaptation. Elle se présente à ce jour sous la forme de quatre modules, comme illustré par la Figure 4.1.

Le bloc (1) correspondant au schéma d'estimation. Il est essentiellement composé d'un filtre de Kalman étendu et délivre en sortie une estimation des paramètres de

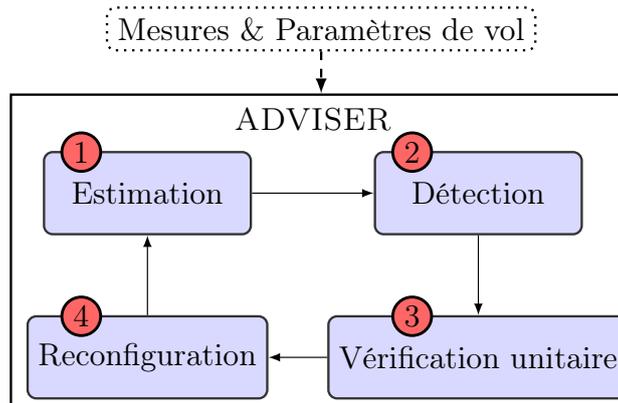


FIGURE 4.1 – Architecture ADVISER

vol désirés, plus un ensemble de résidus et de signaux pouvant être exploités pour la détection de fautes. Le bloc (2) correspond aux algorithmes de diagnostic pour la détection et l'isolation de pannes capteur et la détection d'une erreur de masse au décollage. Le bloc (3) est dédié à la surveillance unitaire des sondes utilisées par l'algorithme de consolidation. Les mesures issues de chaque sonde y sont comparées avec leur équivalent estimé pour obtenir tout un ensemble de résidus. De cette façon, en cas de panne d'une mesure utilisée en entrée du filtre estimateur, si un des résidus associés à cette mesure reste faible, la sonde associée sera détectée valide et pourra être réutilisée en entrée du filtre de Kalman. Enfin le bloc (4) permet d'adapter l'algorithme d'estimation en fonction des conclusions tirées des autres blocs, notamment pour s'assurer d'alimenter le bloc estimateur uniquement à partir des mesures valides, et avec un réglage approprié. Les sections suivantes détaillent chacun de ces blocs, présentant les algorithmes correspondants et leur mode de fonctionnement. L'architecture proposée a été dénommée ADVISER (pour Air Data Virtual Sensor). Elle a pour but de détecter des fautes sur les capteurs surveillés, à savoir les capteurs anémométriques et clinométriques ainsi que les capteurs moteurs, y compris en cas de mode commun de panne. Au décollage, lors de la détection d'une incohérence, l'algorithme dédié à la surveillance de la masse issu du second bloc permet de faire la distinction entre une erreur de masse saisie avant le décollage et une panne provenant des capteurs. Enfin, chaque sonde disponible est testée à chaque détection de panne afin de s'assurer de toujours utiliser l'ensemble des capteurs valides, améliorant la précision des paramètres de vol recherchés.

La Figure 4.2 propose une intégration possible d'ADVISER dans le schéma actuel. On retrouve les jeux de mesures associés aux capteurs d'incidence, de pression totale, de pression statique et de température totale susceptibles d'être en faute. Les mesures inertielles et GPS participent au processus d'estimation mais ne nécessitent pas une surveillance associée via cet algorithme (cf. Chapitre 1). Les capteurs moteurs disposent d'une mesure de température totale et de capteurs virtuels associés à la pression totale et à la pression statique. Ces informations sont issues du PRIM

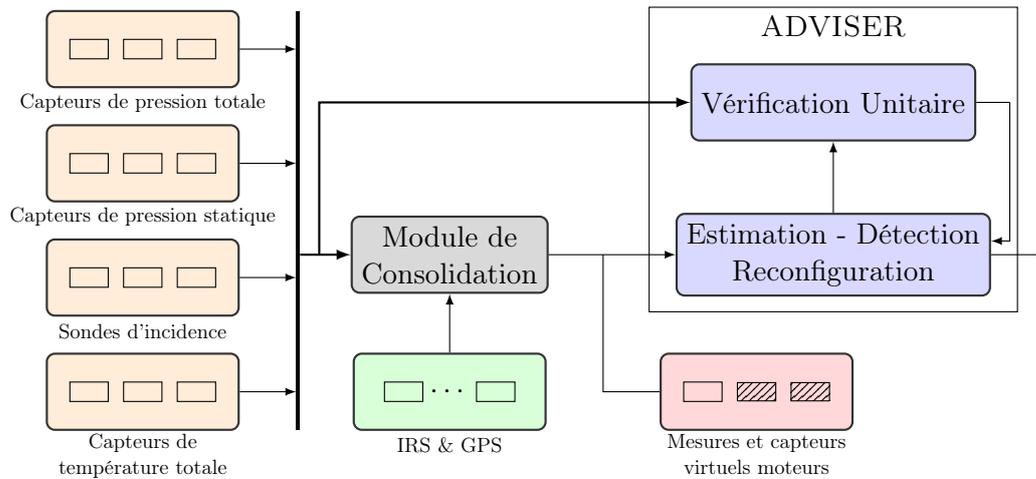


FIGURE 4.2 – Architecture ADVISER intégrée

et sont calculées selon les procédés présentés dans le brevet [Feau 2015].

Le bloc de détection se découpe en deux parties présentées dans la suite de ce chapitre. La première se focalise sur le diagnostic de pannes capteur. Elle intègre divers logiques et algorithmes, notamment une FFT implantée sous forme récursive pour la détection des pannes oscillatoires, ainsi que des techniques élémentaires telles que celles décrites dans la section 3.4.1. Enfin la seconde permet une surveillance de la masse au décollage. Les algorithmes implantés correspondent aux solutions jugées comme ayant les meilleurs rapports performance/complexité et qui profitent des synergies existantes avec le filtre de Kalman utilisé pour mener le diagnostic. L'architecture ADVISER mise en place a cependant été pensée afin de pouvoir rajouter ou substituer facilement aux algorithmes existants tout autre algorithme de détection. De plus, toute information extérieure à ADVISER, relative aux statuts des capteurs utilisés, peut être exploitée et prise en compte lors de la reconfiguration.

## 4.2 La méthode d'estimation retenue : Le filtre de Kalman non linéaire adaptatif

Parmi les méthodes présentées dans le Chapitre 2, le filtrage de Kalman étendu a finalement été retenu au vu de ses nombreux avantages et de ses inconvénients maîtrisables. Des travaux précédents [Seren 2013] [Hardier 2015] [Hardier 2011] avaient déjà mis en exergue ses avantages, à savoir un coût de calcul modéré, comparé à d'autres méthodes envisageables, pouvant être encore réduit notamment par le recours au traitement séquentiel des mesures, et l'obtention de résidus pouvant être utilisés à des fins de détection de pannes. L'estimation de grandeurs telles que des états avion est ainsi rendue possible tout en assurant une surveillance des principaux

capteurs. L'implantation d'un tel algorithme sur avion reste cependant un véritable défi si le nombre d'états du système d'intérêt s'avère trop élevé. Parmi les difficultés soulevées, on trouve donc la dimension des vecteurs manipulés, mais aussi la modélisation mathématique des modèles embarqués. Les premiers développements réalisés entre 2011 et 2014 ont montré des capacités très prometteuses mais avec un coût calculatoire rédhibitoire. Des modifications structurelles du filtre proposé ont donc été nécessaires. Les sections suivantes présentent la structure finale de l'estimateur et ses différentes caractéristiques (observabilité, modélisations embarquées et réglages...). Cette structure a été développée autour du modèle non linéaire 4.1 :

$$\Sigma = \begin{cases} \dot{X}(t) &= f(X(t)) + w(t) \\ Y_k &= h(X(t_k), Z(t_k)) + v_k \end{cases} \quad (4.1)$$

où  $X(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $Y_k \in \mathbb{R}^m$  et  $Z_k \in \mathbb{R}^r$  correspondent respectivement aux vecteurs d'états, d'observations et d'entrées exogènes connues.  $f$  et  $h$  sont deux fonctions non linéaires associées respectivement aux équations d'état et d'observation. Enfin  $w$  et  $v$  sont deux bruits blancs, gaussiens, non corrélés respectivement associés aux états et aux observations. On leur associe la densité spectrale de puissance  $Q$  et la matrice de covariance  $R$  telles que :

$$\begin{aligned} E[w(t)w^T(t+\tau)] &= Q \cdot \delta(\tau) \\ E[v_k v_{k+l}^T] &= R \cdot \delta(l) \\ E[v_k w^T(t_k)] &= 0 \end{aligned} \quad (4.2)$$

### 4.2.1 Structure du système étudié

Les paramètres *air* tels que l'angle d'incidence, la vitesse vraie, la vitesse conventionnelle ou l'altitude pression de l'avion correspondent aux paramètres critiques que l'on souhaite estimer y compris lors de pannes pouvant être rencontrées en vol. Mathématiquement, leur calcul s'appuie en partie sur une connaissance préalable de paramètres *sol* décrivant le comportement de l'avion, considérés comme suffisamment fiables (c'est-à-dire ne pouvant être en panne). C'est le cas des mesures sols issues de la fusion des données GPS et inertielles, aboutissant aux paramètres dits GPIRS, et qui seront utilisés comme références dans la suite de l'architecture présentée. Pour remonter aux paramètres airs, il est ensuite nécessaire d'établir des estimées de grandeurs atmosphériques telles que les composantes du vent ainsi que d'autres états liés à la modélisation de l'atmosphère. Ces paramètres peuvent être obtenus grâce aux équations cinématiques, au modèle d'atmosphère standard et aux mesures réelles disponibles au cours du vol. Leur connaissance étant indispensable, ils viendront s'ajouter aux états du filtre de Kalman présenté par la suite.

En règle générale, un filtre de Kalman ne pouvant fonctionner correctement qu'à partir de mesures valides, il est important dans un premier temps de dissocier les mesures pouvant être qualifiées de fiables et qui ne nécessitent pas d'être surveillées, des mesures pouvant être en fautes et pour lesquelles une surveillance dédiée est néces-

saire. Comme expliqué précédemment, les mesures sols appartiennent à la première catégorie. Elles incluent les vitesses sols ( $V_{g_{x_0}}, V_{g_{y_0}}, V_{g_{z_0}}$ ), les facteurs de charges ( $n_{x_1}, n_{y_1}, n_{z_1}$ ) déduits des mesures accélérométriques et les paramètres d'attitudes ( $\theta, \phi, \psi$ ). La seconde catégorie comprend les mesures clinométriques, à savoir l'angle d'incidence (AoA pour *Angle of Attack*,  $\alpha$ ) et l'angle de dérapage (SSA pour *Side Slip Angle*,  $\beta$ ), ainsi que les mesures anémométriques, comprenant les mesures de pression totale ( $P_t$ ), de pression statique ( $P_S$ ), et de température totale ( $T_t$ ). Celles-ci sont acquises par les capteurs décrits dans le Chapitre 1.

Ces constatations nous amènent à considérer le problème d'estimation d'états différemment des précédents développements ([Hardier 2011] [Seren 2013] [Hardier 2015]). En effet, étant donné la fiabilité des mesures *sol*, il a été choisi de reconstruire l'ensemble des mesures anémométriques et clinométriques en se reposant exclusivement sur l'équation de portance 4.3 (dans laquelle la composante due à la poussée moteur est négligée) et sur différentes équations cinématiques, déduites du modèle d'atmosphère standard, présentées dans la section 4.3.3.2.

$$2 \cdot m_W \cdot g(z_G) \cos(\alpha) (n_{z_1} - n_{x_1} \cdot \tan(\alpha)) = \gamma \cdot S \cdot P_S \cdot M \cdot C_Z \quad (4.3)$$

avec :

- $m_W$  la masse de l'avion ;
- $S$  la surface de référence de l'avion ;
- $\gamma = 1.4$  l'indice adiabatique de l'air ;
- $g$  l'accélération de la pesanteur définie selon l'équation :

$$g = g_0 \times \frac{R_T^2}{(R_T^2 + z_G^2)} \quad (4.4)$$

avec  $g_0$  l'accélération de pesanteur au niveau de la mer et  $R_T = 6.371 \times 10^6$  m le rayon terrestre moyen ;

- $n_{z_1}$  et  $n_{x_1}$  les facteurs de charge vertical et longitudinal exprimés dans le repère avion et mesurés par les IRS ;
- $z_G$  l'altitude géométrique ;
- $P_S$  la pression statique ;
- $\alpha$  l'angle d'incidence ;
- $M$  le nombre de Mach ;
- $C_z$  le coefficient de portance.

Ces équations permettent la mise en relation de l'ensemble des mesures par l'intermédiaire de deux modélisations détaillées dans la section 4.2.3, à savoir celle du coefficient de portance et celle de l'atmosphère. Il est alors nécessaire d'estimer dans un premier temps les composantes de la vitesse du vent (notées  $W_{x_0}, W_{y_0}, W_{z_0}$ ) et les états atmosphériques. Le modèle d'atmosphère considéré a conduit au choix des

états  $\Delta_{ISA}$  et  $z_C$ , correspondant respectivement à un terme d'écart de température et de correction barométrique. Le premier se définit plus précisément comme la différence de température entre une température statique mesurée à une altitude géométrique donnée et une température statique obtenue à cette même altitude à partir du modèle d'atmosphère standard. Le second correspond à une traduction en mètre d'un écart de pression entre une pression statique mesurée à une altitude géométrique donnée et la pression définie à cette même altitude par le modèle d'atmosphère standard. Le choix et la définition exacte de ces états sont abordés dans la section dédiée au modèle atmosphère dans la section 4.2.3.2. Enfin, on choisit de compléter le vecteur d'état d'un biais de modèle, noté  $b_{C_z}$ , rendant compte des erreurs du modèle embarqué associé au coefficient de portance. Aucune connaissance a priori n'étant disponible sur les composantes du vent et les états atmosphériques, on choisit de les modéliser par des marches aléatoires. Dans la mesure où ces états ne sont pas véritablement constants mais qu'ils varient de façon aléatoire avec des dynamiques que l'on peut parfois identifier, ces modélisations de Markov auraient pu être portées au premier ordre [Mulder 1999]. Cette solution a par exemple été choisie pour le biais de modélisation. Une constante de temps  $\tau_{C_z}$  de quelques secondes caractérise principalement sa dynamique. Finalement, la fonction d'état  $f$  du système  $\Sigma$  se détaille selon 4.5 :

$$f(X, t) = \begin{cases} \dot{W}_{x_0} = 0 \\ \dot{W}_{y_0} = 0 \\ \dot{W}_{z_0} = 0 \\ \dot{\Delta}_{ISA} = 0 \\ \dot{b}_{C_z} = -b_{C_z}/\tau_{C_z} \\ \dot{z}_C = 0 \end{cases} \quad (4.5)$$

Le vecteur d'observation, rattaché à l'équation d'observation 4.8, est quant à lui bâti autour de deux types de mesures. D'un côté celles pouvant être en fautes, à savoir :

- les mesures clinométriques : l'incidence  $\alpha$  et le dérapage  $\beta$  ;
- les mesures anémométriques : la pression totale  $P_T$ , la pression statique  $P_S$  et la température totale  $T_T$  ;

D'autre part, le facteur de charge vertical exprimé dans le repère avion  $n_{z_1}$ , considéré suffisamment fiable du fait du nombre de capteurs redondants, de leur emplacement à l'intérieur de l'avion (moins soumis aux conditions environnementales) et des surveillances associées. Le vecteur des observations  $Y$  est ainsi composé selon 4.6 :

$$Y = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ P_S \\ P_T \\ T_T \\ n_{z_1} \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

et la fonction d'observation  $h$  du système  $\Sigma$ , qui lie ces observations aux différents états à partir d'équations cinématiques et de l'équation de portance 4.3, s'exprime selon 4.8 :

$$h(X(t_k), Z_k, t_k) = \begin{pmatrix} \arctan\left(\frac{w_a}{u_a}\right) \\ \arctan\left(\frac{v_a}{\sqrt{u_a^2 + w_a^2}}\right) \\ f_{P_z}(z_P) \\ f_{P_z}(z_P) \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \\ T_S(z_P) \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right) \\ \frac{\gamma \cdot S \cdot P_S \cdot M^2 (C_Z + b_{C_z})}{2 \cdot m_W \cdot g(z_G) \cos(\alpha)} + n_{x_1} \cdot \tan(\alpha) \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

L'équation d'observation qui en découle s'écrit finalement selon :

$$Y_k = \begin{cases} \alpha_m & = \arctan\left(\frac{w_a}{u_a}\right) + v_\alpha \\ \beta_m & = \arctan\left(\frac{v_a}{\sqrt{u_a^2 + w_a^2}}\right) + v_\beta \\ P_{S_m} & = f_{P_z}(z_P) + v_{P_S} \\ P_{T_m} & = f_{P_z}(z_P) \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} + v_{P_T} \\ T_{T_m} & = T_S(z_P) \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right) + v_{T_T} \\ n_{z_{1m}} & = \frac{\gamma \cdot S \cdot P_S \cdot M^2 (C_Z + b_{C_z})}{2 \cdot m_W \cdot g(z_{G_m}) \cos(\alpha)} + n_{x_{1m}} \cdot \tan(\alpha) + v_{n_{z_1}} \end{cases} \quad (4.8)$$

avec :

- l'indice  $m$  faisant référence aux mesures ;
- l'indice  $a$  faisant référence aux grandeurs *air* ;
- $z_{G_m}$  l'altitude géométrique issue de la mesure GPIRS, considérée comme une mesure exogène connue ;
- $z_P$  correspondant à l'altitude pression selon l'équation 4.9 :

$$z_P = \begin{cases} \frac{z_{G_m}}{1 + \frac{\Delta ISA}{T_0}} - z_C & \text{si } z_G < z_{TP} \\ \frac{z_{G_m}}{1 + \frac{\Delta ISA}{T_{TP}}} - z_C & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.9)$$

où  $z_{TP} \approx 11000$  m,  $T_0 = 287.15$  K correspond à la température standard au niveau de la mer ( $z_G = 0$  m) et  $T_{TP} = 216.65$  K à la température standard au niveau de la tropopause  $z_{TP}$  ( $z_G \approx 11000$  m) ;

- $T_S$  correspondant à la température statique selon l'équation 4.10 :

$$T_S(z_P) = \begin{cases} T_0 + G_{T_{z_0}} z_P + \Delta_{ISA} & \text{si } z_G < z_{TP} \\ T_{TP} + \Delta_{ISA} & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.10)$$

avec  $G_{T_{z_0}} = \frac{\partial T_S}{\partial z_G} = -6.5$  K.km<sup>-1</sup> le gradient de température standard ;

- $f_{P_z}$  correspondant à la fonction reliant l'altitude pression  $z_P$  à la pression statique  $P_S$  selon l'équation 4.11 :

$$P_S(z_P) = \begin{cases} P_0 \left( 1 + \frac{G_{T_{z_0}}}{T_0} z_P \right)^{\frac{g}{R \cdot G_{T_{z_0}}}} & \text{si } z_G < z_{TP} \\ P_0 \times e^{\left( \frac{g \cdot (z_{PT} - z_P)}{R \cdot T_0} \right)} & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.11)$$

avec  $R = 287$  J.kg<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup> la constante spécifique de l'air et  $P_0 = 101325$  Pa la pression standard au niveau de la mer.

Certaines de ces équations découlent du modèle d'atmosphère standard et des définitions des variables  $\Delta_{ISA}$  et  $z_C$ , abordées dans la section 4.2.3.2 ;

- $M$  correspondant au Mach avion selon l'équation :

$$M = \frac{V_a}{V_{son}} = \frac{\sqrt{u_a^2 + v_a^2 + w_a^2}}{\sqrt{\gamma \cdot R \cdot T_S(z_P)}} \quad (4.12)$$

avec  $V_a$  le module de la vitesse aérodynamique et  $\gamma = 1.4$  l'indice adiabatique de l'air ;

- $u_a$ ,  $v_a$  et  $w_a$  correspondent aux composantes de la vitesse aérodynamique  $V_a$  exprimées dans le repère avion. Elles sont liées aux composantes de la vitesse sol  $v_{g_{x_0}}$ ,  $v_{g_{y_0}}$  et  $v_{g_{z_0}}$ , et aux composantes de la vitesse du vent  $W_{x_0}$ ,  $W_{y_0}$  et  $W_{z_0}$  exprimées dans le repère terrestre, suivant la relation :

$$\begin{pmatrix} u_a \\ v_a \\ w_a \end{pmatrix} = M_E^B \times \begin{pmatrix} v_{g_{x_0}} - W_{x_0} \\ v_{g_{y_0}} - W_{y_0} \\ v_{g_{z_0}} - W_{z_0} \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

avec  $M_E^B$  la matrice de rotation du repère terrestre vers le repère avion, exprimée en fonction des angles d'Euler  $\phi$ ,  $\theta$  et  $\psi$  (considérés comme des mesures exogènes connues), selon 4.14 :

$$M_E^B = \begin{bmatrix} c(\theta)c(\psi) & s(\phi)s(\theta)c(\psi) - c(\phi)s(\psi) & c(\phi)s(\theta)c(\psi) + s(\phi)s(\psi) \\ c(\theta)s(\psi) & s(\phi)s(\theta)s(\psi) + c(\phi)c(\psi) & c(\phi)s(\theta)s(\psi) + s(\phi)c(\psi) \\ s(\theta) & -s(\phi)c(\theta) & -c(\phi)c(\theta) \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

avec  $s(\cdot)$  et  $c(\cdot)$  les fonctions sinus et cosinus ;

- $C_z$  correspondant au coefficient de portance aérodynamique. Il est obtenu par l'intermédiaire d'une modélisation dédiée et détaillée dans la sous-section portant sur les modélisations. Il dépend généralement de l'incidence  $\alpha$ , du Mach  $M$ , de la configuration aérodynamique de l'avion *conf* (associée aux différentes positions des becs et des volets), du braquage des gouvernes de profondeurs  $\delta_q$  et du plan horizontal  $i_H$ , ainsi que des braquages d'autres gouvernes latérales comme les spoilers  $\delta_{SP}$  et les ailerons.

Les mesures anémométriques utilisées en entrée du filtre de Kalman correspondent aux mesures avion, tant que celles-ci sont disponibles et valides. Dès que l'une d'entre elle sera détectée en faute, elle sera remplacée par son homologue moteur, à condition que cette dernière soit elle aussi valide. Le réglage du filtre est alors adapté en conséquence, en modifiant la matrice de covariance en fonction des nouvelles mesures disponibles ou non. Une première version avait initialement augmenté le vecteur d'observation des mesures moteurs. Néanmoins, une telle façon de procéder augmente par la même occasion le coût calculatoire d'environ 10%. La solution à 6 observations a donc été préférée.

On définit ensuite le vecteur  $Z$  des entrées exogènes connues apparaissant dans la formulation d'état 4.1 selon :

$$Z = (i_H, \delta_q, \delta_{SP}, n_{x_{1m}}, \phi_m, \theta_m, \psi_m, conf, m_W) \quad (4.15)$$

Ce vecteur est notamment constitué de mesures inertielles ( $n_{x_{1m}}, \phi_m, \theta_m, \psi_m$ ) consolidées et surveillées par des algorithmes dédiés, d'informations de position des gouvernes ( $i_H, \delta_q, \delta_{SP}$ ) et enfin de deux paramètres plus ou moins bien connus *conf* et  $m_W$ . Nous verrons cependant dans les sections suivantes que le paramètre de masse  $m_W$  nécessite une surveillance supplémentaire. En effet, celle-ci est connue d'après une valeur saisie par le pilote avant le décollage, laissant la possibilité d'une erreur de saisie (par exemple une inversion assez courante de 2 chiffres). Par conséquent, un des modules de l'architecture ADVISER lui est dédié afin de détecter et corriger ce type d'erreur.

Le modèle non linéaire  $\Sigma$  sur lequel repose le filtre de Kalman étendu est finalement composé de 6 états, 6 observations et 9 entrées exogènes connues. Il intègre une modélisation du coefficient de portance aérodynamique et une description de l'atmosphère qui sont détaillées dans la suite de ce chapitre. Il s'appuie sur la seule hypothèse que les mesures de facteurs de charge et des vitesses GPIRS sont surveillées par ailleurs de sorte que l'on ne se préoccupe pas ici de détecter les pannes

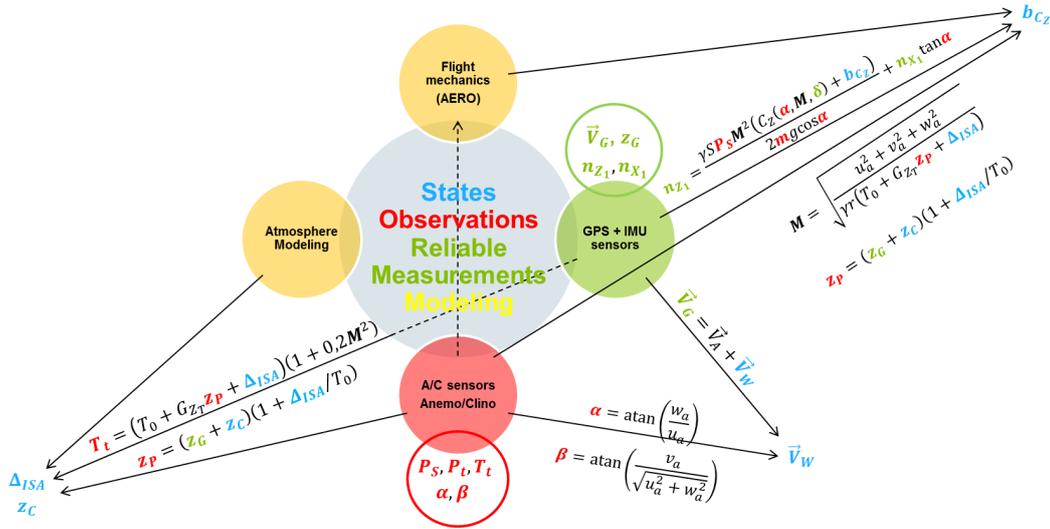


FIGURE 4.3 – Principaux liens entre les états et les mesures de l’EKF

pouvant les affecter. Enfin, il permet de remonter au calcul de la vitesse conventionnelle qui constitue une des grandeurs d’importance pour le pilotage de l’avion, par la relation 1.5. La figure 4.3 illustre les principaux liens entre les différents états et les mesures de l’EKF.

La mise en œuvre de l’EKF nécessite cependant de linéariser ces expressions autour d’une valeur courante de l’état (cf. Chapitre 2 section 2.2.1). Cette linéarisation implique de calculer les matrices jacobiennes 2.66 et 2.67. À partir des équations non linéaires précédemment établies pour l’évolution et les observations, on peut calculer ces matrices, notées  $A = \partial \dot{X} / \partial X$  et  $C = \partial Y / \partial X$  et respectivement évaluées en l’état estimé courant et en l’état prédit, soit analytiquement, soit numériquement par différences finies. Les deux versions ont été développées en parallèle afin de valider les formulations analytiques utilisées *in fine* pour les matrices jacobiennes pour faciliter l’implantation de l’algorithme et réduire le volume des calculs. En effet, certains de ces calculs analytiques sont assez complexes, et il est important de pouvoir les valider numériquement dès le début du développement. La suite de cette section détaille les différentes composantes de la matrice C. L’obtention de la matrice A est quant à elle immédiate puisque les équations de prédiction utilisées impliquent que seule la dérivée de  $\dot{b}_{Cz}$  par rapport à ce même état est non nulle :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1/\tau_{C_z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

L'obtention de la matrice C est bien plus complexe au vue de l'équation d'observation du modèle non linéaire d'intérêt. Chacun des termes de la matrice jacobienne résulte d'un enchainement de calcul de dérivées partielles. Par exemple, le premier terme  $C_{11}$  de la matrice C correspondant à la dérivée partielle de l'incidence par rapport à la première composante de la vitesse vent  $W_{x_0}$ . L'incidence étant une fonction des composantes  $u_a$  et  $w_a$  de la vitesse *air*, elles mêmes fonction de  $W_{x_0}$ , on a recours au théorème de dérivation des fonctions composées permettant d'exprimer  $C_{11}$  comme la somme de produits du taux de variations de l'incidence selon chacune des composantes de la vitesse *air* avec le taux de variation de ces dernières selon  $W_{x_0}$ . Cette opération peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{\partial \alpha}{\partial W_{x_0}} = \left. \frac{\partial \alpha}{\partial u_a} \right|_{w_a} \frac{\partial u_a}{\partial W_{x_0}} + \left. \frac{\partial \alpha}{\partial w_a} \right|_{u_a} \frac{\partial w_a}{\partial W_{x_0}} \quad (4.17)$$

avec  $\left. \frac{\partial \alpha}{\partial u_a} \right|_{v_a, w_a}$  faisant référence à la dérivée partielle de l'incidence par rapport à  $u_a$ , en considérant  $v_a$  et  $w_a$  fixés. Les dérivées partielles apparaissant dans la relation 4.17 peuvent être calculées une à une pour obtenir l'expression finale de  $C_{11}$  :

$$C_{11} = \frac{\partial \alpha}{\partial W_{x_0}} = \frac{M_{E_{11}}^B w_a - M_{E_{31}}^B u_a}{u_a^2 + w_a^2} \quad (4.18)$$

avec  $M_{E_{ij}}^B$  le terme situé sur la  $i^{\text{ème}}$  ligne et la  $j^{\text{ème}}$  colonne de la matrice de rotation du repère terrestre vers le repère avion, dont chacune des composantes est exprimée dans l'expression 4.14.

Le détail de ces calculs et l'expression de chacune des composantes  $C_{ij}$  de la matrice C sont disponibles dans l'annexe A.

## 4.2.2 Observabilité

L'étude de l'observabilité d'un système permet de s'assurer que chacun de ses états est bien défini en fonction des entrées et des sorties disponibles. Sous cette condition, les variables d'état peuvent être reconstituées et le développement d'estimateurs est ainsi possible. On définit l'observabilité d'un système dynamique à partir de la notion d'indistinguable, définie pour le système 4.1 considéré, par la définition suivante :

**Définition :**  $\forall t \geq 0$ , soient deux signaux de sortie  $y_z^0(t)$  et  $y_z^1(t)$  générés par l'application des signaux d'entrées exogènes  $Z(t)$  au système  $\Sigma$  défini par 4.1 avec les conditions initiales respectives  $x^0$  et  $x^1$ . On dit que  $x^0$  et  $x^1$  sont indistinguables si et seulement si :

$$\forall t \geq 0, y_z^0(t) = y_z^1(t) \text{ pour toute entrée } Z.$$

Dans le cas contraire, on dit que  $x^0$  et  $x^1$  sont distinguables.

La notion d'observabilité est ensuite décrite à partir de la précédente définition, selon :

**Définition :** Le système  $\Sigma$  défini par 4.1 est dit observable en  $x^0$  si  $x^0$  est distinguable de tout  $x \in \mathbb{R}^n$ . En outre, le système  $\Sigma$  est observable si  $\forall x^0 \in \mathbb{R}^n$ ,  $x^0$  est distinguable.

Lorsque cela est possible, on peut donc démontrer l'observabilité du système en exprimant chacun de ses états à chaque instant  $t$  comme une fonction des observations  $y(t)$  et des entrées exogènes  $z(t)$  et de leurs dérivées successives ( $\dot{y}(t), \ddot{y}(t), \dots$  et  $\dot{z}(t), \ddot{z}(t), \dots$ ). La notion d'observabilité est donc équivalente à l'existence d'une application  $\Omega$  définie selon :

$$\begin{aligned} \Omega : \quad \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^r &\longrightarrow \mathbb{R}^n \\ (y(t), z(t)) &\longrightarrow x(t) = \Omega(y(t), \dot{y}(t), \ddot{y}(t), \dots, z(t), \dot{z}(t), \ddot{z}(t), \dots) \end{aligned} \quad (4.19)$$

Lorsque ce calcul s'avère trop complexe, de nombreuses alternatives existent pour démontrer l'observabilité du système. Dans le cas linéaire, on peut recourir au critère de Kalman. Cette démonstration n'est pas aussi évidente dans le cas d'un système non linéaire. On a alors recours aux techniques présentées ci-dessous.

Dans le cas d'un modèle SISO, il est possible de reconstruire une matrice d'observabilité exprimant l'état du système en fonction de l'observation et de l'entrée disponible. Cette approche peut être étendue dans le cas continu à un seul état et plusieurs observations, et dans le cas discret pour plusieurs entrées. Néanmoins, dans le cas de systèmes MIMO, il est difficile de trouver une solution générale au problème d'observabilité pour un système non linéaire mais de nombreuses solutions ont été proposées pour s'en approcher. Une première catégorie d'approches consiste à avoir recours à la définition de critères spécifiques pour évaluer l'observabilité du système non linéaire. Les notions d'observabilité locale et d'observabilité faible [Hermann 1977] ont été introduites afin d'obtenir dans un premier temps une observabilité relative de chaque état. Il est aussi possible d'effectuer une linéarisation du système non linéaire afin d'évaluer son observabilité à l'aide du critère d'observabilité de Kalman [Goshen-Meskin 1992], utilisable dans le cas linéaire. D'autres

approches similaires n'effectuent pas directement la linéarisation du système mais reconstruisent des matrices d'observabilité à partir de calculs de dérivées. Par exemple, en recourant aux dérivées de Lie [Lu 2015] [Boutat 2010]. Celles-ci se définissent pour un système non linéaire de fonction d'état et d'observation  $f = (f_1, \dots, f_n)$  et  $h$ , et pour un vecteur d'état de dimension  $n$ , sous la forme :

$$L_f h = f_1 \frac{\partial h(x_1, \dots, x_n)}{\partial x_1} + \dots + f_n \frac{\partial h(x_1, \dots, x_n)}{\partial x_n} \quad (4.20)$$

où  $L_f h$  s'appelle la dérivée de Lie de  $h$  dans la direction de  $f$ . Elle présente la particularité de correspondre à la première dérivée temporelle du vecteur des observations  $y$ . Plus généralement, la  $k^{\text{ème}}$  dérivée de Lie correspond à la  $k^{\text{ème}}$  dérivée de  $y$ , et il est ainsi possible dans le cas d'un système observable d'exprimer les états en fonction de  $y$  et de l'ensemble de ses dérivées par l'intermédiaire du fonction  $\Omega$  définie selon :

$$x = \Omega \left( y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)} \right) \quad (4.21)$$

Les dérivées de Lie sont alors un outil efficace pour établir l'application  $\Omega$ , si elle existe, à partir de son inverse, selon la relation :

$$\begin{pmatrix} y \\ \dot{y} \\ \dots \\ y^{(n-1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h(x) \\ L_f h(x) \\ \dots \\ L_f^{(n-1)} h(x) \end{pmatrix} = \Omega^{-1}(x) \quad (4.22)$$

Plus récemment, un autre type de critère d'observabilité a été abordé dans [Proletarsky 2017]. Cette solution effectue une transformation du système non linéaire en un système linéaire équivalent traduit par 4.23 mais dont les matrices caractéristiques  $A$  et  $H$  restent dépendantes des états.

$$\Sigma' = \begin{cases} \dot{x}(t) = A(t, x)x(t) + w(t) \\ y(t) = H(t, x)x(t) + v(t) \end{cases} \quad (4.23)$$

avec  $w$  et  $v$  deux bruits blancs gaussiens indépendants et de moyenne nulle, respectivement associés aux états et aux observations. Cette méthode, nommé SDC permet ensuite d'en déduire le grammien d'observabilité  $\Gamma(t, x)$  solution de l'équation de Lyapunov 4.24, équivalent à la matrice d'observabilité apparaissant dans le critère d'observabilité de Kalman.

$$A(t, x)\Gamma(t, x) + \Gamma(t, x)A(t, x) + H(t, x)^T H(t, x) = 0_{n \times n} \quad (4.24)$$

En résumé, différentes méthodes permettent d'évaluer l'observabilité d'un système et l'observabilité relative de chaque état. Dans notre cas d'étude, le système  $\Sigma$  considéré est un système non linéaire dont l'observabilité en l'absence de panne capteur peut être évaluée simplement en exprimant chaque état en fonction des observations et des entrées exogènes, à partir de 4.10. On obtient ainsi :

$$\Delta_{ISA} = \begin{cases} T_S - T_0 - G_{T_{z_0}} \cdot z_P & \text{si } z_G < z_{TP} \\ T_S - T_{TP} & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.25)$$

avec la température statique fonction de la mesure de température totale  $T_T$  et du nombre de Mach selon 1.9, tandis que le nombre de Mach est fonction des mesures de pression statique  $P_S$  et de pression totale  $P_T$  selon 1.3. L'état  $\Delta_{ISA}$  est donc entièrement défini par les mesures  $T_T$ ,  $P_T$  et  $P_S$ .

De même, le terme de correction barométrique  $z_C$  peut s'exprimer à partir des différentes mesures en inversant la relation 4.9, soit :

$$z_C = \begin{cases} \frac{z_G}{1 + \frac{\Delta_{ISA}}{T_0}} - z_P & \text{si } z_G < z_{TP} \\ \frac{z_G}{1 + \frac{\Delta_{ISA}}{T_{TP}}} - z_P & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.26)$$

où l'on peut substituer  $\Delta_{ISA}$  par les relations précédemment établies et où  $z_P$  est obtenue via la mesure de pression statique en inversant la relation 4.11.

L'état  $z_C$  est donc entièrement défini à partir des mesures  $T_T$ ,  $P_T$ ,  $P_S$  et  $z_G$ .

Les trois composantes du vent  $W_{x_0}$ ,  $W_{y_0}$  et  $W_{z_0}$  s'expriment en fonction des composantes de la vitesse aérodynamique et de la vitesse sol selon :

$$\begin{pmatrix} W_{x_0} \\ W_{y_0} \\ W_{z_0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{gx_0} \\ v_{gy_0} \\ v_{gz_0} \end{pmatrix} - M_B^E \begin{pmatrix} u_a \\ v_a \\ w_a \end{pmatrix} \quad (4.27)$$

où  $M_B^E$  est la matrice de rotation du repère avion vers le repère terrestre. Elle correspond à la transposée de la matrice  $M_E^B$  définie selon 4.14. Les composantes de la vitesse sol sont mesurées, tandis que les composantes de la vitesse aérodynamique exprimées dans le repère avion sont définies à partir des mesures en considérant :

$$w_a^2 = u_a^2 \tan^2(\alpha) \quad (4.28)$$

$$v_a^2 = (u_a^2 + w_a^2) \tan^2(\beta) \quad (4.29)$$

$$u_a^2 + v_a^2 + w_a^2 = V_a^2 = M^2 V_{son}^2 = M^2 \gamma R T_S \quad (4.30)$$

En réinjectant 4.28, 4.29 dans 4.30, on obtient le système d'équation :

$$\begin{aligned}
& \begin{cases} u_a^2 = M^2 \gamma R T_S - v_a^2 - w_a^2 \\ v_a^2 = (u_a^2 + w_a^2) \tan^2(\beta) \\ w_a^2 = u_a^2 \tan^2(\alpha) \end{cases} \\
\Leftrightarrow & \begin{cases} u_a^2 = M^2 \gamma \cdot R T_S - (u_a^2 + w_a^2) \tan^2(\beta) - u_a^2 \tan^2(\alpha) \\ v_a^2 = u_a^2 (1 + \tan^2(\alpha)) \tan^2(\beta) \\ w_a^2 = u_a^2 \tan^2(\alpha) \end{cases} \quad (4.31) \\
\Leftrightarrow & \begin{cases} u_a^2 = \frac{M^2 \gamma R T_S}{1 + \tan^2(\beta) (1 + \tan^2(\alpha)) + \tan^2(\alpha)} \\ v_a^2 = u_a^2 (1 + \tan^2(\alpha)) \tan^2(\beta) \\ w_a^2 = u_a^2 \tan^2(\alpha) \end{cases}
\end{aligned}$$

Les trois états  $W_{x_0}$ ,  $W_{y_0}$  et  $W_{z_0}$  sont donc entièrement définis par les mesures  $T_T$ ,  $P_T$ ,  $P_S$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $z_G$ ,  $\psi$ ,  $\phi$  et  $\theta$ .

L'état  $b_{C_z}$  est quant à lui défini à partir de l'équation de portance en fonction des mesures  $P_T$ ,  $P_S$ ,  $n_{z_1}$ ,  $n_{x_1}$ ,  $\alpha$  et  $z_G$ , de la masse  $m_W$  et du coefficient de portance dont le modèle de substitution est dépendant des mesures  $P_T$ ,  $P_S$ ,  $\alpha$  et de la configuration aérodynamique de l'avion.

Finalement, les six états du système  $\Sigma$  sont entièrement définis par les différentes mesures utilisées en entrée du système. Il existe donc une application  $\Omega$  vérifiant 4.19. Son existence traduit l'observabilité du système  $\Sigma$  en l'absence de panne.

Lorsqu'un type de capteur n'est plus disponible, il n'est plus possible d'exprimer directement les états en fonction des différentes mesures. Il est alors nécessaire de figer des états (i.e. prendre leurs valeurs de l'instant précédent) afin de garantir l'observabilité du système. Par exemple, si la mesure d'incidence n'est plus disponible, on choisit de figer l'état  $b_{C_z}$ . De cette façon, on peut exprimer  $\alpha$  comme une fonction des différentes mesures en inversant l'équation de portance. À partir des équation précédentes, on peut alors définir une nouvelle application  $\Omega$  vérifiant 4.19. Le système  $\Sigma$  est ainsi de nouveau observable pour les composantes de l'état restantes.

Cette procédure est effectuée pour chacun des cas de panne rencontrés. En fonction des états figés, les estimés perdent en précision suivant l'impact des différents états figés. Par exemple, en l'absence de sonde d'incidence, leur précision dépendra de la qualité du modèle du coefficient de portance utilisé. En revanche, en cas de perte de toute mesure de pression totale, de pression statique et d'incidence, on garantira l'observabilité du système en figeant les états  $b_{C_z}$ ,  $z_C$  et  $W_{z_0}$ . Cependant, toute rafale de vent vertical ne sera pas observée et aura pour conséquence d'induire des erreurs sur les estimés  $W_{x_0}$  et  $W_{y_0}$ . On préférera donc figer la totalité des états vent. Le Tableau 4.1 résume les différents états figés en cas d'indisponibilité de capteurs anémométriques ou clinométriques pour garantir l'observabilité du système.

Observations manquantes	États estimés					
	$W_{x_0}$	$W_{y_0}$	$W_{z_0}$	$\Delta_{ISA}$	$b_{c_z}$	$z_C$
-						
$\alpha$						
$P_T$						
$P_S$						
$T_T$						
$\alpha, P_T$						
$\alpha, P_S$						
$\alpha, T_T$						
$P_T, P_S$						
$P_T, T_T$						
$P_S, T_T$						
$\alpha, P_T, P_S$						
$\alpha, P_T, T_T$						
$\alpha, P_S, T_T$						
$P_T, P_S, T_T$						
$\alpha, P_T, P_S, T_T$						

TABLE 4.1 – Liste des états figés (en gris foncé) associés au filtre estimateur en fonction des observations détectées erronées

En plus de garantir l'observabilité du système  $\Sigma$ , il est également possible d'évaluer l'observabilité relative de chaque état. Les valeurs propres du grammien d'observabilité, prenant la forme d'une matrice définie semi-positve et déduite de l'équation de Lyapunov 4.24, permettent d'en déduire la qualité de l'estimateur développé [Sircoulomb 2008]. Cette qualité d'estimation est intrinsèquement liée à la notion d'observabilité. [Ham 1983] a montré que l'évaluation de l'observabilité relative de chaque état du système pouvait également passer par l'évaluation des valeurs propres de la matrice de covariance et une méthode facilement applicable a été développée en ce sens. Elle montre qu'une valeur propre faible traduit une bonne observabilité et que son vecteur propre permet d'en déduire les états associés. La suite de cette section détaille l'application de cette méthode au système étudié afin d'identifier les dépendances existantes entre les différents états.

Afin de permettre une comparaison des valeurs propres, la matrice  $P$  à l'instant  $t_k$  est normalisée à partir de la matrice de covariance des erreurs d'estimation initiale  $P_0$ , selon la formule :

$$P_{k|k}^n = \left(\sqrt{P_0}\right)^{-1} P_{k|k} \left(\sqrt{P_0}\right)^{-1} \quad (4.32)$$

puis multipliée par un facteur dépendant de sa trace et de la dimension du vecteur d'état ( $n$ ) pour obtenir des valeurs propres dans l'intervalle de valeurs  $[0; n]$  :

$$P_{k|k}^N = \frac{n}{\text{Tr}\left(P_{k|k}^n\right)} P_{k|k}^n \quad (4.33)$$

La valeur  $P_{k|k}^N$  déduite de l'équation 4.33 correspond à une normalisation de  $P_{k|k}^n$  par sa trace. Ainsi, il est possible d'évaluer à chaque instant l'observabilité relative à partir des valeurs propres de la matrice  $P$ , liées à chaque état par l'intermédiaire des vecteurs propres. Le choix de  $P_0$  a cependant une influence sur le résultat et une évaluation préalable peut être nécessaire pour raffiner la valeur choisie. On pourra également considérer substituer  $P_0$  dans les équations précédentes par une valeur de référence obtenue peu de temps après l'initialisation du filtre.

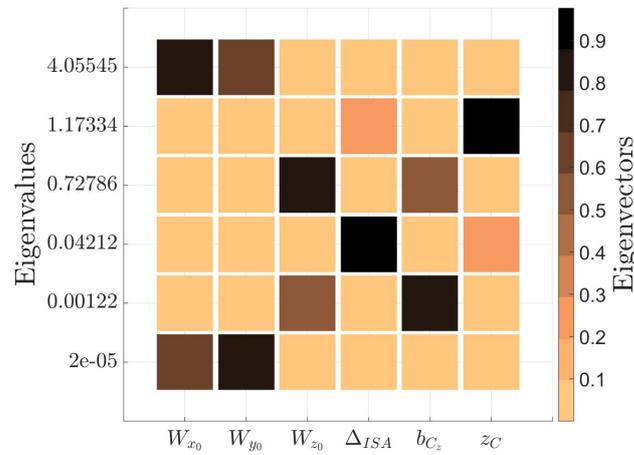


FIGURE 4.4 – Table de correspondance états - valeurs propres - vecteurs propres en l'absence de panne capteur

Ces dépendances ont été évaluées pour le système  $\Sigma$  lors de plusieurs vols et pour plusieurs scénarios de pannes. Dans ce manuscrit, les illustrations fournies par la suite sont associées à une phase de montée. La Figure 4.4 montre un résultat de cette approche dans le cas nominal, c'est-à-dire en l'absence de panne. Les états et les valeurs propres pré-traitées apparaissent respectivement sur l'axe des abscisses et des ordonnées, tandis que les composantes des vecteurs propres associés à chaque valeur propre et à chaque état sont quantifiées par l'intermédiaire de la barre colorée.

Ces dernières rendent compte de l'importance de chaque état au regard de l'observabilité induite par la valeur propre correspondante, sachant que plus une valeur propre est petite, plus elle caractérise un fort niveau d'observabilité des états (i.e. un état fortement observable se définit par de nombreuses relations alimentées de différentes mesures) qui lui sont associés. Chaque état apparaît lié à au moins deux valeurs propres. Les états présentant une meilleure observabilité correspondent aux composantes longitudinales du vent  $W_{x_0}$  et  $W_{y_0}$  puisqu'ils sont tous deux associés à la valeur propre la plus faible  $\lambda = 2 \cdot 10^{-05}$ . Inversement  $z_C$  correspond à l'état le moins observable de ce système puisqu'il participe majoritairement à la 5<sup>ème</sup> valeur propre  $\lambda = 1.17$  et peu à la 3<sup>ème</sup>  $\lambda = 4.212 \cdot 10^{-2}$ . Ces observations rendent compte de l'observabilité relative pour chaque état. Néanmoins, les dépendances observées indiquent clairement une dépendance des états deux par deux avec pour chaque duo deux valeurs propres associées. Ainsi les états  $W_{x_0}$  et  $W_{y_0}$  sont fortement couplés. De même pour  $W_{z_0}$  avec  $b_{C_z}$  et  $\Delta_{ISA}$  avec  $z_C$ .

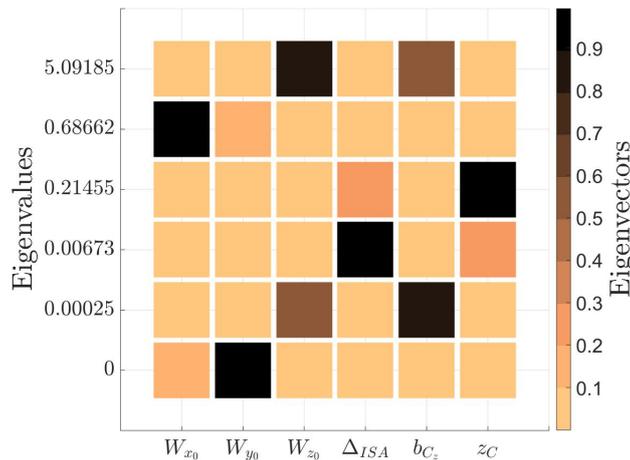


FIGURE 4.5 – Table de correspondance états - valeurs propres - vecteurs propres en l'absence de mesure d'incidence

La même analyse est menée en l'absence de certains capteurs. La Figure 4.5 illustre les dépendances des états vis à vis des valeurs propres et des vecteurs propres en l'absence de mesure d'incidence. Dans cette configuration, l'analyse précédente nous a permis de conclure qu'il n'y pas véritablement une perte d'observabilité du système. On retrouve cette observation au travers des valeurs propres que caractérise les différents états. Néanmoins, le système n'est plus pour autant observable. L'étude des équations définissant le système d'intérêt montre qu'il n'est plus possible d'exprimer l'ensemble des états en fonction des différentes observations. Le niveau d'observabilité est alors fortement dépendant des dynamiques choisies pour chacun des états. Ainsi, on préférera figer un des états, en l'occurrence celui ayant le moins d'impact sur la qualité des estimés, à savoir  $b_{C_z}$ , afin de garantir l'observabilité du

système dans toutes circonstances. La Figure 4.6 retrace les nouvelles dépendances entre état dans cette configuration.

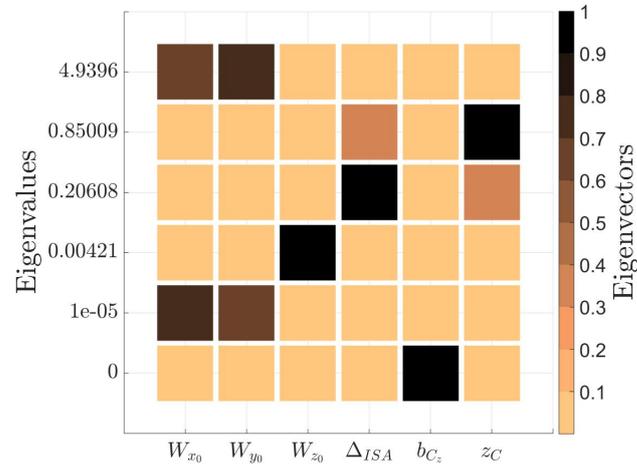


FIGURE 4.6 – Table de correspondance états - valeurs propres - vecteurs propres en l’absence de mesure d’incidence et en figeant  $b_{C_z}$

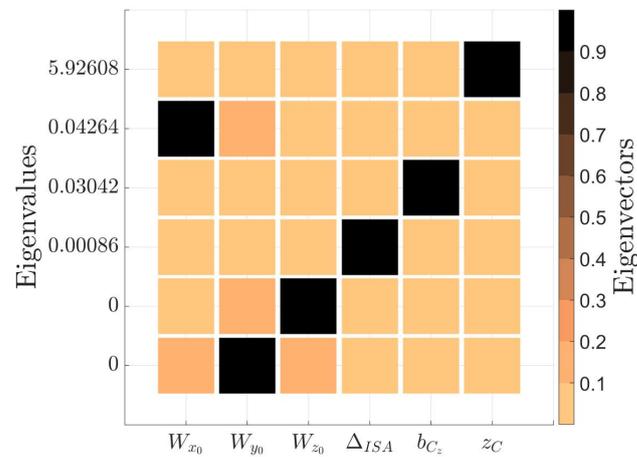


FIGURE 4.7 – Table de correspondance états - valeurs propres - vecteurs propres en l’absence de mesure de pression statique

La Figure 4.7 retrace les dépendances des états vis à vis des valeurs propres et des vecteurs propres en l’absence de mesure de pression statique. Il apparaît alors très clairement que l’état  $z_C$  est quasiment inobservable puisqu’il est uniquement rattaché à la dernière valeur propre  $\lambda = 5.93$  très proche de la borne supérieure fixée à  $n = 6$ . Pour rétablir l’observabilité du système, on choisit de figer  $b_{C_z}$  afin

d'augmenter significativement le rôle de l'équation de portance dans le couplage des différentes composantes du vent. Le même constat apparaît sur la Figure 4.8 en l'absence de mesure de température totale. On choisira alors de figer l'état  $\Delta_{ISA}$  pour conserver l'observabilité du système.

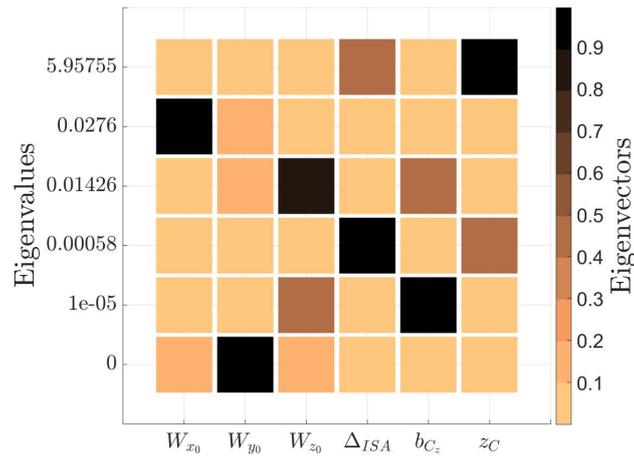


FIGURE 4.8 – Table de correspondance états - valeurs propres - vecteurs propres en l'absence de mesure de température totale

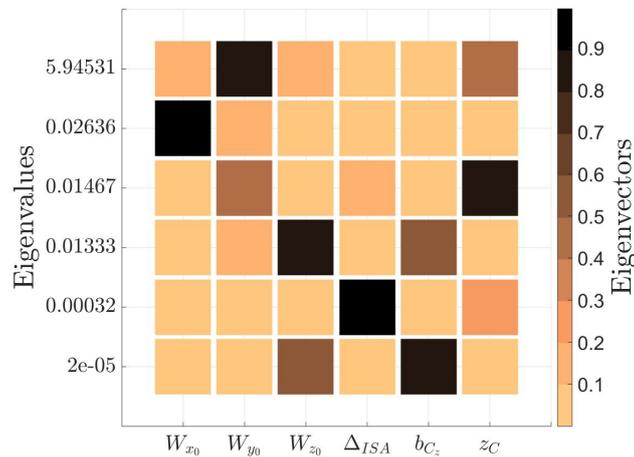


FIGURE 4.9 – Table de correspondance états - valeurs propres - vecteurs propres en l'absence de mesure de pression totale

Enfin, en l'absence de mesure de pression totale, on obtient les dépendances illustrées sur la Figure 4.9. L'état  $W_{y_0}$  est alors peu observable au regard des valeurs propres qui lui sont associées, majoritairement  $\lambda = 5.95$ , proche de la borne maxi-

male. Le reste des valeurs propres n'est que très faiblement caractérisé par cet état. On choisit de nouveau de figer  $b_{C_z}$  afin de rétablir l'observabilité du système. La Figure 4.10 montre la nouvelle table de dépendance obtenue. Il apparaît désormais que les deux états les moins observables sont les composantes longitudinales du vent. Néanmoins, contrairement aux valeurs précédentes, elles caractérisent maintenant une valeur propre relativement faible  $\lambda = 0.0276$  comparée à la valeur propre maximale  $\lambda = 5.958$ .

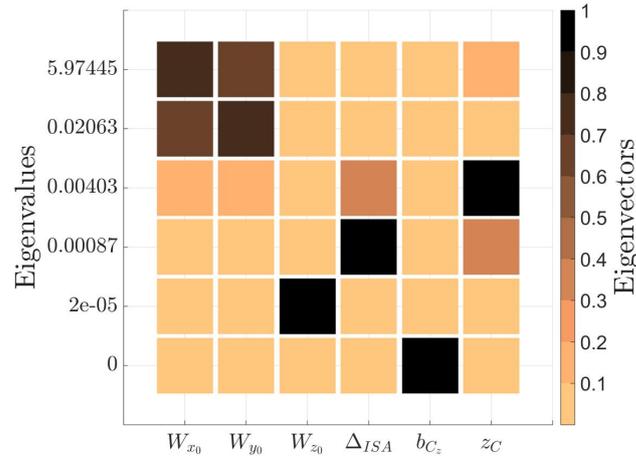


FIGURE 4.10 – Table de correspondance états - valeurs propres - vecteurs propres en l'absence de mesure de pression totale et en figeant  $b_{C_z}$

En résumé, après chaque panne capteur, l'observabilité du système  $\Sigma$  peut être conservée en figeant un nouvel état. Ce procédé amène les dépendances entre chaque état à évoluer à la suite de chaque nouvelle reconfiguration. Le Tableau 4.1 répertorie les états figés en fonction des observations manquantes.

### 4.2.3 Modélisations embarquées

Le système d'intérêt inclue différentes modélisations telles qu'un modèle d'atmosphère et un modèle du coefficient de portance aérodynamique. Ces derniers sont présentés dans la suite de cette section.

#### 4.2.3.1 Le coefficient de portance aérodynamique

L'équation de portance 4.34 figurant dans l'équation d'observation joue un rôle majeur dans le mécanisme de fusion de données du filtre développé.

$$n_{z_1} = \frac{\gamma \cdot S \cdot P_S \cdot M^2 (C_Z + b_{C_z})}{2 \cdot m_W \cdot g(z_{G_m}) \cos(\alpha)} + n_{x_1} \cdot \tan(\alpha) \quad (4.34)$$

Elle fait intervenir un grand nombre de variables dont le coefficient de portance  $C_Z$ . Il s'agit d'une grandeur sans dimension traduisant l'ensemble des effets aérodynamiques contribuant à la portance de l'avion. Elle est traditionnellement décomposée en une somme de coefficients aérodynamiques indépendants [Leonard 2006] [Leonard 2015], dont une grande partie des termes apparaissent dans l'équation 4.35 :

$$\begin{aligned}
C_Z = & \Delta C_{Z_{SEH}} + \frac{S_H}{S} K_{qT_{ice}} (\Delta C_{Z_H} + \Delta C_{Z_{\delta q}} + \Delta C_{Z_{EH_{ice}}}) + C_{Z_q} \frac{q \cdot l}{V_a} \\
& + C_{Z_{\dot{\alpha}}} \frac{\dot{\alpha} \cdot l}{V_a} + \Delta C_{Z_{\delta sp}} + \Delta C_{Z_n} + \Delta C_{Z_{SOL}} + \Delta C_{Z_T} + \Delta C_{Z_G} \\
& + \Delta C_{Z_\beta} + \Delta C_{Z_{\delta p}} + \Delta C_{Z_{T/R}} + \Delta C_{Z_{ice}} + \Delta C_{Z_{GD}} + \Delta C_{Z_{S\&F}}
\end{aligned} \tag{4.35}$$

Ces coefficients sont déterminés lors du développement de tout nouvel avion, d'abord par des calculs CFD, avant d'être en partie validés par une série d'essais en soufflerie sur maquettes. Ils se présentent alors sous la forme d'abaques multidimensionnels, dépendant d'un ou plusieurs paramètres tels que le nombre de Mach, l'angle d'incidence, la configuration aérodynamique de l'avion, etc. Certains de ces coefficients sont ensuite partiellement identifiés (ou recalés) grâce à des campagnes d'essais en vol spécifiques (essais d'identification dédiés au cours des premiers vols de l'avion, avec instrumentation renforcée), afin d'établir des tables d'interpolation de grande précision, dépendant chacune d'un nombre varié de paramètres tels que l'incidence, le nombre de Mach, des positions de gouvernes, etc. Afin de disposer d'une modélisation continue et différentiable tout en étant compatible avec les moyens de calcul embarqués, on a alors recours à des modèles de substitution permettant de capter les effets prédominants tout en conservant une complexité limitée. Des études de sensibilité préliminaires ont été effectuées pour déterminer les coefficients principaux qui doivent composer le modèle interne de l'estimateur. Il en résulte un compromis entre la précision du modèle et sa complexité, et de nombreux phénomènes secondaires moins susceptibles d'affecter la précision des estimées ne sont alors pas modélisés. Ce constat a conduit au développement de trois modèles de substitution, de représentativité et de complexité variées, afin d'évaluer différentes alternatives de modélisation vis-à-vis des performances et des capacités du filtre estimateur.

Trois modèles ont été développés et comparés au cours de la thèse :

- un modèle, noté  $C_{Z_{OSMA}}$ , très proche du modèle utilisé par les outils de simulation Airbus. Il est construit à partir des effets prédominants du coefficient de portance aérodynamique disponible dans le noyau OSMA selon l'équation 4.36 et ne prend pas en considération les effets givrage (d'où  $K_{qT_{ice}} = 1$ ). Chaque coefficient présent dans cette équation peut être reconstruit à partir de plusieurs tables d'interpolation traduisant chacune des effets élémentaires. Au total, 23 tables d'interpolation implantées dans le modèle complet ont été utilisées afin de construire un modèle simplifié, mais pas trop éloigné de celui

utilisé sur simulateur. Le prix d'une telle fidélité se traduit par une complexité très élevée. Ce modèle a donc pour but d'être utilisé à des fins de validation sur simulateur de bureau mais ne pourra en aucun cas être implanté sur des calculateurs de vol.

$$C_{Z_{OSMA}} = \Delta C_{Z_{SEH}} + \frac{S_H}{S} (\Delta C_{Z_{\delta q}} + \Delta C_{Z_h}) + C_{Z_q} \frac{q \cdot l}{V_a} + C_{Z_{\dot{\alpha}}} \frac{\dot{\alpha} \cdot l}{V_a} + \Delta C_{Z_{\delta sp}} \quad (4.36)$$

- une version neuronale, noté  $C_{Z_{NN}}$ , construite de la même façon que  $C_{Z_{OSMA}}$  sur la base de l'équation 4.36, mais où chaque table d'interpolation du modèle OSMA est remplacée par un réseau de neurones équivalent. Ce procédé a pour but de diminuer la complexité du modèle et de faciliter son utilisation dans le cadre de l'EKF. Chaque module neuronal élémentaire est construit selon une approche constructive permettant d'ajuster facilement le compromis fidélité/complexité. Le recours à un type de modélisation locale particulier dit LLM (correspondant à une généralisation du type de modélisation RBFN) [Hardier 2011] permet de réduire grandement la complexité des réseaux de neurones. En particulier, il peut se limiter à des fonctions mathématiques élémentaires telles que des fonctions rationnelles, compatibles avec les exigences de codage embarqué imposées par l'utilisation du formalisme SCADE. Par ailleurs, le modèle obtenu est de type boîte grise. En effet, il conserve la lisibilité et la structure physique du modèle et il est possible de modifier, de rajouter ou de supprimer facilement chaque effet individuellement à partir des tables neuronalisées lui correspondant. Par exemple, si dans une situation particulière l'utilisation du modèle de substitution s'avère présenter des performances insuffisantes, il est alors possible d'identifier les effets aérodynamiques qui en sont responsables et d'ajuster en conséquence le compromis fidélité/complexité. La transformation de chaque abaque tabulée est effectuée hors ligne grâce à l'outil d'optimisation KOALA, issu de la librairie APRICOT développée par l'ONERA [Roos 2014].

Plus généralement, cette routine permet de générer une fonction rationnelle  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^q$  à partir d'un jeu d'échantillons  $\{y_k \in \mathbb{R}^q, k \in [1, N]\}$  obtenus pour différentes valeurs  $\{x_k \in \mathbb{R}^n, k \in [1, N]\}$  des variables explicatives  $x$ . Elle s'applique donc parfaitement aux tables d'interpolation. Le degré maximal de la fonction rationnelle est définie par l'utilisateur, tandis que la non singularité de la solution est garantie sur tout le domaine considéré (définie comme l'enveloppe convexe de  $\{x_k \in \mathbb{R}^n, k \in [1, N]\}$ ). Le recours aux modèles de substitution pour remplacer des modèles de référence est très reconnu pour de nombreuses tâches telles que l'optimisation, la modélisation ou l'identification de paramètres [Bucharles 2012] [Hardier 2013b]. Plusieurs méthodes ont ainsi été développées pour parfaire les modèles de substitution, et les réseaux de neurones sont aujourd'hui reconnus comme une méthode

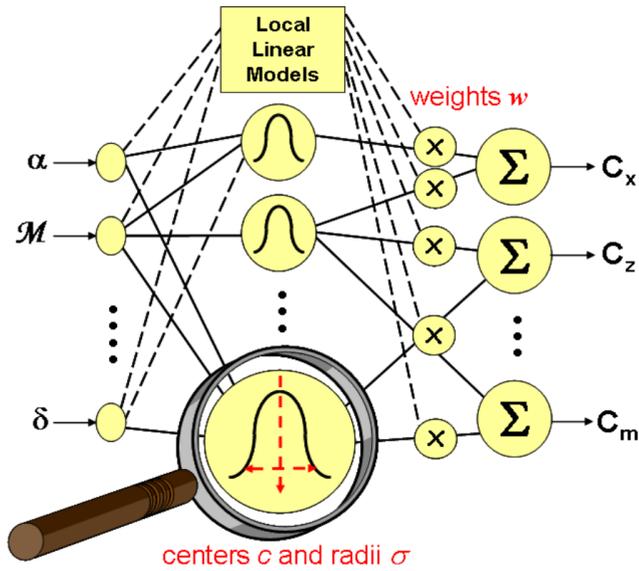


FIGURE 4.11 – Modèle de substitution optimisé par KOALA de type RBFN/LLM pour l’obtention des coefficients aérodynamiques  $C_z$ ,  $C_x$  (coefficient de traînée) et  $C_m$  (coefficient de moment), à partir de l’angle d’incidence  $\alpha$ , du nombre de Mach  $M$  et des déflexions gouvernes  $\delta$

efficace pour représenter des systèmes non linéaires complexes. Pour ces derniers, on peut avoir recours soit à des perceptrons multi-couches, soit à des réseaux à fonctions de base radiale (RBFN) dont les rayons et les centres de chaque unité radiale sont évalués grâce à un processus d’optimisation [Hardier 1998]. Pour ce faire, des modèles LP (Linear-in-their-Parameter) sont généralement adoptés. Ils permettent le développement d’algorithmes simplifiés et bien plus robustes, y compris dans le cas de problèmes mal posés. Une identification structurelle (i.e. la détermination du meilleur ensemble de régresseurs à partir des seules données disponibles) est également possible en plus de l’estimation paramétrique. Pour la sélection des variables explicatives inconnues et leur optimisation, KOALA a ainsi recours à un algorithme d’optimisation évolutionnaire de type PSO [Clerc 2010] [Hardier 2011] qui permet de procéder conjointement à une optimisation structurelle et paramétrique de type RBFN ou LLM (cf. Figure 4.11). La formulation générique associée à ce dernier et utilisée pour représenter des modèles LP correspond, dans le cas d’une fonction scalaire, à :

$$y_k = f(x_k) = \sum_{j=1}^m \left[ \sum_{i=1}^n w_{ji} x_k^i \right] r_j(x_k) = \sum_{l=1}^{m(n+1)} w_l r_l^\#(x_k) \quad (4.37)$$

$r_j(x_k)$  correspondant à la valeur du noyau de la  $j^{\text{ème}}$  fonction de régression (i.e. variable explicative), avec  $x_k^0 = 1$  pour inclure les termes constants du modèle affine dans la seconde somme. Cette relation permet de récupérer une

formulation LP standard à partir d'un nouveau jeu de régresseurs notés  $r_l^\#$ . Une première approche consisterait alors à convertir a posteriori l'équation précédente sous forme rationnelle. En choisissant des fonctions rationnelles, cette régression s'exprime comme une somme de  $m$  termes, le  $j^{\text{ème}}$  s'exprimant pour n'importe quel  $x$  selon :

$$f_j(x) = \left[ \sum_{i=0}^n w_{ji} x^i \right] r_j(x) = \left[ \sum_{i=0}^n w_{ji} x^i \right] \exp^{-\sum_{i=1}^n (x^i - c_{ji})^2 / \sigma_{ji}^2} \quad (4.38)$$

Il est ensuite possible d'utiliser l'approximation de Padé de la fonction exponentielle pour la remplacer par son expression rationnelle, sous la forme du quotient de deux polynômes de degrés  $p$  et  $q$ .  $f_j(x)$  devient alors une fonction rationnelle de degrés  $(2p + 1)$  et  $2q$  pour chaque variable explicative  $x^i$ . Cependant, cette méthode ne permettrait d'atteindre un bon niveau de fidélité qu'en recourant à des polynômes de degrés élevés ( $q$  élevé, et  $q - p$  supérieur à 2 ou 3), et ce sans avoir de garantie sur sa précision finale. Une approche bien plus efficace consiste alors à remplacer directement la fonction exponentielle par son approximation avant même d'effectuer l'étape d'optimisation. La transformation la plus simple correspond au choix de polynômes de degrés  $q = 1$  et  $p = 0$ . L'équation 4.38 devient alors :

$$f_j(x) = \left[ \sum_{i=0}^n w_{ji} x^i \right] / \left[ 1 + \sum_{i=1}^n (x^i - c_{ji})^2 / \sigma_{ji}^2 \right] \quad (4.39)$$

Une nouvelle classe de modèles, basée sur l'approximation de Pade de la fonction exponentielle avec  $q = 1$  et  $p = 0$ , a ainsi été ajoutée aux noyaux RBF/LLM proposés par KOALA. Les  $m$  composantes de  $f_j(x)$  sont ensuite regroupées en une unique fonction rationnelle en procédant soit à une expansion globale du numérateur et du dénominateur, soit à une factorisation du dénominateur, ou encore en effectuant la somme des différents termes rationnels élémentaires. Cette dernière solution a été préférée en raison du plus grand nombre de simplifications possibles.

In fine, un haut niveau de fidélité est atteignable pour une complexité maîtrisée. La Figure 4.12 montre un exemple de résultat de neuronalisation d'un coefficient aérodynamique en recourant à un modèle de type LLM avec un polynôme de degré 16. Chaque table d'interpolation utilisée pour la reconstruction du coefficient de portance a donc été transformée par KOALA en autant de réseaux de neurones sur la base de l'équation 4.39.

- une version simplifiée, notée  $C_{Z_{NAIADS}}$ , en référence au modèle NAIADS dont il est issu. Cette version privilégie une très faible complexité en intégrant uniquement les effets dominants suivant l'équation 4.40. On y retrouve l'effet des spoilers et le coefficient  $C_{Z_\alpha}$  introduisant une dépendance linéaire en  $\alpha$ . Ces coefficients sont modélisés par des tables d'interpolation dépendant de la

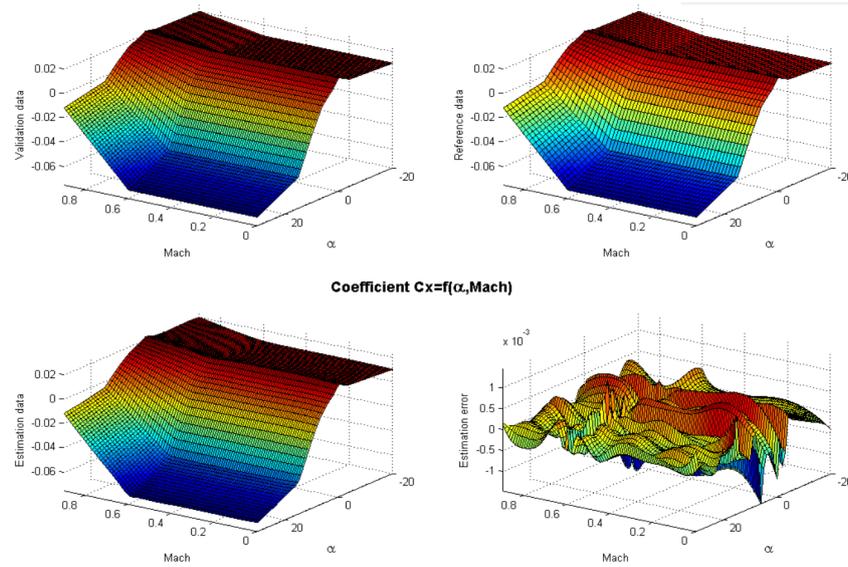


FIGURE 4.12 – Modèle de substitution optimisé par KOALA de type RBFN/LLM

position des spoilers et de la configuration aérodynamique de l'avion. Celles-ci sont issues des modèles OSMA et sont recalées par des données d'essais en vol spécifiques afin d'y intégrer les effets prépondérants non modélisés. La dernière version intègre également une dépendance selon le nombre de Mach. Elle n'a cependant pas pu être utilisée lors de cette thèse.

$$C_{Z_{NAIADS}} = C_{Z_\alpha} (\alpha - \alpha_0) + \Delta C_{Z_{\delta sp}} \quad (4.40)$$

Étant donné les différents niveaux de fidélité associés à ces trois modèles, ils sont également utilisés pour vérifier les performances pouvant être atteintes ainsi que la validité de la structure de l'estimateur proposé, indépendamment de la précision des modèles embarqués. Ce dernier point est évalué par l'intermédiaire du modèle OSMA qui minimise les erreurs de modélisation. Les modèles NAIADS et neuronaux permettent quant à eux d'identifier les niveaux de performance pouvant être atteints à partir de deux modèles de substitution de complexités très différentes. Le premier étant dérivé d'une version plus complexe déjà embarquée sur avion, son implantation est immédiate. Le second nécessite une puissance de calcul plus importante mais ses performances peuvent s'avérer bien plus intéressantes permettant de justifier l'allocation d'une plus grande part des ressources du calculateur. Le Chapitre 5 dédié à la validation et aux performances de l'algorithme présente l'ensemble des résultats obtenus à partir de ces modélisations.

#### 4.2.3.2 Le modèle d'atmosphère

Une seconde modélisation impacte de façon significative l'architecture et les performances du filtre développé. Il s'agit de la modélisation de l'atmosphère, dont

les paramètres représentatifs correspondent en partie aux états du filtre estimateur présenté. L'atmosphère est un milieu et bien qu'il soit impossible de prédire localement son évolution, certaines grandeurs telles que la température et la pression statique permettent de la caractériser. Le modèle ISA sert aujourd'hui de référence [ESDU 1986] [ESDU 1992] [ESDU 1996]. Il permet de décrire la variation de la température et de la pression en fonction de l'altitude dans des conditions moyennes et aux latitudes intermédiaires. Cette description est cependant réductrice et ne permet pas de s'accommoder des conditions particulières pouvant être localement rencontrées de part et d'autre du globe. En règle générale, ce manque de fidélité n'est pas problématique puisque ce modèle est utilisé comme référence afin de caler en altitude l'ensemble des avions les uns par rapport aux autres. Néanmoins, lorsque la mesure de pression statique n'est plus disponible, il est nécessaire de disposer d'un modèle bien plus précis afin de pouvoir remonter à cette information à partir de mesures géométriques avec suffisamment de précision. Une extension du modèle ISA est donc présentée dans la seconde partie de cette section.

### Le modèle d'atmosphère standard

Le modèle ISA décrit de manière macroscopique l'atmosphère dans des conditions standard au travers des équations 4.41 et 4.42 d'évolution de la pression statique et de la température en fonction de l'altitude pression :

$$T_{SISA}(z_P) = \begin{cases} T_0 + G_{T_{z_0}} z_P & \text{si } z_G < z_{TP} \\ T_{TP} & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.41)$$

avec  $G_{T_{z_0}} = \frac{\partial T_S}{\partial z_G} = -6.5 \text{ K.km}^{-1}$  le gradient de température standard,  $T_0 = 287.15 \text{ K}$  la température standard au niveau de la mer ( $z_G = 0 \text{ m}$ ) et  $T_{TP} = 216.65 \text{ K}$  la température standard au niveau de la tropopause ( $z_{TP} \approx 11000 \text{ m}$ ).

$$P_{SISA}(z_P) = \begin{cases} P_0 \left( 1 + \frac{G_{T_{z_0}}}{T_0} z_P \right)^{\frac{g}{R \cdot G_{T_{z_0}}}} & \text{si } z_G < z_{TP} \\ P_0 \times e^{\left( \frac{g \cdot (z_{PT} - z_P)}{R \cdot T_0} \right)} & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.42)$$

avec  $R = 287 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$  la constante spécifique de l'air et  $P_0 = 101325 \text{ Pa}$  la pression standard au niveau de la mer.

Les Figures 4.13 et 4.14 permettent de visualiser leur évolution en fonction de l'altitude pression.

Ces équations découlent de la loi hydrostatique 4.43 et de la relation des gaz parfaits 4.44 qui permettent d'établir la relation 4.45 :

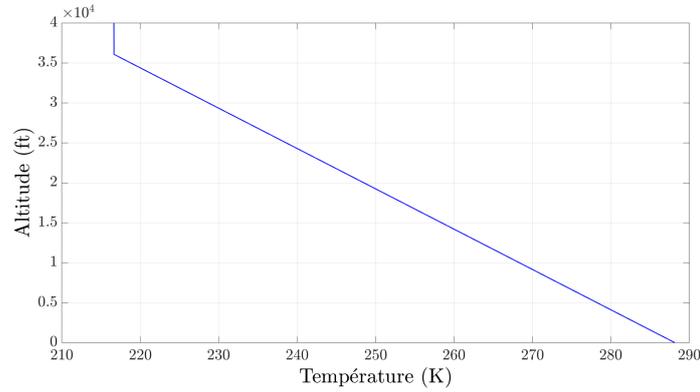


FIGURE 4.13 – Évolution de la température statique en fonction de l'altitude pression dans le modèle ISA

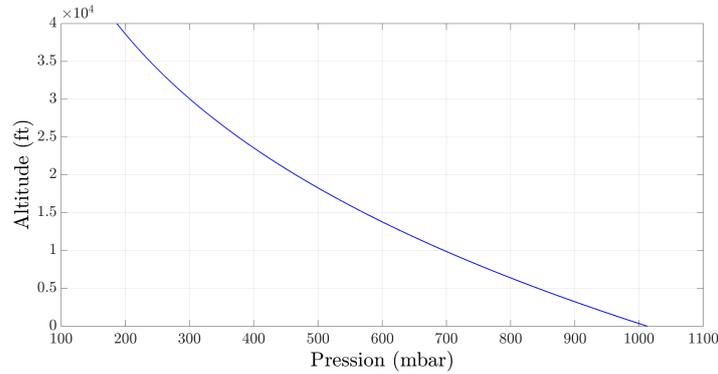


FIGURE 4.14 – Évolution de la pression statique en fonction de l'altitude pression dans le modèle ISA

$$dP_S = -\rho \cdot g \cdot dz_P \quad (4.43)$$

$$P_S = \rho \cdot R \cdot T_S \quad (4.44)$$

$$\frac{dP_S}{P_S} = -\frac{g}{R \cdot T} dz_P = -\frac{g}{R \cdot G_{T_{z_0}}} \frac{dT_S}{T_S} \quad (4.45)$$

L'intégration de 4.45 en injectant la définition de la température statique 4.41 permet finalement d'obtenir la relation 4.42. Cette dernière peut être inversée pour exprimer l'altitude pression  $z_P$  en fonction de la pression statique  $P_S$  selon la relation 4.46 :

$$z_P(P_S) = \begin{cases} \frac{T_0}{G_{T_{z_0}}} \left( 1 - \left( \frac{P_S}{P_0} \right)^{\frac{R \cdot G_{T_{z_0}}}{g}} \right) & \text{si } P_S > P_{S_{TP}} \\ \frac{R \cdot T_0}{g} \log \left( \frac{P_S}{P_0} \right) & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.46)$$

avec  $P_{S_{TP}} \approx 226.3$  mbar. Cette équation peut être inversée afin de retrouver l'expression de la pression statique en fonction de l'altitude pression. Cette relation est notamment utilisée dans le système d'intérêt (cf. section 4.2.1).

### Prise en compte des écarts avec le modèle ISA

La description de l'atmosphère par le modèle ISA permet d'avoir une première approximation de l'évolution de la température et de la pression statique en fonction de l'altitude. Cela signifie qu'en cas de panne des capteurs de pression statique ou de température totale, le modèle ISA permet de remonter facilement à l'information de température ou de pression statique manquante par l'intermédiaire des équations 4.41 et 4.42. Néanmoins, cette description est insuffisamment précise, dans la mesure où elle ne prend en compte aucune fluctuation atmosphérique locale, aucun relief terrestre, ni les différences majeures de température et de pression que l'on peut observer au niveau du sol (ou de la mer). La pression statique étant une grandeur critique, l'ajout du modèle d'atmosphère standard dans l'estimateur n'est donc pas suffisant. Il est nécessaire d'introduire des états supplémentaires capables de représenter les différences observées. Une façon de faire consiste à introduire deux nouvelles variables, utilisées dans le système étudié dans la partie 4.2.1 :

- $\Delta_{ISA}$  associée à l'écart de température entre la température réelle mesurée et la température ISA à l'altitude courante ;
- $z_C$ , équivalente à un terme de correction barométrique et que l'on introduira dans un second temps.

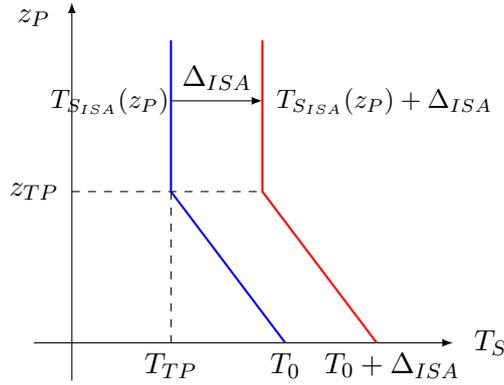
Le terme de correction en température est visualisé sur la Figure 4.15 et est directement introduit dans l'équation 4.47 :

$$T_S = T_{S_{ISA}}(z_P) + \Delta_{ISA} \quad (4.47)$$

En réintroduisant la définition 4.41 de  $T_{S_{ISA}}$ , on retrouve l'équation 4.10 précédemment utilisée.

Il est possible de calculer le  $\Delta_{ISA}$  de plusieurs façons. Une première solution consiste à recourir à la connaissance de la température totale  $T_T$  et du nombre de Mach  $M$ , selon la relation :

$$T_T = T_S \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right) \quad (4.48)$$

FIGURE 4.15 – Profils de températures avec incréments de  $\Delta_{ISA}$ 

La température statique peut ainsi être calculée :

$$T_S = \frac{T_T}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2} \quad (4.49)$$

et en la substituant par son expression 4.10 dans 4.48, on peut exprimer  $\Delta_{ISA}$  en fonction de  $T_T$  et  $M$  :

$$\Delta_{ISA} = \frac{T_T}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2} - T_{SISA} \quad (4.50)$$

Cette expression permet d'obtenir une valeur de référence pour le  $\Delta_{ISA}$  étant donné qu'elle découle directement de la définition attribuée à cette grandeur dans l'équation 4.47 et de la relation 4.50.

L'ajout de cette variable permet également d'introduire une nouvelle relation entre l'altitude pression et l'altitude géométrique. En effet, étant donné que  $\Delta_{ISA} = 0$  implique  $z_P = z_G$ , alors la relation 4.11 entre la pression statique et l'altitude pression conduit à l'égalité :

$$\begin{cases} P_0 \left( 1 + \frac{G_{T_{z_0}}}{T_0} z_P \right)^{\frac{g}{R \cdot G_{T_{z_0}}}} = P_0 \left( 1 + \frac{G_{T_{z_0}}}{T_0 + \Delta_{ISA}} z_G \right)^{\frac{g}{R \cdot G_{T_{z_0}}}} & \text{si } z_G < z_{TP} \\ P_0 \times e^{\left( \frac{g \cdot (z_{PT} - z_P)}{R \cdot T_0} \right)} = P_0 \times e^{\left( \frac{g \cdot (z_{PT} - z_G)}{R \cdot (T_0 + \Delta_{ISA})} \right)} & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.51)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{z_P}{T_0} = \frac{z_G}{T_0 + \Delta_{ISA}} & \text{si } z_G < z_{TP} \\ \frac{z_P}{T_{TP}} = \frac{z_G}{T_{TP} + \Delta_{ISA}} & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.52)$$

soit :

$$\begin{cases} z_P = \frac{z_G}{1 + \frac{\Delta_{ISA}}{T_0}} & \text{si } z_G < z_{TP} \\ z_P = \frac{z_G}{1 + \frac{\Delta_{ISA}}{T_{TP}}} & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.53)$$

On peut donc exprimer  $\Delta_{ISA}$  en fonction des altitudes pressions et géométriques :

$$\begin{cases} \Delta_{ISA_{z_P}} = T_0 \left( \frac{z_G}{z_P} - 1 \right) & \text{si } z_G < z_{TP} \\ \Delta_{ISA_{z_P}} = T_{TP} \left( \frac{z_G}{z_P} - 1 \right) & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.54)$$

Ces relations permettent ensuite le calcul de la température statique via l'équation 4.10.

Deux limitations apparaissent cependant :

- si l'altitude pression est faible (proche de 0), alors tout écart de mesure de cette dernière aura un impact considérable, rendant l'expression 4.54 inexploitable en pratique. Ce comportement est illustré sur la Figure 4.16 qui compare, à partir de données provenant d'un vol d'essai réalisé aux alentours de Toulouse, le  $\Delta_{ISA}$  obtenu avec un  $\Delta_{ISA}$  de référence déduit de la température totale (calculé via l'équation 4.50 présentée ci-après page suivante) ;

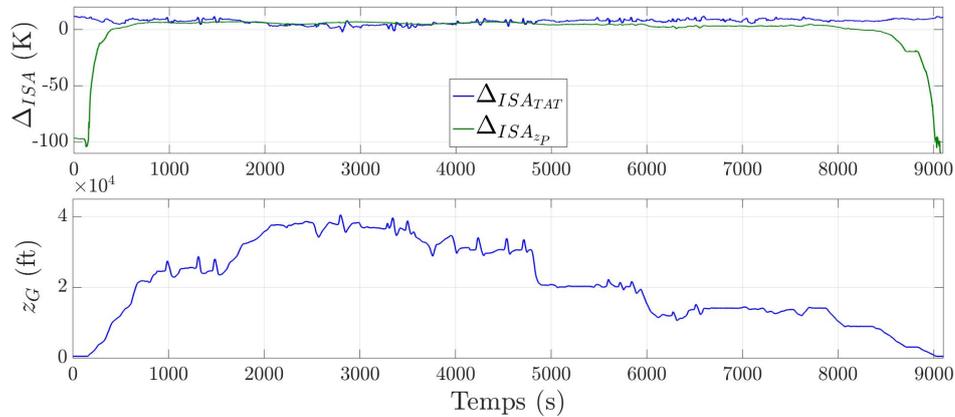


FIGURE 4.16 –  $\Delta_{ISA}$  (noté  $\Delta_{ISA_{TAT}}$ ) issu de la mesure de  $T_T$  (4.50) et de la relation (4.54) (noté  $\Delta_{ISA_{z_P}}$ ) à partir de données provenant d'un vol d'essai

- jusqu'à maintenant, l'avion est supposé évoluer au dessus d'un sol sans relief ( $z_{G_{sol}} = 0$ ), et dans une atmosphère dont le gradient de température serait constant  $G_{z_{T_0}} = 6.5 \text{ K.km}^{-1}$  ce qui est rarement vérifié en pratique.

Par conséquent, l'utilisation de la seule variable  $\Delta_{ISA}$  pour expliquer les écarts entre l'atmosphère standard et l'atmosphère réelle n'est pas suffisante. Les incohé-

rences relevées peuvent être expliquées par les hypothèses de gradient de température constant et  $P_S(z_G = 0) = P_0$ . Il est donc nécessaire de considérer que des écarts peuvent être observés à chaque instant.

Le constat précédent nous amène à nous intéresser au calcul du gradient de température. Une première analyse peut être conduite par exemple en travaillant sur des paliers de 1000 mètres (afin de moyenner les résultats) [Hardier 2013a]. Le Tableau 4.2 récapitule les valeurs moyennes des gradients de température ainsi obtenus pour chaque palier pendant la montée puis la descente du vol précédent.

Altitude de vol (km)	Gradient de température ( $K/km$ )		Variation
	Montée (à $\pm 0.1$ )	Descente (à $\pm 0.1$ )	
0-1	10.1	8.3	28%
1-2	4.2	6.9	42%
2-3	8.8	6.9	28%
3-4	7.0	6.5	8%
4-5	2.1	7.4	82%
5-6	7.4	5.4	30%
6-7	7.7	6.3	21%
7-8	8.2	8.8	10%
8-9	7.0	5.2	28%
9-10	8.4	8.4	0%
10-11	7.0	6.9	3%
11-12	4.2	4.0	3%
12-13	-3.2	-3.2	0%

TABLE 4.2 – Évolution du gradient de température moyen par strates de 1 km

On constate donc que l'approximation du gradient de température constant faite par le modèle ISA est loin d'être correcte, même si globalement les valeurs obtenues sont dispersées autour de la valeur de référence de  $6.5 K.m^{-1}$ . Ce constat est partagé par les profils  $(T_s, z_G)$  obtenus sur 4 vols et illustrés sur la Figure 4.17. Au delà de 11 km, on constate également que le gradient de température n'est pas immédiatement nul.

Le calcul du gradient de température nécessite une très bonne connaissance de la température statique à chaque instant. Ce calcul peut être effectué de deux

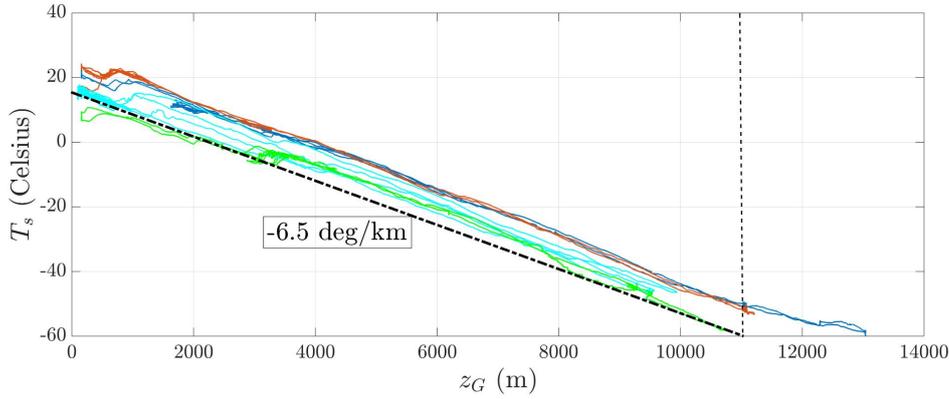


FIGURE 4.17 – Température statique  $T_s$  fonction de l'altitude géométrique  $z_G$  sur 4 vols

façons, sans faire d'hypothèse sur le gradient de température. La première consiste à calculer directement le gradient de température à partir de l'expression 4.49 donnant la température statique en fonction des mesures de température totale et de Mach, en considérant que ce dernier peut être obtenu à partir des mesures de pression statique et de pression totale à partir de la relation :

$$M_m = \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \left( \left( \frac{P_{T_m}}{P_{S_m}} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1 \right)} \quad (4.55)$$

La seconde, approfondie dans cette section, fait intervenir uniquement la mesure de pression statique. Elle s'appuie sur la relation 4.45, qui peut être ré-écrite en remplaçant  $G_{T_{z_0}}$  par sa définition  $dT_S/dz_P$  :

$$\frac{dP_S}{P_S} = \frac{g}{R \cdot T} dz_P \quad (4.56)$$

La température statique recherchée est ensuite déduite à partir de la relation 4.57 :

$$T_S = \frac{g \cdot P_S}{R \cdot G_{P_z}} \quad (4.57)$$

avec  $G_{P_z}$  le gradient de pression.

Une estimation de  $G_{P_z}$  peut être obtenue avec un simple estimateur de type moindres carrés, mis en œuvre sur une fenêtre glissante. On se donne une plage de variation minimale d'altitude pour disposer d'un nombre d'échantillons suffisant avant de calculer une estimée en appliquant la formule des moindres carrés suivante :

$$\left(\frac{\partial P_S}{\partial z}\right)\Big|_k = G_{P_{z_k}} = \frac{N_k \left(\frac{1}{N_k} \sum_{i=1}^{N_k} z_i\right) \left(\frac{1}{N_k} \sum_{i=1}^{N_k} P_{S_i}\right) - \sum_{i=1}^{N_k} z_i P_{S_i}}{\sum_{i=1}^{N_k} z_i^2 - N_k \left(\frac{1}{N_k} \sum_{i=1}^{N_k} z_i\right)^2} \quad (4.58)$$

Le choix d'utiliser pour  $z$  soit l'altitude pression soit l'altitude géométrique n'est cependant pas évident. La Figure 4.18 montre le résultat de ce calcul à partir de chacune des deux altitudes en comparaison du gradient calculé analytiquement en dérivant l'équation 4.46.

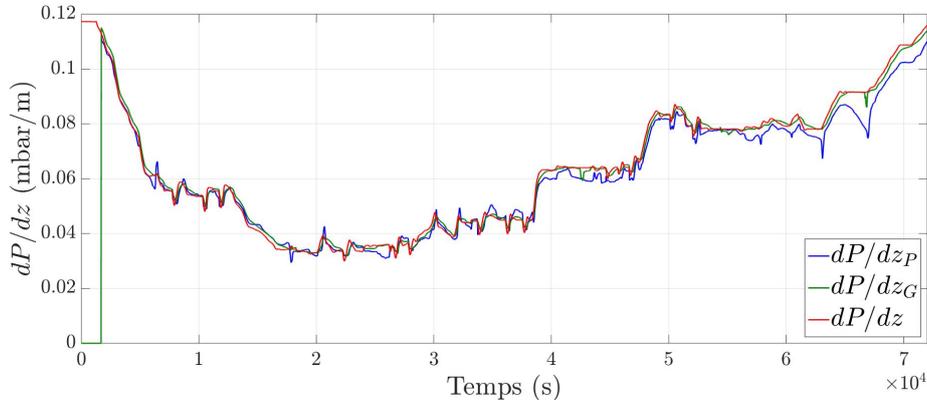


FIGURE 4.18 – Gradient de pression calculé par moindres carrés sur fenêtre glissante ( $dP_S/dz_P$  et  $dP_S/dz_G$ ) et par dérivation analytique ( $dP_S/dz$ )

La Figure 4.19 illustre le résultat précédent en comparaison du profil d'altitude géométrique et du coefficient  $r^2$ . Ce dernier représente la dispersion totale des mesures que l'on peut expliquer au travers de la régression. Il se définit comme le rapport entre la variance expliquée par le modèle et le produit des variances associées aux mesures d'altitude et de pression statique :

$$r_{zP_{S_k}}^2 = \frac{\text{cov}_{zP_{S_k}}^2}{s_{z_k}^2 s_{P_{S_k}}^2} \quad (4.59)$$

avec :

$$\text{cov}_{zP_{S_k}}^2 = \frac{1}{N_k} \sum_{i=1}^k \left(z_i - \frac{1}{N_k} \sum z_j\right) \left(P_{S_i} - \frac{1}{N_k} \sum P_{S_j}\right) \quad (4.60)$$

$$s_{z_k}^2 = \sum_{i=1}^k \left(z_i - \frac{1}{N_k} \sum z_j\right)^2 \quad (4.61)$$

$$s_{P_{S_k}}^2 = \sum_{i=1}^k \left( P_{S_i} - \frac{1}{N_k} \sum P_{S_j} \right)^2 \quad (4.62)$$

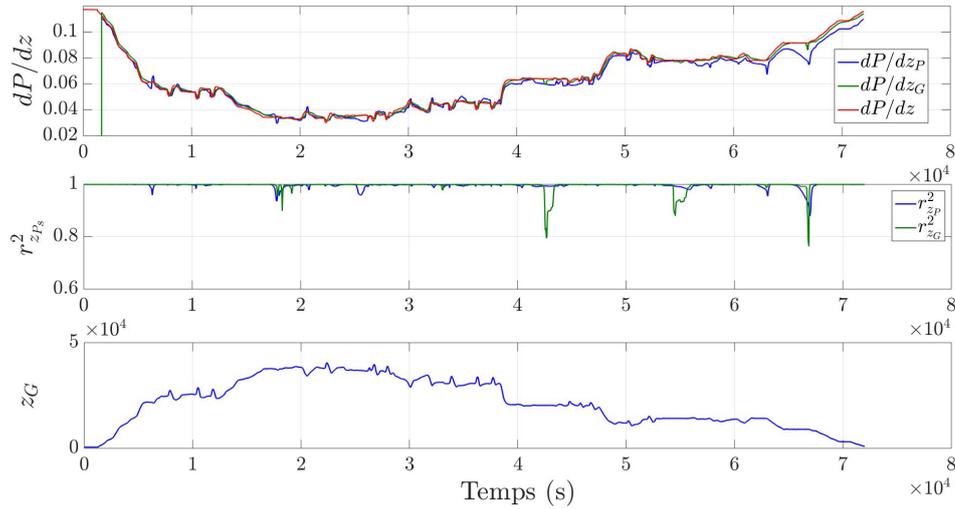


FIGURE 4.19 – Gradients de pression calculés par moindres carrés sur fenêtre glissante ( $dP_S/dz_P$  et  $dP_S/dz_G$ ) et par dérivation analytique ( $dP_S/dz$ ), coefficient  $r_{zP_{S_k}}^2$  et profil de vol

On constate sur la Figure 4.19 qu'à chaque palier d'altitude la qualité du calcul des moindres carrés se dégrade. Une solution consiste à geler la valeur du gradient tant que la qualité de l'estimé issu du calcul des moindres carrés est inférieure à une valeur de référence ( $r_{zP_{S_k}}^2 < r_{ref}^2$ ). La Figure 4.20 montre une amélioration conséquente de la précision lors de certains paliers.

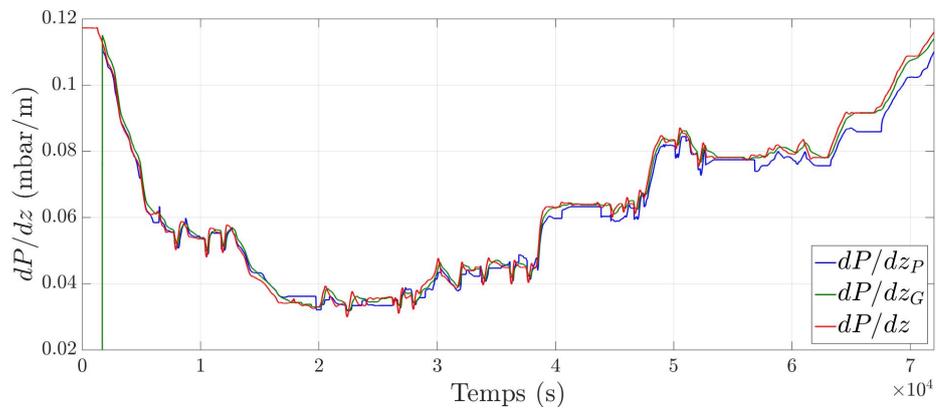


FIGURE 4.20 – Gradients de pression calculés par moindres carrés sur fenêtre glissante ( $dP_S/dz_P$  et  $dP_S/dz_G$ ) et par dérivation analytique ( $dP_S/dz$ )

À partir du calcul du gradient de pression, on obtient ensuite la température statique et le  $\Delta_{ISA}$  par les relations 4.57 et 4.47. Néanmoins, la précision des gradients de pression obtenus par le calcul des moindres carrés n'est pas suffisante pour être utilisable.

En ajoutant des contraintes de variations minimales sur l'altitude et la pression ainsi que sur le nombre de points requis pour la fenêtre glissante, le résultat n'est pas amélioré. La Figure 4.21 montre un cas de contraintes fixées à 400 m sur l'altitude, 50 mbar sur la pression et à 800 échantillons pour la définition de la fenêtre glissante.

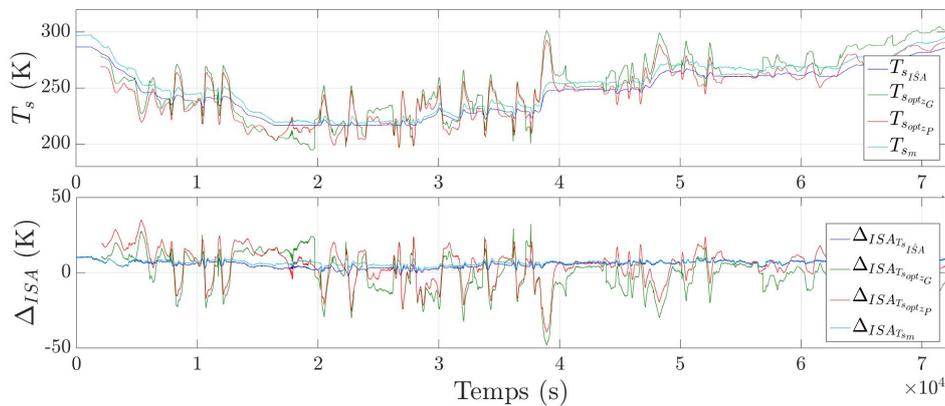


FIGURE 4.21 – Température statique et  $\Delta_{ISA}$  recalculés à partir de la formulation analytique (en bleu), des gradients de pression  $dP_S/dz_G$  (en vert) et  $dP_S/dz_P$  (en rouge) calculés sous contraintes, et de la mesure de la température statique (en cyan)

Cette approche serait donc assez complexe à mettre en place sur ordinateur et ne permettrait pas d'obtenir des valeurs de températures statiques et de  $\Delta_{ISA}$  satisfaisantes. Finalement quel que soit le niveau de raffinement du calcul du gradient de pression, le calcul de la température statique à partir de l'historique des gradients de pression ne fournit pas de bons résultats.

Une seconde solution a donc été étudiée. Elle consiste à définir une nouvelle convention pour décrire l'ensemble des écarts constatés entre l'atmosphère réelle et celle décrite par le modèle d'atmosphère standard. On considère alors directement un terme de correction barométrique qui a pour but de prendre en compte tout écart avec le modèle ISA une fois le  $\Delta_{ISA}$  calculé par la relation 4.48. Cette correction emmagasine donc les écarts de gradient de température et les différences d'altitudes de référence présentées sur avion sous l'acronyme QNE. Ce dernier fait partie d'un ensemble d'acronymes de référence [Cod 1997] tels que le QNH et le QFE définis selon le schéma 4.22. Le QNE correspond à l'altitude à laquelle on mesure la pression atmosphérique standard  $P_0$ . Elle sert donc de référence au décollage et à l'atterrissage pour recalibrer le niveau de vol de l'avion. Le QNH correspond à la pression atmosphérique mesurée puis ramenée par calcul au niveau de la mer dans les

conditions de l'atmosphère standard. Enfin le QFE correspond à l'altitude pression mesurée au niveau de la piste.

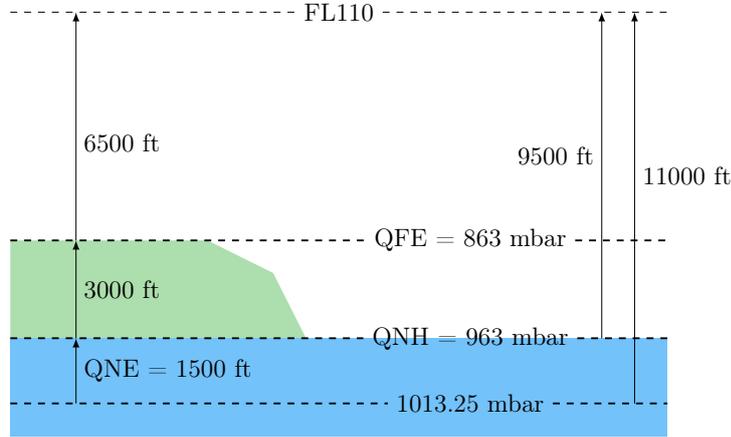


FIGURE 4.22 – Définition des calages QNE, QNH et QFE

On définit le terme de correction barométrique  $z_C$  à partir de la relation 4.52, en la reformulant sous la forme :

$$z_C = \begin{cases} z_P - \frac{z_G}{1 + \frac{\Delta_{ISA}}{T_0}} & \text{si } z_G < z_{TP} \\ z_P - \frac{z_G}{1 + \frac{\Delta_{ISA}}{T_{TP}}} & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.63)$$

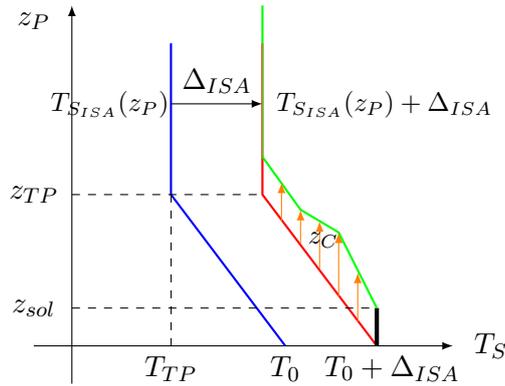
Cette définition revient à considérer  $z_C$  comme l'écart entre l'altitude ISA obtenue via la relation :

$$z_{P_{ISA}} = \frac{z_G}{1 + \frac{\Delta_{ISA}}{T_0}} \quad (4.64)$$

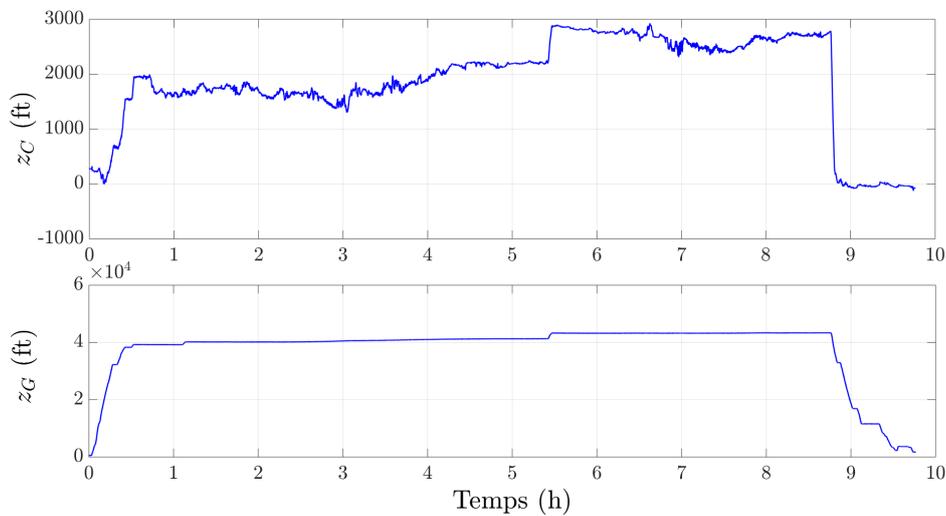
et l'altitude pression mesurée  $z_{P_m}$  obtenue par la mesure de  $P_S$  via la relation 4.46 :

$$z_C = z_{P_{ISA}} - z_{P_m} \quad (4.65)$$

La Figure 4.23 illustre l'évolution de cette variable en fonction d'un exemple de profil de température (en vert) pouvant être rencontrée en comparaison de l'évolution de la température décrite dans le modèle d'atmosphère standard (en bleu) et celle augmentée du  $\Delta_{ISA}$  (en rouge). Suivant la convention définie, les grandeurs  $\Delta_{ISA}$  et  $z_C$  permettent d'expliquer respectivement toute translation selon l'axe de température et l'axe d'altitude pression, caractérisant donc complètement tout écart avec le modèle d'atmosphère standard.

FIGURE 4.23 – Profils de températures avec incrément de  $\Delta_{ISA}$  et de  $z_C$ 

Les Figures 4.24 et 4.25 montrent des estimations de  $z_C$  calculées via la relation 4.63 sur des profils de vol entre Toulouse (FR) et Hyderâbâd (Inde), et entre Iqaluit (Canada) et Toulouse (FR). Les fortes dynamiques constatées résultent de l'ensemble des phénomènes physiques cachés dans la définition de cette variable, à savoir les fluctuations de gradients de température et de pression et les variations de l'altitude de référence QFE qui introduisent de forts écarts avec le modèle ISA.

FIGURE 4.24 – Correction barométrique  $z_C$  calculée via l'équation 4.63 sur un profil entre Toulouse et Hyderâbâd

In fine, les variables  $\Delta_{ISA}$  et  $z_C$ , calculées par l'intermédiaire des relations 4.50 et 4.63 permettent de quantifier les écarts observés entre l'atmosphère réelle et le modèle ISA en terme d'écart de température et d'altitude pression. L'absence d'observabilité associée aux grandeurs atmosphériques nous amène à décrire plusieurs phénomènes physiques tels le calage QNE et les variations de gradient de tempéra-

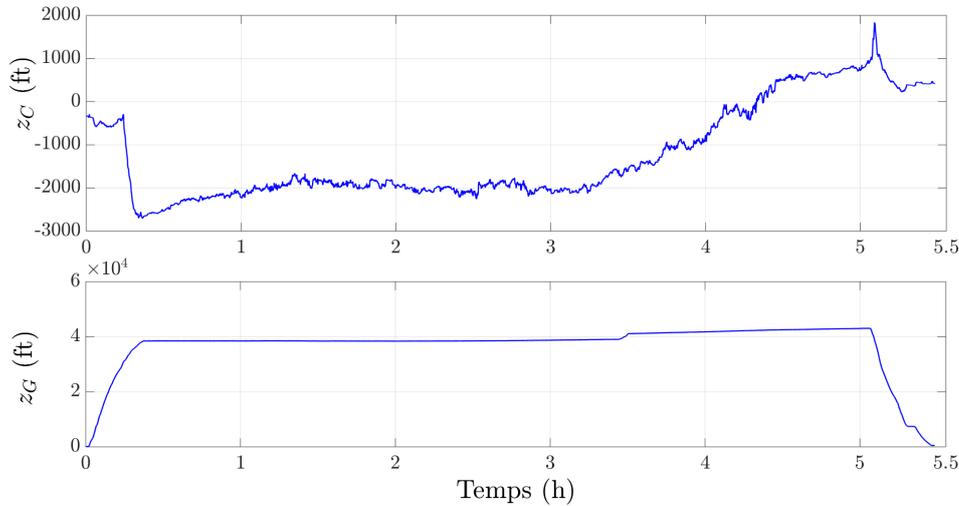


FIGURE 4.25 – Correction barométrique  $z_C$  calculée via l'équation 4.63 sur un profil entre Iqaluit et Toulouse

ture en une unique variable traduisant un écart d'altitude pression avec le modèle d'atmosphère standard (cf. Figure 4.23). Bien que de nombreux phénomènes physiques soient cachés dans la définition de  $z_C$ , le recours à cette variable sera préféré afin de minimiser le coup calculatoire de l'algorithme final. À partir de ces définitions et du modèle ISA, on est finalement en mesure de reconstruire des variables d'importance telles que la température statique qui joueront un rôle important dans le mécanisme de fusion de données de l'estimateur développé.

#### 4.2.4 Réglage de l'estimateur

Le filtre de Kalman effectue à chaque pas de temps une fusion de données à partir des mesures bruitées disponibles et d'une prédiction des états. En présence de bruits blancs gaussiens, les étapes de prédiction et de mise à jour sont influencées par les valeurs renseignées pour les deux matrices  $R$  et  $Q$ , dans notre cas une matrice de covariance et une matrice de densités spectrales de puissance, qui interviennent dans les calculs du gain de Kalman et des matrices de covariance des erreurs d'estimation. La Figure 4.26 illustre aux pas de temps  $k$  et  $k + 1$  la propagation de l'estimation de l'état  $\hat{x}$  (l'état prédit en bleu et l'état corrigé en rouge) en parallèle de l'état vrai  $x$  (en gris) et des mesures  $x_m$  (en vert avec leurs confiances associées traduites sous la forme d'un intervalle représentant leurs écarts types).

Le réglage du filtre de Kalman est une opération délicate permettant d'assurer le bon fonctionnement du filtre. Pour une matrice de covariance du bruit de mesure  $R$  définie par la précision des capteurs utilisés, il consiste à choisir la valeur de la matrice de densités spectrales de puissance  $Q$  ainsi que les valeurs des états à l'instant initial  $\hat{x}_0$  et de la confiance qu'on leur associe au travers de la matrice

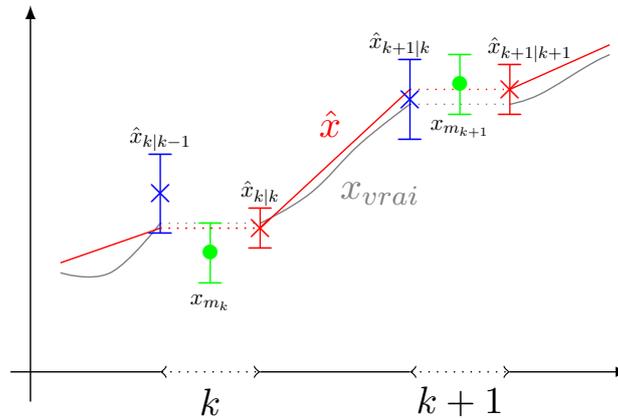


FIGURE 4.26 – Propagation de l'état estimé et de son écart-type (rouge) en fonction de l'état prédit (bleu) et des mesures disponibles (vert) aux pas de temps  $k$  et  $k + 1$

de covariance des erreurs d'estimation  $P_0$ . Une première étape consiste à régler les matrices  $R$  et  $Q$  dont les valeurs traduisent la confiance associée aux mesures et au modèle de prédiction. Ainsi, en régime permanent, le gain  $K$  calculé à chaque pas de temps sera très faible et l'estimation très lisse si  $Q$  prend des valeurs très faibles par rapport à  $R$ . Les bruits de mesure seront filtrés mais les écarts de modèle auront un impact significatif sur les estimés. Inversement, de faibles valeurs pour  $R$  par rapport à  $Q$  donneront plus de poids aux mesures. Les estimés seront davantage bruités mais moins impactés par les erreurs de modélisation. Une deuxième étape correspond au choix de la matrice  $P_0$ , au regard de la définition de  $\hat{x}_0$ , dont l'impact se limite essentiellement au régime transitoire. Plus  $P_0$  prendra des valeurs importantes par rapport à  $R$ , plus les estimés seront rapidement recalés. En revanche, ils seront également davantage pollués par les bruits de mesure durant le transitoire.

Dans notre cas d'application, la définition de la matrice  $R$  fait suite aux spécifications associées aux capteurs utilisés. Les valeurs des écarts-types  $\sigma$  étant connues, on peut alors définir  $R$  sous la forme :

$$R = \text{diag} \left[ \sigma_\alpha^2, \sigma_\beta^2, \sigma_{P_S}^2, \sigma_{P_T}^2, \sigma_{T_T}^2, \sigma_{n_{z_1}}^2 \right] \quad (4.66)$$

avec  $\sigma_\alpha = 0.17$  deg,  $\sigma_\beta = 0.17$  deg,  $\sigma_{P_S} = 0.17$  mbar,  $\sigma_{P_T} = 0.12$  mbar,  $\sigma_{T_T} = 0.33$  deg et  $\sigma_{n_{z_1}} = 1 \cdot 10^{-4}$  g =  $9.8 \cdot 10^{-3}$  m/s.

La matrice de covariance du bruit de processus est quant à elle plus délicate à obtenir. On la définit selon la formule :

$$Q = \Delta T \times \text{diag} \left[ \sigma_{W_{x_0}}^2, \sigma_{W_{y_0}}^2, \sigma_{W_{z_0}}^2, \sigma_{\Delta_{ISA}}^2, \sigma_{b_{c_z}}^2, \sigma_{z_C}^2 \right] \quad (4.67)$$

avec  $\Delta T$  le pas de temps intervenant dans la formulation discrète. On peut vérifier la cohérence du réglage effectué en s'assurant que 99% des points associés aux résidus

appartiennent bien à l'intervalle de confiance défini par les termes diagonaux de la matrice de covariance des erreurs d'estimation  $\hat{P}$  dans la mesure où chaque résidu  $r_x^i = \hat{x}_i - x_i$ ,  $i = 1..n$  (où  $x_i$  correspond au  $i^{\text{ème}}$  état) suit une loi normale de moyenne nulle et de covariance  $\hat{P}$ . Cette définition permet l'obtention de  $Q$  par un calcul d'optimisation porté sur le critère  $J$  défini selon :

$$J = \sum_{i=1}^n (\hat{\sigma}_{x_i} - \sigma_{stat_i})^2 \quad (4.68)$$

avec  $n$  la dimension du vecteur d'état,  $\hat{\sigma}_{x_i}$  les déviations standards estimées données par la racine carrée des termes diagonaux de  $\hat{P}$ , et  $\sigma_{stat_i}$  l'écart-type réellement obtenu sur les résidus, calculé sur  $N$  échantillons selon la formule :

$$\sigma_{stat_i} = \frac{1}{N+1} \sum_{i=1}^N \bar{r}_{x_i}^2 \quad (4.69)$$

Cette façon de procéder nécessite néanmoins une connaissance parfaite des valeurs des états  $x$  à chaque pas de temps. Le réglage du filtre pourrait donc se faire par l'intermédiaire du simulateur OSMA, mais deux problèmes surviennent alors :

- le simulateur n'est pas adapté pour simuler les paramètres atmosphériques tels que le  $\Delta_{ISA}$  et la correction barométrique de façon réaliste. Aucune dynamique ne peut être introduite sur la correction barométrique, tandis que le terme de  $\Delta_{ISA}$  ne peut évoluer que de façon restreinte (rampe, biais, etc.) ;
- Concernant les variations des états atmosphériques, on peut observer de très fortes différences entre une atmosphère dite *calme* et une atmosphère dite *agitée*.

La procédure précédemment décrite ne peut donc pas être utilisée sur simulateur mais doit être appliquée à des enregistrements d'essais en vol pour lesquels une connaissance parfaite des différents états n'est cependant pas disponible. Par ailleurs, le modèle de prédiction étant relativement simple, il est ici possible d'adopter une approche similaire plus directe. En effet, hormis pour le biais de modélisation, celui-ci a recours à des marches aléatoires pour la prédiction des différents états. On peut alors directement mettre en relation les termes diagonaux de la matrice de covariance des bruits d'état  $Q$  avec les variations sur un pas de temps  $\Delta T$  des mesures des états  $W_{x_0}$ ,  $W_{y_0}$ ,  $W_{z_0}$ ,  $\Delta_{ISA}$  et  $z_C$ . Concernant la prédiction du biais de modélisation, un processus de Markov du premier ordre de constante de temps  $\tau_{C_z}$  a été choisi (cf. 4.5). On peut donc effectuer le même travail que pour les autres états en retranchant à la variation de l'état mesurée, une fraction de la valeur courante de  $b_{C_z}$  définie selon  $b_{C_z} \times e^{-\Delta T/\tau}$ . A partir de ce constat, on peut donc évaluer les variations associées à chaque état, dans différentes situations, afin d'évaluer les différents termes de la matrice  $Q$ .

Cette procédure doit alors s'accommoder de deux difficultés :

- la mesure des états n'est pas directement disponible et il est nécessaire d'effectuer un traitement préalable des signaux dont nous disposons afin de les reconstruire ;
- les paramètres atmosphériques ont des dynamiques variables, comme nous allons le voir dans la suite de cette section. Certains évènements induisent des variations bien supérieures à celles obtenues dans le cas d'une atmosphère *calme*.

La reconstruction des états d'intérêt afin de permettre le réglage du filtre s'effectue en deux parties. Tout d'abord, le simulateur OSMA permet de rejouer des scénarios de vents enregistrés en vol. Les trois composantes du vent sont disponibles et ont déjà été pré-traitées. Elles sont ainsi directement exploitables pour la génération de scénarios. Un premier réglage de la matrice  $Q$  est ainsi réalisé. Cependant, cette base de donnée ne permet pas de reconstruire les fluctuations des paramètres atmosphériques. Une ajustement du réglage est alors nécessaire et on a recours à l'utilisation d'enregistrements d'essais en vol présentant de fortes fluctuations des états  $\Delta_{ISA}$  et  $z_C$ . Ces états n'étant pas directement mesurés mais reconstruits à partir des mesures anémométriques, il est nécessaire de réduire préalablement les bruits de mesure grâce à des filtres centrés. La Figure 4.27 illustre cette étape de traitement effectuée hors ligne pour les états  $\Delta_{ISA}$  et  $z_C$ .

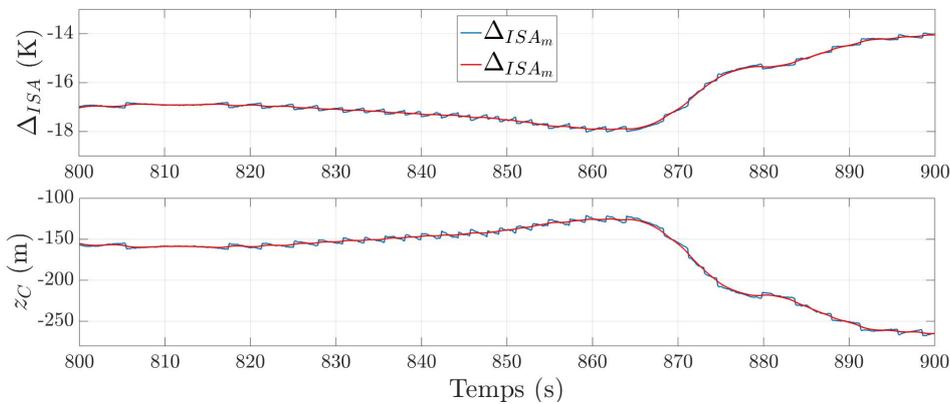


FIGURE 4.27 – Grandeurs  $\Delta_{ISA}$  et  $z_C$  avant (bleu) et après (rouge) filtrage centré

Les variations des états  $\delta X$  obtenues par pas de temps  $\Delta T$  sont ensuite évaluées. Les Figures 4.28 et 4.29 montrent un exemple sur un vol standard au départ de Toulouse dans une atmosphère présentant relativement peu de variation sur les états d'intérêt et avec un vent tridimensionnel faible. Les variations sur chacun des états sont tracées en bleu et le réglage déduit pour  $Q$  apparaît en noir par le tracé des limites  $\pm 3\sigma$ .

Comme expliqué précédemment, la cohérence du réglage peut être évaluée grâce à la statistique des résidus  $r_x = \hat{x} - x$  obtenus en la comparant aux valeurs des

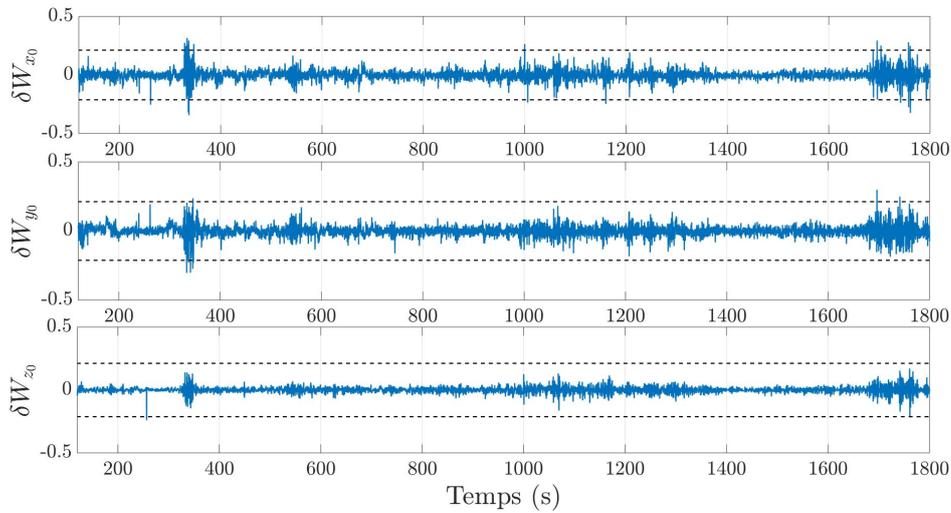


FIGURE 4.28 – Variation des états  $W_{x_0}$ ,  $W_{y_0}$  et  $W_{z_0}$  (en bleu) par pas de temps  $\Delta T$  et limites à  $\pm 3\sigma$  (en noir) sur un vol au départ de Toulouse

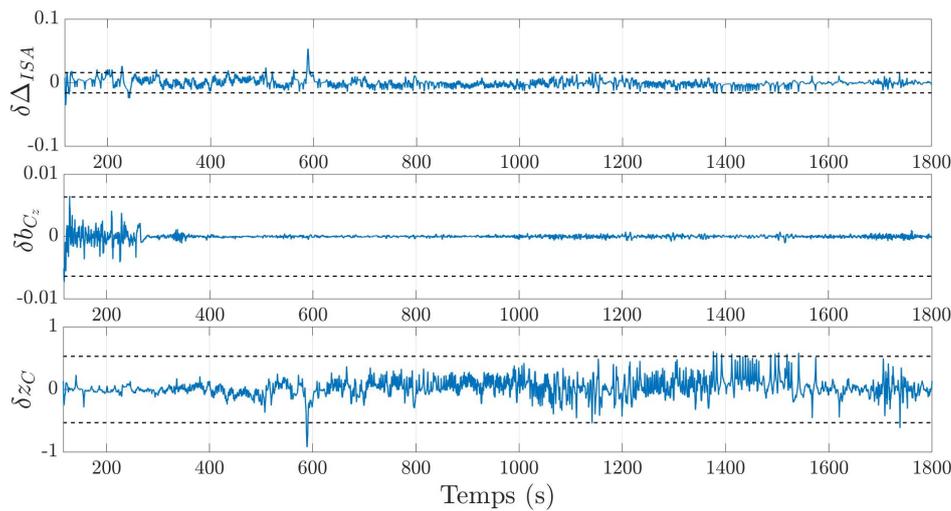


FIGURE 4.29 – Variation des états  $\Delta_{ISA}$ ,  $b_{C_z}$  et  $z_C$  (en bleu) par pas de temps  $\Delta T$  et limites à  $\pm 3\sigma$  (en noir) sur un vol au départ de Toulouse

termes diagonaux de  $P$  (cf. Figures 4.30 et 4.31).

Néanmoins, ce réglage préliminaire ne permet pas de gérer une atmosphère *agitée*, c'est-à-dire avec de fortes fluctuations de  $\Delta_{ISA}$  et de  $z_C$ , des turbulences ou des gradients de vent importants, que l'on peut par exemple rencontrer à la traversée de certains nuages ou lors de transitions terre-mer. Dans ces cas, le réglage du filtre estimateur conduit à des erreurs d'estimation conséquentes qui peuvent s'avérer très problématiques au regard des algorithmes de détection mis en place et détaillés dans la section 4.3. Or, une fausse détection (c'est-à-dire la détection d'une panne sur un

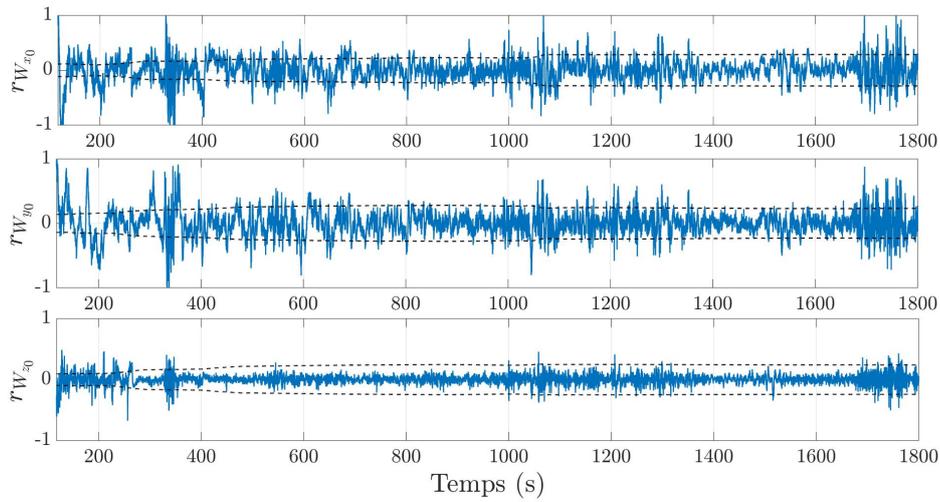


FIGURE 4.30 – Comparaison des résidus  $r_x$  associés aux états  $W_{x_0}$ ,  $W_{y_0}$  et  $W_{z_0}$  (en bleu) à  $\pm\sqrt{P_{xx}} = \pm\hat{\sigma}_x$  (en noir) sur un vol au départ de Toulouse

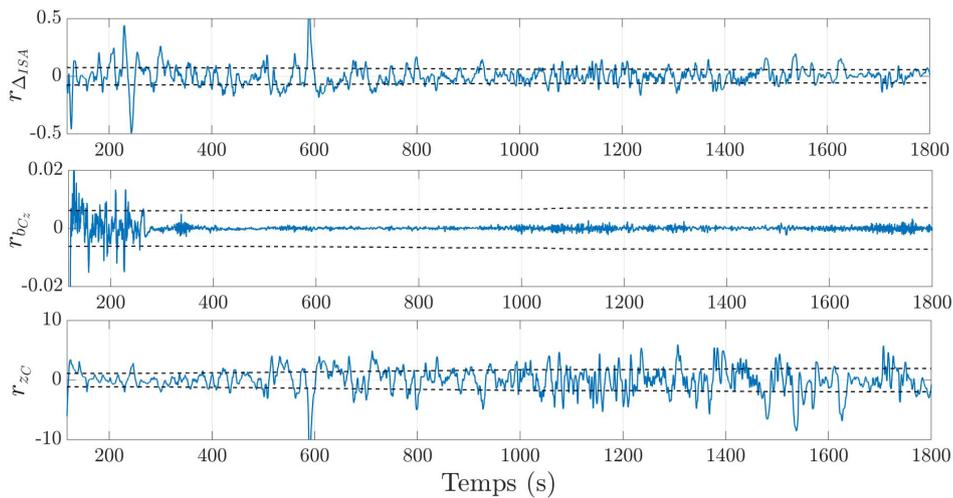


FIGURE 4.31 – Comparaison des résidus  $r_x$  associés aux états  $\Delta_{ISA}$ ,  $b_{C_z}$  et  $z_C$  (en bleu) à  $\pm\sqrt{P_{xx}} = \pm\hat{\sigma}_x$  (en noir) sur un vol au départ de Toulouse

capteur valide) lors de ces évènements est formellement proscrite étant donné ses conséquences. Par exemple, dans le cas de l'incidence, elle entraînerait une reconfiguration en loi directe et laisserait le pilote avec une assistance minimum. La Figure 4.32 illustre l'impact d'un cas de fort vent sur la mesure d'incidence. À partir des réglages précédents, on constate que l'erreur d'estimation sur l'incidence est importante.

Afin de permettre de tenir ces cas extrêmes, on adapte donc le réglage du filtre en conséquence. Des scénarios présentant de fortes rafales de vent ont été testés

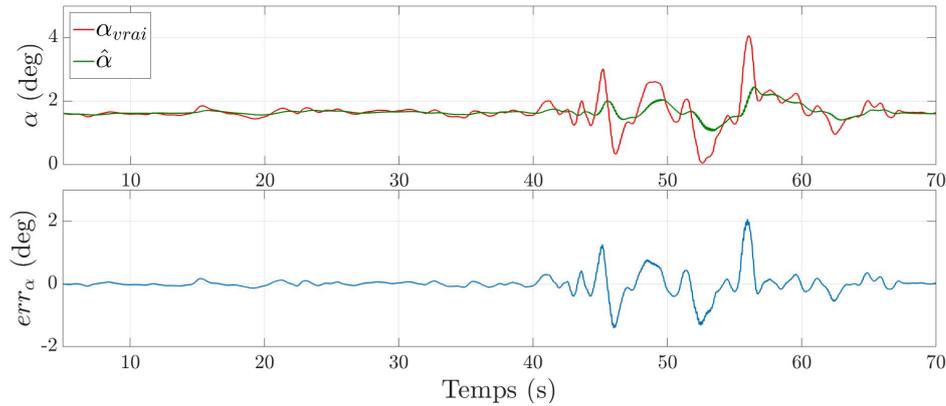


FIGURE 4.32 – Comparaison de l’incidence vraie et estimée dans le cas de forts gradients de vent

pour le réglage des états  $W_{x_0}$ ,  $W_{y_0}$  et  $W_{z_0}$ , tandis que des données d’essais en vol ont été récupérées afin d’évaluer les dynamiques limites sur les états  $\Delta_{ISA}$  et  $z_C$ . Les Figures 4.33 et 4.34 montrent les différences de réglages finalement obtenues après la prise en compte des cas limites (en rouge apparaissent les réglages précédemment obtenus dans le cas d’une atmosphère *calme*).

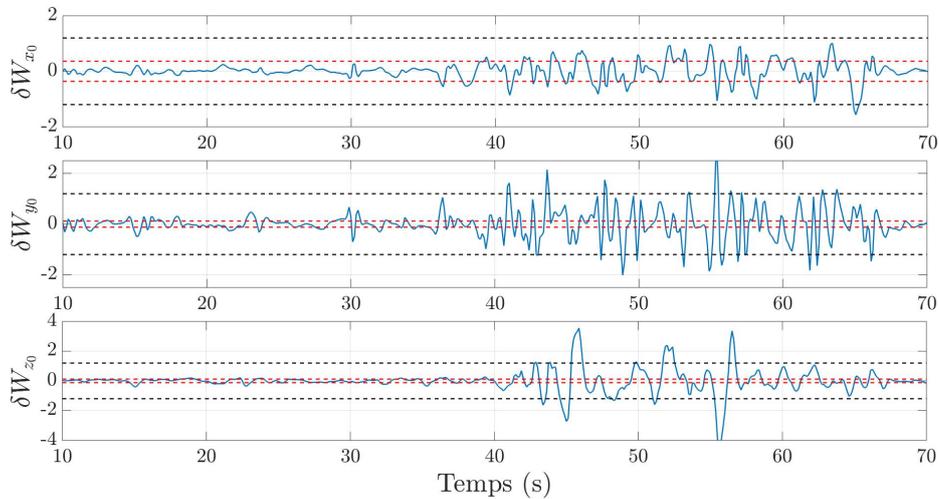


FIGURE 4.33 – Variation des états  $W_{x_0}$ ,  $W_{y_0}$  et  $W_{z_0}$  (en bleu) par pas de temps  $\Delta T$  (anciennes en rouge et nouvelles en noir) limites à  $\pm 3\sigma$  sur un vol au départ du Canada

Le réglage du biais de modélisation diffère légèrement des autres états. En plus de représenter les biais de modèle, la stratégie de détection présentée dans la section 4.3 encourage une plus grande dynamique sur cet état. En effet, en cas de panne et avant reconfiguration du filtre, la composante de panne doit pouvoir être

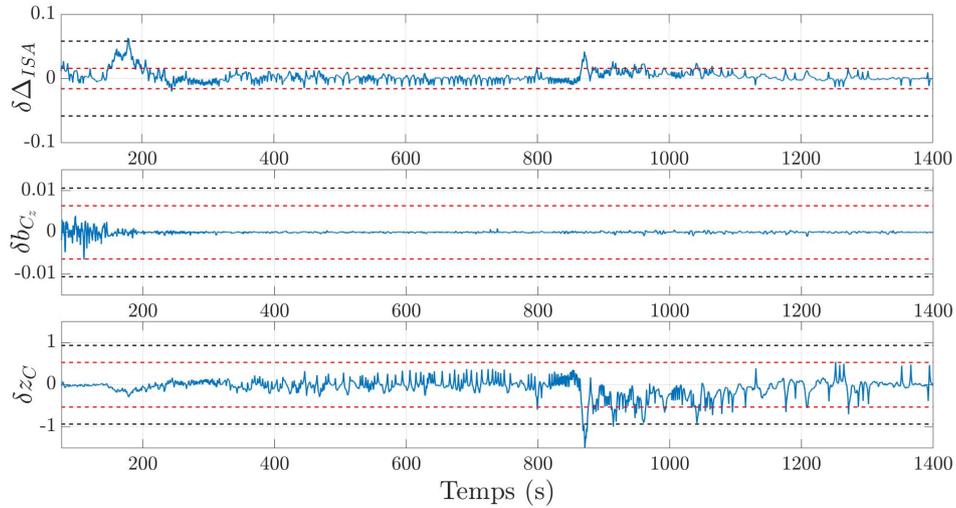


FIGURE 4.34 – Variation des états  $\Delta_{ISA}$ ,  $b_{C_z}$  et  $z_C$  (en bleu) par pas de temps  $\Delta T$  (anciennes en rouge et nouvelles en noir) limites à  $\pm\sigma$  sur un vol au départ du Canada

estimée afin d'assurer la cohérence de l'estimateur. Cependant, l'augmentation de l'état d'un paramètre de panne ne peut être effectuée sans impliquer des problèmes d'observabilité. On choisit alors d'absorber une partie de la faute par l'intermédiaire du biais de modélisation. Cette stratégie a pour avantage de ne pas augmenter la complexité du filtre. La détection d'une panne peut alors être réalisée en s'assurant que le biais de modélisation estimé ne dépasse pas des valeurs caractéristiques d'un simple biais de modélisation. En contrepartie, cet état est en partie dénaturé par des dynamiques supérieures à celles pouvant être attendues pour un biais de modèle.

Le réglage finalement retenu pour la matrice  $Q$  est le suivante :

- $\sigma_{W_{x_0}} = \sigma_{W_{y_0}} = \sigma_{W_{z_0}} = 2 \text{ m/s}$  ;
- $\sigma_{\Delta_{ISA}} = 0.055 \text{ K}$  ;
- $\sigma_{b_{c_z}} = 0.01$  ;
- $\sigma_{z_C} = 0.88 \text{ m}$ .

Il permet de limiter les erreurs d'estimation et les potentielles fausses détections tout en ne différant que peu du réglage précédent, obtenu dans le cas d'une atmosphère *calme* :

- $\sigma_{W_{x_0}} = \sigma_{W_{y_0}} = \sigma_{W_{z_0}} = 0.2 \text{ m/s}$  ;
- $\sigma_{\Delta_{ISA}} = 0.015 \text{ K}$  ;
- $\sigma_{b_{c_z}} = 0.006$  ;
- $\sigma_{z_C} = 0.5 \text{ m}$ .

## 4.3 Les méthodes de détection de défauts

### 4.3.1 Préambule et historique de développement

La détection de pannes capteur est évidemment un objectif en soi, mais elle est également essentielle au bon fonctionnement de l'estimateur du fait du couplage entre détection et estimation. Chacune des entrées qui alimentent le filtre doit en effet être invalidée le plus rapidement possible en cas de pannes des capteurs associés. Ceci ne peut cependant pas être garanti par les algorithmes déjà embarqués sur avion, notamment en raison des modes communs de panne existants et qui restent jusqu'à présent indétectables sans une surveillance unitaire dédiée à chacune des sondes.

Le filtre estimateur apporte de nouvelles informations en ce sens. Il génère en sortie plusieurs signaux, tels que les résidus ou le biais de modélisation estimé, dont les caractéristiques permettent de détecter la présence de fautes. La structure de l'algorithme développé permet d'absorber les cas de panne au travers de certaines variables d'état. Des pannes sur les sondes d'incidence, sur les capteurs de pression totale ou sur les capteurs de pression statique vont par exemple se répercuter en grande partie sur le biais de modèle  $b_{C_z}$ , avec une dynamique qui dépend du réglage de l'estimateur et du modèle de prédiction. Les composantes hautes fréquences seront visibles au travers des résidus du filtre estimateur (correspondant à la différence entre les mesures et leur estimé). De même, dans le cas d'une faute sur la mesure de température totale, le  $\Delta_{ISA}$  sera impacté. Finalement, en plus d'estimer les paramètres de vol recherchés, le filtre estimateur fournit un complément d'information exploitable pour détecter puis isoler les pannes rencontrées. Nous verrons par la suite que cette capacité s'effectue en partie au détriment de la qualité d'estimation lors des transitoires après pannes, c'est-à-dire avant la reconfiguration de l'estimateur après détection de la panne. Cette dégradation peut être très brève et correspondra à des amplitudes d'erreurs faibles. Elle dépendra essentiellement de la performance des algorithmes de détection développés.

Un autre point important pour la détection de panne concerne l'utilisation de capteurs moteurs (cf. 1.1.2.7) permettant de délivrer une mesure de température totale et des mesures virtuelles de pression statique et de pression totale. Dans le cadre de cette thèse, ces mesures ont volontairement été exclues du filtre de Kalman en raison du surcoût calculatoire engendré pour une implantation sur avion. Néanmoins, ces mesures peuvent être utilisées afin de détecter l'apparition de pannes, et peuvent, si elles sont identifiées comme valides, se substituer dans le processus d'estimation à toute mesure avion erronée.

Finalement, les algorithmes de détection décrits dans cette section exploitent les résultats du filtre estimateur et profitent de mesures dissimilaires supplémentaires. Les incohérences relevées par ce dernier au travers de l'estimé du biais de modélisation

permet de détecter la présence d'anomalies. Les modes communs de panne seront alors correctement détectés. Cette capacité de détection basée modèle a cependant ses limites. En effet, l'exploitation des estimés et des résidus ne permet pas de déduire facilement l'origine des pannes détectées. Il est alors nécessaire de recourir à des algorithmes complémentaires pour mener à bien le diagnostic. De nombreux algorithmes présentés dans la littérature sont donc compatibles. Néanmoins, les problématiques d'implémentation décrites dans le Chapitre 1 rendent la plupart de ces méthodes difficilement exploitables en pratique. La limitation de la puissance de calcul est très dimensionnante, mais les problématiques de certification contraignent également à nous orienter vers des méthodes se limitant dans un premier temps à des calculs simples et directs comme les traitements temporels et fréquentiels présentées dans les sections 3.4.1 et 3.4.2. L'aspect modulaire de l'architecture ADVISER permettrait cependant de rajouter facilement de nouvelles capacités de détection de pannes. Par conséquent, si une augmentation de la puissance de calcul venait à être disponible, il serait possible d'intégrer des algorithmes complémentaires ou plus performants sans perturber l'ensemble des algorithmes déjà implémentés. Les méthodes décrites dans la suite de cette section répondent donc aux exigences fixées dans le Chapitre 1. Elles exploitent au maximum les informations rendues disponibles par le filtre estimateur.

### 4.3.2 La détection de pannes capteur

Les algorithmes présentés ici sont relativement simples. Ils se composent tout d'abord de traitements élémentaires des signaux issus du filtre estimateur et des capteurs, puis de tables de signatures et de seuils pour la détection et l'isolation de pannes.

Pour rappel, les capteurs à surveiller sont les suivants :

- 3 ou 4 sondes d'incidence ( $\alpha$ ) selon les avions ;
- 3 capteurs de pression totale ( $P_T$ ) ;
- 3 capteurs de pression statique ( $P_S$ ) ;
- 3 capteurs de température totale ( $T_T$ ) ;
- 1 capteur de température totale moteur ( $T_{T_{mot}}$ ) ;
- 1 capteur de pression statique moteur ( $P_{turb}$ ) et 1 capteur de pression statique nacelle ( $P_{nac}$ ) permettant l'obtention d'une mesure virtuelle de pression totale ( $P_{T_{mot}}$ ) et d'une mesure virtuelle de pression statique ( $P_{S_{mot}}$ ).

Comme décrit dans la section 1.1.3, la consolidation embarquée permet de délivrer un signal consolidé, issu d'un vote à base majoritaire, par mesure. L'algorithme de détection permet de surveiller l'ensemble des mesures utilisées en entrée du filtre estimateur. Dans le cas nominal (i.e. en l'absence de panne), il s'agit des mesures consolidées. Cependant, lorsque certains capteurs ne sont plus disponibles et qu'une

mesure consolidée est invalidée, il est possible qu'une sonde soit toujours valide et puisse se substituer à la mesure consolidée invalidée en entrée du filtre. Un algorithme de vérification unitaire a notamment été développé dans ce but et est décrit dans la section 4.4. Dans ce cas précis, c'est alors directement la mesure délivrée par cette sonde qui sera surveillée par l'algorithme de détection.

Comme décrit dans la suite de ce chapitre, de nombreux enchaînements de pannes sont considérés. Chaque panne affaiblit les capacités de diagnostic et d'estimation. Néanmoins, les algorithmes présentés peuvent continuer de fonctionner correctement dans le cas de situations dégradées, avant de devenir inopérants au-delà d'un certain nombre de pannes. Leur complexité augmente néanmoins au fur et à mesure des pertes d'informations tandis que leurs performances peuvent se détériorer. La suite du chapitre présente une à une les différentes stratégies de développement en fonction des capteurs encore disponibles.

Le module de détection fournit en sortie un vecteur d'indicateur de panne sous la forme :

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} I_{\alpha} \\ I_{P_T} \\ I_{P_S} \\ I_{T_T} \\ I_{T_T^{mot}} \\ I_{P_{SS}^{mot}} \\ I_{Unid} \end{pmatrix} \quad (4.70)$$

Chaque indicateur  $I_{\alpha}$ ,  $I_{P_T}$ ,  $I_{P_S}$  et  $I_{T_T}$  renvoie respectivement au statut associé aux capteurs d'incidence, de pression totale, de pression statique et de température totale, sous la forme de booléens. L'indicateur de panne  $I_{P_{SS}^{mot}}$  est associé aux pressions statiques internes au moteur et à la nacelle (que l'on appellera dans la suite : capteurs de pressions moteurs) ; et  $I_{Unid}$  l'indicateur de panne correspondant à une détection sans isolation possible, c'est-à-dire à une panne non identifiée. Ce cas pourra être rencontré dans des situations de dégradation particulière où le nombre de capteurs valides n'est plus suffisant pour garantir des capacités d'isolation.

#### 4.3.2.1 Le cas nominal et l'apparition d'une première panne capteur

Le cas nominal correspond à l'absence de panne. Il s'agit a priori de la configuration la plus classique. La grande variété de mesures disponibles permet de profiter pleinement de l'ensemble des informations issues de l'algorithme d'estimation. Notamment, toute incohérence entre les mesures se traduit directement sur les résidus

et les états estimés. Par exemple dans le cas d'une panne sur l'incidence consolidée, le biais de modélisation estimé  $\hat{b}_{C_z}$  et certains résidus intègrent des composantes de la panne, comme l'illustrent les Figures 4.35 et 4.36. La Figure 4.35 montre en particulier lors de l'apparition d'une dérive lente sur la mesure d'incidence que celle-ci se retrouve sous la même forme sur l'état estimé du biais de modélisation. De la même façon, la Figure 4.36 montre que les résidus sur la mesure d'incidence et le facteur de charge vertical sont aussi impactés. De nombreuses approches sont alors possibles. Celles finalement retenues présentent un niveau de complexité faible compatible avec les contraintes calculatoires imposées.

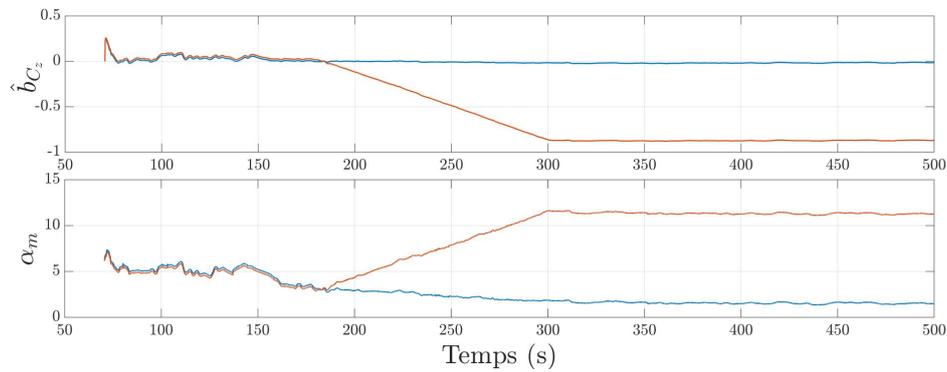


FIGURE 4.35 – Estimation du biais de modèle  $\hat{b}_{C_z}$  et mesure de l'incidence  $\alpha_m$  dans le cas nominal et en présence d'un faible biais de mesure (0.3 deg) (bleu) puis d'une panne de type dérive lente (5 deg/min) sur les sondes d'incidence (rouge)

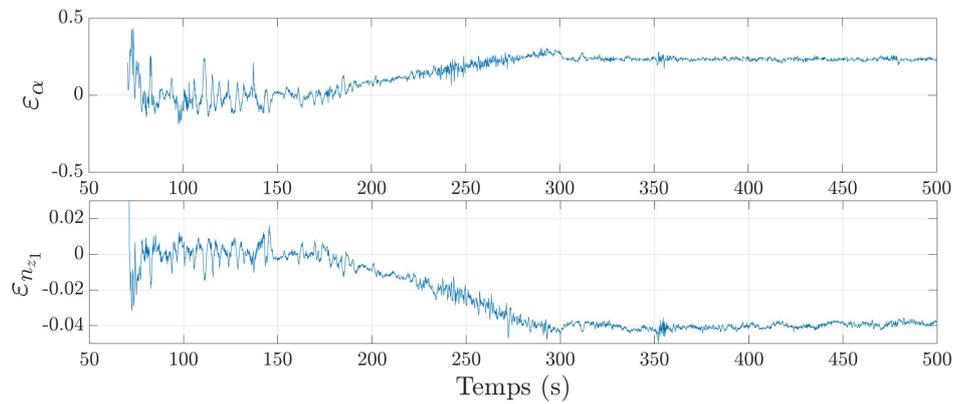


FIGURE 4.36 – Résidus associés à la mesure d'incidence et au facteur de charge vertical en présence d'un faible biais de mesure (0.3 deg) suivi d'une panne de type dérive lente (5 deg/min) sur les sondes d'incidence

Dans la mesure où les capteurs moteurs  $P_{nac}$ ,  $P_{turb}$  et  $T_{Tmot}$  (cf. section 1.1.2.7) permettent de reconstruire des informations de pression totale, pression statique et température totale à partir de technologies différentes [Feau 2015] de celles utilisées

sur avion (capteurs de mesure classiques de pression totale, de pression statique et de température totale) et d'une modélisation embarquée, il est alors possible de profiter de ces nouvelles informations pour mettre en place des logiques d'isolation des pannes relativement simples, recourant à des comparaisons entre les différentes mesures. On définit alors trois nouveaux résidus selon :

$$\begin{aligned}\varepsilon_{P_T^{mot}} &= P_{T_m} - P_{T_{mot}} \\ \varepsilon_{P_S^{mot}} &= P_{S_m} - P_{S_{mot}} \\ \varepsilon_{T_T^{mot}} &= T_{T_m} - T_{T_{mot}}\end{aligned}\tag{4.71}$$

Ces résidus permettent d'identifier directement un écart, synonyme de panne, entre les mesures moteur et les mesures avion. L'isolation de la panne est ensuite effectuée grâce aux estimés, plus particulièrement au biais de modélisation. Étant donné que seuls les capteurs avion participent à la fusion de données lorsque ceux-ci sont disponibles, leurs pannes impactent les estimés, contrairement aux mesures moteur. Par ailleurs, le modèle interne permettant le calcul des différents paramètres virtuels moteur implique qu'une panne d'un des capteurs moteurs a un impact sur l'ensemble des mesures virtuelles moteurs. Par exemple, une faute sur la température totale moteur invalide les trois mesures moteurs tandis qu'une faute de la pression statique interne moteur ou nacelle ( $P_{nac}$  ou  $P_{turb}$ ) invalide les deux mesures virtuelles de pression statique et de pression totale moteur. Inversement, si aucun écart n'est relevé sur les résidus moteur, on peut en déduire que les mesures anémométriques avion et moteur sont toutes cohérentes donc très probablement valides. Si par ailleurs le biais de modélisation est anormalement élevé, signifiant l'apparition d'une panne sur un des capteurs utilisés en entrée du filtre, on en déduit que la mesure d'incidence est la source de la panne.

À partir de ces observations, on peut dresser la première table 4.3 de signatures de pannes en indiquant par des 1 les résidus impactés (0 sinon) dans le cas de l'apparition d'un défaut sur un type de capteur :

Cette logique élémentaire permet de dresser une seconde table 4.4 de signatures de pannes servant de référence pour l'isolation des fautes et faisant apparaître les seuils de détections finalement choisis. On attribue ainsi à chaque résidu moteur et au biais de modélisation deux seuils spécifiques, notés  $\bar{\varepsilon}$  et  $\underline{\varepsilon}$ . Le dépassement du premier traduit la détection d'une anomalie tandis que le non dépassement du second correspond à une situation de confiance. Le réglage de ces seuils sera présenté par la suite. In fine, la panne d'un capteur entraîne divers dépassements de seuils et la logique de la table 4.4 permet d'en identifier la source. Par exemple, dans le cas où seuls les seuils  $\bar{\varepsilon}_{b_{c_z}}$  et  $\bar{\varepsilon}_{P_S^{mot}}$  sont dépassés, la faute sera identifiée sur le capteur de pression statique avion. L'isolation de cette dernière n'est possible qu'une fois que toutes les conditions identifiées par la table de signature ne sont pas réunies. Il se peut alors que certaines valeurs de résidu se situent temporairement entre deux seuils. Dans ce cas, aucune décision ne peut être prise en attendant l'iden-

	$\varepsilon_{b_{cz}}$	$\varepsilon_{P_T^{mot}}$	$\varepsilon_{P_S^{mot}}$	$\varepsilon_{T_T^{mot}}$
$\alpha$	1	0	0	0
$P_T$	1	1	0	0
$P_S$	1	0	1	0
$T_T$	0	0	0	1
$T_{T_{mot}}$	0	1	1	1
$P_{turb} P_{nac}$	0	1	1	0

TABLE 4.3 – Table de signatures des pannes pour la détection d’une première anomalie capteur

tification d’une signature répertoriée. Si par ailleurs le filtre estimateur renvoie une incohérence ( $\varepsilon_{b_{cz}} > \bar{\varepsilon}_{b_{cz}}$ ), on conclut sur une panne encore non identifiée ( $I_{Unid} = 1$ ).

	$\varepsilon_{b_{cz}}$	$\varepsilon_{P_T^{mot}}$	$\varepsilon_{P_S^{mot}}$	$\varepsilon_{T_T^{mot}}$
$\alpha$	$> \bar{\varepsilon}_{b_{cz}}$	$< \underline{\varepsilon}_{P_T^{mot}}$	$< \underline{\varepsilon}_{P_S^{mot}}$	$< \underline{\varepsilon}_{T_T^{mot}}$
$P_T$	$> \bar{\varepsilon}_{b_{cz}}$	$> \bar{\varepsilon}_{P_T^{mot}}$	$< \underline{\varepsilon}_{P_S^{mot}}$	$< \underline{\varepsilon}_{T_T^{mot}}$
$P_S$	$> \bar{\varepsilon}_{b_{cz}}$	$< \underline{\varepsilon}_{P_T^{mot}}$	$> \bar{\varepsilon}_{P_S^{mot}}$	$< \underline{\varepsilon}_{T_T^{mot}}$
$T_T$	$< \underline{\varepsilon}_{b_{cz}}$	$< \underline{\varepsilon}_{P_T^{mot}}$	$< \underline{\varepsilon}_{P_S^{mot}}$	$> \bar{\varepsilon}_{T_T^{mot}}$
$T_{T_{mot}}$	$< \underline{\varepsilon}_{b_{cz}}$	$> \bar{\varepsilon}_{P_T^{mot}}$	$> \bar{\varepsilon}_{P_S^{mot}}$	$> \bar{\varepsilon}_{T_T^{mot}}$
$P_{turb} P_{nac}$	$< \underline{\varepsilon}_{b_{cz}}$	$> \bar{\varepsilon}_{P_T^{mot}}$	$> \bar{\varepsilon}_{P_S^{mot}}$	$< \underline{\varepsilon}_{T_T^{mot}}$

TABLE 4.4 – Table de signatures des pannes pour la détection d’une première anomalie capteur

Les seuils  $\bar{\varepsilon}_{b_{cz}}$ ,  $\bar{\varepsilon}_{P_T^{mot}}$ ,  $\bar{\varepsilon}_{P_S^{mot}}$ ,  $\bar{\varepsilon}_{T_T^{mot}}$ ,  $\underline{\varepsilon}_{b_{cz}}$ ,  $\underline{\varepsilon}_{P_T^{mot}}$ ,  $\underline{\varepsilon}_{P_S^{mot}}$  et  $\underline{\varepsilon}_{T_T^{mot}}$  sont définis par l’intermédiaire de tables. Leur définition nécessite une campagne de réglage dédiée à partir de données simulées et d’essais en vol. Les trois résidus associés aux mesures moteurs ne dépendent que de la qualité des mesures moteur et de la modélisation sous-jacente permettant de déduire les mesures virtuelles de pression statique et totale moteur. Une campagne de réglage est nécessaire mais celle-ci n’a cependant pas pu être menée au cours de la thèse par manque de données. En attendant, la suite du développement s’appuie sur des mesures virtuelles moteur simulées de précisions maîtrisées. La définition des tables définissant les seuils associés aux résidus moteur est donc susceptible d’être modifiée par la suite. Concernant la table définissant le seuil associé au biais de modélisation, celle-ci a été obtenue au moyen de données simulées déjà utilisées comme base de validation des lois de pilotage. L’ensemble des scénarios joués a permis d’obtenir les valeurs limites de  $b_{cz}$  sur tout le domaine de

vol en intégrant un ensemble représentatif de manœuvres. Le seuil de détection  $\bar{\varepsilon}_{b_{c_z}}$  finalement obtenu dépend de la configuration aérodynamique de l'avion et de la vitesse sol, et est majoré par un coefficient de sécurité afin de réduire la probabilité de fausses détections. Il est par ailleurs lié à la qualité du modèle de substitution associé au coefficient aérodynamique. En théorie, dans le cas d'un modèle parfait, l'estimé de cet état devrait être nul. Cependant, en plus des approximations provenant de l'utilisation d'un modèle de substitution, de nombreux phénomènes physiques, tels que des biais capteurs ou des simplifications dans la formulation de l'équation de portance, vont impacter l'estimation du biais de modélisation aérodynamique qui correspond alors plus largement à un biais de modèle. On choisit par conséquent de soustraire à chacun des résidus ses composantes basses fréquences. Dans le cas des résidus moteurs, cela se résume à l'application d'un filtre du 1<sup>er</sup> ordre avec une grande constante de temps (600 secondes). Concernant  $\varepsilon_{b_{c_z}}$ , on a choisi une méthode de calcul différente afin de permettre un recentrage systématique de ce dernier après chaque cas de panne ou de re-sélection de capteur. Pour cela,  $\varepsilon_{b_{c_z}}$  est défini à chaque instant  $t_k$  selon  $\varepsilon_{b_{c_z}}(t_k) = b_{c_z}(t_k)^{HF}$ , avec  $b_{c_z}^{HF}(t_k)$  obtenu en appliquant un filtre passe haut de constante de temps élevée au signal  $b_{c_z}$ .

#### 4.3.2.2 1<sup>er</sup> cas dégradé : l'absence des capteurs moteurs

Une fois qu'un type de capteur (cf. liste de la section 4.3.2) n'est plus disponible, on entre alors dans un mode de fonctionnement dégradé. Cette section traite de la perte des informations moteur. Deux cas sont à distinguer. Premièrement, la perte d'un des capteurs de pression moteur ( $P_{nac}$  ou  $P_{turb}$ ), conduisant à la perte des mesures virtuelles de pression statique ( $P_{S_{mot}}$ ) et de pression totale moteur ( $P_{T_{mot}}$ ). Deuxièmement la perte du capteur de température totale moteur ( $T_{T_{mot}}$ ), correspondant à l'indisponibilité de cette même mesure ainsi que des informations virtuelles de pressions. Dans la suite, lorsque l'on fera référence à l'indisponibilité des capteurs moteur, on considère qu'aucune mesure moteur (capteurs de pression et de température) n'est disponible. Ces informations jouaient un rôle majeur dans le processus de diagnostic précédemment présenté. Par conséquent, en leur absence, une nouvelle procédure de détection et d'isolation est nécessaire.

Sans les capteurs moteurs, le filtre estimateur permet toujours une bonne estimation des états puisque ces derniers n'étaient pas utilisés jusqu'à présent dans le processus d'estimation. Comme précédemment, les résidus, tout comme certains états se verront impactés en cas de panne, ce qui permet d'identifier l'apparition d'une panne. Son isolation sera cependant plus délicate surtout avec un algorithme utilisant un minimum de ressources en temps de calcul.

La solution choisie consiste à surveiller l'évolution des signaux utilisés en entrée du filtre estimateur après un traitement spécifique, décrit dans la suite de cette section, et à corrélérer toutes les incohérences décelées, comme des dynamiques trop prononcées, avec le résultat d'estimation. De cette façon, le filtre estimateur permet

de détecter l'apparition d'une panne, par le biais de ses résidus et de l'estimation du biais de modélisation, tandis que la surveillance des signaux permet d'isoler la source de la panne. Cette procédure permet d'identifier tous les cas de panne dont les dynamiques sont suffisamment prononcées, comme dans le cas de biais ou de certaines dérives. En revanche, des dérives très lentes resteront invisibles et la panne sera alors détectée mais non identifiée.

Pour l'isolation des pannes, les surveillances mises en place consistent à s'intéresser plus particulièrement aux signaux délivrés par les capteurs anémométriques.

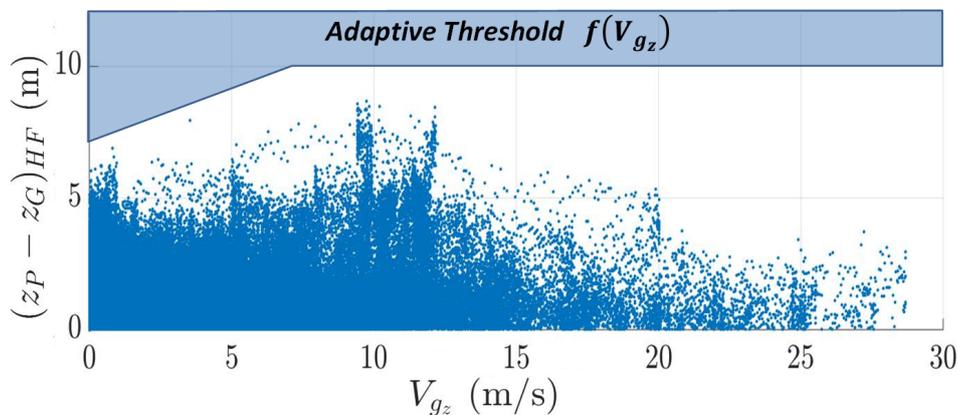


FIGURE 4.37 –  $(z_P - z_G)_{HF} = f(V_{g_z})$  et son seuil adaptatif correspondant - nuage de points établi sur 20 heures de vol

### La surveillance de la mesure de pression statique

La surveillance de la mesure de pression statique utilisée en entrée du filtre estimateur se base sur le signal  $\Delta_Z = z_P - z_G$  à partir duquel plusieurs indicateurs sont établis :

- On s'intéresse dans un premier temps aux composantes haute fréquence de  $\Delta_Z$ . Un filtre passe-haut de fréquence de coupure  $f_c = \pi/10$  Hz a été implanté afin d'obtenir un signal, noté  $\Delta_Z^{HF}$ , débarrassé d'une partie des composantes avion et atmosphère basse fréquence ( $< \pi/10$  Hz). Ce dernier est alors sensible à des perturbations atmosphériques (plus haute fréquence) ainsi qu'à certaines pannes sur la pression statique (la mesure d'altitude géométrique étant considérée suffisamment fiable). Une évaluation de sa plage de variation a été conduite dans différentes conditions, incluant de forts vents tridimensionnels et d'importantes fluctuations des gradients de pression et de température. Le résultat est illustré sur la Figure 4.37 sous la forme d'un nuage de points traduisant les valeurs de  $\Delta_Z^{HF}$  en fonction de la composante verticale de la vitesse sol  $V_{g_z}$ . Il en ressort qu'il est possible de construire un seuil adaptatif,

noté  $\bar{\Delta}_Z(V_{g_z})$  majorant l'ensemble des valeurs atteignables et admissibles. On peut donc considérer que toute valeur supérieure au seuil ainsi défini traduit un comportement anormal, pouvant être dû à l'apparition d'une panne sur le capteur de pression statique, une forte dynamique de l'avion ou à un gradient de pression local anormalement élevé. Néanmoins, seule la panne sera relevée en tant que faute par le filtre estimateur, conduisant à l'identification d'une panne sur la mesure de pression statique. Le gradient de pression local anormalement élevé sera quant à lui correctement estimé tandis que la forte dynamique avion n'aura aucun impact sur l'estimateur. Par précaution, on définit un second seuil, noté  $\underline{\Delta}_Z(V_{g_z})$ , plus strict et réglé au 2/3 du précédent, associé à  $\Delta_Z^{HF}$ . On considère que lorsque  $\Delta_Z^{HF} < \underline{\Delta}_Z(V_{g_z})$  les variations enregistrées sur le signal  $\Delta_Z^{HF}$  mettent hors de cause le capteur de pression statique si une panne est détectée par le filtre estimateur ( $\varepsilon_{b_{c_z}} > \bar{\varepsilon}_{b_{c_z}}$ ).

- Dans un second temps, on s'intéresse au taux de variation de  $\Delta_Z^{HF}$ , défini à chaque instant  $t$  selon  $\Delta_Z^2(t) = \Delta_Z^{HF}(t) - \Delta_Z^{HF}(t - \tau)$  avec  $\tau = 4$  s. De la même façon que précédemment, celui-ci est borné et il apparaît possible de définir un seuil dépendant de la distance au sol. Cette distance n'est cependant pas disponible avec une confiance suffisante car bien que l'altitude géométrique soit une grandeur fiable, l'altitude à laquelle se trouve le sol ne peut être considéré connu avec une confiance suffisante. On préférera alors se référer à la configuration aérodynamique de l'avion sachant que les phases de décollage et d'atterrissage s'effectuent toujours dans des configurations hypersustentées (becs et volets déployés). La Figure 4.38 rend compte de cette dépendance et la façon dont le seuil de détection, noté  $\bar{\Delta}_Z^2(conf)$  a été défini. Lorsqu'un écart supérieur au seuil est détecté, on se retrouve encore une fois dans une situation non nominale qui peut être due à la présence d'un gradient de pression exceptionnel, une forte dynamique avion ou à l'apparition d'une faute sur le capteur de pression statique. Comme dans le cas de  $\Delta_Z^{HF}$ , on définit un second seuil plus strict, noté  $\underline{\Delta}_Z^2(conf)$ . lorsque  $\Delta_Z^2 < \underline{\Delta}_Z^2(conf)$  les variations enregistrées sur le signal  $\Delta_Z^{HF}$  mettent hors de cause le capteur de pression statique si une panne est détectée par le filtre estimateur ( $\varepsilon_{b_{c_z}} > \bar{\varepsilon}_{b_{c_z}}$ ).

Les deux signaux précédents permettent de détecter l'apparition d'anomalies sur la mesure de pression statique. On élabore alors un unique indicateur de panne unique  $\text{Ind}_{P_S}$ , défini selon la logique :

$$\Delta_Z^{HF}(t) > \bar{\Delta}_Z(t) \quad \text{ou} \quad \Delta_Z^2(t) > \bar{\Delta}_Z^2(t) \quad \Rightarrow \quad \text{Ind}_{P_S} = 1 \quad (4.72)$$

Pour que les anomalies détectées soient ensuite identifiées en tant que panne sur la mesure de pression statique, il est nécessaire qu'une incohérence ait été détectée par le filtre estimateur ( $\varepsilon_{b_{c_z}} > \bar{\varepsilon}_{b_{c_z}}$ ). D'autres conditions, répertoriées dans les tables de signature qui suivront dans la suite de cette section, seront nécessaires en fonction des capteurs disponibles.

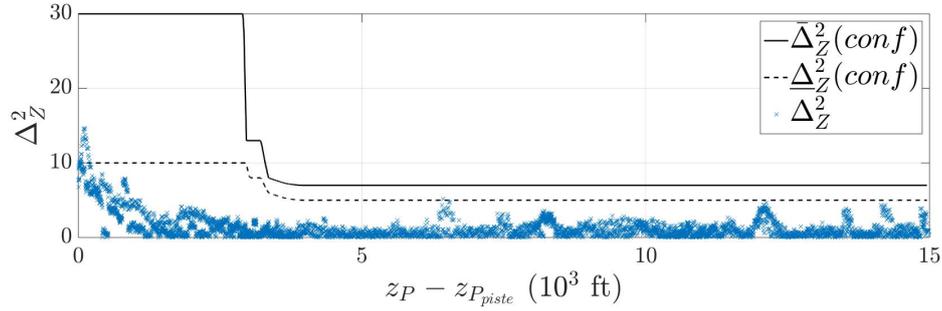


FIGURE 4.38 –  $\Delta_Z^2 = f(z_P - z_{P_{piste}})$  et son seuil adaptatif  $\bar{\Delta}_Z^2(conf)$  correspondant - nuage de points établi sur 2 essais en vol

De même, en cas de détection de panne, on peut mettre hors de cause le capteur de pression statique si aucun des deux seuils inférieurs  $\underline{\Delta}_Z(V_{gz})$  et  $\underline{\Delta}_Z^2(conf)$  n'est outrepassé. On construit donc un second indicateur, nommé indicateur de validité et noté  $\text{Ind}_{P_S}^V$  selon la logique :

$$\Delta_Z^{HF}(t) < \underline{\Delta}_Z(t) \quad \text{et} \quad \Delta_Z^2(t) < \underline{\Delta}_Z^2(t) \quad \Rightarrow \quad \text{Ind}_{P_S}^V = 1 \quad (4.73)$$

La robustesse de la détection est ainsi améliorée dans la mesure où elle nécessite une confirmation par 2 moyens différents.

En pratique, la validation de l'algorithme décrite au Chapitre 5 a conduit à une modification des seuils  $\bar{\Delta}_Z$ ,  $\bar{\Delta}_Z^2$ ,  $\underline{\Delta}_Z$  et  $\underline{\Delta}_Z^2$  dans des cas d'enchaînement de pannes spécifiques. Le détail de ces modifications est abordé à la section 5.2.4.

### La surveillance de la mesure de pression totale

De la même façon que pour les capteurs de pression statique, la surveillance de la mesure de pression totale peut se faire par l'intermédiaire d'une méthode de traitement du signal relativement simple. Elle se base sur le signal  $\Delta M_{P_T}$  exprimé selon la relation 4.74 :

$$\Delta M_{P_T} = M_m - M_g \quad (4.74)$$

où  $M_m$  correspond au nombre de Mach mesuré à partir de la mesure de pression totale et de pression statique, selon la relation 4.75, et  $M_g$  correspond à la mesure d'une grandeur semblable au nombre de Mach, calculé à partir de la vitesse sol, selon la relation :

$$M_m = \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \left[ \left( \frac{P_{T_m}}{P_{S_m}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} - 1 \right]} \quad (4.75)$$

$$M_g = \frac{V_g}{\sqrt{\gamma \cdot R \cdot \hat{T}_S^c}} \quad (4.76)$$

avec  $\hat{T}_S^c$  une estimation de la température statique, obtenue par les relations 4.82 et 4.83.

À partir de  $\Delta M_{P_T}$ , plusieurs indicateurs sont établis :

- On s'intéresse dans un premier temps aux composantes haute fréquence de  $\Delta M_{P_T}$ . Un filtre passe-haut de fréquence de coupure  $f_c = \pi/10$  Hz a été implanté afin d'obtenir un signal, noté  $\Delta M^{HF}$ , débarrassé d'une partie des composantes avion et atmosphère basse fréquence ( $< \pi/10$  Hz). Ce dernier est alors sensible à des perturbations atmosphériques (plus haute fréquence) ainsi qu'à certaines pannes sur la pression totale (la mesure d'altitude géométrique étant considérée suffisamment fiable). Une évaluation de sa plage de variation a été conduite dans différentes conditions, incluant de forts vents tridimensionnels et d'importantes fluctuations des gradients de pression et de température. Le résultat est illustré sur la Figure 4.39 sous la forme d'un nuage de points traduisant les valeurs de  $|\Delta M^{HF}|$  obtenues sur environ 20 heures de vol en fonction du facteur de charge vertical (retranché de la composante du poids). Une étude approfondie a permis de conclure qu'une partie des variations prononcées sur  $\Delta M^{HF}$  sont liées à de fortes valeurs sur  $|n_{Z_1} - 1|$ . Le seuil adaptatif, noté  $\bar{\Delta}_{M_P}(n_z)$ , majorant l'ensemble des valeurs atteignables et admissibles, a donc été défini en fonction des valeurs du facteur de charge vertical. On peut ainsi considérer que toute valeur supérieure au seuil traduit un comportement anormal, pouvant être dû à l'apparition d'une faute sur le capteur de pression totale, une forte dynamique de l'avion ou à un gradient de pression local anormalement élevé. Néanmoins, seule la panne sera relevée en tant que faute par le filtre estimateur, conduisant à l'identification d'une panne sur la mesure de pression totale. Le gradient de pression local anormalement élevé sera quant à lui correctement estimé tandis que la forte dynamique avion n'aura aucun impact sur l'estimateur. Par précaution, on définit un second seuil, noté  $\underline{\Delta}_{M_P}(n_z)$ , plus strict et réglé au 2/3 du précédent. On considère que lorsque  $\Delta M_{P_T}^{HF} < \underline{\Delta}_{M_P}(n_z)$  les variations enregistrées sur le signal  $\Delta M_{P_T}^{HF}$  mettent hors de cause le capteur de pression totale si une panne est détectée par le filtre estimateur ( $\varepsilon_{b_{c_z}} > \bar{\varepsilon}_{b_{c_z}}$ ).
- Dans un second temps, on s'intéresse au taux de variation de  $\Delta M_{P_T}^{HF}$ , défini à chaque instant  $t$  selon  $\Delta_M^2(t) = \Delta M_{P_T}^{HF}(t) - \Delta M_{P_T}^{HF}(t - \tau)$  avec  $\tau = 4$  s. De la même façon que précédemment, celui-ci est borné et il apparait possible de définir un seuil dépendant de la distance au sol. Cette distance n'est cependant pas disponible avec une confiance suffisante car bien que l'altitude géométrique soit une grandeur fiable, l'altitude à laquelle se trouve le sol ne peut être considérée connue avec une confiance suffisante. On préférera alors

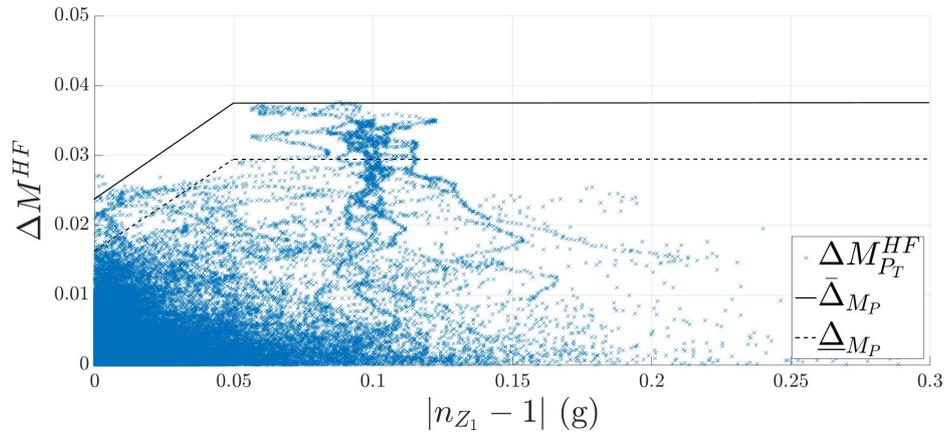


FIGURE 4.39 –  $\Delta M^{HF} = f(|n_{Z_1} - 1|)$  - nuage de points établi sur 2 essais en vol

se référer à la configuration aérodynamique de l'avion sachant que les phases de décollage et d'atterrissage s'effectuent toujours dans des configurations hypersustentées (becs et volets déployés). La Figure 4.40 rend compte de cette dépendance et la façon dont le seuil de détection, noté  $\bar{\Delta}_M^2(conf)$  a été défini. Lorsqu'un écart supérieur au seuil est détecté, on se retrouve encore une fois dans une situation non nominale qui peut être due à la présence d'un gradient de pression exceptionnel, une forte dynamique avion ou à l'apparition d'une faute sur le capteur de pression totale. Comme dans le cas de  $\Delta M_{P_T}^{HF}$ , on définit un second seuil plus strict, noté  $\underline{\Delta}_M^2(conf)$ . lorsque  $\Delta_M^2 < \underline{\Delta}_M^2(conf)$  les variations enregistrées sur le signal  $\Delta M_{P_T}^{HF}$  mettent hors de cause le capteur de pression totale si une panne est détectée par le filtre estimateur ( $\varepsilon_{b_{c_z}} > \bar{\varepsilon}_{b_{c_z}}$ ).

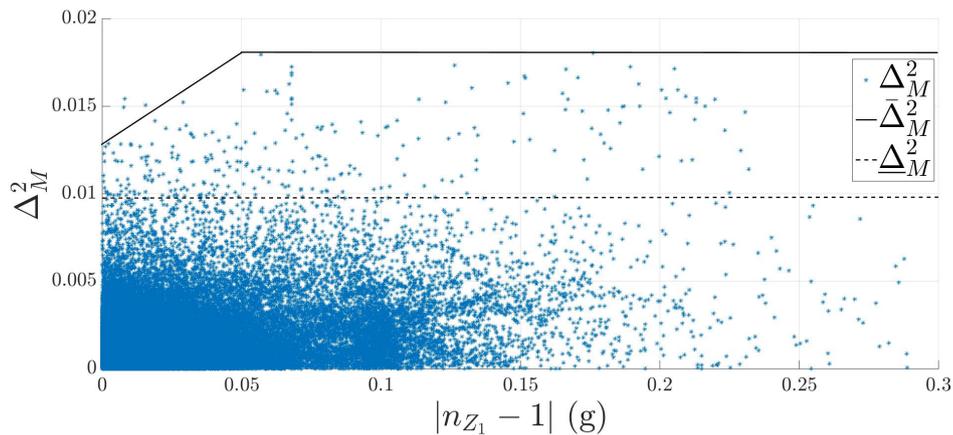


FIGURE 4.40 –  $\Delta_M^2 = f(|n_{Z_1} - 1|)$  - nuage de points établi sur 2 essais en vol

Les deux précédents signaux permettent de détecter l'apparition d'anomalies sur la mesure de pression totale. On élabore alors un unique indicateur de panne unique

$\text{Ind}_{P_T}$ , défini selon la logique :

$$\Delta M_{P_T}^{HF}(t) > \bar{\Delta}_{M_P}(t) \quad \text{ou} \quad \Delta_M^2(t) > \bar{\Delta}_M^2(t) \Rightarrow \text{Ind}_{P_T} = 1 \quad (4.77)$$

Pour que les anomalies détectées soient ensuite identifiées en tant que panne sur la mesure de pression totale, il est nécessaire qu'une incohérence ait été détectée par le filtre estimateur ( $\varepsilon_{b_{c_z}} > \bar{\varepsilon}_{b_{c_z}}$ ). D'autres conditions, répertoriées dans les tables de signature qui suivront dans la suite de cette section, seront nécessaires en fonction des capteurs disponibles.

De même, en cas de détection de panne, on peut mettre hors de cause le capteur de pression totale si aucun des deux seuils inférieurs  $\underline{\Delta}_{M_P}(conf)$  et  $\underline{\Delta}_M^2(conf)$  n'est outrepassé. On construit donc un second indicateur, nommé indicateur de validité et noté  $\text{Ind}_{P_T}^V$  selon la logique :

$$\text{Si} \quad \Delta M_{P_T}^{HF}(t) < \underline{\Delta}_{M_P}(t) \quad \text{et} \quad \Delta_M^2(t) < \underline{\Delta}_M^2(t) \Rightarrow \text{Ind}_{P_T}^V = 1 \quad (4.78)$$

La robustesse de la détection est ainsi améliorée dans la mesure où elle nécessite une confirmation par 2 moyens différents.

En pratique, la validation de l'algorithme décrite au Chapitre 5 a conduit à une modification des seuils  $\bar{\Delta}_{M_P}$ ,  $\bar{\Delta}_M^2$ ,  $\underline{\Delta}_{M_P}$  et  $\underline{\Delta}_M^2$  dans des cas d'enchaînement de pannes spécifiques. Le détail de ces modifications est abordé à la section 5.2.4.

### La surveillance de la mesure de température totale

Le cas de panne sur la température totale doit être traité différemment. En effet, la structure du filtre estimateur fait qu'en cas de panne sur cette mesure, ce sont les états  $\Delta_{ISA}$  et  $z_C$  qui sont altérés et non l'estimation du biais de modélisation. Cependant, il n'est pas facile de définir des seuils sur ces variables sans risquer d'invalider la mesure de température totale par erreur, étant donné qu'aucun autre paramètre ne permet de confirmer le diagnostic. Il n'est donc pas possible d'appliquer le même principe d'isolation. En conséquence, on a recours à une approche légèrement différente consistant à calculer plusieurs nombres de Mach à partir de sources dissimilaires :

$$M_{P_T P_S} = \sqrt{5 \left[ \left( \frac{P_T}{P_S} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]} \quad (4.79)$$

$$M_{n_z} = \sqrt{\frac{2m \cdot g \cdot n_{z_1} \cos(\alpha)}{(\gamma-1)S \cdot P_S C_Z} - n_{x_1} \tan(\alpha)} \quad (4.80)$$

$$M_{T_T} = \sqrt{5 \left( \frac{T_T}{T_S^c} - 1 \right)} \quad (4.81)$$

Un premier nombre de Mach, noté  $M_{P_T P_S}$ , est défini selon les mesures de pression statique et de pression totale par la relation 4.79. Un second nombre de Mach, noté  $M_{n_z}$ , est calculé à partir de l'équation de portance, des mesures capteurs et de l'estimation du coefficient de portance. Enfin un troisième nombre de Mach, noté  $M_{T_T}$ , est calculé à partir de la mesure de température totale et d'une température statique estimée sous contrainte, noté  $\hat{T}_S^c$ . En effet, la température statique ne pouvant pas être directement mesurée, on a recours aux estimés des états  $\Delta_{ISA}$  et  $z_C$ , délivrés par le filtre de Kalman, pour son calcul selon la relation 4.82, obtenue en injectant 4.9 dans eqn :Ts :

Si  $z_G < 11$  km

$$\hat{T}_S^c = T_0 + G_{z_{T_0}} (z_P - \hat{z}_C^c) \left( 1 + \frac{\hat{\Delta}_{ISA}^c}{T_0} \right) + \hat{\Delta}_{ISA}^c \quad (4.82)$$

sinon

$$\hat{T}_S^c = T_{TP} + \hat{\Delta}_{ISA}^c$$

avec à chaque pas de temps :

Si  $\varepsilon_{b_{c_z}}(t) < \kappa_{TT} \cdot \bar{\varepsilon}_{b_{c_z}}(t)$

$$\hat{\Delta}_{ISA}^c(t) = \hat{\Delta}_{ISA}^c(t)$$

$$\hat{z}_C^c(t) = \hat{z}_C^c(t)$$

(4.83)

sinon

$$\hat{\Delta}_{ISA}^c(t) = \hat{\Delta}_{ISA}^c(t-1)$$

$$\hat{z}_C^c(t) = \hat{z}_C^c(t-1)$$

avec  $\kappa_{TT} = 1/3$ . De cette façon, la température statique est déduite des dernières valeurs obtenues pour les états  $\Delta_{ISA}$  et  $z_C$ . Cependant, afin de rendre le nombre de Mach  $M_{T_T}$  insensible à tout autre panne que celles pouvant survenir sur le capteur de température totale, une condition supplémentaire à été rajoutée ( $\varepsilon_{b_{c_z}}(t) < \kappa_{TT} \cdot \bar{\varepsilon}_{b_{c_z}}(t)$ ). En effet, une faute encore non détectée portant sur la mesure d'incidence, de pression totale ou de pression statique peut entraîner une erreur d'estimation non négligeable des états atmosphériques  $\Delta_{ISA}$  et  $z_C$  et donc polluer le nombre de Mach  $M_{T_T}$ . Pour y remédier, on décide de calculer la température statique  $T_S^c$  à partir des estimations courantes de  $\Delta_{ISA}$  et  $z_C$  sous condition que l'on fasse suffisamment confiance aux autres capteurs (capteurs d'incidence, de pression totale et de pression statique). Cette confiance se traduit par de faibles valeurs pour  $\hat{b}_{c_z}$ . Ainsi, une faible valeur ( $\kappa_{TT} = 1/3$ ) implique une forte cohérence, et donc l'absence de panne, entre

les mesures issues des capteurs d'incidence, de pression totale et de pression statique. On effectue ensuite une comparaison des nombres de Mach en construisant deux variables  $\Delta M_{T_T/P_T P_S}$  et  $\Delta M_{T_T/n_z}$  selon les relations 4.84 et 4.85 :

$$\Delta M_{T_T/P_T P_S} = |M_{T_T} - M_{P_T P_S}| \quad (4.84)$$

$$\Delta M_{T_T/n_z} = |M_{T_T} - M_{n_z}| \quad (4.85)$$

Une valeur trop importante d'une de ces deux variables ( $\Delta M > \bar{\Delta M}$ ) traduit une incohérence des mesures, ce qui peut se produire aussi lorsqu'un des capteurs anémométriques ou clinométriques est en faute. Cependant si l'estimation du biais de modèle est nominale (considérée comme telle lorsque  $\varepsilon_{b_{c_z}} < 1/3 \cdot \bar{\varepsilon}_{b_{c_z}}$ , traduisant la validité des capteurs de pressions et de la mesure d'incidence), l'incohérence peut être affectée à la mesure de température totale. On formule alors l'indicateur de panne sur la  $T_T$ , noté  $\text{Ind}_{T_T}$ , selon :

$$\begin{aligned} \text{Si } \varepsilon_{b_{c_z}}(t) < 1/3 \cdot \bar{\varepsilon}_{b_{c_z}}(t) \text{ et } (\Delta M_{T_T/P_T P_S} > \bar{\Delta M} \text{ ou } \Delta M_{T_T/n_z} > \bar{\Delta M}) \\ \text{Ind}_{T_T} &= 1 \\ \text{sinon} \\ \text{Ind}_{T_T} &= 0 \end{aligned} \quad (4.86)$$

### L'isolation des pannes sur l'incidence et sur les capteurs anémométriques

En résumé, trois indicateurs, notés  $\text{Ind}_{P_S}$ ,  $\text{Ind}_{P_T}$  et  $\text{Ind}_{T_T}$  ont été développés sur la base des signaux  $\Delta_\tau M(t)$ ,  $\Delta_Z(t)$  et  $\Delta_Z^2(t)$  (et de leurs seuils respectifs) ainsi que des variables  $\Delta M_{T_T/P_T P_S}$  et  $\Delta M_{T_T/n_z}$ . Concernant les capteurs de pressions et la mesure d'incidence, lorsque le filtre estimateur produit un symptôme de panne au travers du biais de modélisation (i.e  $\varepsilon_{b_{c_z}} > \bar{\varepsilon}_{b_{c_z}}$ ), l'isolation s'appuie sur la valeur des indicateurs  $\text{Ind}_{P_S}$  et  $\text{Ind}_{P_T}$ . Si les deux sont nuls, on en déduit que la panne provient des sondes d'incidence ou bien qu'elle est trop basse fréquence pour être correctement isolée. Pour lever l'ambiguïté, on définit donc un dernier indicateur, noté  $\text{Ind}_{BF}$ , décrit ci-dessous, qui dépend de la dynamique d'évolution du biais de modèle estimé. Dans le cas d'une panne se caractérisant par une dynamique d'évolution trop lente au regard des temps caractéristiques des filtres passe-haut définis précédemment (i.e. la bande passante de la panne est inférieure à la fréquence de coupure  $f_c = \pi/10$  Hz des filtres passe-haut),  $\text{Ind}_{BF} = 1$  ce qui signifie que la panne détectée ne peut pas être isolée. Les composantes de la panne sont en fait filtrées par les filtres passe-haut et ne transparaissent donc pas sur les signaux surveillés. Par contre si la dynamique de la panne est suffisamment importante (i.e. la bande passante de la panne inclut des fréquences supérieures à la fréquence de coupure

$f_c = \pi/10$  Hz des filtres passe-haut),  $\text{Ind}_{BF} = 0$  et on peut alors isoler la panne sur la mesure d'incidence. Concernant l'isolation d'une panne sur la température totale, l'indicateur  $\text{Ind}_{T_T}$  rend directement compte de son statut. La table 4.5 résume la logique d'isolation globale qui vient d'être présentée.

	$\varepsilon_{b_{c_z}}$	$\text{Ind}_{BF}$	$\text{Ind}_{P_S}$	$\text{Ind}_{P_T}$	$\text{Ind}_{T_T}$	$\text{Ind}_{P_S}^V$
$\alpha$	$> \bar{\varepsilon}_{b_{c_z}}$	0	0	0	-	1
$P_T$	$> \bar{\varepsilon}_{b_{c_z}}$	0	0	1	-	1
$P_S$	-	0	1	-	-	0
$T_T$	$< \underline{\varepsilon}_{b_{c_z}}$	-	0	0	1	1

TABLE 4.5 – Table de signatures des pannes dans le cas dégradé sans capteur moteur

La détermination de la valeur associée à l'indicateur  $\text{Ind}_{BF}$  revient à identifier si la bande passante de la panne rencontrée inclut des fréquences supérieures ou inférieures à la fréquence de coupure des filtres passe-haut utilisés. Pour ce faire, on se réfère au biais de modélisation estimé  $\hat{b}_{C_z}$  puisque celui-ci est altéré par toute panne sur les capteurs d'incidence, de pression statique ou de pression totale. En effet, les incohérences entre les différentes mesures, qui rejaillissent essentiellement sur l'équation de portance, sont rejetées en grande partie sur l'estimation du biais de modèle et sur les résidus du filtre estimateur. Plusieurs moyens pratiques peuvent être employés pour quantifier la dynamique de la panne rencontrée. Une première possibilité consiste à avoir recours à un filtre pseudo-dérivateur afin de déterminer la vitesse de variation du biais de modélisation. On peut ensuite définir expérimentalement la pente minimum nécessaire, lorsque  $\varepsilon_{b_{c_z}}$  prend des valeurs proches de  $\bar{\varepsilon}_{b_{c_z}}$ , pour assurer son isolation ( $\text{Ind}_{BF} = 0$ ). Un second moyen consiste à calculer le temps nécessaire à  $\varepsilon_{b_{c_z}}$  pour passer de  $\bar{\varepsilon}_{b_{c_z}}$  à  $\bar{\varepsilon}_{b_{c_z}} + \Delta_\varepsilon$ . De même, on peut régler expérimentalement le temps minimum nécessaire en fonction du choix de  $\Delta_\varepsilon$  pour permettre son isolation ( $\text{Ind}_{BF} = 0$ ). Si les conditions d'isolation ne sont pas respectées ( $\text{Ind}_{BF} = 1$ ), la panne détectée ne pourra pas être identifiée. En raison de son efficacité et de sa faible complexité, seule la seconde approche a été implantée pour la détermination de l'indicateur  $\text{Ind}$ .

Le réglage de la valeur limite fonction de  $\Delta_\varepsilon$  est obtenue expérimentalement en utilisant l'outil de validation présenté à la section 5.2.1.1. Il permet de simuler en grand nombre de panne de tout type sur tout le domaine de vol. On règle ainsi le temps minimum de détection nécessaire en simulant des embarquements lents de sources diverses sur tout le domaine de vol. Chaque simulation permet de recueillir le temps nécessaire à  $\varepsilon_{b_{c_z}}$  pour passer de  $\bar{\varepsilon}_{b_{c_z}}$  à  $\bar{\varepsilon}_{b_{c_z}} + \Delta_\varepsilon$ , l'altitude de détection et les conclusions de l'algorithme sur la panne isolée (bonne ou mauvaise isolation). On obtient finalement un temps minimum de détection fonction de l'altitude.

### 4.3.2.3 2<sup>ème</sup> cas dégradé : panne des sondes d'incidence

En cas d'indisponibilité des trois sondes d'incidence, l'algorithme de surveillance consacré aux capteurs restants est très similaire à celui du cas nominal. L'algorithme d'estimation permet de reconstruire l'incidence au travers de la fusion de données dans laquelle l'équation de portance joue un rôle prédominant, en figeant alors le biais de modélisation qui n'est donc plus estimé (comme spécifié dans la section 2.2 sur l'observabilité). La détection et l'isolation d'une nouvelle panne ne s'effectue dès lors plus que par l'intermédiaire des résidus moteurs 4.71 générés précédemment et au moyen de la table de signatures 4.6.

	$\varepsilon_{P_T}^{mot}$	$\varepsilon_{P_S}^{mot}$	$\varepsilon_{T_T}^{mot}$
$P_T$	$> \bar{\varepsilon}_{P_T}^{mot}$	$< \underline{\varepsilon}_{P_S}^{mot}$	$< \underline{\varepsilon}_{T_T}^{mot}$
$P_S$	$< \underline{\varepsilon}_{P_T}^{mot}$	$> \bar{\varepsilon}_{P_S}^{mot}$	$< \underline{\varepsilon}_{T_T}^{mot}$
$T_T$	$< \underline{\varepsilon}_{P_T}^{mot}$	$< \underline{\varepsilon}_{P_S}^{mot}$	$> \bar{\varepsilon}_{T_T}^{mot}$
$T_{T_{mot}}$	$> \bar{\varepsilon}_{P_T}^{mot}$	$> \bar{\varepsilon}_{P_S}^{mot}$	$> \bar{\varepsilon}_{T_T}^{mot}$
$P_{turb} P_{nac}$	$> \bar{\varepsilon}_{P_T}^{mot}$	$> \bar{\varepsilon}_{P_S}^{mot}$	$< \underline{\varepsilon}_{T_T}^{mot}$

TABLE 4.6 – Table de signatures des pannes dans le cas dégradé en l'absence de sonde d'incidence

### 4.3.2.4 3<sup>ème</sup> cas dégradé : panne des sondes de pression totale

En cas d'indisponibilité des trois capteurs de pression totale avion, on remplace la mesure de pression totale avion utilisée jusqu'alors en entrée du filtre estimateur par la mesure virtuelle de pression totale issue des capteurs moteur. La précision de ces deux mesures étant différente, le réglage de la matrice de covariance des bruits de mesure est adapté ( $\sigma_{P_T}$  est remplacé par  $\sigma_{P_{T_{mot}}} = 0.3 \text{ mbar}$  dans la matrice  $R$  présentée à la section 4.2.4). La détection et l'isolation des nouvelles pannes est ensuite assurée en se référant à la table de signatures 4.7. On constate que deux types de panne ont une signature similaire. Il s'agit des pannes sur la pression statique  $P_S$  et sur les pressions moteur  $P_{turb}$  et  $P_{nac}$ . Pour les dissocier, on s'appuie sur l'indicateur  $\text{Ind}_{P_S}$  généré dans le 1<sup>er</sup> cas dégradé. Ce dernier permet de lever l'indétermination pour les cas de panne suffisamment haute fréquence.

Pour déterminer la dynamique limite permettant de faire cette distinction, un compteur, noté  $C_{P_S SD}$ , a été développé. Ce dernier évalue le temps nécessaire pour que le résidu  $\varepsilon_{P_S}^{mot}$  atteigne  $\bar{\varepsilon}_{P_S}^{mot}$  depuis la limite  $0.9 \times \bar{\varepsilon}_{P_S}^{mot}$ . Une durée trop importante traduit une panne de type dérive lente, pouvant potentiellement ne pas permettre l'isolation de la panne. Dans ce cas, l'algorithme de détection conclut à une panne non identifiée affectant soit les capteurs de pression statique, soit les capteurs de pression moteur. Un nouvel indicateur, noté  $\text{Ind}_{P_S SD}$ , est défini afin

	$\varepsilon_{b_{cz}}$	$\varepsilon_{P_S^{mot}}$	$\varepsilon_{T_T^{mot}}$
$\alpha$	$> \bar{\varepsilon}_{b_{cz}}$	$< \underline{\varepsilon}_{P_S^{mot}}$	$< \underline{\varepsilon}_{T_T^{mot}}$
$P_S$	-	$> \bar{\varepsilon}_{P_S^{mot}}$	$< \underline{\varepsilon}_{T_T^{mot}}$
$T_T$	$< \underline{\varepsilon}_{b_{cz}}$	$< \underline{\varepsilon}_{P_S^{mot}}$	$< \bar{\varepsilon}_{T_T^{mot}}$
$T_{T_{mot}}$	$> \underline{\varepsilon}_{b_{cz}}$	$> \underline{\varepsilon}_{P_S^{mot}}$	$> \bar{\varepsilon}_{T_T^{mot}}$
$P_{turb} P_{nac}$	-	$> \bar{\varepsilon}_{P_S^{mot}}$	$< \underline{\varepsilon}_{T_T^{mot}}$

TABLE 4.7 – Table de signatures des pannes dans le cas dégradé en l’absence de capteur de pression totale

de rendre compte de l’impossibilité d’isoler cette panne. Le seuil de non détection permettant d’assurer une bonne isolation sans fausse alarme est déterminé expérimentalement, par une validation de type Monte Carlo, sur plusieurs milliers de cas de panne de type pression statique ou pression moteur, subséquente à une panne des capteurs de pression totale.

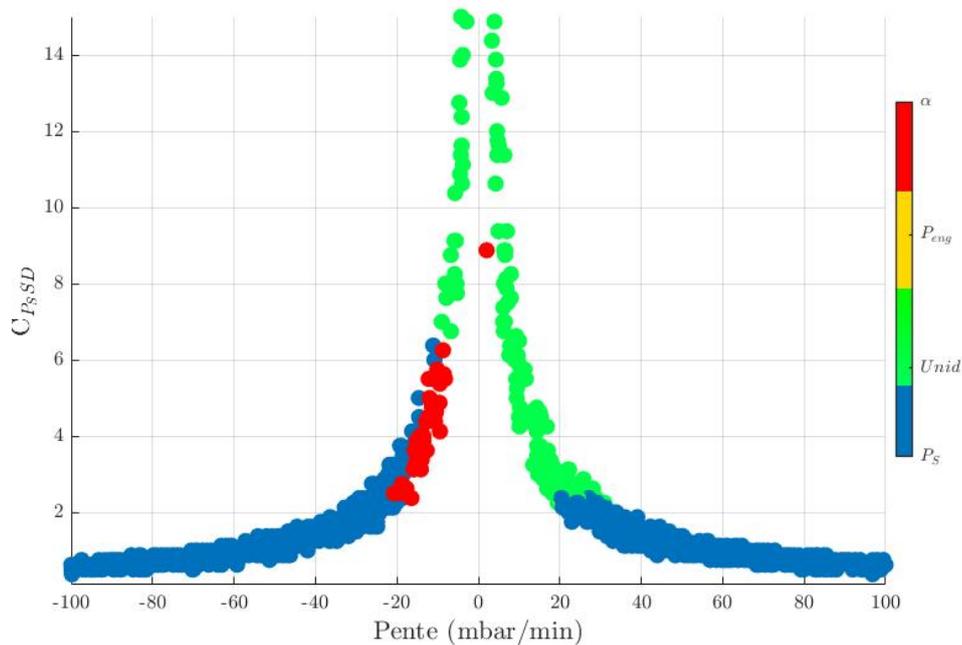


FIGURE 4.41 –  $C_{P_S,SD}$  exprimé en fonction de la pente et de la panne finalement isolée sur 1000 cas de panne de type dérive lente sur la mesure de pression statique entre -100 et 100 mbar/min

La Figure 4.41 visualise un exemple de résultat obtenu en traitant 1000 cas de

panne de type dérive sur le capteur de pression statique avec des pentes variant entre -100 et 100 mbar/min sur tout le domaine de vol (les pannes de plus grandes amplitudes étant correctement isolées). Cette Figure a été tracée avant le réglage des seuils  $\underline{\varepsilon}_{P_S^{mot}}$  et  $C_{P_S SD}$  afin d'identifier leur valeur optimale. En bleu apparaissent les pannes effectivement isolées sur le capteur de pression statique tandis que des mauvaises isolations portant sur l'incidence et les pressions moteurs apparaissent respectivement en rouge et en jaune. L'isolation de panne sur l'incidence permet de définir les valeurs limites associées au seuil  $\underline{\varepsilon}_{P_S^{mot}}$ . Enfin les cas de détection ne permettant pas une identification de la source ( $\text{Ind}_{unid} = 1$ ) sont représentés en vert. La valeur limite du compteur  $C_{P_S SD}$  est déduite de façon à ne pas conduire à une mauvaise isolation. En ce sens, la connaissance du type de panne permet d'observer les valeurs du compteur correspondant à une isolation incorrecte (panne sur les pressions moteur). On en déduit la valeur du seuil  $C_{P_S SD}^{lim} = 2.125$ .

La mesure de pression totale moteur étant désormais utilisée en entrée du filtre estimateur, elle remplace également la mesure avion dans les algorithmes de détection dédiés à la mesure de pression totale. Afin de vérifier la validité de ce capteur, on dispose de l'indicateur  $\text{Ind}_{P_T}$ . Lorsque ce dernier prend une valeur non nulle (signalant une anomalie sur au moins un capteur moteur  $P_{nac}$ ,  $P_{turb}$  ou  $T_{Tmot}$ ), que le résidu sur le capteur de pression statique moteur signale un dysfonctionnement ( $\varepsilon_{P_S^{mot}} > \bar{\varepsilon}_{P_S^{mot}}$  signifiant que soit le capteur de pression statique avion, soit au moins un des capteurs moteurs est en panne) contrairement au résidu sur le capteur de température totale moteur ( $\varepsilon_{T_T^{mot}} > \bar{\varepsilon}_{T_T^{mot}}$  signifiant que les mesures des capteurs de température avion et moteur sont cohérentes), et que le capteur de pression statique est valide ( $\text{Ind}_{P_S}^V = 1$ , obtenu si les conditions  $\Delta_Z^{HF} < \underline{\Delta}_Z^{HF}(conf)$  et  $\Delta_Z^2 < \underline{\Delta}_Z^2(conf)$  sont satisfaites), on en déduit que la panne détectée provient des capteurs de pression moteur  $P_{nac}$  et/ou  $P_{turb}$ . Le Tableau 4.8 permet finalement de résumer l'ensemble des signatures possibles pour l'isolation de nouvelles pannes en l'absence de mesure de pression totale avion.

	$\varepsilon_{b_{cz}}$	$\varepsilon_{P_S^{mot}}$	$\varepsilon_{T_T^{mot}}$	$\text{Ind}_{P_S}$	$\text{Ind}_{P_S}^V$	$\text{Ind}_{P_T}$	$\text{Ind}_{P_S SD}$
$\alpha$	$> \bar{\varepsilon}_{b_{cz}}$	$< \underline{\varepsilon}_{P_S^{mot}}$	$< \underline{\varepsilon}_{T_T^{mot}}$	0	1	0	-
$P_S$	-	$> \bar{\varepsilon}_{P_S^{mot}}$	$< \underline{\varepsilon}_{T_T^{mot}}$	1**	0	0	0**
$T_T$	$< \underline{\varepsilon}_{b_{cz}}$	$< \underline{\varepsilon}_{P_S^{mot}}$	$> \bar{\varepsilon}_{T_T^{mot}}$	0	1	0	-
$T_{Tmot}$	$> \underline{\varepsilon}_{b_{cz}}$	$> \underline{\varepsilon}_{P_S^{mot}}$	$> \bar{\varepsilon}_{T_T^{mot}}$	0	1	-	-
$P_{turb} P_{nac}$	-	$> \bar{\varepsilon}_{P_S^{mot}}$	$< \underline{\varepsilon}_{T_T^{mot}}$	0	1	1*	0*

TABLE 4.8 – Table de signatures des pannes incluant l'ensemble des indicateurs dans le cas dégradé en l'absence de capteur de pression totale. Les cas 1\*, 0\* et 1\*\*, 0\*\* de la seconde et dernière ligne signifient que seule une de ces deux conditions est nécessaire

4.3.2.5 4<sup>ème</sup> cas dégradé : panne des sondes de pression statique

De la même façon qu'en l'absence de capteur de pression totale, on remplace la mesure de pression statique par la mesure virtuelle moteur. La précision de ces deux mesures étant différente, le réglage de la matrice de covariance des bruits de mesure est adapté ( $\sigma_{P_S}$  est remplacé par  $\sigma_{P_{S_{mot}}} = 0.35 \text{ mbar}$  dans la matrice R présentée à la section 4.2.4). La table de signatures 4.9 fournit la logique d'isolation des pannes pouvant être rencontrées par la suite.

	$\varepsilon_{b_{cz}}$	$\varepsilon_{P_T^{mot}}$	$\varepsilon_{T_T^{mot}}$	Ind $P_T$	Ind $P_S$	Ind $P_S^V$
$\alpha$	$> \bar{\varepsilon}_{b_{cz}}$	$< \underline{\varepsilon}_{P_T^{mot}}$	$< \underline{\varepsilon}_{T_T^{mot}}$	-	-	-
$P_T$	$> \bar{\varepsilon}_{b_{cz}}$	$> \bar{\varepsilon}_{P_T^{mot}}$	$< \underline{\varepsilon}_{T_T^{mot}}$	1	0	1
$T_T$	$< \underline{\varepsilon}_{b_{cz}}$	$< \underline{\varepsilon}_{P_T^{mot}}$	$> \bar{\varepsilon}_{T_T^{mot}}$	0	0	-
$T_{T_{mot}}$	$> \underline{\varepsilon}_{b_{cz}}$	$> \underline{\varepsilon}_{P_T^{mot}}$	$> \bar{\varepsilon}_{T_T^{mot}}$	-	-	-
$P_{turb} P_{nac}$	$< \underline{\varepsilon}_{b_{cz}}$	$> \bar{\varepsilon}_{P_T^{mot}}$	$< \underline{\varepsilon}_{T_T^{mot}}$	-	1	-

TABLE 4.9 – Table de signatures des pannes dans le cas dégradé en l'absence de capteur de pression statique

4.3.2.6 5<sup>ème</sup> cas dégradé : panne des sondes de température totale

Lorsque le capteur de température totale n'est plus disponible, on utilise en entrée du filtre estimateur et des algorithmes de détection la mesure de température totale moteur, qui sera notamment utilisée pour l'évaluation de l'indicateur Ind $T_T$ . Le réglage du filtre estimateur n'est pas modifié car les mesures de température totale avion et moteur ont des précisions identiques ( $\sigma_{T_T} = \sigma_{T_{T_{mot}}}$ ). L'apparition d'une nouvelle panne est caractérisée au moyen de la table de signatures 4.10.

	$\varepsilon_{b_{cz}}$	$\varepsilon_{P_T^{mot}}$	$\varepsilon_{P_S^{mot}}$	Ind $T_T$
$\alpha$	$> \bar{\varepsilon}_{b_{cz}}$	$< \underline{\varepsilon}_{P_T^{mot}}$	$< \underline{\varepsilon}_{P_S^{mot}}$	0
$P_T$	$> \bar{\varepsilon}_{b_{cz}}$	$> \bar{\varepsilon}_{P_T^{mot}}$	$< \underline{\varepsilon}_{P_S^{mot}}$	0
$P_S$	$> \bar{\varepsilon}_{b_{cz}}$	$< \underline{\varepsilon}_{P_T^{mot}}$	$> \bar{\varepsilon}_{P_S^{mot}}$	0
$T_{T_{mot}}$	$< \underline{\varepsilon}_{b_{cz}}$	$> \bar{\varepsilon}_{P_T^{mot}}$	$> \bar{\varepsilon}_{P_S^{mot}}$	1
$P_{turb} P_{nac}$	$< \underline{\varepsilon}_{b_{cz}}$	$> \bar{\varepsilon}_{P_T^{mot}}$	$> \bar{\varepsilon}_{P_S^{mot}}$	0

TABLE 4.10 – Table de signatures des pannes dans le cas dégradé en l'absence de capteur de température totale

#### 4.3.2.7 6<sup>ème</sup> cas dégradé : panne d'au moins deux mesures anémométriques

La perte de mesures anémométriques conduit systématiquement au remplacement de la mesure en faute par son équivalent moteur. Les algorithmes d'estimation et de détection sont alors alimentés par la nouvelle mesure et une surveillance des capteurs restants demeure possible au moyen des indicateurs et des résidus présentés précédemment. La suite de cette section détaille les signatures d'une nouvelle faute en fonction des capteurs disponibles.

- En cas d'absence des capteurs  $P_T$  et  $P_S$ , la surveillance des capteurs restants est fournie par la table 4.11.

	$\varepsilon_{b_{cz}}$	Ind $_{BF}$	Ind $_{P_S}$	Ind $_{P_T}$	Ind $_{T_T}$	$\varepsilon_{T_T^{mot}}$
$\alpha$	$> \bar{\varepsilon}_{b_{cz}}$	0	0	0	-	$< \underline{\varepsilon}_{T_T^{mot}}$
$(P_{mot} P_{turb})$	$> \bar{\varepsilon}_{b_{cz}}$	0	1	1	-	$< \underline{\varepsilon}_{T_T^{mot}}$
$T_T$	$< \underline{\varepsilon}_{b_{cz}}$	-	0	0	1	$> \bar{\varepsilon}_{T_T^{mot}}$
$T_{T_{mot}}$	$> \bar{\varepsilon}_{b_{cz}}$	-	-	-	-	$> \bar{\varepsilon}_{T_T^{mot}}$

TABLE 4.11 – Table de signatures des pannes dans le cas dégradé sans capteur de pressions avion

- En cas d'absence des capteurs  $P_S$  et  $T_T$ , la surveillance des capteurs restants est indiquée dans la table 4.12. Les capteurs moteurs peuvent avoir plusieurs signatures possibles en fonction de la dynamique de la panne. La première est identique pour les cas de panne sur  $(P_{mot}|P_{turb})$  ou à forte dynamique sur  $T_{T_{mot}}$ ; la seconde correspond à une panne de dynamique lente sur  $T_{T_{mot}}$ .

	$\varepsilon_{b_{cz}}$	Ind $_{BF}$	Ind $_{P_S}$	Ind $_{P_T}$	Ind $_{T_T}$	$\varepsilon_{P_T^{mot}}$
$\alpha$	$> \bar{\varepsilon}_{b_{cz}}$	-	0	0	-	$> \underline{\varepsilon}_{P_T^{mot}}$
$P_T$	$> \bar{\varepsilon}_{b_{cz}}$	0	0	1	-	$> \bar{\varepsilon}_{P_T^{mot}}$
$(P_{mot} P_{turb})  T_{T_{mot}}$	$> \bar{\varepsilon}_{b_{cz}}$	0	1	0	-	$> \bar{\varepsilon}_{P_T^{mot}}$
$T_{T_{mot}}$	$< \underline{\varepsilon}_{b_{cz}}$	1	0	0	1	$> \underline{\varepsilon}_{P_T^{mot}}$

TABLE 4.12 – Table de signatures des pannes dans le cas dégradé sans capteur de pression statique et température totale

- En cas d'absence des capteurs  $P_T$  et  $T_T$ , la surveillance des capteurs restants est décrite par la table 4.13. Les capteurs moteurs peuvent avoir plusieurs signatures possibles en fonction de la dynamique de la panne. La première est identique pour les cas de panne sur  $(P_{mot}|P_{turb})$  ou à forte dynamique sur  $T_{T_{mot}}$ ; la seconde correspond à une panne de dynamique lente sur  $T_{T_{mot}}$ .

	$\varepsilon_{b_{cz}}$	$\text{Ind}_{BF}$	$\text{Ind}_{P_S}$	$\text{Ind}_{P_T}$	$\text{Ind}_{T_T}$	$\varepsilon_{P_S^{mot}}$
$\alpha$	$> \bar{\varepsilon}_{b_{cz}}$	-	0	0	-	$< \underline{\varepsilon}_{P_S^{mot}}$
$P_S$	$> \bar{\varepsilon}_{b_{cz}}$	0	1	0	-	$> \bar{\varepsilon}_{P_S^{mot}}$
$(P_{mot} P_{turb})  T_{T_{mot}}$	$> \bar{\varepsilon}_{b_{cz}}$	0	0	1	-	$> \bar{\varepsilon}_{P_S^{mot}}$
$T_{T_{mot}}$	$< \underline{\varepsilon}_{b_{cz}}$	1	0	0	1	$< \underline{\varepsilon}_{P_S^{mot}}$

TABLE 4.13 – Table de signatures des pannes dans le cas dégradé sans capteur de pression totale et température totale

#### 4.3.2.8 7<sup>ème</sup> cas dégradé : panne des capteurs moteurs et de capteurs anémométriques ou clinométrique

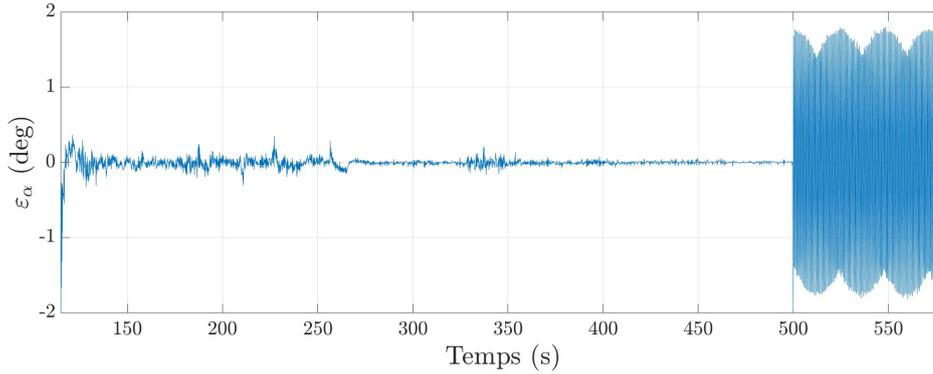
D'autres enchaînements de pannes sont également détectables et identifiables par ADVISER. Il serait par exemple possible de considérer des pannes successives de l'incidence, de la température totale, puis des capteurs moteurs. Ses capacités sont cependant limitées et ne pourront pas couvrir la totalité des combinaisons possibles. À partir d'un certain nombre de mesures invalidées, l'isolation puis la détection d'une nouvelle panne ne pourront plus être effectuées, ou les performances de détection seront très dégradées. On comprend alors l'importance de pouvoir re-sélectionner des sondes valides qui permettent dans certains cas de restaurer des capacités de diagnostic. De nombreux enchaînements ont été testés au cours de cette thèse. Cependant, leur nombre ne nous permet pas de les aborder dans ce manuscrit. Le Tableau 4.14 récapitule l'ensemble des combinaisons de deux modes communs de panne traitées en plus d'un simple mode commun de panne, avec et sans erreur de masse au décollage (50 combinaisons). Par ailleurs, les cas les plus probables de modes communs de panne n'impactant que deux des trois mesures permettant le calcul de la mesure consolidée ont également été évalués. Au total, 90 combinaisons sont possibles en ne considérant que deux enchaînements. D'autres combinaisons incluant davantage de modes communs de panne successifs existent. Il n'a cependant pas été jugé nécessaire de les traiter pour le moment dans l'architecture ADVISER étant donné leur très faible probabilité et les capacités de re-validation unitaire implantées.

#### 4.3.2.9 Cas particulier : les pannes oscillatoires

Les pannes oscillatoires peuvent être détectées grâce aux incohérences relevées par le filtre de Kalman sur l'équation de portance. Selon la fréquence des oscillations, elles pourront rejaillir sur l'estimation de  $\hat{b}_{C_z}$  et impacteront un des résidus générés par le filtre de Kalman. Par exemple, en cas de panne oscillatoire sur les sondes d'incidence, seul le résidu sur l'incidence  $\varepsilon_\alpha$  est impacté (cf. Figures 4.42 et 4.43).

$P_{mot} \rightarrow \alpha$	$P_{mot} \rightarrow P_T$
$P_{mot} \rightarrow P_S$	$P_{mot} \rightarrow T_T$
$\alpha \rightarrow P_{mot}$	$\alpha \rightarrow P_T$
$\alpha \rightarrow P_S$	$\alpha \rightarrow T_T$
$P_T \rightarrow P_{mot}$	$P_T \rightarrow \alpha$
$P_T \rightarrow P_S$	$P_T \rightarrow T_T$
$P_S \rightarrow P_{mot}$	$P_S \rightarrow \alpha$
$P_S \rightarrow P_T$	$P_S \rightarrow T_T$
$T_T \rightarrow P_{mot}$	$T_T \rightarrow \alpha$
$T_T \rightarrow P_S$	$T_T \rightarrow P_T$

TABLE 4.14 – Liste des combinaisons de modes communs de pannes testées

FIGURE 4.42 – Résidu sur l'incidence en cas de panne oscillatoire ( $\omega = 10$  rad/s) sur les sondes d'incidence ( $t = 500$  s)

Afin d'isoler ce type de panne en temps réel, il est possible de recourir à la forme récursive de la FFT décrite à la section 3.4.2, en l'appliquant aux résidus  $\varepsilon_\alpha$ ,  $\varepsilon_{P_T}$ ,  $\varepsilon_{P_S}$  et  $\varepsilon_{T_T}$ . À chaque instant  $t_k$ , quatre termes sont ainsi calculés en ligne ( $|X_\alpha(k)|$ ,  $|X_{P_T}(k)|$ ,  $|X_{P_S}(k)|$  et  $|X_{T_T}(k)|$ ) selon la formule de récursion 3.67. Comme nous le verrons dans la section 5.1.2.1, leur valeur permet de déterminer la présence d'une panne oscillatoire et son origine. Afin de minimiser le coût calculatoire de cette solution, on détermine pour chaque résidu la pulsation  $\omega_P$  la plus probable. Elle est estimée à l'instant  $t_k$  en évaluant le temps  $T(k)$  entre les deux derniers changements consécutifs de signe du résidu associé, et à partir de la relation  $\omega_P(k) = 2\pi/T(k)$ . La section 5.1.2.1 présente un exemple d'application de cet algorithme.

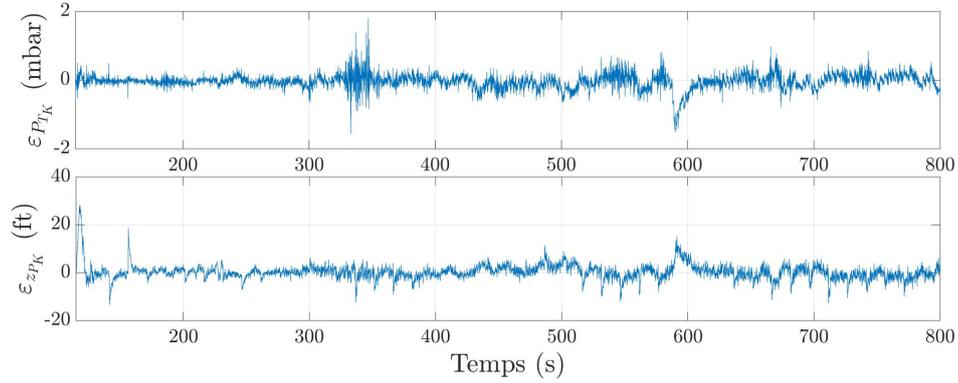


FIGURE 4.43 – Résidus sur la pression totale et l’altitude pression en cas de panne oscillatoire ( $\omega = 10$  rad/s) sur les sondes d’incidence ( $t = 500$  s)

### 4.3.3 La détection d’une erreur de masse au décollage

Une autre problématique à laquelle répond l’architecture ADVISER concerne la surveillance de la masse de l’avion au décollage. L’objectif est de distinguer des pannes capteur d’une erreur de masse au décollage. Ce type d’erreur provient systématiquement d’une erreur de saisie de la masse ZFW (pour *Zero Fuel Weight*, composée de la masse à vide de l’avion, du cargo et des passagers) communiquée avant le décollage par les compagnies aériennes aux pilotes qui la saisissent ensuite manuellement dans le FMC/S (pour *Flight Management Computer/System*). Cette masse vient s’ajouter à la masse de carburant calculée par le système *Fuel* pour estimer la masse courante de l’avion. Aujourd’hui, on utilise un algorithme dédié afin de valider cette masse au cours du vol. Néanmoins, il se base sur l’équation de portance et ne permet donc pas de faire la distinction entre une panne capteur et une erreur de masse.

Un des modules de l’architecture d’ADVISER a donc été dédié à la surveillance de la masse, indépendamment des autres erreurs provenant des capteurs. Il inclut un algorithme capable de renvoyer le statut de la masse et une estimation de l’erreur de masse dans le cas d’une faute de saisie confirmée. Cet algorithme se base sur l’égalité 4.87 :

$$n_{z_1} - n_{x_1} \tan \alpha = \frac{\gamma \cdot S \cdot P_S \cdot M^2 \cdot C_Z}{2g \cdot m_{W_T} \cdot \cos \alpha} = \frac{\gamma \cdot S \cdot P_S \cdot M^2 \cdot (\hat{C}_Z + \hat{b}_{C_Z})}{2g \cdot m_{W_{in}} \cdot \cos \alpha} \quad (4.87)$$

où  $m_{W_T}$  et  $m_{W_{in}}$  correspondent à la masse vraie et à la masse saisie ;  $C_Z$  et  $\hat{C}_Z$  correspondent aux coefficients aérodynamiques vrai et estimé, et  $\hat{b}_{C_Z}$  au biais de modélisation estimé en présence d’une erreur de saisie sur la masse. Il est alors possible d’exprimer l’erreur de masse  $\Delta m = m_{W_{in}} - m_{W_T}$  selon l’expression 4.88 en fonction de la masse saisie  $m_{W_{in}}$ , du coefficient de portance  $\hat{C}_Z$  et du biais de

modélisation estimé  $\hat{b}_{C_Z}$ . Cette expression est valable à condition que l'estimation  $\hat{C}_Z$  soit sensiblement égale à  $C_Z$  au décollage. Une bonne connaissance du coefficient de portance est donc nécessaire.

$$\Delta m = \frac{m_{W_{in}} \cdot \hat{b}_{C_Z}}{\hat{C}_Z + \hat{b}_{C_Z}} \quad (4.88)$$

Tout comme dans le cas d'une panne des sondes d'incidence, une erreur de masse rejaillit sur l'estimé du biais de modélisation par l'intermédiaire de l'équation de portance. Une différence majeure apparaît cependant lors des phases dynamiques (variation importante de l'incidence). Dans le cas d'une erreur de saisie de masse, la variable  $\Delta m$  est par définition constante aux erreurs de modèle près. Inversement, dans le cas d'une panne capteur, celle-ci entraîne de larges fluctuations sur  $\Delta m$  puisqu'elle rejaillit sur cette variable par l'intermédiaire de  $\hat{b}_{C_Z}$ . Afin d'établir le statut de la masse de l'avion, trois nouveaux indicateurs ont été développés. Le premier, noté  $\text{Ind}_{W_{verif}}$  permet la vérification de la masse en cas de détection d'incohérences. Cet indicateur peut inhiber l'algorithme de vérification de la masse si un certain nombre de conditions, présentées dans le paragraphe suivant, ne sont pas vérifiées. Par exemple, si la panne ne se déclare pas dès le décollage, on considère que la masse de l'avion est correcte, dans la mesure où une erreur de saisie conduit à la détection d'une faute dès les premières secondes du vol par une incohérence sur l'équation de portance ( $\varepsilon_{b_{c_z}} > \bar{\varepsilon}_{b_{c_z}}$ ). Le second, noté  $\text{Ind}_{dyn}$ , permet de vérifier que les phases dynamiques sont suffisamment prononcées, se traduisant par une variation suffisante de l'angle d'incidence, ce qui est généralement le cas au décollage. Enfin, le troisième, noté  $\text{Ind}_{m_W}$ , vérifie finalement si la fluctuation de la variable  $\Delta m$ , notée  $\Delta^2 m$  et explicité page suivante au travers de l'équation 4.90, provient d'une erreur de saisie de masse ou d'une panne capteur.

Le premier indicateur  $\text{Ind}_{W_{verif}}$  permet de désactiver ( $\text{Ind}_{W_{verif}} = 0$ ) ou d'activer ( $\text{Ind}_{W_{verif}} = 1$ ) la vérification de la masse. Son activation nécessite de vérifier que la panne est bien imputée tout d'abord à la mesure d'incidence juste après la convergence du filtre estimateur, puisqu'une erreur de masse aura la même signature qu'une faute sur l'incidence (si l'on s'en tient uniquement à l'algorithme de diagnostic présenté dans la section 4.3.2) et qu'elle sera présente dès le début du vol. Dans ces conditions, l'isolation de la panne sera mise en suspens le temps que l'algorithme de validation soit en mesure d'attribuer la panne à la masse de l'avion ou à l'incidence. Inversement, si une panne sur l'incidence survient plus tardivement ou si la vérification de la masse a déjà conclu à une masse valide ou erronée, ce premier indicateur permet d'inhiber l'analyse de la masse ( $\text{Ind}_{W_{verif}} = 0$ ) afin de pouvoir isoler au plus vite une nouvelle panne capteur.

Le second indicateur  $\text{Ind}_{dyn}$  repose sur une estimation de la variation d'incidence, calculée à partir de l'instant ( $t_0$ ) de transition de  $\text{Ind}_{W_{verif}} = 0$  à  $\text{Ind}_{W_{verif}} = 1$ . La mesure d'incidence pouvant être potentiellement erronée, on utilise la relation

4.89 [Klein 2006] que l'on intègre afin d'obtenir une estimation de l'incidence. Une estimation de sa variation  $\Delta\alpha$  est ainsi obtenue entre  $t_0$  et l'instant courant  $t$ .

$$\hat{\alpha} \approx q + \frac{g(1 - n_{z_1})}{V_a} \quad (4.89)$$

Un seuil minimal de variation  $\Delta\alpha_{min}$  a été réglé expérimentalement de sorte que lorsque  $\Delta\alpha(t) > \Delta\alpha_{min}$ , l'indicateur  $\text{Ind}_{dyn}$  soit égal à 1. En parallèle une estimation majorante de la variation de  $\Delta m$  entre  $t$  et  $t_0$ , noté  $\Delta^2 m(t)$ , est déduite de la relation :

$$\Delta^2 m(t) = \max(\Delta m(t')) - \min(\Delta m(t')), \quad t' \in [t_0; t] \quad (4.90)$$

Lorsque  $\text{Ind}_{dyn} = 1$ , si la grandeur  $\Delta^2 m(t)$  est inférieure à un seuil, noté  $\underline{\Delta}^2 m$ , déterminé en calculant l'erreur de masse équivalente au seuil  $\varepsilon_{bcz}$  associé au biais de modèle, alors la panne est identifiée comme une erreur de masse ( $\text{Ind}_{mW} = 1$  et  $\text{Ind}_\alpha = 0$ ). La valeur de la masse avion est ensuite déduite de la variable  $\Delta m(t)$  filtrée par un filtre passe-bas du premier ordre de constante de temps égale à 10 secondes. Le recours à un filtre passe-bas permet d'éliminer les fréquences intermédiaires (ainsi que les hautes fréquences) du signal. Au contraire de la partie basse fréquence qui inclut l'information d'erreur de masse recherchée, les composantes du signal correspondant à des fréquences intermédiaires résultent essentiellement des véritables erreurs de modèles. Inversement, si  $\Delta^2 m(t) > \underline{\Delta}^2 m$ , alors l'erreur de masse  $\Delta m(t)$  n'est pas assez stable pour être considérée comme une véritable erreur de saisie, permettant de conclure à une faute sur la mesure d'incidence. Par ailleurs, dans le cas d'une faute sur la mesure d'incidence, il se peut que l'erreur de masse estimée soit rapidement élevée, avant même que  $\text{Ind}_{dyn}$  ne vaille 1. Un second seuil, noté  $\bar{\Delta}^2 m$  et définit selon  $\bar{\Delta}^2 m = 1.5 \times \underline{\Delta}^2 m$ , est dédié à ce cas. Lorsque  $\Delta^2 m(t) > \bar{\Delta}^2 m$  alors la panne est immédiatement identifiée comme une panne d'incidence ( $\text{Ind}_{mW} = 0$  et  $\text{Ind}_\alpha = 1$ ), même si  $\text{Ind}_{dyn} = 0$ .

En résumé, cette approche revient à évaluer la stabilité de l'erreur de masse potentielle suite à la détection d'une anomalie affectée de prime abord à la mesure d'incidence. Étant donné que cette variable est calculée à partir du biais de modélisation estimé qui inclut le vrai biais de modèle et la résultante de la faute, les erreurs de modèles ont évidemment un impact sur le calcul de  $\Delta m$ . Néanmoins, comme celles-ci sont majorées (par  $\varepsilon_{bcz}$ ),  $\Delta m$  le sera donc aussi et l'amplitude de sa variation ne dépendra que des erreurs de modèles traduites en erreurs de masse équivalentes. Dans le cas contraire, cela signifie que les valeurs anormales du biais de modélisation sont dues à une panne autre qu'une masse erronée, à savoir une faute sur la mesure d'incidence. Il existe cependant un cas de panne sur cette dernière qui s'avère indétectable. En effet, si elle correspond à un facteur d'échelle, elle aura les mêmes conséquences mathématiques qu'une erreur de masse. Ce cas reste donc problématique mais n'a pour autant que peu de conséquences. Dans le cas où le facteur d'échelle serait trop important, la panne serait identifiée immédiatement

par les systèmes de surveillance déjà implantés sur avion puisqu'ils ne permettent pas de trop grands écarts entre l'incidence et l'angle de tangage. L'angle d'incidence au décollage étant relativement élevé (aux alentours des 10 degrés), ces systèmes l'invalideront donc. Dans le cas contraire, la panne aurait de moins en moins d'impact au fur et à mesure du vol puisque l'angle d'incidence en croisière est plus faible (autour des 2 degrés). Une dégradation de certaines performances de l'avion serait néanmoins à déplorer, induite par la faute sur les sondes et par la correction en masse erronée. Néanmoins, si la faute sur l'incidence perd temporairement son caractère de facteur d'échelle, elle sera alors immédiatement détectée par l'algorithme de surveillance présenté dans la section 3.2.

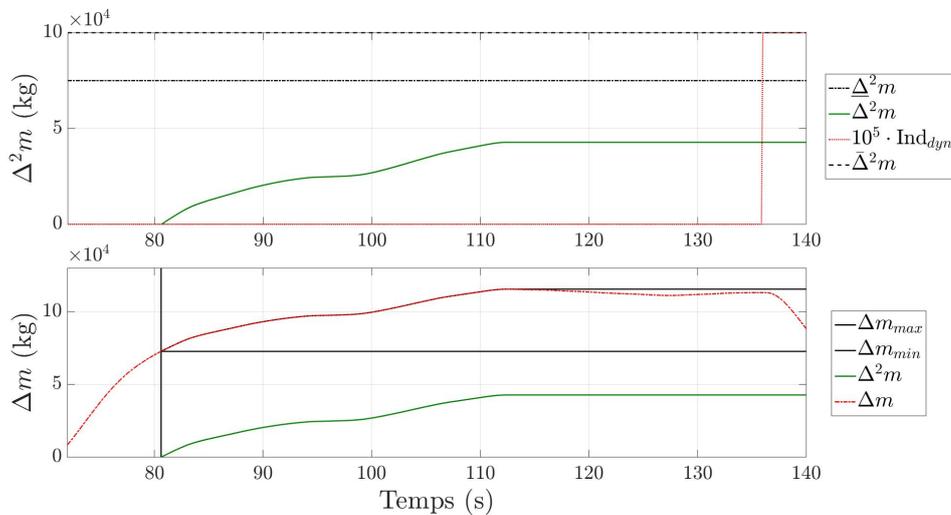


FIGURE 4.44 – Évolution des différentes grandeurs caractéristiques pour le diagnostic d'erreur de masse sur un vol entre le Canada et la France avec une erreur de 100 tonnes au décollage pour une masse initiale de 530 tonnes

Même si l'essentiel des résultats d'évaluation et de validation des algorithmes développés sera présenté au Chapitre 5, nous donnons ici un premier aperçu du fonctionnement de la vérification de masse sur un cas concret. La Figure 4.44 montre l'évolution des différentes grandeurs caractéristiques pour le diagnostic de masse sur des données d'essais en vol entre le Canada et la France (pour un gros porteur de 530 tonnes au décollage). À  $t = 72$  s, l'avion décolle. Après 10 secondes, à  $t_0 = 82$  s, ADVISER est activé et une faute est potentiellement détectée sur les sondes d'incidence nécessitant une vérification de la masse de l'avion pour confirmation ( $\text{Ind}_{W\text{verif}} = 1$ ). Le module de vérification de la masse est donc en charge de préciser l'origine de la panne. Le premier graphe montre l'évolution de  $\Delta^2 m$  (en vert) au cours de cette vérification, jusqu'à ce que  $\text{Ind}_{dyn} = 1$  (en rouge), à  $t_f = 136$  s, correspondant à l'instant de prise de décision. Puisque  $\Delta^2 m(t_f) < \Delta^2 m$  (première limite en noir), la faute est identifiée comme une erreur de saisie de masse. Le second graphe montre la méthode de calcul utilisée pour  $\Delta^2 m$  (en vert). Lorsque  $t > t_0$ , une évaluation des valeurs minimale et maximale (en noir) du signal  $\Delta m$  filtré (en rouge)

est menée. La différence de ces deux valeurs au cours du temps permet finalement d'en déduire  $\Delta^2 m(t)$ . In fine, une erreur de masse de 115 tonnes est identifiée contre les 100 tonnes d'erreur réelle, et la mesure d'incidence est jugée valide. Inversement, la Figure 4.45 montre un cas de panne sur l'incidence au décollage avec à  $t = 98.3$  s (instant de la prise de décision bien antérieur à  $t = 136$  s)  $\Delta^2 m > \bar{\Delta}^2 m$  conduisant à la validation de la masse de l'avion et à l'isolation de la panne sur la mesure d'incidence.

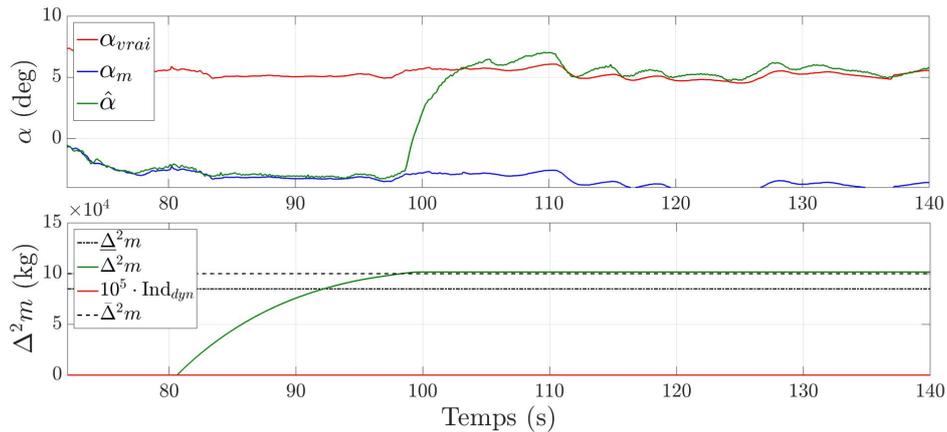


FIGURE 4.45 – Tracer de l'incidence vraie (en rouge), mesurée (en bleu) et estimée (en vert) ainsi que le signal  $\Delta^2 m$  sur un essai en vol entre le Canada et la France avec une panne d'incidence au décollage

#### 4.4 Validation unitaire, Reconfiguration et bilan CPU

Les modules présentés précédemment permettent d'estimer les paramètres de vol concernés et de détecter/isoler des pannes capteur ou une saisie erronée de la masse dès le décollage. Ces capacités sont essentiellement garanties par l'adaptation du filtre estimateur en fonction des conclusions des modules de détection. Par exemple, dans le cas d'une perte de la mesure d'incidence, une reconfiguration du filtre est nécessaire : la mesure d'incidence ne doit plus être utilisée en entrée du filtre estimateur, et la perte d'observabilité doit être gérée en gelant l'estimation du biais de modélisation. Néanmoins, cette perte d'information a un impact sur les performances de l'estimateur et sur les capacités de détection de l'algorithme. Lorsqu'une mesure est invalidée, il est donc important de s'assurer qu'aucun des capteurs qui lui sont associés ne puisse encore être utilisé. Deux modules sont donc présentés dans cette section. Le premier correspond au module de validation unitaire des capteurs anémométriques et clinométriques, tandis que le second est dédié à la reconfiguration de l'algorithme.

#### 4.4.1 Module de validation unitaire

Nous avons vu précédemment que certains cas de pannes, appelés modes communs de panne, peuvent provoquer la faute simultanée et cohérente de plusieurs mesures équivalentes. Bien que ce cas de panne soit correctement géré par les algorithmes présentés, il peut cacher la validité d'un des trois capteurs qui pourrait demeurer exploitable dans la suite du vol. Le module de validation unitaire a donc été développé afin de vérifier, pour chacun des cas de pannes la validité éventuelle de l'un des trois capteurs associés à la mesure en faute.

Pour ce faire, le processus de validation unitaire se déroule en trois temps. Tout d'abord, une fois l'isolation de la mesure en faute effectuée, le module de reconfiguration, présenté ci-dessous, adapte le réglage de l'algorithme afin de ne plus l'utiliser en entrée du filtre estimateur. Un timer (noté *Timer\_Prob*) est alors déclenché afin de laisser le temps au filtre estimateur de converger, et de retrouver une mesure virtuelle correcte de la grandeur éliminée. Passé ce délai (quelques secondes), une comparaison de la grandeur estimée avec les trois mesures issues des capteurs disponibles est effectuée afin d'identifier le capteur délivrant la valeur la plus proche de son estimé. Si la différence entre ces deux valeurs est inférieure au seuil de détection de panne associé à la mesure en question, diminué par un facteur d'échelle ( $\kappa < 1$ ), alors celle-ci est déclarée valide et peut être re-sélectionnée en se substituant à la précédente mesure utilisée en entrée du filtre estimateur et des algorithmes de diagnostic. Le facteur d'échelle  $\kappa$  permet de contraindre davantage les conditions de validité d'une sonde par rapport aux seuils de détection de panne établis afin d'éviter la re-sélection d'une source qui serait ensuite de nouveau invalidée. Dans le cas contraire, les trois capteurs sont déclarés en faute.

#### 4.4.2 Module de reconfiguration

Ce module s'appuie sur les conclusions des différents modules pour adapter les entrées du filtre de Kalman et modifier les réglages associés. Il effectue plusieurs opérations dans l'ordre suivant :

- Les mesures en fautes utilisées en entrée des algorithmes d'estimation et de détection sont éventuellement remplacées par les mesures unitaires valides, dont les statuts sont communiqués par le module de validation unitaire. La sélection d'un capteur unitaire entraîne une désactivation des diverses surveillances pendant 2 secondes, le temps de permettre au filtre estimateur de reconverger ;
- Le réglage du filtre estimateur est modifié en fonction des mesures indisponibles. Par exemple, en cas de perte d'observabilité suite à la perte d'une mesure, le Tableau 4.1 récapitule les états qui sont figés afin de garantir l'observabilité du nouveau système. Plusieurs stratégies sont alors envisageables. Les états non observables peuvent être figés à des valeurs proches de celles obtenues avant l'apparition de la panne. Une seconde possibilité consiste à

faire converger rapidement les états non observables vers des valeurs de référence spécifiées hors ligne, par l'intermédiaire du modèle de prédiction du filtre de Kalman. Pour cela, on introduit pour chaque état un processus de Markov du premier ordre de constante de temps fixée à 2 secondes. Dans certains cas particuliers tels que les embarquements lents, cette seconde solution est préférable sur certains états tels que le biais de modélisation et les trois composantes du vent. L'exploitation des valeurs précédant la panne nécessiterait de stocker continuellement un nombre élevé de valeurs afin de pouvoir remonter à celles qui seraient antérieures au temps d'apparition de la panne. Dans des cas de dérives lentes, cet instant peut être par ailleurs mal identifié. Dans tous les cas, certains états, figés dans le filtre de Kalman, peuvent en réalité varier grandement au cours du vol. La perte d'observabilité sur ces derniers introduira des biais conséquents sur les états estimés ;

- Après chaque changement de configuration, une gestion de timers permet d'inhiber les algorithmes de détection le temps que le filtre reconverge. Ainsi un premier timer, noté *Timer\_Fault*, est enclenché après chaque détection de fautes, aussi bien pour des pannes capteur que pour une erreur de saisie de masse, tandis qu'un second timer, noté *Timer\_Probe*, est enclenché après la re-sélection d'un capteur par le module de validation unitaire. Chaque changement de situation est donc suivi d'une étape transitoire permettant au filtre estimateur de converger et dont la durée est définie par les différents timers.

La Figure 4.46 illustre un exemple de mode commun de panne sur les sondes d'incidence conduisant à une dérive de 5 degrés par minute sur la mesure d'incidence à  $t = 230$  s soit 158 secondes après le décollage. La perte de la mesure d'incidence induit une perte d'observabilité sur le biais de modèle qui est alors forcé à reconverger vers sa valeur nominale, en l'occurrence 0, par l'intermédiaire du processus de Markov choisi pour le modèle de prédiction du filtre de Kalman.

Finalement, ce module permet d'assurer la cohérence d'ADVISED et l'observabilité du système qui le compose.

La Figure 4.47 montre un exemple de scénario type de reconfiguration en cas de mode commun de panne sur les sondes d'incidence 1 et 2. Le processus de reconfiguration se déroule ici selon les étapes suivantes :

- Lors de l'apparition de la panne sur la mesure d'incidence utilisée en entrée du filtre estimateur, le biais de modélisation est impacté, permettant la détection et l'isolation de la faute par l'algorithme de détection à  $t = t_1$  ;
- Le module de reconfiguration supprime la mesure de l'incidence en entrée du filtre estimateur, fige le biais de modélisation à sa valeur de référence et initialise le timer *Timer\_Fault* à la valeur  $\tau_d = 5$ s ;
- À  $t = t_2 = t_1 + \tau_d$ , les trois mesures des sondes d'incidence  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  et  $\alpha_3$  sont comparées à l'estimée de l'incidence  $\hat{\alpha}$ . La troisième sonde d'incidence étant

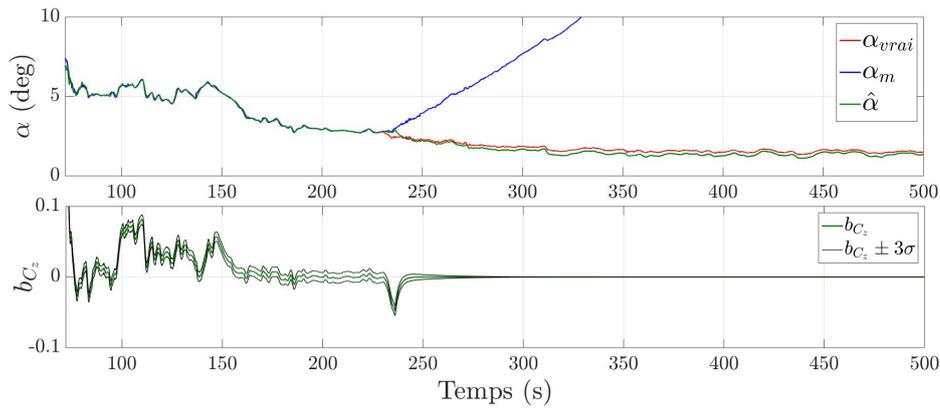


FIGURE 4.46 – Incidence vraie (en rouge), mesurée (en bleu) et estimée (en vert) et biais de modélisation estimé lors d’un mode commun de panne sur les sondes d’incidence de type dérive (5 deg/min) à  $t = 230$  s

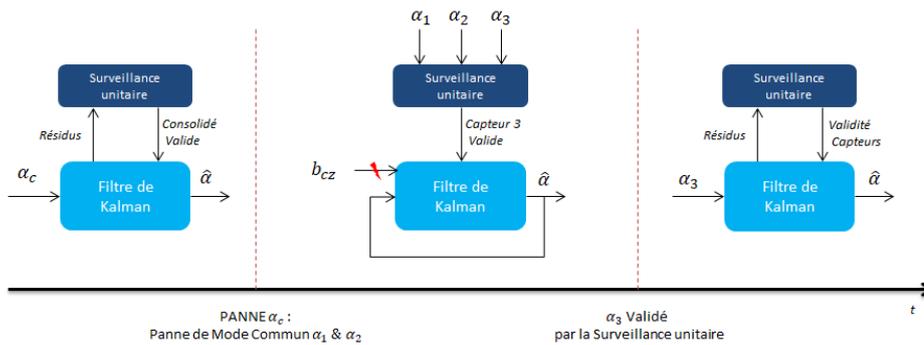


FIGURE 4.47 – Processus de resélection d’une sonde valide après un mode commun de panne

encore valide, sa mesure est proche de celle de l’incidence estimée, aux erreurs de modèle près, et est donc validée par le module de validation unitaire ;

- Le module de reconfiguration réinjectera la mesure d’incidence validée en entrée du filtre estimateur et réactive l’estimation du biais de modélisation.

En résumé, dans cet exemple, ce procédé permet la détection d’un mode commun de panne et l’identification du capteur encore valide, permettant de poursuivre le vol sans perdre la mesure d’un paramètre, ce qui n’aurait évidemment pas été le cas avec le processus classique de consolidation.

## 4.5 Bilan sur l'architecture ADVISER

### 4.5.1 Bilan CPU

L'architecture choisie pour le filtre de Kalman a aussi pour objectif de minimiser le coût calculatoire global. Contrairement aux versions précédemment étudiées ([Hardier 2011], [Seren 2013] et [Hardier 2015]), son implantation est désormais envisageable sur certains calculateurs avion, grâce aux multiples améliorations effectuées. La première consiste en une réduction du nombre d'états en recentrant le problème d'estimation sur des états atmosphériques plutôt que sur les états de l'avion. La seconde consiste à profiter du remplacement des calculs du filtre de Kalman de l'étape de correction par un traitement séquentiel des mesures (cf. section 2.1.3), permettant d'éviter toute opération d'inversion matricielle, pour substituer facilement les capteurs anémométriques en panne par les mesures moteur, sans augmenter la taille du vecteur d'observation. Enfin, les algorithmes de détection sont bâtis sur des opérations élémentaires telles que des opérations de filtrage et de comparaison.

Pour finir, le coût CPU (pour *Computer Processing Unit*) de l'architecture ADVISER, traduit en temps de calcul nécessaire à chaque pas de temps pour l'exécution du code, est potentiellement compatible avec la puissance disponible sur certaines gammes d'avion. Les performances restent néanmoins dépendantes de la complexité de la modélisation du coefficient aérodynamique de portance. Le Chapitre 5 permettra de quantifier les performances pouvant être atteintes en fonction du modèle de substitution utilisé, sur chacun des cas de panne traités. L'évaluation du coût calculatoire global de l'algorithme passe dans un premier temps par une quantification du coût de chaque symbole en se référant au Tableau 4.15 répertoriant les différentes opérations élémentaires disponibles actuellement pour un calculateur type.

L'annexe 3 répertorie le nombre de symboles utilisés par les blocs estimation, détection, validation unitaire et reconfiguration. Par ailleurs, le Tableau 4.16 résume le nombre total d'opérations de l'architecture ADVISER en faisant abstraction du coût associé à la modélisation du coefficient de portance. Le tableau 4.17 définit le coût calculatoire associé aux modèles NAIADS simplifié et neuronal. Ces quantifications permettent d'avoir un premier aperçu de la puissance calculatoire requise. Elle sera vérifiée dans un second temps lorsque l'algorithme sera entièrement codé sous le formalisme SCADE et testé en environnement industriel plus réaliste. Le temps de calcul finalement associé à ADVISER est de l'ordre de  $4.614 \cdot 10^3$  ms (cf. Tableau 4.16). Cette valeur est à comparer au temps d'échantillonnage  $\Delta T$  choisi. Typiquement, celui-ci peut aller de 10 ms à 120 ms. En choisissant  $\Delta T = 120$  ms, l'architecture ADVISER réquisitionnerait environs 3.85% de la capacité de calcul totale disponible. Ce pourcentage est renseigné à la fin des différents tableaux pour chacun des modules développés.

Operation	RCT %/ <i>Sum</i>
Sum	1
Multiplication	0.85
Division	0.85
Sign	1.24
Absolute	0.79
Square root	5.80
Switch	0.88
Relation operator	0.85
Logical operator	0.85
Saturate	1.92
Selector	0
Exponential	9.07
Logarithme	9.07
Transpose	0
Cosinus	9.07
Sinus	9.07
Tangente	5.52
Mux	0
Power	9.07
Unit delay	2.50
Delay	4.15

TABLE 4.15 – Coût CPU par symbole par rapport au coût du symbole *sum* - RCT : Relative Computational Time

#### 4.5.2 Synthèse des choix algorithmiques d'ADVISER

L'architecture ADVISER fonctionne principalement grâce à l'association d'un filtre de Kalman étendu adaptatif avec des méthodes de détection basées sur des méthodes élémentaires de traitement du signal. Elle permet la détection de nombreuses combinaisons de pannes capteur, la détection d'erreur de masse au décollage, et l'estimation des paramètres de vol longitudinaux critiques tels que l'incidence, la vitesse conventionnelle et l'altitude pression.

Operation	Occurrences	RCT [%/sum]	TRCT [%]
Sum	4067	1	1.50
Multiplication	5376	0.85	1.67
Division	61	0.85	$1.9 \cdot 10^{-2}$
Square root	13	5.80	$2.8 \cdot 10^{-2}$
Switch	242	0.88	$7.8 \cdot 10^{-2}$
Relational operator	137	0.85	$4.3 \cdot 10^{-2}$
Logical operator	201	0.85	$6.3 \cdot 10^{-2}$
Saturate	99	1.92	$7.0 \cdot 10^{-2}$
Selector	207	0	0
Exponential	1	9.07	$3.3 \cdot 10^{-3}$
Logarithme	1	9.07	$3.3 \cdot 10^{-3}$
Transpose	25	0	0
Cosinus	19	9.07	$6.4 \cdot 10^{-2}$
Sinus	18	9.07	$6.1 \cdot 10^{-2}$
Tangente	2	5.52	$4.1 \cdot 10^{-3}$
Mux	480	0	0
Power	14	9.07	$4.7 \cdot 10^{-2}$
Unit delay	97	2.50	$8.9 \cdot 10^{-2}$
Delay	87	4.15	0.13
Total	-	-	3.85%

TABLE 4.16 – Nombre de symboles total d'ADVISER et temps de calcul relatif associé (RCT : Relative Computational Time, TRCT : Total Relative Computational Time). Le ratio en % indique la puissance de calcul consommée pour une utilisation en 120 ms

Le choix du filtre de Kalman étendu résulte de sa capacité à effectuer une estimation des états recherchés, de son embarquabilité, des retours d'expérience disponibles, et de ses inconvénients maîtrisables. Parmi les alternatives possibles, on retrouve le filtre de Kalman non parfumé. Néanmoins, comme expliqué dans la section 2.2.2, l'UKF peut présenter de moins bonnes performances que l'EKF dans des cas d'applications faiblement non linéaires en présence de distributions gaussiennes.

	NAIADS	NN
Addition	19	~ 5000
Multiplication	8	~ 5000
Appel mémoire	130	7481
Temps de calcul relatif	0.0095%	3.4%

TABLE 4.17 – Nombre de symboles total et d’appels mémoire des modèles NAIADS et neuronal - temps d’exécution relatif indiquant la puissance de calcul consommée pour une utilisation en 120 ms

Concernant la méthode de détection, celle-ci se base sur des méthodes de traitement du signal et sur les résultats d’estimation, notamment par le biais de modélisation estimé  $\hat{b}_{C_z}$ . Ce dernier traduit la cohérence de l’équation de portance, aux erreurs de modèle près. Il est principalement déduit par l’équation de portance qui joue un rôle fondamental pour l’estimation des états manquants lorsqu’une panne capteur est détectée. L’utilisation du filtre de Kalman n’est cependant pas la seule solution pour vérifier la cohérence de l’équation de portance. Une alternative consisterait à inverser directement l’équation de portance pour obtenir un résidu, noté  $\varepsilon_{n_z}$ , à partir de la relation :

$$\varepsilon_{n_z} = n_{z_1} - \frac{\gamma \cdot S \cdot P_S \cdot M^2 C_z}{2 \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha} - n_{x_1} \tan \alpha \quad (4.91)$$

Ce dernier peut également servir d’indicateur de cohérence des mesures utilisées, de la même façon que  $\varepsilon_{b_{C_z}}$ . Néanmoins plusieurs éléments poussent au choix du filtre de Kalman si la puissance du calculateur le permet :

- L’EKF est nécessaire pour l’estimation de paramètres de vol robustes. On pourrait alors se contenter de l’activer qu’une fois la panne détectée à partir des algorithmes de traitement du signal précédents et de la détection d’une incohérence sur l’équation de portance par la grandeur  $\varepsilon_{n_z}$ . Cependant, dès lors qu’un algorithme est implanté sur calculateur, celui-ci consomme de la puissance de calcul, même s’il n’est pas utilisé. L’EKF étant obligatoire pour l’étape d’estimation, sa présence est nécessaire. Or, puisqu’il effectue déjà une vérification de la cohérence de l’équation de portance, l’ajout d’un algorithme supplémentaire utilisant  $\varepsilon_{n_z}$ , même peu coûteux, est donc redondant ;
- Il n’est pas possible de répondre à l’ensemble des objectifs de la thèse sans recourir à un estimateur performant. L’opération de filtrage réalisée par l’EKF permet une estimation des paramètres recherchés en s’appuyant sur une véritable fusion de données avec une importance relative de chaque capteur et de chaque équation dans la détermination des états manquants maîtrisée par l’intermédiaire du réglage des matrices Q et R. Une simple inversion d’équation

ne permet pas de fournir directement une estimation d'un paramètre tel que l'incidence grâce à plusieurs équations sans recourir à d'autres algorithmes de fusion ;

- La structure de l'EKF permet une évolutivité conséquente et facile à mettre en place. On peut ainsi rajouter sans trop de contrainte des observations physiques ou virtuelles ([Mimmo 2014]) pour alimenter le mécanisme de fusion de données et permettre de délivrer des estimés davantage robustes. Au contraire, l'utilisation d'une simple inversion d'équations ne permettrait pas de profiter directement de la présence d'observations physique ou virtuelle dissimilaires.

Le recours à d'autres méthodes plus simples et moins coûteuses telles que l'inversion directe des équations cinématiques et de la dynamique du vol (comme effectuée dans la section 4.2.2), pour vérifier la cohérence de l'équation de portance et reconstituer des paramètres de vol critiques, présente donc moins d'avantages que le recours à l'EKF. Elles représentent néanmoins des alternatives viables pour permettre la détection de pannes capteur et la reconstruction de certains paramètres, y compris dans le cas de modes communs de panne, sur des avions disposant de calculateurs moins puissants.



# Performance et validation

---

## Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Préambule</b> . . . . .	<b>195</b>
5.1.1	Les cas de panne . . . . .	196
5.1.2	Un premier aperçu des capacités et des limites . . . . .	200
<b>5.2</b>	<b>Validation Monte-Carlo</b> . . . . .	<b>211</b>
5.2.1	L'outil de validation . . . . .	213
5.2.2	Les premiers cas de panne . . . . .	215
5.2.3	Après une panne des capteurs moteur . . . . .	222
5.2.4	La re-sélection de capteurs unitaires . . . . .	226
5.2.5	L'erreur de masse au décollage . . . . .	227
5.2.6	Bilan des capacités et des performances d'ADVISED . . . . .	230
<b>5.3</b>	<b>Analyse de robustesse</b> . . . . .	<b>230</b>
5.3.1	Perte de signal GPS . . . . .	230
5.3.2	Les sondes de dérapage . . . . .	234
5.3.3	Les fortes rafales . . . . .	235

---

## 5.1 Préambule

ADVISED est une solution modulaire, de coût calculatoire modéré au regard des capacités de calcul actuellement embarquées, et respectant les contraintes industrielles formulées dans le Chapitre 1. Elle inclut différents algorithmes et logiques devant permettre in fine :

- l'estimation des paramètres de vol longitudinaux critiques tels que l'incidence, la vitesse conventionnelle et l'altitude pression, tout en vérifiant la masse saisie au décollage ;
- la détection de plusieurs combinaisons de pannes capteur, y compris en cas de modes communs de panne ;
- la re-sélection des sondes valides après la détection de modes communs de panne.

Le but de ce chapitre est d'évaluer les capacités de l'architecture proposée au regard des objectifs précédents. Cependant, au vue du nombre de types de panne différents, et du nombre de combinaisons de modes communs de panne devant être

testés sur l'ensemble du domaine de vol (cf. section 4.3.2.8), une validation exhaustive n'est pas possible. On a donc choisi de privilégier la validation sur l'ensemble des cas de panne les plus courants, en particulier les embarquements lents, car ces derniers sont aujourd'hui les plus délicats à diagnostiquer sur avion. La section 5.1 présente les cas de panne qui ont été modélisés et testés au cours de cette validation. Elle fournit également un descriptif et une évaluation des capacités d'ADVISED sur des pannes caractéristiques associées aux capteurs anémométriques et d'incidence à partir de données rejouées issues de deux vols intercontinentaux. La section 5.2 présente une partie de la validation de type Monte-Carlo effectuée au cours de cette thèse en se focalisant sur les cas des embarquements lents. Les résultats obtenus sont récapitulés dans la section 5.2.6, et une analyse de robustesse est présentée en conclusion de ce chapitre dans la section 5.3.

Cette validation a pour but d'évaluer les capacités et les performances d'ADVISED. Elle s'accompagne du passage d'une TRL5 (correspondant à la validation de la solution proposée sur ordinateur), programmée pour la fin de l'année 2018 et concluant cette thèse. Le passage des TRL suivantes incluront une seconde validation sur un ordinateur dédié aux nouveaux développements en utilisant le formalisme SCADE. La solution proposée intégrera alors la dernière version du modèle du coefficient de portance actuellement développée par Airbus. Une évaluation des performances sera également effectuée sur un benchmark issu du projet européen RECONFIGURE [Goupil 2015] [Kerr 2016] sur lequel a été testé un ensemble de solutions répondant à des problématiques FDIR [Ossmann 2017] [Baár 2017] [Bauer 2016] [Ferranti 2018] [Wan 2018] [Chen 2017b] [Chen 2017a] [Ferrerres 2016] [Ferrerres 2017].

Dans la suite, on utilisera les appellations suivantes :

- une fausse détection ou fausse alarme correspond à la détection d'une panne alors que toutes les mesures sont valides ;
- une isolation erronée ou mauvaise isolation correspond à la détection d'une panne avec une isolation de la mauvaise mesure ;
- une absence de détection correspond à la non détection d'une panne ;
- une panne non identifiée correspond à la détection d'une panne sans isolation possible de la source en faute ;
- une bonne détection correspond à la détection et à l'isolation d'une mesure effectivement en faute.

### 5.1.1 Les cas de panne

Il est délicat d'établir un catalogue de pannes pour chaque capteur étant donné la diversité des causes possibles. Certains cas de panne résultent de phénomènes physiques clairement identifiés, d'autres sont erratiques et ne semblent pas avoir d'origine physique. Ils peuvent par exemple être la conséquence de problèmes informatiques provenant des ordinateurs ou des chaînes d'acquisition. L'architecture

ADVISER n'a pas été développée pour des cas de panne spécifiques mais dans le but de détecter un maximum de pannes de différentes dynamiques. Afin d'évaluer ses performances, une première étude a consisté à passer en revue les cas de panne listés dans les Tableaux 5.1 et 5.2, répertoriant deux catégories de pannes. Celles dites *liquides* font référence aux cas de panne préservant la dynamique de la grandeur mesurée (pannes additives) contrairement aux pannes dites *solides* dont les signaux de panne se substituent aux signaux mesurés.

pannes liquides
biais
dérive (ou embarquement)
facteur d'échelle
variation de bruit
pulsation

TABLE 5.1 – Pannes de type *liquide*

pannes solides
blocage
perte de signal

TABLE 5.2 – Pannes de type *solide*

En complément, on retrouve également les pannes erratiques et les pannes oscillatoires qui peuvent appartenir à ces deux catégories. De nombreuses pannes observées en service peuvent également correspondre à une combinaison de pannes de différentes natures. Par exemple, on peut observer des cas de dérives accompagnées d'oscillations ou suivies d'un blocage de la valeur mesurée.

Chacune de ces pannes a été modélisée sous la forme d'une équation et simulée sous Simulink. L'annexe B) présente en détail leurs caractéristiques.

Les Tableaux 5.1 et 5.2 répertorient notamment les modes communs de pannes caractéristiques qui ont été identifiés comme étant les plus probables pour chacun des capteurs surveillés :

- dans le cas de l'incidence, on retrouve les phénomènes de blocage lors de la phase de montée ou lors de la phase de croisière (cf. Figure 5.1). Un blocage non détecté de la mesure lors de la phase de montée (ce qui sera le cas lors d'un mode commun de panne) est le cas le plus gênant car l'incidence peut se figer à des valeurs intermédiaires supérieures aux valeurs de protections ( $\alpha_{MAX}$ )

obtenues à haut Mach. Lorsque l'incidence mesurée devient supérieure à ces valeurs, un ordre à piquer est alors automatiquement appliqué (par le PA sur A380 et A350) afin de protéger l'avion de tout phénomène de décrochage ;

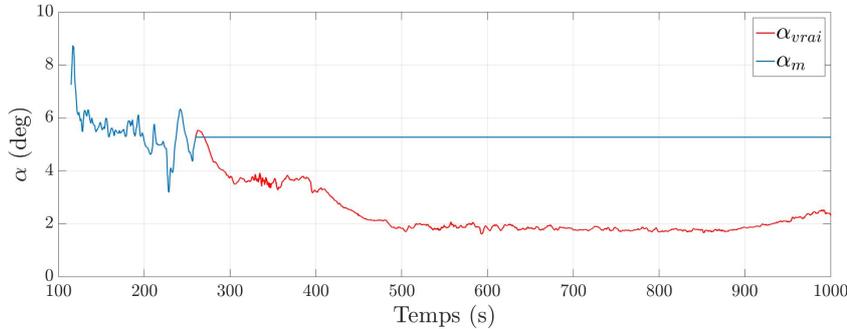
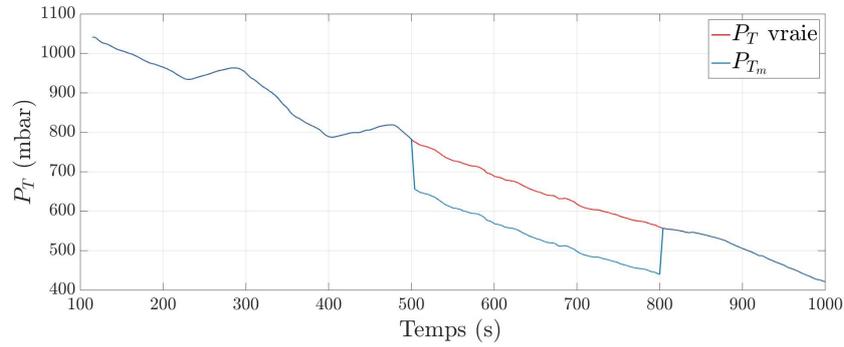
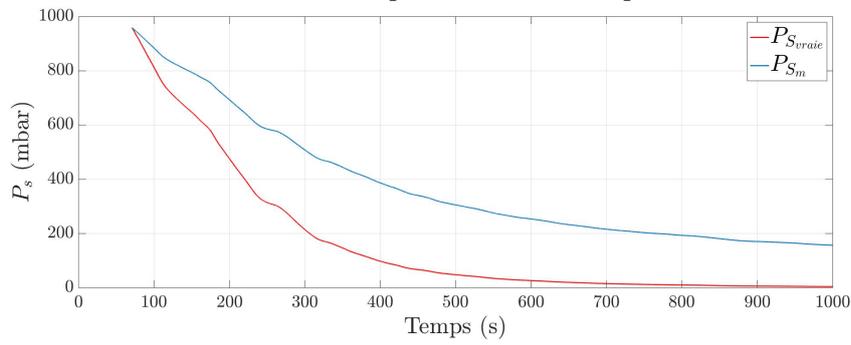
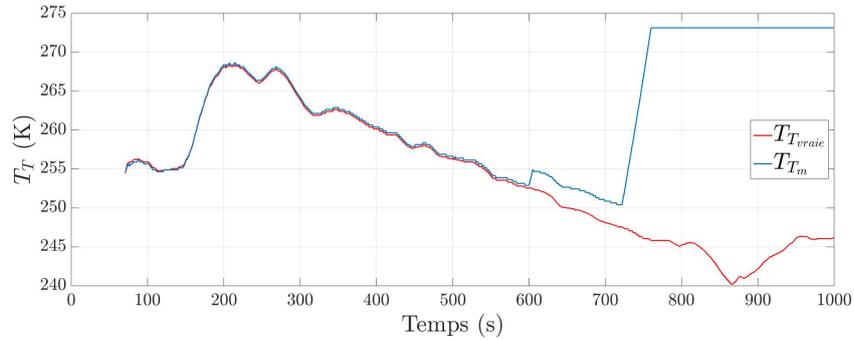


FIGURE 5.1 – Cas de panne caractéristique sur  $\alpha$

- dans le cas des pressions totales, les cas de panne les plus fréquents correspondent à un embarquement rapide (i.e. une dérive rapide) de la mesure vers celle de pression statique (cf. Figure 5.9) ou à un blocage. Dans le premier cas, l'orifice dans lequel l'air circule se bouche rapidement et l'absence d'écoulement conduit la pression mesurée à correspondre à celle de la pression statique. Il peut arriver que l'orifice se débouche au cours du vol, permettant à l'écoulement de se rétablir progressivement. La pression mesurée revient ainsi rapidement à la pression totale. Dans le second cas, le trou de drainage correspondant au point d'acquisition de la pression statique est également bouché, entraînant le blocage de la mesure de pression totale ;
- les capteurs de pression statique sont principalement sensibles aux opérations de maintenance à la suite desquelles la mesure de pression statique ne correspond plus vraiment à la pression statique ambiante mais à une moyenne pondérée entre la pression statique courante et la pression statique de référence  $P_0$  (cf. Figure 5.13) ;
- le cas de panne le plus couramment rencontré sur la TAT se traduit en deux étapes distinctes. D'abord l'apparition progressive d'un biais de l'ordre de quelques degrés se stabilisant pendant plusieurs secondes voire plusieurs minutes (par exemple environ 3 K sur les sondes utilisées sur A350), puis un embarquement rapide de la mesure pour tendre vers une valeur proche de 0 degré Celsius, soit 273.15 K (cf. Figure 5.4).

Tous les cas de panne listés ont été testés sur ADVISER et la section suivante présente les résultats les plus pertinents. Cette première évaluation a permis d'identifier les pannes dimensionnantes, à savoir les embarquements lents. Pour garantir de bonnes performances lors de ce type d'évènement, une première évaluation, précédant la campagne de validation et recourant à l'outil présenté dans la section 5.2.1, a permis d'affiner le réglage de certains seuils présents dans les logiques de diagnostic ( $\Delta_Z$ ,  $\Delta_Z^2$ ,  $\bar{\Delta}_Z$ ,  $\bar{\Delta}_Z^2$ ,  $\Delta_M$ ,  $\bar{\Delta}_M$ ,  $\bar{\Delta}_{MP}$  et  $\Delta_{MP}$ ). Ces derniers étant indépendants

FIGURE 5.2 – Cas de panne caractéristique sur  $P_T$ FIGURE 5.3 – Cas de panne caractéristique sur  $P_s$ FIGURE 5.4 – Cas de panne caractéristique sur  $T_T$ 

du modèle du coefficient de portance et de l'estimateur utilisés, ils sont identiques pour tous les avions de la gamme Airbus. Les résultats obtenus sont présentés pour chaque combinaison de panne identifiée dans la section 5.2, principalement à partir du modèle NAIADS simplifié, tandis que la section 5.2.6 récapitule les performances finalement obtenues.

### 5.1.2 Un premier aperçu des capacités et des limites

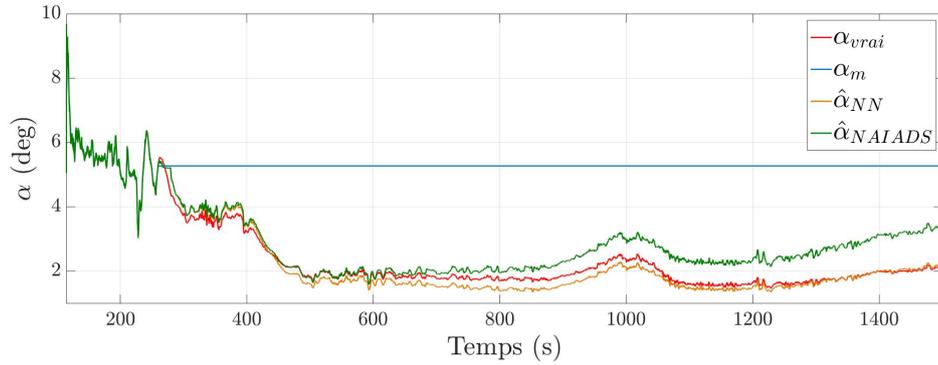
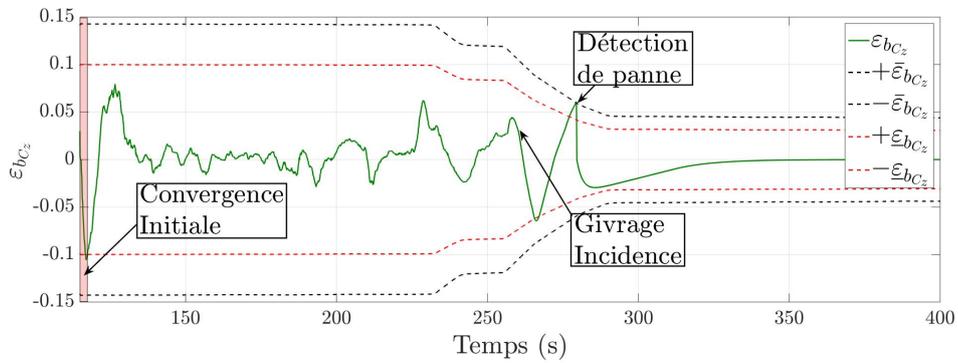
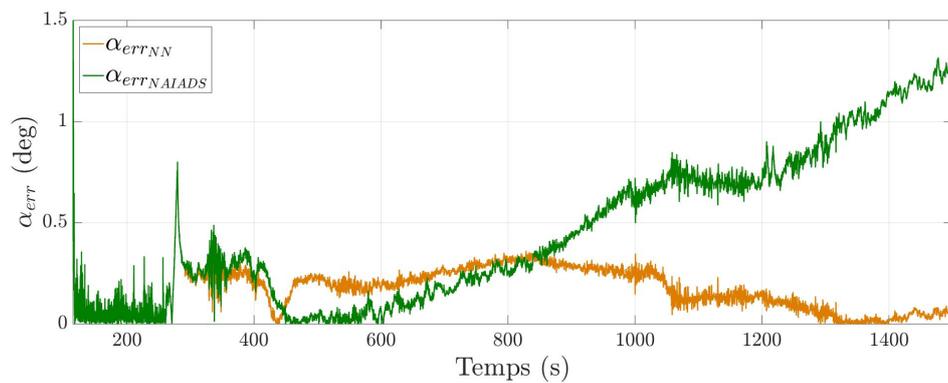
La validation de l'algorithme nécessite de nombreux tests sur l'ensemble du domaine de vol et pour toutes les configurations aérodynamiques de l'avion. Elle englobe des enchaînements de pannes de différents types avec des caractéristiques variables, et permet d'identifier les performances de détection, d'isolation et d'estimation. La variété des pannes devant être traitée ne permet pas d'être exhaustif dans ce manuscrit. On choisit donc de présenter dans cette section les résultats obtenus sur les pannes caractéristiques de chaque capteur et sur des cas de pannes particuliers tels que des pannes oscillatoires qui ont nécessité des développements supplémentaires. In fine, cette section donne un premier aperçu des capacités d'ADVISED par rapport aux objectifs fixés. Elle met également en avant les pannes dimensionnantes qui ont été utilisées pour le réglage des différents seuils présents.

#### 5.1.2.1 Les cas de pannes caractéristiques

Dans un premier temps, on passe en revue l'ensemble des modes communs de pannes caractéristiques des différents capteurs.

Dans le cas de l'incidence, le blocage des trois sondes utilisées conduit à une isolation de la panne quelques secondes plus tard, une fois que l'amplitude de l'erreur de mesure est suffisamment prononcée ( $\sim 1$  degré). La Figure 5.6 montre que lorsque  $\varepsilon_{b_{C_z}} > \bar{\varepsilon}_{b_{C_z}}$  et que les autres conditions détaillées dans les Tableaux 4.4 ou 4.5 (selon la disponibilité des capteurs moteurs) sont vérifiées, la reconfiguration du filtre peut être effectuée. Les sondes d'incidence sont ainsi déconnectées et le biais de modélisation converge vers 0. Après un court instant, une vérification unitaire de chacune des sondes d'incidence est effectuée, tandis que l'incidence est estimée. La Figure 5.5 montre le résultat d'estimation. La valeur vraie de l'incidence, servant de référence, apparaît en rouge, la valeur mesurée en bleu et les valeurs estimées par les modèles NAIADS et neuronal apparaissent respectivement en vert et en orange. Avant la panne, l'estimée de l'incidence est très proche de la mesure. Une fois celle-ci détectée, l'incidence est reconstruite par le filtre de Kalman au sein duquel l'équation de portance joue un rôle majeur. L'erreur d'estimation observée découle principalement de l'approximation faite par le modèle du coefficient de portance utilisé. Pour un coût calculatoire supérieur, le modèle neuronal permet d'obtenir une meilleure précision d'estimation (Figure 5.7).

Si une des sondes d'incidence est encore valide, la validation unitaire permet sa re-sélection. La Figure 5.8 l'illustre sur le même scénario en considérant désormais seulement un cas de blocage sur les sondes  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ . Après l'isolation de la panne, la validation unitaire permet d'utiliser la sonde  $\alpha_3$  en entrée du filtre de Kalman tandis que la mesure consolidée ( $\alpha_m$ ) est toujours en panne. La précision des estimées est ainsi considérablement améliorée, quel que soit le modèle utilisé.

FIGURE 5.5 – Estimation de l'incidence en cas de blocage ( $t = 260$  s)FIGURE 5.6 – Évolution de  $\varepsilon_{bc_z}$  en cas de blocage de l'incidence ( $t = 260$  s)FIGURE 5.7 – Erreur d'estimation sur l'incidence avec les modèles NAIADS et neuronaux en cas de blocage de l'incidence ( $t = 260$  s)

On effectue la même analyse sur le cas de mode commun de panne caractéristique des tubes Pitot mesurant la pression totale. La Figure 5.9 illustre l'évolution de la pression totale mesurée (en bleu), vraie (en rouge) et estimée selon les modèles NAIADS (en vert) et neuronal (en orange), ainsi que les erreurs d'estimation résultant de ces modèles.

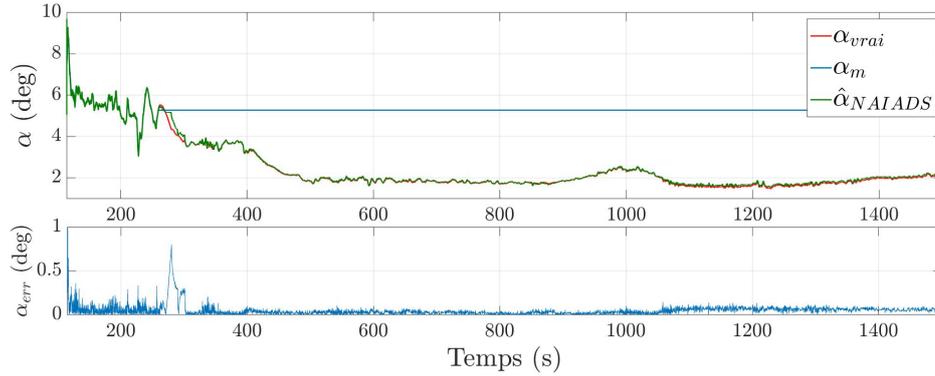


FIGURE 5.8 – Estimation de l'incidence en cas de blocage des sondes  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  ( $t = 260$  s) et erreur d'estimation résultante

tantes. L'erreur sur  $V_C$  est quantifiée au travers de la Figure 5.11. La Figure 5.10 montre l'évolution de la grandeur  $\varepsilon_{b_{C_z}}$  au fil des différents événements. Lorsque les capteurs de pression totale sont erronés, la grandeur  $\varepsilon_{b_{C_z}}$  permet de détecter l'apparition de la panne. On se réfère ensuite aux Tableaux 4.5 ou 4.4 pour son isolation en fonction de la disponibilité des capteurs moteurs.

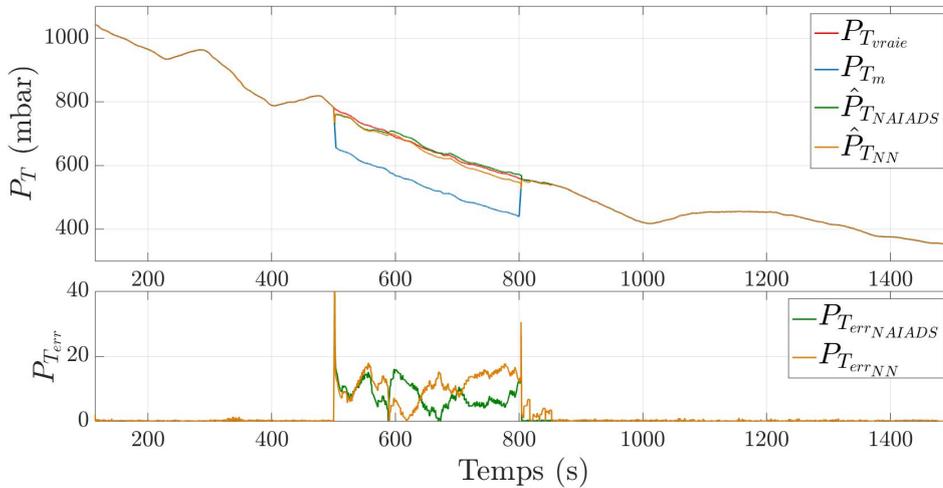


FIGURE 5.9 – Estimation de la pression totale et des erreurs d'estimation avec les modèles NAIADS et neuronal en cas de panne entre  $t = 500$  s et  $t = 800$  s

Dans cet exemple, ce scénario a été joué sans les capteurs moteurs. L'isolation de la panne est donc principalement effectuée grâce à l'indicateur  $\text{Ind}_{P_T}$  (cf. section 4.3.2). La Figure 5.12 donne un aperçu de l'évolution des grandeurs de référence  $\Delta M_{P_T}^{HF}$  et  $\Delta_M^2$  pour l'établissement de cet indicateur.

Concernant le cas de mode commun de panne des pressions statiques, on choisit

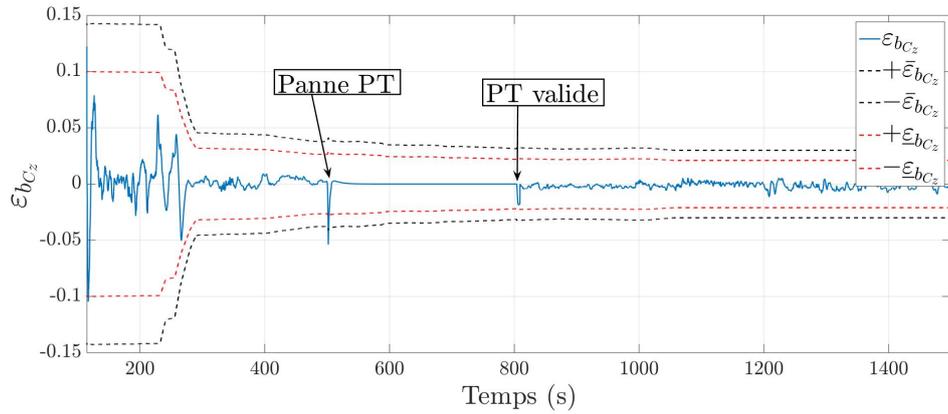


FIGURE 5.10 – Évolution de  $\varepsilon_{b_{C_z}}$  en cas de panne des capteurs de pression totale entre  $t = 500$  s et  $t = 800$  s

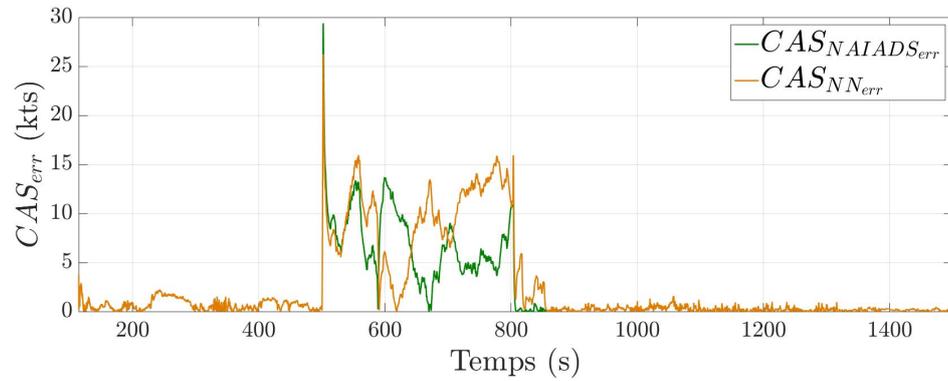


FIGURE 5.11 – Erreur sur la vitesse conventionnelle en cas de panne des capteurs de pression totale entre  $t = 500$  s et  $t = 800$  s

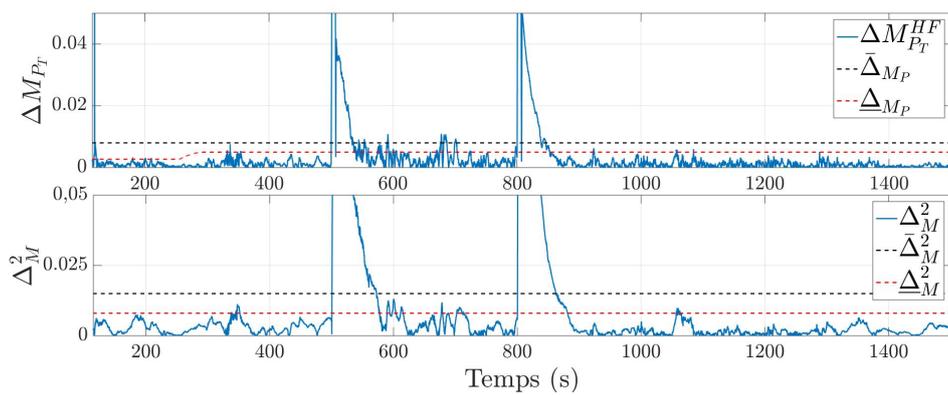


FIGURE 5.12 – Évolution des grandeurs  $\Delta M_{P_T}^{HF}$  et  $\Delta_M^2$  en cas de panne des capteurs de pression totale entre  $t = 500$  s et  $t = 800$  s

un scénario de décollage avec une panne sur la pression statique en considérant les capteurs moteurs disponibles. On simule ensuite une panne d'une des deux pressions moteurs à  $t = 200$  s. La Figure 5.13 illustre l'évolution de la pression statique vraie (en rouge), mesurée (en bleu) et estimée selon le modèle NAIADS (en vert) et neuronal (en orange). L'erreur d'estimation induite est illustrée sur la Figure 5.14.

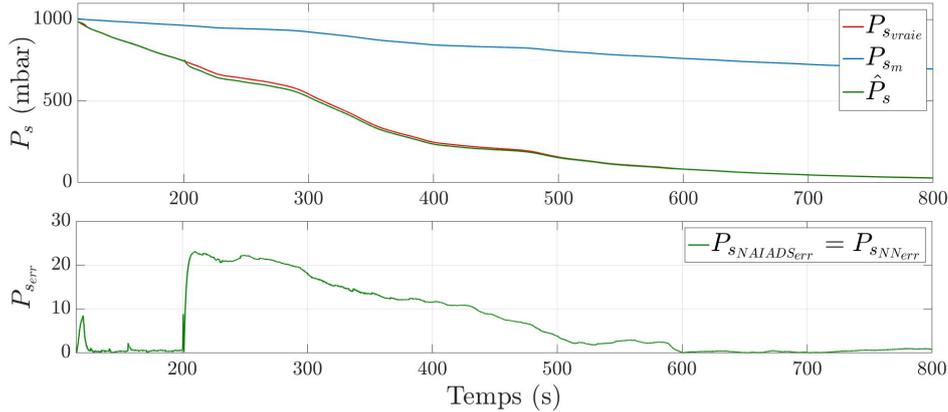


FIGURE 5.13 – Estimation de la pression statique et de l'erreur d'estimation en cas de panne des capteurs de pression statique au décollage puis de perte des capteurs moteur ( $t = 200$  s)

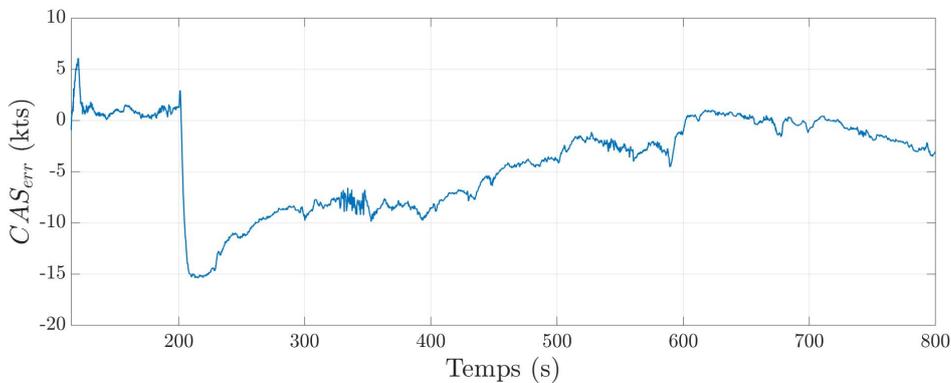


FIGURE 5.14 – Erreur de la vitesse conventionnelle en cas de panne des capteurs de pression statique au décollage puis de perte des capteurs moteur ( $t = 200$  s)

La panne de pression statique au décollage est identifiée grâce au Tableau de signature 4.4. Une fois la pression statique détectée en panne, la mesure virtuelle de pression statique moteur prend le relais en entrée du filtre estimateur et des algorithmes de détection. Le Tableau 4.5 permet l'identification de la panne moteur détectée lorsque  $\varepsilon_{b_{C_z}} > \bar{\varepsilon}_{b_{C_z}}$ , essentiellement par l'intermédiaire de l'indicateur  $\text{Ind}_{P_S}$ . Ces deux grandeurs associées  $\Delta_Z^{HF}$  et  $\Delta_Z^2$  sont illustrées sur la Figure 5.15. Le même scénario peut être joué sans disposer des capteurs moteurs. Ce cas d'embarquement

lent sur les capteurs de pression statique est abordé en détail dans la section 5.2.3.

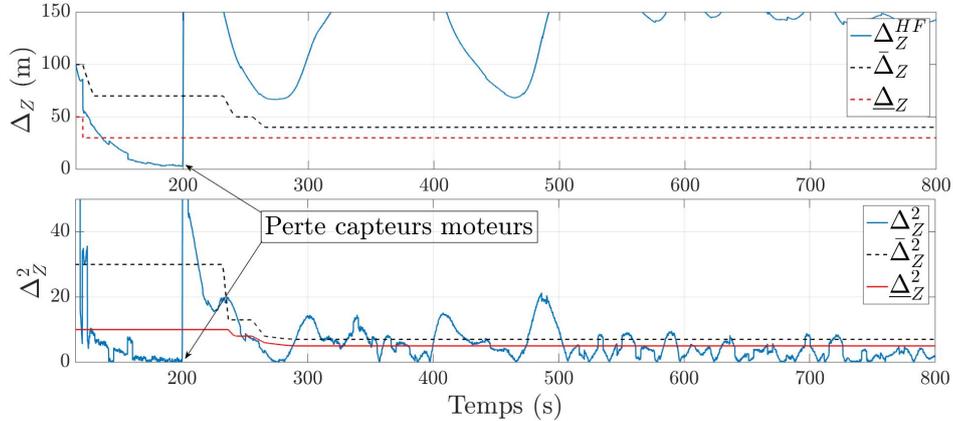


FIGURE 5.15 – Évolution des grandeurs  $\Delta_Z^{HF}$  et  $\Delta_Z^2$  cas de perte des capteurs virtuels de pression statique moteur utilisés en substitution de la mesure de pression statique invalidée dès le décollage

Pour finir, la perte de la mesure de température totale selon le mode commun de panne caractéristique décrit à la section précédente est détectée grâce au Tableau de signature 4.4 si les capteurs moteur sont disponibles et via 4.5 sinon. La Figure 5.16 illustre un mode commun de panne caractéristique de la température totale ( $t = 500$  s), suivi d'une perte de capteur moteur ( $t = 800$  s). La perte des capteurs de température totale est progressive avec dans un premier temps un écart de 3 degrés pendant 150 secondes puis dans un second temps un embarquement rapide de la mesure vers  $T_0 = 273.15$  K. La détection de la panne s'effectue à  $t = 650$  s lorsque l'écart de température totale s'accroît considérablement. La mesure de température totale moteur se substitue alors en entrée des algorithmes jusqu'à  $t = 200$  s lorsque les capteurs moteurs sont détectés en panne. La température totale est ensuite estimée pour le reste du vol. On constate de forts écarts entre l'estimée et la valeur réelle. Il résulte des importantes variations des états  $\Delta_{ISA}$  et  $z_C$  mais n'ont cependant aucun impact sur l'estimation des paramètres de vol critiques ( $\alpha$ ,  $V_C$ ). Dans cette configuration, lorsque plus aucune mesure de température totale n'est disponible, ces deux états sont figés.  $\Delta_{ISA}$  prend la valeur d'avant panne tandis que  $z_C$  converge rapidement vers 0 (cf. Figure 5.17).

Ces pannes caractéristiques sont gérées avec et sans capteur moteur. Il apparaît néanmoins déjà certaines limites en l'absence de capteur moteur et dans certaines configurations. Par exemple, si le blocage des sondes d'incidence s'effectue lorsque la mesure d'incidence est déjà relativement faible, la panne peut être vue comme un embarquement lent. Dans ce cas, il se peut que les algorithmes d'isolation ne soient pas en mesure d'identifier l'origine de la faute. On conclut alors à une panne non identifiée et ADVISER serait désactivé par mesure de précaution à moins qu'un

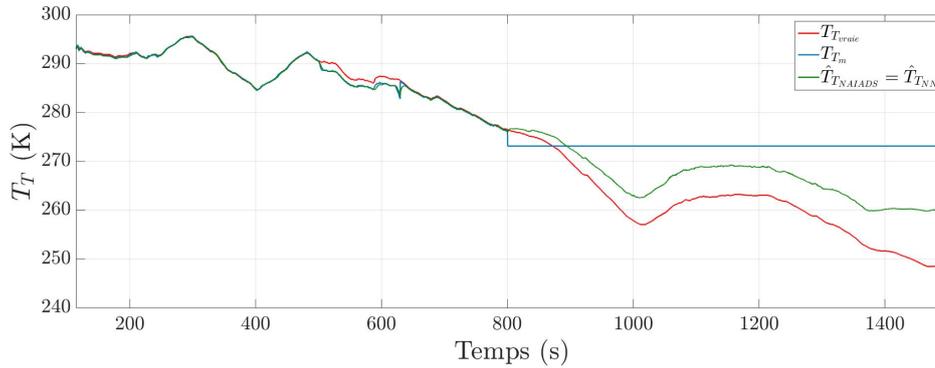


FIGURE 5.16 – Estimation de la température totale en cas de panne des capteurs de température totale ( $t = 500$  s) puis de perte des capteurs moteur ( $t = 800$  s)

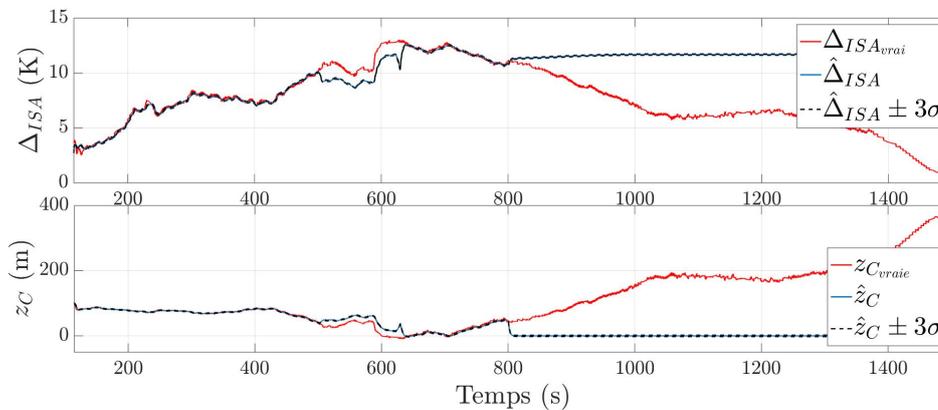


FIGURE 5.17 – Estimation du  $\Delta_{ISA}$  et de  $z_C$  en cas de panne des capteurs de température totale ( $t = 500$  s) puis de perte des capteurs moteur ( $t = 800$  s)

système extérieur ne lui indique l'origine de la panne. De même, la panne de pression statique au décollage peut être vue comme un embarquement lent. En l'absence de capteur moteur, elle peut alors conduire à une panne non identifiée en fonction de ses caractéristiques. La section 5.2.3 aborde en détails les embarquements limites conduisant à une panne non identifiée par l'intermédiaire d'une validation Monte-Carlo.

En dehors des pannes caractéristiques précédemment décrites, de nombreuses pannes peuvent être rencontrées sur les capteurs avion et moteur. Afin d'évaluer les capacités de l'algorithme, un premier travail a consisté à tester chacune d'entre elles dans différentes phases de vol. Certains cas de panne ont nécessité un traitement spécifique afin d'assurer leur identification. C'est par exemple le cas des pannes oscillatoires qui ont nécessité l'utilisation d'un algorithme de détection spécifique (cf. section 4.3.2.9). Sans celui-ci, selon la fréquence d'oscillation, il se peut que la panne puisse être détectée mais non identifiée. Les Figures 5.18 et 5.19 illustrent

deux résultats d'estimation en cas de panne oscillatoire sur l'incidence d'amplitude 2 degrés et de pulsations respectivement 1 rad/s et 10 rad/s. Dans le premier cas, la panne est immédiatement isolée mais, dans le second, elle conduit à une panne non identifiée 70 secondes après le début de l'apparition des oscillations.

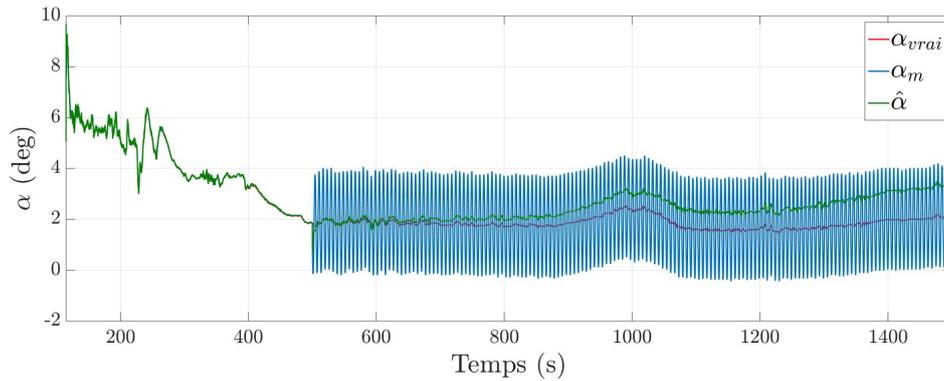


FIGURE 5.18 – Estimation de l'incidence en cas de panne oscillatoire ( $\omega = 1$  rad/sec) sur les sondes d'incidence ( $t = 500$  s)

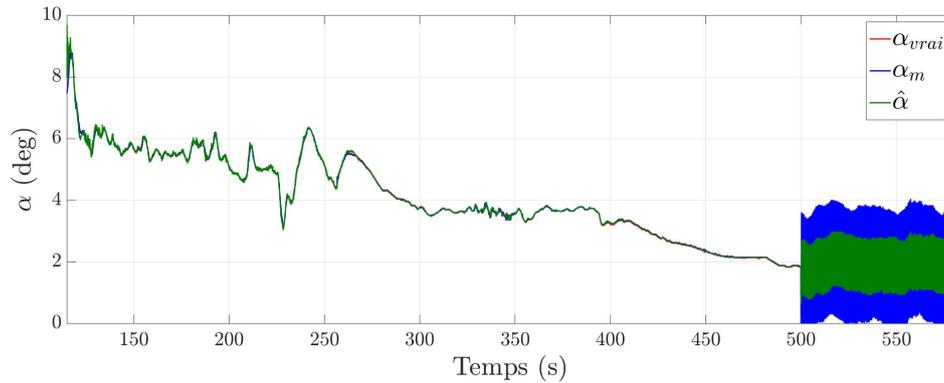


FIGURE 5.19 – Estimation de l'incidence en cas de panne oscillatoire ( $\omega = 10$  rad/s) sur les sondes d'incidence ( $t = 500$  s)

Le module de détection intègre donc un algorithme spécifique recourant à une FFT implémentée sous forme récursive appliquée aux résidus  $\varepsilon_\alpha$ ,  $\varepsilon_{P_T}$ ,  $\varepsilon_{P_S}$  et  $\varepsilon_{T_T}$  générés par le filtre de Kalman. Les pulsations  $\omega_{P_\alpha}$ ,  $\omega_{P_{P_T}}$ ,  $\omega_{P_{P_S}}$  et  $\omega_{P_{T_T}}$  sont évaluées en ligne suivant la logique décrite dans la section 4.3.2.9. La Figure 5.20 permet de comparer sur un même scénario les conséquences de l'apparition d'une panne oscillatoire en illustrant les différents signaux obtenus avec (en rouge) et sans panne (en vert). La panne oscillatoire est simulée sur l'incidence à l'instant  $t = 200$  s avec une pulsation de 10 rad/s. Ses conséquences sur le résidu  $\varepsilon_\alpha$  sont illustrées dans la partie supérieure de la figure. La seconde partie renvoie à la pulsation  $\omega_{P_\alpha}$  la plus probable, identifiée à partir du signal  $\varepsilon_\alpha$ . Lors de l'apparition de la panne

oscillatoire, celle-ci se stabilise bien autour de 10 rad/s. La troisième partie montre le résultat de l'application en ligne de la FFT sous forme récursive sur le signal  $\varepsilon_\alpha$  pour la pulsation  $\omega_{P_\alpha}$  identifiée. L'apparition de la panne oscillatoire se traduit par une augmentation conséquente de  $|X(\omega)|$ , calculé à partir de la relation 3.67, permettant la détection et l'isolation de la panne oscillatoire sur la mesure d'incidence.

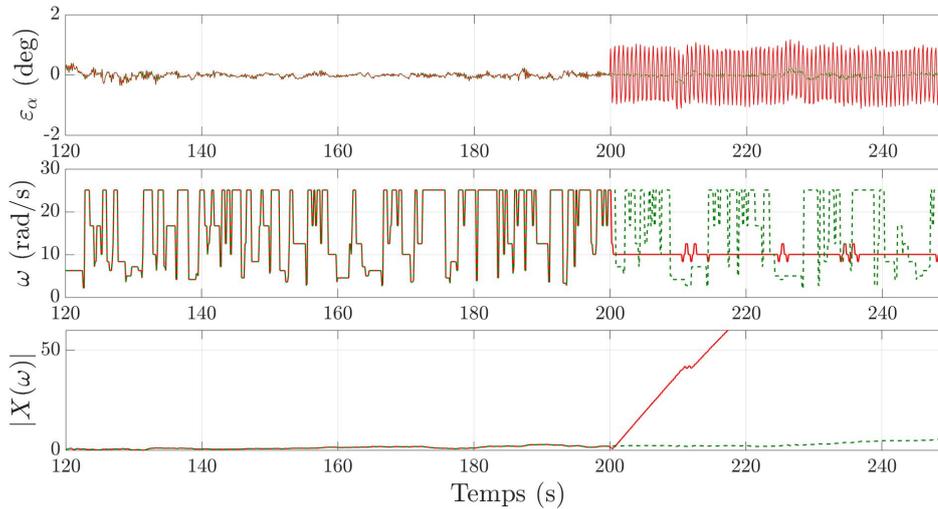


FIGURE 5.20 –  $\varepsilon_\alpha$ , pulsation  $\omega$  identifiée et  $|X(\omega)|$  en l'absence de panne (en vert) et dans le cas d'une panne oscillatoire d'amplitude de 1 degré et de pulsation 10 rad/s (en rouge) apparaissant à  $t = 200$  s

### 5.1.2.2 L'estimation des paramètres critiques

Un second aperçu des capacités du filtre estimateur peut être obtenu sur des données d'essais en vol. Plusieurs cas de panne ont donc été superposés à ces données de vol (i.e. on rejoue les données d'essais en vol en substituant la mesure d'intérêt par son signal en panne à partir de l'instant de panne choisi). Après leur détection et leur isolation, le filtre de Kalman est reconfiguré. Les estimés générés sont comparés aux valeurs réelles afin d'évaluer les performances du filtre sur ces vols présentant de fortes fluctuations atmosphériques (sur les états  $\Delta_{ISA}$  et  $z_C$ ) et des vents tridimensionnels variables ( $W_{x_0}$ ,  $W_{y_0}$  et  $W_{z_0}$ ). Par ailleurs, une comparaison des résultats d'estimation issus des modèles NAIADS et neuronal est également effectuée.

Le premier vol entre Toulouse et Hydrâbâd (Inde) dure 9 heures et 44 minutes. Il inclut toutes sortes de manœuvres en plus des phases de décollage et d'atterrissage et présente des turbulences en croisière et à l'atterrissage. ADVISER est actif lorsque l'avion est en vol, afin que l'équation de portance soit valable. Il est donc activé lorsque l'avion n'est plus en contact avec le sol ( $t = 114$  s) et se désactive à son contact lors de l'atterrissage. La Figure 5.21 montre le résultat d'estimation de l'incidence suite à un blocage permanent simulé de façon cohérente et simultanée

sur les sondes au début de la phase de montée ( $t = 200$  s). Les incidences estimées utilisant les modèles NAIADS (en vert) et neuronal (en orange) (cf. Section 4.2.3.1) sont comparées à l'incidence vraie (en rouge), tandis que la mesure (en bleu) reste bloquée. La deuxième partie de la figure illustre l'erreur d'estimation provenant de chacun de ces deux modèles. Le modèle neuronal n'étant actuellement pas disponible en configuration hyper-sustentée, il est automatiquement remplacé par le modèle NAIADS. Il est donc pour le moment seulement possible de comparer ces deux modèles en configuration lisse (i.e. bords et volets rentrés). Premièrement, on constate que le filtre estimateur est bien capable de fournir une estimation tout au long du vol quel que soit le modèle. Deuxièmement, la précision des estimés est directement liée au modèle utilisé. Ainsi, le modèle neuronal offre de meilleures performances, surtout à haut Mach, étant donné que le modèle NAIADS utilisé ne prend pas en considération l'effet du Mach sur le coefficient de portance.

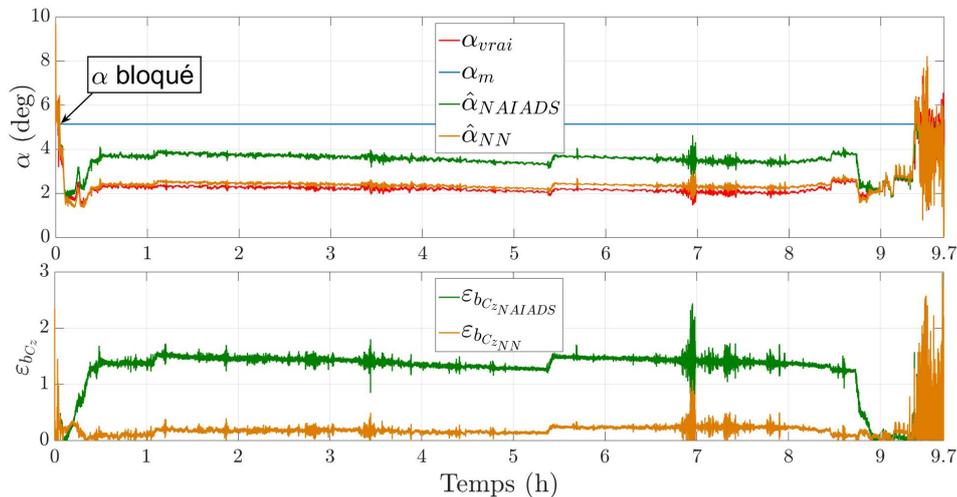


FIGURE 5.21 – Estimation de l'incidence en cas de blocage des sondes ( $t = 200$  s)

On réitère la simulation sur ce premier vol en considérant désormais un mode commun de panne sur la pression totale, et les pressions moteurs indisponibles. De cette façon, la pression totale est reconstruite et la vitesse conventionnelle est estimée. La Figure 5.22 illustre l'estimation de la vitesse conventionnelle selon le modèle de substitution utilisé (NAIADS en vert et le neuronal en orange) ainsi que la vitesse conventionnelle vraie (en rouge) et mesurée (en bleu). La deuxième partie de la figure montre les erreurs d'estimation résultant des deux modèles.

On effectue la même étude sur un second vol entre Iqaluit (Canada) et Toulouse d'une durée de 5 heures et 29 minutes. Il présente de fortes fluctuations de température (+55 degrés entre le décollage et l'atterrissage) et un vent tridimensionnel variable. La Figure 5.23 illustre le résultat d'estimation en cas de blocage cohérent et simultané des sondes d'incidence au décollage en utilisant les modèles NAIADS

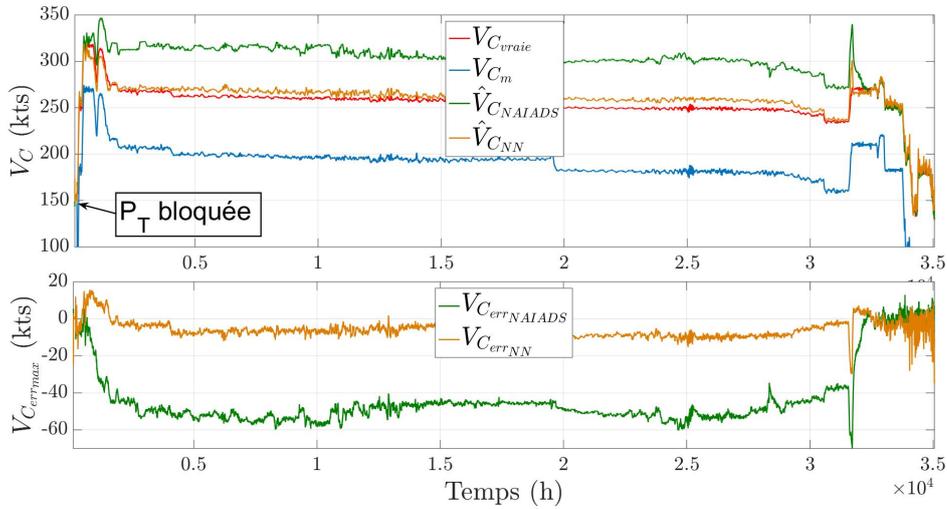


FIGURE 5.22 – Estimation de la vitesse conventionnelle en cas de panne des tubes Pitot ( $t = 200$  s) et d'indisponibilité des capteurs de pression moteurs

et neuronal. De même, la Figure 5.24 montre l'estimation de la vitesse conventionnelle lors d'un mode commun de panne des capteurs de pression totale et en cas d'indisponibilité des capteurs de pression moteurs.

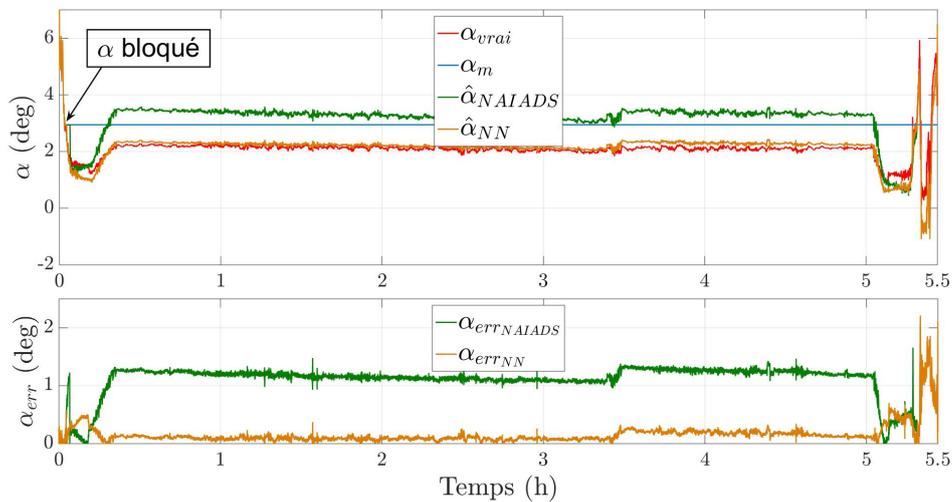


FIGURE 5.23 – Estimation de l'incidence en cas de blocage des sondes ( $t = 200$  s)

Ces résultats d'estimation en cas de panne capteur confirment l'importance du modèle du coefficient de portance utilisé. Des performances acceptables peuvent être atteintes à l'aide du modèle neuronal pour un coût limité (cf. section 4.5.1). Cette observation est valable en l'absence des capteurs de pression moteurs en cas de modes communs de panne des sondes d'incidence et des capteurs de pression totale,

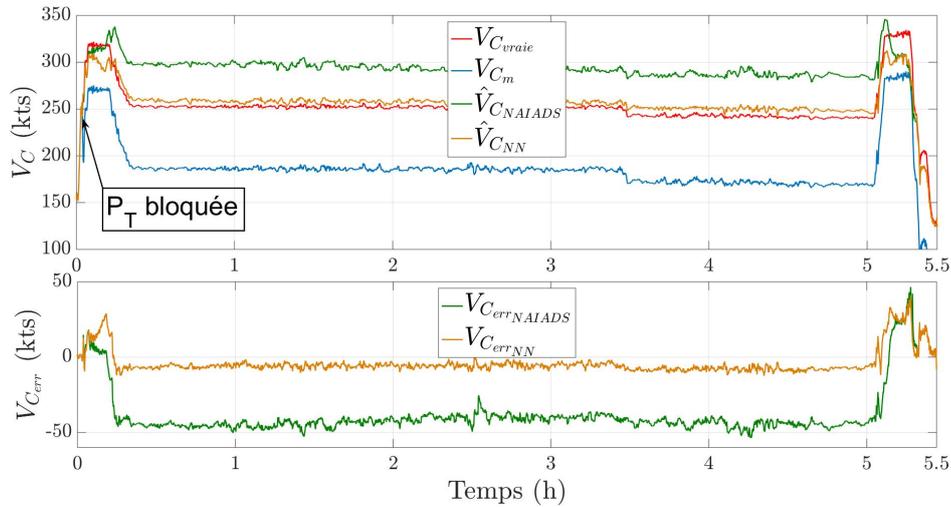


FIGURE 5.24 – Estimation de la vitesse conventionnelle en cas de panne des tubes Pitot ( $t = 200$  s) et d’indisponibilité des capteurs de pression moteurs

mais également en cas de modes communs de panne des pressions statiques. La pression statique courante sera également estimée grâce à l’équation de portance et sa précision dépendra de la précision du modèle utilisé. L’estimation de la température totale sera au contraire bien plus délicate. En effet, elle est obtenue par l’intermédiaire du modèle atmosphère. Or la perte d’observabilité d’un des deux états  $\Delta_{ISA}$  ou  $z_C$  peut avoir de fortes conséquences dans une atmosphère changeante, comme illustré sur la Figure 5.16.

La section suivante aborde la validation de l’architecture ADVISER et présente les outils de validation utilisés. Elle se concentre plus particulièrement sur les problématiques de détection et d’isolation de pannes capteurs, en cas de mode commun de panne, et d’erreur de saisie de masse.

## 5.2 Validation Monte-Carlo

La campagne de validation effectuée a été centrée sur les modes communs de panne correspondant à des embarquements lents, non détectés par les systèmes de surveillance actuellement embarqués sur avion. Elle avait pour objectif :

- de calculer les taux de mauvaise isolation (**MI**) incluant notamment les potentielles fausses alarmes, d’absence de détection (**ND**), de détection non identifiée (**DNI**) et de bonne isolation (**BI**) ;
- de faire un bilan des erreurs d’estimation maximales (préférées aux temps de détection pour la visualisation) sur l’incidence et sur la vitesse conventionnelle pouvant être atteintes lors de l’apparition de pannes ;

Les résultats de cette campagne de validation sont scindés en trois parties :

- les premières sections portent sur les modes communs de panne impactant les trois mesures composant la mesure consolidée (cf. Figure 5.25). Les modes communs de panne impactant un unique type de capteur avion (incidence, pression totale, pression statique, température totale) sont évalués dans la section 5.2.2. La même évaluation est ensuite réalisée en l'absence des capteurs moteur ( $P_{mot}$  et  $T_{T_{mot}}$ ) dans la section 5.2.3;

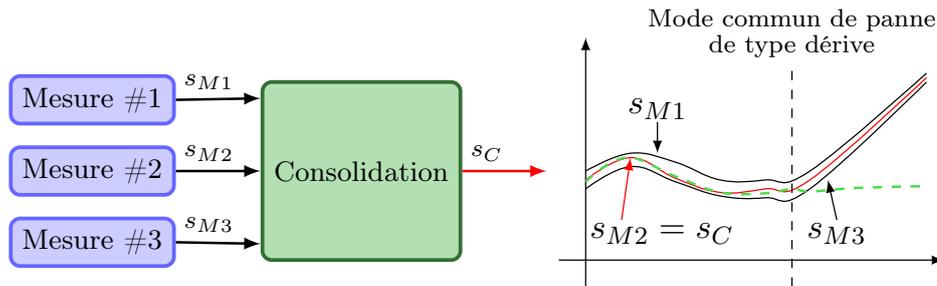


FIGURE 5.25 – Exemple d'un mode commun de panne correspondant à un embarquement lent des trois capteurs utilisés pour l'obtention de la mesure consolidée

- la section 5.2.4 aborde les cas de modes communs de panne n'impactant que deux des trois mesures (cf. Figure 5.26). Le troisième capteur utilisé dans l'architecture de type triplex est donc toujours valide et les capacités de re-sélection d'ADVISER sont ainsi évaluées. Cette section abordera uniquement les pannes portant sur les différents capteurs avion en l'absence des capteurs moteur ;

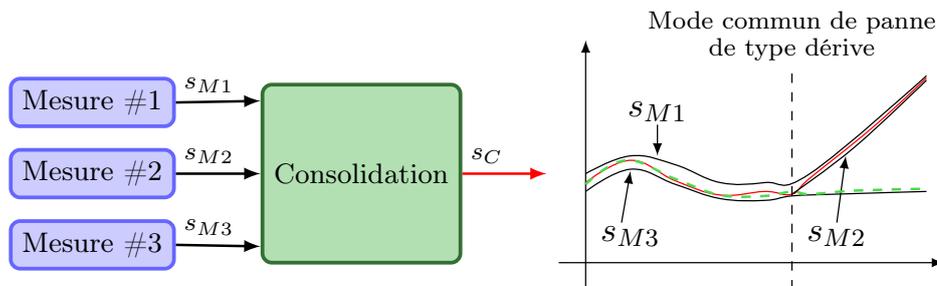


FIGURE 5.26 – Exemple d'un mode commun de panne correspondant à un embarquement lent de deux des trois capteurs utilisés pour l'obtention de la mesure consolidée

- La section 5.2.5 évalue les performances d'ADVISER en cas d'erreur de saisie de la masse au décollage. Des erreurs de masse tirées aléatoirement dans l'intervalle  $\pm 200$  tonnes sont simulées.

Les embarquements lents testés ont des pentes variables définies selon le Tableau 5.3.

Capteurs	Pentes testées
Incidence	-15 à 15 deg/min
Pression totale	-150 à 150 mbar/min
Pression statique	-150 à 150 mbar/min
Température totale	-20 à 20 K/min

TABLE 5.3 – Caractéristiques des pannes testées selon le type de capteur

Afin de mener à bien cette campagne, un outil spécifique a été développé, présenté dans la section suivante. Il permet de tester plusieurs centaines, voire potentiellement plusieurs milliers, de scénarios de pannes pour chacune des combinaisons de capteurs indisponibles. Il permet d'évaluer sur plusieurs points de vol les performances de détection, identifiées par les différents taux précédemment définis, d'un embarquement lent sur les capteurs d'incidence, de pression statique, de pression totale ou de température totale, en l'absence de capteurs moteurs.

### 5.2.1 L'outil de validation

Le passage en revue de différentes pannes de type dérive de caractéristiques différentes a conduit au développement d'un outil de validation spécifique sous Matlab. Il permet de simuler un grand nombre de pannes de caractéristiques variables sur un même scénario. En sortie, il permet d'obtenir les différents taux recherchés, les erreurs maximales commises sur les paramètres critiques, et d'identifier facilement les caractéristiques des pannes ne conduisant pas à une bonne détection ou induisant de mauvaises performances.

**Monte Carlo validation tool**

---

**Saturation fault configuration**

Saturate AoA drift    min: 10    max: 10    Nbr of run: 5000    Simulink: FFE\_v10\_0\_MC.mdl     Max simu time  
 Saturate PT drift    min: 2000    max: 2000    mbar    Scenario: SCENARIO\_A380\_L0001V0630\_TLS\_HYD\_1.mat    Duration: 600  
 Saturate AoA #1    min: 2000    max: 20    K  
 Saturate TAT drift    min: 20    max: 20    K  
 Run

---

**A/C configuration**

Weight Error    min: -20    max: 20    tons  
 CI Error    min: 0    max: 0    sec    Bias    Amplitude: 0    At time: 0    sec

---

**AoA fault configuration**

	min	max	min	max	min	max	min	max
AoA #1	-15	15	°/min	500	sec	0	0.3	°
AoA #2 = AoA#1	0	0	°/min	0	sec	0	0.3	°
AoA #3 = AoA#1	0	0	°/min	0	sec	0	0.3	°

---

**PT fault configuration**

	min	max	min	max	min	max	min	max
PT #1	-100	100	mbar	500	sec	0	0	mbar
PT #2 = PT#1	0	0	/min	0	sec	0	0	mbar
PT #3 = PT#1	0	0	/min	0	sec	0	0	mbar

---

**PS fault configuration**

	min	max	min	max	min	max	min	max
PS #1	-43.43	-43.43	/min	222.46	sec	0	0	mbar
PS #2 = PS#1	0	0	/min	0	sec	0	0	mbar
PS #3 = PS#1	0	0	/min	0	sec	0	0	mbar

---

**TAT fault configuration**

	min	max	min	max	min	max	min	max
TAT #1	10	10	K/min	180	sec	0	0	K
TAT #2 = TAT#1	0	0	K/min	0	sec	0	0	K
TAT #3 = TAT#1	0	0	K/min	0	sec	0	0	K

FIGURE 5.27 – Interface graphique de l’outil de validation

La Figure 5.27 illustre l'interface utilisateur qui a été développée. Y apparaissent la possibilité de sélectionner plusieurs paramètres tels que le scénario, la version du modèle ADVISER ou encore le nombre de scénarios souhaités. Il permet ensuite de modifier des paramètres de vol tels que la masse de l'avion au décollage ou l'erreur de modèle. Enfin de nombreuses pannes peuvent être sélectionnées sur chacun des capteurs sous la forme de biais et de dérives de caractéristiques différentes.

Pour chaque panne générée (capteur, masse, erreur de modèle), il est possible de renseigner ensuite des intervalles pour définir ses caractéristiques (amplitude pour le biais et pente pour la dérive), de même que l'instant d'occurrence de la panne. La définition d'un intervalle conduit au tirage d'une valeur aléatoire selon une distribution uniforme, bornée par les valeurs saisies. Ce tirage est effectué pour chacune des simulations et est récapitulé dans un tableau Excel. De cette façon, il est possible d'effectuer un balayage sur un grand nombre de caractéristiques (pente ou amplitude) de pannes admissibles, à des instants variables.

Les sections suivantes rendent compte des performances de détection et d'isolation obtenues grâce à cet outil pour chacune des combinaisons de capteurs indisponibles en utilisant le modèle NAIADS simplifié (non corrigé du Mach).

### 5.2.2 Les premiers cas de panne

Cette section présente les performances de diagnostic (à partir du modèle NAIADS simplifié) dans le cas d'apparition d'une première panne, c'est-à-dire lorsque tous les capteurs sont initialement disponibles. On utilise l'outil présenté précédemment afin de générer des pannes sur les différentes sources en faisant varier leurs caractéristiques (pente d'embarquement et/ou amplitude du biais) ainsi que les points de vol. Cette section ainsi que la suivante se focalisent uniquement sur des modes communs de panne avec des embarquements simultanés et cohérents des trois capteurs utilisés, comme illustré sur la Figure 5.25.

Dans le cas d'un embarquement lent de l'incidence, on passe en revue un grand nombre de dérives de pente comprises dans l'intervalle  $[-15;15]$  deg/min pour des altitudes allant de 0 à 30000 pieds. La Figure 5.28 illustre sur 500 simulations de pannes tirées aléatoirement le résultat d'identification d'ADVISER. On constate que seuls les cas de panne correspondant à des dérives très faibles ( $<0.4$  degrés par minutes) n'ont pas pu être détectés par le filtre estimateur sur l'horizon temporel de simulation (de l'ordre de quinze minutes par simulation). Par exemple, la panne simulée sur les sondes d'incidence de pente  $-0.174$  deg/min à l'instant  $t = 571.18$  s (ici non détectée et induisant une erreur maximale sur l'incidence de  $0.77$  deg), sera détectée bien plus tard à  $t = 955.125$  s avec une erreur maximale sur l'incidence de  $1.12^\circ$  (cf. Figure 5.29). La Figure 5.30 permet de visualiser l'erreur maximale sur l'incidence pour chacune de ces simulations. Les cas de non détection correspondent bien à des erreurs trop faibles pour être détectées. En revanche, l'erreur maximale

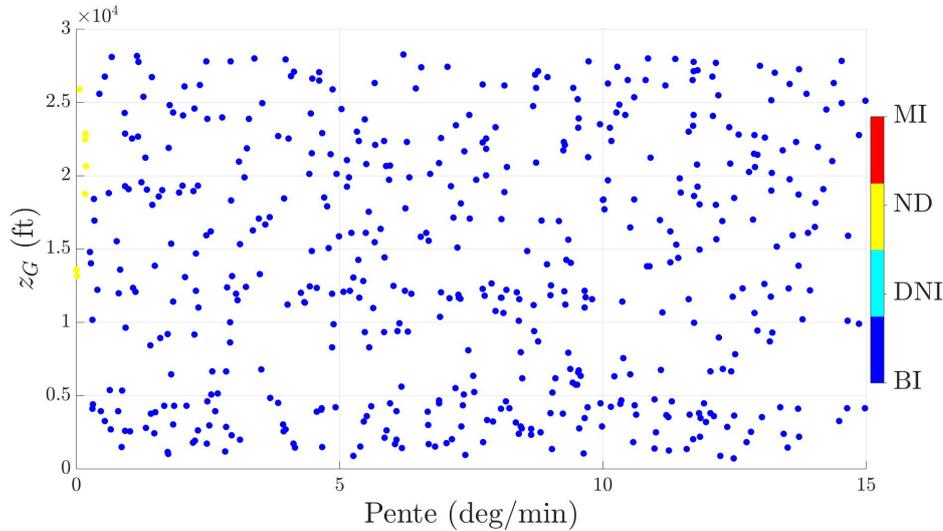


FIGURE 5.28 – Résultat d’identification d’ADVISER en cas d’embarquement simultané et cohérent des capteurs d’incidence mesurant  $\alpha$  en fonction de la pente générée et de  $z_G$  - 500 simulations

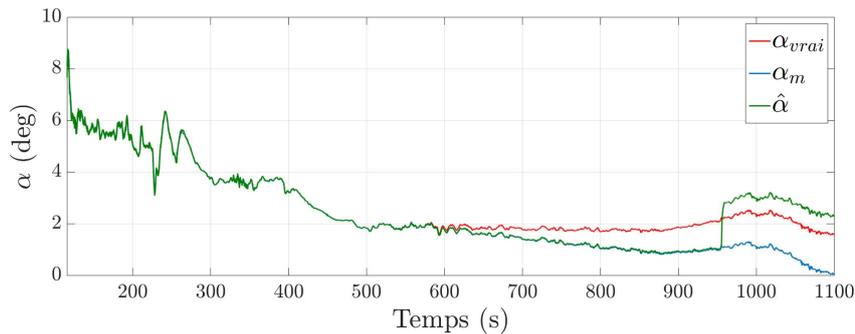


FIGURE 5.29 – Exemple de cas d’embarquement lent non détecté sur la mesure d’incidence sur un horizon de 15 minutes, mais détecté et isolé en augmentant l’horizon temporel de la simulation

avoisine les 2.7 degrés. Elle est obtenue à faible altitude en configuration hypersustentée et résulte directement de l’erreur de modèle associée à ce point de vol. On constate sur cette figure et sur toutes celles qui suivront qu’une valeur minimale d’erreur sur l’incidence (ou sur la vitesse conventionnelle, selon les figures) apparaît très clairement. Celle-ci résulte des valeurs minimales pouvant être atteintes par le seuil adaptatif associé à  $\varepsilon_{b_{C_z}}$ .

On effectue la même analyse dans le cas d’un embarquement lent de la pression totale en recourant à un balayage sur la pente de la dérive dans l’intervalle  $[-150;150]$  mbar/min pour des altitudes comprises entre 0 et 30000 pieds. La Figure 5.31 illustre le diagnostic d’ADVISER sur 1000 simulations de pannes tirées aléatoi-

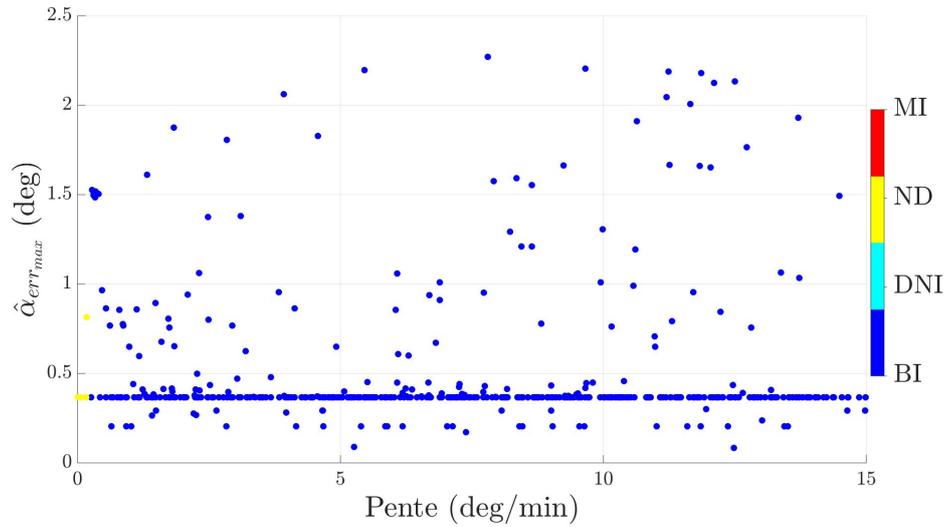


FIGURE 5.30 – Résultat d’identification d’ADVISER en cas d’embarquement simultané et cohérent des capteurs d’incidence mesurant  $\alpha$  et maximum d’erreur sur  $\hat{\alpha}$  en fonction de la pente générée - 500 simulations

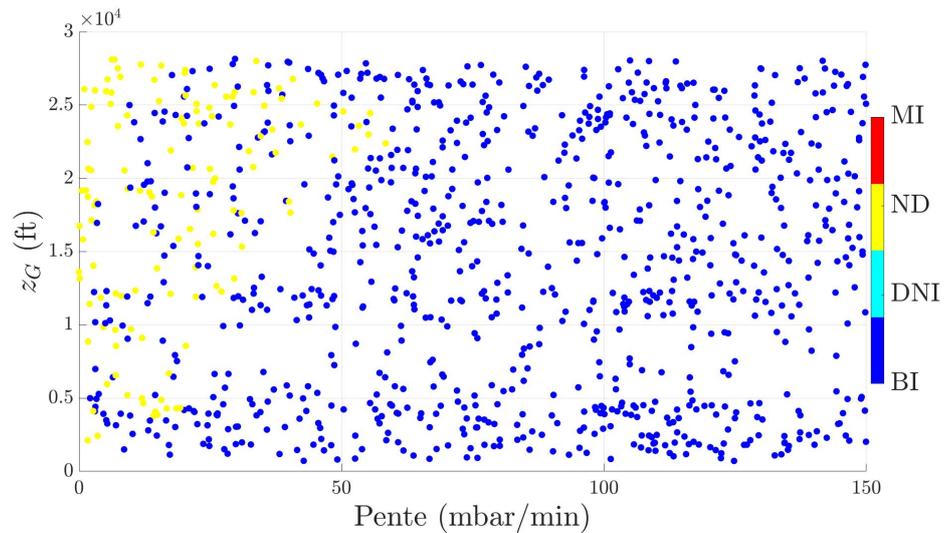


FIGURE 5.31 – Résultat d’identification d’ADVISER en cas d’embarquement simultané et cohérent des capteurs de pression totale mesurant  $P_T$  en fonction de la pente générée et de  $z_G$  - 1000 simulations

rement. Tout comme dans le cas de l’incidence, plusieurs pannes de faibles pentes ne sont pas identifiées sur l’horizon temporel de simulation (certaines de plus forte pente étant générées trop tardivement). Par exemple, la Figure 5.32 illustre le résultat finalement obtenu sur un horizon temporel plus grand sur le cas de panne non détectée de pente 11.78 mbar/min, apparaissant à l’instant  $t = 885.7$ , et induisant une erreur de 23.97 kts sur la vitesse conventionnelle. On constate que la panne

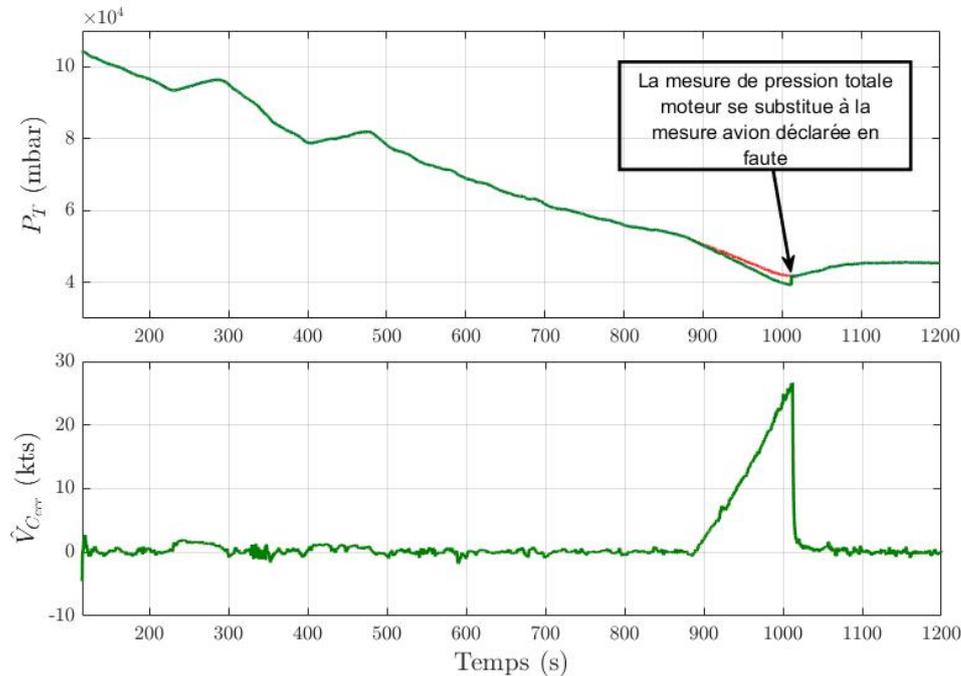


FIGURE 5.32 – Exemple de cas d'embarquement lent non détecté sur la mesure de pression totale sur un horizon de 15 minutes, mais détecté et isolé en augmentant l'horizon temporel de la simulation. Impact sur l'erreur de vitesse conventionnelle estimée

est correctement détectée et isolée à  $t = 979.25$  s pour une erreur maximale sur la vitesse conventionnelle de 18.50 kts. La Figure 5.33 montre le résultat obtenu sur un autre exemple de dérive très lente de 2.56 mbar/min apparaissant à  $t = 750.12$  s qui conduit à une panne non détectée sur un horizon restreint. On constate ici que la panne est bien isolée sur le capteur de pression totale à  $t = 1350.75$  s pour une erreur maximale sur la vitesse conventionnelle de 25.68 kts. En revanche, on constate sur la Figure 5.34 que des erreurs de vitesses conventionnelles pouvant aller jusqu'à 50 kts ont été obtenues. L'étude de ces cas de panne a permis de conclure qu'ils correspondent à des pannes générées à haute altitude et haut Mach. Tout comme pour l'incidence, elles résultent de la précision du modèle du coefficient de portance utilisé par l'algorithme sur ces points de vol.

Les Figures 5.35 et 5.36 illustrent les résultats obtenus dans le cas d'embarquement sur la pression statique dans l'intervalle  $[-150; 150]$  mbar/min pour des altitudes comprises entre 0 et 30000 pieds. L'erreur maximale obtenue sur la  $V_C$  est de l'ordre de 12 kts.

Dans le cas de la température totale, les Figures 5.37 et 5.38 montrent les résultats obtenus en simulant des pannes de pentes variables comprises dans l'intervalle

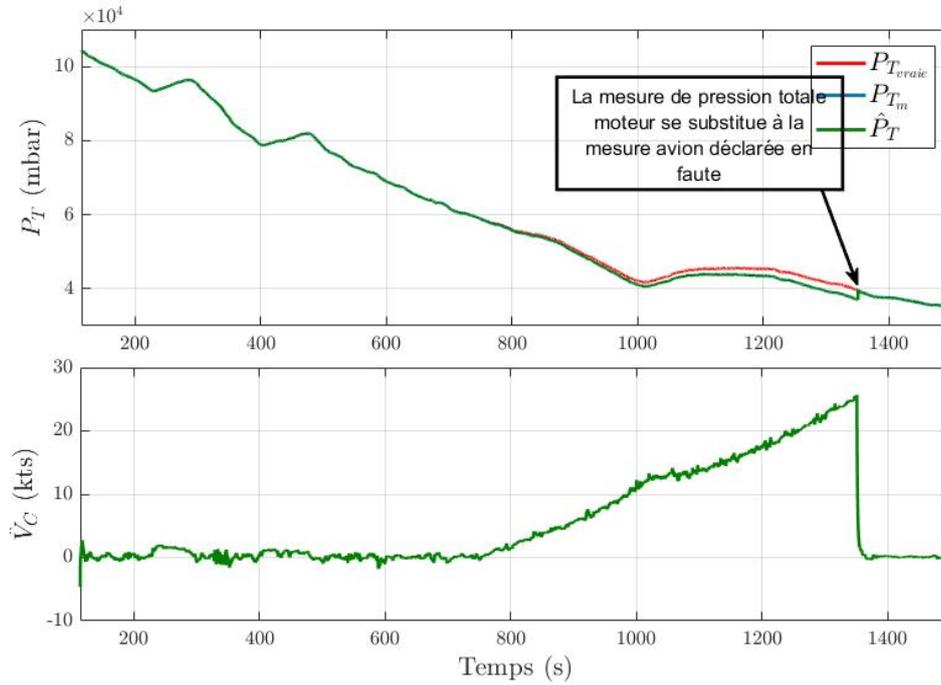


FIGURE 5.33 – Exemple de cas d'embarquement lent non détecté sur la mesure de pression totale sur un horizon de 15 minutes, mais détecté et isolé en augmentant l'horizon temporel de la simulation. Impact sur l'erreur de vitesse conventionnelle estimée

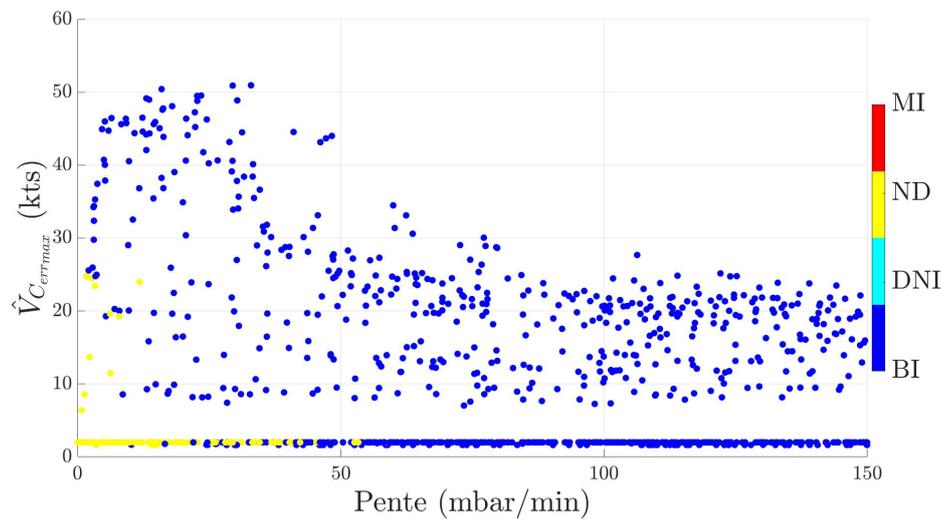


FIGURE 5.34 – Résultat d'identification d'ADVISER en cas d'embarquement simultané et cohérent des capteurs de pression totale mesurant  $P_T$  et maximum d'erreur sur  $\hat{V}_C$  en fonction de la pente générée - 1000 simulations

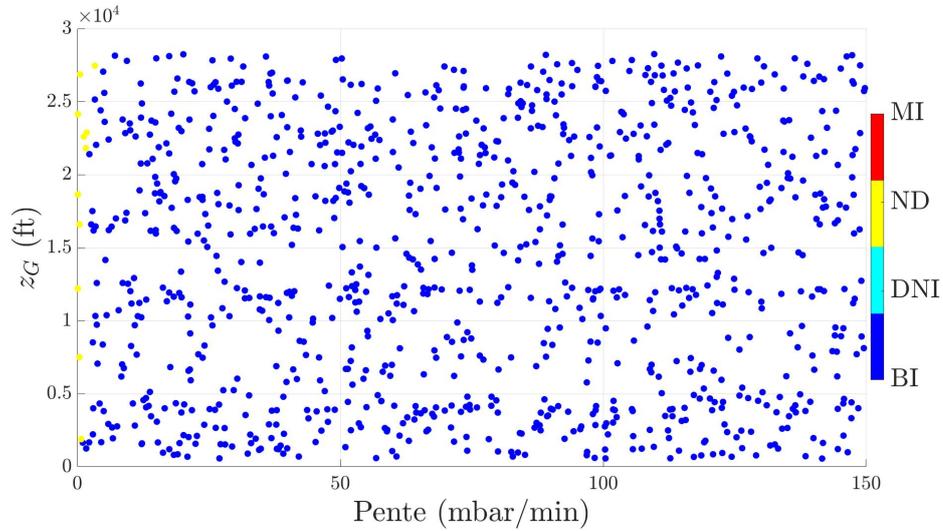


FIGURE 5.35 – Résultat d'identification d'ADVISER en cas d'embarquement simultané et cohérent des capteurs de pression statique mesurant  $P_S$  en fonction de la pente générée et de  $z_G$  - 1000 simulations

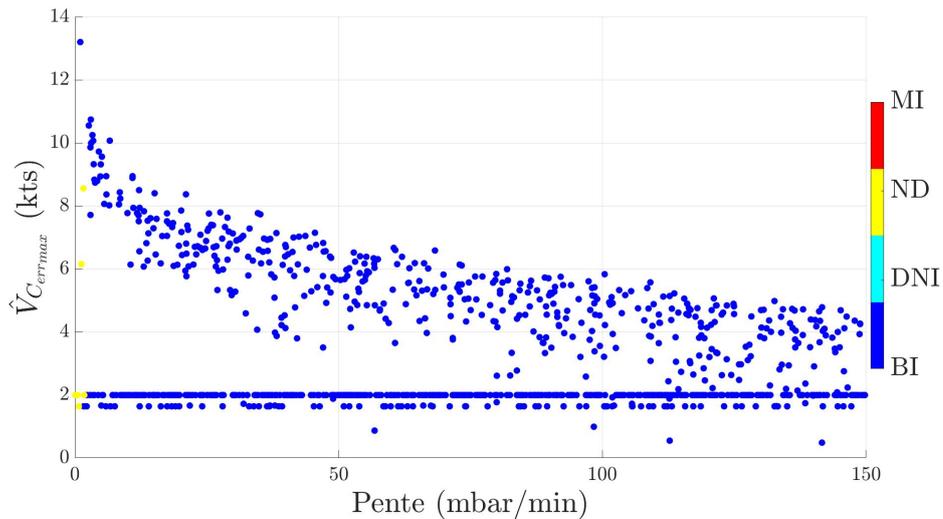


FIGURE 5.36 – Résultat d'identification d'ADVISER en cas d'embarquement simultané et cohérent des capteurs de pression statique mesurant  $P_S$  et maximum d'erreur sur  $\hat{V}_C$  en fonction de la pente générée - 1000 simulations

[-20;20] K/min pour des altitudes variant de 0 à 14000 pieds. On constate qu'une panne sur la température totale n'a quasiment aucun impact sur la vitesse conventionnelle estimée.

En résumé, l'apparition d'un premier cas de panne est correctement géré par ADVISER. Aucune mauvaise isolation n'est constatée et les quelques cas non dé-

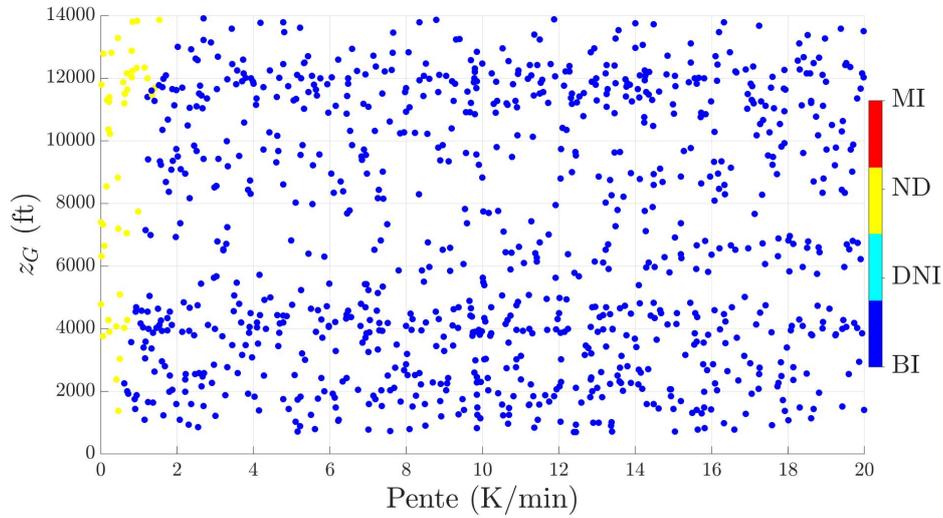


FIGURE 5.37 – Résultat d’identification d’ADVISER en cas d’embarquement simultané et cohérent des capteurs de température totale mesurant  $T_T$  en fonction de la pente générée et de  $z_G$  - 1000 simulations

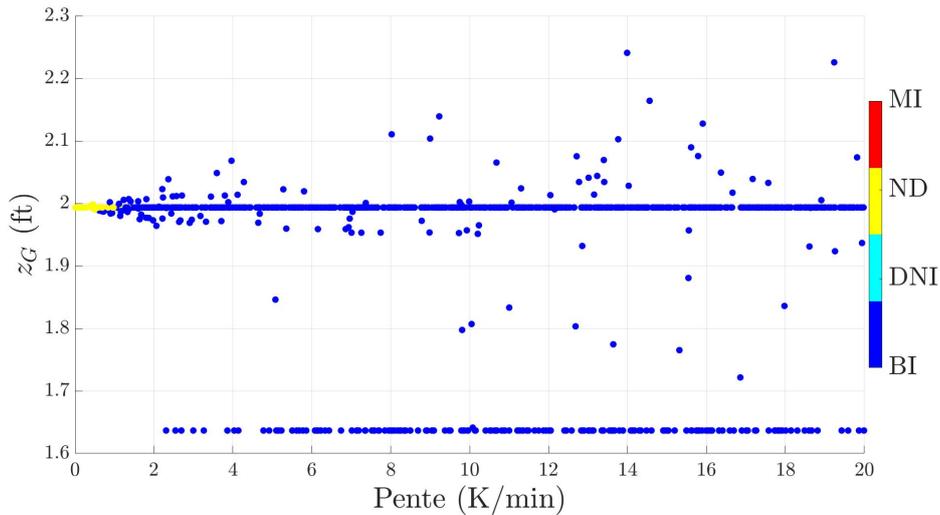


FIGURE 5.38 – Résultat d’identification d’ADVISER en cas d’embarquement simultané et cohérent des capteurs de température totale mesurant  $T_T$  et maximum d’erreur sur  $\hat{V}_C$  en fonction de la pente générée - 1000 simulations

tectés ne sont dus qu’à la durée limitée du scénario. Les écarts engendrés sur les estimées  $\hat{\alpha}$  et  $\hat{V}_C$  peuvent atteindre des valeurs trop élevées sur certains points de vol pour permettre leur utilisation en l’état. Il s’agit là d’une limitation intrinsèque au modèle utilisé qui impacte les performances de détection des dérives lentes. La comparaison des résultats obtenus à partir du modèle NAIADS et du modèle neuronal dans les cas d’embarquements de l’incidence (cf. Figure 5.39) montre qu’une

diminution conséquente de l'erreur moyenne d'estimation est possible en améliorant la précision du modèle du coefficient de portance. En fonction des performances minimums qui seront finalement choisies à la suite de cette thèse et de la puissance de calcul disponibles, le compromis fidélité/complexité sera ajusté en conséquent.

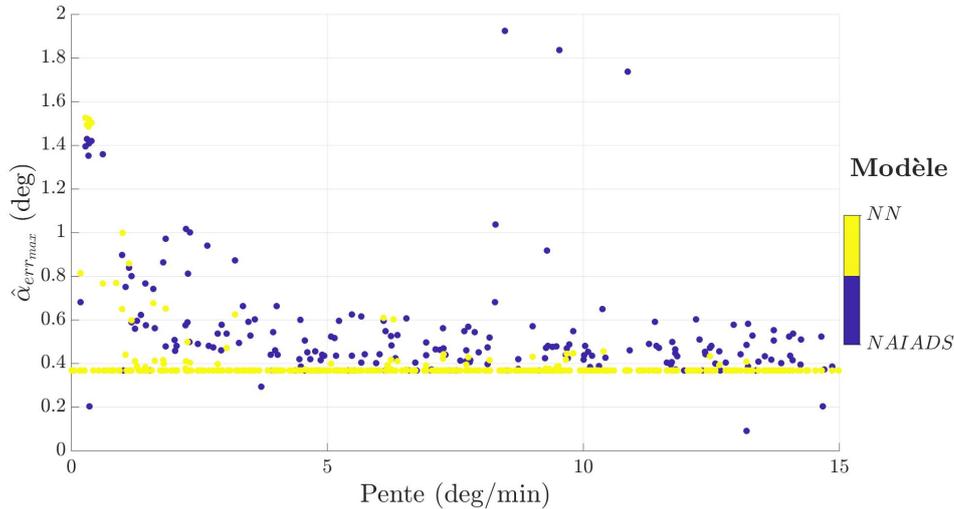


FIGURE 5.39 – Maximum d'erreur sur  $\hat{\alpha}$  en fonction de la pente générée pour les modèles NAIADS et neuronal - 2x500 simulations

D'autres enchainements de panne ont été testés et les résultats obtenus sont résumés dans le Tableau 5.4 (cf. section 5.2.6).

### 5.2.3 Après une panne des capteurs moteur

L'indisponibilité des capteurs moteurs implique l'activation des logiques de détection présentées dans la section 4.3.2.2 pour isoler une nouvelle panne. Ces logiques ont des capacités limitées pour la détection d'embarquements lents. Une validation de type Monte-Carlo similaire à celle présentée dans la section précédente a donc été réalisée afin d'évaluer les performances de détection de nouveaux modes communs de panne sur les différents capteurs encore valides (incidence, pression totale, pression statique et température totale).

Concernant les cas d'embarquements lents sur l'incidence, les Figures 5.40 et 5.41 font apparaître les pentes testées, les erreurs maximales sur l'incidence estimée en fonction de l'altitude géographique  $z_G$  et les pannes effectivement isolées par ADVISER. Contrairement aux autres résultats, l'horizon temporel de la simulation a été étendu afin de permettre le diagnostic de toutes les pannes, y compris les plus lentes. On constate bien que toutes les pannes sont détectées. En règle générale, la détection d'une panne s'effectue lorsqu'une incohérence trop importante est relevée sur l'équation de portance. L'isolation de la panne pouvant survenir dans un second

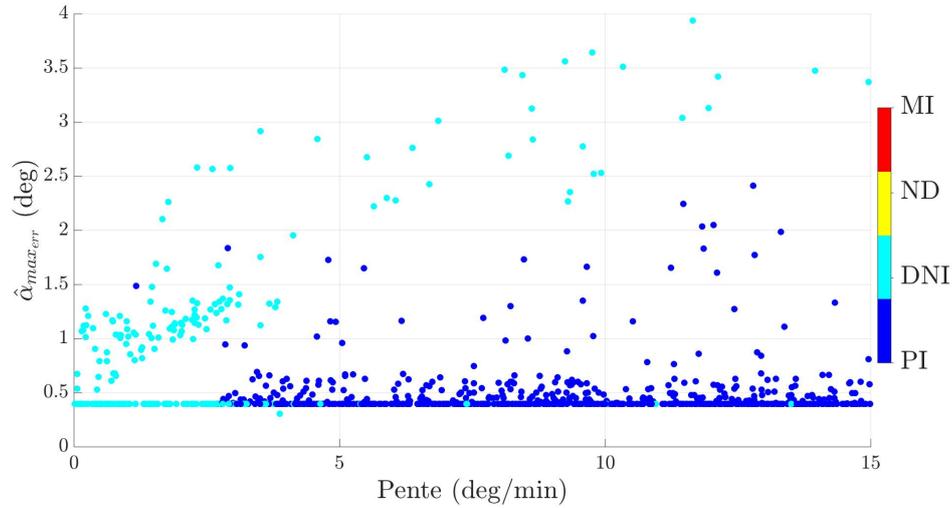


FIGURE 5.40 – Résultat d'identification d'ADVISER (maximum d'erreur sur  $\hat{\alpha}$  en fonction de la pente générée) en cas d'embarquement des capteurs d'incidence mesurant  $\alpha$  avec indisponibilité des capteurs moteurs - 1000 simulations

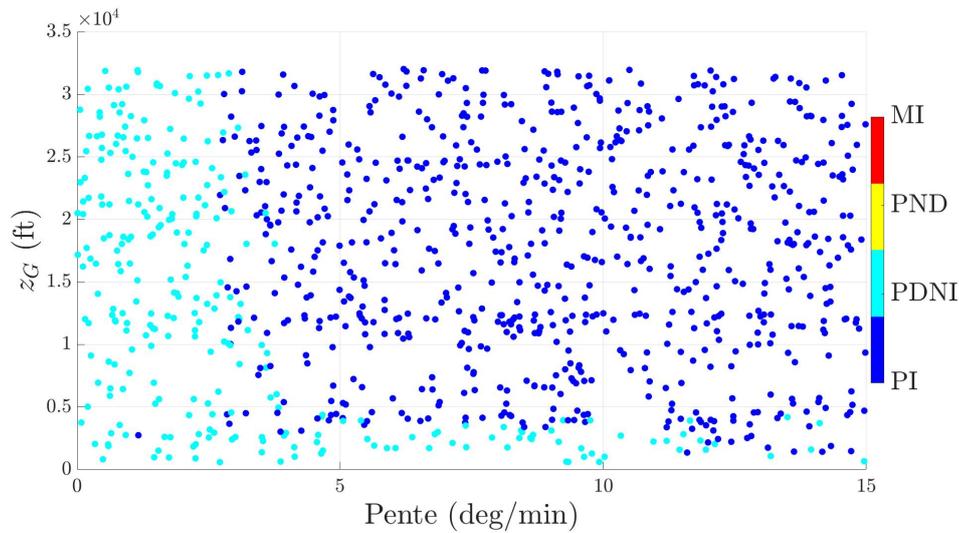


FIGURE 5.41 – Résultat d'identification d'ADVISER (en fonction de la pente générée et de  $z_G$ ) en cas d'embarquement des capteurs d'incidence mesurant  $\alpha$  avec indisponibilité des capteurs moteurs - 1000 simulations

temps, ADVISER continue de fonctionner pendant quelques secondes après sa détection. Néanmoins, si aucune isolation n'est effectuée rapidement (en fonction de la valeur de  $\varepsilon_{b_{C_z}}$ ), on préférera stopper l'algorithme pour éviter tout risque de divergence dû à l'utilisation de mesures erronées en entrée de l'EKF. Il serait également possible de continuer l'estimation en figeant l'ensemble des paramètres atmosphériques à leur valeur d'avant panne ou à des valeurs de référence afin de continuer

l'estimation des paramètres d'intérêt à partir des mesures sols. Néanmoins, cette possibilité ne constitue pas le sujet de cette validation. Lors d'une panne de pente faible, de nombreuses minutes peuvent s'écouler avant que l'incohérence sur l'équation de portance ne soit relevée (et donc que la panne soit détectée). Par ailleurs, plus une panne est lente, plus on autorise une forte incohérence jusqu'à une certaine limite, en fonction de la précision du modèle. C'est pourquoi certaines pannes peuvent conduire à des erreurs de quelques degrés sur l'incidence estimée en utilisant le modèle NAIADS simplifié. En moyenne les embarquements supérieurs à 3 deg/min sur l'incidence sont identifiables, ce qui n'est pas le cas de la plupart des dérives présentant des pentes plus faibles.

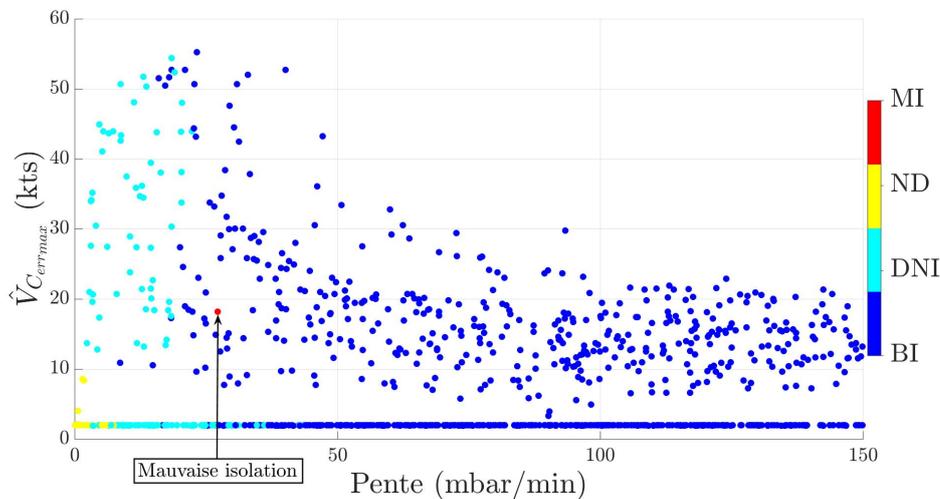


FIGURE 5.42 – Résultat d'identification d'ADVISER (maximum d'erreur sur  $\hat{V}_C$  en fonction de la pente générée) en cas d'embarquement des capteurs de pression totale mesurant  $P_T$  avec indisponibilité des capteurs moteurs - 1000 simulations

De même, dans le cas d'embarquements lents sur les pressions totales  $P_T$ , les Figures 5.42 et 5.43 illustrent les performances obtenues. On constate qu'un scénario de pannes n'est pas correctement identifié et conduit ADVISER à invalider les sondes d'incidence. En moyenne, des pentes inférieures à 30 mbar/min ne peuvent pas être identifiées par ADVISER.

Les résultats obtenus dans le cas d'embarquements des capteurs de pression statique sont illustrés sur les Figures 5.44 et 5.45. Un cas de panne conduit à une mauvaise isolation, tandis qu'on relève 44 absences de détection principalement dues à des pentes de dérive trop faibles ou générées trop tardivement dans le scénario.

Les résultats obtenus dans le cas d'embarquements des capteurs de température totale sont illustrés sur les Figures 5.46 et 5.47. La plupart des pannes sont correctement isolées et peu ne sont pas détectées (trop faible pente de dérive ou générées

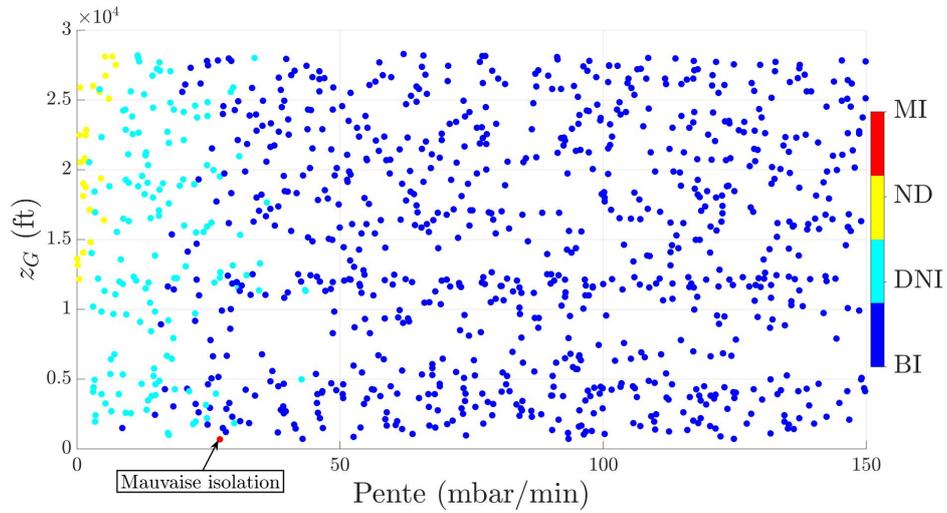


FIGURE 5.43 – Résultat d’identification d’ADVISER (en fonction de la pente générée et de  $z_G$ ) en cas d’embarquement des capteurs de pression totale  $P_T$  avec indisponibilité des capteurs moteurs - 1000 simulations

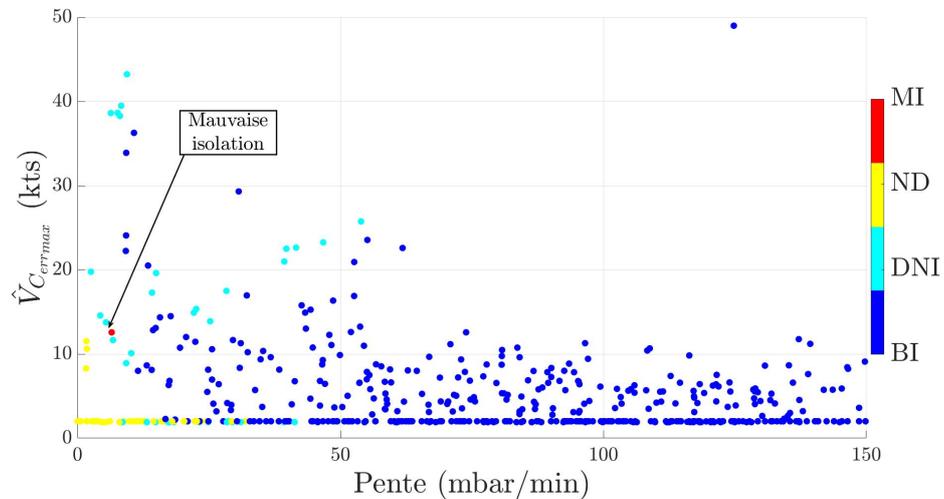


FIGURE 5.44 – Résultat d’identification d’ADVISER (maximum d’erreur sur  $\hat{\alpha}$  en fonction de la pente générée) en cas d’embarquement des capteurs de pression statique  $P_S$  avec indisponibilité des capteurs moteurs - 500 simulations

trop tardivement dans le scénario). Elles ont un impact très limité sur l’erreur d’estimation des principaux paramètres. Seule la température estimée sera véritablement erronée.

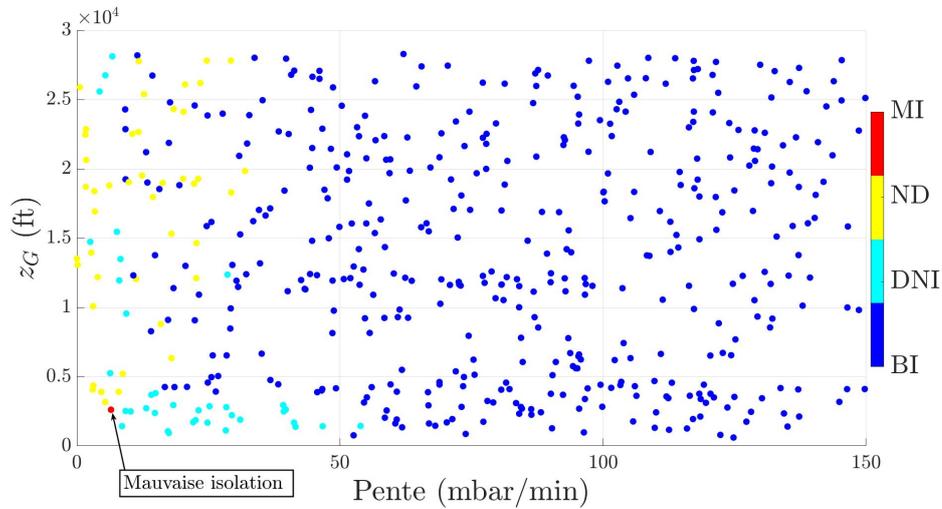


FIGURE 5.45 – Résultat d'identification d'ADVISER (en fonction de la pente générée et de  $z_G$ ) en cas d'embarquement des capteurs de pression statique  $P_S$  avec indisponibilité des capteurs moteurs - 500 simulations

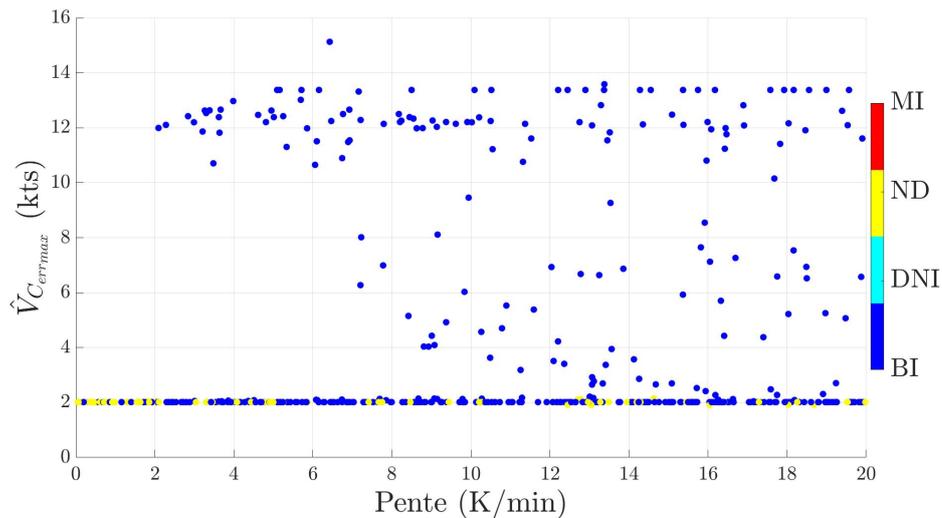


FIGURE 5.46 – Résultat d'identification d'ADVISER en cas d'embarquement des capteurs de température totale mesurant  $T_T$  avec indisponibilité des capteurs moteurs et maximum d'erreur sur  $\hat{V}_C$  en fonction de la pente générée - 500 simulations

#### 5.2.4 La re-sélection de capteurs unitaires

En cas de mode commun de panne, il arrive que l'un des capteurs utilisés pour le calcul de la mesure consolidée erronée soit valide, comme illustré sur la figure 5.26. Si celui-ci est détecté comme tel par le module de validation unitaire, il se substitue alors à la mesure consolidée en entrée de l'estimateur et des algorithmes et logiques de diagnostic. Il n'est ensuite pas impossible que ce capteur tombe également en

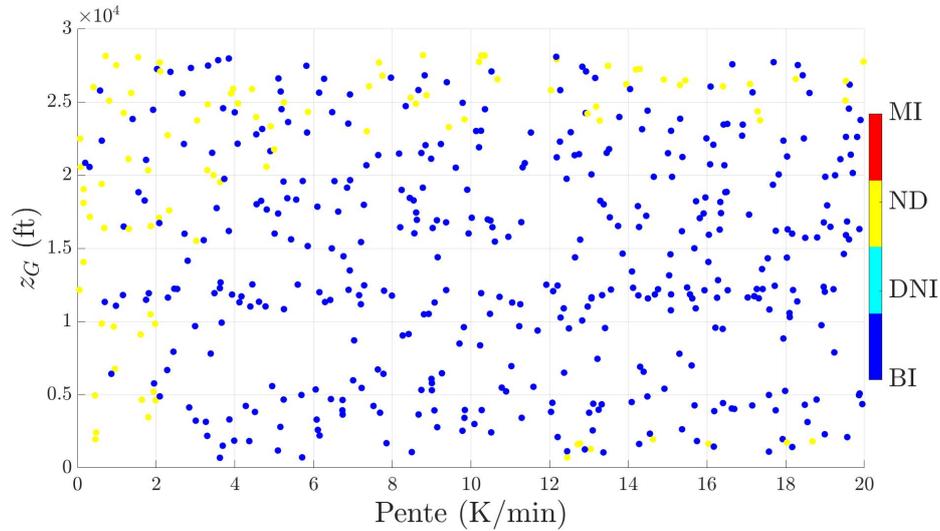


FIGURE 5.47 – Résultat d’identification d’ADVISER (en fonction de la pente générée et de  $z_G$ ) en cas d’embarquement des capteurs de température totale mesurant  $T_T$  avec indisponibilité des capteurs moteurs - 500 simulations

panne. Une validation spécifique à cet enchainement de pannes a donc été réalisée. Elle a notamment permis de mettre à jour une faiblesse des algorithmes de détection qui a nécessité une adaptation des seuils  $\underline{\Delta}_Z$ ,  $\underline{\Delta}_Z^2$ ,  $\bar{\Delta}_Z$ ,  $\bar{\Delta}_Z^2$ ,  $\underline{\Delta}_M$ ,  $\bar{\Delta}_M^2$ ,  $\bar{\Delta}_{MP}$  et  $\underline{\Delta}_{MP}$  après une re-sélection de leur capteur respectif.

La Figure 5.48 illustre les résultats obtenus pour la mesure de pression statique. 3 cas de mauvaise isolation sont ici identifiés. Ils correspondent à l’apparition d’une panne sur le troisième capteur au moment de sa sélection. Les seuils utilisés ne sont donc plus appropriés au regard des temps de détection et de re-sélection. Une adaptation de ces derniers est alors nécessaire en cas de re-sélection de capteur.

In fine, une modification du seuil  $\underline{\Delta}_Z$  est nécessaire pendant quelques secondes après la re-sélection d’un capteur de pression statique. La Figure 5.49 illustre de nouveaux résultats obtenus grâce à ces modifications. Par ailleurs, les cas précédents menant à une mauvaise isolation ont été rejoués afin de vérifier le nouveau comportement du filtre.

Ces observations sont également valables lors de pannes sur les capteurs de pression totale suivies d’une re-sélection d’un des capteurs. Les modifications précédentes ont été répétées sur le seuil  $\underline{\Delta}_{MP}$ .

### 5.2.5 L’erreur de masse au décollage

Une validation de l’algorithme de vérification de la masse au décollage a été effectuée. Elle implique de vérifier :

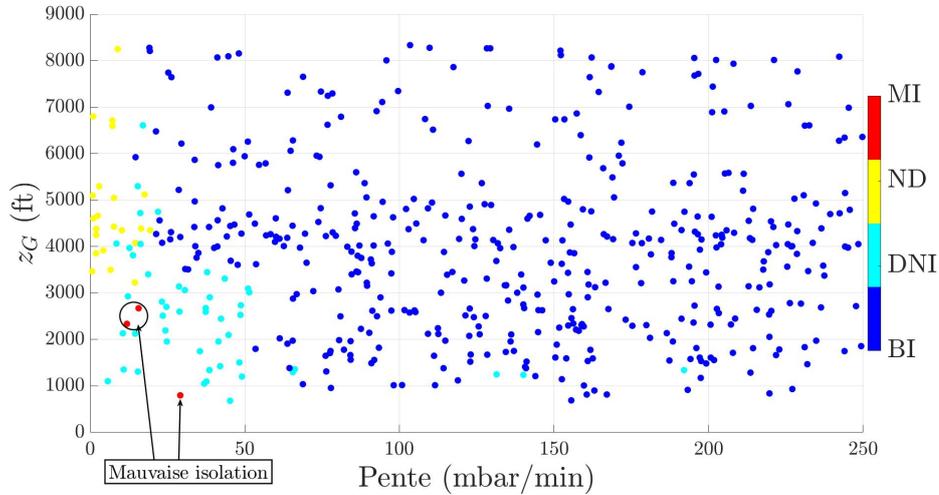


FIGURE 5.48 – Résultat d’identification d’ADVISER (en fonction de la pente générée et de  $z_G$ ) en cas d’embarquement simultané et cohérent des capteurs de pression totale mesurant  $P_{S_1}$  et  $P_{S_2}$ , puis la  $P_{S_3}$ , avec indisponibilité des capteurs moteurs - 500 simulations

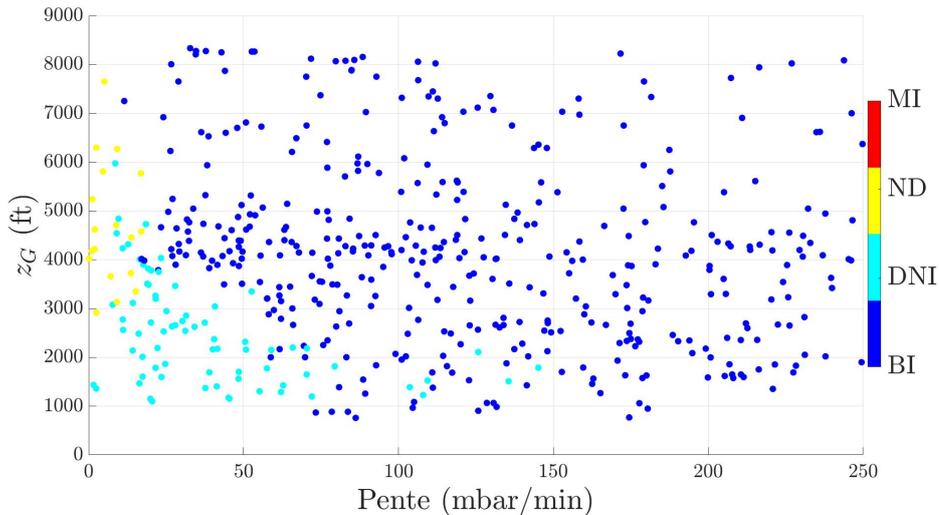


FIGURE 5.49 – Résultat d’identification d’ADVISER (en fonction de la pente générée sur  $P_{S_1}$  et  $P_{S_2}$ , et de  $z_G$ ) en cas d’embarquement simultané et cohérent des  $P_{S_1}$  et  $P_{S_2}$ , puis de la  $P_{S_3}$ , avec indisponibilité des capteurs moteurs - 500 simulations, après modification des seuils

- qu’une erreur de masse au décollage est correctement identifiée ;
- la précision de l’erreur de masse estimée ;
- que les cas de panne sur les différents capteurs au décollage ne conduisent pas à incriminer la masse.

La Figure 5.50 illustre les résultats obtenus suite à une erreur de masse au décollage allant de -200 à 200 tonnes. Chaque valeur associée à l'erreur de masse initiale  $m_{W_0}$  est indiquée en abscisse tandis que l'erreur de masse résiduelle  $\Delta m_W$  obtenue après correction est affichée en ordonnée. On constate que toutes les erreurs de masse supérieures à 50 tonnes sont détectées. Inversement, lorsqu'elle est inférieure à cette limite, la majorité des erreurs de masse ne le sont pas. Aucune panne n'est à signaler ( $\varepsilon_{b_{C_z}} < \bar{\varepsilon}_{b_{C_z}}$ ) mais on choisit tout de même de corriger la masse de la valeur moyenne de  $b_{C_z}$  si l'erreur de masse équivalente calculée à partir de la relation 4.88 est supérieure à 20 tonnes sans pour autant communiquer une erreur de masse. Cette procédure permet d'éviter de réinjecter ce biais résiduel dans l'estimation de paramètres de vol en cas de pannes futures. Elle implique cependant de potentielles erreurs comme la correction de la masse d'un possible biais sur l'incidence consolidée. La Figure 5.51 illustre le cas d'un scénario de double panne (masse et mode commun de panne sur l'incidence) en l'absence de cette procédure. Au décollage la masse présente une erreur de 40 tonnes, non détectée par ADVISER. Au cours du vol, un mode commun de panne sur l'incidence est détecté. Après reconfiguration du filtre, l'incidence estimée apparaît effectivement biaisée. Contrairement à l'estimation, ne pas détecter une erreur de masse n'a aucun impact sur la détection de futures pannes capteurs grâce aux différents traitements de filtrage appliqués au biais de modélisation estimé lors de l'étape de diagnostic. La plage d'erreur de masse non détectée est liée à la précision du modèle du coefficient de portance utilisé. De meilleures performances peuvent être atteintes en augmentant sa fidélité.

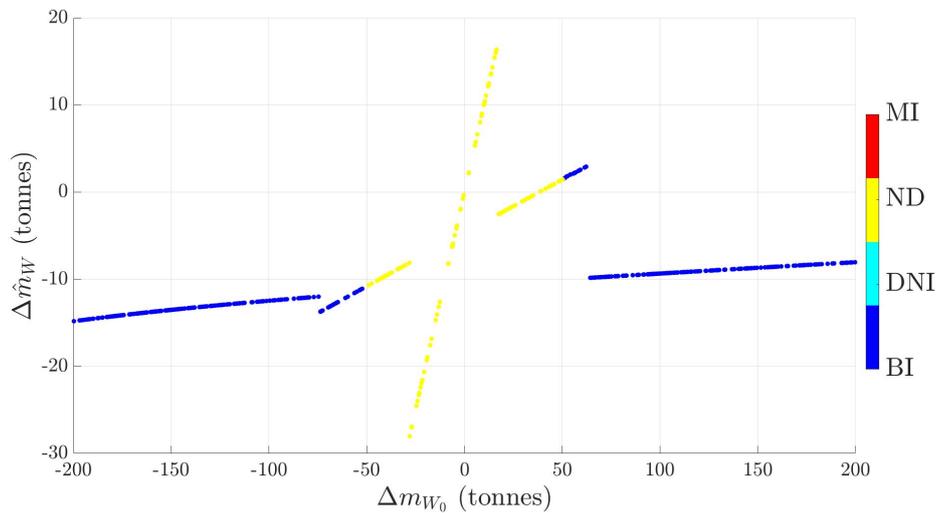


FIGURE 5.50 – Erreur de masse résiduelle  $\Delta \hat{m}_W$  obtenue après correction et résultat d'identification d'ADVISED en fonction de l'erreur de masse au décollage  $\Delta m_{W_0}$  - 500 simulations

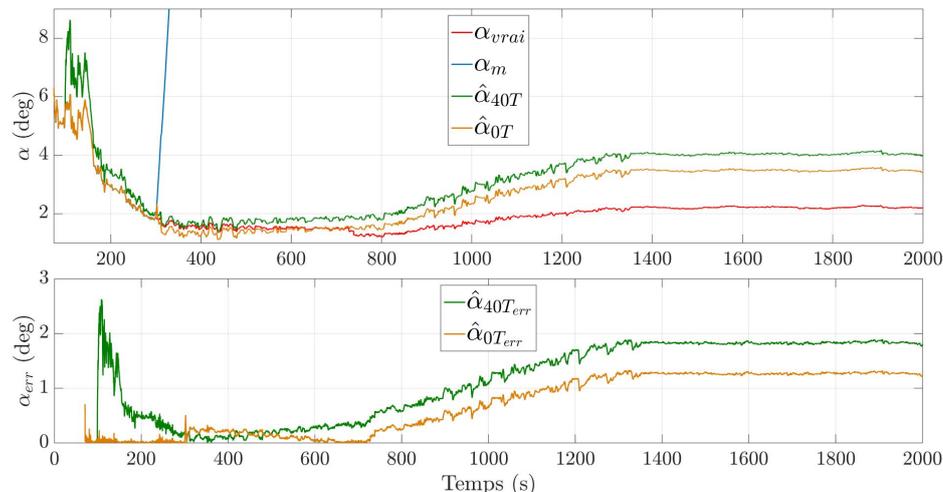


FIGURE 5.51 – Erreurs d’estimation sur l’incidence en cas d’erreur de masse au décollage de 0 ou 40 tonnes (non corrigée) et d’un mode commun de panne sur l’incidence

## 5.2.6 Bilan des capacités et des performances d’ADVISER

Au regard des précédents résultats, il est possible de dresser un premier bilan des capacités et des performances d’ADVISER lorsque le modèle du coefficient de portance NAIADS simplifié est utilisé.

Les cas testés ont permis d’évaluer les capacités de diagnostic et de quantifier les erreurs résultant d’une détection tardive des pannes. Le Tableau 5.4 résume les performances obtenues sur des enchainements de modes communs de pannes capteur en indiquant l’erreur maximale pouvant survenir sur l’estimée d’incidence ou de la vitesse conventionnelle avant reconfiguration du filtre.

## 5.3 Analyse de robustesse

### 5.3.1 Perte de signal GPS

La solution algorithmique proposée n’est que partiellement dépendante de la disponibilité des mesures GPS. Dans le cas où elles s’avèrent indisponibles, la mesure de vitesse sol ne dépend plus que des mesures inertielles. Or, ces dernières ne garantissent une précision de la vitesse qu’à moyen terme. Les différentes composantes de la vitesse aérodynamique étant obtenues grâce à la fusion de données réalisée par l’EKF à partir des mesures anémométriques et clinométriques, elles ne sont pas impactées en cas de panne des mesures GPS (cf. Figure 5.52 illustrant les erreurs induites sur l’incidence et la vitesse aérodynamique après une perte des vitesses GPS dans un scénario classique de décollage et de montée). Les estimations de l’incidence, de la vitesse conventionnelle et de l’altitude pression resteront ainsi valides, princi-

Enchaînement de pannes	Capacité d'isolation	Erreur d'estimation avant isolation	
		sur $\alpha$ (deg)	sur $V_C$ (kts)
$\alpha$	Oui	[0.4 ; 2.5]	-
$P_T$	Oui	-	[2 ; 50]
$P_S$	Oui	-	[1.9 ; 10]
$T_T$	Oui	-	[1.6 ; 2.2]
$P_{mot}$	Oui	-	-
$P_{mot}$ puis $\alpha$	$d\alpha/dt > 0.5$ deg/min	[0.4 ; 2.5]	-
$P_{mot}$ puis $P_T$	$dP_T/dt > 22$ mbar/min	-	[4 ; 55]
$P_{mot}$ puis $P_S$	$dP_S/dt > 20$ mbar/min	-	[4 ; 40]
$P_{mot}$ puis $T_T$	$dP_T/dt > 2$ K/min	-	[2 ; 13]
$P_T$ puis $\alpha$	Oui	[0.4 ; 2.5]	-
$P_T$ puis $P_S$	$dP_S/dt > 20$ mbar/min	-	[4 ; 40]
$P_T$ puis $T_T$	Oui	-	[1.6 ; 2.2]
$P_T$ puis $P_{mot}$	$dP_{S_{mot}}/dt > 20$ mbar/min	-	[4 ; 40]
$P_S$ puis $\alpha$	Oui	[0.4 ; 2.5]	-
$P_S$ puis $P_T$	$dP_T/dt > 22$ mbar/min	-	[4 ; 55]
$P_S$ puis $T_T$	Oui	-	[1.6 ; 2.2]
$P_S$ puis $P_{mot}$	$dP_{T_{mot}}/dt > 22$ mbar/min	-	[4 ; 55]
$T_T$ puis $\alpha$	Oui	[0.4 ; 2.5]	-
$T_T$ puis $P_T$	Oui	[2 ; 50]	-
$T_T$ puis $P_S$	Oui	[1.9 ; 10]	-
$T_T$ puis $P_{mot}$	Oui	-	-

TABLE 5.4 – Capacités d'isolation suivant les enchaînements de panne rencontrés et erreurs d'estimation maximales sur l'incidence et la vitesse conventionnelle avant reconfiguration (modèle NAIADS simplifié)

palement grâce au rôle joué par l'équation de portance dans l'EKF. En revanche, les estimées des composantes de la vitesse du vent sont calculées à partir des composantes respectives des vitesses aérodynamique et sol de l'avion. Elles seront donc impactées par des erreurs affectant la vitesse sol  $V_g$  (cf. Figure 5.53). Le même constat peut être fait en cas de  $z_G$  erronée. L'estimée  $z_C$  sera impactée sans péna-

liser l'estimation de l'incidence, de l'altitude pression et de la vitesse conventionnelle.

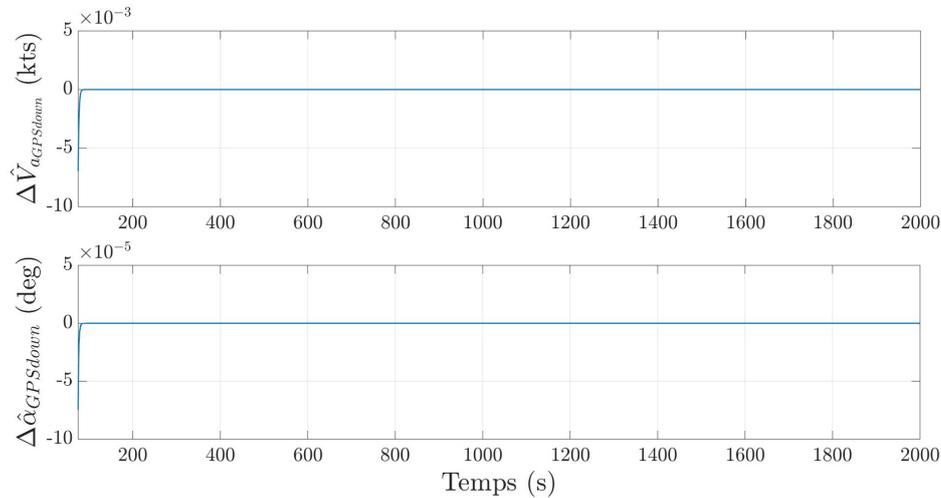


FIGURE 5.52 – Erreur d'estimation induite par une panne GPS sur l'incidence et sur le module de la vitesse aérodynamique

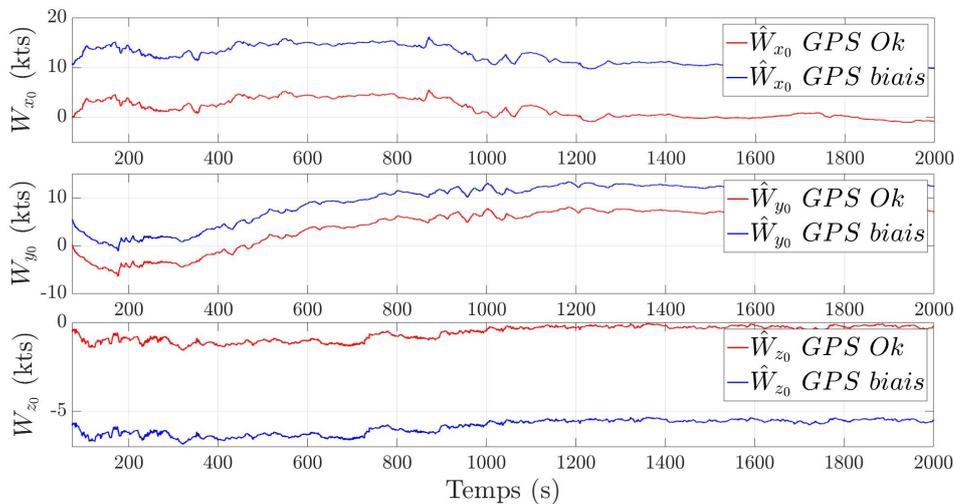


FIGURE 5.53 – Erreur d'estimation induite sur les différentes composantes du vent par une panne GPS de type biais

Si l'on souhaite effectuer une surveillance des mesures GPS afin de garantir une bonne estimation des composantes du vent, on peut recourir à l'algorithme du MAP, présenté dans la section 3.2.3, en parallèle d'un filtre de Kalman permettant l'estimation des biais accélérométriques (un selon chaque axe avion). Le filtre se compose de sept états : les trois composantes de la vitesse sol, les trois biais accélérométriques ( $b_{n_x}$ ,  $b_{n_y}$  et  $b_{n_z}$ ) et l'altitude  $z_G$ . Les composantes de la vitesse sol et l'altitude, me-

surées par le GPS, sont utilisées comme observations. Les mesures inertielles ( $n_{x_1}$ ,  $n_{y_1}$ ,  $n_{z_1}$ ,  $\phi$ ,  $\theta$  et  $\psi$ ) interviennent dans l'équation d'état pour le calcul de  $\dot{V}_{g_{x_0}}$ ,  $\dot{V}_{g_{y_0}}$  et  $\dot{V}_{g_{z_0}}$ , selon :

$$\begin{pmatrix} \dot{V}_{g_{x_0}} \\ \dot{V}_{g_{y_0}} \\ \dot{V}_{g_{z_0}} \end{pmatrix} = -gM_B^E \begin{pmatrix} n_{x_1} + b_{n_x} + \sin \theta \\ n_{y_1} + b_{n_y} + \cos \theta \sin \phi \\ n_{z_1} + b_{n_z} + \cos \theta \cos \phi \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

où  $M_B^E$  est la matrice de rotation du repère avion vers le repère terrestre. Elle correspond à la transposée de la matrice  $M_E^B$  définie selon 4.14. La prédiction des biais accélérométriques est effectuée en utilisant un modèle de marche aléatoire. Ils sont ensuite corrigés lors de l'étape de mise à jour par les mesures GPS.

Le MAP implanté pour le diagnostic des mesures GPS se base simplement sur la norme de la vitesse GPS mesurée à laquelle on associe une panne additive. Le vecteur de résidus  $y_r$  se compose donc uniquement du résidu sur la vitesse sol, issu de la soustraction de la vitesse sol estimée par le modèle  $M_{NL}$  à la vitesse GPS mesurée ( $y_m$ ). La matrice de signature des pannes est quant à elle égale à la matrice identité de dimension 1 et l'application de la formule 3.19 permet d'en déduire immédiatement la composante de la panne sur la vitesse sol.

La Figure 5.54 illustre un exemple de panne survenant sur le GPS. Une dérive du signal se produit à  $t = 170.7$  secondes, détectée 1 seconde plus tard par l'algorithme du MAP. La vitesse sol estimée ( $\hat{V}_g$ , tracée en vert) est issue de la correction de celle mesurée ( $V_{g_m}$ , en bleu) par l'estimation de la faute. Elle permet de retrouver une vitesse sol plus proche de sa valeur réelle ( $V_{g_{vraie}}$ , en rouge). La détection de la panne est effective lorsque la mesure GPS s'écarte de la mesure prédite de plus de  $3\sigma$ . Les biais accélérométriques sont alors figés et leur valeur permet de fournir une estimation un peu plus précise de la vitesse sol pendant un certain laps de temps. Une perte du signal GPS reste néanmoins problématique à moyen terme suite à la perte de précision induite par l'absence de toute correction.

L'utilisation du MAP dans cette configuration ne souffre d'aucune erreur de modélisation étant donné les équations cinématiques utilisées. Un de ses points forts est qu'il permet de mettre en place facilement la phase de diagnostic, tout en fournissant en continu une mesure de la vitesse estimée proche de sa valeur vraie, et surtout en ayant qu'une très courte phase transitoire lors de l'apparition de la faute, contrairement au filtre de Kalman.

En résumé, en cas d'erreur sur la vitesse sol et sur l'altitude géométrique, ADVISER peut donc continuer à être utilisé en sachant que seules les estimées des différentes composantes du vent et de  $z_C$  seront impactées. Une estimation de la vitesse conventionnelle, de l'incidence ou de l'altitude pression reste possible avec

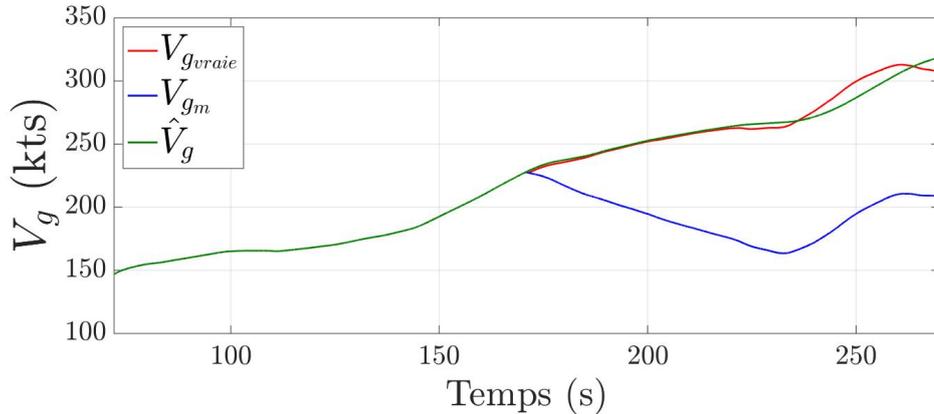


FIGURE 5.54 – Estimation de la vitesse sol GPS dans le cas d’une dérive GPS à  $t = 170$  s

une perte de précision minimale. En revanche, en l’absence de plusieurs mesures, si l’un des estimés erronés ( $\hat{W}_{x_0}$ ,  $\hat{W}_{y_0}$ ,  $\hat{W}_{z_0}$  ou  $\hat{z}_C$ ) devait être figé à une valeur invalide (cf. Tableau 4.1), ADVISER ne pourrait plus être utilisé pour l’estimation des paramètres de vol manquants. Des algorithmes dédiés à la surveillance des mesures GPS et à l’estimation des composantes de la vitesse sol pourraient néanmoins être mis en place. On considèrera cependant qu’il est très improbable que les mesures GPS soient erronées en même temps que deux types de mesures anémométriques ou clinométriques (soit au total au moins 6 capteurs en plus du GPS). Par ailleurs, les informations GPS étant utilisées par de nombreux systèmes de l’avion, elles bénéficient aujourd’hui d’une surveillance dédiée. Des algorithmes spécifiques, composés principalement de plusieurs filtres de Kalman intégrant les mesures inertielles et portant sur toutes les mesures de pseudo-distances disponibles entre le récepteur GPS et les satellites de la constellation, permettent l’obtention d’une mesure dite GPIRS (cf. section 1.1.2.2) robuste à de nombreux cas de pannes.

### 5.3.2 Les sondes de dérapage

Les sondes de dérapage ont été jusqu’à présent considérées différemment des autres capteurs et ce principalement pour deux raisons. Leur mesure n’a que peu d’impact dans le modèle longitudinal et très peu de scénarios présentent une valeur de dérapage élevée (de quelques degrés). Afin d’éviter que des pannes sur cette mesure n’impactent l’estimation des paramètres de vol longitudinaux, il a été choisi de considérer une valeur de référence, égale à zéro. Une telle approximation a plusieurs conséquences. Tout d’abord, elle ne permet plus d’estimer correctement la composante latérale du vent dans le repère avion (cf. Équation 4.8). Ensuite, en cas de perte d’un moteur, un avion de ligne peut voler un long moment avec un dérapage non nul. La valeur de dérapage doit alors être utilisée comme valeur de référence.

Pour évaluer l’impact de cette simplification, on utilise des données d’essais en vol

présentant de fortes valeurs de dérapage (dérapé stabilisé). La Figure 5.55 illustre, en parallèle de l'erreur d'estimation et de l'angle de dérapage mesuré, l'estimation obtenue pour l'incidence après un embarquement de la mesure en utilisant le modèle neuronal. On constate une erreur d'estimation de près de 6 degrés lorsque l'angle de dérapage atteint les 15 degrés. Certaines situations nécessitent donc de connaître la valeur du dérapage sans quoi ADVISER ne pourra pas fonctionner correctement lors de ces évènements.

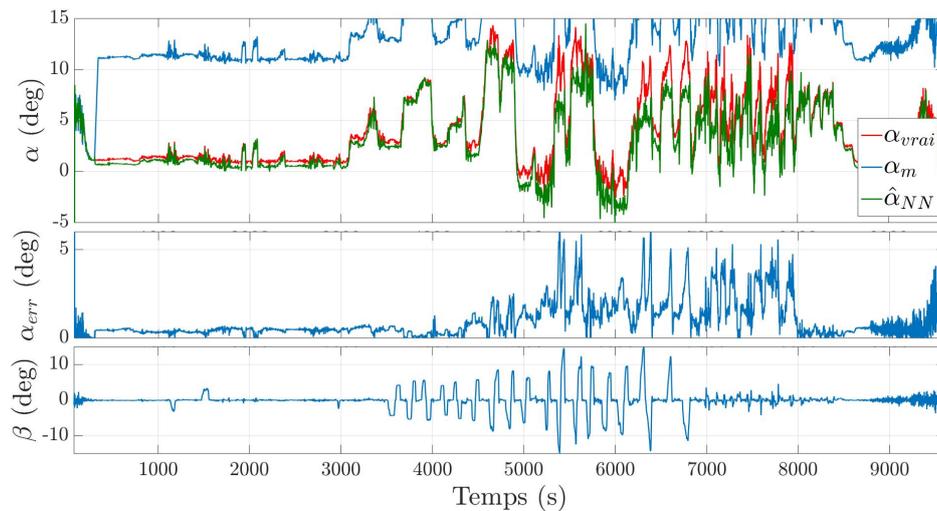


FIGURE 5.55 – Estimation de l'incidence, erreur d'estimation et angle de dérapage mesuré sur un vol en dérapé stabilisé

Pour contourner ce problème, on préférera utiliser les sondes de dérapages entrée du filtre de Kalman lorsqu'un fort dérapage est mesuré.

### 5.3.3 Les fortes rafales

Afin de s'assurer de la robustesse de l'algorithme à de fortes rafales de vent, des tests ont été effectués à partir de données d'essais en vol présentant des amplitudes et des gradients de vent importants.

La Figure 5.56 illustre un exemple de variations d'incidence (en violet) et d'angle de tangage (en rose) mesurées lors d'un vol. On constate qu'en l'espace de quelques millisecondes, l'incidence de l'avion varie de plus de 5 degrés. La fausse détection d'une panne n'est évidemment pas souhaitable étant donné ses conséquences. Par exemple, dans le cas de l'incidence, elle conduirait suivant les avions à une reconfiguration en loi directe ou en lois alternatives (cf. section 1.1.1), laissant le pilote avec une assistance minimale (perte des protections du domaine de vol ou perte des protections en incidence). Certaines de ces données de vol extrêmes ont ainsi pu être exploitées pour le réglage de l'algorithme afin de s'assurer qu'aucune panne capteur

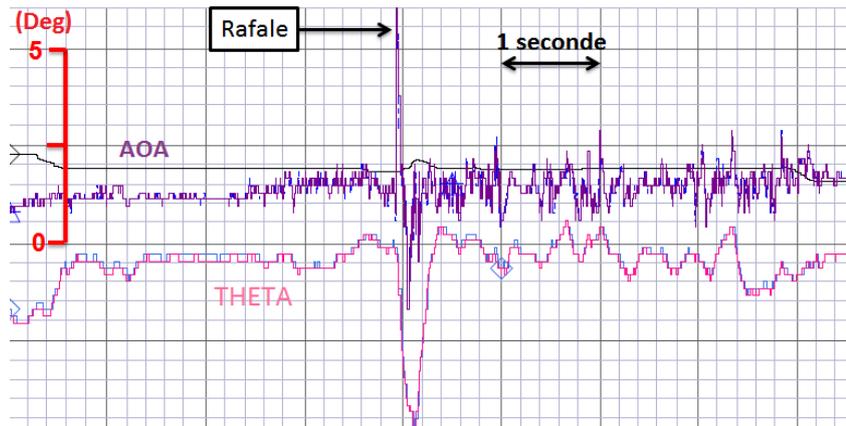


FIGURE 5.56 – Exemple de variation d’incidence enregistrée sur un vol suite à une rafale de vent vertical

ne soit détectée lors de tels évènements.

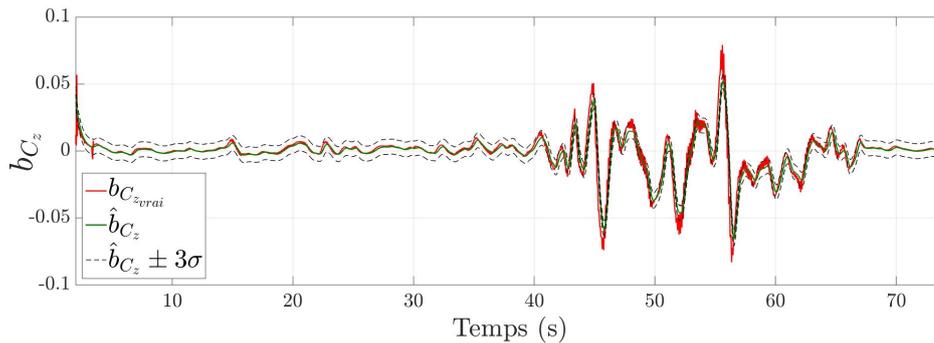


FIGURE 5.57 –  $b_{C_{z_{vrai}}}$  et  $\hat{b}_{C_z}$  sur un scénario à fort vent vertical

Les Figures 5.57, 5.58 et 5.59 illustrent en particulier en cas de fortes rafales de vent verticales les estimations du biais de modélisation et des composantes du vent, ainsi que la grandeur  $\varepsilon_{b_{C_z}}$  et ses seuils associés. On constate qu’il existe un faible écart dans l’estimation des composantes du vent, sans conséquence sur la détection de panne capteur. Le biais de modélisation estimé reste très proche de la valeur réelle et aucun dépassement de seuil ne se produit pour la grandeur  $\varepsilon_{b_{C_z}}$ . La valeur réelle  $\varepsilon_{b_{C_{z_{vrai}}}}$  ayant été recalculée à partir de l’équation de portance, du modèle de substitution utilisé et des différentes mesures filtrées en amont grâce à des filtres centrés. Les valeurs réelles des composantes du vent sont quant à elles calculées en inversant l’équation 4.13, détaillée dans le Chapitre 4, et en utilisant des signaux mesurés filtrés à l’aide de filtres centrés.

L’écart observé entre les composantes du vent et leurs estimées peut s’expliquer par le comportement passe-bas du filtre de Kalman. Chaque état est ainsi filtré en

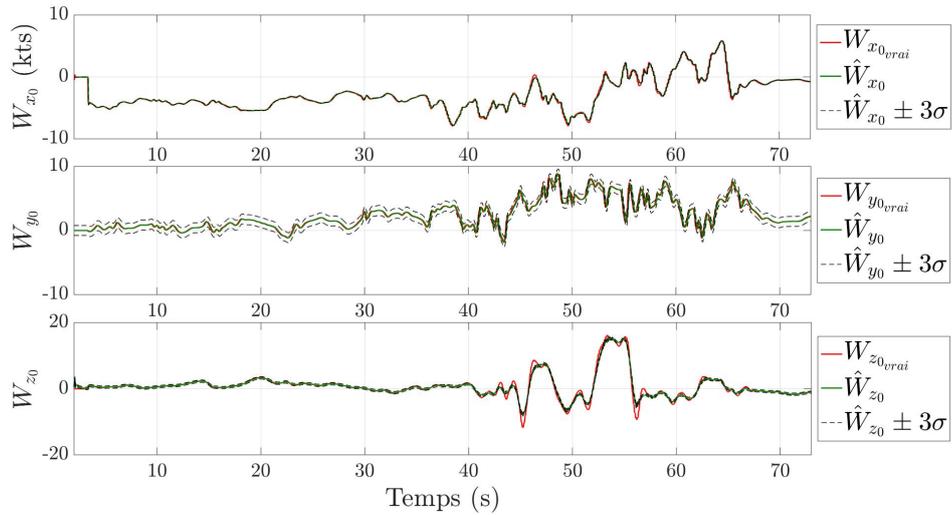


FIGURE 5.58 – Composantes estimées et réelles du vent sur un scénario à fort vent vertical

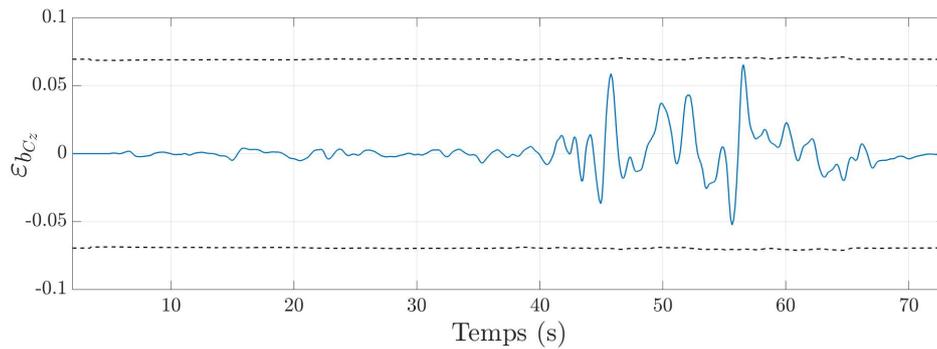


FIGURE 5.59 – Évolution de  $\varepsilon_{b_{C_z}}$  sur un scénario à fort vent vertical

fonction des réglages des matrices de covariance. Par conséquent, en cas de très fortes variations, des écarts peuvent apparaître. Dans le cas de rafales encore plus violentes telles que celles apparaissant sur la Figure 5.56, une fausse détection peut tout de même survenir sur les sondes d'incidence. Néanmoins, les capacités de re-sélection d'ADVISED permettront de valider à nouveau chacune des sondes une fois les fortes variations atténuées, limitant ainsi la durée de la reconfiguration. Afin d'éviter cette détection temporaire, une alternative consisterait en une seconde vérification de cohérence de l'équation de portance sans recourir aux estimées du filtre de Kalman. On pourrait en effet directement évaluer la grandeur  $\varepsilon_{n_z}$  par l'équation 4.91. Cette dernière est équivalente au biais de modélisation  $b_{C_z}$  à un facteur près et n'est pas filtrée. Ainsi, en présence de fortes rafales, la grandeur  $\varepsilon_{n_z}$  resterait faible, traduisant la cohérence des différentes mesures, à condition de disposer d'un modèle du coefficient de portance  $C_z$  suffisamment précis.

Les algorithmes et logiques constituant ADVISER ne s'appuient finalement que sur très peu d'hypothèses. Certaines pannes comme la perte des mesures GPS auront un impact sur l'estimation de certains états sans pour autant introduire d'erreur sur les paramètres de vol d'importance tels que la vitesse conventionnelle, l'angle d'incidence ou l'altitude pression. Les forts gradients de vent sont également gérés par le filtre de Kalman utilisé afin de ne pas induire de fausse détection.

# Conclusion

---

Cette thèse a eu pour objectif de proposer une nouvelle architecture intégrant un algorithme d'estimation et des techniques de diagnostic pour la détection de modes communs de panne sur les capteurs anémométriques et d'incidence. Elle permet également la correction d'une erreur de masse au décollage, la vérification de la validité de chaque sonde, la re-sélection des capteurs valides, et assure une reconfiguration en ligne afin d'alimenter uniquement l'estimateur avec des entrées valides. Enfin, elle respecte l'ensemble des contraintes inhérentes à une application sur avion en ne nécessitant en particulier qu'une faible puissance de calcul.

Initialement, cette thèse s'appuyait sur les travaux réalisés en partenariat entre l'ONERA et Airbus sur les problématiques d'estimation de paramètres de vol. Les faibles non linéarités présentes dans les équations cinématiques et les équations de la mécanique du vol, ainsi que le caractère gaussien des distributions en jeu ont permis de s'orienter vers une méthode d'estimation basée modèle, du type filtre de Kalman étendu. L'état de l'art effectué en début de thèse nous a conforté vers cette solution de par ses nombreux avantages dans le cas de systèmes faiblement non linéaires, des inconvénients limités et maîtrisables, et un certain recul vis à vis d'applications antérieures de la part d'Airbus. L'ajout de nouvelles contraintes, telles que la nécessité de détecter une erreur de masse au décollage ou des modes communs de panne sur les capteurs anémométriques et d'incidence, ont cependant conduit à la modification de la structure de l'EKF. Celui-ci a ainsi été appliqué à des états vent et atmosphériques plutôt qu'à des états décrivant le comportement de l'avion. L'architecture retenue bénéficie également de mesures virtuelles moteurs pour étendre la disponibilité des paramètres de vol en cas de panne des capteurs avion, et intègre une modélisation du coefficient de portance dont le compromis fidélité/complexité résultera in fine des objectifs de performance fixés et de la puissance de calcul disponible. Deux modèles ont ainsi été testés. Un modèle simplifié issu de la modélisation NAIADS actuellement embarqué sur avion, et un modèle neuronal dont l'architecture est de type boîte grise, et permet d'ajuster facilement ce compromis fidélité/complexité. Une étude du comportement des paramètres atmosphériques a également été conduite afin de caractériser leur dynamique et les écarts observés avec le modèle d'atmosphère standard utilisé comme référence. Cette étude a également permis d'appréhender les variations pouvant être observées sur différents paramètres (telles que la correction barométrique) utilisés dans les algorithmes d'isolation présentés dans le Chapitre 4. Afin de détecter l'apparition de

pannes et permettre la re-sélection de sources valides tout en effectuant l'estimation des paramètres de vol, une nouvelle architecture a été proposée. Elle est basée sur quatre modules, décrit dans le Chapitre 4, respectivement dédiés aux phases d'estimation, de diagnostic, de re-sélection de sources valides et de reconfiguration. Les processus de détection et d'isolation composant le diagnostic de pannes s'appuient sur des logiques et des algorithmes de traitement du signal mis en œuvre et paramétrés au cours de cette thèse. Certains de ces processus s'appuient sur les résultats de l'estimation (au travers de la cohérence de l'équation de portance et de la valeur des résidus de l'EKF), tandis que des traitements plus spécifiques ont été développés pour tenir compte de cas de pannes particuliers ; c'est le cas par exemple pour les pannes oscillatoires pour lesquelles un algorithme recourant à une FFT sous forme récursive a été implémenté. Chaque développement a néanmoins été contraint par les limitations industrielles introduites dans le Chapitre 1, notamment la puissance de calcul. Les dernières évaluations du coût global de la solution proposée sont de l'ordre de 3.5 à 7% de la puissance de calcul disponible sur les dernières générations d'avion Airbus, suivant le type de modèle utilisé.

Le Chapitre 5 donne les grandes lignes d'une première évaluation de la solution proposée, qui a été effectuée sur des cas de panne caractéristiques des différentes sondes et sur des données de vols fortement perturbés. Elle a été suivie d'une validation de type Monte-Carlo qui a permis de quantifier les performances de détection sur des données de vols réels en fonction des enchaînements de pannes considérés. En toute logique, les performances d'estimation et de détection sont intrinsèquement liées à la précision (qui peut être évaluée hors ligne) du modèle de portance utilisé. Lorsque certains paramètres de vol ne sont plus disponibles, les performances de détection dépendent principalement de celles des méthodes de diagnostic implantées. Ainsi, lorsque les capteurs virtuels moteurs ne sont plus disponibles, les pannes les plus délicates à isoler correspondent aux embarquements lents, et peuvent dans certains cas conduire à des pannes détectées non identifiées. Les algorithmes et les logiques implantés ont également montré des capacités de détection et d'isolation intéressantes sur d'autres types de pannes telles que les pannes oscillatoires ou les pannes caractéristiques des différents capteurs, jusqu'à un certain nombre de capteurs indisponibles.

L'aspect modulaire de l'architecture développée la rend évolutive. Elle est également en partie générique. En effet, l'architecture et ses algorithmes sont applicables à tout type d'aéronef et seul le modèle du coefficient de portance, et son seuil de détection associé, nécessitent d'être adaptés. L'évolutivité de cette architecture est particulièrement intéressante étant donné les améliorations potentielles de la puissance de calcul des futurs calculateurs qui offrent de nombreuses perspectives pour la future génération d'avions. ADVISER pourrait ainsi bénéficier de nouveaux développements en les intégrant directement dans l'un des modules associés. Par exemple, des algorithmes recourant à la logique floue pour fusionner des informations provenant de sources diversifiées [Goupil 2014a] [Brot 2018] pourraient être intégrés au

module de reconfiguration en remplacement de la consolidation actuellement utilisée. De même, si des algorithmes de diagnostic offrant de meilleures performances pour l'isolation de certaines pannes sont développés, ils pourront être implantés dans le module de diagnostic en complément des algorithmes déjà utilisés. On retrouve dans l'état de l'art des méthodes de diagnostic de nombreux algorithmes de traitement du signal aux capacités intéressantes. C'est par exemple le cas des méthodes temps-fréquence telles que la transformée en ondelette ou l'exposant d'Hölder.

Inversement, la méthode d'estimation proposée n'est pas compatible avec la puissance de calcul disponible sur des avions plus anciens. Il serait alors nécessaire de trouver une alternative à l'EKF afin de réduire la complexité de l'estimateur. Utilisée avec un modèle du coefficient de portance simplifié, cela permettrait d'équiper des avions présentant des calculateurs de puissance limitée, de capacités de diagnostic de panne supplémentaires et d'estimation des paramètres de vol. Cette solution pourrait néanmoins perdre une partie des avantages du filtre de Kalman, notamment son évolutivité. Ce dernier peut en effet être modifié facilement pour intégrer de nouvelles mesures contribuant à la fusion de données. Une autre piste d'amélioration concerne la définition des seuils de détection utilisés. Hormis le seuil associé au biais de modélisation, ils ont aujourd'hui été définis afin de garantir leur généralité (dans le cas d'une utilisation sur les avions de la gamme Airbus), et de limiter la dimension des tables utilisées. Cependant, pour un coût calculatoire supérieur, un gain en performances serait possible en affinant leurs dépendances en fonction des différents paramètres de vol disponibles. On pourrait par exemple utiliser des réseaux de neurones en remplacement des tables afin de générer des seuils individualisés pour chaque avion. Ils permettraient de considérer davantage de dépendances en évitant d'implanter des tables de grandes dimensions. Par ailleurs, leur définition n'a été effectuée que sur un nombre de points de vol limité. Une validation et une extension du domaine de validité des seuils seraient donc nécessaires à partir d'une base de données d'essais en vol plus conséquente.

Plusieurs axes d'amélioration sont ainsi possibles et peuvent même s'avérer nécessaires. Le Chapitre 5 a également permis de montrer que les capacités d'isolation pour la détection d'une nouvelle panne en l'absence de capteurs moteurs sont limitées. En effet, certaines dérives lentes peuvent conduire à des pannes détectées mais non identifiées par les algorithmes développés. En conséquence, l'estimation des paramètres de vol ne peut plus être garantie puisqu'une des sources alimentant l'EKF est potentiellement erronée. Afin d'améliorer les capacités de diagnostic, une solution consisterait à mettre en place des méthodes de traitement du signal spécifiques pour la détection d'embarquements lents. Une autre possibilité serait d'augmenter le niveau de redondance analytique en introduisant de nouvelles équations reliant certains paramètres au sein de l'estimateur. On pourrait par exemple utiliser l'équation de propulsion, bien qu'elle nécessite la modélisation du coefficient de traînée et de la poussée moteurs. Comme les modèles actuellement disponibles ne permettent pas d'obtenir des résultats d'une précision suffisante, un travail préalable de modélisation

serait donc nécessaire. Actuellement, lorsqu'une panne non-identifiée est détectée, le processus d'estimation est suspendu. Cependant, des alternatives existent. Par exemple, il peut être plus intéressant de figer l'ensemble des états à leur valeur d'avant panne ou à des valeurs de référence, et de continuer à fournir des estimés à partir de l'évolution des différentes grandeurs sol utilisées. De cette façon, on continuerait de fournir des informations de pilotage bien que toute fluctuation des paramètres atmosphériques ou du vent aurait alors un impact sur la précision des estimés.

Afin d'évaluer la maturité industrielle de la solution développée au cours de cette thèse, plusieurs jalons (définis selon l'échelle des TRL) ont été atteints. Les niveaux de développement TRL3 (élaboration d'une solution préliminaire) et TRL4 (élaboration d'une solution détaillée et premières vérifications) ont été franchis, et une TRL5 (validation de la solution) devrait l'être fin 2018. Par ailleurs, un brevet portant sur l'intégration du schéma proposé sur avion et sur ses différents algorithmes a été déposé [Alcalay 2018]. Les prochaines étapes incluent la transcription de la solution actuelle dans le formalisme SCADE en utilisant un nombre réduit de symboles certifiés, ainsi que l'intégration du dernier modèle de portance actuellement développé par Airbus. L'implantation du code sur un calculateur dédié, et la mise en relation avec l'ensemble des systèmes et lois de commande de vol, impliquera une nouvelle validation en boucle fermée dans un milieu encore plus représentatif (interaction avec l'ensemble des systèmes avion et re-bouclage avec les lois de commande). Une brève évaluation des performances sera également effectuée sur un benchmark issu du projet européen RECONFIGURE afin d'évaluer directement les performances de cette nouvelle solution sur des cas de référence servant de base de comparaison avec les solutions déjà existantes (incidents rencontrés par le passé en service sur différents avions).

Les algorithmes développés au cours de cette thèse répondent à des objectifs précis, identifiés en fonction des besoins actuels sur avion. Néanmoins, une partie des développements présentés peut avoir un champ d'application plus large que le périmètre défini pour cette thèse (avion de la gamme Airbus). L'architecture choisie, certains des algorithmes, et le recours à des réseaux de neurones de fidélité/complexité maîtrisable pour la génération de modèles de substitution, pourraient être transposés sur d'autres systèmes tels que des drones, des hélicoptères ou des avions d'armes. Les contraintes d'implantation et les hypothèses de fonctionnement étant différentes, plusieurs modifications seraient sans doute nécessaires au niveau des algorithmes présentés. Par exemple, en présence de fortes non-linéarités, la validité de l'EKF peut être remise en question. On s'orienterait alors vers d'autres estimateurs tels le filtre de Kalman non parfumé ou le filtre à différences divisées présentés dans le Chapitre 2. Leurs structures dépendront quant à elles des mesures disponibles. Dans le cas des méthodes de diagnostic présentées, certaines logiques et algorithmes de détection dépendent de la disponibilité des modélisations moteurs et des dynamiques rencontrées sur les avions de la gamme Airbus. Ils ne sont donc

pas directement transposables à d'autres systèmes.

On peut néanmoins tirer des enseignements assez généraux du travail effectué. Il apparaît clairement bénéfique d'exploiter les synergies existant entre des méthodes basées modèle et des méthodes de traitement du signal. Par exemple, l'algorithme d'isolation des pannes oscillatoires (présenté dans le Chapitre 4) profite de ce couplage en permettant l'analyse d'une unique fréquence et d'un signal mesuré spécifique préalablement identifiés grâce aux résidus de l'estimateur. De même, les logiques mises en place pour la détection et l'isolation des premiers cas de panne se basent sur des signaux pré-traités issus du résultat d'estimation. De façon plus générale, les méthodes basées modèles s'appuient sur le principe de la redondance analytique et permettent ainsi d'identifier l'apparition d'incohérences au sein des différentes mesures utilisées. Elles offrent des informations précieuses, comme la présence ou non d'une panne ou une caractérisation de celle-ci (biais, dérive lente, etc.), pour l'application de méthodes transverses telles que les méthodes de traitement du signal présentées dans le Chapitre 3.



# Communications

---

## Brevet

Guillaume Alcalay, Martin Delporte, Philippe Goupil, Cédric Seren et Georges Hardier. *Method and device for monitoring and estimating parameters relating to the flight of an aircraft*. 16 Mai 2018. US Patent 15.980.991.

## Articles

### WIFAC 2017

Guillaume Alcalay, Martin Delporte, Philippe Goupil, Cédric Seren et Georges Hardier. *Development of virtual sensors to estimate critical aircraft flight parameters*. 20th IFAC World Congress. IFAC-PapersOnLine, 2017, vol. 50, no. 1, pages 14174-14179.

Abstract : This paper addresses the estimation of flight parameters in nominal and degraded flight conditions when one or several specific sensors become faulty. Anticipating more stringent regulations for future aircraft, reconstructing through time the missing signals is a challenging objective for Flight Control Systems, especially because some of them are essential for control purposes. To this end, this paper proposes a solution based on virtual sensors which makes use of an Adaptive Extended Kalman Filter. This allows the longitudinal flight parameters of a civil aircraft to be estimated on-line before and after the occurrence of one or several failures. This solution offers interesting monitoring capabilities including the detection of common mode failures (i.e., simultaneous failures occurring on redundant sensors), and also provides the capability of correcting a wrong aircraft weight in addition to the sensors monitoring. Typical results using real flight test data are shown to evaluate the performances of the approach in terms of detection and estimation capabilities.

**SAFEPROCESS 2018**

Guillaume Alcalay, Martin Delporte, Philippe Goupil, Cédric Seren et Georges Hardier. *An adaptive Extended Kalman Filter for monitoring and estimating key flight parameters*. 10th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes, Safeprocess 2018.

Abstract : This paper addresses the selection and the monitoring of some key flight parameters along with their estimation in nominal and degraded flight conditions including faulty sensors situations. Anticipating more availability of flight parameters for future aircraft, isolating faulty measurements and reconstructing through time the missing signals is a challenging objective for Flight Control Systems, especially because some of them are essential for control purposes. To this end, this paper proposes a solution based on virtual sensors which make use of an Adaptive Extended Kalman Filter supplemented by dedicated Fault Detection and Isolation algorithm. It provides the ability for the longitudinal flight parameters of a civil aircraft to be estimated on-line before and after the occurrence of one or several failures. To facilitate onboard implementation, the main aerodynamic coefficients are approximated by a set of surrogate models. The proposed approach offers interesting monitoring capabilities including the detection of common mode failures (i.e., simultaneous failures occurring on redundant sensors). Real flight data involving strong atmospheric perturbations, 3-axis winds and successive faults on the static and total pressure probes from the take-off to the cruise is shown to evaluate the performances of the approach in terms of detection, isolation, estimation and reconfiguration capabilities

# Calcul des matrices jacobiennes

---

Les matrices jacobiennes A et C jouent un rôle important pour le calcul des matrices de covariance des erreurs d'estimation de l'EKF. Elles sont définies selon :

$$A = \frac{\partial \dot{X}}{\partial X} = \frac{\partial f(X, Z)}{\partial X} \quad (\text{A.1})$$

$$C = \frac{\partial Y}{\partial X} = \frac{\partial h(X, Z)}{\partial X} \quad (\text{A.2})$$

Dans notre cas d'application, la définition des fonctions  $f$  et  $g$  (4.5 et 4.8) intervenant dans le système  $\Sigma$  (défini par 4.1) permet d'obtenir une expression analytique des matrices jacobiennes.

L'obtention de la matrice A est immédiate puisque les équations de prédiction utilisées impliquent que seule la dérivée de  $\dot{b}_{C_z}$  par rapport à ce même état est non nulle :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1/\tau & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

En revanche, l'obtention de la matrice C nécessite d'avantage de calculs, induits par l'équation d'observation du modèle non linéaire. Cette annexe est dédiée au calcul des différents termes  $C_{ij}$  composant la matrice C.

Dans le chapitre 4, un premier exemple illustre l'obtention de  $C_{11}$  correspondant à la dérivée partielle de l'incidence par rapport à la première composante de la vitesse vent  $W_{x_0}$ . L'incidence étant une fonction des composantes  $u_a$  et  $w_a$  de la vitesse aérodynamique  $V_a$ , elles mêmes fonction de  $W_{x_0}$ , on a recours au théorème de dérivation des fonctions composées permettant d'exprimer  $C_{11}$  comme la somme de produits du taux de variations de l'incidence selon chacune des composantes de la vitesse aérodynamique par le taux de variation de ces dernières selon  $W_{x_0}$ . Cette opération peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{\partial \alpha}{\partial W_{x_0}} = \frac{\alpha}{\partial u_a} \Big|_{v_a, w_a} \frac{\partial u_a}{\partial W_{x_0}} + \frac{\alpha}{\partial v_a} \Big|_{u_a, w_a} \frac{\partial v_a}{\partial W_{x_0}} + \frac{\alpha}{\partial w_a} \Big|_{u_a, v_a} \frac{\partial w_a}{\partial W_{x_0}} \quad (\text{A.4})$$

avec  $\frac{\alpha}{\partial u_a} \Big|_{v_a, w_a}$  faisant référence à la dérivée partielle de l'incidence par rapport à  $u_a$ . Les dérivées partielles apparaissant dans la relation A.4 peuvent être calculées une à une pour obtenir l'expression finale de  $C_{11}$  :

$$C_{11} = \frac{\partial \alpha}{\partial W_{x_0}} = \frac{M_{E_{11}}^B w_a - M_{E_{31}}^B u_a}{u^2 + w^2} \quad (\text{A.5})$$

Dans la suite du développement, on utilisera les notations  $(x^1, x^2, x^3 = x, y, z)$  afin de regrouper certaines dérivées. La notation  $W_{x_i}, i = [1, 2, 3]$  fait donc référence aux composantes  $W_{x_0}, W_{y_0}$  et  $W_{z_0}$ . Seules les composantes non nulles de  $C$  sont détaillées.

$$\frac{\partial \alpha}{\partial W_{x_0^i}} \rightarrow \alpha = \arctan\left(\frac{w_a}{u_a}\right)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial W_{x_0^i}} = \frac{\partial \alpha}{\partial u_a} \Big|_{w_a} \frac{\partial u_a}{\partial W_{x_0^i}} + \frac{\partial \alpha}{\partial w_a} \Big|_{u_a} \frac{\partial w}{\partial W_{x_0^i}}$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial u_a} \Big|_{w_a} = -\frac{w_a}{u_a^2} \frac{1}{1 + \left(\frac{w_a}{u_a}\right)^2} = -\frac{w_a}{u_a^2 + w_a^2}$$

$$\frac{\partial u_a}{\partial W_{x_0^i}} = -M_{E_{1i}}^B$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial w_a} \Big|_{u_a} = \frac{1}{u_a} \frac{1}{1 + \left(\frac{w_a}{u_a}\right)^2} = \frac{u_a}{u_a^2 + w_a^2}$$

$$\frac{\partial w_a}{\partial W_{x_0^i}} = -M_{E_{3i}}^B$$

$$\rightarrow C_{1,[1,2,3]} = \frac{\partial \alpha}{\partial W_{x_0^i}} = \frac{M_{E_{1i}}^B w_a - M_{E_{3i}}^B u_a}{u_a^2 + w_a^2}$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial W_{x_0^i}} \rightarrow \beta = \arctan\left(\frac{v_a}{\sqrt{u_a^2 + w_a^2}}\right)$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial W_{x_0^i}} = \frac{\partial \beta}{\partial u_a} \Big|_{v_a, w_a} \frac{\partial u_a}{\partial W_{x_0^i}} + \frac{\partial \beta}{\partial v_a} \Big|_{u_a, w_a} \frac{\partial v_a}{\partial W_{x_0^i}} + \frac{\partial \beta}{\partial w_a} \Big|_{v_a, u_a} \frac{\partial w_a}{\partial W_{x_0^i}}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \beta}{\partial u_a} \Big|_{v_a, w_a} &= 2u_a \left(-\frac{1}{2}\right) \frac{v_a}{\sqrt{u_a^2 + w_a^2} (u_a^2 + w_a^2)} \frac{1}{1 + \left(\frac{v_a}{\sqrt{u_a^2 + w_a^2}}\right)^2} = -\frac{u_a v_a}{\sqrt{u_a^2 + w_a^2} (u_a^2 + w_a^2 + v_a^2)} \\ &= -\frac{u_a v_a}{V_a^2 \sqrt{u_a^2 + w_a^2}} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial u_a}{\partial W_{x_0^i}} = -M_{E_{1i}}^B$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial w_a} \Big|_{v_a, u_a} = 2w_a \left(-\frac{1}{2}\right) \frac{v_a}{\sqrt{u_a^2 + w_a^2} (u_a^2 + w_a^2)} \frac{1}{1 + \left(\frac{v_a}{\sqrt{u_a^2 + w_a^2}}\right)^2} = -\frac{w_a v_a}{V_a^2 \sqrt{u_a^2 + w_a^2}}$$

$$\frac{\partial w_a}{\partial W_{x_0^i}} = -M_{E_{3i}}^B$$

$$\left. \frac{\partial \beta}{\partial v_a} \right|_{u_a, w_a} = \frac{1}{\sqrt{u_a^2 + w_a^2}} \frac{1}{1 + \left( \frac{v_a}{\sqrt{u_a^2 + w_a^2}} \right)^2} = \frac{1}{\sqrt{u_a^2 + w_a^2} + \frac{v_a^2}{\sqrt{u_a^2 + w_a^2}}} = \frac{\sqrt{u_a^2 + w_a^2}}{u_a^2 + w_a^2 + v_a^2} = \frac{\sqrt{u_a^2 + w_a^2}}{V_a^2}$$

$$\frac{\partial w_a}{\partial W_{x_0^i}} = -M_{E_{2i}}^B$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \frac{\partial \beta}{\partial W_{x_0^i}} &= \frac{v(u_a M_{E_{1i}}^B + w_a M_{E_{3i}}^B)}{V_a^2 \sqrt{u_a^2 + w_a^2}} - M_{E_{2i}}^B \frac{\sqrt{u_a^2 + w_a^2}}{V_a^2} = \frac{\tan \beta}{V_a^2} (u_a M_{E_{1i}}^B + w_a M_{E_{3i}}^B) - M_{E_{2i}}^B \frac{\sqrt{u_a^2 + w_a^2}}{V_a^2} \\ &= \frac{\sqrt{u_a^2 + w_a^2}}{V_a^2} \left( \frac{\tan \beta}{\sqrt{u_a^2 + w_a^2}} (u_a M_{E_{1i}}^B + w_a M_{E_{3i}}^B) - M_{E_{2i}}^B \right) \end{aligned}$$

$$\rightarrow \mathbf{C}_{2,[1,2,3]} = \frac{\partial \beta}{\partial W_{x_0^i}} = \frac{\sqrt{u_a^2 + w_a^2}}{V_a^2} \left( \frac{\tan \beta}{\sqrt{u_a^2 + w_a^2}} (u_a M_{E_{1i}}^B + w_a M_{E_{3i}}^B) - M_{E_{2i}}^B \right)$$

$$\frac{\partial P_S}{\partial W_{x_0^i}} \rightarrow P_S = f(z_P)$$

$$\frac{\partial z_P}{\partial W_{xyz_0}} \rightarrow z_P = \frac{z_G}{1 + \frac{\Delta ISA}{T_0}}$$

$$\frac{\partial z_P}{\partial W_{xyz_0}} = 0$$

$$\rightarrow \mathbf{C}_{3,[1,2,3]} = \frac{\partial P_S}{\partial W_{x_0^i}} = 0$$

$$\frac{\partial P_T}{\partial W_{x_0^i}} \rightarrow P_T = P_S \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$\frac{\partial P_T}{\partial W_{x_0^i}} = \frac{\partial P_T}{\partial P_S} \Big|_M \frac{\partial P_S}{\partial W_{x_0^i}} + \frac{\partial P_T}{\partial M} \Big|_{P_S} \frac{\partial M}{\partial W_{x_0^i}}$$

$$\frac{\partial M}{\partial W_{x_0^i}} \rightarrow M = \frac{V_a}{\sqrt{\gamma r T_S}}$$

$$\frac{\partial M}{\partial W_{x_0^i}} = \frac{\partial M}{\partial V_a} \Big|_{T_S} \frac{\partial V_a}{\partial W_{x_0^i}} + \frac{\partial M}{\partial T_S} \Big|_{V_a} \frac{\partial T_S}{\partial W_{x_0^i}}$$

$$\frac{\partial V_a}{\partial W_{x_0^i}} = \frac{\partial V_a}{\partial u_a} \frac{\partial u_a}{\partial W_{x_0^i}} + \frac{\partial V_a}{\partial v_a} \frac{\partial v_a}{\partial W_{x_0^i}} + \frac{\partial V_a}{\partial w_a} \frac{\partial w_a}{\partial W_{x_0^i}} = -\frac{1}{V_a} (u_a M_{E_{1i}}^B + v_a M_{E_{2i}}^B + w_a M_{E_{3i}}^B)$$

$$\left. \frac{\partial M}{\partial V_a} \right|_{T_S} = \frac{1}{\sqrt{\gamma r T_S}}$$

$$\frac{\partial T_S}{\partial W_{x_0^i}} = 0$$

$$\rightarrow \frac{\partial M}{\partial W_{x_0^i}} = -\frac{1}{V_a \sqrt{\gamma r T_S}} (u_a M_{E_{1i}}^B + v_a M_{E_{2i}}^B + w_a M_{E_{3i}}^B)$$

$$\frac{\partial P_S}{\partial W_{x_0^i}} = 0$$

$$\left. \frac{\partial P_T}{\partial M} \right|_{P_S} = P_S \frac{\gamma-1}{2} 2M \frac{\gamma}{\gamma-1} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}-1} = \gamma P_S M \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

$$\rightarrow \frac{\partial P_T}{\partial W_{x_0^i}} = \gamma P_S M \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \left( -\frac{1}{V_a \sqrt{\gamma r T_S}} (u_a M_{E_{1i}}^B + v_a M_{E_{2i}}^B + w_a M_{E_{3i}}^B) \right)$$

$$\rightarrow \mathbf{C}_{4,[1,2,3]} = \frac{\partial P_T}{\partial W_{x_0^i}} = -\frac{P_S}{r T_S} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} (u_a M_{E_{1i}}^B + v_a M_{E_{2i}}^B + w_a M_{E_{3i}}^B)$$

$$\frac{\partial T_T}{\partial W_{x_0^i}} \rightarrow T_T = T_S \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)$$

$$\frac{\partial T_T}{\partial W_{x_0^i}} = \left. \frac{\partial T_T}{\partial T_S} \right|_M \frac{\partial T_S}{\partial W_{x_0^i}} + \left. \frac{\partial T_T}{\partial M} \right|_{T_S} \frac{\partial M}{\partial W_{x_0^i}}$$

$$\frac{\partial T_S}{\partial W_{x_0^i}} = 0$$

$$\left. \frac{\partial T_T}{\partial M} \right|_{T_S} = (\gamma-1) M T_S$$

$$\rightarrow \frac{\partial T_T}{\partial W_{x_0^i}} = (\gamma-1) M T_S \frac{1}{\sqrt{\gamma r T_S}} \left( -\frac{1}{V_a} (u_a M_{E_{1i}}^B + v_a M_{E_{2i}}^B + w_a M_{E_{3i}}^B) \right)$$

$$\rightarrow \mathbf{C}_{5,[1,2,3]} = \frac{\partial T_T}{\partial W_{x_0^i}} = -\frac{(\gamma-1)}{\gamma r} (u_a M_{E_{1i}}^B + v_a M_{E_{2i}}^B + w_a M_{E_{3i}}^B)$$

$$\frac{\partial n_{z_1}}{\partial W_{x_0^i}} \rightarrow n_{z_1} = \frac{SP_d(C_Z + b_{C_Z})}{mg \cos \alpha} + n_{x_1} \tan \alpha$$

$$\rightarrow \mathbf{C}_{6,[1,2,3]} = \frac{\partial n_{z_1}}{\partial W_{x_0^i}} = \frac{\partial n_{z_1}}{\partial M} \Big|_{P_d, \alpha} \frac{\partial M}{\partial W_{x_0^i}} + \frac{\partial n_{z_1}}{\partial P_d} \Big|_{M, \alpha} \frac{\partial P_d}{\partial W_{x_0^i}} + \frac{\partial n_{z_1}}{\partial \alpha} \Big|_{M, P_d} \frac{\partial \alpha}{\partial W_{x_0^i}}$$

$$\frac{\partial M}{\partial W_{x_0^i}} \text{ \& } \frac{\partial \alpha}{\partial W_{x_0^i}} \text{ ci - dessous et ci - dessus}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_{z_1}}{\partial \alpha} \Big|_{M, P_d} &= \frac{SP_d}{mg \cos \alpha} \frac{\partial C_Z}{\partial \alpha} + \frac{\sin \alpha}{\cos^2 \alpha} \frac{SP_d(C_Z + b_{C_Z})}{mg} + \frac{n_{x_1}}{\cos^2 \alpha} \\ &= \frac{1}{\cos^2 \alpha} \left[ \frac{SP_d}{mg} \left( \cos \alpha \frac{\partial C_Z}{\partial \alpha} + \sin \alpha (C_Z + b_{C_Z}) \right) + n_{x_1} \right] \end{aligned}$$

$$\frac{\partial n_{z_1}}{\partial M} \Big|_{P_d, \alpha} = \frac{SP_d}{mg \cos \alpha} \frac{\partial C_Z}{\partial M} \Big|_{P_d, \alpha}$$

$$\frac{\partial n_{z_1}}{\partial P_d} \Big|_{M, \alpha} = \frac{S(C_Z + b_{C_Z})}{mg \cos \alpha} + \frac{SP_d}{mg \cos \alpha} \frac{\partial C_Z}{\partial P_d} \Big|_{M, \alpha} = \frac{S}{mg \cos \alpha} \left( C_Z + b_{C_Z} + \frac{\partial C_Z}{\partial P_d} \Big|_{M, \alpha} \right)$$

$$\frac{\partial P_d}{\partial W_{x_0^i}} = \frac{\gamma \partial P_S M^2}{2 \partial W_{x_0^i}} = \frac{\gamma}{2} \left( M^2 \frac{\partial P_S}{\partial W_{x_0^i}} + P_S \frac{\partial M^2}{\partial W_{x_0^i}} \right) = \frac{\gamma}{2} \left( 0 + P_S \frac{\partial M^2}{\partial M} \frac{\partial M}{\partial W_{x_0^i}} \right) = \frac{\gamma}{2} P_S 2M \frac{\partial M}{\partial W_{x_0^i}}$$

$$\frac{\partial P_d}{\partial W_{x_0^i}} = \gamma P_S M \frac{\partial M}{\partial W_{x_0^i}}$$

$$\mathbf{C}_{1,4} = \frac{\partial \alpha}{\partial \Delta ISA} = 0 \quad \& \quad \mathbf{C}_{2,4} = \frac{\partial \beta}{\partial \Delta ISA} = 0$$

$$\frac{\partial P_S}{\partial \Delta ISA} \rightarrow P_S = f(z_P)$$

$$\frac{\partial P_S}{\partial \Delta ISA} = \frac{\partial P_S}{\partial z_P} \frac{\partial z_P}{\partial \Delta ISA}$$

$$\frac{\partial z_P}{\partial \Delta ISA} \rightarrow z_P = \frac{z_G}{1 + \frac{\Delta ISA}{T_0}} - z_C \rightarrow \frac{\partial z_P}{\partial \Delta ISA} = -\frac{z_G}{T_0} \frac{1}{\left(1 + \frac{\Delta ISA}{T_0}\right)^2}$$

$$\rightarrow \mathbf{C}_{3,4} = \frac{\partial P_S}{\partial \Delta ISA} = -\frac{z_G}{T_0} \frac{1}{\left(1 + \frac{\Delta ISA}{T_0}\right)^2} \frac{\partial P_S}{\partial z_P}$$

Rappel:

$$P_S = f(z_P) \text{ Avec } \begin{cases} P_S(z_P \leq z_{TP}) = P_0 \left(1 - \frac{G_{Tz} z_P}{T_{15}}\right)^{\frac{g_0}{rG_{Tz}}} \\ P_S(z_P > z_{TP}) = 10^{\log_{10} P_{TP} + \frac{g_0(z_{TP} - z_P)}{rT_{TP} \log(10)}} \end{cases}$$

$$z_{TP} = 11 \text{ km}, P_{TP} = 226.321 \text{ mbar}, T_{TP} = 216.65 \text{ K}, G_{Tz} = 6.5 \cdot 10^{-3} \text{ K} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$\frac{\partial P_S}{\partial \Delta ISA} \rightarrow P_S = f(z_P)$$

$$\frac{\partial P_S}{\partial \Delta ISA} = \frac{\partial P_S}{\partial z_P} \frac{\partial z_P}{\partial \Delta ISA}$$

$$\frac{\partial P_S}{\partial z_P} (z_P \leq z_{11}) = P_0 \frac{g_0}{rG_{Tz}} \left(-\frac{G_{Tz}}{T_0}\right) \left(1 - \frac{G_{Tz} z_P}{T_0}\right)^{\frac{g_0}{rG_{Tz}} - 1} = -P_0 \frac{g_0}{rT_0} \left(1 - \frac{G_{Tz} z_P}{T_0}\right)^{\frac{g_0}{rG_{Tz}} - 1}$$

$$\frac{\partial P_S}{\partial z_P} (z_P > z_{TP}) = \log(10) \frac{-g_0}{rT_{TP} \log(10)} 10^{\log_{10} P_{TP} + \frac{g_0(z_{TP} - z_P)}{rT_{TP} \log(10)}} = \frac{-g_0}{rT_{TP}} 10^{\log_{10} P_{TP} + \frac{g_0(z_{TP} - z_P)}{rT_{TP} \log(10)}}$$

$$\rightarrow \frac{\partial P_S}{\partial \Delta ISA} = -\frac{z_G}{T_0} \frac{1}{\left(1 + \frac{\Delta ISA}{T_0}\right)^2} \frac{\partial P_S}{\partial z_P}$$

$$\frac{\partial T_S}{\partial \Delta ISA} \rightarrow T_S = T_0 + G_{Tz} z_P + \Delta ISA$$

$$\frac{\partial T_S}{\partial \Delta ISA} = 1 + G_{Tz} \frac{\partial z_P}{\partial \Delta ISA}$$

$$\rightarrow \frac{\partial T_S}{\partial \Delta ISA} = 1 - \left(-\frac{z_G}{T_0} \frac{G_{Tz}}{\left(1 + \frac{\Delta ISA}{T_0}\right)^2}\right) \approx 1$$

$$\rightarrow \frac{\partial T_S}{\partial \Delta ISA} \approx 1$$

$$\frac{\partial M}{\partial \Delta ISA} \rightarrow M = \frac{V_a}{\sqrt{\gamma r T_S}}$$

$$\frac{\partial M}{\partial \Delta ISA} = \frac{\partial M}{\partial T_S} \Big|_{V_a} \frac{\partial T_S}{\partial \Delta ISA} + \frac{\partial M}{\partial V_a} \Big|_{T_S} \frac{\partial V_a}{\partial \Delta ISA}$$

$$\frac{\partial V_a}{\partial \Delta ISA} = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial T_S} \Big|_{V_a} = -\frac{\gamma r}{2} \frac{V_a}{\gamma r T_S \sqrt{\gamma r T_S}} = -\frac{M}{2T_S}$$

$$\rightarrow \frac{\partial M}{\partial \Delta ISA} \approx -\frac{M}{2T_S}$$


---

$$\frac{\partial T_T}{\partial \Delta ISA} \rightarrow T_T = T_S \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)$$

$$\frac{\partial T_T}{\partial \Delta ISA} = \frac{\partial T_T}{\partial T_S} \Big|_M \frac{\partial T_S}{\partial \Delta ISA} + \frac{\partial T_T}{\partial M} \Big|_{T_S} \frac{\partial M}{\partial \Delta ISA}$$

$$\frac{\partial T_T}{\partial T_S} \Big|_M = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2$$

$$\frac{\partial T_T}{\partial M} \Big|_{T_S} = T_S (\gamma - 1) M$$

$$\frac{\partial T_T}{\partial \Delta ISA} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 - \frac{M}{2T_S} T_S (\gamma - 1) M = 1$$

$$\rightarrow c_{5,4} = \frac{\partial T_T}{\partial \Delta ISA} = 1$$


---

$$\frac{\partial P_T}{\partial \Delta ISA} \rightarrow P_T = P_S \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$\frac{\partial P_T}{\partial \Delta ISA} = \frac{\partial P_T}{\partial P_S} \Big|_M \frac{\partial P_S}{\partial \Delta ISA} + \frac{\partial P_T}{\partial M} \Big|_{P_S} \frac{\partial M}{\partial \Delta ISA}$$

$$\frac{\partial P_T}{\partial P_S} \Big|_M = \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$\left. \frac{\partial P_T}{\partial M} \right|_{P_S} = P_S \frac{\gamma-1}{2} 2M \frac{\gamma}{\gamma-1} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}-1} = P_S M \gamma \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

$$\rightarrow C_{4,4} = \frac{\partial P_T}{\partial \Delta ISA} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \frac{\partial P_S}{\partial \Delta ISA} + P_S M \gamma \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \frac{\partial M}{\partial \Delta ISA}$$

$$\frac{\partial P_d}{\partial \Delta ISA} \rightarrow P_d = \frac{\gamma P_S M^2}{2}$$

$$\frac{\partial P_d}{\partial \Delta ISA} = \left. \frac{\partial P_d}{\partial P_S} \right|_M \frac{\partial P_S}{\partial \Delta ISA} + \left. \frac{\partial P_d}{\partial M} \right|_{P_S} \frac{\partial M}{\partial \Delta ISA} = \frac{\gamma M^2}{2} \frac{\partial P_S}{\partial \Delta ISA} + \gamma P_S M \frac{\partial M}{\partial \Delta ISA}$$

$$\rightarrow \frac{\partial P_d}{\partial \Delta ISA} = \frac{\gamma M^2}{2} \frac{\partial P_S}{\partial \Delta ISA} + \gamma P_S M \frac{\partial M}{\partial \Delta ISA}$$

$$\frac{\partial n_{z_1}}{\partial \Delta ISA} \rightarrow n_{z_1} = \frac{S P_d (C_z + b_{C_z})}{mg \cos \alpha} + n_{x_1} \tan \alpha$$

$$\frac{\partial n_{z_1}}{\partial \Delta ISA} = \left. \frac{\partial n_{z_1}}{\partial \alpha} \right|_{M, P_d} \frac{\partial \alpha}{\partial \Delta ISA} + \left. \frac{\partial n_{z_1}}{\partial M} \right|_{\alpha, P_d} \frac{\partial M}{\partial \Delta ISA} + \left. \frac{\partial n_{z_1}}{\partial P_d} \right|_{M, \alpha} \frac{\partial P_d}{\partial \Delta ISA}$$

$$\left. \frac{\partial n_{z_1}}{\partial \alpha} \right|_{M, P_d} \text{ déjà calculé}$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \Delta ISA} = 0$$

$$\left. \frac{\partial n_{z_1}}{\partial M} \right|_{\alpha, P_d} = \frac{S P_d}{mg \cos \alpha} \left. \frac{\partial C_z}{\partial M} \right|_{P_d, \alpha}$$

$$\left. \frac{\partial n_{z_1}}{\partial P_d} \right|_{M, \alpha} = \frac{S(C_z + b_{C_z})}{mg \cos \alpha} + \frac{S P_d}{mg \cos \alpha} \left. \frac{\partial C_z}{\partial P_d} \right|_{\alpha, M}$$

$$\frac{\partial P_d}{\partial \Delta ISA} = \left. \frac{\partial P_d}{\partial P_S} \right|_M \frac{\partial P_S}{\partial \Delta ISA} + \left. \frac{\partial P_d}{\partial M} \right|_{P_S} \frac{\partial M}{\partial \Delta ISA} = \frac{\gamma M^2}{2} \frac{\partial P_S}{\partial \Delta ISA} + \gamma P_S M \frac{\partial M}{\partial \Delta ISA}$$

$$\rightarrow \frac{\partial n_{z_1}}{\partial \Delta ISA} = \frac{S P_d}{mg \cos \alpha} \frac{\partial C_z}{\partial M} \frac{\partial M}{\partial \Delta ISA} + \left( \frac{S(C_z + b_{C_z})}{mg \cos \alpha} + \frac{S P_d}{mg \cos \alpha} \left. \frac{\partial C_z}{\partial P_d} \right|_{\alpha, M} \right) \frac{\partial P_d}{\partial \Delta ISA}$$

$$\rightarrow \frac{\partial n_{z_1}}{\partial \Delta ISA} = \frac{SP_d}{mg \cos \alpha} \frac{\partial C_z}{\partial M} \frac{\partial M}{\partial \Delta ISA} + \left( \frac{S(C_z + b_{C_z})}{mg \cos \alpha} + \frac{SP_d}{mg \cos \alpha} \frac{\partial C_z}{\partial P_d} \right) \left( \frac{\gamma M^2}{2} \frac{\partial P_s}{\partial \Delta ISA} + \gamma P_s M \frac{\partial M}{\partial \Delta ISA} \right)$$

$$\begin{aligned} \rightarrow C_{6,4} &= \frac{\partial n_{z_1}}{\partial \Delta ISA} \\ &= \frac{S}{mg \cos \alpha} \left[ P_d \frac{\partial C_z}{\partial M} \frac{\partial M}{\partial \Delta ISA} + \gamma M \left( C_z + b_{C_z} + P_d \frac{\partial C_z}{\partial P_d} \right) \left( \frac{M}{2} \frac{\partial P_s}{\partial \Delta ISA} + P_s \frac{\partial M}{\partial \Delta ISA} \right) \right] \end{aligned}$$


---

$$\frac{\partial n_{z_1}}{\partial b_{C_z}} \rightarrow n_{z_1} = \frac{SP_d(C_z + b_{C_z})}{mg \cos \alpha} + n_{x_1} \tan \alpha$$

$$\rightarrow C_{6,5} = \frac{\partial n_{z_1}}{\partial b_{C_z}} = \frac{SP_d}{mg \cos \alpha}$$


---

$$\frac{\partial n_{z_1}}{\partial z_C} \rightarrow n_{z_1} = \frac{SP_d(C_z + b_{C_z})}{mg \cos \alpha} + n_{x_1} \tan \alpha$$

$$z_P = \frac{z_G}{1 + \frac{\Delta ISA}{T_{15}}} - z_C$$

$$\frac{\partial n_{z_1}}{\partial z_C} = \frac{\partial n_{z_1}}{\partial P_s} \frac{\partial P_s}{\partial z_P} \frac{\partial z_P}{\partial z_C}$$

$$\rightarrow C_{6,6} = \frac{\partial n_{z_1}}{\partial z_C} = - \frac{\gamma S M^2 (C_z + b_{C_z})}{2 m g \cos \alpha} \frac{\partial P_s}{\partial z_P}$$

# Modélisation des pannes

---

## Notation :

- $t_k \rightarrow$  temps discret
- $y_k \rightarrow$  valeur vraie du paramètre mesuré à l'instant  $t_k$
- $y_{k_m} \rightarrow$  valeur mesurée du paramètre à l'instant  $t_k$
- $\alpha, \beta \rightarrow$  constantes
- $\omega \rightarrow$  pulsation
- $\phi \rightarrow$  phase
- $\varepsilon_k \rightarrow$  incertitude
- $\mathcal{H}_{k,\theta} \rightarrow$  fonction de Heaviside (échelon unitaire à partir de l'instant  $t_k = \theta$ )

## Mesure nominale :

$$y_{k_m} = y_k + \varepsilon_k \quad (\text{B.1})$$

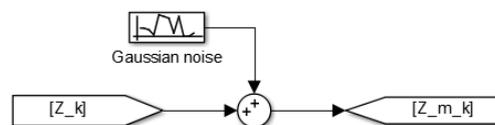


FIGURE B.1 – Représentation simulink en l'absence de panne

## Pannes liquides :

- Biais :

$$y_{k_m} = y_k + \varepsilon_k + \alpha \mathcal{H}_{k,\theta} \quad (\text{B.2})$$

- Dérive ou embarquement :

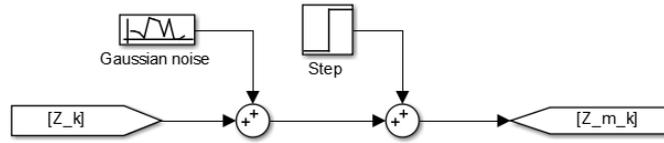


FIGURE B.2 – Représentation simulink en cas de biais

$$y_{k_m} = y_k + \varepsilon_k + \alpha(k - \theta)\mathcal{H}_{k,\theta} \tag{B.3}$$

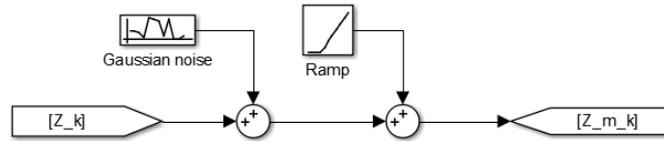


FIGURE B.3 – Représentation simulink en cas de dérive (embarquement)

- Facteur d'échelle :

$$y_{k_m} = (1 + \alpha)y_k + \varepsilon_k \tag{B.4}$$

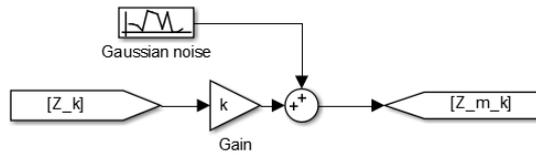


FIGURE B.4 – Représentation simulink en cas de facteur d'échelle

- Variation de bruit :

$$y_{k_m} = y_k + \varepsilon_k + (\varepsilon_{2k} - \varepsilon_k)\mathcal{H}_{k,\theta} \tag{B.5}$$

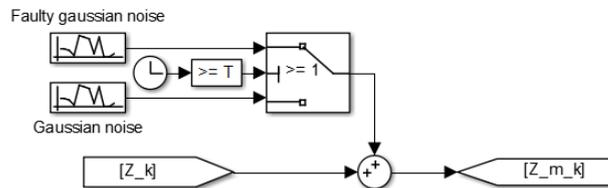


FIGURE B.5 – Représentation simulink en cas de variation brutale de bruit

- Pulsations :

$$y_{k_m} = y_k + \varepsilon_k + \alpha\Pi\left(\frac{k - \theta_i}{\beta}\right) \tag{B.6}$$

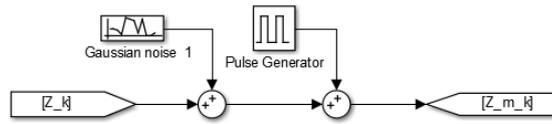


FIGURE B.6 – Représentation simulink en cas de pulsations

**Pannes solides :**

- Blocage :

$$y_{k_m} = (1 - \mathcal{H}_{k,\theta})y_k + \varepsilon_k + y_\theta \mathcal{H}_{k,\theta} \tag{B.7}$$

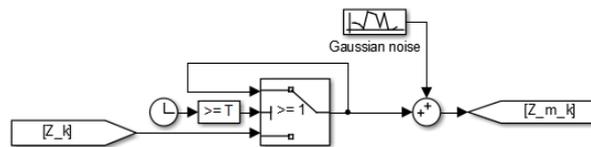


FIGURE B.7 – Représentation simulink en cas de blocage à la valeur courante

$$y_{k_m} = (1 - \mathcal{H}_{k,\theta})(y_k + \varepsilon_k) + y_\theta \mathcal{H}_{k,\theta} \tag{B.8}$$

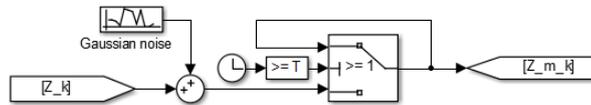


FIGURE B.8 – Représentation simulink en cas de blocage à la valeur courante

$$y_{k_m} = (1 - \mathcal{H}_{k,\theta})y_k + \varepsilon_k + \alpha \mathcal{H}_{k,\theta} \tag{B.9}$$

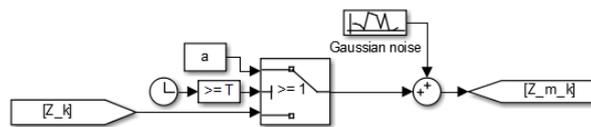


FIGURE B.9 – Représentation simulink en cas de blocage à une valeur  $\alpha$

$$y_{k_m} = (1 - \mathcal{H}_{k,\theta})(y_k + \varepsilon_k) + \alpha \mathcal{H}_{k,\theta} \tag{B.10}$$

- Perte de signal :

$$y_{k_m} = (1 - \mathcal{H}_{k,\theta})y_k + \varepsilon_k \tag{B.11}$$

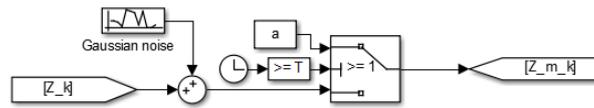
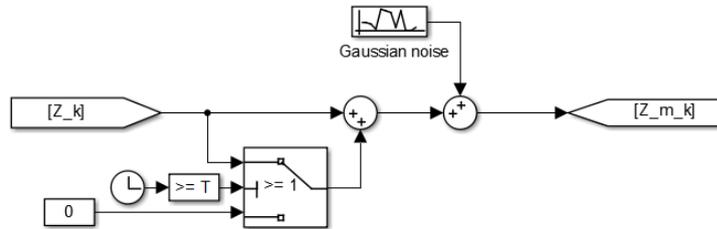
FIGURE B.10 – Représentation simulink en cas de blocage à une valeur  $\alpha$ 

FIGURE B.11 – Représentation simulink en cas de perte de signal

$$y_{k_m} = (1 - \mathcal{H}_{k,\theta})(y_k + \varepsilon_k) \quad (\text{B.12})$$

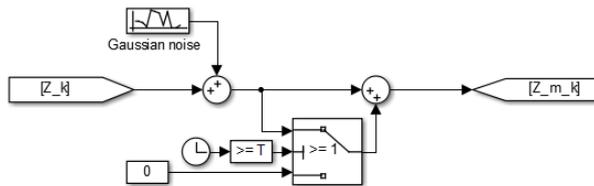


FIGURE B.12 – Représentation simulink en cas de perte de signal

# Bilan CPU

---

Les Tableaux C.1, C.2, C.4 et C.3 fournissent une estimation respective du nombre de symboles utilisés par les blocs estimation, détection, validation unitaire et reconfiguration et du temps de calcul correspondant.

Operation	Occurrences	RCT [%/sum]	TRCT [%]
Sum	102 + 3780	1	1.432
Multiplication	289 + 4968	0.85	1.641
Division	45	0.85	$1.4 \cdot 10^{-2}$
Square root	4	5.80	$8.5 \cdot 10^{-3}$
Switch	41	0.88	$1.3 \cdot 10^{-2}$
Relational operator	8	0.85	$2.5 \cdot 10^{-3}$
Logical operator	20	0.85	$6.2 \cdot 10^{-3}$
Saturate	6	1.92	$4.2 \cdot 10^{-3}$
Selector	89	0	0
Exponential	1	9.07	$3.3 \cdot 10^{-3}$
Logarithme	1	9.07	$3.3 \cdot 10^{-3}$
Transpose	25	0	0
Cosinus	18	9.07	$6.1 \cdot 10^{-2}$
Sinus	18	9.07	$6.1 \cdot 10^{-2}$
Tangente	1	5.52	$4.1 \cdot 10^{-3}$
Mux	98	0	0
Power	9	9.07	$3.0 \cdot 10^{-2}$
Unit delay	1	2.50	0
Delay	11	4.15	$1.7 \cdot 10^{-2}$
Total	-	-	3.29%

TABLE C.1 – Nombre de symboles du bloc estimation. En rouge apparaissent les symboles utilisés dans l'opération de traitement séquentiel des mesures (RCT : Relative Computational Time, TRCT : Total Relative Computational Time). Le ratio en % indique la puissance de calcul consommée pour une utilisation en 120 ms

Operation	Occurrences	RCT [%/sum]	TRCT [%]
Sum	161	1	$5.9 \cdot 10^{-2}$
Multiplication	92	0.85	$2.9 \cdot 10^{-2}$
Division	15	0.85	$4.7 \cdot 10^{-3}$
Square root	9	5.80	$1.9 \cdot 10^{-3}$
Switch	134	0.88	$4.3 \cdot 10^{-2}$
Relational operator	108	0.85	$3.4 \cdot 10^{-3}$
Logical operator	386	0.85	0.120
Saturate	91	1.92	$6.4 \cdot 10^{-3}$
Selector	71	0	0
Exponential	0	9.07	0
Logarithme	0	9.07	0
Transpose	0	0	0
Cosinus	1	9.07	$3.4 \cdot 10^{-3}$
Sinus	0	9.07	0
Tangente	1	5.52	$2.0 \cdot 10^{-3}$
Mux	314	0	0
Power	4	9.07	$1.3 \cdot 10^{-2}$
Unit delay	55	2.50	$5.1 \cdot 10^{-2}$
Delay	63	4.15	$9.6 \cdot 10^{-2}$
Total	-	-	0.52%

TABLE C.2 – Nombre de symboles du bloc de détection (RCT : Relative Computational Time, TRCT : Total Relative Computational Time). Le ratio en % indique la puissance de calcul consommée pour une utilisation en 120 ms

Operation	Occurrences	RCT [%/sum]	TRCT [%]
Sum	22	1	$8.1 \cdot 10^{-3}$
Multiplication	27	0.85	$8.4 \cdot 10^{-3}$
Division	1	0.85	0
Square root	0	5.80	0
Switch	32	0.88	$1.0 \cdot 10^{-2}$
Relational operator	21	0.85	$6.5 \cdot 10^{-3}$
Logical operator	53	0.85	$1.7 \cdot 10^{-2}$
Saturate	1	1.92	0
Selector	29	0	0
Exponential	0	9.07	0
Logarithme	0	9.07	0
Transpose	0	0	0
Cosinus	0	9.07	0
Sinus	0	9.07	0
Tangente	0	5.52	0
Mux	21	0	0
Power	1	9.07	$3.3 \cdot 10^{-3}$
Unit delay	40	2.50	$3.7 \cdot 10^{-2}$
Delay	10	4.15	$1.5 \cdot 10^{-2}$
Total	-	-	0.11%

TABLE C.3 – Nombre de symboles du bloc de validation unitaire (RCT : Relative Computational Time, TRCT : Total Relative Computational Time). Le ratio en % indique la puissance de calcul consommée pour une utilisation en 120 ms

Operation	Occurrences	RCT [%/sum]	TRCT [%]
Sum	2	1	$7.3 \cdot 10^{-4}$
Multiplication	0	0.85	0
Division	0	0.85	0
Square root	0	5.80	0
Switch	35	0.88	$1.1 \cdot 10^{-2}$
Relational operator	0	0.85	0
Logical operator	32	0.85	$1.0 \cdot 10^{-2}$
Saturate	1	1.92	$7.0 \cdot 10^{-4}$
Selector	18	0	0
Exponential	0	9.07	0
Logarithme	0	9.07	0
Transpose	0	0	0
Cosinus	0	9.07	0
Sinus	0	9.07	0
Tangente	0	5.52	0
Mux	47	0	0
Power	0	9.07	0
Unit delay	1	2.50	$8.4 \cdot 10^{-4}$
Delay	3	4.15	$4.5 \cdot 10^{-3}$
Total	-	-	0.11%

TABLE C.4 – Nombre de symboles du bloc de reconfiguration (RCT : Relative Computational Time, TRCT : Total Relative Computational Time). Le ratio en % indique la puissance de calcul consommée pour une utilisation en 120 ms



# Bibliographie

- [Alcalay 2018] Guillaume Alcalay, Martin Delporte, Philippe Goupil, Cedric Seren et Georges Hardier. *Method and device for monitoring and estimating parameters relating to the flight of an aircraft*, 16 Mai 2018. US Patent 15.980.991. (Cité en page 242.)
- [Alsuwaidan 2011] Badr N Alsuwaidan, John L Crassidis et Yang Cheng. *Generalized multiple-model adaptive estimation using an autocorrelation approach*. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 47, no. 3, pages 2138–2152, 2011. (Cité en page 55.)
- [Alwi 2009] Halim Alwi, Christopher Edwards et Chee Pin Tan. *Sliding mode estimation schemes for incipient sensor faults*. Automatica, vol. 45, no. 7, pages 1679–1685, 2009. (Cité en page 66.)
- [Alwi 2012a] Halim Alwi et Christopher Edwards. *Second order sliding mode observers for the ADDSAFE benchmark problem*. IFAC Proceedings Volumes, vol. 45, no. 20, pages 1137–1142, 2012. (Cité en page 66.)
- [Alwi 2012b] Halim Alwi et Christopher Edwards. *Validation of sliding mode observer FDI schemes on the ADDSAFE functional engineering simulator*. IFAC Proceedings Volumes, vol. 45, no. 20, pages 1335–1340, 2012. (Cité en page 66.)
- [Alwi 2014] Halim Alwi et Christopher Edwards. *Development and application of sliding mode LPV fault reconstruction schemes for the ADDSAFE Benchmark*. Control Engineering Practice, vol. 31, pages 148–170, 2014. (Cité en page 66.)
- [Amato 2006] Francesco Amato, Carlo Cosentino, Massimiliano Mattei et Gaetano Paviglianiti. *A direct/functional redundancy scheme for fault detection and isolation on an aircraft*. Aerospace Science and Technology, vol. 10, no. 4, pages 338–345, 2006. (Cité en page 79.)
- [Anderson 2009] Jeffrey L Anderson. *Ensemble Kalman filters for large geophysical applications*. IEEE Control Systems, vol. 29, no. 3, 2009. (Cité en page 69.)
- [Athans 1976] Michael Athans et Chaw-Bing Chang. *Adaptive estimation and parameter identification using multiple model estimation algorithm*. Rapport technique, Massachusetts Institut of Technology, Lexington Lincoln Lab, 1976. (Cité en page 54.)
- [Auger 1996] François Auger, Patrick Flandrin, Paulo Gonalv s et Olivier Lemoine. *Time-frequency toolbox*. Universit  France-Rice CNRS, vol. 46, 1996. (Cité en page 101.)
- [Baar 2016] Tamas Baar, Bence Beke, Peter Bauer, Balint Vanek et Jozsef Bokor. *Smoothed multiple model adaptive estimation*. In 2016 European Control Conference (ECC), pages 1135–1140. IEEE, 2016. (Cité en page 55.)

- [Baár 2017] Tamas Baár, Péter Bauer, Zoltán Szabó, Bálint Vanek et József Bokor. *Evaluation of multiple model adaptive estimation of aircraft airspeed in close to real conditions*. In 25th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED), pages 271–276. IEEE, 2017. (Cité en pages 55 et 196.)
- [Basseville 1993] Michèle Basseville, Igor V Nikiforov *et al.* *Detection of abrupt changes : theory and application*, volume 104. Prentice Hall Englewood Cliffs, 1993. (Cité en pages 80, 92, 94, 95 et 96.)
- [Basseville 1998] Michele Basseville. *On-board component fault detection and isolation using the statistical local approach*. *Automatica*, vol. 34, no. 11, pages 1391–1415, 1998. (Cité en pages 79 et 90.)
- [Bauer 2016] Péter Bauer, Tamás Baár, Tamás Péni, Bálint Vanek et József Bokor. *Application of input and state multiple model adaptive estimator for aircraft airspeed approximation*. *IFAC-PapersOnLine*, vol. 49, no. 17, pages 76–81, 2016. (Cité en pages 55 et 196.)
- [Bell 1994] Bradley M Bell. *The iterated Kalman smoother as a Gauss–Newton method*. *SIAM Journal on Optimization*, vol. 4, no. 3, pages 626–636, 1994. (Cité en page 42.)
- [Benveniste 1987] Albert Benveniste, Michele Basseville et G Moustakides. *The asymptotic local approach to change detection and model validation*. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 32, no. 7, pages 583–592, 1987. (Cité en page 90.)
- [Berdjag 2010] Denis Berdjag, Ali Zolghadri, Jérôme Cieslak et Philippe Goupil. *Fault detection and isolation for redundant aircraft sensors*. pages 137–142. IEEE, 2010. (Cité en page 15.)
- [Berge 2009] V Berge. *Contribution à la gestion des incertitudes en fusion multi-capteurs Application à la persection du contexte de conduite*. Habilitation à diriger des recherches, Université de Technologie de Compiègne, 2009. (Cité en page 39.)
- [Biannic 2010] Jean Marc Biannic. *Contributions théoriques à la commande des systèmes aéronautiques et spatiaux*. Aux frontières du linéaire. Habilitation à diriger des recherches, Université Paul Sabatier de Toulouse, France, 2010. (Cité en pages 39 et 55.)
- [Bierman 1975] Gerald J Bierman. *Measurement updating using the UD factorization*. volume 14, pages 337–346. IEEE, 1975. (Cité en page 38.)
- [Blanke 2006] Mogens Blanke, Michel Kinnaert, Jan Lunze, Marcel Staroswiecki et J Schröder. *Diagnosis and fault-tolerant control*, volume 691. Springer, 2006. (Cité en page 97.)
- [Bonnabel 2008] Silvére Bonnabel, Philippe Martin et Pierre Rouchon. *Symmetry-preserving observers*. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 53, no. 11, pages 2514–2526, 2008. (Cité en page 66.)

- [Bonnabel 2009] Silvère Bonnabel, Philippe Martin et Erwan Salaün. *Invariant Extended Kalman Filter : theory and application to a velocity-aided attitude estimation problem*. pages 1297–1304. IEEE, 2009. (Cité en page 66.)
- [Boutat 2010] Driss Boutat. *La notion d’observateur pour les systèmes non-linéaires*. Supméca pour la Journée Mathématique (JMS), 2010. (Cité en page 124.)
- [Brosgol 2010] Ben Brosgol et Cyrille Comar. *DO-178C : A new standard for software safety certification*. Rapport technique, AdaCore, 2010. (Cité en page 18.)
- [Brot 2018] Patrice Brot. *Multisensor Data Fusion Using Equation Checking and Fuzzy Rules*. 2018. (Cité en page 240.)
- [Buchard 2012] Alain Buchard, Christelle Cumer, Georges Hardier, Beatrice Jacquier, Alexandre Janot, Thierry Le Moing, Cedric Seren, Clement Toussaint et Pierre Vacher. *An Overview of Relevant Issues for Aircraft Model Identification*. AerospaceLab, no. 4, pages p–1, 2012. (Cité en page 134.)
- [Carlson 1973] Neal A Carlson. *Fast triangular formulation of the square root filter*. AIAA journal, vol. 11, no. 9, pages 1259–1265, 1973. (Cité en pages 38 et 52.)
- [Chen 2003] Zhe Chen et al. *Bayesian filtering : From Kalman filters to particle filters, and beyond*. Statistics, vol. 182, no. 1, pages 1–69, 2003. (Cité en page 69.)
- [Chen 2016] Xueqin Chen, Rui Sun, Wancheng Jiang, Qingxian Jia et Jinxiu Zhang. *A novel two-stage extended Kalman filter algorithm for reaction flywheels fault estimation*. Chinese Journal of Aeronautics, vol. 29, no. 2, pages 462–469, 2016. (Cité en page 37.)
- [Chen 2017a] Lejun Chen, Halim Alwi et Christopher Edwards. *Development and evaluation of an integral sliding mode fault-tolerant control scheme on the RECONFIGURE benchmark*. FDI-FTC for Aerospace Systems, 2017. (Cité en page 196.)
- [Chen 2017b] Lejun Chen, Halim Alwi, Christopher Edwards et Mayuko Sato. *Flight evaluation of an LPV sliding mode controller with online control allocation*. pages 3928–3933. IEEE, 2017. (Cité en page 196.)
- [Chen 2017c] Xueqin Chen et Ming Liu. *A two-stage extended kalman filter method for fault estimation of satellite attitude control systems*. Journal of the Franklin Institute, vol. 354, no. 2, pages 872–886, 2017. (Cité en pages 37 et 68.)
- [Chiang 2001] Leo H. Chiang, Evan L. Russel et Richard D. Braatz. *Data-driven techniques for fault detection and diagnosis in chemical processes*. London : Springer, 2001. (Cité en page 97.)
- [Cho 1997] Young Man Cho et Rajesh Rajamani. *A systematic approach to adaptive observer synthesis for nonlinear systems*. IEEE transactions on Automatic Control, vol. 42, no. 4, pages 534–537, 1997. (Cité en page 66.)

- [Chowdhary 2010] Girish Chowdhary et Ravindra Jategaonkar. *Aerodynamic parameter estimation from flight data applying extended and unscented Kalman filter*. Aerospace science and technology, vol. 14, no. 2, pages 106–117, 2010. (Cité en page 49.)
- [Clerc 2010] Maurice Clerc. Particle swarm optimization, volume 93. John Wiley & Sons, 2010. (Cité en page 135.)
- [Cod 1997] *Communications Instructions Operating Signals ACP 131(E)*. Rapport technique, 1997. (Cité en page 147.)
- [Condomines 2013] Jean-Philippe Condomines, Cédric Seren, Gautier Hattenberger et al. *Nonlinear state estimation using an invariant unscented kalman filter*. pages 1–15, 2013. (Cité en page 68.)
- [Condomines 2015] Jean-Philippe Condomines. *Développement d'un estimateur d'état non linéaire embarqué pour le pilotage-guidage robuste d'un micro-drone en milieu complexe*. PhD thesis, Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace (ISAE), 2015. (Cité en pages 44, 61 et 66.)
- [Condomines 2017] Jean-Philippe Condomines, Cédric Seren et Gautier Hattenberger. *The Invariant Unscented Kalman Filter*. 2017. (Cité en page 68.)
- [Crassidis 2006] John L Crassidis. *Sigma-point Kalman filtering for integrated GPS and inertial navigation*. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 42, no. 2, pages 750–756, 2006. (Cité en page 49.)
- [de Loza 2015] Alejandra Ferreira de Loza, Jérôme Cieslak, David Henry, Jorge Dávila et Ali Zolghadri. *Sensor fault diagnosis using a non-homogeneous high-order sliding mode observer with application to a transport aircraft*. IET Control Theory & Applications, vol. 9, no. 4, pages 598–607, 2015. (Cité en page 66.)
- [Deng 2008] Xiaoyan Deng, Qiaohua Wang et Xiaokun Chen. *A Time-Frequency Localization Method for Singular Signal Detection Using Wavelet-Based Hölder Exponent and Hilbert Transform*. volume 4, pages 266–270. IEEE, 2008. (Cité en page 107.)
- [Dey 2013] Aritro Dey, Smita Sadhu et Tapan Kumar Ghoshal. *Joint estimation of parameters and states of nonlinear systems using adaptive divided difference filter*. International Journal of Electrical, Electronics and Computer Engineering, vol. 2, no. 2, pages 7–12, 2013. (Cité en page 54.)
- [Ding 2003] SX Ding, P Zhang, PM Frank et EL Ding. *Threshold calculation using LMI-technique and its integration in the design of fault detection systems*. volume 1, pages 469–474. IEEE, 2003. (Cité en page 79.)
- [Ding 2008] Steven Ding. Model-based fault diagnosis techniques : design schemes, algorithms, and tools. Springer, 2008. (Cité en pages 76, 80, 87 et 97.)
- [Ding 2014] SX Ding. *Data-driven design of monitoring and diagnosis systems for dynamic processes : A review of subspace technique based schemes and some recent results*. Journal of Process Control, vol. 24, no. 2, pages 431–449, 2014. (Cité en page 97.)

- [Dong 2012] Hongli Dong, Zidong Wang, James Lam et Huijun Gao. *Fuzzy-model-based robust fault detection with stochastic mixed time delays and successive packet dropouts*. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics), vol. 42, no. 2, pages 365–376, 2012. (Cité en page 80.)
- [Dorr 1997] Richard Dorr, Frederic Kratz, Jose Ragot, Francois Loisy et J-L Germain. *Detection, isolation, and identification of sensor faults in nuclear power plants*. IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 5, no. 1, pages 42–60, 1997. (Cité en page 15.)
- [Doyle 1979] John Doyle et Guter Stein. *Robustness with observers*. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 24, no. 4, pages 607–611, 1979. (Cité en page 65.)
- [Ducard 2009] Guillaume Ducard. *Fault-tolerant flight control and guidance systems : Practical methods for small unmanned aerial vehicles*. Springer, 2009. (Cité en page 97.)
- [EASA 2007] EASA. *Certification Specification for Large Aeroplanes CS-25*. Rapport technique, 2007. (Cité en page 17.)
- [Edwards 2000] Christopher Edwards, Sarah K Spurgeon et Ron J Patton. *Sliding mode observers for fault detection and isolation*. Automatica, vol. 36, no. 4, pages 541–553, 2000. (Cité en page 66.)
- [Emami-Naeini 1988] Abbas Emami-Naeini, Muhammad M Akhter et Stephen M Rock. *Effect of model uncertainty on failure detection : the threshold selector*. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 33, no. 12, pages 1106–1115, 1988. (Cité en page 79.)
- [ESDU 1986] Item No.78012 (Amendment B) ESDU. *Equations for calculation of International Standard Atmosphere and associated off-standard atmospheres*. Rapport technique, 1986. (Cité en page 138.)
- [ESDU 1992] Item No.69026 (Amendment B) ESDU. *Airspeed data for performance calculations*. Rapport technique, 1992. (Cité en page 138.)
- [ESDU 1996] Item No.78012 (Amendment B) ESDU. *Height relationships for non-standard atmospheres*. Rapport technique, 1996. (Cité en page 138.)
- [Evensen 2003] Geir Evensen. *The ensemble Kalman filter : Theoretical formulation and practical implementation*. Ocean dynamics, vol. 53, no. 4, pages 343–367, 2003. (Cité en page 69.)
- [Evensen 2009] Geir Evensen. *Data assimilation : the ensemble kalman filter*. Springer, 2009. (Cité en page 69.)
- [Fan 2013] Lingling Fan et Yasser Wehbe. *Extended Kalman filtering based real-time dynamic state and parameter estimation using PMU data*. Electric Power Systems Research, vol. 103, pages 168–177, 2013. (Cité en page 68.)
- [Feau 2015] Julien Feau et Hugo Francois. *Method for determining the speed air aircraft and aircraft equipped with means for implementation*, 26 Mai 2015. US Patent 9.043.054. (Cité en pages 15, 114 et 161.)

- [Ferranti 2018] Laura Ferranti, Yiming Wan et Tamas Keviczky. *Fault-tolerant reference generation for model predictive control with active diagnosis of elevator jamming faults*. FDI-FTC for Aerospace Systems, 2018. (Cité en page 196.)
- [Ferrerres 2016] Gilles Ferreres, Georges Hardier et Cédric Seren. *Adaptive control of a civil aircraft through on-line parameter estimation*. pages 798–804. IEEE, 2016. (Cité en page 196.)
- [Ferrerres 2017] Gilles Ferreres et Georges Hardier. *Adaptive LFT control of a civil aircraft with online frequency-domain parameter estimation*. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2017. (Cité en page 196.)
- [Fiorenzani 2008] Tiziano Fiorenzani, Costanzo Manes, G. Oriolo et P. Peliti. *Comparative study of unscented Kalman filter and extended Kalman filter for position/attitude estimation in unmanned aerial vehicles*. Institute for Systems Analysis and Computer Science (IASI-CNR), Rome, Italy, pages 08–08, 2008. (Cité en page 49.)
- [Frank 1990] Paul M Frank. *Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy : A survey and some new results*. Automatica, vol. 26, no. 3, pages 459–474, 1990. (Cité en page 75.)
- [Frank 1997] Paul M Frank et Xianchun Ding. *Survey of robust residual generation and evaluation methods in observer-based fault detection systems*. Journal of process control, vol. 7, no. 6, pages 403–424, 1997. (Cité en pages 75 et 80.)
- [Golan 2000] Oded Golan, Moshe Idan et Ron Meir. *Weak model based approach for fault detection and isolation of sensors in flight control systems*. page 4040, 2000. (Cité en pages 79 et 100.)
- [Gordon 1993] Neil J Gordon, David J Salmond et Adrian FM Smith. *Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation*. In IEE Proceedings F (Radar and Signal Processing), volume 140, pages 107–113. IET, 1993. (Cité en page 69.)
- [Goshen-Meskin 1992] DRORA Goshen-Meskin et IY Bar-Itzhack. *Observability analysis of piece-wise constant systems. I. Theory*. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic systems, vol. 28, no. 4, pages 1056–1067, 1992. (Cité en page 123.)
- [Goupil 2011a] Philippe Goupil. *AIRBUS state of the art and practices on FDI and FTC in flight control system*. Control Engineering Practice, vol. 19, no. 6, pages 524–539, 2011. (Cité en page 15.)
- [Goupil 2011b] Philippe Goupil et Andres Marcos. *Advanced diagnosis for sustainable flight guidance and control : The European ADDSAFE project*. Rapport technique, SAE, 2011. (Cité en pages 15 et 66.)
- [Goupil 2014a] Philippe Goupil, Rémy Dayre et Patrice Brot. *From theory to flight tests : Airbus Flight Control System TRL5 achievements*. IFAC Proceedings Volumes, vol. 47, no. 3, pages 10562–10567, 2014. (Cité en pages 112 et 240.)

- [Goupil 2014b] Philippe Goupil et Andrés Marcos. *The European ADDSAFE project : Industrial and academic efforts towards advanced fault diagnosis*. Control Engineering Practice, vol. 31, pages 109–125, 2014. (Cité en page 66.)
- [Goupil 2015] Philippe Goupil, Josep Boada-Bauxell, Andres Marcos, Paulo Rosa, Murray Kerr et Laurent Dalbies. *An overview of the FP7 RECONFIGURE project : industrial, scientific and technological objectives*. IFAC-PapersOnLine, vol. 48, no. 21, pages 976–981, 2015. (Cité en page 196.)
- [Gross 2012] Jason N Gross, Yu Gu, Matthew B Rhudy, Srikanth Gururajan et Marcello R Napolitano. *Flight-test evaluation of sensor fusion algorithms for attitude estimation*. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 48, no. 3, pages 2128–2139, 2012. (Cité en pages 45 et 49.)
- [Gu 2007] Yaqing Gu, Dean S Oliver et al. *An iterative ensemble Kalman filter for multiphase fluid flow data assimilation*. SPE Journal, vol. 12, no. 04, pages 438–446, 2007. (Cité en page 70.)
- [Gustafsson 2000] Fredrik Gustafsson. Adaptive filtering and change detection, volume 1. Wiley New York, 2000. (Cité en pages 94 et 95.)
- [Gustafsson 2010] Fredrik Gustafsson. *Particle filter theory and practice with positioning applications*. IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine, vol. 25, no. 7, pages 53–82, 2010. (Cité en page 69.)
- [Gustafsson 2012] Fredrik Gustafsson et Gustaf Hendeby. *Some relations between extended and unscented Kalman filters*. IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 60, no. 2, pages 545–555, 2012. (Cité en page 45.)
- [György 2014] Katalin György, András Kelemen et László Dávid. *Unscented Kalman filters and Particle Filter methods for nonlinear state estimation*. Procedia Technology, vol. 12, pages 65–74, 2014. (Cité en page 69.)
- [Hajiyev 2000] Chingiz Hajiyev et Fikret Caliskan. *Sensor/actuator fault diagnosis based on statistical analysis of innovation sequence and robust Kalman filtering*. Aerospace science and technology, vol. 4, no. 6, pages 415–422, 2000. (Cité en page 79.)
- [Ham 1983] Fredric M Ham et R Grover Brown. *Observability, eigenvalues, and Kalman filtering*. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, no. 2, pages 269–273, 1983. (Cité en page 127.)
- [Hansen 2010] Søren Hansen, Mogens Blanke et Jens Adrian. *Diagnosis of uav pitot tube defects using statistical change detection*. IFAC Proceedings Volumes, vol. 43, no. 16, pages 485–490, 2010. (Cité en page 96.)
- [Hansen 2014] Soren Hansen et Mogens Blanke. *Diagnosis of airspeed measurement faults for unmanned aerial vehicles*. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 50, no. 1, pages 224–239, 2014. (Cité en pages 77, 95 et 96.)
- [Hao 2007] Yanling Hao, Zhilan Xiong, Feng Sun et Xiaogang Wang. *Comparison of unscented kalman filters*. In International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA), pages 895–899. IEEE, 2007. (Cité en page 49.)

- [Hardier 1998] Georges Hardier. *Recurrent RBF networks for suspension system modeling and wear diagnosis of a damper*. volume 3, pages 2441–2446. IEEE, 1998. (Cité en page 135.)
- [Hardier 2011] Georges Hardier, Pierre Ezerzere et al. *On-line estimation of longitudinal flight parameters*. Rapport technique, SAE, 2011. (Cité en pages 112, 114, 116, 134, 135 et 189.)
- [Hardier 2013a] G Hardier, C Seren, P Ezerzere et G Puyou. *Aerodynamic model inversion for virtual sensing of longitudinal flight parameters*. In Conference on Control and Fault-Tolerant Systems (SysTol), pages 140–145. IEEE, 2013. (Cité en pages 112 et 143.)
- [Hardier 2013b] Georges Hardier, Clement Roos et Cedric Seren. *Creating sparse rational approximations for linear fractional representations using surrogate modeling*. IFAC Proceedings Volumes, vol. 46, no. 20, pages 399–404, 2013. (Cité en page 134.)
- [Hardier 2015] Georges Hardier, Cédric Seren et Pierre Ezerzere. *Model-Based Techniques for Virtual Sensing of Longitudinal Flight Parameters*. International Journal of Applied Mathematics and Computer Science, vol. 25, no. 1, pages 23–38, 2015. (Cité en pages 112, 114, 116 et 189.)
- [Hermann 1977] Robert Hermann et Arthur Krener. *Nonlinear controllability and observability*. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 22, no. 5, pages 728–740, 1977. (Cité en page 123.)
- [Herzog 1998] JP Herzog, YY Yue et RL Bickford. *Dynamics sensor validation for reusable launch vehicle propulsion*. 1998. (Cité en page 94.)
- [Heydarzadeh 2016] Mehrdad Heydarzadeh et Mehrdad Nourani. *A two-stage fault detection and isolation platform for industrial systems using residual evaluation*. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 65, no. 10, pages 2424–2432, 2016. (Cité en page 79.)
- [Higgins 1975] Walter T Higgins. *A comparison of complementary and Kalman filtering*. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, no. 3, pages 321–325, 1975. (Cité en page 67.)
- [Hilderman 2007] Vance Hilderman et Tony Baghi. *Avionics certification : a complete guide to do-178 (software), do-254 (hardware)*. Avionics Communications Incorporation and Len Buckwalter, 2007. (Cité en page 18.)
- [Hmida 2012] F Ben Hmida, Karim Kh miri, José Ragot et Moncef Gossa. *Three-stage Kalman filter for state and fault estimation of linear stochastic systems with unknown inputs*. Journal of the Franklin Institute, vol. 349, no. 7, pages 2369–2388, 2012. (Cité en page 77.)
- [Hong 2002] J-C Hong, YY Kim, HC Lee et YW Lee. *Damage detection using the Lipschitz exponent estimated by the wavelet transform : applications to vibration modes of a beam*. International journal of solids and structures, vol. 39, no. 7, pages 1803–1816, 2002. (Cité en page 107.)

- [Hwang 2010] Inseok Hwang, Sungwan Kim, Youdan Kim et Chze Eng Seah. *A survey of fault detection, isolation, and reconfiguration methods*. IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 18, no. 3, pages 636–653, 2010. (Cité en pages 75, 80 et 97.)
- [Isermann 1984] Rolf Isermann. *Process fault detection based on modeling and estimation methods-a survey*. Automatica, vol. 20, no. 4, pages 387–404, 1984. (Cité en page 75.)
- [Isermann 2006] Rolf Isermann. *Fault-diagnosis systems : an introduction from fault detection to fault tolerance*. Springer, 2006. (Cité en page 97.)
- [Isermann 2011] Rolf Isermann. *Fault-diagnosis applications : model-based condition monitoring : actuators, drives, machinery, plants, sensors, and fault-tolerant systems*. Springer, 2011. (Cité en page 97.)
- [Jazwinski 2007] Andrew H Jazwinski. *Stochastic processes and filtering theory*. Dover Publications Incorporation, 2007. (Cité en page 43.)
- [Julier 1995] Simon J Julier, Jeffrey K Uhlmann et Hugh F Durrant-Whyte. *A new approach for filtering nonlinear systems*. In Proceedings of the 1995 American Control Conference (ACC), volume 3, pages 1628–1632. IEEE, 1995. (Cité en page 43.)
- [Julier 1997] Simon J Julier et Jeffrey K Uhlmann. *A new extension of the Kalman filter to nonlinear systems*. In International Symposium on Aerospace/Defense Sensing, Simulation and Controls, volume 3, pages 182–193. Orlando, FL, 1997. (Cité en page 43.)
- [Julier 1998] Simon J Julier. *A skewed approach to filtering*. In Proceedings SPIE, volume 3373, pages 271–282, 1998. (Cité en page 47.)
- [Julier 2002] Simon J Julier. *The scaled unscented transformation*. volume 6, pages 4555–4559. IEEE, 2002. (Cité en pages 44 et 46.)
- [Julier 2003] Simon J Julier. *The spherical simplex unscented transformation*. In American Control Conference, 2003, volume 3, pages 2430–2434. IEEE, 2003. (Cité en page 47.)
- [Julier 2004] Simon J Julier et Jeffrey K Uhlmann. *Unscented filtering and nonlinear estimation*. Proceedings of the IEEE, vol. 92, no. 3, pages 401–422, 2004. (Cité en pages 43 et 45.)
- [Kalman 1960] Rudolph Emil Kalman et al. *A new approach to linear filtering and prediction problems*. Journal of basic Engineering, vol. 82, no. 1, pages 35–45, 1960. (Cité en page 32.)
- [Kasashima 1995] N Kasashima, K Mori, G Herrera Ruiz et N Taniguchi. *Online failure detection in face milling using discrete wavelet transform*. CIRP Annals-Manufacturing Technology, vol. 44, no. 1, pages 483–487, 1995. (Cité en page 107.)
- [Kerr 2016] Murray Kerr, Philippe Goupil, Josep Boada-Bauxell, Paulo Rosa et Cristina Recupero. *RECONFIGURE FP7 project preliminary results and contributions*. pages 777–782. IEEE, 2016. (Cité en page 196.)

- [Khemiri 2008] Karim Khemiri, Fayçal Ben Hmida, José Ragot et Moncef Gossa. *Filtre de Kalman à deux étages pour l'estimation d'état et de défauts de systèmes stochastiques linéaires*. page CDROM, 2008. (Cité en page 37.)
- [kim 2008] *Fault detection and diagnosis of aircraft actuators using fuzzy-tuning IMM filter*. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 44, no. 3, 2008. (Cité en page 78.)
- [Klein 2006] Vladislav Klein et Eugene A. Morelli. Aircraft system identification : theory and practice. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2006. (Cité en pages 32 et 183.)
- [Kottath 2017] Rahul Kottath, Parag Narkhede, Vipin Kumar, Vinod Karar et Shashi Poddar. *Multiple Model Adaptive Complementary Filter for Attitude Estimation*. Aerospace Science and Technology, 2017. (Cité en page 55.)
- [Kou 1975] Shauying R Kou, David L Elliott et Tzyh Jong Tarn. *Exponential observers for nonlinear dynamic systems*. Information and control, vol. 29, no. 3, pages 204–216, 1975. (Cité en page 65.)
- [Krener 1983] Arthur J Krener et Alberto Isidori. *Linearization by output injection and nonlinear observers*. Systems & Control Letters, vol. 3, no. 1, pages 47–52, 1983. (Cité en page 65.)
- [Le Tron 2000] Xavier Le Tron. *Process and device for verifying the consistency of the measurements from an angle-of-attack probe*, 6 Juin 2000. US Patent 6.073.084. (Cité en page 97.)
- [Lee 2005] Deok-Jin Lee. *Nonlinear Bayesian filtering with applications to estimation and navigation*. PhD thesis, Texas A&M University, 2005. (Cité en pages 44, 46, 54, 61 et 68.)
- [Lee 2017] Kyuman Lee et Eric N Johnson. *State estimation using Gaussian process regression for colored noise systems*. In 2017 IEEE Aerospace Conference, pages 1–8. IEEE, 2017. (Cité en page 70.)
- [Leonard 2006] Christophe Leonard. *OSMA Souple V16 - Multirate Integration of Flight Mechanics Models*. Rapport technique, 2006. (Cité en page 133.)
- [Leonard 2015] Christophe Leonard. *The Least You Should Know About Osma's Flight Dynamics (Second Edition)*. Rapport technique, 2015. (Cité en page 133.)
- [Lerro 2017] Angelo Lerro, Manuela Battipede, Piero Gili et Alberto Brandl. *Survey on a neural network for non linear estimation of aerodynamic angles*. pages 929–935. IEEE, 2017. (Cité en page 70.)
- [Levine 1986] J Levine et R Marino. *Nonlinear system immersion, observers and finite-dimensional filters*. Systems & Control Letters, vol. 7, no. 2, pages 133–142, 1986. (Cité en page 65.)
- [Li 2016] Hongyi Li, Yabin Gao, Peng Shi et Hak-Keung Lam. *Observer-based fault detection for nonlinear systems with sensor fault and limited communication*

- capacity*. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 61, no. 9, pages 2745–2751, 2016. (Cité en page 80.)
- [Liang-Qun 2005] Li Liang-Qun, Ji Hong-Bing et Luo Jun-Hui. *The iterated extended Kalman particle filter*. In IEEE International Symposium on Communications and Information Technology (ISCIT), volume 2, pages 1213–1216. IEEE, 2005. (Cité en page 69.)
- [Liu 2007] Fenglong Liu. *Synth ses d’observateurs   entrées inconnues pour les systèmes non linéaires*. PhD thesis, Université de Caen, 2007. (Cité en page 66.)
- [Liu 2014] Hai Liu et Maiying Zhong. *A nonlinear version of the generalized likelihood ratio test*. pages 3175–3180. IEEE, 2014. (Cité en page 96.)
- [Llibre 2008] Michel Llibre. *Résolution de systèmes linéaires, Moindres carrés r cur­sifs et Filtre de Kalman discret*. Rapport technique, DCSD-2008-069-NOT-001-1.0, 2008. (Cité en pages 27 et 31.)
- [Lorentzen 2011] Rolf J Lorentzen et Geir N v dal. *An iterative ensemble Kalman filter*. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 56, no. 8, pages 1990–1995, 2011. (Cité en page 70.)
- [Lu 2015] Peng Lu, Laurens Van Eykeren, Erik-Jan Van Kampen, Coen De Visser et Qiping Chu. *Adaptive three-step Kalman filter for air data sensor fault detection and diagnosis*. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, pages 590–604, 2015. (Cité en page 124.)
- [Luenberger 1964] D. G. Luenberger. *Observing the state of a linear system*. IEEE Transactions on Military Electronics, vol. 8, no. 2, pages 74–80, 1964. (Cité en page 65.)
- [Luenberger 1966] D. G. Luenberger. *Observers for multivariable systems*. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 11, no. 2, pages 190–197, 1966. (Cité en page 65.)
- [Madane 2009] Amol R Madane, Zalak Shah, Raina Shah et Sanket Thakur. *Speech compression using Linear predictive coding*. pages 119–21, 2009. (Cité en page 100.)
- [Magill 1965] D Magill. *Optimal adaptive estimation of sampled stochastic processes*. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 10, no. 4, pages 434–439, 1965. (Cité en page 54.)
- [Mallat 1999] Stéphane Mallat. *A wavelet tour of signal processing*. Elsevier, Academic Press, 1999. (Cité en pages 101 et 108.)
- [Marcos 2011] Andres Marcos. *Application of H-infinity fault diagnosis to ADDSAFE benchmark : the control surface jamming case*. page 6677, 2011. (Cité en page 70.)
- [Marcos 2012] Andr s Marcos. *Assessment on the ADDSAFE Benchmark Simulator of an H-infinity Fault Detection Design for Aircraft*. IFAC Proceedings Volumes, vol. 45, no. 20, pages 1341–1346, 2012. (Cité en page 70.)

- [Martin 2007] Philippe Martin et Erwan Salaun. *Invariant observers for attitude and heading estimation from low-cost inertial and magnetic sensors*. pages 1039–1045. IEEE, 2007. (Cité en page 66.)
- [Marzat 2012] Julien Marzat, Hélène Piet-Lahanier, Frédéric Damongeot et Eric Walter. *Model-based fault diagnosis for aerospace systems : a survey*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G : Journal of aerospace engineering, vol. 226, no. 10, pages 1329–1360, 2012. (Cité en pages 75 et 80.)
- [Mazor 1998] Efim Mazor, Amir Averbuch, Yakov Bar-Shalom et Joshua Dayan. *Interacting multiple model methods in target tracking : a survey*. IEEE Transactions on aerospace and electronic systems, vol. 34, no. 1, pages 103–123, 1998. (Cité en page 56.)
- [McGinnity 2001] Shaun McGinnity et George W Irwin. *Manoeuvring target tracking using a multiple-model bootstrap filter*. In Sequential Monte Carlo Methods in Practice, pages 479–497. Springer, 2001. (Cité en page 56.)
- [Mehndiratta 2016] Mohit Mehndiratta, Anna Prach et Erdal Kayacan. *Numerical Investigation of gaussian filters with a combined type Bayesian filter for non-linear state estimation*. IFAC-PapersOnLine, vol. 49, no. 18, pages 446–453, 2016. (Cité en page 69.)
- [Mimmo 2014] Nicola Mimmo. *Mach Virtual Sensor*. Rapport technique, 2014. (Cité en page 193.)
- [Moon 2016] Cheol Moon, Ju Seong Han et Young Ahn Kwon. *Square-root unscented Kalman filter for state estimation of permanent magnet synchronous motor*. In 55th Annual Conference of the Society of Instrument and Control Engineers of Japan (SICE), pages 460–464. IEEE, 2016. (Cité en page 49.)
- [Mrugalski 2013] Marcin Mrugalski. *An unscented Kalman filter in designing dynamic GMDH neural networks for robust fault detection*. International Journal of Applied Mathematics and Computer Science, vol. 23, no. 1, pages 157–169, 2013. (Cité en page 79.)
- [Mulder 1999] JA Mulder, QP Chu, JK Sridhar, JH Breeman et M Laban. *Non-linear aircraft flight path reconstruction review and new advances*. Progress in Aerospace Sciences, vol. 35, no. 7, pages 673–726, 1999. (Cité en page 117.)
- [Nagy 2010] Anca Maria Nagy. *Analyse et synthèse de multimodèles pour le diagnostic. Application à une station d'épuration*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine-INPL, 2010. (Cité en pages 39 et 55.)
- [Niu 1995a] Steve Niu, D. Grant Fisher, Lennart Ljung et Sirish Shah. *A tutorial on multiple model least-squares and augmented UD identification*. Rapport technique, Departement of Eletrical Engineering, Linköping University, Sweden, 1995. (Cité en page 38.)
- [Niu 1995b] Steve Niu et Lennart Ljung. *Multiple model parameter estimation*. Linköping University, 1995. (Cité en page 38.)

- [Nørgaard 2000] Magnus Nørgaard, Niels K Poulsen et Ole Ravn. *New developments in state estimation for nonlinear systems*. Automatica, vol. 36, no. 11, pages 1627–1638, 2000. (Cité en pages 49 et 52.)
- [Noura 2009] Hassan Noura, Didier Theilliol, Jean-Christophe Ponsart et Abbas Chamseddine. *Fault-tolerant control systems : Design and practical applications*. Springer, 2009. (Cité en page 97.)
- [Okatan 2009] Ali Okatan, Chingiz Hajiyev et Ulviyye Hajiyeva. *Fault detection in sensor information fusion Kalman filter*. International Journal of Electronics and Communications (AEU), vol. 63, no. 9, pages 762–768, 2009. (Cité en page 79.)
- [Oosterom 2000] Marcel Oosterom et Robert Babuska. *Virtual sensor for fault detection and isolation in flight control systems-fuzzy modeling approach*. volume 3, pages 2645–2650. IEEE, 2000. (Cité en pages 15 et 73.)
- [Ossmann 2016] Daniel Ossmann. *Enhanced detection and isolation of angle of attack sensor faults*. page 1135, 2016. (Cité en page 98.)
- [Ossmann 2017] Daniel Ossmann, Hans-Dieter Joos et Philippe Goupil. *Enhanced Sensor Monitoring to Maintain Optimal Aircraft Handling in Case of Faults*. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, pages 1–11, 2017. (Cité en page 196.)
- [Patton 1991] RJ Patton. *Fault detection and diagnosis in aerospace systems using analytical redundancy*. Computing & Control Engineering Journal, vol. 2, no. 3, pages 127–136, 1991. (Cité en pages 80 et 94.)
- [Patwardhan 2012] Sachin C Patwardhan, Shankar Narasimhan, Prakash Jagadeesan, Bhushan Gopaluni et Sirish L Shah. *Nonlinear Bayesian state estimation : A review of recent developments*. Control Engineering Practice, vol. 20, no. 10, pages 933–953, 2012. (Cité en pages 63 et 71.)
- [Proletarsky 2017] Andrey V Proletarsky, Konstantin A Neusypin, Kai Shen, Maria S Selezneva et Vic Grout. *Development and analysis of the numerical criterion for the degree of observability of state variables in nonlinear systems*. pages 150–154. IEEE, 2017. (Cité en page 124.)
- [Qi 2014] Xin Qi, Juntong Qi, Didier Theilliol, Youmin Zhang, Jianda Han, Dalei Song et ChunSheng Hua. *A review on fault diagnosis and fault tolerant control methods for single-rotor aerial vehicles*. Journal of Intelligent & Robotic Systems, vol. 73, no. 1-4, pages 535–555, 2014. (Cité en page 97.)
- [Rabiner 1993] Lawrence R Rabiner et Biing-Hwang Juang. *Fundamentals of speech recognition*, volume 14. PTR Prentice Hall Englewood Cliffs, 1993. (Cité en page 100.)
- [Rawlings 2006] James B Rawlings et Bhavik R Bakshi. *Particle filtering and moving horizon estimation*. Computers & chemical engineering, vol. 30, no. 10, pages 1529–1541, 2006. (Cité en page 70.)
- [Remaud 2004] Patrice Remaud. *Une histoire de la gen se de l’automatique en France 1850-1950*. PhD thesis, CNAM, 2004. (Cité en page 26.)

- [Rhudy 2013] M Rhudy et Y Gu. *Understanding nonlinear Kalman filters part 1 : Selection of EKF or UKF*. In Interactive Robotics Letters, pages 1–9. West Virginia University, 2013. (Cité en page 45.)
- [Richter 2011] Jan H Richter. Reconfigurable control of nonlinear dynamical systems : a fault-hiding approach, volume 408. Springer, 2011. (Cité en page 97.)
- [Rigatos 2010] Gerasimos G Rigatos. *Extended Kalman and Particle Filtering for sensor fusion in motion control of mobile robots*. Mathematics and computers in simulation, vol. 81, no. 3, pages 590–607, 2010. (Cité en page 69.)
- [Robertson 1996] Douglas G Robertson, Jay H Lee et James B Rawlings. *A moving horizon-based approach for least-squares estimation*. American Institute of Chemical Engineers (AIChE) Journal, vol. 42, no. 8, pages 2209–2224, 1996. (Cité en page 70.)
- [Robertson 2003] Amy N Robertson, Charles R Farrar et Hoon Sohn. *Singularity detection for structural health monitoring using holder exponents*. Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 17, no. 6, pages 1163–1184, 2003. (Cité en page 107.)
- [Roos 2014] Clement Roos, Georges Hardier et Jean-Marc Biannic. *Polynomial and rational approximation with the APRICOT Library of the SMAC toolbox*. pages 1473–1478. IEEE, 2014. (Cité en page 134.)
- [Roth 2017] Michael Roth, Gustaf Hendeby, Carsten Fritsche et Fredrik Gustafsson. *The Ensemble Kalman filter : a signal processing perspective*. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, vol. 2017, no. 1, page 56, 2017. (Cité en page 69.)
- [Samar 2006] Sikandar Samar. *Statistical estimation via convex optimization for trending and performance monitoring*. PhD thesis, 2006. (Cité en pages 71, 81 et 84.)
- [Samara 2003] PA Samara, JS Sakellariou, GN Fouskitakis et SD Fassois. *Detection of sensor abrupt faults in aircraft control systems*. volume 2, pages 1366–1371. IEEE, 2003. (Cité en page 80.)
- [Saulson 2004] Brian Saulson et Kuo Chu Chang. *Nonlinear estimation comparison for ballistic missile tracking*. Optical engineering, vol. 43, no. 6, pages 1424–1439, 2004. (Cité en page 52.)
- [Seren 2013] C Seren, G Hardier, P Ezerzere et G Puyou. *Adaptive extended Kalman filtering for virtual sensing of longitudinal flight parameters*. pages 25–30. IEEE, 2013. (Cité en pages 80, 112, 114, 116 et 189.)
- [Shi 2007] Yong Shi et Chongzhao Han. *The divided difference particle filter*. pages 1–7. IEEE, 2007. (Cité en page 54.)
- [Shi 2008] Yong Shi, Chongzhao Han et Feng Lian. *The iterated divided difference filter*. pages 1799–1802. IEEE, 2008. (Cité en page 54.)
- [Shi 2009] Yong Shi, Chongzhao Han et Yongqi Liang. *Improved divided difference filter based on Newton-Raphson method for target tracking*. pages 2068–2074. IEEE, 2009. (Cité en page 52.)

- [Sibley 2006] Gabe Sibley, Gaurav S. Sukhatme et Larry H. Matthies. *The Iterated Sigma Point Kalman Filter with Applications to Long Range Stereo*. In Robotics : Science and Systems, volume 8, pages 235–244, 2006. (Cité en page 68.)
- [Simon 2006] Dan Simon. *Optimal state estimation : Kalman,  $H_\infty$ , and nonlinear approaches*. John Wiley & Sons, 2006. (Cité en page 70.)
- [Sircoulomb 2008] Vincent Sircoulomb, Ghaleb Hoblos, Houcine Chafouk et José Ragot. *Evaluation de la qualité d'estimation en fonction de la perte de capteurs*, 2008. (Cité en page 127.)
- [Spurgeon 2008] Sarah K Spurgeon. *Sliding mode observers : a survey*. International Journal of Systems Science, vol. 39, no. 8, pages 751–764, 2008. (Cité en page 66.)
- [Subrahmanya 2009] Niranjana Subrahmanya et Yung C Shin. *Adaptive divided difference filtering for simultaneous state and parameter estimation*. Automatica, vol. 45, no. 7, pages 1686–1693, 2009. (Cité en page 54.)
- [Taha 2006] Mahmhoud Reda Taha, Aboelmagd Noureldin, J.L. Lucero et T.J. Baca. *Wavelet transform for structural health monitoring : a compendium of uses and features*. Structural Health Monitoring, vol. 5, no. 3, pages 267–295, 2006. (Cité en page 107.)
- [Tan 2002] Chee Pin Tan et Christopher Edwards. *Sliding mode observers for detection and reconstruction of sensor faults*. Automatica, vol. 38, no. 10, pages 1815–1821, 2002. (Cité en page 66.)
- [Thau 1973] F. E. Thau. *Observing the state of non-linear dynamic systems*. International journal of control, vol. 17, no. 3, pages 471–479, 1973. (Cité en page 65.)
- [Thornton 1978] C. Thornton et G. Bierman. *Filtering and error analysis via the  $UDU^T$  covariance factorization*. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 23, no. 5, pages 901–907, 1978. (Cité en pages 37 et 38.)
- [Tolimieri 1997] Richard Tolimieri, Chao Lu et Myoung An. *Cooley-Tukey FFT Algorithms*. pages 55–70. Springer, 1997. (Cité en page 99.)
- [Traverse 2004] Pascal Traverse, Isabelle Lacaze et Jean Souyris. *Airbus fly-by-wire : A total approach to dependability*. Building the Information Society, pages 191–212, 2004. (Cité en page 2.)
- [Vachhani 2005] Pramod Vachhani, Raghunathan Rengaswamy, Vikrant Gangwal et Shankar Narasimhan. *Recursive estimation in constrained nonlinear dynamical systems*. American Institute of Chemical Engineers (AIChE) Journal, vol. 51, no. 3, pages 946–959, 2005. (Cité en page 71.)
- [Varga 2009] Andreas Varga. *Least order and model detection using multi-models*. Proceeding of the 48th IEEE Conference on Decision and Control, pages 1014–1019, 2009. (Cité en page 78.)

- [Varga 2012] Andreas Varga et Daniel Ossmann. *LPV-model based identification approach of oscillatory failure cases*. IFAC Proceedings Volumes, vol. 45, no. 20, pages 1347–1352, 2012. (Cité en page 99.)
- [Varga 2013] Andreas Varga. *New computational paradigms in solving fault detection and isolation problems*. Annual Reviews in Control, vol. 37, no. 1, pages 25–42, 2013. (Cité en page 78.)
- [Varga 2014] Andreas Varga et Daniel Ossmann. *LPV model-based robust diagnosis of flight actuator faults*. Control Engineering Practice, vol. 31, pages 135–147, 2014. (Cité en page 99.)
- [Venkatasubramanian 2003a] Venkat Venkatasubramanian, Raghunathan Rengaswamy, Surya N Kavuri et Kewen Yin. *A review of process fault detection and diagnosis : Part III : Process history based methods*. Computers & chemical engineering, vol. 27, no. 3, pages 327–346, 2003. (Cité en page 97.)
- [Venkatasubramanian 2003b] Venkat Venkatasubramanian, Raghunathan Rengaswamy, Kewen Yin et Surya N Kavuri. *A review of process fault detection and diagnosis : Part I : Quantitative model-based methods*. Computers & chemical engineering, vol. 27, no. 3, pages 293–311, 2003. (Cité en page 97.)
- [Venkatsubramanian 2003] Venkat Venkatsubramanian. *A review of process fault detection and diagnosis, Part II : Qualitative models and search strategics*. Computers and Chemical Engineering, vol. 27, no. 3, pages 313–326, 2003. (Cité en page 97.)
- [Verdier 2008] Ghislain Verdier, Nadine Hilgert et Jean-Pierre Vila. *Adaptive threshold computation for CUSUM-type procedures in change detection and isolation problems*. Computational Statistics & Data Analysis, vol. 52, no. 9, pages 4161–4174, 2008. (Cité en page 80.)
- [Verhaegen 2010] Michel Verhaegen, Stoyan Kanev, Redouane Hallouzi, Colin Jones, Jan Maciejowski et Hafid Smal. *Fault tolerant flight control-a survey*. pages 47–89. Springer, 2010. (Cité en page 97.)
- [Wan 2016a] Yiming Wan et Tamas Keviczky. *Implementation of real-time moving horizon estimation for robust air data sensor fault diagnosis in the RECON-FIGURE benchmark*. IFAC-PapersOnLine, vol. 49, no. 17, pages 64–69, 2016. (Cité en page 70.)
- [Wan 2016b] Yiming Wan, Tamas Keviczky et Michel Verhaegen. *Robust air data sensor fault diagnosis with enhanced fault sensitivity using moving horizon estimation*. pages 5969–5975. IEEE, 2016. (Cité en page 70.)
- [Wan 2016c] Yiming Wan, Wei Wang et Hao Ye. *Integrated design of residual generation and evaluation for fault detection of networked control systems*. International Journal of Robust and Nonlinear Control, vol. 26, no. 3, pages 519–541, 2016. (Cité en page 80.)
- [Wan 2017] Yiming Wan et Tamas Keviczky. *Real-time nonlinear moving horizon observer with pre-estimation for aircraft sensor fault detection and estimation*. FDI-FTC for Aerospace Ssystems, 2017. (Cité en page 70.)

- [Wan 2018] Yiming Wan et Tamas Keviczky. *Real-Time Fault-Tolerant Moving Horizon Air Data Estimation for the RECONFIGURE Benchmark*. IEEE Transactions on Control Systems Technology, pages 1–15, 2018. (Cité en page 196.)
- [Wang 2002] Y Wang et CW Chan. *Asymptotic local approach in fault detection with faults modeled by neurofuzzy networks*. IFAC Proceedings Volumes, vol. 35, no. 1, pages 291–296, 2002. (Cité en page 80.)
- [Wang 2012] Changyuan Wang, Jing Zhang et Jing Mu. *Maximum likelihood-based iterated divided difference filter for nonlinear systems from discrete noisy measurements*. Sensors, vol. 12, no. 7, pages 8912–8929, 2012. (Cité en page 54.)
- [Wang 2017] Zhenfeng Wang, Mingming Dong, Yechen Qin, Feng Zhao et Liang Gu. *State Estimation Based on Interacting Multiple Mode Kalman Filter for Vehicle Suspension System*. Rapport technique, SAE, 2017. (Cité en page 56.)
- [Whitaker 2008] Jeffrey S Whitaker, Thomas M Hamill, Xue Wei, Yucheng Song et Zoltan Toth. *Ensemble data assimilation with the NCEP global forecast system*. Monthly Weather Review, vol. 136, no. 2, pages 463–482, 2008. (Cité en page 69.)
- [Willsky 1976a] Alan Willsky et H Jones. *A generalized likelihood ratio approach to the detection and estimation of jumps in linear systems*. IEEE Transactions on Automatic control, vol. 21, no. 1, pages 108–112, 1976. (Cité en page 95.)
- [Willsky 1976b] Alan S Willsky. *A survey of design methods for failure detection in dynamic systems*. Automatica, vol. 12, no. 6, pages 601–611, 1976. (Cité en page 80.)
- [Witczak 2006] Marcin Witczak. *Advances in model-based fault diagnosis with evolutionary algorithms and neural networks*. International Journal of Applied Mathematics and Computer Science, vol. 16, no. 1, page 85, 2006. (Cité en page 97.)
- [Witczak 2007] Marcin Witczak. *Modelling and estimation strategies for fault diagnosis of non-linear systems : from analytical to soft computing approaches*, volume 354. Springer, 2007. (Cité en page 97.)
- [Wu 2005] Yuanxin Wu, Dewen Hu, Meiping Wu et Xiaoping Hu. *Unscented Kalman filtering for additive noise case : augmented vs. non-augmented*. In Proceedings of the 2005 American Control Conference (ACC), pages 4051–4055. IEEE, 2005. (Cité en page 68.)
- [Wu 2008] Chunling Wu et Chongzhao Han. *Second-order divided difference filter with application to ballistic target tracking*. pages 6342–6347. IEEE, 2008. (Cité en page 54.)
- [Xiong 2005] K Xiong, CW Chan et HY Zhang. *Unscented Kalman filter for fault detection*. IFAC Proceedings Volumes, vol. 38, no. 1, pages 113–118, 2005. (Cité en page 80.)

- [Yan 2007] Xing-Gang Yan et Christopher Edwards. *Nonlinear robust fault reconstruction and estimation using a sliding mode observer*. Automatica, vol. 43, no. 9, pages 1605–1614, 2007. (Cité en page 66.)
- [Yang 2010] Hao Yang, Bin Jiang et Vincent Cocquempot. *Fault tolerant control and hybrid systems*. Fault Tolerant Control Design for Hybrid Systems, pages 1–9, 2010. (Cité en page 97.)
- [Yin 2016] Shen Yin, Xiangping Zhu, Jianbin Qiu et Huijun Gao. *State estimation in nonlinear system using sequential evolutionary filter*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 63, no. 6, pages 3786–3794, 2016. (Cité en page 69.)
- [Zarei 2014] Jafar Zarei et Ehsan Shokri. *Robust sensor fault detection based on nonlinear unknown input observer*. Measurement, vol. 48, pages 355–367, 2014. (Cité en page 79.)
- [Zhan 2007] Ronghui Zhan et Jianwei Wan. *Iterated unscented Kalman filter for passive target tracking*. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 43, no. 3, 2007. (Cité en page 68.)
- [Zhang 1998] Youmin Zhang et X Rong Li. *Detection and diagnosis of sensor and actuator failures using IMM estimator*. IEEE Transactions on aerospace and electronic systems, vol. 34, no. 4, pages 1293–1313, 1998. (Cité en page 56.)
- [Zhang 1999] Youmin Zhang et Jin Jiang. *An interacting multiple-model based fault detection, diagnosis and fault-tolerant control approach*. In Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control, volume 4, pages 3593–3598. IEEE, 1999. (Cité en page 56.)
- [Zhang 2001] Han Qiu Zhang et Yong Yan. *A wavelet-based approach to abrupt fault detection and diagnosis of sensors*. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 50, no. 5, pages 1389–1396, 2001. (Cité en page 107.)
- [Zhang 2008a] P Zhang et SX Ding. *On fault detection in linear discrete-time, periodic, and sampled-data systems*. Journal of control science and engineering, vol. 2008, page 8, 2008. (Cité en page 97.)
- [Zhang 2008b] Youmin Zhang et Jin Jiang. *Bibliographical review on reconfigurable fault-tolerant control systems*. Annual reviews in control, vol. 32, no. 2, pages 229–252, 2008. (Cité en pages 63, 75 et 97.)
- [Zhang 2012] Ke Zhang, Bin Jiang et Peng Shi. *Observer-based fault estimation and accommodation for dynamic systems*, volume 436. Springer, 2012. (Cité en page 97.)
- [Zhang 2013] Dan Zhang, Qing-Guo Wang, Li Yu et Haiyu Song. *Fuzzy-model-based fault detection for a class of nonlinear systems with networked measurements*. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 62, no. 12, pages 3148–3159, 2013. (Cité en page 80.)
- [Zhang 2014] Jinghe Zhang, Greg Welch, Gary Bishop et Zhenyu Huang. *A two-stage Kalman filter approach for robust and real-time power system state*

- estimation*. IEEE Transactions on Sustainable Energy, vol. 5, no. 2, pages 629–636, 2014. (Cité en page 37.)
- [Zhang 2016] Jinhui Zhang, Peng Shi et Weiguo Lin. *Extended sliding mode observer based control for Markovian jump linear systems with disturbances*. Automatica, vol. 70, pages 140–147, 2016. (Cité en page 66.)
- [Zhao 2009] Yan Zhao, James Lam et Huijun Gao. *Fault detection for fuzzy systems with intermittent measurements*. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, vol. 17, no. 2, pages 398–410, 2009. (Cité en page 80.)
- [Zhao 2017] Junbo Zhao, Marcos Netto et Lamine Mili. *A robust iterated extended Kalman filter for power system dynamic state estimation*. IEEE Transactions on Power Systems, vol. 32, no. 4, pages 3205–3216, 2017. (Cité en page 68.)
- [Zhou 2010] Junchuan Zhou, Stefan Knedlik et Otmar Loffeld. *Sequential Processing of Integrated Measurements in Tightly-coupled INS/GPS Integrated Navigation System*. AIAA Guidance, Navigation and Control, Toronto, Ontario, Canada, pages 2–5, 2010. (Cité en page 70.)
- [Zolghadri 1996] Ali Zolghadri. *An algorithm for real-time failure detection in Kalman filters*. IEEE transactions on Automatic Control, vol. 41, no. 10, pages 1537–1539, 1996. (Cité en page 71.)
- [Zolghadri 2012] Ali Zolghadri. *Advanced model-based FDIR techniques for aerospace systems : Today challenges and opportunities*. Progress in Aerospace Sciences, vol. 53, pages 18–29, 2012. (Cité en page 75.)
- [Zolghadri 2014] Ali Zolghadri, David Henry, Jérôme Cieslak, Denis Efimov et Philippe Goupil. *Fault diagnosis and fault-tolerant control and guidance for aerospace vehicles*. Springer, 2014. (Cité en page 75.)
- [Zolghadri 2015] Ali Zolghadri, Jérôme Cieslak, Denis Efimov, David Henry, Philippe Goupil, Rémy Dayre, Anca Gheorghe et Hervé Leberre. *Signal and model-based fault detection for aircraft systems*. IFAC-PapersOnLine, vol. 48, no. 21, pages 1096–1101, 2015. (Cité en page 75.)
- [Zolghadri 2016] Ali Zolghadri, Jérôme Cieslak, Denis Efimov, Philippe Goupil et Rémy Dayre. *Practical design considerations for successful industrial application of model-based fault detection techniques to aircraft systems*. Annual Reviews in Control, vol. 42, pages 224–231, 2016. (Cité en page 17.)



---

## Résumé :

L'amélioration des performances d'un avion ainsi que la diminution de la charge de travail des pilotes nécessitent une complexité accrue des systèmes avioniques qui équipent les nouveaux avions. Cette complexification génère de nouvelles contraintes, par exemple celle d'augmenter la disponibilité de certaines informations indispensables au pilotage (principalement la vitesse conventionnelle) et aux fonctionnalités les plus évoluées des systèmes de commande de vol (comme l'incidence, la masse et l'altitude pression). Pour obtenir cette garantie, l'architecture des systèmes embarqués est fondée aujourd'hui sur une forte redondance matérielle (de type triplex pour l'aviation civile). Néanmoins cette approche a un coût important (poids, maintenance, etc.) et reste perfectible. Par exemple, les modes communs de panne, correspondant à une panne cohérente et simultanée d'au moins deux capteurs mesurant une même variable, ne sont pas détectés par ce dispositif. Une autre façon de procéder, abordée dans cette thèse, consiste à exploiter la redondance analytique existante au travers des mesures disponibles, et des équations de la cinématique et de la mécanique du vol. Par exemple, l'équation de portance permet de faire le lien entre un grand nombre de paramètres de vol. Son utilisation dans le processus de fusion de données nécessite néanmoins de disposer de modèles de substitution (tables d'interpolation recalées sur données de vol, modèle neuronal, etc.) afin d'estimer le coefficient de portance aérodynamique. In fine, un filtre de Kalman étendu adaptatif a été développé pour estimer les paramètres de vol critiques longitudinaux. Des capacités de diagnostic de pannes capteur et d'erreur de masse au décollage, ainsi que de re-sélection de sources valides ont été implantées en exploitant la complémentarité existante entre cette méthode d'estimation basée modèle et d'autres approches issues du domaine du traitement du signal. La solution finalement proposée a été développée en respectant des contraintes industrielles importantes, notamment en termes de puissance de calcul disponible et de formalisme. Elle a pu être validée sur un ensemble de simulations et de données d'essais en vol, en particulier pour la détection et l'isolation des modes communs de panne correspondant à des dérives lentes, aujourd'hui indétectables.

**Mots clés :** Estimation, Détection, Diagnostic, Avion civil, Redondance analytique, Capteurs virtuels, Surveillance, Fusion de données.

---

---

## Aircraft flight parameters estimation and sensor fault detection

### Abstract :

The improvement of the aircraft performance and the decrease of the pilots' workload require more complex new aircraft avionic systems. This complexification paves the way for new constraints, such as improving the availability of the most critical flight parameters used by the pilots (mainly the calibrated airspeed) or by the most advanced flight control systems (as the angle of attack, the altitude pressure or the aircraft weight). Today, their availability is mainly guaranteed by means of a strong hardware redundancy (triplex type for civil aircraft). However, this solution is perfectible and penalizes the overall system performances in terms of weight, power consumption, space requirements and extra maintenance needs. Some faults, such as common mode failures, which correspond to simultaneous and consistent faults of at least two sensors measuring a same variable, cannot be detected. In this thesis, a solution based on the principle of the so-called analytical redundancy has been developed to detect them and reconstruct through time the missing signals. This solution depends on the measurements, and kinematic and flight dynamic equations available. For instance, the lift force equation combines numerous flight parameters of interest. It is of great value in the data fusion process on condition of having an accurate surrogate model (as lookup tables adjusted with flight data, neural network, etc.) to estimate the lift force coefficient. In the end, an extended Kalman filter has been developed to estimate the critical longitudinal flight parameters. Besides, the existing complementarity between this model-based approach and several signal-based methods has permitted to have sensor faults and weight error diagnosis along with unitary sensor validation capabilities. The architecture and its related embedded algorithms finally developed have been done with respect to the strong industrial constraints (particularly in terms of computation burden and formalism). They have been validated using simulation and flight data sets, especially for the isolation of slow drift common mode failures as they represent today the most challenging sensor faults to detect.

---

**Keywords :** Estimation, Detection, Diagnosis, Civil aircraft, analytical redundancy, Virtual sensors, Monitoring, Data fusion.

---