



**HAL**  
open science

# Comparaison et analyse multirésolution de maillages irréguliers avec attributs d'apparence

Roy Michael

► **To cite this version:**

Roy Michael. Comparaison et analyse multirésolution de maillages irréguliers avec attributs d'apparence. Synthèse d'image et réalité virtuelle [cs.GR]. Université de Bourgogne, 2004. Français. NNT: . tel-01943951

**HAL Id: tel-01943951**

**<https://hal.science/tel-01943951>**

Submitted on 4 Dec 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE BOURGOGNE  
U.F.R. SCIENCES ET TECHNIQUES

**THÈSE**

*présentée par*

**Michaël ROY**

*pour obtenir le grade de*

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ**

*discipline Instrumentation et Informatique de l'Image*

---

**COMPARAISON ET ANALYSE MULTIRÉSOLUTION  
DE MAILLAGES IRRÉGULIERS  
AVEC ATTRIBUTS D'APPARENCE**

---

*Soutenue le 16 décembre 2004*

**JURY**

Sebti FOUFOU	Maître de conférences	Encadrant
Bernard PÉROCHE	Professeur	Président
Rémy PROST	Professeur	Rapporteur
Francis SCHMITT	Professeur	Rapporteur
Frédéric TRUCHETET	Professeur	Directeur de thèse



# Résumé

Cette thèse est consacrée à la comparaison et à l'analyse multirésolution de maillages irréguliers avec attributs d'apparence. Nous proposons tout d'abord une méthode de comparaison basée sur une nouvelle mesure de déviation d'attribut. Les maillages considérés contiennent des attributs géométriques et des attributs d'apparence (*e.g.* couleur, texture, température). La mesure de déviation que nous proposons permet de déterminer les différences locales des attributs entre deux maillages. Nous présentons une application de cette méthode à la mesure de la qualité des algorithmes de simplification de maillages.

Nous proposons ensuite deux schémas d'analyse multirésolution de maillages irréguliers avec attributs d'apparence. Premièrement un maillage est décomposé en un nombre discret de niveaux de détail. Nous introduisons un opérateur de relaxation de surface, et nous le généralisons aux attributs de maillage tels que la couleur ou la normale. Cette méthode permet une gestion complète des attributs représentant un modèle 3D en plus de la géométrie. Nous montrons l'efficacité de nos méthodes à travers de nombreuses applications telles que la visualisation adaptative et le débruitage de modèles numériques.

**Mots-clefs :** maillages irréguliers, attributs d'apparence, comparaison de maillages, analyse multirésolution, visualisation dépendante des détails, débruitage adaptatif.

---

## Abstract

We present in this dissertation a method to compare and to analyse irregular meshes with appearance attributes. First, we propose a mesh comparison method using a new attribute deviation metric. Considered meshes contain geometric and appearance attributes (*e.g.* color, texture, temperature). The proposed deviation assessment allows the computation of local attribute differences between two meshes. We present an application of this method to mesh simplification algorithm quality assessment.

Then we propose two multiresolution analysis schemes for irregular meshes with appearance attributes. First, a mesh is decomposed in a discret number of levels of detail. We introduce a surface geometry relaxation operator, and we generalize it to the attributes such as colors or normals. This surface attribute relaxation is used to compute the detail coefficients for any data attached to the mesh. We show the efficiency of our framework through a number of applications including detail-dependent visualization and adaptive denoising of real data models.

**Keywords :** irregular meshes, appearance attributes, mesh comparison, multiresolution analysis, detail-dependent visualization, adaptive denoising.

# Remerciements

Ces travaux de thèse ont été réalisés au sein du Laboratoire d'Électronique, Informatique et Image (Le2i), Unité Mixte de Recherche (UMR CNRS 5158), Université de Bourgogne, et pendant une année au sein du Laboratoire Imaging, Robotics, and Intelligent Systems (IRIS), University of Tennessee, Knoxville, USA.

Je tiens tout d'abord à remercier Monsieur Frédéric Truchetet qui a assuré la direction de ces travaux. Ses grandes compétences théoriques et sa contribution dans la direction du mémoire m'ont été d'une aide précieuse. Je remercie également Monsieur Sebti Fougou pour m'avoir encadré tout au long de cette thèse. Ses encouragements et son énergie m'ont permis d'accomplir les objectifs principaux de cette thèse. Je tiens à leur témoigner ici le plaisir que j'ai eu à travailler avec eux pendant trois années.

Je remercie Messieurs Patrick Gorria, Fabrice Meriaudeau, directeurs de l'équipe du Creusot, Michel Paindavoine, directeur du Le2i et Mongi Abidi, directeur du IRIS Lab, pour l'accueil qu'ils m'ont réservé dans leurs laboratoires. Je remercie Monsieur Andreas Koschan, professeur assistant au IRIS Lab, pour ses conseils judicieux.

Je suis extrêmement reconnaissant à Monsieur Rémy Prost, Professeur à l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, et à Monsieur Francis Schmitt, Professeur à l'École Nationale des Télécommunications de Paris, pour avoir accepté de juger ces travaux en tant que rapporteurs. Je remercie aussi Monsieur Bernard Péroche, Professeur à l'Université Claude Bernard Lyon 1, pour avoir accepté de participer au jury de soutenance.

Je remercie chaleureusement ma famille, mes amies et amis, ainsi que l'ensemble des personnes du laboratoire Le2i et du IRIS Lab pour leur soutien et leur sympathie durant ces trois années de thèse.

# TABLE DES MATIÈRES

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Motivations . . . . .	1
1.2	Contributions . . . . .	3
1.3	Organisation du document . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Représentation et acquisition de modèles 3D</b>	<b>5</b>
2.1	Représentation . . . . .	6
2.1.1	Géométrie et topologie . . . . .	6
2.1.2	Voisinages et types . . . . .	7
2.1.3	Attributs . . . . .	9
2.1.3.1	Attributs géométriques . . . . .	9
2.1.3.2	Attributs d'apparence . . . . .	11
2.2	Images de profondeur . . . . .	12
2.2.1	Définition . . . . .	14
2.2.2	Triangulation . . . . .	17
2.3	Acquisition . . . . .	18
2.3.1	Scanner basé sur le temps-de-vol . . . . .	18
2.3.2	Scanner basé sur la triangulation laser . . . . .	20
2.3.3	Imagerie satellitaire . . . . .	23
2.3.4	Microscope confocal . . . . .	24
2.4	Reconstruction . . . . .	24
2.4.1	Mise en correspondance . . . . .	26
2.4.2	Fusion . . . . .	27
<b>3</b>	<b>Mesure de déviations et comparaison entre modèles 3D</b>	<b>30</b>
3.1	Mesures d'erreur de simplification . . . . .	31
3.1.1	Grille spatiale . . . . .	32
3.1.2	La distance maximale des plans supportants . . . . .	33
3.1.3	Les quadriques d'erreur . . . . .	34
3.1.4	Optimisation de maillages et maillages progressifs . . . . .	36

3.1.5	Les enveloppes de simplification . . . . .	38
3.1.6	La mesure d'erreur sur les images de rendu . . . . .	39
3.2	Mesures d'erreur entre deux maillages . . . . .	41
3.2.1	Erreur géométrique . . . . .	41
3.2.1.1	Distance de Hausdorff . . . . .	42
3.2.1.2	Distance de Cohen . . . . .	43
3.2.1.3	Metro . . . . .	44
3.2.1.4	Erreur maximale et moyenne . . . . .	45
3.2.2	Erreur d'attribut . . . . .	46
3.2.2.1	Couleurs . . . . .	46
3.2.2.2	Normales . . . . .	47
3.2.2.3	Coordonnées de texture . . . . .	47
3.3	Comparaison de maillages . . . . .	48
3.3.1	Mesure de déviation d'attribut . . . . .	48
3.3.2	Discussion . . . . .	49
3.4	Applications . . . . .	50
3.4.1	Mise en œuvre . . . . .	50
3.4.2	Résultats . . . . .	52
3.5	Conclusion . . . . .	59
<b>4</b>	<b>Représentation en niveaux de détail et analyse multirésolution de modèles 3D</b>	<b>60</b>
4.1	Représentation en niveaux de détail de modèles 3D . . . . .	61
4.1.1	Simplification . . . . .	61
4.1.1.1	Opérateurs locaux de simplification . . . . .	62
4.1.1.2	Algorithmes de simplification . . . . .	65
4.1.2	Subdivision . . . . .	68
4.1.2.1	Subdivision de Loop . . . . .	70
4.1.2.2	Subdivision papillon . . . . .	71
4.1.2.3	$\sqrt{3}$ -subdivision . . . . .	72
4.1.3	Niveaux de détail dépendants du point de vue . . . . .	74
4.1.3.1	Hiérarchie de sommets . . . . .	74
4.1.3.2	Critères dépendants du point de vue . . . . .	76
4.2	Analyse multirésolution . . . . .	77
4.3	État de l'art de l'analyse multirésolution de maillages . . . . .	80
4.3.1	Analyse multirésolution de maillages semi-réguliers . . . . .	80
4.3.1.1	Analyse de Lounsbery . . . . .	80
4.3.1.2	Ondettes sphériques . . . . .	83
4.3.2	Analyse multirésolution de maillages irréguliers . . . . .	83
4.3.2.1	Analyse de Bonneau . . . . .	83

4.3.2.2	Analyse de Guskov . . . . .	85
4.3.2.3	Analyse de Valette . . . . .	87
4.3.3	Discussion . . . . .	87
4.4	Proposition de nouveaux schémas d'analyse multirésolution . . . . .	88
4.4.1	Sous-échantillonnage global . . . . .	90
4.4.2	Relaxation de surface . . . . .	95
4.4.2.1	Relaxation géométrique . . . . .	95
4.4.2.2	Généralisation à la relaxation d'attribut . . . . .	99
4.4.3	Analyse multirésolution interpolante . . . . .	100
4.4.3.1	Processus de décomposition . . . . .	101
4.4.3.2	Processus de reconstruction . . . . .	102
4.4.3.3	Séparation et fusion . . . . .	102
4.4.3.4	Sous-échantillonnage et sur-échantillonnage . . . . .	103
4.4.3.5	Relaxation . . . . .	103
4.4.3.6	Discussion . . . . .	104
4.4.4	Analyse multirésolution approximante . . . . .	105
4.4.4.1	Processus de décomposition . . . . .	105
4.4.4.2	Processus de reconstruction . . . . .	107
4.4.4.3	Discussion . . . . .	108
4.5	Conclusion . . . . .	112
<b>5</b>	<b>Applications</b>	<b>114</b>
5.1	Segmentation . . . . .	114
5.2	Reconstruction adaptative . . . . .	117
5.2.1	Simplification adaptative . . . . .	118
5.2.2	Visualisation adaptative . . . . .	120
5.3	Filtrage . . . . .	124
5.3.1	Filtrage : approche générique . . . . .	125
5.3.2	Débruitage . . . . .	126
5.4	Conclusion . . . . .	132
<b>6</b>	<b>Conclusion générale et perspectives</b>	<b>134</b>
6.1	Comparaison de maillages . . . . .	134
6.2	Analyse multirésolution de maillages . . . . .	135
6.3	Publications . . . . .	137
	<b>Bibliographie</b>	<b>138</b>
	<b>Table des figures</b>	<b>150</b>

# Chapitre 1

## Introduction

Les outils informatiques graphiques actuels permettent la conception et la visualisation de modèles 3D de plus en plus réalistes et précis. Ces modèles 3D sont des représentations numériques du monde réel ou d'un monde imaginaire. Les techniques d'acquisition ou de conception des modèles 3D (modeleurs, scanners, capteurs, . . .) produisent généralement des ensembles de données très denses contenant à la fois des attributs géométriques et des attributs d'apparence. Les attributs géométriques décrivent la forme et les dimensions de l'objet et incluent les données relatives à un ensemble de points sur la surface de l'objet modélisé. Les attributs d'apparence contiennent des informations décrivant l'aspect extérieur de l'objet telles que les couleurs, les textures, les normales, . . . Dans la plupart des cas, ces données sont stockées sous forme de maillages triangulaires de tailles très importantes. La manipulation de ces maillages (visualisation, rendu, transmission, . . .) est souvent lourde et coûteuse. Aussi les nombreuses applications des modèles 3D dans les secteurs civils et militaires font que les intérêts et les enjeux autour des modèles 3D sont de plus en plus grands.

### 1.1 Motivations

Dans un premier temps, nous nous intéressons à la représentation en niveaux de détail d'un modèle 3D et à la mesure de déviation entre ces niveaux de détail. Les méthodes d'acquisition permettent de créer des modèles numériques avec une très haute précision. Ceci implique forcément une quantité énorme de données pour former un modèle complet. La taille d'un modèle dépend généralement du nombre de sommets et du nombre de faces qui le compose. Ce maillage est encore trop volumineux en taille pour être affiché en temps réel avec les ordinateurs de milieu de gamme actuels. Ainsi il est important de pouvoir représenter ce maillage à

un niveau de détail plus faible en supprimant des informations jugées non significatives afin de réduire la taille du maillage. Depuis ces dernières années, beaucoup de méthodes de simplification ou de compression de modèles 3D sont apparues. Ces techniques ont pour but de réduire la complexité d'un maillage en réduisant le nombre d'informations contenues dans le modèle 3D. Mais la réduction de ces informations engendre inévitablement une perte d'information.

Il existe des méthodes permettant de mesurer la différence géométrique entre un modèle initial et sa représentation simplifiée. Mais actuellement aucune méthode de comparaison ou de mesure de déviation ne gère les attributs d'apparence comme la couleur ou les normales. Nous proposons donc une mesure de déviation d'attribut permettant de connaître localement et précisément la différence entre les attributs de deux maillages.

Dans un second temps, nous nous intéressons à l'analyse multirésolution de modèles 3D. Nous pouvons faire un petit exercice en regardant attentivement un objet près de nous, et voir cet objet avec ces moindres détails, que ce soit au niveau géométrique ou au niveau des couleurs. Maintenant si nous nous éloignons de quelques mètres, et observons le même objet, nous verrons évidemment le même objet, mais avec moins de détails. Ceci est dû principalement au pouvoir de résolution limité de la vision humaine. Il serait intéressant de réaliser le même comportement pour les modèles 3D dans un environnement virtuel. En effet, la représentation en niveaux de détail d'un modèle 3D permet d'adapter la résolution du modèle 3D observé en fonction de la distance de celui-ci à l'observateur (la caméra virtuelle). De plus, il serait intéressant de connaître l'importance de chaque sommet du modèle en fonction de la géométrie locale et des attributs d'apparence.

L'analyse multirésolution est un outil "multifonction" qui permet de représenter un ensemble de données en niveaux de détail, et qui permet de procéder à une analyse spectrale de ces données. L'application de l'analyse multirésolution aux maillages triangulaires permet d'obtenir une représentation en niveaux de détail et des coefficients de détail associés à l'importance des sommets à travers les différentes résolutions. Nous proposons deux schémas d'analyse multirésolution adaptés aux maillages irréguliers avec attributs d'apparence permettant la visualisation et le filtrage adaptatif de modèles numériques. Les applications principales sont la visualisation interactive de modèles complexes et le débruitage de modèles numériques de scènes réelles. Cette dernière application est une étape essentielle après l'acquisition de données permettant la suppression du bruit principalement dû au système d'acquisition utilisé. Les modèles numériques sont généralement de tailles importantes et comportent souvent des attributs physiques (couleur, température, composition chimique) et nécessite une visualisation adaptative pour permettre une exploitation de ces données.

## 1.2 Contributions

La première contribution apportée par notre étude est la mise au point d'une mesure générique, appelée mesure de déviation d'attribut, permettant la mesure des différences locales entre les attributs de deux maillages. Les principaux avantages de notre méthode de comparaison sont les suivants :

- **Généralité** : la méthode gère les maillages contenant des attributs géométriques et des attributs d'apparence. De plus, la mesure de déviation d'attribut est indépendante du point de vue.
- **Localité** : la mesure est effectuée pour des points donnés sur la surface du maillage de référence. La résolution de la mesure peut être augmentée par une technique de discrétisation de surface.
- **Applications** : la mesure est adaptée pour les modèles numériques de scènes réelles et aussi pour les modèles de synthèse. La méthode de comparaison de maillages peut être utilisée dans de nombreuses applications : simplification de maillages, rétro-conception (comparaison d'un modèle CAO et d'un modèle numérique de l'objet réel), segmentation de maillages (filtrage, lissage), applications médicales (comparaison entre différentes acquisitions numériques)...

La seconde contribution apportée dans ces travaux est la construction de deux schémas d'analyse multirésolution de maillages irréguliers. Ces méthodes gèrent en totalité les attributs des maillages permettant ainsi l'analyse complète d'un maillage. Les points forts de nos propositions sont les suivants :

- **Rapidité** : la décomposition nécessite des calculs simples dans un support compact.
- **Exhaustivité** : nos schémas d'analyse gèrent tous les attributs associés aux sommets. Cette propriété assure une analyse multirésolution du modèle dans son intégralité.
- **Efficacité** : les coefficients de détail sont représentatifs des caractéristiques locales des attributs permettant des applications dépendantes des détails comme la visualisation ou le filtrage adaptatif.

## 1.3 Organisation du document

Le Chapitre 2 introduit la représentation et l'acquisition d'un modèle 3D. Nous présentons la représentation utilisée dans notre document pour les maillages triangulaires. Ensuite nous présentons les principales techniques utilisées pour l'acquisition et la reconstruction de modèles 3D.

Le Chapitre 3 présente en premier un état de l'art des mesures d'erreur utilisées pour la simplification et la comparaison de maillage. Ensuite, nous proposons une méthode de comparaison de maillages irréguliers contenant des attributs d'apparence. Une nouvelle mesure de différence, appelée mesure de déviation d'attribut, est introduite. Nous montrons l'efficacité de cette mesure à travers la mesure de la qualité des algorithmes de simplification de maillages.

Le Chapitre 4 présente en premier un état de l'art des principales méthodes de représentation en niveaux de détail et d'analyse multirésolution de maillages. Nous proposons ensuite deux schémas d'analyse multirésolution adaptés aux maillages irréguliers contenant des attributs d'apparence. Nous introduisons un nouvel opérateur de relaxation d'attribut permettant l'analyse des attributs à travers les différentes échelles.

Le Chapitre 5 expose l'application de nos schémas d'analyse multirésolution pour la segmentation, la visualisation adaptative, et le débruitage de la géométrie et des attributs de modèles numériques.

## Chapitre 2

# Représentation et acquisition de modèles 3D

Les outils graphiques actuels permettent la conception et l'acquisition de modèles 3D de plus en plus réalistes et précis. Les modèles 3D sont des représentations du monde réel ou d'un monde imaginaire et sont utilisés dans différents domaines (ingénierie civile et militaire, études scientifiques, cinéma, jeux vidéo. . .).

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la représentation et à l'acquisition de modèles numériques de scènes réelles. La représentation des maillages triangulaires utilisée ici est applicable dans un cadre plus varié (*e.g.* CAO, calcul par éléments finis). La construction de ces modèles numériques s'inscrit dans un contexte multi-capteurs du fait de la diversité des capteurs utilisés pour acquérir des informations de tout type : géométrique, couleurs (visible ou non), composition chimique, etc. L'amélioration constante des techniques d'acquisition conduit à l'accroissement de la qualité des modèles numériques qui représentent fidèlement et précisément la réalité, mais aussi de la quantité de données.

Dans un premier temps, nous allons introduire la représentation de modèles 3D sous forme de maillages triangulaires. Nous verrons la représentation géométrique, topologique et les attributs. Nous introduirons ensuite les images de profondeur qui sont générées par les systèmes d'acquisition tridimensionnelle. Pour finir, nous présenterons quelques techniques d'acquisition et de construction de modèles numériques.

## 2.1 Représentation

La représentation d'un modèle 3D constitue un challenge depuis de nombreuses années. Différentes définitions et implémentations de la structure des données d'un modèle ont été proposées [Hubeli and Gross, 2000]. Dans notre étude, nous nous intéressons uniquement aux maillages triangulaires. D'autres représentations telles que les surfaces paramétriques ou implicites peuvent être utilisées mais ne seront pas traitées dans ce document. Les maillages triangulaires représentent un modèle 3D sous forme d'une surface constituée de sommets reliés entre eux par des faces triangulaires. Des attributs (tels que la couleur ou la texture) peuvent être ajoutés au modèle dans le but d'ajouter des caractéristiques physiques. La prise en compte des attributs est très importante car elle renseigne sur l'apparence ou sur certaines propriétés du modèle.

### 2.1.1 Géométrie et topologie

Un maillage triangulaire est constitué d'un ensemble de points dans l'espace  $\mathbb{R}^3$  appelés sommets, et d'un ensemble de faces triangulaires reliant les sommets entre eux et formant ainsi la surface du modèle. Intuitivement un maillage représente une surface plane continue par morceau, constituée de faces triangulaires collées ensemble le long de leurs arêtes. Il est important de conserver la distinction entre la connectivité du maillage, et sa géométrie. La position des sommets représente la géométrie du maillage, et les faces triangulaires représentent la surface et la connectivité du maillage. La connectivité d'un élément du maillage est la définition des connexions, au niveau de cet élément, entre ses sommets. Un maillage triangulaire  $\mathcal{M}$  est représenté comme un couple :

$$\mathcal{M} = (\mathcal{V}, \mathcal{K}) \quad (2.1)$$

où  $\mathcal{V}$  est l'ensemble des sommets du maillage, et  $\mathcal{K}$  la topologie du maillage. La géométrie du maillage est le nuage de points  $\mathcal{V}$  défini comme l'ensemble :

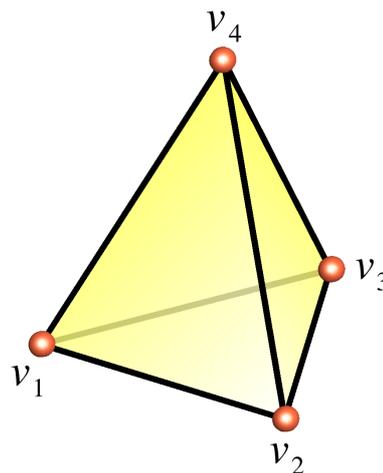
$$\mathcal{V} = (\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n), \quad \mathbf{p}_i \in \mathbb{R}^3, \quad 1 \leq i \leq n \quad (2.2)$$

avec  $n$  le nombre de sommets dans le maillage. La topologie  $\mathcal{K}$  définit la connectivité des sommets, arêtes et faces du maillage. Plus précisément,  $\mathcal{K}$  est un **complexe simplicial** [Spanier, 1981; Kinsey, 1993]. Un complexe simplicial abstrait  $\mathcal{K}$  est un ensemble  $\{v\}$  de sommets et un ensemble  $\{s\}$  de sous-ensembles finis et non-vides de  $\{v\}$  appelés simplexes, tel que chaque sous-ensemble non-vide d'un simplexe dans  $\mathcal{K}$  est encore un simplexe dans  $\mathcal{K}$ .

La dimension d'un simplexe est définie comme le nombre de sommets par élément moins un. La dimension d'un complexe est celle du plus grand simplexe qu'il contient. La réalisation graphique d'un simplexe peut être vu comme un polyèdre prenant appui sur ses sommets. Le complexe simplicial  $\mathcal{K}$  de dimension 2 composant un maillage triangulaire  $\mathcal{M}$  est constitué des simplexes suivants :

- un ensemble de sommets indexés :  $\mathcal{K}_0 = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \dots\}$
- un ensemble d'arêtes indexées :  $\mathcal{K}_1 = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1, 3\}, \dots\}$
- un ensemble de faces indexées :  $\mathcal{K}_2 = \{\{1, 2, 3\}, \dots\}$

où  $\mathcal{K} = \bigcup_{k=0}^2 \mathcal{K}_k$  et  $\mathcal{K}_k$  est le simplexe de dimension  $k$ . La numérotation des sommets et arêtes est prédéfinie de manière à induire implicitement certaines propriétés. En particulier, la liste orientée des numéros de sommets permet, pour chaque face, de définir une normale orientée [Frey and George, 1999]. La représentation d'un tétraèdre est montré en Figure 2.1.



Sommets	$\mathcal{K}_0 = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}\}$
Arêtes	$\mathcal{K}_1 = \{\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}\}$
Faces	$\mathcal{K}_2 = \{\{1, 3, 2\}, \{1, 2, 4\}, \{2, 3, 4\}, \{1, 4, 3\}\}$

**Figure 2.1** – Un tétraèdre et son complexe simplicial.

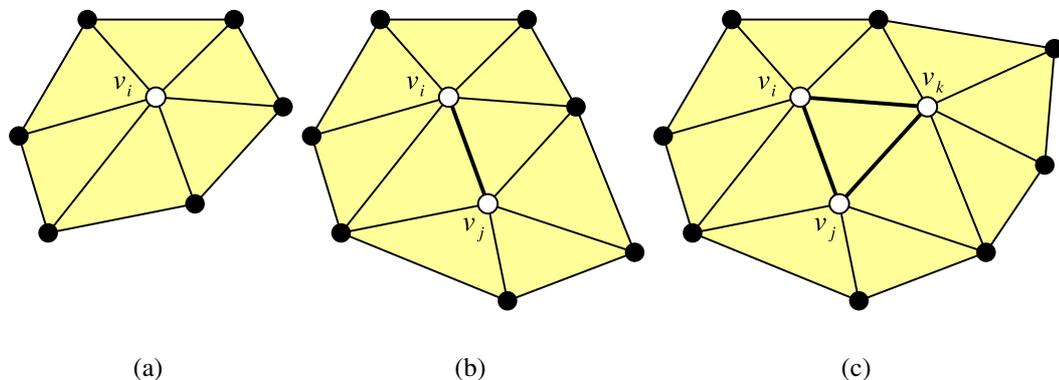
### 2.1.2 Voisins et types

Pour la manipulation effective des maillages, il est utile de définir la notion de voisinage sur un complexe simplicial [Hoppe, 1994]. Le voisinage est une information additionnelle construite à partir de la connectivité du maillage. Un élément d'un simplexe  $s$  est défini comme un sous-ensemble de  $s$ , et le **voisinage simplicial** d'un ensemble de simplexes  $\mathcal{J} \subset \mathcal{K}$  est défini comme

l'ensemble de tous les simplexes  $s$  tels que  $s$  est un élément du simplexe  $s' \in \mathcal{K}$  qui a un élément  $s''$  dans  $\mathcal{J}$  :

$$\mathcal{N}(\mathcal{J}, \mathcal{K}) = \{s \in \mathcal{K} : \exists s'' \in \mathcal{J}, s' \in \mathcal{K} \text{ tel que } s'' \cup s \subset s'\}. \quad (2.3)$$

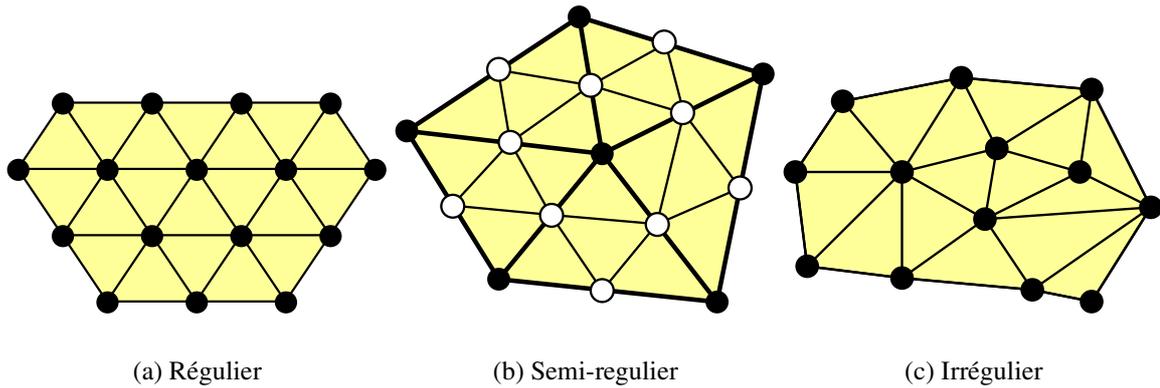
En d'autres termes, un simplexe  $\mathcal{J}$  de type sommet, arête ou face est adjacent à l'ensemble des simplexes  $\mathcal{S}$  si celui-ci partage un ou plusieurs simplexes avec  $\mathcal{S}$ . La Figure 2.2 montre quelques exemples de voisinages  $\mathcal{N}(\mathcal{J}, \mathcal{K})$ . Dans la suite du document, nous utilisons la notation  $\mathcal{N}_1(i)$  pour désigner le voisinage  $\mathcal{N}(\{i\}, \mathcal{K})$  du sommet  $i$ . Cette notation fait référence au voisinage de la première couronne, aussi connue sous le nom de "parapluie".



**Figure 2.2** – Exemple de voisinages sur un maillage  $\mathcal{M} = (\mathcal{V}, \mathcal{K})$  avec (a) voisinage  $\mathcal{N}(\{i\}, \mathcal{K})$  d'un sommet  $\{i\}$ , (b) voisinage  $\mathcal{N}(\{i, j\}, \mathcal{K})$  d'une arête  $\{i, j\}$ , et (c) voisinage  $\mathcal{N}(\{i, j, k\}, \mathcal{K})$  d'une face  $\{i, j, k\}$ .

La définition du voisinage sur un maillage permet de classer le type de maillage comme à "variété uniforme" (*manifold*) et à "non-variété" (*non-manifold*). Un maillage de surface est dit à variété uniforme sans bords si ses arêtes internes sont communes à exactement deux faces, et à variété uniforme avec bords si pour quelques arêtes on ne trouve qu'une seule face. La variété avec bords forme une surface ouverte et la variété sans bords forme une surface fermée. Dans les autres cas, le maillage de surface est dit à non-variété. Nos travaux se focalisent sur les maillages à variété uniforme avec ou sans bords.

Les maillages peuvent être générés par une multitude de méthodes différentes (*e.g.* logiciel de modélisation, acquisition avec un scanner 3D, calculs par éléments finis). Ainsi, plusieurs types topologiques de maillage triangulaire sont différenciés en fonction de la valence des sommets (nombre de sommets voisins liés par une arête à ce sommet) [Guskov et al., 1999] comme illustré sur la Figure 2.3.



**Figure 2.3** – Différents types topologiques de maillages triangulaires.

**Les maillages réguliers** sont généralement obtenus avec les scanners 3D. Ces derniers génèrent une image de profondeur qui est une projection d’une scène 3D sur une grille uniforme, attribuant ainsi une valence 6 à tous les sommets intérieurs.

**Les maillages semi-réguliers** sont obtenus suite à une ou plusieurs étapes de subdivision uniforme. Tous les sommets insérés par la subdivision ont une valence 6 tandis que les sommets du maillage initial ont une valence quelconque.

**Les maillages irréguliers** sont généralement obtenus suite à une reconstruction complète d’un objet ou d’une scène réelle. La reconstruction est effectuée en fusionnant plusieurs maillages réguliers (provenant d’images de profondeur par exemple), créant ainsi un maillage dont les sommets ont une valence quelconque (*e.g.* le long de la “couture” entre deux maillages réguliers). Nos travaux se portent essentiellement sur les maillages irréguliers et les modèles numériques de scènes réelles.

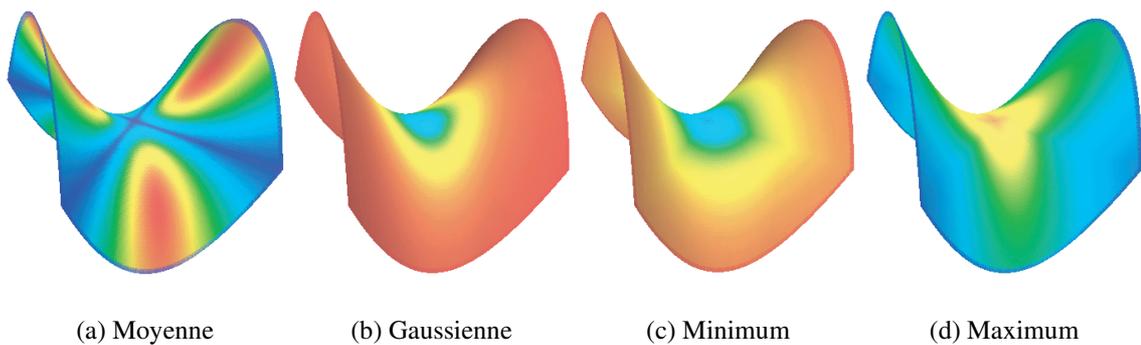
### 2.1.3 Attributs

La structure du maillage ne dépend que des positions  $\mathbf{p}_i = (x_i, y_i, z_i)$  des sommets  $v_i$  dans l’espace  $\mathbb{R}^3$ . Une propriété essentielle des maillages triangulaires est la possibilité d’ajouter d’autres types d’information à la géométrie. Ces informations, appelées **attributs**, sont associées pour chaque sommet  $v_i$  composant un maillage  $\mathcal{M}$ . Nous différencions deux types d’attributs : les **attributs géométriques** et les **attributs d’apparence**.

### 2.1.3.1 Attributs géométriques

La géométrie d'un maillage est représentée par la position des sommets dans  $\mathbb{R}^3$ . Nous considérons la position  $\mathbf{p}_i = (x_i, y_i, z_i)$  d'un sommet  $v_i$  comme un attribut géométrique. A noter que cet attribut est obligatoire pour créer un maillage. La géométrie d'un maillage triangulaire et la distribution de ses faces dans l'espace  $\mathbb{R}^3$  nous permettent de définir des paramètres qui nous renseignent sur sa structure. La géométrie différentielle appliquée aux surfaces permet d'étudier les propriétés locales de la géométrie d'un maillage [do Carmo, 1976]. Dans notre cas, les propriétés locales dépendent uniquement du comportement de la surface au voisinage d'un point.

L'application de la géométrie différentielle "classique" aux maillages irréguliers est un sujet très étudié depuis quelques années [Taubin, 1995; Kobbelt, 1997; Taubin, 2000]. Un ensemble d'opérateurs a récemment été introduit permettant le calcul précis de la **normale** et des **courbures** en chacun des sommets d'un maillage triangulaire irrégulier [Meyer et al., 2002]. Ces opérateurs ont l'avantage d'être directement issus de la géométrie différentielle classique et d'être totalement adaptés aux maillages triangulaires irréguliers. Les informations géométriques dérivées calculées par ces opérateurs constituent des attributs géométriques essentiels pour la caractérisation et le traitement géométrique de surface. On peut citer entre autre des applications comme la détection d'arêtes intérieures [Hubeli and Gross, 2001] ou encore le débruitage de surfaces [Desbrun et al., 1999]. La Figure 2.4 illustre les différentes mesures de courbure représentées en pseudo-couleurs.



**Figure 2.4** – Tracé en pseudo-couleurs des différentes mesures de courbure [Meyer et al., 2002].

L'opérateur de **courbure moyenne normale** (aussi connu sous le nom d'opérateur de Laplace-Beltrami) permet de calculer la courbure normale  $\kappa_H$  et le vecteur normal  $\mathbf{n}$  en chacun des sommets d'un maillage. Pour que l'opérateur de Laplace-Beltrami puisse être calculé de manière précise sur un maillage irrégulier, Meyer définit une nouvelle mesure d'aire  $\mathcal{A}_{mixte}$  pour chaque sommet  $v_i$  d'un maillage. Pour chaque face aigüe autour de  $v_i$ , il utilise le centre du

cercle inscrit à ce triangle et, pour chaque face obtuse, il utilise le point au milieu du segment opposé à l'angle obtus. Le détail du calcul de l'aire mixte peut être trouvé dans l'article de Meyer. L'opérateur de courbure moyenne normale  $\mathbf{K}$  est défini par :

$$\mathbf{K}(v_i) = \frac{1}{2\mathcal{A}_{mixte}} \sum_{j \in \mathcal{N}_1(i)} (\cot \alpha_{i,j} + \cot \beta_{i,j})(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j) \quad (2.4)$$

avec  $\mathcal{A}_{mixte}$  l'aire mixte autour du sommet  $v_i$ ,  $\alpha_{i,j}$  et  $\beta_{i,j}$  les angles opposés à l'arête  $\{i, j\}$ , et  $\mathbf{p}_i$  la position dans  $\mathbb{R}^3$  du sommet  $v_i$ . La valeur de la courbure moyenne  $\kappa_H$  est calculée facilement en prenant la moitié de la longueur du vecteur courbure moyenne normale  $\mathbf{K}$ . Cette courbure est définie le long de la normale  $\mathbf{n}_i$  au sommet  $v_i$ , ainsi pour calculer la normale au sommet  $v_i$ , il suffit de normaliser le vecteur  $\mathbf{K}(v_i)$ . Dans le cas particulier où la courbure moyenne est nulle (*e.g.* un plan), la moyenne des normales aux faces communes au sommet  $v_i$  est prise.

L'opérateur de **courbure gaussienne**  $\kappa_G$  permet de calculer un autre type de courbure en tout sommet d'un maillage. La courbure gaussienne  $\kappa_G$  est définie par :

$$\kappa_G(v_i) = (2\pi - \sum_{j=1}^{\#f} \theta_j) / \mathcal{A}_{mixte} \quad (2.5)$$

où  $\theta_j$  est l'angle de la face  $j$  au sommet  $v_i$ . Notons que cet opérateur "retourne" la valeur zéro pour n'importe quelle surface plane. Notons aussi que des conditions de convergence existent pour cet opérateur, prouvant que si le maillage n'est pas dégénéré, la qualité de l'approximation s'améliore quand le maillage est raffiné.

Les deux **courbures principales**  $\kappa_1$  et  $\kappa_2$ , et leurs directions orthogonales associées  $\mathbf{e}_1$  et  $\mathbf{e}_2$ , sont les valeurs extrémales de toutes les courbures locales. Les courbures moyennes et gaussiennes sont généralement exprimées en fonction des courbures principales  $\kappa_1$  et  $\kappa_2$  :  $\kappa_H = \frac{1}{2}(\kappa_1 + \kappa_2)$  et  $\kappa_G = \kappa_1\kappa_2$ . Les opérateurs de courbures principales sont alors définis comme :

$$\kappa_1(v_i) = \kappa_H(v_i) + \sqrt{\Delta(v_i)} \quad (2.6)$$

$$\kappa_2(v_i) = \kappa_H(v_i) - \sqrt{\Delta(v_i)} \quad (2.7)$$

avec  $\Delta(v_i) = \kappa_H^2(v_i) - \kappa_G(v_i)$  et  $\kappa_H(v_i) = \frac{1}{2}\|\mathbf{K}(v_i)\|$ . Pour avoir le même comportement que dans le cas continu où  $\Delta$  est toujours positif, nous devons vérifier que  $\kappa_H^2$  est toujours plus grand que  $\kappa_G$  pour éviter tout problème numérique, et seuiller  $\Delta$  à zéro si ce n'est pas le cas (une occurrence extrêmement rare).

### 2.1.3.2 Attributs d'apparence

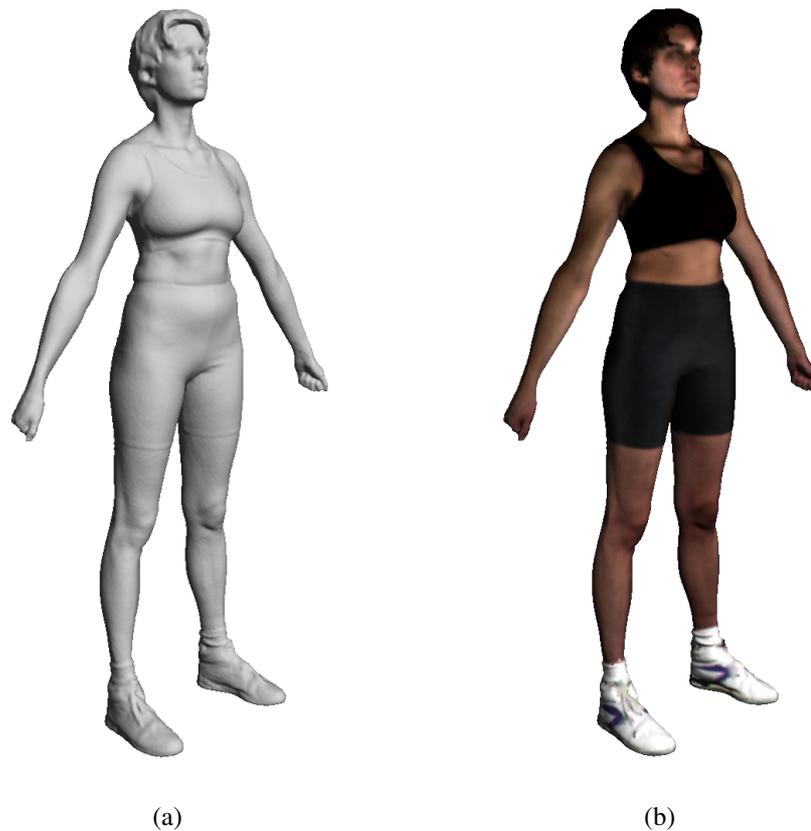
Il est possible d'ajouter des attributs d'apparence définis en chaque sommet. Ces informations sont aussi dites "attributs physiques" [Frey and George, 1999]. Par exemple, une **couleur**  $c_i = (r_i, g_i, b_i)$  peut être définie en chacun des sommets  $v_i$ . La couleur des faces est ensuite interpolée en fonction de la couleur des sommets composant la face. La Figure 2.5 montre un exemple de maillage avec attributs de couleur définis aux sommets. Ce schéma de représentation de la couleur sur un maillage est limité par la résolution des sommets qui est dépendante de l'espacement entre les sommets. Par exemple dans le cadre des jeux vidéo où il est important de conserver les modèles 3D à une très faible résolution (un très faible nombre de faces par modèle), la couleur associée à chaque sommet donne un rendu très pauvre.

La qualité visuelle du modèle peut être améliorée en appliquant une **texture**. La qualité visuelle dépend alors de la résolution de la texture. La texture est une image qui peut représenter une propriété physique d'un objet. Ainsi la texture peut décrire la couleur "réelle" de l'objet, mais elle peut aussi décrire des grandeurs physiques telles que la température, le niveau de certaines radiations, la nature chimique, un code d'indentification d'une grandeur quelconque ("fausses couleurs")... L'image de texture est plaquée sur le modèle 3D à l'aide des **coordonnées de texture**  $t_i = (r_i, s_i)$  associées à chaque sommet  $v_i$  [Foley et al., 1990]. La Figure 2.6 montre un exemple de maillage avec une texture.

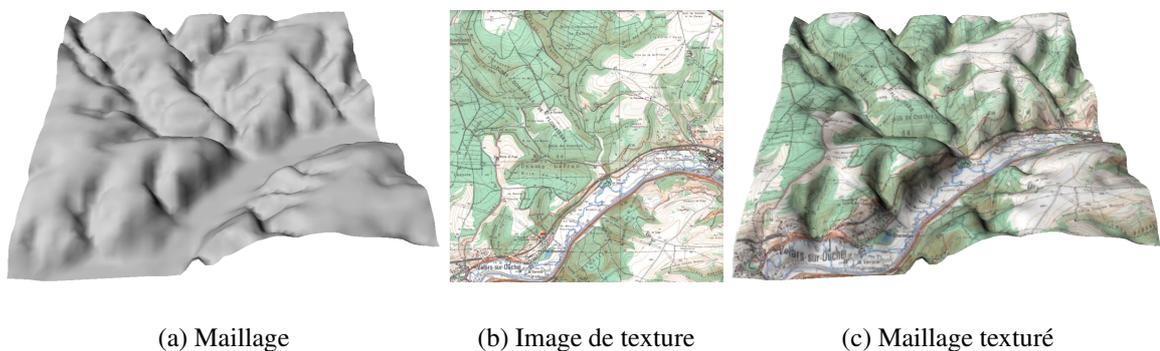
D'autres types d'attribut peuvent évidemment être ajoutés aux sommets d'un maillage. Par exemple les données météorologiques contiennent beaucoup d'attributs (température, pression, humidité,...) en plus des données de terrain (*i.e.* longitude, latitude et élévation des stations météorologiques enregistrant les données). La visualisation de ces données requiert une gestion avancée des attributs en plus de la géométrie du maillage pour une exploitation efficace des données par les utilisateurs [Walter and Healey, 2001].

## 2.2 Images de profondeur

L'acquisition de surfaces 3D est un processus de numérisation où un capteur, telle qu'une machine de mesure de coordonnées, une paire stéréo, ou encore un scanner 3D, mesure la position géométrique des points des surfaces dans une scène ou sur un objet. Ensuite, la reconstruction topologique trouve les interconnexions qui respectent le voisinage topologique entre ces points. Cette collection de points est souvent appelée **nuage de points**, et leur interconnexion **maillage de surface** ou simplement maillage. Les maillages représentent tous les objets

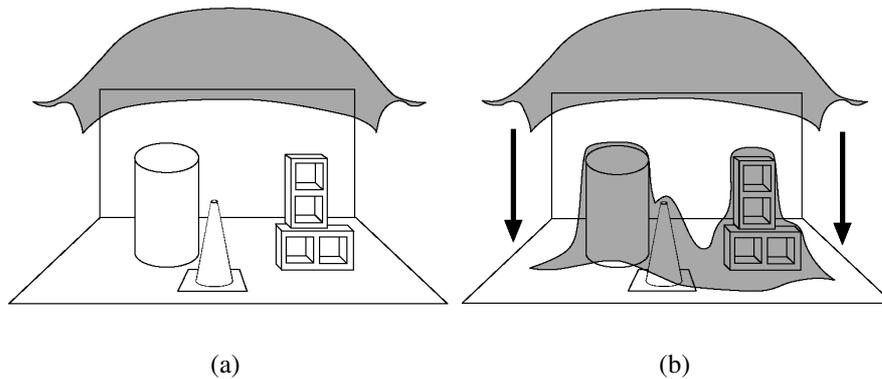


**Figure 2.5** – Modèle 3D coloré. La figure (a) représente le modèle géométrique, et la figure (b) le même modèle avec des attributs de couleurs définis en chacun des sommets du maillage. Le modèle est composé de 121.723 sommets et 243.442 faces. Ce modèle a été réalisé avec un scanner 3D mesurant la géométrie ainsi que la couleur en chaque point de mesure.



**Figure 2.6** – Modèle 3D texturé. L'image de texture en (b) est “plaquée” sur le modèle numérique de terrain en (a) pour donner le modèle texturé ou “habillé” en (c).

connectés (*i.e.* qui se touchent physiquement) par une seule surface. David Page [Page, 2003] fait l’analogie avec un modèle de “couverture”. La Figure 2.7 montre une illustration de cette analogie. Pour faire une démonstration simple, nous pouvons prendre une couverture de notre chambre à coucher et si nous la posons sur notre bureau, la couverture va prendre la forme de notre bureau, nos livres, les papiers, etc. Maintenant admettons que l’on solidifie la couverture, alors notre modèle de couverture est créé.



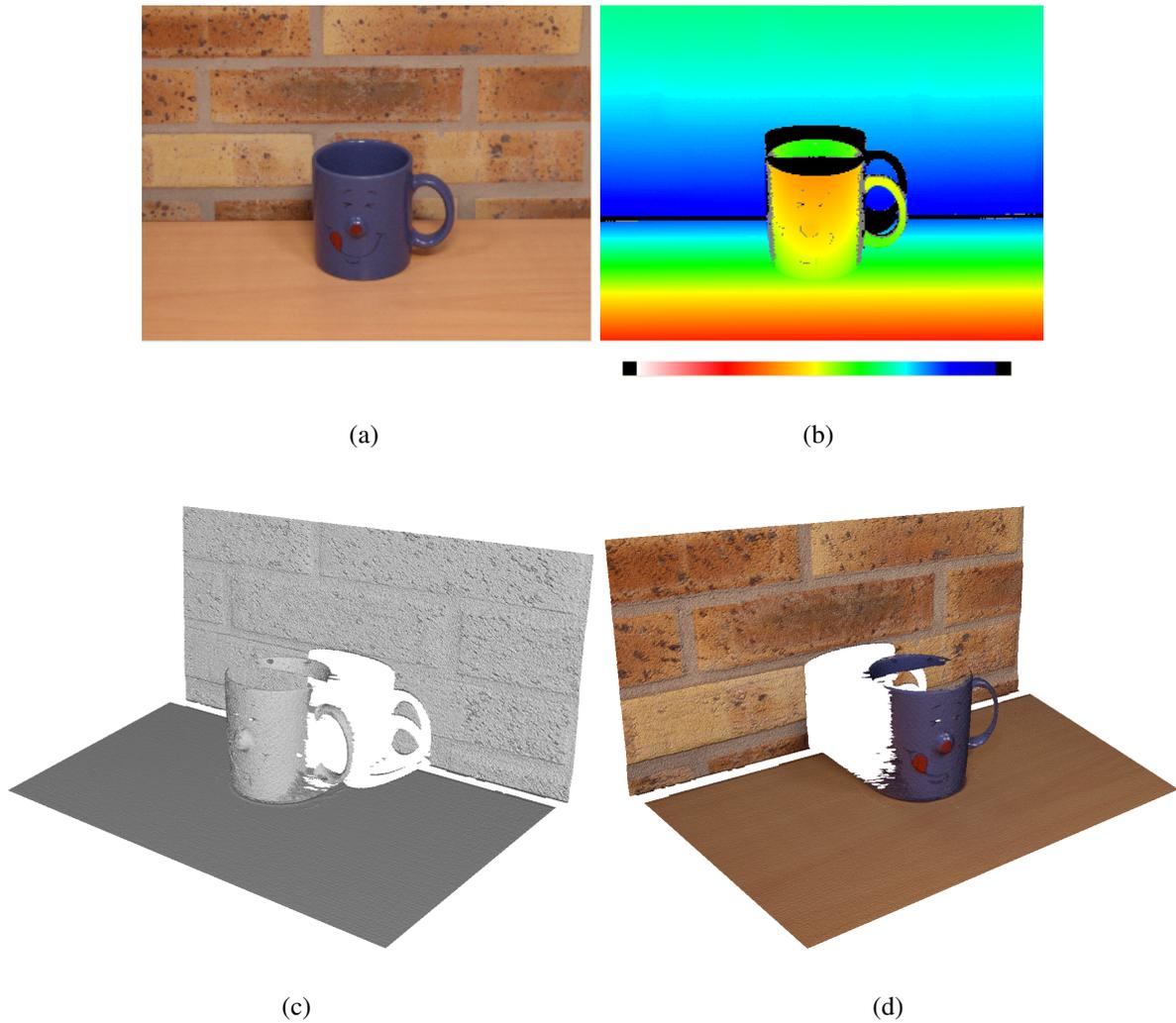
**Figure 2.7** – Reconstruction d’une scène à partir d’une image de profondeur. Ces illustrations montrent l’analogie du modèle de couverture [Page, 2003] où une couverture capture la profondeur d’une scène comme le fait une image de profondeur.

L’acquisition d’une image de profondeur est similaire à la création de ce modèle de couverture. Le système d’acquisition va mesurer la profondeur d’une scène (la distance des objets dans la scène par rapport au système d’acquisition), et enregistrer cette profondeur dans une image 2D. Evidemment l’image de profondeur représente la scène sous un seul point de vue (celui du système d’acquisition), donc tous les objets non-visibles ne seront pas présents dans l’image de profondeur. Un maillage triangulaire de la scène peut alors être construit à partir de cette image de profondeur (voir Figure 2.8).

### 2.2.1 Définition

Une image de profondeur contient les informations géométriques d’une scène scannée. La représentation des points de la surface à l’aide d’une image de profondeur s’écrit sous la forme d’un graphe de surface :

$$z = g(x, y). \quad (2.8)$$

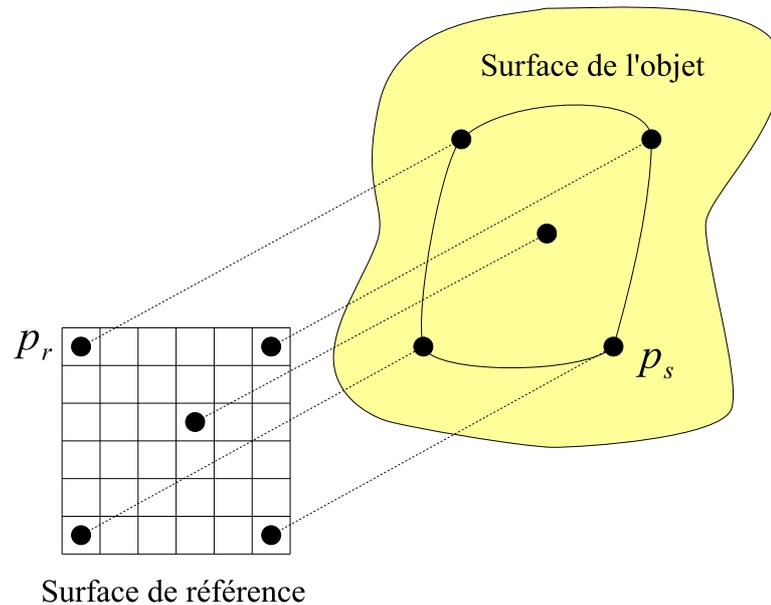


**Figure 2.8** – Reconstruction d’une scène à partir d’une image de profondeur. La scène (a) a été capturée par un système d’acquisition donnant l’image de profondeur (b). Le maillage (c) est reconstruit à partir de l’image de profondeur précédente capturant la scène sous un point de vue. La figure (d) montre le modèle reconstruit et les attributs de couleur capturés en plus de l’image de profondeur.

Une image de profondeur est alors une fonction qui associe des points d’un sous-ensemble  $\mathcal{X}$  de l’espace  $\mathbb{R}^3$  à des points images. Les points  $\mathbf{p}_r$  de  $\mathcal{R}$  sont échantillonnés sur une surface de référence  $S_r$  tandis que les points images  $\mathbf{p}_s$  sont localisés sur la surface de l’objet. La fonction définie par l’image de profondeur est, d’un point de vue géométrique, le résultat de la projection des points de  $\mathcal{R}$  sur l’objet.

Dans la pratique, la projection pour une image de profondeur est un segment de droite. Trois surfaces de référence  $S_r$  sont couramment utilisées : surface plane, cylindrique et sphérique. Chacune de ces surfaces peut facilement être paramétrée à l’aide d’une distribution de points sur une grille carrée. Notre étude se limite aux images de profondeur paramétrées à l’aide d’une

surface de référence plane et dont le projecteur est un segment de droite. La Figure 2.9 illustre cette relation.



**Figure 2.9** – Construction d’une image de profondeur paramétrée à l’aide d’une surface plane où le projecteur est un segment de droite.

Une image de profondeur doit être injective pour pouvoir étudier la relation de deux éléments de surface de la scène à l’aide de la relation dans l’espace de paramétrisation de  $S_r$ . En effet, une fonction  $f : \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{S}$  est injective si deux points de  $\mathcal{R}$  correspondent à deux points distincts de  $\mathcal{S}$ . Cette condition pour une image de profondeur dépend des projections de la surface de référence sur l’objet. Les projections ne doivent pas s’intersecter sur la surface de l’objet. Comme les images de profondeur sont échantillonnées à l’aide d’une grille paramétrique plane, elles sont donc injectives. Toutes les projections sont parallèles entre elles.

Les deux modes de représentation définis par l’image de profondeur dans le cas d’une grille paramétrique plane comme surface de référence sont :

- les coordonnées dans l’espace  $\mathbb{R}^3$ ,
- les niveaux de gris.

La première interprétation attribuée à chaque point  $\mathbf{p}_{ri}$  de la grille de définition de l’image une valeur de profondeur  $z_i$ . Cette valeur est définie comme la distance euclidienne entre les points  $\mathbf{p}_{ri}$  de la surface de référence  $S_r$  et les points  $\mathbf{p}_{si}$  de la surface de l’objet. Chaque point de l’image de profondeur est considéré comme un point de l’espace  $\mathbb{R}^3$  :  $\mathbf{p}_i = (x_i, y_i, z_i)$ . Les points  $\mathbf{p}_i$  sont définis dans le système de coordonnées dont l’origine est fixée sur un point du coin de la grille et dont les axes  $x$  et  $y$  sont dans le plan contenant la grille.

La seconde interprétation associe à la profondeur  $z_i$  un niveau de gris  $g_i$ . Pour la valeur maximale de  $z_i$ , le niveau noir lui est associé tandis que le blanc correspond à la valeur minimale. Les autres valeurs de  $z_i$  ont un niveau de gris échantillonné par exemple sur 256 niveaux de gris entre le blanc et le noir. Le choix d'attribuer la valeur maximale au niveau noir est arbitraire, l'inverse peut tout aussi bien s'appliquer et dans ce cas le noir correspond à la valeur minimale de  $z_i$  et le blanc la valeur maximale. Chaque point  $\mathbf{p}_{ri}$  de  $S_r$  est alors un pixel  $(u, v)$  dont le niveau de gris est  $g_i$ . L'image profondeur devient une image en niveau de gris.

### 2.2.2 Triangulation

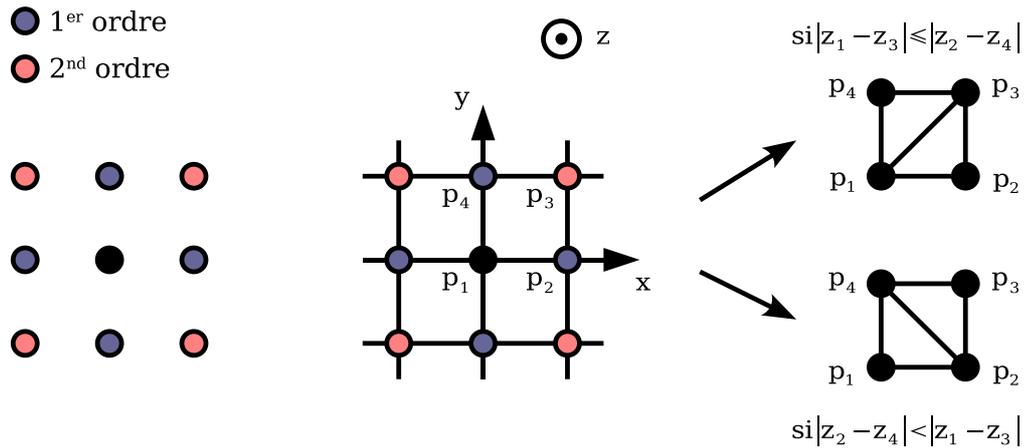
Un maillage triangulaire peut facilement être construit à partir d'une image de profondeur. En effet, les points sont paramétrés sur une grille rectangulaire. Ils ont tous le même type de voisinage : quatre voisins de premier ordre et quatre voisins de second ordre. La création de maillage s'effectue dans ce cas en deux étapes. La première consiste à créer des polygones rectangulaires en reliant chaque sommet avec ses voisins du premier ordre : deux suivant l'axe  $x$  et deux suivant l'axe  $y$ . La seconde étape subdivise chaque polygone en deux faces triangulaires. Il y a deux possibilités pour séparer le rectangle en deux. Soit  $z_1, z_2, z_3$  et  $z_4$  les profondeurs respectives des sommets  $v_1, v_2, v_3$  et  $v_4$  du polygone rectangulaire :

- si  $|z_1 - z_3| \leq |z_2 - z_4|$  alors  $v_1$  est relié à  $v_3$ ,
- si  $|z_2 - z_4| < |z_1 - z_3|$  alors  $v_2$  est relié à  $v_4$ .

La Figure 2.10 illustre le principe de triangulation d'une image de profondeur. L'étude de la discontinuité entre un point et ses voisins au cours de l'élaboration du maillage permet d'éliminer les faces qui relient des points dont la différence de profondeur est trop élevée pour la globalité du maillage. Le choix d'un seuil approprié autorise en partie l'élimination des points bruités. Ce seuillage met aussi en évidence les discontinuités de la surface de l'objet. Cette opération peut s'effectuer lors de la reconstruction. Des algorithmes de segmentation permettent aussi une séparation des éléments constituant le modèle [Rössl et al., 2000; Page, 2003].

## 2.3 Acquisition

Les technologies modernes nous permettent d'acquérir sans contact les paramètres géométriques et texturaux de scènes ou d'objets réels, puis de les reconstituer dans un environnement



**Figure 2.10** – Triangulation d’une image de profondeur. Le voisinage d’un point de la grille est montré à gauche. Des polygones rectangulaires sont d’abord créés (centre), puis les faces triangulaires en fonction de la profondeur des points (droite).

virtuel à trois dimensions avec un ordinateur. Ces modèles 3D, aussi appelés modèles numériques, sont des images en trois dimensions du monde réel. Il existe une multitude de systèmes d’acquisition tridimensionnelle tels que les scanners 3D, les imageurs satellitaires ou encore les microscopes confocaux. La qualité de ces systèmes permet maintenant de concevoir des modèles très précis. Dans notre étude, nous privilégions les méthodes d’acquisition qui fournissent des images de profondeur. La création d’un modèle à partir d’images de profondeur se découpe en plusieurs étapes. En premier lieu, il faut faire l’acquisition des images de profondeur avec différentes prises de vues car généralement une seule prise ne suffit pas pour capturer toute la surface de l’objet. Ensuite, il faut **mettre en correspondance** les différentes prises de vue afin de représenter les images de profondeur dans un espace de référence unique à l’aide de transformations. La dernière étape consiste à **fusionner** les données de chaque prise de vue. Après cela, des traitements supplémentaires peuvent être appliqués afin d’optimiser le modèle résultant (*e.g.* débruitage, simplification).

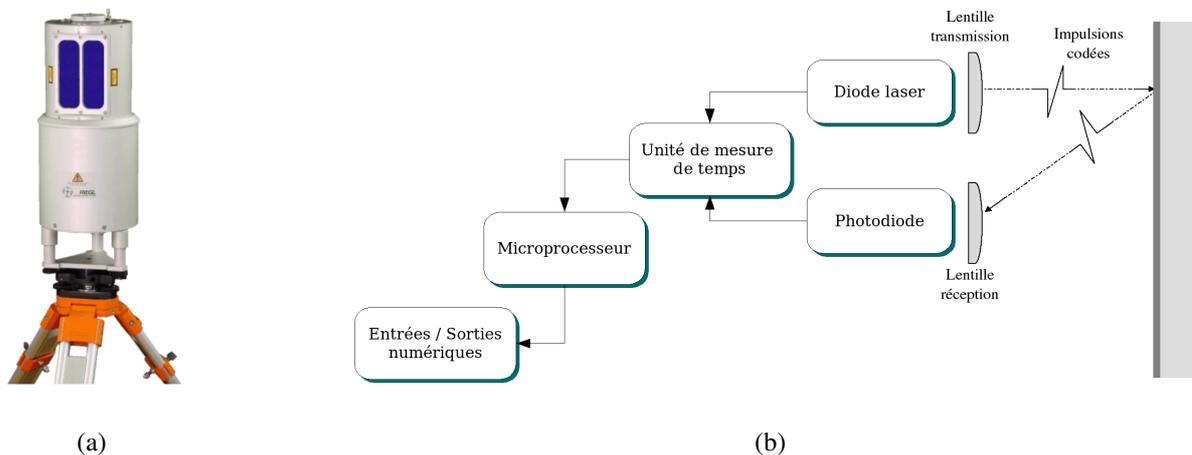
Il existe différentes techniques d’acquisition de scènes ou d’objets tridimensionnels. Dans cette partie, nous présentons les systèmes d’acquisition suivants :

- scanner basé sur le temps-de-vol
- scanner basé sur la triangulation laser
- imageur satellitaire
- microscope confocal

Ces méthodes sont dites **directes** car elles mesurent directement la distance (ou la profondeur) de la scène par rapport au système d'acquisition lui-même. Ces méthodes sont aussi dites **non-destructives** car il n'y a aucun contact entre la scène à acquérir et le système d'acquisition.

### 2.3.1 Scanner basé sur le temps-de-vol

Les scanners basés sur la mesure du temps-de-vol émettent un rayon laser en direction de la scène à acquérir et détectent le rayon réfléchi. En mesurant le temps de parcours de la lumière, la distance entre le scanner et l'objet que le rayon laser a frappé peut être calculée. Le scanner RIEGL LMS-Z210 utilisé au laboratoire IRIS (UT, USA) fait partie de cette catégorie (voir Figure 2.11). Etant un des scanners utilisés dans ces recherches, le système RIEGL est décrit ici comme un exemple de scanner basé sur le temps-de-vol.



**Figure 2.11** – Un exemple de scanner 3D avec le système RIEGL LMS-Z210 en (a). Le schéma de principe de ce scanner basé sur le temps de vol est illustré en (b)

Les modèles 3D sont créés à partir d'un certain nombre de mesures d'image de profondeur effectuées dans des directions angulaires différentes mais connues. Les images de profondeurs forment avec les angles associés la base des modèles 3D. Le scanner est constitué d'une unité laser de mesure d'image de profondeur, et d'un système mécanique avec deux axes de rotation permettant le balayage du faisceau laser.

Un générateur d'impulsion électrique pilote une diode laser envoyant des impulsions infrarouges, qui sont collimatées par une lentille émettrice. Une partie de l'écho du signal réfléchi par la cible frappe une photodiode à travers une lentille réceptrice, générant ainsi un signal électrique de réception. L'intervalle de temps entre les impulsions émises et reçues est compté à

l'aide d'une horloge à fréquence fixe. Les intervalles de temps sont envoyés à un microprocesseur interne qui traite les données.

Le scanner dirige le rayon laser pour la mesure de profondeur avec une position définie précisément. Une image de profondeur est obtenue en scannant un nombre donné de lignes composées d'un certain nombre de pixels. Pour scanner une ligne verticale, la déviation angulaire du rayon laser est réalisée avec une roue composée de miroirs polygonaux. Une image de profondeur est acquise à l'aide d'un mécanisme tournant la tête optique avec le système d'acquisition des lignes.

Bien que la mesure tridimensionnelle à partir d'un scanner laser ait une précision plus élevée que celle fournie par les systèmes basés sur les systèmes de stéréovision comprenant deux caméras, le signal acquis est cependant toujours corrompu par du bruit. Le bruit vient en partie de l'erreur introduite par le moteur qui pilote la tête tournante. Même la plus petite vibration du système produit une certaine quantité d'erreur dans le modèle 3D scanné. L'erreur dans la détection des impulsions réfléchies et l'arrondissement des calculs de l'unité de mesure de temps contribuent à l'erreur totale de mesure. La précision décroît pour les mesures à longue distance du fait du faible signal d'écho. La précision dépend aussi du matériau de la cible. Les objets noirs ont tendance à absorber la lumière, et les objets spéculaires ont tendance à réfléchir la lumière. Dans les cas extrêmes, le signal d'écho ne peut être détecté et la mesure échoue. La Figure 2.12 montre un exemple d'acquisition réalisée par le système RIEGL.

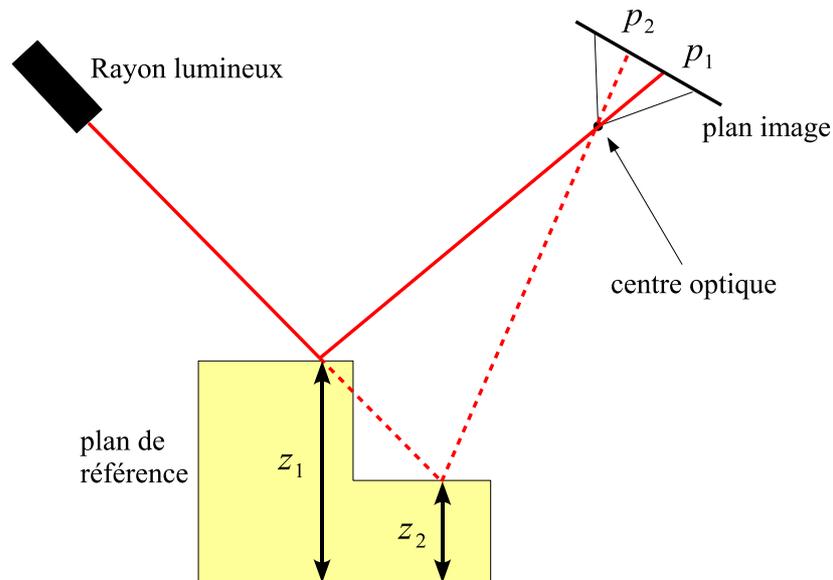


**Figure 2.12** – Un exemple de bâtiment scanné par le système RIEGL LMS-Z210.

La mesure effectuée par le scanner RIEGL LMS-Z210 a un écart type de 5 cm pour une cible retroréfléchissante jusqu'à une distance de 700 m, ou pour les objets naturels jusqu'à une distance de 450 m. L'écart type est de 2,5 cm pour les objets naturels jusqu'à une distance de 350 m. Les performances du scanner dépendent aussi du temps. Par un temps ensoleillé par exemple, la distance fonctionnelle du scanner est considérablement réduite par rapport à celle obtenue par un temps nuageux.

### 2.3.2 Scanner basé sur la triangulation laser

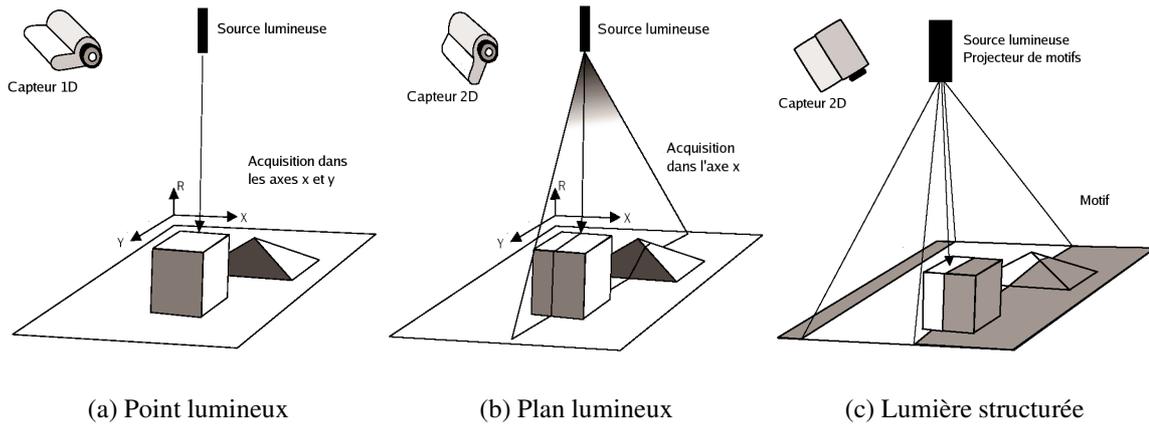
Beaucoup de scanners utilisent le schéma de triangulation où une scène est illuminée à partir d'une direction et observée à partir d'une autre. L'angle d'illumination, l'angle de vue, et la distance entre l'illuminant et l'observateur sont les paramètres de la triangulation (voir Figure 2.13).



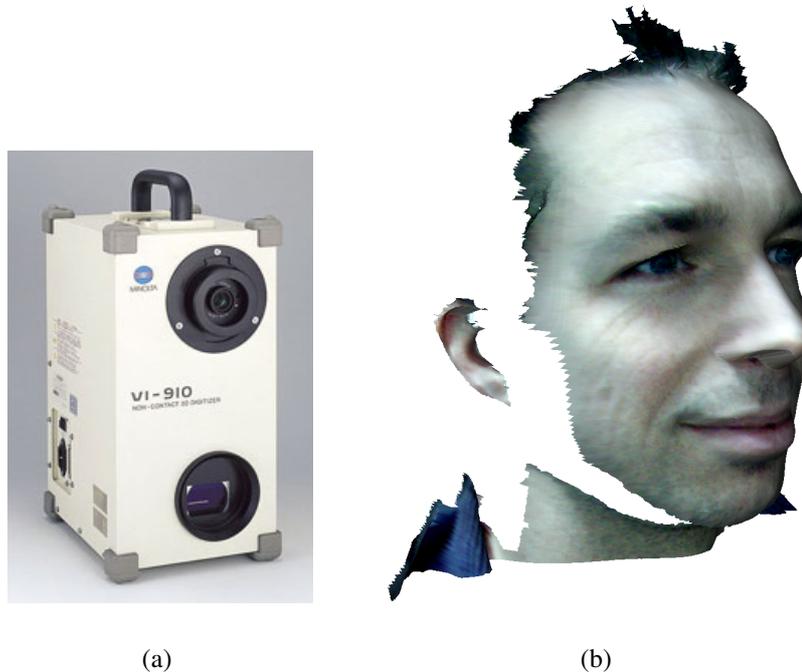
**Figure 2.13** – Principe de formation d'une image de profondeur à l'aide de la triangulation laser.

Les méthodes les plus communes de triangulation active mettent en jeu une illumination projetant un simple point lumineux, un plan lumineux, ou un éclairage structuré. La technique qui utilise un point lumineux projeté demande des mécanismes pour permettre au point lumineux d'atteindre la scène entière. Le système à éclairage structuré demande un projecteur avec une haute intensité lumineuse qui permet de changer de motif lumineux aussi rapidement que le capteur peut intégrer les images. Dans le cas des systèmes à plan lumineux projeté, la projection de la lumière peut être effectuée avec un seul miroir, ce qui est considérablement plus simple que le système de projection de motif pour une lumière structurée spatialement, ou que le dispositif à deux miroirs pour l'illumination avec un point lumineux. La Figure 2.14 illustre les différentes méthodes de triangulation communément utilisées.

Par exemple, le scanner Minolta VI-910 (voir Figure 2.15) utilisé dans nos recherches, qui est basé sur un système à plan lumineux projeté, est un système portable. Pour créer le plan lumineux, un point laser traverse une lentille qui répand la lumière dans un plan. Un miroir réalise le balayage pour l'acquisition d'une vue complète. Le système est fourni avec une table tournante permettant l'acquisition et la reconstruction complète d'un objet.



**Figure 2.14** – Quelques méthodes d’acquisition 3D basées sur la triangulation.



**Figure 2.15** – (a) Le scanner Minolta VI-910 est un système d’acquisition tridimensionnelle basé sur la triangulation. (b) Un exemple de modèle acquis avec ce scanner.

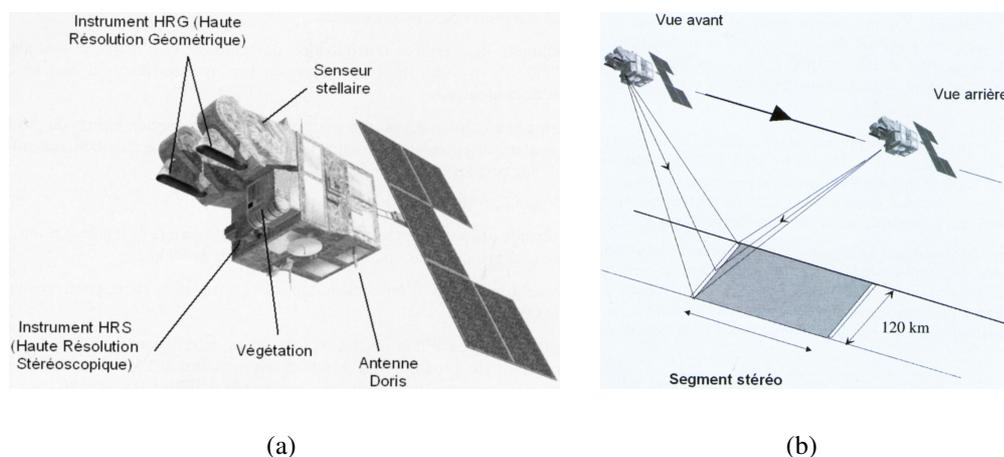
La mesure effectuée par le scanner Minolta VI-910 a un écart type de 0,10 mm. Le système dispose de trois objectifs (télé, normal et large) permettant une acquisition jusqu’à une distance de 2,5 m. De plus ce système dispose d’une caméra réalisant une acquisition couleur de la scène dans une image  $640 \times 480 \times 24$  bits permettant la création d’un modèle texturé.

La vitesse élevée des ondes électromagnétiques fait que les méthodes basées sur le temps-de-vol sont difficiles à utiliser pour l’acquisition avec une très grande précision car les petites différences en profondeur requièrent une discrimination très fine dans le temps. Ainsi, il est plus

approprié d'utiliser un scanner basé sur la triangulation pour faire l'acquisition de petit objet avec une précision élevée. En fait, l'acquisition d'image de profondeur en utilisant un scanner basé sur la triangulation est efficace uniquement pour des petites distances car la distance entre la source lumineuse et le capteur doit être au moins du même ordre de grandeur que la distance du capteur à la scène, et un positionnement large pour une acquisition à grande distance rendrait le système trop grand pour être utilisé.

### 2.3.3 Imagerie satellitaire

Les modèles numériques de terrain (MNT) sont des enregistrements numériques de l'élévation de la surface de la Terre basés sur la stéréoscopie. Ces modèles sont créés grâce à l'imagerie satellitaire mesurant la position de points régulièrement espacés sur la surface terrestre pour former une image de profondeur. Les applications des modèles numériques de terrain sont très nombreuses ; on peut citer par exemple la cartographie à moyenne échelle (du 1 : 50 000 au 1 : 100 000), la mise en place de cartes de sensibilité à telle ou telle catastrophe naturelle, la défense nationale, la planification urbaine, maritime ou forestière, et bien d'autres applications encore.



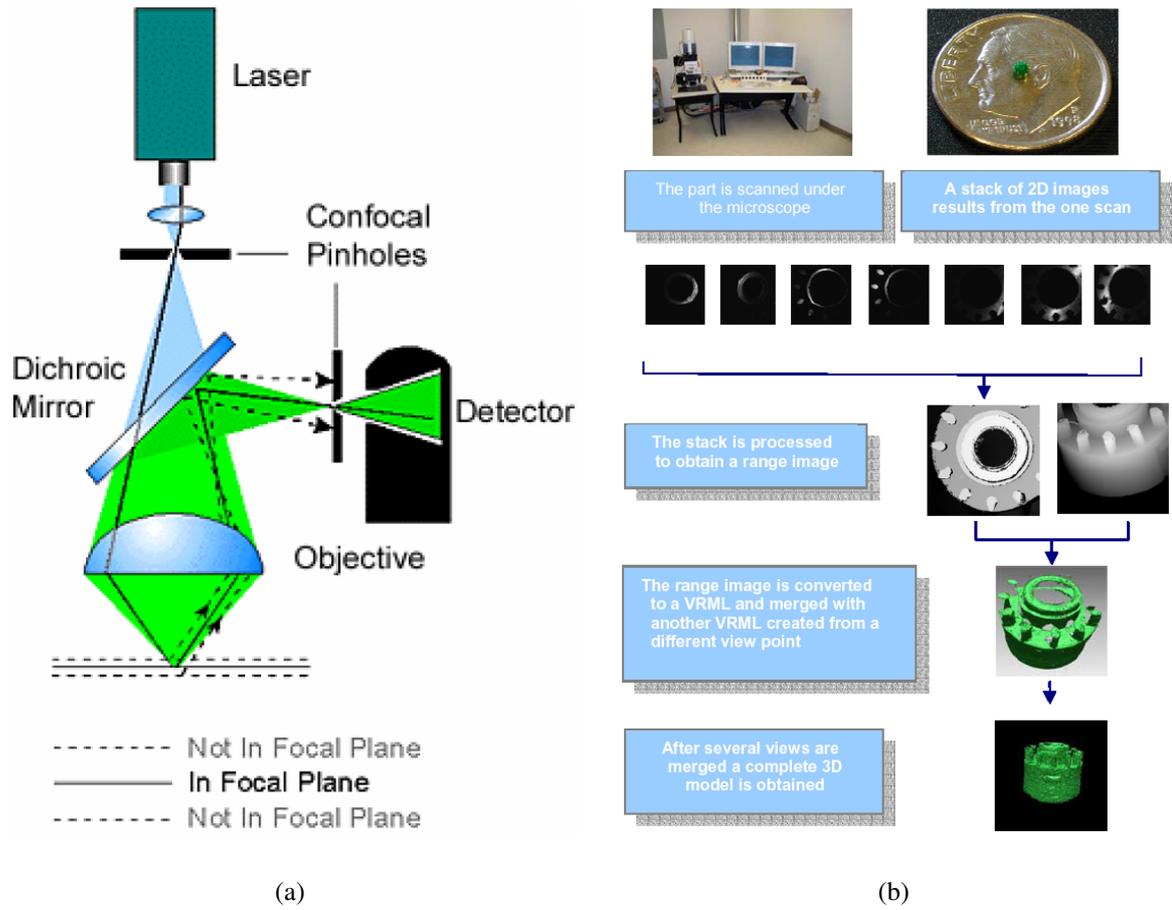
**Figure 2.16** – Le satellite SPOT 5 (a) permet l'acquisition haute résolution de modèles numériques de terrain (b) et d'images à différentes bandes de fréquences [Fratter et al., 2001].

Les images produites par les satellites de type “Landsat” ou “Spot” sont créées à partir des données spectrales du sol terrestre. Le satellite français SPOT 5 permet une acquisition de la surface de la Terre avec une très haute résolution (jusqu'à 10m pour la géométrie et jusqu'à 2,5m pour l'imagerie) [Fratter et al., 2001]. Le satellite SPOT 5 comprend un instrument Haute Résolution Stéréoscopique (HRS), deux instruments Haute Résolution Géométrique (HRG) et un système de gestion des images qui assure la compression, le stockage et la transmission des images HRG

et HRS en temps réel ou en temps différé. L'instrument HRS est constitué de deux télescopes qui permettent une visée de  $20^\circ$  en avant et une visée de  $20^\circ$  en arrière du satellite pour une largeur de scène observée de 120 km (voir Figure 2.16). Ce nouveau concept de prise de vue stéréoscopique le long de la trace du satellite permet de réaliser des couples stéréoscopiques à quelques secondes d'intervalle lors d'un passage. Un modèle numérique de terrain est ensuite créé en faisant une intercorrélacion des deux images du couple stéréoscopique. Les deux instruments HRG permettent d'obtenir une image multi-bande composée de 4 images élémentaires surposées sur des bandes spectrales B1 (0,50–0,59  $\mu\text{m}$ ), B2 (0,61–0,68  $\mu\text{m}$ ), B3 (0,78–0,89  $\mu\text{m}$ ) et MIR (1,58–1,75  $\mu\text{m}$ ), ainsi que deux images panchromatiques. Ces données s'ajoutent à l'information géométrique sous forme d'images de texture. Chaque image de texture apporte des informations différentes et représente ainsi des attributs d'apparence différents associés au modèle.

### 2.3.4 Microscopie confocale

La microscopie confocale est une technique développée pour analyser la topographie de spécimens biologiques ou des tranches de spécimens extrêmement petits. Le terme confocal signifie "un seul plan de netteté", et est dû à l'utilisation de deux sténopés par le système. Le microscope confocal est unique dans son aptitude à prendre en compte uniquement la lumière sur un plan de netteté sélectionné, produisant ainsi des images d'une section optique extrêmement fine. Ceci est réalisé à l'aide d'ouvertures extrêmement fines qui empêchent la lumière hors du plan de netteté d'atteindre le plan image. La lumière passe à travers un sténopé, puis à travers un objectif. La lumière est ensuite réfléchiée par le spécimen observé et renvoyée à travers l'objectif. Avant que la lumière n'atteigne l'œil de l'observateur ou le capteur d'image, il doit passer à travers un autre sténopé placé sur le plan focal. L'utilisation du sténopé permet de bloquer toute la lumière réfléchiée hors du plan focal produisant ainsi une image avec un contraste élevé et une excellente résolution. La Figure 2.17(a) montre le schéma de principe d'un microscope confocal. Il est possible de reconstruire un modèle 3D à partir d'un ensemble d'images provenant d'un microscope confocal. Il suffit de prendre des images à différents plans de netteté et de créer une image de profondeur à partir de celles-ci [Schultz, 2004]. Le processus de reconstruction est illustré en Figure 2.17(b)



**Figure 2.17** – Le microscope confocal (a) permet l’acquisition d’image comprenant uniquement les parties du spécimen observé situées dans le plan de netteté. Le processus de reconstruction 3D avec un microscope confocal est montré en (b) [Schultz, 2004].

## 2.4 Reconstruction

La reconstruction de la surface d’un objet en trois dimensions s’effectue à l’aide de plusieurs images de profondeur recouvrant toute la surface de l’objet. Les points de vue sous lesquels l’objet va être numérisé sont dans un premier temps sélectionnés. Ils peuvent être choisis de manière automatique ou manuelle. La position de ces points de vue doit permettre la définition complète de la surface de l’objet. Le choix dépend de l’approche privilégiée lors de la construction :

- minimiser le nombre de prises de vue,
- minimiser l’erreur lors de l’acquisition ; l’axe de prise de vue est choisi de manière à ce que sa direction soit perpendiculaire à la surface.

Les attributs correspondant à chaque image de profondeur sont définis sous la forme de textures en fonction des capteurs en regard de la scène. Une première étape de mise en correspondance doit permettre la superposition de chaque image de profondeur. Une nouvelle mise en correspondance entre les images associées permet de regrouper l'information dans un unique référentiel. Un dernier processus permet de fusionner les zones des surfaces qui se recouvrent pour générer un seul maillage à faces triangulaires représentant la surface du modèle.

### 2.4.1 Mise en correspondance

La mise en correspondance lors de la construction d'un modèle 3D permet d'établir les paramètres de prise de vue des multiples modalités et de projeter les données dans un unique référentiel. Dans de nombreux cas, il n'y a pas de connaissance précise de la position des capteurs les uns par rapport aux autres. Le déplacement entre deux sources d'acquisition comporte alors six degrés de liberté. La détermination de la position des capteurs se fait en utilisant les couples d'images suivants :

- les images de texture avec les images de profondeur,
- les images de profondeur entre elles.

La mise en correspondance dans les deux cas s'effectue avec les mêmes techniques. Soit  $T$  la transformation qui permet d'exprimer les coordonnées  $(x, y, z)$  d'un point  $\mathbf{p}_i$  de la première prise de vue dans le référentiel de la seconde prise de vue :  $\mathbf{p}'_i = (x', y', z')$ . Les six degrés de liberté définissant la transformation 3D entre les deux prises de vues sont trois paramètres de translation  $\mathbf{d} = (d_x, d_y, d_z)$  et trois angles de rotation  $\mathbf{R} = (r_x, r_y, r_z)$ . Si aucune distortion n'est supposée, la transformation est alors définie par :

$$T(p) = \mathbf{R}\mathbf{p} + \mathbf{d}. \quad (2.9)$$

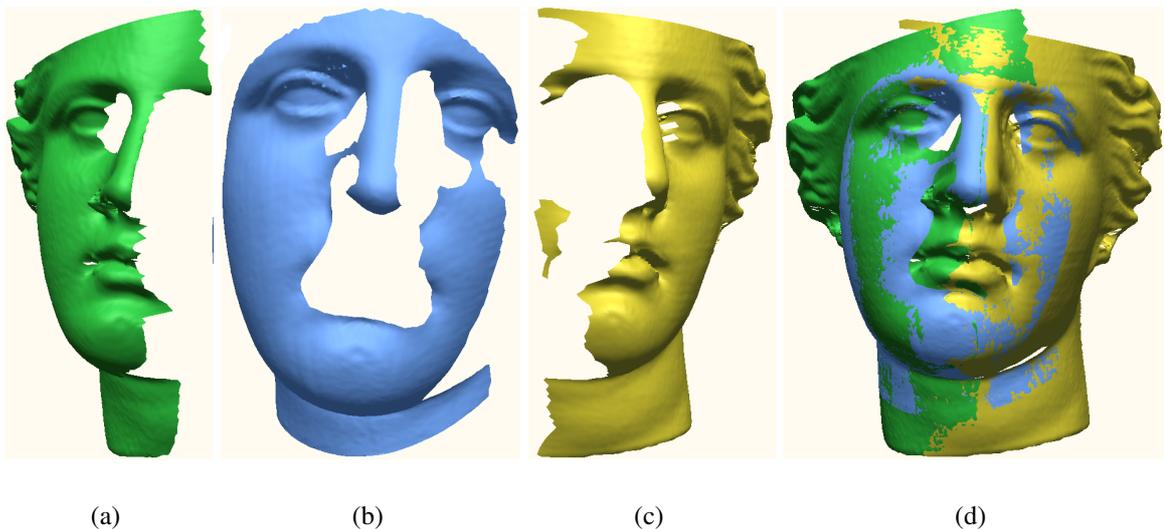
L'approche classique pour déterminer  $T$  repose sur la sélection de points de contrôle. Les équations inverses de calibration des capteurs permettent de définir une fonction de correspondance  $C$  entre le pixel d'une image et sa position dans l'espace. Si  $\mathbf{q}$  est un point dont les coordonnées sont exprimées dans le référentiel de la deuxième prise de vue alors  $C(\mathbf{q})$  est le pixel de la deuxième image correspondant au point de l'espace qui est le plus proche de  $\mathbf{q}$ . Pour établir  $T$ , des points de contrôle sont sélectionnés dans la première image. Les points correspondants sont associés à ces points de contrôle dans la seconde image. La transformation  $T$  est alors définie

en minimisant la fonction de coût suivante :

$$f_c(T) = \sum_{\mathbf{p}} d(T(\mathbf{p}), C(T(\mathbf{p}))) \quad (2.10)$$

où  $d$  représente la distance euclidienne en trois dimensions.

Cette technique est particulièrement utilisée dans le cas où l'objet est composé de formes simples. Elle permet notamment d'établir les alignements entre des données tridimensionnelles et une image. L'objectif des recherches à ce sujet est l'optimisation de la fonction de coût. C'est notamment le cas de l'algorithme de recherche itérative du point le plus proche (*Iterative Closest Point*) établi par Besl [Besl and McKay, 1992]. Les auteurs cherchent à minimiser le calcul de la mesure des moindres carrés effectuée sur la distance métrique correspondant aux six paramètres de la transformation. La Figure 2.18 montre un exemple de mise en correspondance de trois maillages.



**Figure 2.18** – Les différentes parties du mannequin en (a), (b) et (c) sont mises en correspondance et pour donner le modèle en (d). Notons que les maillages sont toujours indépendants après la mise en correspondance, ils se recouvrent uniquement.

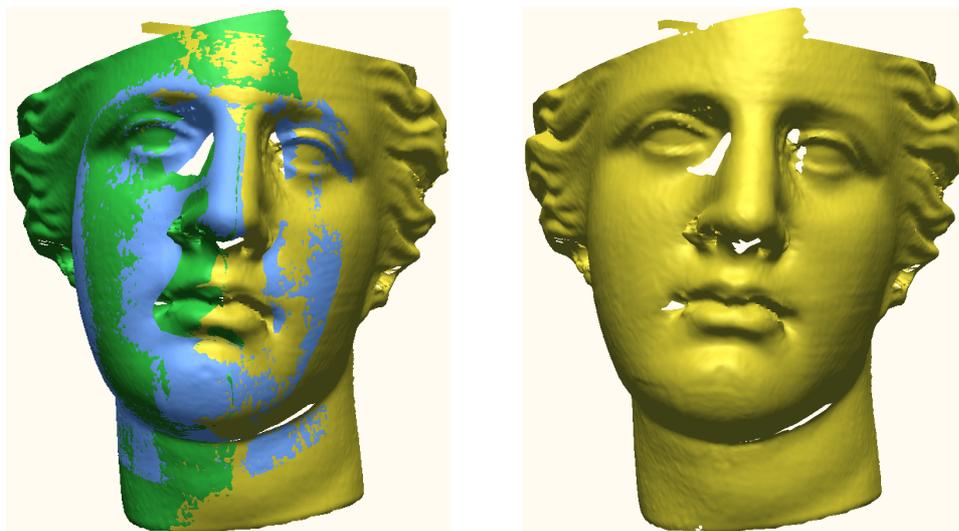
Il existe une multitude de méthodes pour la mise en correspondance de surfaces ou de nuages de points. Les approches plus connues, en plus de celle présentée ici, sont *Splash* [Stein and Medioni, 1992], *Iterated point matching* [Zhang, 1994], *Point Signatures* [Chua and Jarvis, 1994], *Spin Images* [Johnson and Hebert, 1999].

### 2.4.2 Fusion

Une fois que toutes les données sont exprimées dans un unique référentiel, celui du modèle, les parties des surfaces qui se superposent doivent être fusionnées. Cette opération génère un seul et unique modèle triangulaire. Les méthodes d'intégration de plusieurs images de profondeur peuvent être classées en deux catégories : structurées et non structurées.

Dans le cas des intégrations non structurées, les surfaces polygonales sont calculées directement à partir d'un jeu de points tridimensionnels non organisés. La triangulation de Delaunay a été l'un des premières méthodes utilisant la position des points pour contruire un maillage [Boissonnat, 1984]. L'algorithme de Hoppe [Hoppe et al., 1992; Hoppe, 1994] permet de calculer un maillage à partir de points non organisés. Il détermine une fonction qui estime une distance géométrique signée entre un jeu de points et une surface. À partir de cette fonction, il définit le maillage en optimisant l'algorithme des *marching cubes* [Lorensen and Cline, 1987]. La Figure 2.19 montre un exemple de fusion des trois surfaces mises en correspondances précédemment.

La fusion structurée utilise les informations sur les acquisitions des points comme les propriétés de voisinage. Il faut dans un premier temps déterminer les zones des surfaces communes aux images de profondeur pour les effacer et réajuster les maillages. La seconde étape définit les nouvelles faces triangulaires qui permettent de relier les différents maillages. Pour en savoir plus sur la fusion et la reconstruction de maillages, nous recommandons les articles suivants : [Turk and Levoy, 1994; Hilton et al., 1996; Pulli et al., 1997; Amenta et al., 1998; Whitaker, 1998; Bernardini et al., 1999].



(a)

(b)



(c)

**Figure 2.19** – Les maillages mis en correspondance en (a) sont fusionnés pour créer un seul et unique maillage en (b). Nous voyons en (c) nettement la “couture” au niveau du nez entre les différents maillages.

# Chapitre 3

## Mesure de déviations et comparaison entre modèles 3D

Ces dernières années, beaucoup de méthodes de simplification ou de compression de modèles 3D sont apparues. Ces techniques ont pour but de réduire la complexité d'un maillage en réduisant le nombre d'informations contenues dans le modèles 3D. Mais la réduction de ces données engendre inévitablement une perte d'information.

Dans un premier temps, nous allons voir que les techniques de simplification utilisent différentes mesures d'erreur afin de contrôler et d'améliorer la qualité et la précision du modèle simplifié. Marc Toubin [Toubin, 2000] a développé une méthode permettant de conserver les données importantes d'un modèle, sélectionnées par un utilisateur. Nos travaux font suite à ceux de Marc Toubin, et nous avons mis en place un outil permettant de caractériser sa méthode de simplification. Les travaux que nous allons présenter dans ce chapitre peuvent être utilisés dans un cadre plus général où le but est d'évaluer la précision d'un modèle simplifié et ainsi de caractériser une méthode de simplification.

Dans un second temps, nous verrons qu'il existe très peu de méthodes de comparaison de maillages ou de mesures de la qualité de simplification qui gèrent les attributs d'apparence. Ensuite, nous présentons une mesure générique, appelée **mesure de déviation d'attribut**, permettant la mesure de différence entre les attributs de deux maillages. Les principaux avantages de notre méthode de comparaison sont les suivants :

- **Généralité** : la méthode gère les maillages contenant des attributs géométriques et des attributs d'apparence. De plus, la mesure de déviation d'attribut est indépendante du point de vue.

- **Localité** : la mesure est effectuée pour des points donnés sur la surface du maillage de référence. La résolution de la mesure peut être augmentée par une technique de discrétisation de surface.
- **Applications** : la mesure est adaptée pour les modèles numériques de scènes réelles et pour les modèles de synthèse. La méthode de comparaison de maillages peut être utilisée dans de nombreuses applications : simplification de maillages, rétro-conception (comparaison d'un modèle CAO et d'un modèle numérique de l'objet réel), segmentation de maillages (filtrage, lissage), applications médicales (comparaison entre différentes acquisitions numériques)...

### 3.1 Mesures d'erreur de simplification

Dans cette partie, nous laissons de côté les mécanismes et approches pour la simplification de maillages, mais nous nous intéressons à un élément crucial : la mesure de la qualité du maillage simplifié. La façon dont est mesurée l'erreur pendant et après le processus de simplification peut avoir un impact considérable sur le résultat visuel et l'utilité des modèles simplifiés. Pour certains algorithmes, la mesure d'erreur peut impliquer des constructions géométriques complexes, et la minimisation de l'erreur peut demander la résolution de problèmes algébriques non triviaux. Dans ce paragraphe, nous examinerons les principales mesures d'erreur utilisées durant le processus de simplification. Les techniques et algorithmes de simplification de maillages seront présentées dans le chapitre suivant.

Avant de discuter en profondeur des mesures d'erreur de simplification, nous devons examiner les raisons qui motivent ces mesures. Dans les domaines où les niveaux de détail d'un modèle sont créés manuellement, la seule "mesure" d'erreur est le jugement de la personne qui crée le modèle. Cette personne décide comment créer une version simple d'un modèle détaillé pour que celui-ci apparaisse de manière correcte. Cette technique permet une estimation de l'erreur qui fait intervenir le système visuel humain et l'intuition humaine qui ne permet absolument aucune mesure objective et encore moins quantitative. Cette mesure humaine d'erreur implique un travail intensif et n'est appropriée que pour la création d'un faible nombre de niveaux de détail. Ils existent plusieurs raisons pour le développement de mesures quantitatives de l'erreur de simplification dans le domaine de la simplification automatique.

De la même manière qu'une personne utilise des critères visuels pour décider de la meilleure façon de créer une version simplifiée d'un modèle, un algorithme de simplification a besoin de prendre des décisions sur la meilleure façon de simplifier un modèle. Comme nous le verrons

dans le chapitre suivant, beaucoup d’algorithmes de simplification ressemblent à un problème d’optimisations imbriquées. L’optimisation externe est souvent un processus glouton qui choisit la meilleure opération de simplification à appliquer. L’optimisation interne cherche à rendre possible chaque opération de simplification. Une mesure fiable et quantitative d’erreur est utile pour chacun de ces problèmes d’optimisation. Dans le problème de l’optimisation externe, nous avons un très grand nombre d’opérations possibles de simplification, et nous voulons choisir la “meilleure” de ces opérations à appliquer au modèle. Pour beaucoup d’algorithmes, la meilleure opération est définie par une mesure d’erreur de simplification. Plus la mesure d’erreur de simplification est bonne et plus cette erreur est maîtrisée, meilleurs seront les choix faits durant le processus de simplification. Bien que le processus glouton ne garantisse pas des résultats optimaux, l’expérience montre que de meilleurs choix améliorent la qualité de la simplification. Optimiser une mesure d’erreur appropriée dans le problème de l’optimisation interne améliore la qualité des choix disponibles pour l’optimisation externe. Ainsi, l’utilisation d’une bonne mesure d’erreur ici peut aussi améliorer la qualité finale du résultat de la simplification.

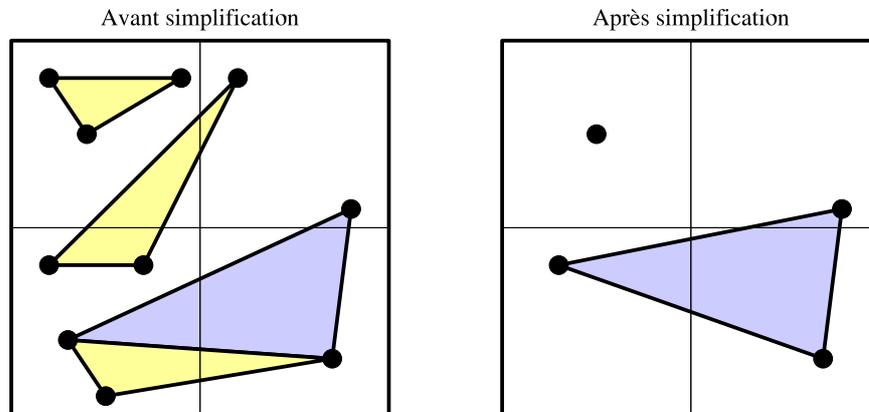
Nous allons maintenant présenter quelques mesures d’erreur de simplification proposées dans la littérature. Un très grand nombre de méthodes de simplification de maillages a été publié [Cignoni et al., 1998a], et nous ne pouvons discuter que d’une partie d’entre elles. Le but ici n’est pas de fournir une description détaillée des diverses méthodes de simplification, mais de comprendre leurs mesures d’erreurs et comment ces mesures sont appliquées.

### 3.1.1 Grille spatiale

L’approche la plus simple pour mesurer l’erreur d’un modèle simplifié est de mesurer les distances entre les sommets du modèle original et ceux du modèle simplifié. Le choix des correspondances sommet-à-sommet et celui des opérations de simplification déterminent la précision du résultat. Dans certains cas, où des opérations topologiques sont appliquées, bien que les sommets soient inchangés, la surface a été modifiée. Si nous mesurons la distance sommet-à-sommet, nous obtiendrons une distance nulle, alors que la distance aux points intérieurs de la surface est plus grande. Cette technique est surtout utilisée par les méthodes par groupement de sommets (*vertex clustering*).

Rossignac et Borrel [Rossignac and Borrel, 1993] ont proposé un algorithme rapide et robuste de groupement de sommets basé sur une grille uniforme. Une grille spatiale uniforme est superposée sur l’espace de la surface en entrée. Dans chaque cellule de la grille, tous les sommets sont fusionnés vers un sommet représentatif. Suite à cette opération, des faces peuvent être

dégénérées et sont alors supprimées. La Figure 3.1 montre un exemple simple où une grille spatiale uniforme est superposée à l'espace de la surface initiale. Dans chaque cellule de la grille, tous les sommets sont fusionnés en un sommet représentatif, qui peut être soit un sommet de la surface initiale soit une somme pondérée des sommets initiaux.



**Figure 3.1** – Les sommets de chaque cellule sont fusionnés en un sommet représentatif, laissant seulement une face et un sommet isolé.

Luebke et Erikson [Luebke and Erikson, 1997] réalisent une simplification en utilisant une grille hiérarchique sous forme d'un *octree*. L'arbre de sommets permet une adaptation des niveaux de détail dynamique et dépendante du point de vue. Cet algorithme rend la méthode de groupement de sommets encore plus générale en permettant à une hiérarchie simple de réaliser une simplification drastique à travers un environnement complet.

### 3.1.2 La distance maximale des plans supportants

Ronfard et Rossignac [Ronfard and Rossignac, 1996] utilisent l'algorithme glouton avec l'opérateur de contraction d'arête. Ils mesurent pour chaque contraction d'arête potentielle la distance maximale entre le sommet simplifié et chacun de ses plans supportants. Chaque sommet du maillage original a un plan supportant pour chaque face adjacente. Quand une arête est contractée, l'ensemble des plans supportants est l'union de l'ensemble des plans supportants des deux sommets de l'arête (les ensembles sont fusionnés et les plans dupliqués sont supprimés). Cet ensemble de plans grossit au fur et à mesure que les sommets simplifiés couvrent de plus en plus le maillage original. Cette erreur est écrite

$$E_v = \max_{p \in \text{plans}(v)} (p.v)^2 \quad (3.1)$$

avec  $v = (x, y, z, 1)$  et  $p = (n_x, n_y, n_z, h)$ .  $E_v$  est une mesure de distance totale plutôt qu'une distance incrémentale. Cette mesure peut sous-estimer l'erreur maximale entre les surfaces pour

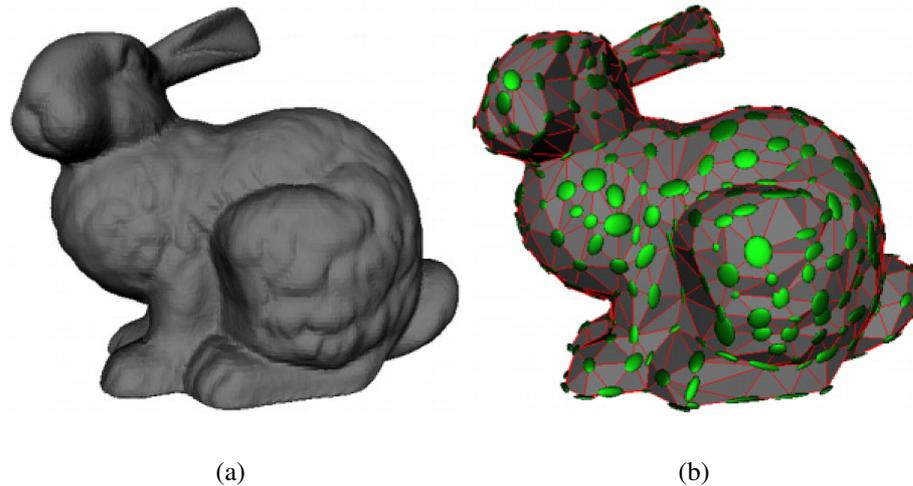
différentes raisons. Premièrement, la distance sommet-à-plan peut être pour certains plans beaucoup plus petite que la distance réelle avec les faces supportantes du maillage original, et la distance maximale sommet-à-plan peut ainsi être sous-estimée. De plus, la distance maximale entre deux surfaces n'est pas toujours mesurées à partir d'un des sommets simplifiés, mais souvent à partir de l'intérieur d'une face ou le long d'une arête. Ronfard et Rossignac utilisent un plan supplémentaire aux bords du maillage pour garantir que la limite mesurée ne soit pas supérieure à  $\sqrt{3}$  fois l'erreur maximale.

### 3.1.3 Les quadriques d'erreur

Garland et Heckbert [Garland and Heckbert, 1997] suivent une approche similaire. Cependant ils modifient la mesure d'erreur de Ronfard et Rossignac pour la rendre plus rapide et plus compacte en mémoire. De plus, ils étendent cette application aux opérations de paires de sommets, ce qui permet de fusionner des sommets proches mais non adjacents afin de produire un changement topologique. Cette fusion topologique a des bénéfices qualitatifs et quantitatifs, en réduisant le nombre de faces pour une limite d'erreur donnée. La mesure des quadriques d'erreur remplace le maximum des carrés des distances sommet-à-plan utilisé précédemment, par la somme des carrés des distances sommet-à-plan :

$$E_v = \sum_{p \in \text{planes}(v)} (p \cdot v)^2 = \sum_p (v^T p)(p^T v) = v^T \left[ \sum_p (pp^T) \right] v = v^T \sum_p Q_p v = v^T Q_v v \quad (3.2)$$

En faisant la substitution initiale du maximum par la somme, et quelques manipulations algébriques, nous voyons que la contribution d'un plan  $p$  à l'erreur  $E_v$  est  $Q_p$ , qui est de forme quadratique, et représente une surface quadrique de forme ellipsoïdale appelée **quadrique d'erreur**. Cette forme quadratique est une matrice symétrique 4x4, calculée avec  $pp^T$ , et est représentée par 10 nombres réels uniques. La contribution de multiples plans est calculée en ajoutant leur matrice, par exemple en ajoutant tous les  $Q_p$  pour obtenir  $Q_v$ . Ainsi, comme deux sommets sont combinés durant la simplification, la quadrique d'erreur du nouveau sommet est calculée comme la somme des quadriques des deux précédents sommets. L'erreur est évaluée en multipliant la matrice  $Q_v$  et le vecteur  $v$ , puis en prenant le produit scalaire du résultat avec  $v$ . Ainsi, ni l'occupation mémoire, ni les besoins en calcul ne grossissent au fur et à mesure de la progression de la simplification. Les arêtes aux bords du maillage sont conservées en incorporant des plans perpendiculaires à ces arêtes. De plus, il est possible de choisir le nouveau sommet  $v_n$  de manière à minimiser  $E_v$  en résolvant un petit système d'équations linéaires. La Figure 3.2 montre un exemple de modèle simplifié en utilisant la mesure des quadriques d'erreur.

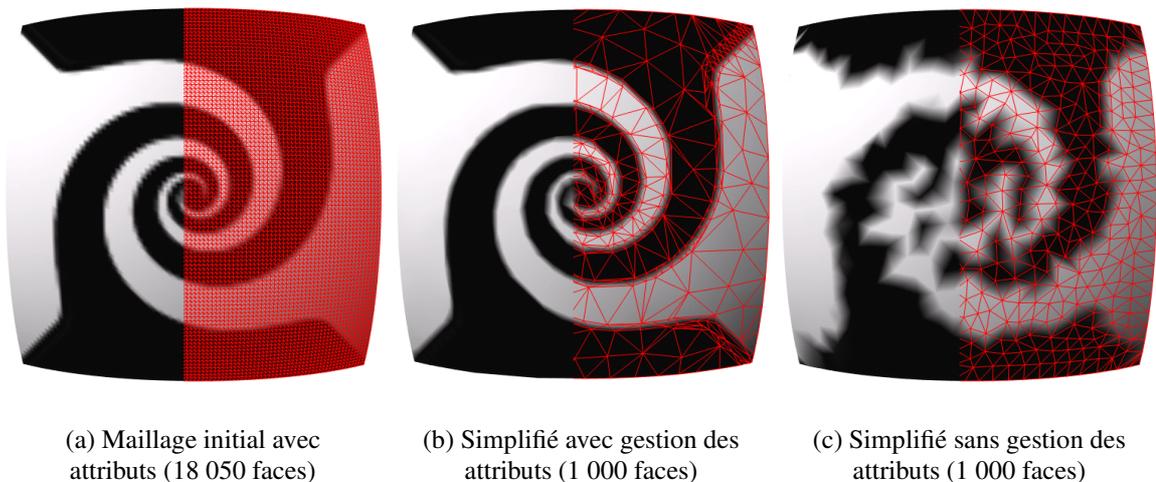


**Figure 3.2** – Simplification de maillage avec les quadriques d’erreur. Le modèle original Bunny avec 69 451 faces est montré en (a). Une approximation du modèle avec 1 000 faces est montré en (b) où chaque quadrique d’erreur formant une ellipsoïde est représentée en vert pour chaque sommet [Garland and Heckbert, 1997].

Lindstrom et Turk [Lindstrom and Turk, 1998; Lindstrom and Turk, 1999] proposent une solution différente pour le calcul du nouveau sommet  $v_n$ . Ils contraignent le choix de  $v_n$  de manière à préserver le volume formé par la surface. De plus, ils choisissent de ne pas enregistrer une quadrique par sommet mais calculent les contractions d’arête en se basant uniquement sur une erreur incrémentale. Ainsi, la quadrique d’un sommet simplifié est définie par les plans des faces du voisinage dans la résolution simplifiée actuelle. Les auteurs ont démontré que cette approche de simplification “sans mémoire” produit toujours de bons résultats quantitativement.

De nos jours, beaucoup de modèles 3D comprennent non seulement des coordonnées géométriques mais aussi d’autres attributs. Les couleurs, normales et coordonnées de texture sont les attributs les plus communs. Différentes approches pour gérer les attributs d’apparence sont possibles dans le domaine des quadriques d’erreur. Garland et Heckbert [Garland and Heckbert, 1998] proposent l’utilisation de quadriques de dimensions supérieures pour gérer et minimiser l’erreur de modèles avec attributs. Par exemple, un modèle avec 3 coordonnées de sommet, 3 valeurs de couleur, 3 coordonnées de normale, et 2 coordonnées de texture utiliserait des quadriques opérants dans un espace à 11 dimensions. Ceci est une approche élégante qui étend directement les mécanismes des quadriques dans un espace géométrique aux attributs. Hoppe [Hoppe, 1999; Hoppe and Marschner, 2000] a proposé une approche différente basée sur les quadriques en séparant l’erreur géométrique et l’erreur d’attribut. Avec cette formulation, il a démontré que non seulement cette approche requiert moins de mémoire et de calcul, mais qu’elle produit des résultats visuellement meilleurs.

La Figure 3.3 montre un exemple de deux mesures d'erreur de simplification. Le maillage original (Fig. 3.3(a)) est une surface bombée avec un attribut de couleur défini en chaque sommet. L'algorithme utilisé sur la figure 3.3(b) gère les attributs d'apparence et l'algorithme utilisé sur la figure 3.3(c) ne les gère pas. Sur cette dernière figure nous voyons clairement que l'aspect du modèle est fortement altéré. Il est donc nécessaire de mettre en oeuvre des algorithmes de simplification complets qui prennent en considération tous les attributs qui caractérisent la surface à simplifier. Notons que dans toutes les approches qui incorporent les attributs dans les quadriques, les valeurs de couleurs et de textures sont bornées, les valeurs de normales sont normalisées et le recouvrement de texture n'est pas pris en compte.

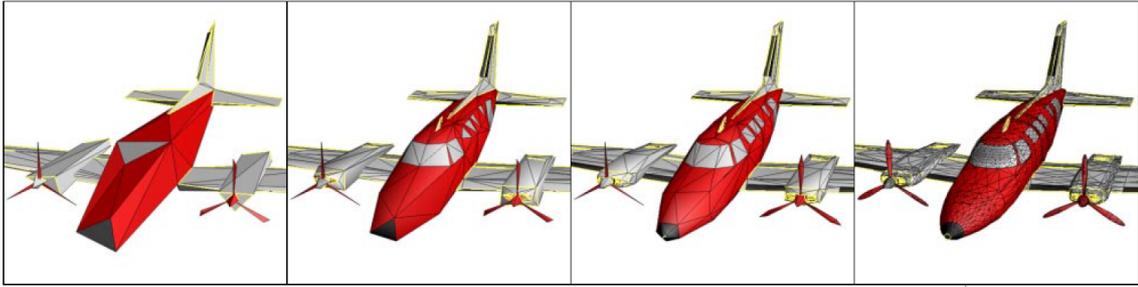


**Figure 3.3** – Exemple de simplifications de maillage. L'algorithme de simplification utilisé en (b) gère les attributs d'apparence alors que celui utilisé en (c) ne les gère pas

### 3.1.4 Optimisation de maillages et maillages progressifs

L'algorithme très connu des maillages progressifs de Hoppe [Hoppe, 1996] produit des niveaux de détail continus. Ce schéma ne produit pas un petit nombre discret de niveaux de détails, mais plutôt un spectre continu de détails, représenté par un maillage de base et une série d'opérations de raffinement. Ces opérations de raffinement permettent le stockage, le rendu et la transmission de maillages de manière progressive. Ces opérations supportent aussi des transformations lisses (*geomorph*) entre les niveaux de détail.

L'algorithme des maillages progressifs suit un algorithme glouton de contraction d'arête, minimisant une fonction d'énergie avec chaque contraction d'arête. Bien que le processus d'optimisation haut-niveau diffère de l'algorithme d'optimisation de maillage [Hoppe et al., 1993], les



**Figure 3.4** – La représentation en maillage progressif crée une famille de résolutions continues de maillages approximatifs. La figure montre respectivement le maillage de base (150 faces), deux résolutions intermédiaires (500 et 1000 faces), et le maillage original (13546 faces) [Hoppe, 1996].

deux algorithmes partagent la même mesure d’erreur géométrique. Pour une contraction d’arête proposée, la procédure suivante est appliquée :

1. Choisir une position initiale pour le nouveau sommet  $v_n$  (e.g. un sommet de l’arête ou un point au milieu de l’arête).
2. Pour chaque sommet original, le projeter sur le point le plus proche sur les faces simplifiées.
3. Optimiser la position de  $v_n$  pour minimiser la somme du carré des distances entre les paires de points projetés (résolution d’un problème linéaire de moindres carrés).
4. Recommencer les étapes 2 et 3 jusqu’à ce que l’erreur converge.

Dans certain cas, le système ne convergera pas car la position optimale du sommet peut être à l’infini. Ceci est possible car la mesure sommet-à-surface est une approximation unilatérale de la distance surface-à-surface plutôt qu’une distance bilatérale. Pour corriger ce problème, Hoppe ajoute le terme d’énergie “de ressort” à la fonction géométrique. Conceptuellement, toutes les arêtes autour de  $v$  jouent le rôle de ressorts, appliquant chacun une force qui tire  $v$  vers ses sommets voisins. La force de ces ressorts est diminuée quand le nombre d’échantillons projetés sur les faces adjacentes à  $v$  augmente. Ainsi, les forces sont plus fortes au démarrage du processus de simplification, et diminuent par la suite.

L’algorithme des maillages progressifs a aussi introduit la première gestion sophistiquée des attributs. Les contractions d’arêtes sont ordonnées avec la fonction d’énergie suivante :

$$E(\mathcal{M}) = E_{dist}(\mathcal{M}) + E_{ressort}(\mathcal{M}) + E_{scalaire}(\mathcal{M}) + E_{disc}(\mathcal{M}) \quad (3.3)$$

$E_{dist}$  et  $E_{ressort}$  font référence aux termes d’énergie d’erreur géométrique et de ressort décrits précédemment.  $E_{scalaire}$  réfère aux distances de couleurs et autres valeurs scalaires d’attributs. Ces distances sont optimisées en utilisant les correspondances entre points déterminées pour

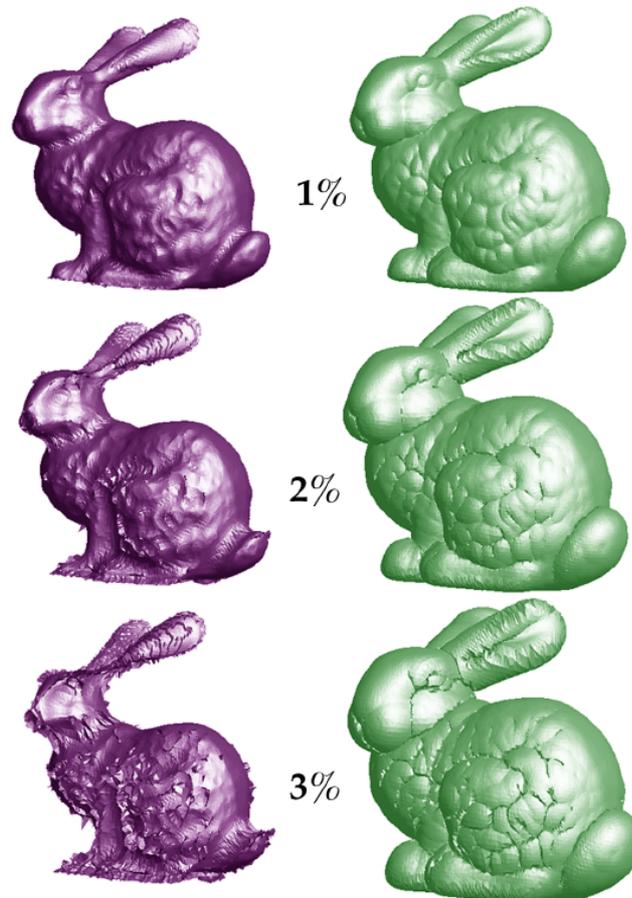
l'erreur géométrique, et n'affectent pas le processus itératif de recherche de ces correspondances. Un autre problème linéaire de moindres carrés est résolu pour déterminer les valeurs scalaires des attributs en  $v_n$ . L'algorithme préserve aussi les lignes de discontinuité dans les champs d'attributs (*e.g.* changement de normales, changement de couleurs du maillage) en assignant une pénalité  $E_{disc}$  aux valeurs finales d'erreur des opérations altérant la discontinuité.

### 3.1.5 Les enveloppes de simplification

L'algorithme des enveloppes de simplification [Cohen et al., 1996] utilise une mise en file d'attente haut-niveau pour calculer chaque niveau de détail. Les auteurs utilisent une méthode intuitive pour limiter la déviation géométrique maximale entre la surface originale et la surface simplifiée. Premièrement, deux surfaces d'enveloppe interne et externe sont créées englobant la surface originale. Ces enveloppes sont des surfaces décalées modifiées, construites en déplaçant les sommets originaux d'une distance inférieure ou égale à  $\varepsilon$  le long des normales. Certains sommets sont déplacés d'une distance inférieure à  $\varepsilon$  pour empêcher les intersections entre les polygones de l'enveloppe. Par construction, tous les points à l'intérieur des enveloppes sont à une distance maximale  $\varepsilon$  de la surface originale. La Figure 3.5 montre un exemple d'enveloppes de simplification pour différentes valeurs de  $\varepsilon$ .

Les données en entrée de l'algorithme sont un maillage triangulaire et une tolérance d'erreur ; les données en sortie sont un maillage simplifié avec une erreur maximale la plus proche possible de la tolérance sans jamais la dépasser. Cet algorithme place tous les sommets en file d'attente pour suppression, et essaie une opération de suppression de sommet pour chacun d'eux, remplissant le trou résultant par une méthode d'insertion de triangles. Si un triangle candidat intersecte la surface d'une enveloppe (ou le reste de la surface simplifiée), l'opération n'est pas valide et ne sera pas utilisée pour remplir le trou. Le processus est appliqué itérativement jusqu'à ce qu'aucun sommet restant puissent être supprimé avec succès.

L'aspect intéressant de cet algorithme est qu'il calcule une distance globale utilisant uniquement des tests d'intersection, où on n'a que peu d'information sur l'erreur mesurée à partir des faces excepté qu'elle ne dépasse pas la tolérance d'erreur donnée. Ainsi cet algorithme est dit non-optimisant dans la terminologie des techniques de simplification [Luebke et al., 2003]. La tolérance d'erreur peut être spécifiée pour chaque sommet individuellement, plutôt que pour le modèle entier, générant ainsi une surface avec une limite d'erreur variant le long de celle-ci. Ceci peut être utilisé par exemple pour favoriser des régions avec une importance perceptuelle plus grande.



**Figure 3.5** – Les surfaces des enveloppes internes et externes pour le modèle “Bunny” à trois valeurs différentes de tolérance d’erreur  $\varepsilon$  [Cohen et al., 1996].

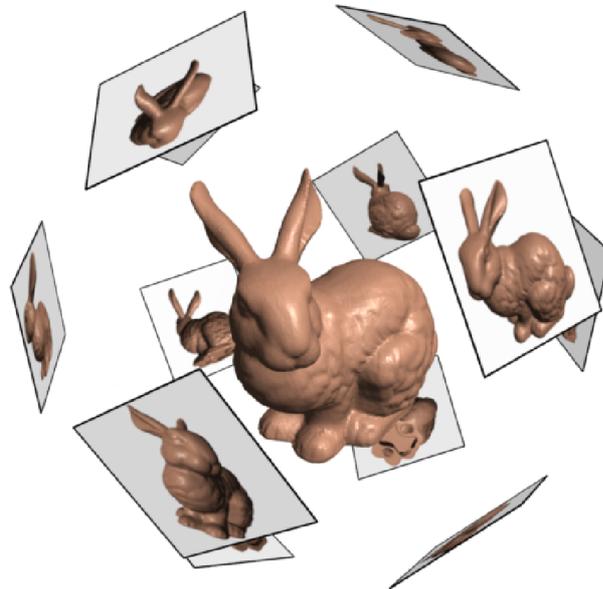
Comme l’algorithme des enveloppes de simplification, la méthode de Guéziec [Guéziec, 1995; Guéziec, 1999] utilise une approche de volume englobant pour mesurer l’erreur de simplification. Cependant, ces volumes d’erreur sont mesurés localement et grossissent itérativement. Ceci rend l’approche plus efficace pour l’adaptation de l’erreur pour chaque opération, et permet aussi de produire une progression continue des niveaux de détail avec une qualité garantie.

### 3.1.6 La mesure d’erreur sur les images de rendu

Toutes les mesures d’erreur présentées jusqu’à maintenant ont été calculées dans l’espace géométrique de l’objet ou des attributs, avec pour espoir de traduire éventuellement ces limites en une mesure ayant un sens dans l’espace de l’image. Après tout, ce que nous cherchons parfois à optimiser est l’apparence visuelle des modèles que nous voyons affichés en tant qu’images. Lindstrom et Turk [Lindstrom and Turk, 2000] prennent une approche plus directe en calculant le rendu du modèle pour évaluer la qualité du modèle en sortie de la simplification. Ils

utilisent un algorithme haut-niveau paresseux, avec un schéma de contraction d'arête dirigé par une queue de priorité. Le placement des nouveaux sommets pour les contractions d'arête est purement géométrique, et est basé sur l'algorithme sans mémoire [Lindstrom and Turk, 1998]. Les auteurs utilisent une mesure d'erreur dans l'espace de l'image de rendu pour calculer la priorité des contractions d'arête dans la file d'attente.

Lindstrom et Turk mesurent l'erreur pour les opérations de simplification en calculant plusieurs rendus de l'objet en utilisant des caméras virtuelles placées aux 20 sommets d'un dodécaèdre (voir Figure 3.6). Chaque caméra permet de calculer le rendu du modèle original et du modèle simplifié à partir d'un point de vue fixe. L'erreur quadratique moyenne (RMS) de la luminosité des pixels est calculée entre les deux ensembles de pixels de toutes les caméras. L'erreur RMS est la clef des contractions d'arête dans la queue de priorité.



**Figure 3.6** – Simplification basée sur l'image en utilisant des caméras virtuelles entourant l'objet. Les points de vue et orientations des vues sont distribués uniformément [Lindstrom, 2000].

Cette approche a un certain nombre d'avantages. Elle incorpore naturellement les erreurs visuelles dues à de nombreuses sources, telles que la modification de la silhouette, la déviation des couleurs, normales, et coordonnées de texture. Elle prend en compte aussi le contenu de l'image de texture et le mode d'ombrage utilisé pour le rendu (comme le rendu plat ou le rendu de Gouraud).

La mesure d'erreur sur les images de rendu est donc excellente d'une certaine façon pour mesurer l'erreur de simplification. Cependant, la simplification basée sur l'image a aussi des inconvénients. L'algorithme est significativement plus lent que les algorithmes géométriques, car le

calcul de rendu de multiples images pour chaque contraction d'arête est une manière intrinsèquement coûteuse pour mesurer l'erreur. Comme le nombre de caméras et leurs positions sont fixes, l'algorithme peut engendrer de mauvais choix d'opération de simplification résultant du sous-échantillonnage de l'espace visuel autour du modèle, où même à l'intérieur du modèle.

## 3.2 Mesures d'erreur entre deux maillages

Comme il a été présenté brièvement dans le paragraphe précédent, il existe plusieurs mesures d'erreur entre deux maillages permettant d'évaluer la différence entre ces maillages. Plusieurs éléments clefs sont communs aux mesures d'erreurs de simplification. La plupart de ces mesures incluent une mesure d'erreur géométrique dans l'espace-objet. Les algorithmes d'affichage multirésolution temps réel utilisent généralement une mesure de distance dans l'espace-écran (c'est-à-dire avec les images de rendu des scènes 3D à comparer). De plus, beaucoup d'algorithmes modernes de simplification incluent des mesures d'erreur sur les attributs comme ceux de couleur, de normale et de coordonnée de texture. Ces mesures d'erreur géométrique et d'attribut peuvent être combinées de plusieurs façons pendant le processus de simplification. Nous discutons dans cette partie des éléments clefs des mesures d'erreur des méthodes de simplification actuelles.

### 3.2.1 Erreur géométrique

Les maillages que nous voyons en informatique graphique sont inclus dans un espace-objet 3D, et leurs sommets sont spécifiés par des coordonnées 3D. Simplifier un maillage réduit le nombre de sommets, et change ainsi la forme de la surface résultante. Mesurer et minimiser une erreur géométrique 3D pendant la simplification permet de préserver la forme originale de la surface le mieux possible. Si nous considérons la préservation de la forme dans l'espace-écran, cela aide l'objet à couvrir les pixels pertinents sur l'écran et à maintenir une silhouette correcte.

La géométrie euclidienne définit une mesure de distance entre deux points. Soit deux points  $p_1 = (x_1, y_1, z_1)$  et  $p_2 = (x_2, y_2, z_2)$ , la distance  $d$  entre ces points est

$$d(p_1, p_2) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}. \quad (3.4)$$

Cependant, cette mesure ne peut être utilisée directement pour estimer la distance entre deux surfaces. Nous pouvons assimiler chaque surface à un ensemble infini de points. Trouver alors la distance entre deux surfaces revient à trouver des paires de points en correspondance, à calculer

leurs distances, et à mettre en forme les résultats. En pratique, nous pouvons utiliser la nature polygonale de nos surfaces pour n'utiliser qu'un petit ensemble fini de points. Nous pouvons aussi calculer des limites ou des estimations des distances plutôt que d'utiliser beaucoup de points de mesures.

### 3.2.1.1 Distance de Hausdorff

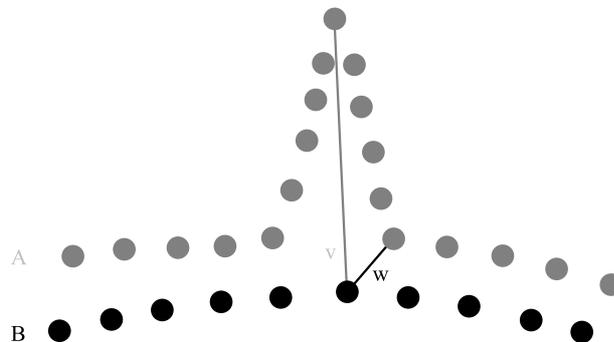
La distance de Hausdorff est un concept très connu de la topologie, utilisée en traitement d'image, modélisation de surface, et un grand nombre d'autres applications [Borouchaki, 1999]. La distance de Hausdorff est définie pour un ensemble de points, mais peut s'appliquer aux surfaces car une surface peut être représentée par un ensemble continu de points. Étant donné deux ensembles de points  $A$  et  $B$ , la distance de Hausdorff est définie comme le maximum des minimums des distances entre les points des deux ensembles. En d'autres termes, pour tous les points de l'ensemble  $A$ , les points les plus proches dans l'ensemble  $B$  sont trouvés, et vice versa. La distance entre toutes ces paires de points les plus proches est calculée, le maximum est pris comme résultat. On définit la distance de Hausdorff comme :

$$H(A, B) = \max(h(A, B), h(B, A)) \quad (3.5)$$

où

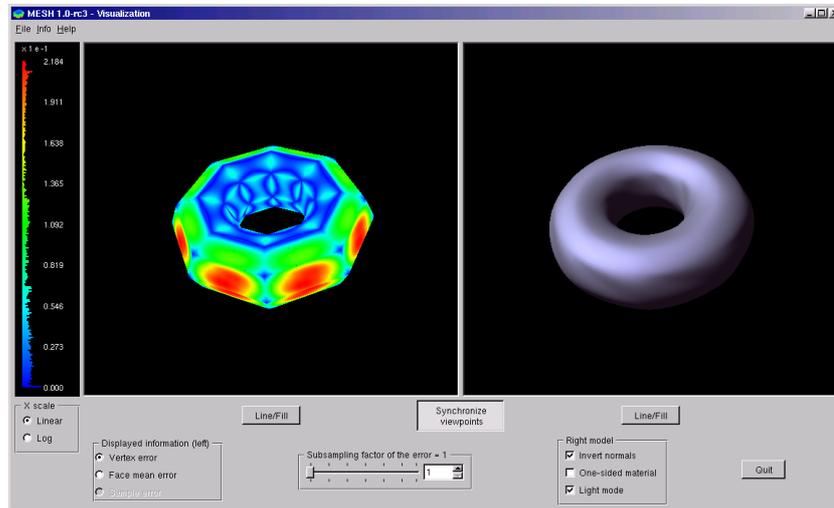
$$h(A, B) = \max_{a \in A} \min_{b \in B} \|a - b\| \quad (3.6)$$

avec  $\|\cdot\|$  la norme euclidienne d'un vecteur. La fonction  $h(A, B)$ , appelée distance unilatérale, n'est pas symétrique. Chaque point dans  $A$  est associé à un seul point de  $B$ , mais il peut y avoir des points dans  $B$  non associés. Donc,  $h(A, B) \neq h(B, A)$ . La distance de Hausdorff (ou distance bilatérale) est construite pour être symétrique en considérant les deux distances unilatérales, et en en prenant le maximum (voir Figure 3.7).



**Figure 3.7** – La distance de Hausdorff entre deux ensemble de points. Les distances unilatérales sont  $h(A, B) = \|v\|$  et  $h(B, A) = \|w\|$ . La distance de Hausdorff est  $H(A, B) = \max(\|v\|, \|w\|) = \|v\|$ .

Aspert *et al.* [Aspert et al., 2002] propose une implémentation de la distance de Hausdorff dans le logiciel MESH<sup>1</sup>. Ce logiciel mesure les distortions géométriques entre deux maillages triangulaires. Il utilise la distance de Hausdorff pour calculer les erreurs maximales, moyennes et moyennes quadratiques (RMS) entre deux surfaces données. MESH fournit des résultats quantitatifs et permet aussi l’affichage des valeurs de l’erreur sur la surface (voir Figure 3.8).



**Figure 3.8** – Le logiciel MESH permet la comparaison géométrique entre deux maillages triangulaires en utilisant la distance de Hausdorff.

### 3.2.1.2 Distance de Cohen

La distance de Hausdorff est par construction la limite la plus précise possible de la distance maximale entre deux surfaces. Cependant, cette définition a quelques inconvénients quand on l’utilise dans l’étude de la simplification des maillages. Cette distance ne s’appuie pas sur un seul ensemble de points de correspondance entre les surfaces, mais repose plutôt sur deux ensembles différents de correspondances. De plus, chacun de ces ensembles de correspondance peut avoir des discontinuités, des régions de points sans correspondance, et des régions de points avec plusieurs correspondances. Ces limitations de la distance de Hausdorff rendent difficile la gestion des valeurs d’attribut entre la surface originale et la surface simplifiée.

Comme alternative, Cohen *et al.* [Cohen et al., 1998] propose de considérer une projection continue et bijective entre les deux surfaces, et de mesurer la distance par rapport à cette projection. Étant donnée une projection continue :

$$F : A \rightarrow B \quad (3.7)$$

<sup>1</sup><http://mesh.berlios.de>

la distance de projection est définie comme :

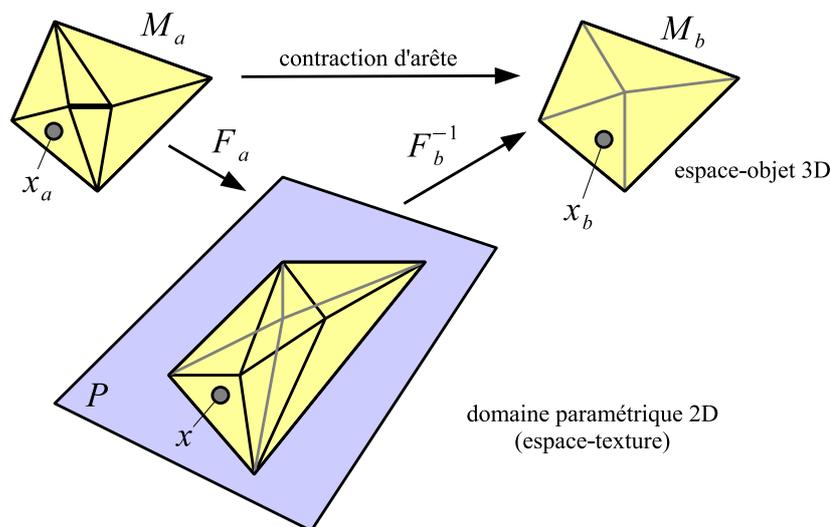
$$D(F) = \max_{a \in A} \|a - F(a)\| \quad (3.8)$$

Ainsi  $D$  est la distance entre les points de  $A$  et leurs correspondants dans  $B$ , où la correspondance est établie par la fonction de projection  $F$ . Si la projection est accomplie à travers les correspondances dans un domaine paramétrique 2D, comme une image de texture, cette distance de projection est appelée distance paramétrique. Une telle correspondance est illustrée en Figure 3.9. Dans ce cas, la distance peut être exprimée par :

$$D(F) = \max_{x \in P} \|F_a^{-1}(x) - F_b^{-1}(x)\| \quad (3.9)$$

Ici,  $x$  est un point dans le domaine paramétrique 2D et chacune des fonctions  $F^{-1}$  projette ce point 2D sur un maillage 3D, avant ou après une opération particulière de simplification.

Comme il y a beaucoup de projections, il y a beaucoup de distances de projection possibles. N'importe quelle fonction continue de projection  $F$  fournit une limite haute de la distance minimale de projection comme pour la distance de Hausdorff. Si notre but est de fournir une limite garantie sur l'erreur maximale durant un processus de simplification, n'importe quelle fonction peut accomplir cela. Cependant, si la limite est approximative, nous pourrions utiliser plus de faces que nécessaire pour fournir une qualité spécifiée. De même, si notre but est d'optimiser la qualité pour un budget fixe de faces, nous aimerions que la limite soit la plus précise possible pour assurer la meilleure qualité du rendu de la scène.



**Figure 3.9** – Correspondance établie dans un domaine paramétrique 2D. Les points  $x_a$  et  $x_b$  correspondent au même point  $x$  dans le domaine paramétrique [Cohen et al., 1998].

### 3.2.1.3 Metro

Metro [Cignoni et al., 1998b] est un outil destiné à mesurer la qualité des algorithmes de simplification qui utilise une mesure point-à-surface. Metro prend en entrée deux maillages triangulaires et une distance d'échantillonnage. Le premier maillage en entrée est échantillonné par des points régulièrement espacés sur sa surface. L'erreur géométrique est calculée en mesurant la distance de chacun des échantillons au point le plus proche sur le second maillage. Soit un point  $p$  et une surface  $S$ , l'erreur géométrique  $e(p, S)$  entre  $p$  et  $S$  est définie comme :

$$e(p, S) = \min_{p' \in S} d(p, p') \quad (3.10)$$

avec  $d(p, p')$  la distance euclidienne entre deux points.

Un grille spatiale uniforme permet d'accélérer la recherche du point le plus proche sur le second maillage pour un point donné. Le programme donne en sortie la distance maximale et moyenne entre le premier et le second maillage, et produit aussi un résultat visuel qui montre comment l'erreur est distribuée sur le maillage.

L'outil Metro est couramment utilisé pour évaluer les performances des algorithmes de simplification et de segmentation de maillage [Cignoni et al., 1998a; Lindstrom and Turk, 1999]. Cependant, Metro ne mesure que l'erreur géométrique.

### 3.2.1.4 Erreur maximale et moyenne

Avec la distance de Hausdorff et la distance de Cohen, on calcule la distance entre deux surfaces à partir du maximum de toutes les distances aux points de mesure. C'est une option qui présente des avantages, mais il existe aussi d'autres choix acceptables. Plutôt que de prendre le maximum des distances aux points (connu comme la norme  $L_\infty$ ), on peut aussi prendre la moyenne (la norme  $L_1$ ), la moyenne quadratique (la norme  $L_2$ ), ou encore d'autres combinaisons.

L'avantage de l'erreur maximale est qu'elle fournit ce qui est souvent appelé la limite garantie d'erreur. Pour certaines applications comme la visualisation scientifique ou médicale, il est important de savoir que l'erreur ne sera jamais plus élevée qu'une tolérance spécifiée.

Cependant, l'erreur moyenne peut être une indication de l'erreur le long de la surface entière qui ne prend pas en compte uniquement quelques mauvaises positions particulières. Dans certains cas, l'erreur maximale peut être 10 fois supérieure à l'erreur moyenne [Erikson, 2000]. Ainsi, un système qui se concentre uniquement sur la minimisation de l'erreur maximale peut ignorer les

augmentations importantes de l'erreur moyenne. Idéalement, un système doit faire un compromis entre les deux, comme limiter l'erreur maximale tout en empêchant que l'erreur moyenne augmente de manière incontrôlée. Actuellement, en pratique, on ne rencontre que rarement des systèmes s'appuyant sur ces principes.

### 3.2.2 Erreur d'attribut

Comme nous l'avons déjà vu précédemment, les attributs sont des éléments additionnels à la géométrie d'un maillage. Ces attributs, comme les couleurs, les normales et les coordonnées de texture, sont devenus des éléments essentiels des modèles utilisés actuellement (*e.g.* les modèles numériques de terrain).

Les algorithmes de simplification supportent les attributs de diverses manières. Certains algorithmes gèrent les attributs et mesurent l'erreur d'attribut engendrée par une opération de simplification. Une approche possible consiste à utiliser la même correspondance que la mesure de l'erreur géométrique pour déterminer quelles valeurs d'attribut comparer. Cette mesure d'erreur peut être utilisée pour guider un processus de simplification, ou pour mesurer la déviation des attributs du modèle simplifié par rapport aux attributs du modèle original. Dans la suite, nous allons voir brièvement comment mesurer l'erreur pour quelques attributs : couleurs, normales et coordonnées de texture.

#### 3.2.2.1 Couleurs

Les couleurs des modèles 3D sont généralement enregistrées comme un triplet  $(r, g, b)$  avec chacune des valeurs variant dans la fourchette  $[0, 1]$ . La manière la plus évidente de mesurer l'erreur de couleur est de considérer l'espace RGB comme un espace euclidien (dans lequel le rouge, le vert et le bleu forment la base vectorielle du système de coordonnées), et de calculer la distance RGB entre deux points correspondants comme :

$$d_{couleur} = \sqrt{(r_1 - r_2)^2 + (g_1 - g_2)^2 + (b_1 - b_2)^2} \quad (3.11)$$

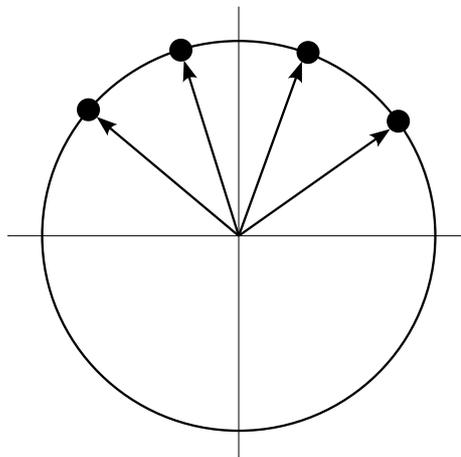
Un problème fréquemment ignoré avec cette approche est que l'espace RGB est perceptuellement non linéaire. Ainsi, des distances égales dans l'espace RGB apparaissent comme des distances différentes pour le système visuel humain. Il est cependant possible d'évaluer l'erreur dans un espace perceptuellement plus linéaire, comme l'espace CIE  $L^*u^*v^*$  [Rigiroli et al.,

2001]. Il existe de nombreuses autres métriques de l'espace couleur qu'il conviendrait d'explorer pour une application spécifique relative à cette attribut.

### 3.2.2.2 Normales

Les normales sont représentées par un vecteur unitaire 3D  $(n_x, n_y, n_z)$ . L'espace naturel des normales est une sphère gaussienne (une sphère de rayon unité centrée sur l'origine, voir Figure 3.10) dans laquelle chaque point représente une normale [do Carmo, 1976]. La mesure la plus adéquate pour la distance entre deux normales semble être la distance angulaire :

$$d_{normale} = \arccos((n_{1x}, n_{1y}, n_{1z}) \cdot (n_{2x}, n_{2y}, n_{2z})) \quad (3.12)$$



**Figure 3.10** – Quatre normales et leur points associés sur la sphère gaussienne.

### 3.2.2.3 Coordonnées de texture

Les coordonnées de texture pour les maillages sont représentées par un couple  $(u, v)$  qui définit une projection des sommets vers des points dans un espace 2D de texture. Comme pour l'espace de couleur, l'espace de texture utilise généralement des valeurs dans la fourchette  $[0, 1]$ .

Cependant, les valeurs  $u$  et  $v$  ne doivent pas être considérées comme indépendantes. La différence avec les autres attributs est que les coordonnées de texture sont destinées à décrire une bijection entre le maillage et l'espace de texture. Les processus de simplification prennent soin uniquement d'éviter les recouvrements de texture (qui apparaîtront sur le rendu comme un plaquage local "bizarre" de l'image de texture).

### 3.3 Comparaison de maillages

Les mesures précédentes sont utilisées par les systèmes de simplification. Or nous désirons réaliser un système de mesure de déviation entre deux maillages avec attributs. Ce système doit permettre de mettre en évidence les différences locales de la géométrie et des attributs entre les deux maillages, et de fournir une analyse quantitative de ces différences. Un outil de comparaison de maillages serait utile pour caractériser les algorithmes de simplification.

Différentes méthodes de comparaison de formes ou de maillages ont été proposées [Veltkamp and Hagedoorn, 1999; Veltkamp, 2001; Guézic, 2001]. La plus connue est la distance de Hausdorff qui renvoie une comparaison globale entre deux maillages (apparentée à une mesure de ressemblance). Cette méthode ne convient pas pour traiter notre cas car nous désirons déterminer les zones du maillage sensibles à la simplification, nous devons donc nous baser sur une mesure locale de comparaison.

Nous proposons une mesure de déviation locale des attributs entre deux maillages. Cette mesure est indépendante du point de vue et du type d'attribut. Nous considérons que les attributs sont des vecteurs dans l'espace euclidien définis à chaque point du maillage. Donc un point peut être représenté comme un vecteur composé de  $n$  vecteurs attribut  $(\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_n)$  où  $\mathbf{a}_i$  représente un vecteur attribut. Nous définissons une application  $\mathbf{f}_i(p) = \mathbf{a}_i$  qui renvoie le vecteur attribut  $\mathbf{a}_i$  associé au point  $p$ . Dans cette configuration, la position géométrique est un attribut essentiel des sommets. Les autres attributs sont dits attributs d'apparence car ils vont caractériser l'aspect ou les composantes physiques du maillage. Parmi ces attributs d'apparence, les plus connus sont les normales, les coordonnées de texture et la couleur diffuse. La comparaison de deux maillages que nous proposons repose donc sur la mesure de la différence entre les attributs de chaque maillage.

#### 3.3.1 Mesure de déviation d'attribut

Soient une surface  $S$  et un point  $p \in \mathbb{R}^3$ , la déviation  $d_i(p, S)$  de l'attribut  $\mathbf{a}_i$  du point  $p$  à la surface  $S$  est définie par :

$$d_i(p, S) = \|\mathbf{f}_i(p) - \mathbf{f}_i(N_S(p))\| \quad (3.13)$$

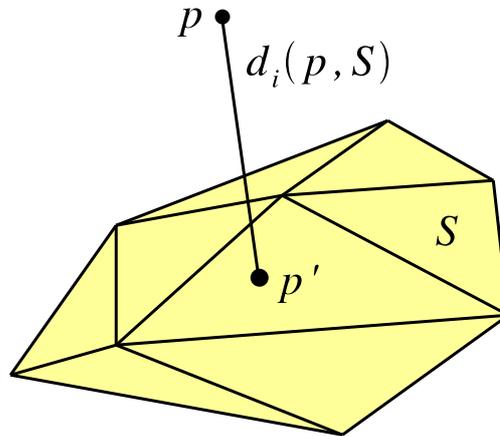
avec  $N_S(p) = p'$  le point le plus proche de  $p$  sur la surface  $S$  et  $\|\cdot\|$  représentant la norme euclidienne d'un vecteur. La déviation d'attribut  $d_i(p, S)$  est la distance entre l'attribut  $\mathbf{a}_i$  du point  $p$  et l'attribut  $\mathbf{a}'_i$  de  $p'$  sur la surface  $S$ . Plusieurs points sur la surface  $S$  peuvent être à la

même distance du point  $p$ . Dans ce cas, la déviation d'attribut est la distance minimale entre l'attribut  $\mathbf{a}_i$  de  $p$  et les attributs  $\mathbf{a}'_i$  des plus proches points de  $p$  sur  $S$ .

Le schéma de la mesure de déviation d'attribut est présenté en Figure 3.11. Cette mesure permet d'évaluer les différences locales entre les attributs de deux maillages. Soient deux maillages  $M_a$  et  $M_b$ , leurs surfaces respectives  $S_a$  et  $S_b$ , et un ensemble  $P$  de points  $\{p_j \mid p_j \in S_a \text{ et } j = 1, \dots, m\}$ , la déviation  $D_i$  de l'attribut  $\mathbf{a}_i$  entre  $M_a|_P$  et  $M_b$  est définie par :

$$D_i(M_a|_P, M_b) = \{d_i(p_j, S_b) \mid j = 1, \dots, m\} \quad (3.14)$$

La déviation d'attribut entre deux maillages utilise la mesure de déviation donnée par l'équation (3.13). Le maillage  $M_a$  est appelé **maillage de référence** et il est restreint à un ensemble de points pris sur sa surface qui constituent les points de mesure de la déviation d'attribut.



**Figure 3.11** – Schéma de mesure de la déviation  $d_i(p, S)$  des attributs  $\mathbf{a}_i$  entre un point  $p$  et une surface  $S$ . Le point  $p'$  représente le point le plus proche de  $p$  sur la surface  $S$ .

### 3.3.2 Discussion

La mesure de déviation d'attribut permet de mettre en évidence les différences locales entre deux maillages. Notons que cette mesure est guidée par la correspondance géométrique entre deux maillages (point sur une surface le plus proche d'un point donné sur l'autre surface). Notons aussi que la mesure de déviation d'attribut entre deux maillages n'est pas symétrique car elle est calculée à partir d'un ensemble de points définis sur la surface du maillage de référence. Si les maillages sont intervertis, les résultats peuvent être différents. En pratique nous mesurons les déviations dans les deux sens c'est-à-dire  $D_i(M_a|_{P_a}, M_b)$  et  $D_i(M_b|_{P_b}, M_a)$ . Les résultats sont souvent différents mais restent toutefois assez proches.

Dans le cadre de la mesure de la qualité d'un algorithme de simplification de maillages, la mesure de déviation géométrique est la mesure principale, car la simplification d'un maillage est essentiellement géométrique. La mesure de la déviation des autres attributs peut être utilisée pour quantifier les modifications d'aspect engendrées par la simplification. Après une simplification importante (90% ou plus de faces éliminées), il est normal de noter une importante déviation locale des attributs d'apparence.

Notons que l'équation (3.14) nécessite deux maillages dont un discrétisé par un ensemble de points pris sur sa surface. Ainsi, nous avons la liberté de prendre des points uniquement dans les zones d'intérêt. Généralement, les déviations sont mesurées sur l'ensemble du maillage de référence. Les points de mesure peuvent donc être les sommets de ce maillage. Une discrétisation plus ou moins fine de la surface du maillage peut être envisagée dans le cas où une plus grande résolution est souhaitée, afin de connaître plus précisément la déviation à l'intérieur des faces par exemple.

## 3.4 Applications

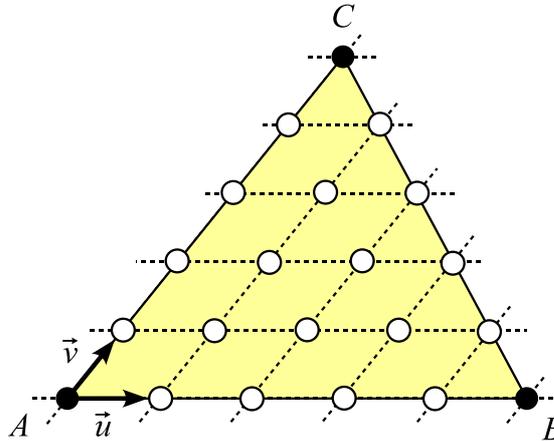
Dans cette partie, nous détaillons la mise en œuvre de notre méthode de comparaison de maillage. Ensuite nous présentons des résultats sur la mesure de la qualité de certains algorithmes de simplification.

### 3.4.1 Mise en œuvre

Comme il a été mentionné dans la partie précédente, notre méthode de comparaison de maillages est basée sur la mesure de déviation d'attribut. Pour chaque point donné sur la première surface, nous trouvons les plus proches voisins sur la seconde surface. Ensuite nous mesurons les déviations entre le point donné et ses plus proches voisins sur la seconde surface. Les performances de l'algorithme général dépendent des sous-algorithmes impliqués dans les différentes opérations (recherche des plus proches voisins, discrétisation de faces, ...).

Pour un point donné, ses plus proches voisins sont déterminés efficacement par la distance point-à-surface. Une grille régulière formée de cellules carrées est construite, couvrant la boîte englobant les deux maillages [Franklin and Akman, 1988; Franklin et al., 1997]. Chaque cellule contient une liste de tous les sommets inclus à l'intérieur et de toutes les faces incluses ou coupant la cellule. Cette technique permet de trouver très rapidement les plus proches voisins d'un point donné qui peuvent être des sommets ou des points situés sur une arête ou une face.

Nous avons développé un algorithme rapide de discrétisation de faces triangulaires basé sur l'algorithme de remplissage de surface (*scan conversion*) [Foley et al., 1990; Heckbert, 1990]. La discrétisation de faces triangulaires est effectuée dans l'espace 3D. Pour conserver une grande précision, nous n'effectuons aucune projection 2D. Notre algorithme génère des points uniformément répartis sur une face (Figure 3.12).



**Figure 3.12** – Schéma de discrétisation d'une face triangulaire dans l'espace.

Comme une face triangulaire forme un plan, c'est un problème 2D. Soit une face  $f = (A, B, C)$ , un repère local  $(\vec{u}, \vec{v})$  est défini par :

$$\vec{u} = \frac{\overrightarrow{AB}}{\|\overrightarrow{AB}\|} \cdot \Delta \quad \vec{v} = \frac{\overrightarrow{AC}}{\|\overrightarrow{AC}\|} \cdot \Delta \quad (3.15)$$

Le repère  $(\vec{u}, \vec{v})$  est défini dans le plan formé par la face  $f$ . Les longueurs de  $\vec{u}$  et de  $\vec{v}$  sont fonctions du pas d'échantillonnage  $\Delta$ . Nous générons des lignes de balayage horizontales parallèles au vecteur  $\vec{u}$  et verticales parallèles au vecteur  $\vec{v}$ . Le nombre de lignes de balayage est donné par :

$$n_u = \frac{\|\overrightarrow{AB}\|}{\Delta} \quad n_v = \frac{\|\overrightarrow{AC}\|}{\Delta} \quad (3.16)$$

Le nombre de points par ligne de balayage horizontale peut être calculé de façon incrémentale en utilisant la pente de l'arête  $BC$ . Avec cette technique de discrétisation, les attributs de chaque échantillon sont déterminés de façon incrémentale avec l'interpolation de Phong [Foley et al., 1990].

La technique de discrétisation génère des points uniformément répartis sur les faces. Pour avoir un aspect visuel des déviations mesurées en ces points, nous construisons des images de déviation pour chaque faces. Les valeurs de déviation sont codées suivant une échelle de couleurs.

Les images construites pour toutes les faces sont ensuite regroupées pour former une texture rectangulaire standard. Nous avons utilisé l’algorithme de paquetage proposé par [Cignoni et al., 1999] pour construire cette texture.

Nous avons développé un logiciel de comparaison de maillages, appelé **MeshDev**, disponible en licence GPL [Stallman, 2002] sur le Web<sup>2</sup>. Ce logiciel accepte deux maillages en entrée, et retourne des résultats numériques et visuels. Les résultats numériques contiennent les caractéristiques des maillages et les statistiques sur les valeurs de déviation mesurées. Le tableau 3.1 montre un exemple de résultats numériques pouvant être obtenus. La partie de gauche indique les caractéristiques relatives à cet exemple. La partie de droite représente les statistiques sur la déviation des normales mesurée entre les deux maillages.

	Maillage $M_a$	Maillage $M_b$	Déviation	
Sommets	46 870	2 806	Minimum	0.00013
Faces	93 752	5 624	Maximum	0.4933
Aire	22 090	22 124	Moyenne	0.0398
			Variance	0.00085

TAB. 3.1 – Exemple de résultats numériques fournis par le logiciel MeshDev.

Les résultats visuels sont obtenus en coloriant le maillage de référence en fonction de la déviation mesurée. La Figure 3.13 représente l’échelle de couleurs utilisée pour mettre en évidence les valeurs de déviation mesurées. Dans cette échelle, la couleur bleue représente les déviations minimales, la couleur verte les déviations moyennes et la couleur rouge les déviations maximales.

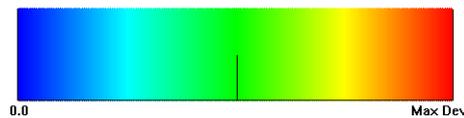


Figure 3.13 – Échelle de couleurs pour la représentation des déviations mesurées.

### 3.4.2 Résultats

La Figure 3.14 montre des résultats de la mesure des déviations géométriques et des coordonnées de texture. La Figure 3.14(a) représente le maillage initial (3 972 faces). La Figure 3.14(b) représente le maillage simplifié (69 faces) avec une faible déviation de texture. La Figure 3.14(c) représente le maillage simplifié (69 faces) avec de fortes déviations de texture dans certaines régions. La Figure 3.14(d) montre la déviation géométrique mesurée entre le maillage initial et

<sup>2</sup><http://meshdev.sourceforge.net>

les maillages simplifiés. Les Figures 3.14(e) et 3.14(g) montrent les résultats obtenus par la mesure de distance de Cohen. Dans le cas où la déviation de texture est faible, la mesure de Cohen donne les mêmes résultats visuels que la déviation géométrique. Toutefois, ces deux mesures ne peuvent pas être comparées numériquement. La déviation géométrique est basée sur la distance au point le plus proche, alors que la déviation de Cohen est basée sur la distance au point correspondant. Les Figures 3.14(f) et 3.14(h) montrent les résultats obtenus par notre mesure de déviation d'attribut, où les attributs considérés sont les coordonnées de texture. Nous voyons que notre mesure de déviation géométrique n'est pas sensible aux distortions de texture comme l'est la distance de Cohen. De plus la mesure de déviation d'attribut permet de mettre en évidence précisément ces distortions de texture.

Pour notre expérimentation, nous avons utilisé trois logiciels de simplification de maillages :

- **QSlim**<sup>3</sup> : logiciel développé par Michael Garland basé sur une mesure d'erreur quadratique [Garland and Heckbert, 1997; Garland and Heckbert, 1998].
- **Jade**<sup>4</sup> : logiciel développé par *Italian Visual Computing Group* basé sur une mesure d'erreur globale [Ciampalini et al., 1997].
- **ProgMesh**<sup>5</sup> : logiciel développé par *Paralelo* basé sur les maillages progressifs de Hugues Hoppe [Hoppe, 1996].

La Figure 3.15 montre le modèle utilisé pour notre expérimentation (a), et les résultats des trois algorithmes de simplification testés (b)-(d). Le maillage original contient 53 696 faces et les maillages simplifiés contiennent environ 1 000 faces.

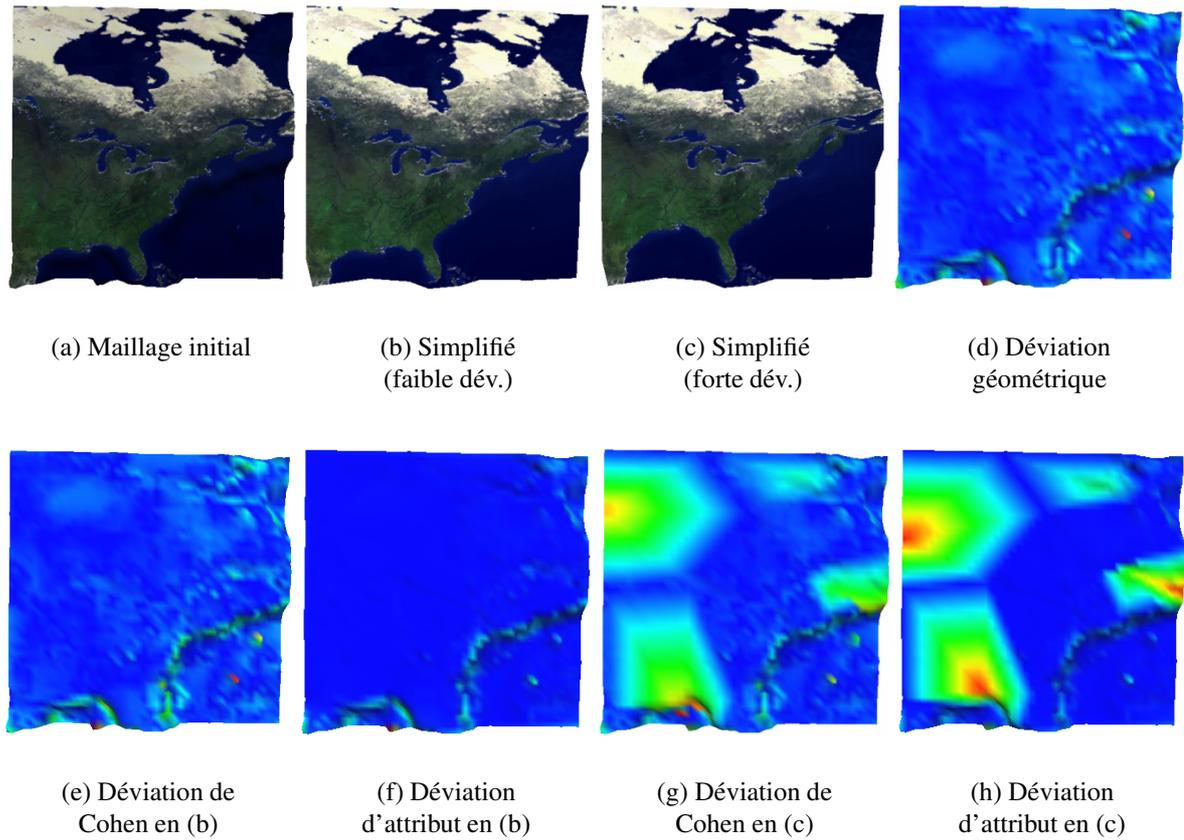
Les Figures 3.16 et 3.17 montrent des résultats visuels de la mesure de déviation obtenus sur un maillage simplifié par les trois logiciels cités précédemment. La représentation en couleurs de la déviation est normalisée pour chaque maillage, ce qui rend impossible la comparaison visuelle des valeurs de déviation entre les maillages. Nous avons adopté cette représentation normalisée afin de mettre en évidence toute la plage de valeurs mesurées pour chaque méthode utilisée. La Figure 3.16 montre les résultats des mesures de déviation géométrique. Sur la Figure 3.16(a), nous remarquons que QSlim génère des déviations faibles sur l'ensemble du maillage mais nous constatons qu'il y a quelques zones avec des déviations fortes. Sur la Figure 3.16(b), nous remarquons que Jade génère des déviations moyennes sur l'ensemble du maillage. Cet algorithme simplifie en maîtrisant les bornes de l'erreur globale engendrée. Sur la Figure 3.16(c), nous remarquons que ProgMesh génère des déviations faibles et moyennes sur l'ensemble du maillage.

---

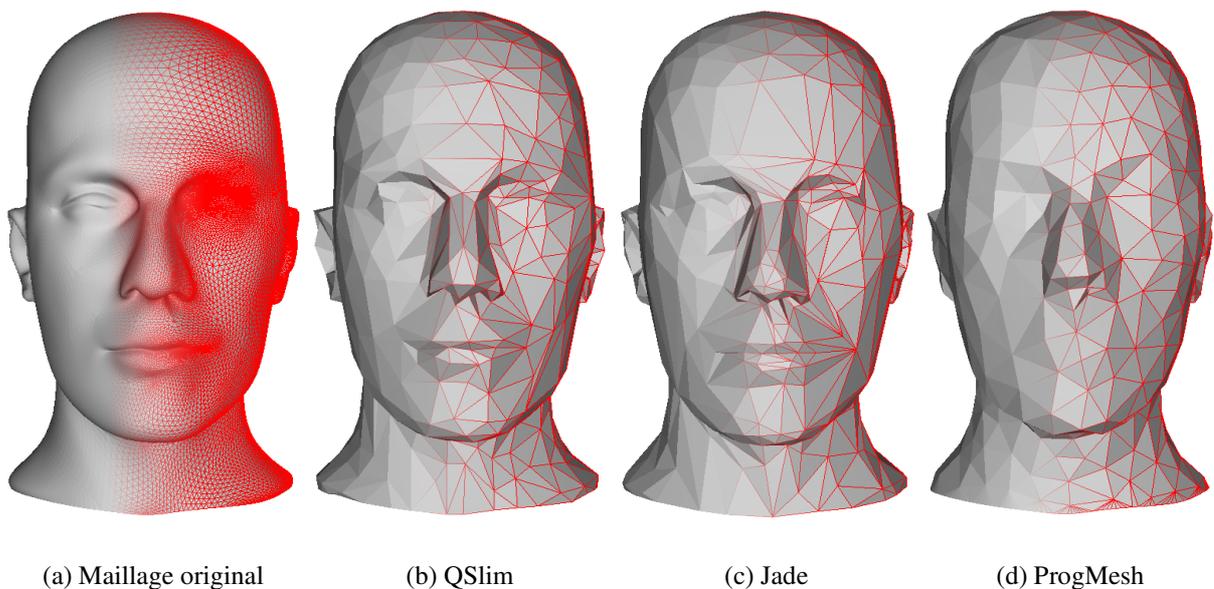
<sup>3</sup><http://graphics.cs.uiuc.edu/~garland>

<sup>4</sup><http://vcg.iei.pi.cnr.it/enhadecimation.html>

<sup>5</sup><http://www.paralelo.com.br>



**Figure 3.14** – Comparaison entre la mesure de Cohen [Cohen et al., 1998] en (e) et (g) et notre mesure de déviation d'attribut en (f) et (h) (les attributs considérés sont les coordonnées de texture).



**Figure 3.15** – Simplification d'un modèle (a) avec trois logiciels de simplification (b)-(d). Le maillage original contient 53 696 faces et les maillages simplifiés contiennent environ 1 000 faces.

La Figure 3.17 montre les résultats des mesures de déviation des normales. Nous retrouvons les mêmes constatations que précédemment. Sur la Figure 3.17(a), QSlim génère des déviations faibles sur l'ensemble du maillage et des déviations élevées dans les zones à fortes courbures. Sur la Figure 3.17(b), Jade génère des déviations moyennes sur l'ensemble du maillage. Sur la Figure 3.17(c), ProgMesh ne génère que très peu de déviations fortes.

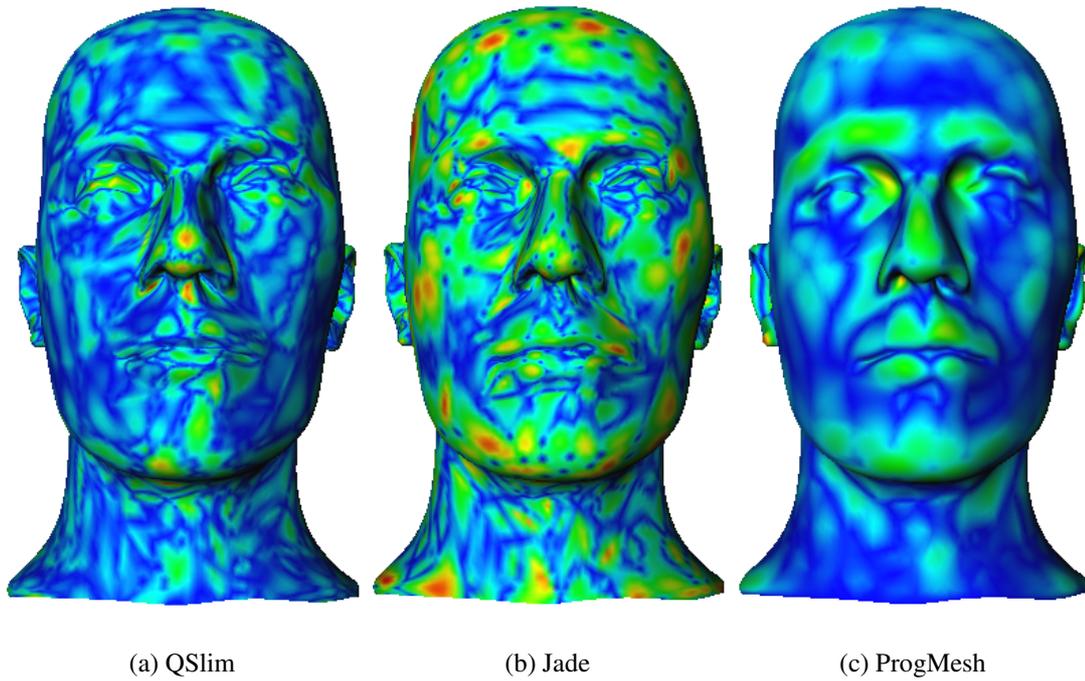
Notez que la représentation visuelle utilisée précédemment est normalisée pour chaque modèle évalué. Ceci permet de bien mettre en évidence toute la plage des valeurs de déviation, mais ne permet pas la comparaison visuelle entre plusieurs modèles (car les couleurs représentent des valeurs de déviations différentes). Il est toutefois possible d'utiliser une représentation visuelle normalisée pour un ensemble de modèles permettant une comparaison visuelle globale. Les résultats numériques permettent une comparaison différente mais plus précise entre différents modèles.

La Figure 3.18 montre la déviation moyenne géométrique en fonction du nombre de faces pour les trois algorithmes de simplification. Le logiciel QSlim génère toujours une erreur géométrique moyenne plus faible que les deux autres logiciels testés.

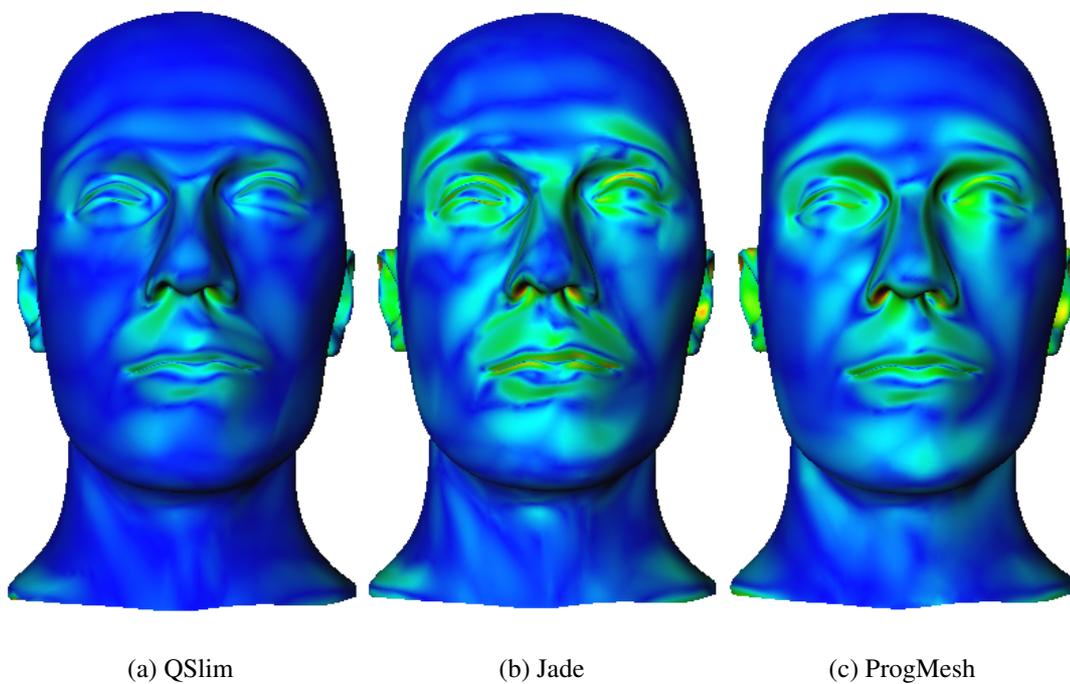
La Figure 3.19 montre la déviation moyenne des normales. Ces courbes confirment les remarques faites précédemment. Le logiciel QSlim obtient dans tous les cas la plus faible déviation moyenne. Ce logiciel gère parfaitement les attributs d'apparence pendant le processus de simplification et génère de très faibles déviations.

La Figure 3.20 montre les histogrammes de la déviation géométrique pour les trois algorithmes de simplification. Ce tracé met en évidence la supériorité des quadriques d'erreur (QSlim) en générant une déviation faible et bien maîtrisée. Le logiciel Jade excelle dans sa faculté à conserver une limite d'erreur globale.

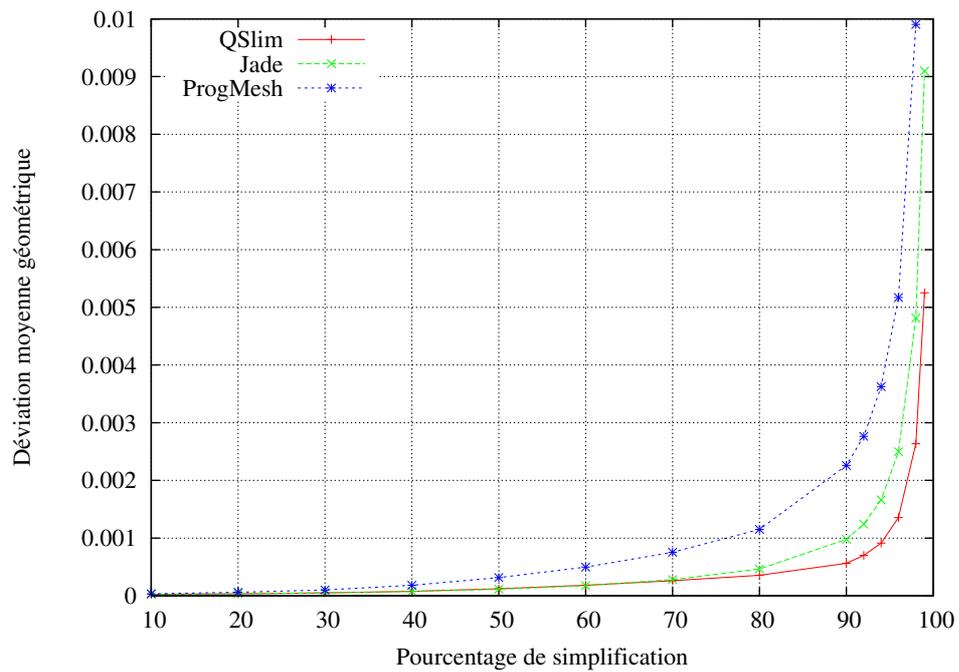
La Figure 3.21 montre les histogrammes de la déviation des normales. Les trois logiciels fournissent des résultats proches. Le logiciel QSlim génère là encore les déviations les plus faibles.



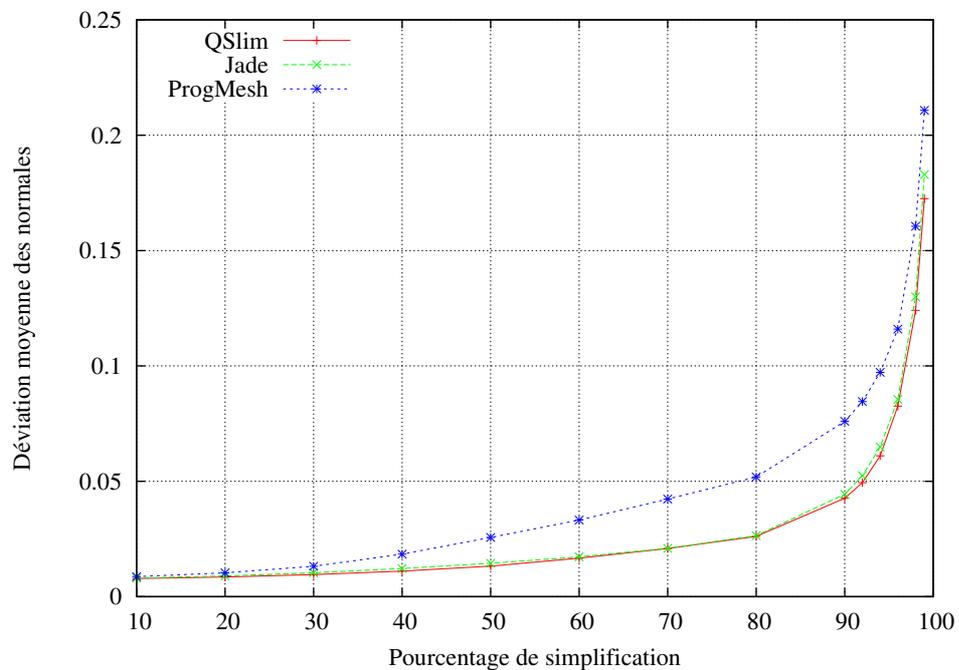
**Figure 3.16** – Mesure de déviation géométrique pour trois algorithmes de simplification différents.



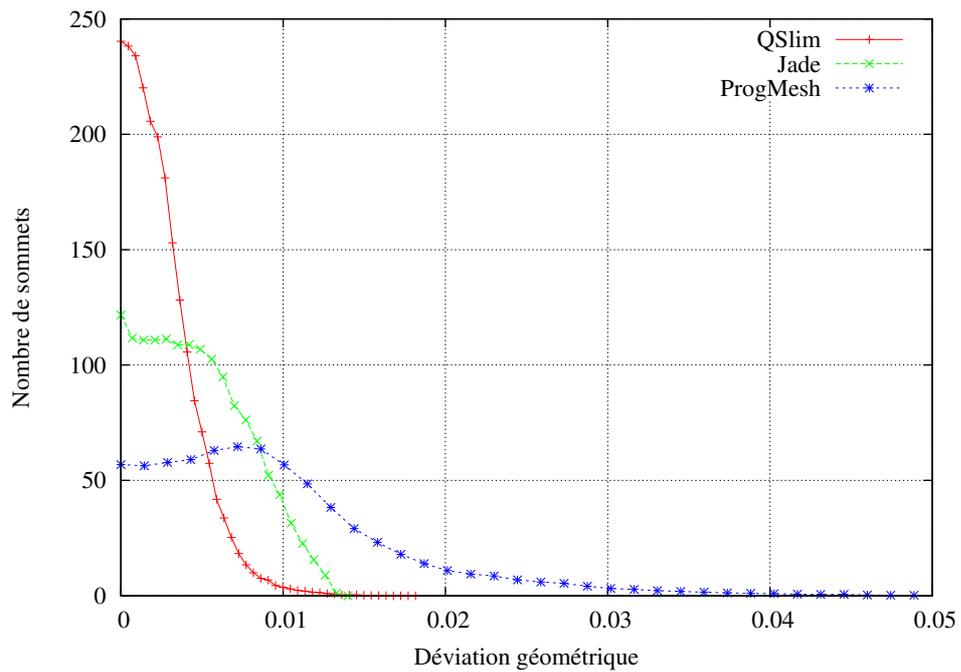
**Figure 3.17** – Mesure de déviation des normales pour trois algorithmes de simplification différents.



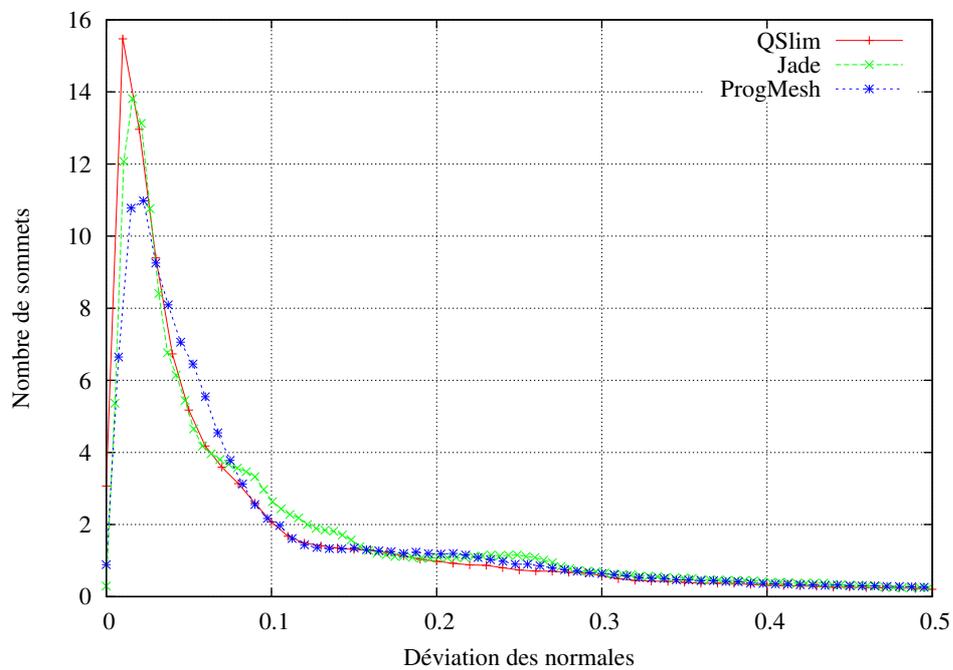
**Figure 3.18** – Comparaison de la déviation moyenne géométrique de trois algorithmes de simplification de maillages.



**Figure 3.19** – Comparaison de la déviation moyenne des normales de trois algorithmes de simplification de maillages.



**Figure 3.20** – Histogramme de la déviation géométrique de trois algorithmes de simplification de maillages.



**Figure 3.21** – Histogramme de la déviation des normales de trois algorithmes de simplification de maillages.

## 3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les différentes mesures d'erreur utilisées par les méthodes de simplification de maillage. Puis nous avons présenté une mesure de déviation permettant d'estimer les différences locales entre les attributs de deux maillages. Cette mesure est à la base d'une méthode de comparaison de maillages qui peut être utilisée à la fois pour mesurer l'erreur locale (relative à une région donnée) ou globale. La mesure locale permet de visualiser précisément les régions modifiées par la simplification d'un maillage ce qui constitue un avantage considérable par rapport aux méthodes classiques de mesure qui se limitent à des évaluations globales (distance de Hausdorff par exemple). La simplification d'un maillage étant essentiellement géométrique, la mesure de déviation géométrique est donc la plus importante. La mesure de déviation des autres attributs permet d'estimer les modifications de l'apparence d'un maillage après simplification. Notre méthode autorise donc une comparaison complète entre deux modèles. La comparaison de maillages peut être utilisée dans de nombreuses applications telles que la caractérisation d'algorithmes de traitement géométrique (simplification, débruitage, etc.) ou la rétro-conception. Ces travaux ont fait l'objet de trois communications en conférences [Roy et al., 2001; Roy et al., 2002a; Roy et al., 2002c] et deux articles revues [Roy et al., 2002b; Roy et al., 2004b].

## Chapitre 4

# Représentation en niveaux de détail et analyse multirésolution de modèles 3D

Dans un premier temps, nous allons voir les représentations en niveaux de détail de modèles 3D. Ces techniques permettent d'allouer les détails nécessaires en fonction de certains critères (*e.g.* vitesse d'affichage, précision à l'écran). Ensuite nous nous intéressons à l'analyse multirésolution appliquée aux maillages. Cette technique permet de construire un outil multifonction adapté aux applications multiéchelles. Dans ce chapitre, nous présentons deux schémas d'analyse multirésolution pour les maillages irréguliers contenant des attributs d'apparence.

Dans presque toutes les disciplines scientifiques et technologiques il est indispensable d'analyser, de visualiser et de manipuler de grandes quantités de données. Ces données peuvent apparaître sous plusieurs formes : fonctions monodimensionnelles, images, modèles de surfaces, objets tridimensionnels, etc. L'analyse multirésolution a prouvé son efficacité dans de nombreuses applications où une approche multiéchelle avait son importance [Meyer, 1990] notamment en traitement du signal et de l'image dans les analyses numériques [Rioul and Vetterli, 1991; Cohen, 1992]. Les transformées en ondelettes permettent de décrire une fonction de manière hiérarchique : un espace d'approximation qui représente la fonction sous sa forme globale et des espaces qui regroupent les détails, des plus grossiers aux plus fins [Daubechies, 1992]. La transformée en ondelette fournit des outils très performants pour décomposer, sur plusieurs niveaux de résolution, une fonction qui représente un signal, une image ou une courbe.

Les constructions classiques de la transformée en ondelette se limitent aux fonctions définies sur des domaines infinis. Il existe aussi des constructions pour les intervalles ou les rectangles. Les surfaces 3D et les maillages ont généralement une distribution de points dans l'espace qui n'est pas régulière. Les techniques d'analyse de modèles 3D mettant en œuvre la transformée en

ondelette doivent redéfinir des schémas de décomposition qui respectent les propriétés des ondelettes. Nous rappelons dans un premier temps le schéma général d'une analyse multirésolution avant de décrire les méthodes d'analyse multirésolution utilisant la transformée en ondelette de maillages 3D.

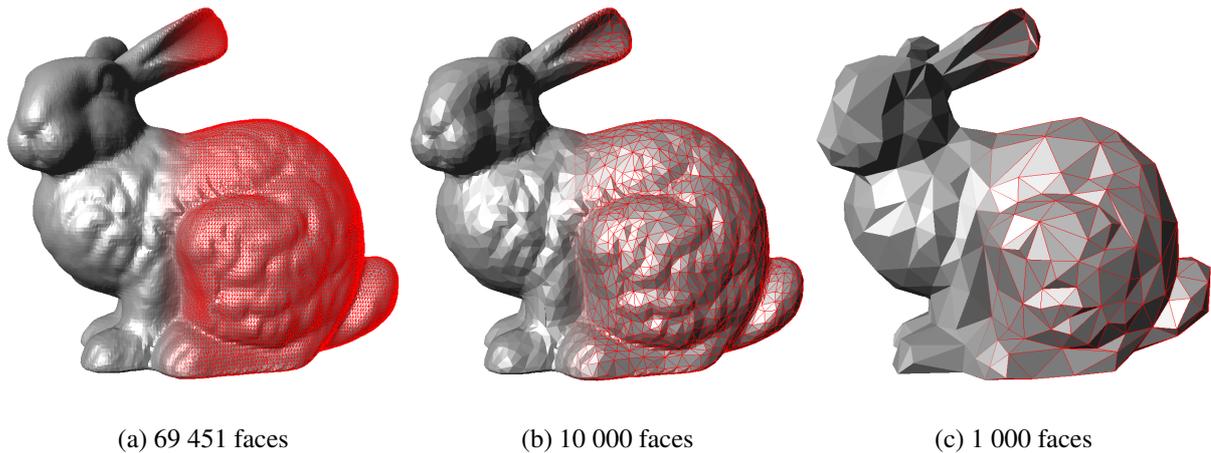
## 4.1 Représentation en niveaux de détail de modèles 3D

Les méthodes d'acquisition présentées dans le Chapitre 2 permettent de créer des modèles numériques avec une très haute précision. Cependant, ces techniques nécessitent une quantité très importante de données pour former un modèle complet. La taille d'un modèle 3D dépend essentiellement du nombre de sommets et du nombre de faces qui le composent. Une simple image de profondeur de taille  $1024 \times 1024$  génère un maillage d'environ 2 millions de faces. Ce maillage est encore trop volumineux en taille pour être affiché en temps réel avec les ordinateurs communs actuels. Il est important de représenter ce maillage à un niveau de détail plus faible en supprimant des informations jugées non significatives afin de réduire la taille du maillage. Cette technique est appelée **simplification** et est utilisée pour supprimer des sommets et des faces d'un maillage. Il est aussi possible de représenter un maillage à une résolution plus élevée. Cette technique est appelée **subdivision** et permet d'ajouter des sommets et des faces à un maillage. Toutes ces techniques contribuent à la représentation en niveaux de détail des maillages [Luebke et al., 2003] que nous allons voir dans ce chapitre.

### 4.1.1 Simplification

Un maillage contient deux composants principaux : la géométrie du maillage, représentée par les sommets, et la connectivité du maillage représentée par les arêtes ou les faces qui connectent les sommets. La connectivité du maillage encode la topologie du maillage et en particulier le nombre de trous ou de cavités dans le maillage.

Les algorithmes de simplification de maillages fonctionnent le plus souvent avec les maillages triangulaires. Si notre maillage est composé de polygones quelconques, nous devons les trianguler. Beaucoup d'algorithmes de triangulations existent ; O'Rourke fournit une excellente introduction à ce sujet [O'Rourke, 1998]. La Figure 4.1 montre un exemple de modèle simplifié.



**Figure 4.1** – La simplification de maillages permet de réduire la résolution et la complexité d’un modèle 3D. (a) Modèle original, (b) et (c) modèles simplifiés.

#### 4.1.1.1 Opérateurs locaux de simplification

Dans cette partie, nous présentons quelques opérateurs locaux bas niveaux qui sont utilisés pour la simplification de maillages. Chacun de ces opérateurs réduit la complexité d’un maillage. La partie suivante présente comment combiner ces opérateurs bas niveaux dans un algorithme haut niveau.

##### Suppression de sommet

William Schroeder *et al.* [Schroeder et al., 1992] ont présenté un algorithme simple pour la décimation de maillage basée sur une stratégie de suppression de sommets. Un opérateur supprime un sommet du maillage. Après cette opération de suppression, le maillage contient un trou qui n’était pas présent avant. Il est alors nécessaire de retriangler le trou. L’algorithme utilisé par Schroeder est assez simple, et est basé sur une stratégie *divide-and-conquer*. L’idée est de connecter deux sommets sur le bord du trou par une arête, et ainsi de séparer le problème en deux sous-problèmes (voir Figure 4.2).

##### Contraction d’arête

Hoppe fût le premier à proposer l’opérateur de **contraction d’arête** pour la simplification de maillage [Hoppe et al., 1993]. Cet opérateur contracte une arête  $(v_a, v_b)$  vers un seul sommet  $v_n$ . Ceci entraîne la suppression de l’arête  $(v_a, v_b)$  ainsi que les faces formant cette arête. L’opérateur inverse d’une contraction d’arête est une **séparation de sommet**, lequel ajoute une arête  $(v_a, v_b)$  et les faces adjacentes. Donc l’opérateur de contraction d’arête simplifie un maillage

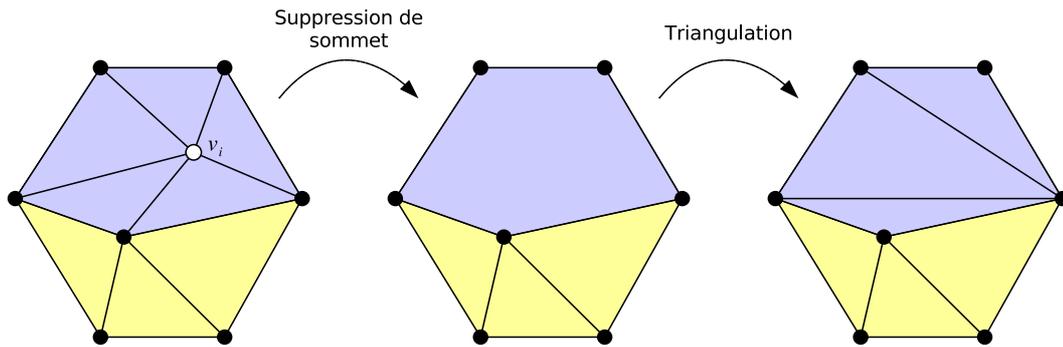


Figure 4.2 – L'opérateur de suppression de sommet.

et l'opérateur de séparation de sommet ajoute des détails au maillage. La Figure 4.3 illustre l'opérateur de contraction d'arête et son inverse, la séparation de sommet.

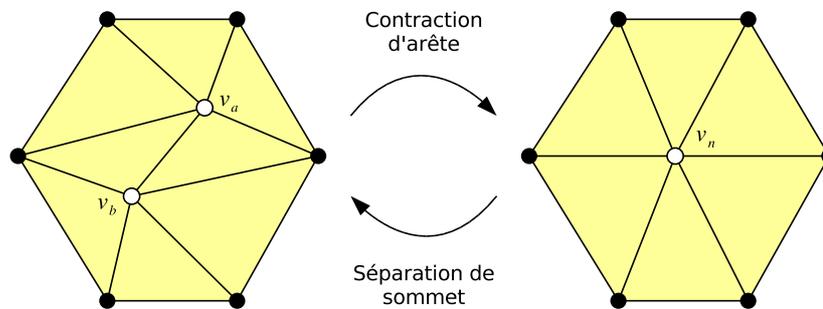
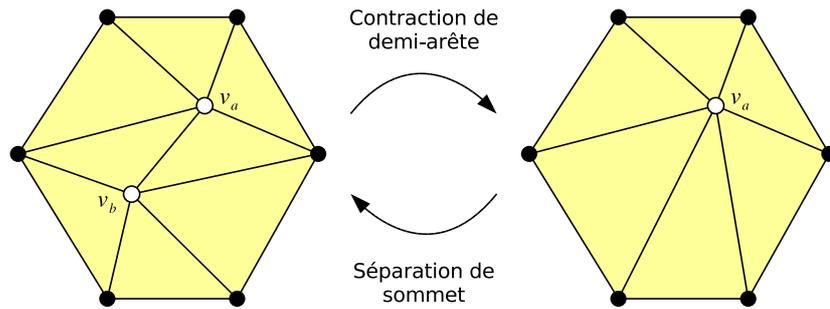


Figure 4.3 – Une contraction d'arête et sa séparation inverse de sommet.

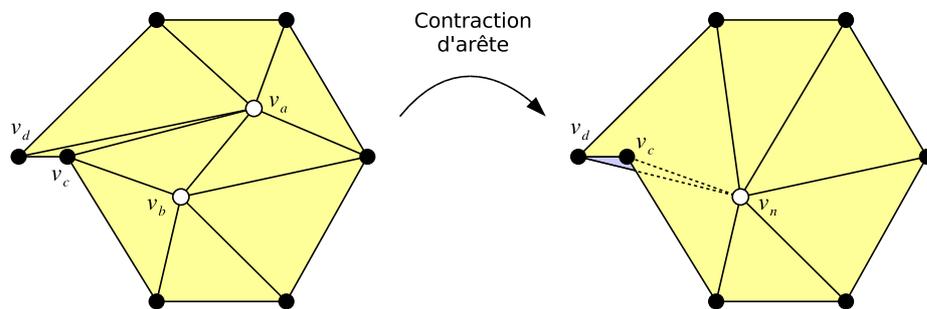
L'opérateur de contraction d'arête a été largement utilisé : simplification indépendante du point de vue [Hoppe, 1996], simplification dépendante du point de vue [Xia and Varshney, 1996; Hoppe, 1997], compression et transmission progressive [Bajaj et al., 1999; Guézic et al., 1999]. Il existe deux variantes de l'opérateur de contraction d'arête : la **contraction de demi-arête** et la **contraction d'arête complète**. Dans la contraction de demi-arête (Figure 4.4), le sommet  $v_n$  vers lequel l'arête est contractée, est un des sommets aux extrémités de l'arête, de sorte que  $v_n = v_a$  ou  $v_b$ . Dans le cas plus général de la contraction d'arête complète (souvent appelé simplement contraction d'arête), le sommet contracté  $v_n$  peut être un nouveau sommet calculé (Figure 4.3).

Bien que la contraction d'arête soit simple à implémenter, des précautions doivent être prises pour ne pas appliquer la contraction d'arête si cela génère un recouvrement ou une incohérence topologique. Un recouvrement est un effet indésirable de certaines contractions d'arête. Dans la Figure 4.5, on considère la face  $(v_d, v_c, v_a)$ . Quand l'arête  $(v_a, v_b)$  se contracte vers le nouveau sommet  $v_n$ , le maillage autour de  $v_n$  se recouvre à cause de la nouvelle face créée  $(v_d, v_c, v_n)$ . Ceci peut être détecté en mesurant le changement des normales des faces correspondantes avant



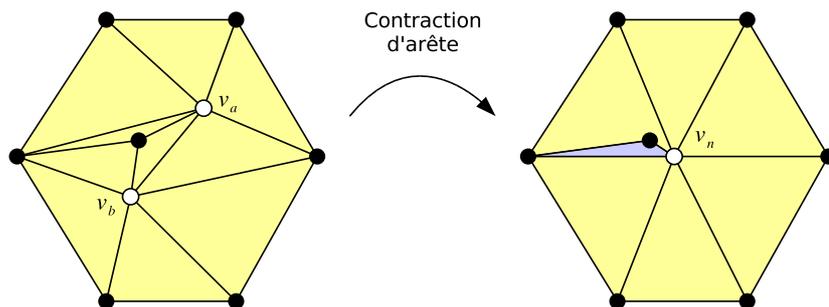
**Figure 4.4** – Une contraction de demi-arête et sa séparation inverse de sommet.

et après la contraction : un recouvrement est caractérisé par un changement important de l'angle de la normale, en général plus grand que  $90^\circ$ .



**Figure 4.5** – Recouvrement généré par la simplification de maillage

Si les voisinages des sommets  $v_a$  et  $v_b$  partagent trois sommets ou plus (comme illustré sur la Figure 4.6), la contraction de l'arête  $(v_a, v_b)$  créera une ou plusieurs arêtes à non-variété. Les arêtes à non-variété ont une, trois ou plusieurs faces adjacentes. Comme beaucoup d'algorithmes ne fonctionnent que pour des connectivités à variété uniforme, introduire de telles arêtes peut créer des problèmes dans le processus de simplification.



**Figure 4.6** – Incohérence topologique générée par la simplification de maillage

D'autres opérateurs locaux de simplification de maillages existent mais non pas été utilisés dans le cadre de cette thèse. On peut citer entre autres la contraction de paires de sommets [Schroeder, 1997; Garland and Heckbert, 1997], la contraction de faces [Hamann, 1994] et de cellules [Luebke and Erikson, 1997].

Les opérateurs de contraction sont les plus simples à implémenter. L'opérateur de contraction d'arête complète a la plus grande flexibilité car il permet de déterminer le nouveau sommet après la contraction. Ceci implique une plus grande fidélité de simplification. Cependant, l'avantage de l'opérateur de contraction de demi-arête est que le maillage simplifié est un sous-ensemble du maillage de départ [Kobbelt et al., 1998a]. Ceci permet la construction de hiérarchies imbriquées facilitant les applications futures [Wu and Kobbelt, 2002].

#### 4.1.1.2 Algorithmes de simplification

Maintenant que les opérateurs locaux de simplification ont été décrits, nous allons introduire les algorithmes haut niveau dans lesquels ces opérateurs sont utilisés. Le but principal de la simplification est de créer une hiérarchie de maillages avec un nombre variable de faces. Pour utiliser la terminologie des arbres, les algorithmes de simplification de maillage utilisent une approche *bottom-up* qui commencent aux feuilles de la hiérarchie et fonctionnent en remontant vers la racine. Ce schéma de simplification commence à partir d'une version détaillée du modèle 3D et applique itérativement les opérateurs de simplification décrits dans la section précédente pour générer une séquence de simplifications successives de maillages.

Un algorithme typique de simplification utilise un processus imbriqué d'optimisations : une optimisation externe réalise une séquence de choix des opérations à effectuer, et une optimisation interne fait le choix dans le traitement de l'opérateur (concernant la façon de remplir un trou durant la suppression d'un sommet ou le placement du nouveau sommet durant une contraction d'arête).

Dans cette partie, nous ignorons la question de la mesure de l'erreur introduite par la simplification, et nous nous focalisons sur le choix des opérations de simplification à utiliser et sur l'ordre dans lequel elles sont utilisées. La plupart des algorithmes de simplification géométrique utilise un seul opérateur de simplification, ainsi il ne nous reste plus que le choix de l'ordre. Cependant, des algorithmes alternent entre simplification géométrique et topologique, introduisant ainsi un choix de l'opérateur de simplification. Nous discuterons de quelques algorithmes haut niveau permettant de choisir l'ordre des opérateurs de simplification et ensuite nous discuterons du choix des opérateurs de simplification.

#### Non-optimisé

L'algorithme le plus simple effectue toutes les opérations possibles de simplification dans un ordre arbitraire. Cet algorithme est souvent approprié pour une approche par groupement de régions, dans laquelle n'importe quelle opération peut être effectuée indépendamment des autres,

et toutes les opérations produisent grossièrement la même limite d'erreur géométrique pour le maillage simplifié. Notons que cet algorithme est non-optimisé dans le sens où il ne prend pas en considération le problème de l'optimisation externe décrite précédemment. Il est toujours possible qu'une optimisation prenne place durant l'application de l'opération sélectionnée (*i.e.* l'optimisation interne).

### Glouton

L'algorithme glouton (*greedy algorithm*) résout le problème de l'optimisation externe avec une fonction de coût, généralement une mesure ou une limite de l'erreur  $\varepsilon$  pour le maillage simplifié après qu'une opération proposée soit effectuée. L'algorithme 4.1 illustre cette approche qui évalue les opérations potentielles du maillage en utilisant `CalculerCoût` et qui les place dans une queue de priorité  $Q$ . L'opération avec le coût minimal est supprimée de la liste et est appliquée au maillage actuel. Appliquer cette opération de maillage peut affecter le coût des autres opérations dans le voisinage, ainsi le coût des opérations voisines est mis à jour avec la fonction `ChangeClef`.

```

pour chaque opération possible op faire
  | CalculerCoût(op);
  | Q->insère(op);
fin
tant que Q n'est pas vide faire
  | op = Q->ExtraitMin();
  | AppliquerOpération(op);
  | pour chaque opération voisine i faire
  | | CalculerCoût(i);
  | | Q->ChangeClef(i);
  | fin
fin

```

**Algorithme 4.1** : L'algorithme glouton pour ordonner les opérations de maillage.

Une autre méthode qui permet de réduire le nombre de calculs de coût remplace ces calculs par une estimation rapide. L'ordre des priorités des opérations est déterminé entièrement par l'estimation des coûts, où le calcul exact du coût est effectué une seule fois par opération (dans la fonction `AppliquerOpération`). Cette méthode fonctionne bien si l'ordre généré par les coûts estimés est similaire à l'ordre qui serait généré avec les coûts exacts. Guéziec utilise cette approche pour accélérer la simplification [Guéziec, 1999].

### Paresseux

L'algorithme paresseux introduit par Cohen [Cohen et al., 1997] permet de diminuer le nombre d'appels à la fonction `CalculerCoût`, sans augmenter considérablement l'erreur dans les

maillages résultants. Ceci est basé sur le fait que dans l’algorithme glouton, beaucoup d’opérations vont avoir leur coût mis à jour souvent avant qu’elles soient effectivement appliquées au maillage. Ainsi, un grand nombre de ces mises à jour de coût peuvent être une perte de temps. Pour remédier à cela (voir Algorithme 4.2), on évite de recalculer le coût des opérations voisines, en utilisant un drapeau `sale` pour les opérations voisines quand une opération est effectuée. Le drapeau `sale` indique que la valeur du coût utilisée pour la priorité de cette opération n’est plus exacte (mais elle n’est peut être pas très différente). Quand l’opération avec le coût minimal est extraite, le drapeau `sale` est vérifié. Si ce drapeau est faux, nous savons que l’opération avec le coût minimal est connue, et nous continuons et effectuons l’opération. Sinon, l’opération est “nettoyée” en calculant son coût actuel et en la réinsérant dans la queue de priorité. Notez que ce processus assure que n’importe quelle opération avec un coût plus faible doit être actuellement “sale”. Ceci veut dire que cette opération avec un plus faible coût a un coût réduit quand une opération dans le voisinage a été effectuée. L’algorithme paresseux de simplification permet une réduction significative du temps de calcul en offrant une erreur sur le maillage simplifié proche de celle obtenue avec l’algorithme glouton.

```

pour chaque operation possible op faire
  CalculerCoût(op);
  op->sale = faux;
  Q->insère(op);
fin
tant que Q n’est pas vide faire
  op = Q->ExtraitMin();
  si op->sale == faux alors
    AppliquerOpération(op);
    pour chaque opération voisine i faire
      | i->sale = vrai;
    fin
  fin
  sinon
    CalculerCoût(op);
    op->sale = faux;
    Q->ChangeClef(op);
  fin
fin

```

**Algorithme 4.2** : L’algorithme paresseux pour ordonner les opérations de maillage.

### Indépendant

L’algorithme indépendant introduit par De Floriani [Floriani et al., 1997] et Xia [Xia et al., 1997] vise les représentations en niveaux de détail dépendantes du point de vue, dans lesquelles

l'objectif est de construire une hiérarchie de sommets et d'opérations de simplification. L'algorithme indépendant effectue les opérations à un seul niveau de la hiérarchie à chaque étape. Il effectue un ensemble maximal d'opérations indépendantes, ou d'opérations dont les voisinages ne se recouvrent pas, choisies dans l'ordre de la fonction de coût (voir Algorithme 4.2). Chaque passe définie par la boucle externe sur  $L$  crée un niveau de la hiérarchie de simplification. Dans chaque passe, on effectue uniquement des opérations affectant des voisinages indépendants du maillage, et les opérations restantes placées dans la liste  $L$  pour le traitement lors d'une future passe. L'avantage majeur par rapport à l'algorithme glouton (ou ses variantes paresseuses et approximantes) est que cette approche produit des niveaux de hiérarchie avec une profondeur logarithmique (*i.e.* le rapport entre le nombre de sommets de deux niveaux consécutifs de la hiérarchie varie de manière logarithmique). Ainsi, la hiérarchie construite peut être traversée en profondeur, de la racine à une feuille, en un temps logarithmique. Cependant, le critère d'indépendance entraîne l'application d'opérations avec un coût élevé alors que des alternatives à faible coût existent. Cette méthode produit généralement des maillages qui ont plus de faces pour une limite d'erreur donnée.

```

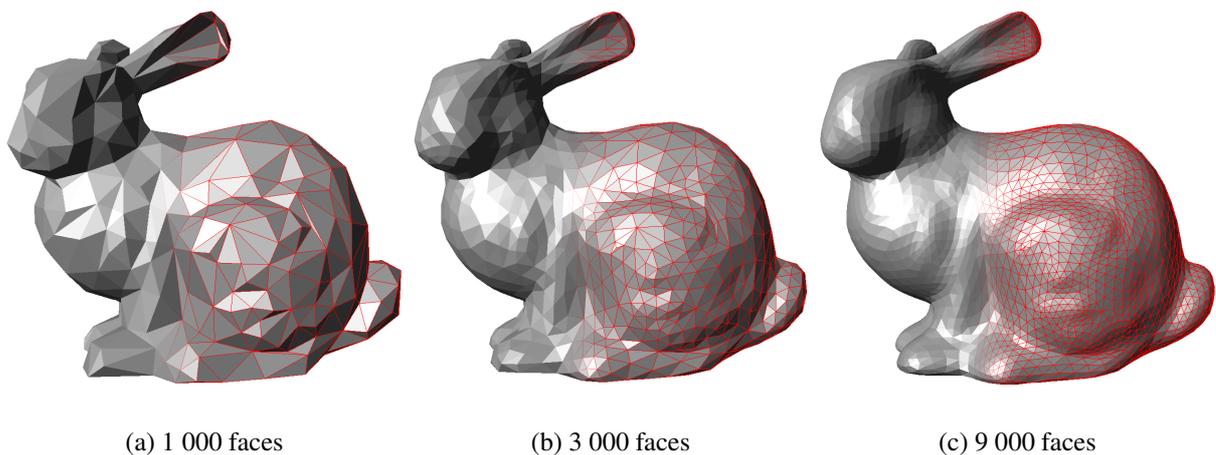
pour chaque operation possible op faire
  | CalculerCoût(op);
  | L->insère(op);
fin
tant que L n'est pas vide faire
  | tant que L n'est pas vide faire
  | | op = L->SupprimeTête();
  | | CalculerCoût(op);
  | | op->indépendant = vrai;
  | | Q->Insère(op);
  | fin
  | tant que Q n'est pas vide faire
  | | op = Q->ExtraitMin();
  | | si op->indépendant == vrai alors
  | | | AppliquerOpération(op);
  | | | pour chaque opération voisine i faire
  | | | | i->indépendant = faux;
  | | | fin
  | | | fin
  | | | sinon
  | | | | L->Insère(op);
  | | | fin
  | | fin
  | fin
fin

```

**Algorithme 4.3** : L'algorithme indépendant pour ordonner les opérations de maillage.

### 4.1.2 Subdivision

Nous avons vu dans la section précédente que pour la simplification de maillages on part d'un modèle haute résolution pour ensuite supprimer des données dans le but d'obtenir un modèle basse résolution. Dans cette partie, nous allons voir l'approche inverse qui consiste à partir d'un modèle basse résolution et à ajouter des données afin de créer un modèle haute résolution. Cette technique est appelée la subdivision, et elle permet d'ajouter progressivement des détails à un modèle en suivant des règles de raffinement. Nous nous intéressons ici uniquement aux méthodes destinées aux maillages triangulaires. D'autres méthodes adaptées aux maillages quadrangulaires ont été présentées mais ne sont pas traitées dans notre étude [Catmull and Clark, 1978; Doo and Sabin, 1978]. Le concept de la subdivision de surface a été introduit en 1978, et 25 ans plus tard, c'est toujours un domaine actif de la recherche. La motivation première de cet intérêt est l'application dans le domaine de l'animation 3D. La Figure 4.7 montre un exemple de modèle subdivisé.



**Figure 4.7** – La subdivision de maillages permet d'augmenter la résolution d'un modèle 3D. (a) Modèle original, (b) et (c) modèles subdivisés.

Les schémas de subdivision sont définis par une opération de raffinement et une opération de lissage. Dans l'étape de raffinement, on agit sur la topologie du maillage en insérant de nouveaux sommets et en mettant à jour les informations de connectivité. Les schémas de raffinement peuvent être séparés en deux catégories :

- Avec **les schémas primaux**, on subdivise les faces du maillage en entrée en un ensemble de sous-faces. Les sommets présents dans le maillage initial sont conservés, et des nouveaux sommets sont insérés sur les arêtes et faces du maillage. Un exemple classique de schéma primal est la subdivision quaternaire, où une face est subdivisée en quatre sous-faces en insérant un nouveau sommet sur chaque arête et en construisant de nouvelles arêtes qui connectent les anciens et les nouveaux sommets.

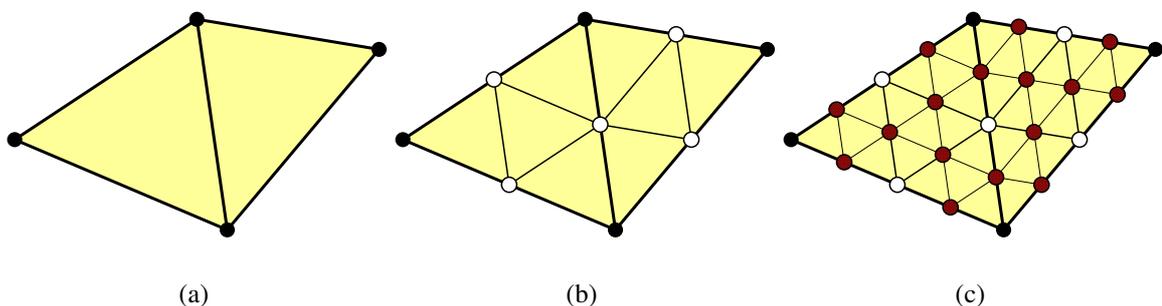
- Avec **les schémas duaux**, on subdivise chaque sommet du maillage initial en un ensemble de sommets, généralement un sommet par face dans le voisinage du sommet traité. Les anciens sommets sont supprimés, et les nouveaux sommets sont connectés en fonction de l'ancienne connectivité.

L'étape de lissage agit uniquement sur la géométrie en déplaçant les sommets. Les schémas de lissage peuvent être séparés en deux catégories :

- **Les schémas interpolants** dans lesquels on ne modifie pas la position des sommets du maillage initial, et lisse le maillage résultant uniquement en repositionnant les nouveaux sommets insérés.
- **Les schémas approximatifs** qui permettent de lisser le maillage résultant par un repositionnement de tous les sommets, c'est-à-dire des sommets nouvellement insérés et des sommets du maillage initial.

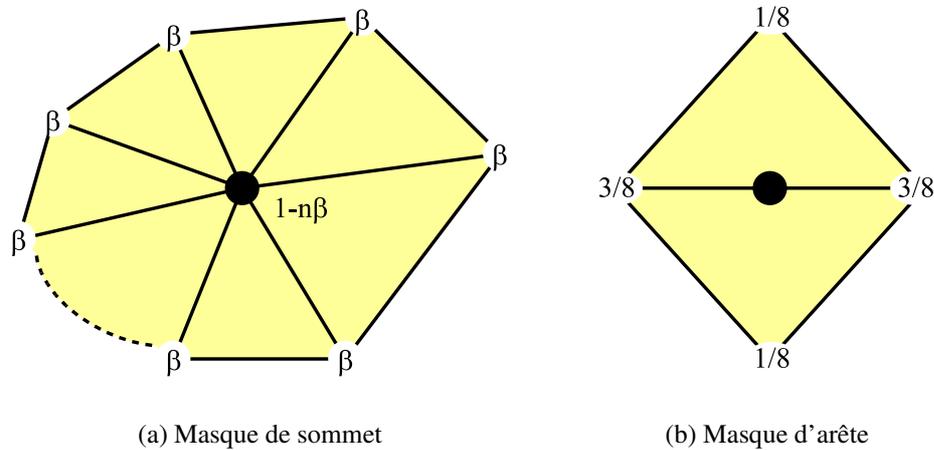
#### 4.1.2.1 Subdivision de Loop

Le schéma de subdivision de Loop [Loop, 1987] a reçu un très grand intérêt dans le domaine de l'informatique graphique, car il fût le premier à accepter des maillages triangulaires en entrée et à retourner un maillage triangulaire en sortie. Ceci est un avantage car les résultats produits peuvent être directement utilisés dans les chaînes de rendu. Ce schéma est basé sur la généralisation des B-splines tridimensionnelles, et produit des surfaces  $G^2$  continues. Les sommets extraordinaires sont définis comme les sommets avec une valence différente de 6 dans le maillage initial ; la surface subdivisée est localement  $C^1$  continue dans ces régions. La règle de raffinement est primale et donc basée sur la subdivision des faces du maillage, qui est effectuée via une subdivision quaternaire (voir Figure 4.8).



**Figure 4.8** – Connectivité de deux étapes de subdivision quaternaire. A chaque étape, une face est divisée en quatre faces par l'ajout d'un nouveau sommet sur chaque arête et par la création de nouveaux liens topologiques.

Les masques de raffinement et de lissage du maillage pour le schéma de Loop sont montrés en Figure 4.9. La position des nouveaux sommets insérés à chaque arête du maillage est calculée suivant le masque en Figure 4.9(b), tandis que la position des anciens sommets est mise à jour en analysant leur voisinage dans le maillage initial, comme illustré en Figure 4.9(a).



**Figure 4.9** – Les masques pour le schéma de subdivision de Loop (le sommet en noir indique quel sommet est mise à jour / généré). Les masques montrent les poids pour chaque sommet impliqué. Par exemple, quand un sommet existant est mis à jour, le poids  $1 - n\beta$  est utilisé pour le sommet existant, et le poids  $\beta$  est utilisé pour tous les sommets du voisinage direct.

Loop propose une fonction  $\beta$  permettant d’obtenir une surface  $C^2$  continue à chaque sommet régulier, et  $C^1$  continue partout ailleurs :

$$\beta(n) = \frac{1}{n} \left( \frac{5}{8} - \frac{(3 + 2 \cos(2\pi/n))^2}{64} \right) \quad (4.1)$$

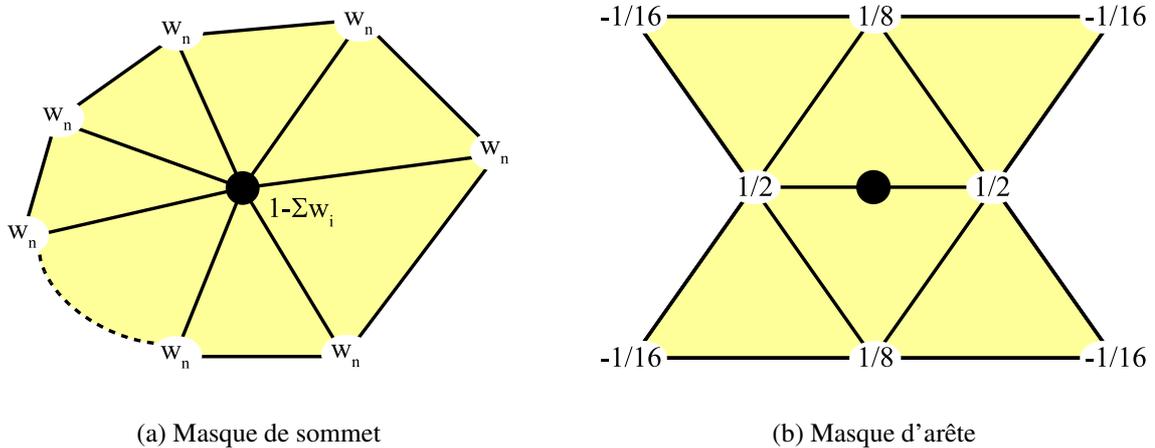
Après un nombre infini d’étapes de subdivision, la surface engendrée est appelée surface limite. Les points et la continuité de la surface limite peuvent être déterminés mathématiquement. Un avantage majeur des schémas de subdivision approximatifs est que la surface résultante tend à être très lisse (caractérisée par la continuité). Un degré supplémentaire de continuité implique une surface plus lisse. Un autre avantage est que les schémas approximatifs convergent plus rapidement que les schémas interpolants.

#### 4.1.2.2 Subdivision papillon

Le schéma de subdivision “papillon” (*butterfly subdivision*) est un schéma interpolant : les sommets du maillage initial ne sont pas repositionnés durant la phase de lissage [Dyn et al., 1990].

En conséquence, ce schéma préserve le volume de la surface initiale mieux que les autres méthodes, une propriété qui est appréciée par l'industrie du jeu vidéo. La flexibilité limitée de la phase de lissage réduit la continuité de ce schéma, qui est  $G^1$ . Les sommets extraordinaires sont définis comme les sommets de la surface initiale ayant une valence différente de six.

Les masques de raffinement et de lissage du maillage pour le schéma papillon sont présentés en Figures 4.10. La stratégie de raffinement est la même que celle utilisée par Loop : chaque face du maillage initial est subdivisée en quatre faces via la subdivision quaternaire. L'étape de lissage est requise pour calculer la position des nouveaux sommets insérés ; les sommets déjà présents dans le maillage initial sont interpolés. La règle de lissage des nouveaux sommets est seulement valide pour les régions du maillage qui contiennent des sommets réguliers avec une valence six. Toutes les autres configurations de sommets requièrent l'application de masques spéciaux [Dyn et al., 1990; Zorin et al., 1996].



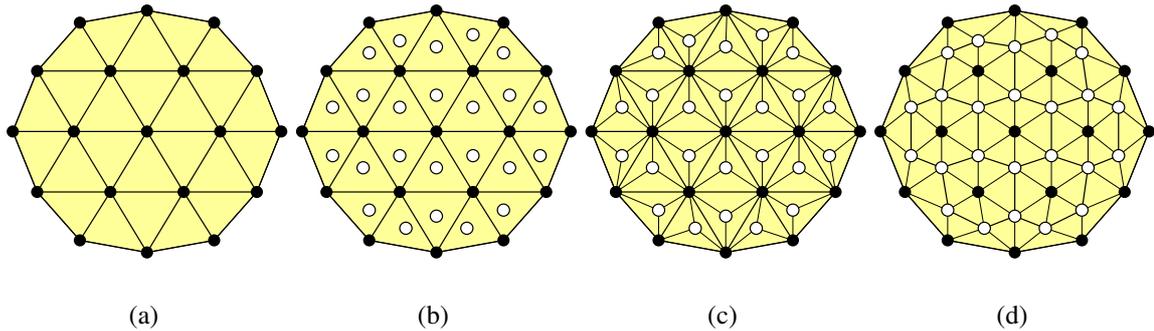
**Figure 4.10** – Les masques pour le schéma de subdivision papillon (le point en noir indique quel sommet est mis à jour / généré). Les masques montrent les poids pour chaque sommet impliqué. Les poids  $w_n$  varient en fonction du nombre  $n$  de sommets dans le voisinage.

Le schéma interpolant génère une surface qui ressemble plus à un maillage de contrôle. Ceci est visible quand il est appliqué sur des maillages avec peu de faces. Cependant, le schéma interpolant peut générer des surfaces avec des ondulations “non naturelles” créant ainsi des effets indésirables. Un autre inconvénient est que les masques utilisés sont plus grands que ceux du schéma de Loop, ce qui augmente donc les calculs nécessaires.

#### 4.1.2.3 $\sqrt{3}$ -subdivision

Les schémas de subdivision papillon et de Loop utilisent tous les deux la règle de raffinement quaternaire (où chaque face est divisée en quatre sous-faces). Kobbelt [Kobbelt, 2000]

a présenté récemment un nouveau schéma de subdivision de maillages triangulaires appelé  $\sqrt{3}$ -subdivision. L'auteur introduit une nouvelle règle de raffinement : les nouveaux sommets ne sont plus insérés sur les arêtes mais sur les faces (un sommet est généré par face). Cette nouvelle règle de raffinement a l'avantage d'augmenter le nombre de faces dans le maillage plus lentement que les méthodes précédentes. Afin d'obtenir des faces plus uniformes, on utilise l'opération de basculement d'arête (*edge swap*) pour connecter les deux nouveaux sommets générés dans les faces voisines (voir Figure 4.11).



**Figure 4.11** – Illustration de la  $\sqrt{3}$ -subdivision. Premièrement, un sommet est généré au centre de chaque face. Ensuite, ce sommet est connecté aux trois sommets de la face. Finalement, l'opération de basculement d'arête est effectuée pour relier les nouveaux sommets entre eux.

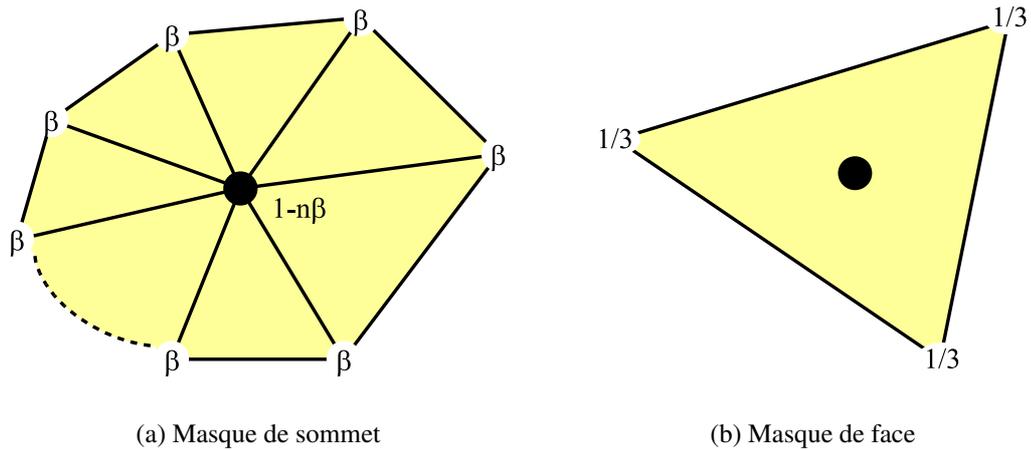
Les masques pour le schéma  $\sqrt{3}$ , qui requièrent un support minimum, sont présentés en Figure 4.12. Comme dans la subdivision de Loop, le poids  $\beta$  de chaque sommet est une fonction de la valence  $n$ , et le choix  $\beta(n)$  proposé dans l'équation 4.2 génère une surface  $C^2$  continue partout sauf aux sommets irréguliers ( $n \neq 6$ ) où la continuité est au moins  $C^1$  [Kobbelt, 2000] :

$$\beta(n) = \frac{4 - 2 \cos(2\pi/n)}{9n} \quad (4.2)$$

L'avantage majeur de ce schéma est qu'il permet la subdivision adaptative d'une manière naturelle [Kobbelt, 2000]. Les autres avantages par rapport aux schémas précédents sont une taille plus petite des masques et l'augmentation plus faible du nombre de faces. L'inconvénient est que l'opération de basculement d'arête introduit une petite complexité supplémentaire.

### 4.1.3 Niveaux de détail dépendants du point de vue

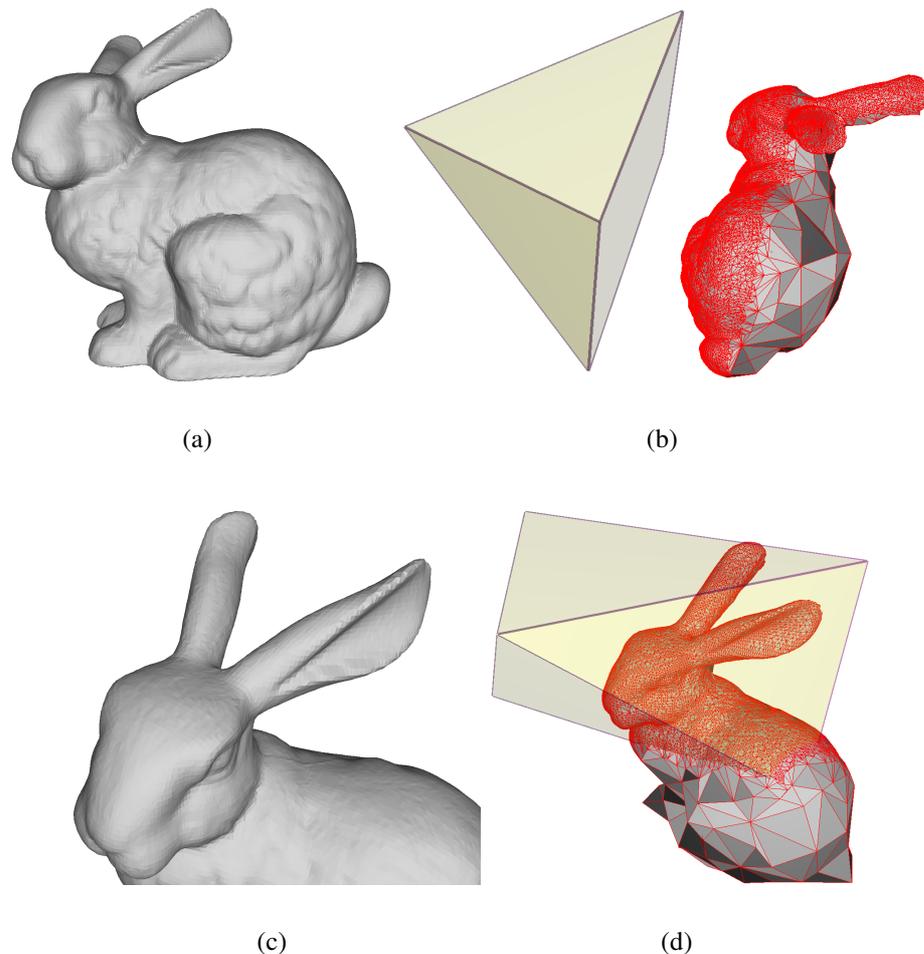
Gérer un niveau de détail avec un nombre discret de niveaux de détail se réduit à un problème de sélection du niveau de détail : pour chaque image, il faut choisir quel niveau de détail représentera quel objet. Les niveaux continus de détail présentent un problème similaire : il faut



**Figure 4.12** – Les masques pour le schéma de  $\sqrt{3}$  subdivision requièrent un support minimal. Le masque de face nécessite seulement les sommets de la face. Le masque de sommet utilisent les sommets dans le voisinage direct.

choisir combien de détails doivent être allouer pour chaque objet visible. Nous allons voir maintenant les niveaux de détail dépendants du point de vue, qui représentent une tâche beaucoup plus compliquée mais offrent aussi plus de flexibilité sur la manière d’allouer les détails. La Figure 4.13 montre un exemple de visualisation dépendante du point de vue où le modèle est simplifié en fonction du point de vue courant.

Beaucoup de techniques de simplification dépendante du point de vue ont été proposées [Xia and Varshney, 1996; Hoppe, 1997; Luebke and Erikson, 1997]. Toutes ces techniques sont basées essentiellement sur le même concept : une hiérarchie d’opérations de fusion de sommets appliquées ou inversées en temps réel en fonction d’un ensemble de critères dépendants du point de vue. Un seul objet peut ainsi contenir plusieurs niveaux de détails. Par exemple, les portions distantes d’un grand maillage peuvent être simplifiées plus agressivement que les portions proches, et les régions de silhouette peuvent avoir plus de détails que les régions intérieures du modèle. Les techniques de niveaux de détail dépendants du point de vue peuvent produire des simplifications haute fidélité pour un maillage donné, car elles allouent des détails là où ils sont requis. Les ajustements continus des détails permettent des transitions lisses entre les niveaux de détail, réduisant ainsi les artefacts. Cependant, ces techniques demandent un coût de calcul relativement élevé, car le maillage est continuellement évalué, simplifié, et raffiné en temps réel. Dans cette partie, nous voyons un schéma générique de simplification dépendante du point de vue.

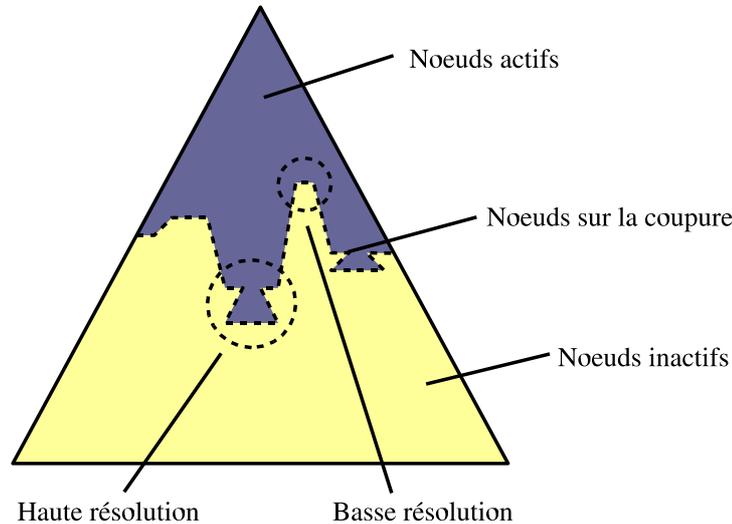


**Figure 4.13** – Simplification dépendante du point de vue pour le modèle Bunny. La colonne de gauche montre le rendu de deux points de vue différents, et la colonne de droite montre une vue des deux scènes avec le modèle et le point de vue courant. Dans chacune des scènes, les faces non visibles sont supprimées pour accélérer le calcul du rendu. Le modèle original contient 69 451 faces, le modèle en (a) contient 25 389 faces, et le modèle en (b) contient 12 539 faces.

#### 4.1.3.1 Hiérarchie de sommets

Une grande partie des approches de simplification dépendante du point de vue conduisent à encoder le maillage et les différentes simplifications possibles dans une seule structure de données appelée **hiérarchie de sommets**. Comme le nom le suggère, la structure est une hiérarchie des sommets du modèle original. Les sommets sont récursivement fusionnés pendant l'initialisation par une application répétée d'opérations de simplification basées sur la contraction. Les feuilles de la hiérarchie représentent un seul sommet du maillage original, et les noeuds intérieurs représentent des sommets fusionnés. Si la hiérarchie forme un seul arbre, la racine de cette arbre représente le modèle entier fusionné. Durant la visualisation temps réel, la hiérarchie de sommet est interrogée dynamiquement pour générer une scène simplifiée. Chaque coupure possible

à travers la hiérarchie représente une simplification différente, avec des sommets fusionnés en fonction des noeuds sur la coupure (voir Figure 4.14). L'algorithme opère en testant continuellement les noeuds en fonction de critères dépendants du point de vue, et en bougeant la coupure en haut et en bas pour simplifier ou raffiner localement le modèle en fonction du résultat.



**Figure 4.14** – Une vue schématique de la hiérarchie de sommet représentant un modèle. Une coupure le long de la hiérarchie décrit une simplification particulière. Raffiner une région pousse la coupure vers le bas, tandis que simplifier une région pousse la coupure vers le haut.

Plusieurs variantes de la structure générale de la hiérarchie de sommets ont été proposées. Beaucoup d'algorithmes de niveaux de détail dépendants du point de vue utilisent une application répétée d'opérateurs de contraction d'arête pour construire une hiérarchie binaire de sommets. Par exemple l'algorithme des maillages progressifs dépendants du point de vue [Hoppe, 1997] étend la structure des maillages progressifs pour supporter un raffinement dépendant du point de vue. Xia et Varshney [Xia and Varshney, 1996] utilisent une structure similaire de hiérarchie binaire de sommets, qu'ils appellent arbres de fusion. La structure de hiérarchie binaire comporte quelques avantages. Chaque noeud requiert moins d'espace mémoire, car le nombre d'enfants est connu. La structure simple et régulière d'une hiérarchie binaire permet une traversée efficace de la hiérarchie. L'inconvénient principal d'une telle hiérarchie binaire de sommets est sa très fine granularité. Comme chaque noeud représente une contraction d'arête, couper un noeud supprime seulement deux faces du maillage. Ainsi, la hiérarchie contiendra beaucoup de noeuds, et beaucoup de coupures sont requises pour arriver au niveau de détail désiré.

#### 4.1.3.2 Critères dépendants du point de vue

Une hiérarchie de sommets permet d'effectuer des simplifications et raffinements locaux rapides. Comme différentes régions d'un modèle peuvent être simplifiées différemment en temps

réel, les hiérarchies de sommets supportent les niveaux de détail dépendants du point de vue. Différents critères dépendants du point de vue peuvent être utilisés pour guider la simplification, ils servent en effet à évaluer un noeud dans la hiérarchie et à indiquer s'il doit être activé ou non. Étant donné un ensemble de critères, les noeuds près de la coupure sont évalués pour déterminer si ces noeuds doivent être activés (abaissement de la coupure et augmentation des détails locaux) ou désactivés (élévation de la coupure et diminution des détails locaux).

Par exemple, Luebke et Erikson [Luebke and Erikson, 1997] décrivent trois critères : un seuil d'erreur dans l'espace de l'écran, un test de silhouette, et un budget de triangles. Le seuil d'erreur dans l'espace de l'écran permet de surveiller la projection de l'activation d'un noeud dans la hiérarchie de sommets en utilisant une sphère englobante qui contient la région de support du noeud, et en désactivant les noeuds correspondants à un nombre de pixels inférieur à un seuil spécifié par l'utilisateur. Ceci donne un niveau de détail basé sur la taille, dans lequel les objets petits ou distants sont représentés avec moins de détails que les objets proches.

Le test de silhouette utilise un test de cône précalculé de normales qui détermine si un groupement de sommets est actuellement sur la silhouette. Cette technique associe un cône (qui encapsule les normales des triangles supportés par le noeud) et une sphère (qui contient les sommets supportés par le noeud). Le test de silhouette s'accorde avec l'approche du seuil d'erreur dans l'espace de l'écran, car les groupements sur la silhouette sont testés simplement avec un seuil plus faible que les régions intérieures. Beaucoup d'autres techniques peuvent être utilisées pour déterminer l'état de la silhouette. Johnson et Cohen [Johnson and Cohen, 2001] généralisent le concept de cône de normales à des hiérarchies spatiales de cônes de normales.

Finalement, les hiérarchies de sommets supportent des simplifications minimisant un critère d'erreur dépendant du point de vue tout en restant dans un budget de faces défini par l'utilisateur. Par exemple, Luebke et Erikson mesurent l'erreur en un noeud en fonction de la sphère englobante contenant la région de support du noeud, et considérant que les sommets ne peuvent pas bouger plus loin que le diamètre de la sphère. Les noeuds de la hiérarchie sont activés de manière à minimiser l'erreur dans l'espace-écran obtenue en projetant la sphère sur l'écran. Dans ce processus, les sommets sur l'écran peuvent bouger de  $x$  pixels au plus de leur position originale, et il faut donc minimiser  $x$  sans excéder le budget de faces fixé.

## 4.2 Analyse multirésolution

Le schéma d'analyse multirésolution, décrit par Mallat [Mallat, 1989] dans le cadre du traitement du signal, fournit tous les outils nécessaires à l'élaboration de filtres d'analyse et de

synthèse pour une approche multiéchelle. Les deux composantes primordiales pour effectuer une analyse multirésolution sont :

- une chaîne infinie d’espaces emboîtés de fonctions de  $L^2(\mathbb{R})$  tels que le passage de l’un à l’autre soit le résultat d’un changement d’échelle,  $V^0 \subset V^1 \subset V^2 \subset \dots$ , l’espace  $V^l$  contient les fonctions de résolution  $l$  (la résolution augmente lorsque  $l$  augmente),
- un produit scalaire  $\langle f, g \rangle$  défini pour chaque paire de fonctions  $f, g \in V^l$ .

Le produit scalaire permet de définir l’espace orthogonal complémentaire  $W^l$ , appelé aussi espace de détail :

$$W^l = \{f \in V^{l+1} | \langle f, g \rangle = 0, \forall g \in V^l\}. \tag{4.3}$$

Les espaces complémentaires orthogonaux sont écrits sous la forme :  $V^{l+1} = V^l \oplus W^l$ , car chaque fonction  $f^{l+1} \in V^{l+1}$  peut s’écrire de manière unique comme une décomposition orthogonale de fonctions :  $f^{l+1} = f^l + f_d^l$  avec  $f^l \in V^l$  et  $f_d^l \in W^l$ .

La décomposition orthogonale joue un rôle important dans l’analyse multirésolution. Il est facile de montrer que dans ce cas,  $f^l$  est la meilleure approximation de  $f^{l+1}$  car c’est l’unique fonction de  $V^l$  qui minimise le produit  $\langle f^{l+1} - f^l, f^{l+1} - f^l \rangle$ . Une fonction  $f^{l+1} \in V^{l+1}$  se décompose en deux parties : une partie approximation qui est  $f^l$  et une partie détail qui est  $f_d^l$ . Les **fonctions d’échelles** servent alors de bases pour les espaces  $V^l$  et les **ondelettes** servent de bases pour les espaces complémentaires  $W^l$ . Dans le cas général, ces fonctions d’ondelette sont définies comme des translatées et dilatées d’une fonction particulière, appelée **ondelette mère**. Ces ondelettes sont couramment appelées “ondelettes de première génération”. La Figure 4.15 représente le schéma d’analyse multirésolution.

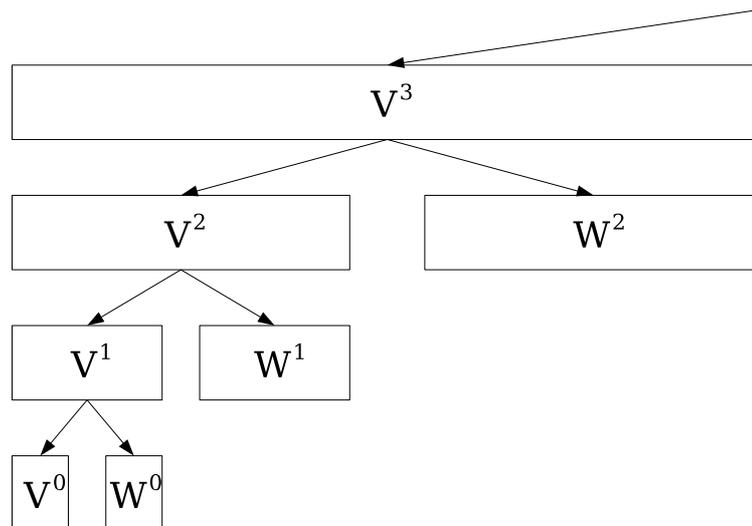


Figure 4.15 – Schéma d’analyse multirésolution.

Sweldens a proposé un nouveau schéma, appelé *lifting scheme*, permettant de construire une transformée en ondelettes biorthogonale [Sweldens, 1994; Sweldens, 1998]. La différence principale avec les constructions classiques est que cette méthode n'utilise pas la transformée de Fourier pour définir les fonctions d'échelle et les ondelettes. Le *lifting* permet de créer des "ondelettes de seconde génération" qui ne sont pas nécessairement des versions translatées et dilatées d'une fonction mère. L'objectif principal de Sweldens est de créer un algorithme rapide de transformée en ondelettes en utilisant un support compact. Le schéma du *lifting scheme* est présenté en Figure 4.16.

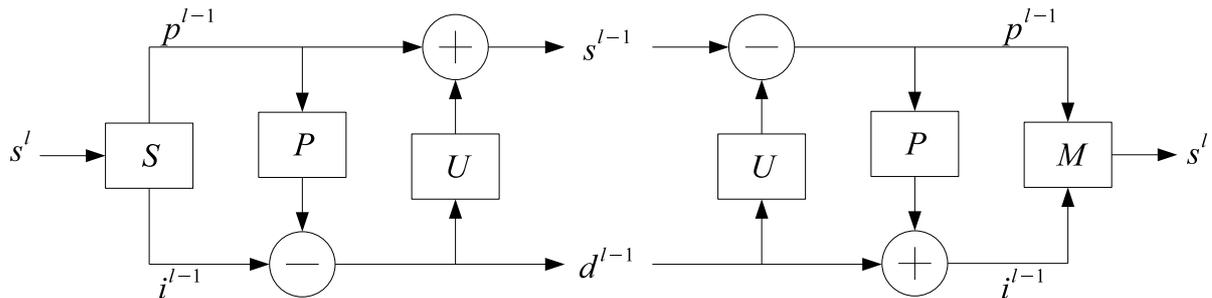


Figure 4.16 – Schéma du *lifting scheme*.

Le processus de décomposition, illustré sur la partie gauche de la Figure 4.16, est réalisé en trois étapes :

- **Split** : l'opérateur  $S$  sépare le signal en deux ensembles de données disjoints, les données d'indice pair  $p^{l-1}$  et les données d'indice impair  $i^{l-1}$ .
- **Predict** : l'opérateur  $P$  prédit les données impaires en utilisant les données paires. Cette prédiction permet de calculer les coefficients de détail  $d^{l-1}$  comme la différence entre les données impaires originales et les données impaires prédites.
- **Update** : l'opérateur  $U$  réalise l'étape dite de *lifting*. Cette étape permet par exemple de conserver la valeur moyenne du signal à travers les échelles.

Le processus de reconstruction, illustré sur la partie droite de la Figure 4.16, est réalisé en trois étapes :

- **Undo update** : cette étape permet de retrouver les données paires originales.
- **Undo predict** : les données impaires sont exactement reconstruites en utilisant l'opérateur de prédiction  $P$ , utilisé dans le processus de décomposition, et en ajoutant les coefficients de détail  $d^{l-1}$ .
- **Merge** : l'opérateur  $M$  permet de fusionner les données paires et impaires reconstruites pour retrouver le maillage fin original.

La transformée inverse est toujours construite en inversant l'ordre et en changeant les signes des opérations effectuées dans le processus de décomposition.

## 4.3 État de l'art de l'analyse multirésolution de maillages

Nous avons rappelé dans le paragraphe précédent les propriétés de construction d'une analyse multirésolution pour un ensemble de fonction de  $L^2(\mathbb{R})$ . Dans cette partie, nous présentons les différentes méthodes d'analyse multirésolution pour les maillages proposées dans la littérature.

### 4.3.1 Analyse multirésolution de maillages semi-réguliers

#### 4.3.1.1 Analyse de Lounsbery

Lounsbery [Lounsbery, 1994; Lounsbery et al., 1997] fût le premier à faire le lien entre la transformée en ondelette et les surfaces de subdivision. L'auteur propose une technique permettant de construire une représentation multirésolution pour les maillages semi-réguliers (voir Chapitre 2). Ces maillages sont paramétrés par des surfaces triangulaires et la subdivision quaternaire des faces sur plusieurs niveaux. Un exemple de ce type de subdivision est présenté au début de ce chapitre. Lounsbery définit les deux propriétés suivantes pour construire son analyse multirésolution de maillages semi-réguliers :

- Une méthode de subdivision récursive pour définir une séquence d'espaces emboîtés.
- Un produit scalaire pour ces espaces.

Un schéma de subdivision de surface permet d'affiner itérativement un maillage de contrôle  $M_c^0$  vers une surface limite noté  $M_c^\infty$ . A chaque étape, les positions des sommets du maillage de  $M_c^{l+1}$  sont calculés à partir des sommets de  $M_c^l$ . Si nous notons  $\mathbf{V}^l$  le vecteur colonne dont la ligne  $i$  correspond au sommet  $i$  de  $M_c^l$ , alors il existe une matrice  $\mathbf{P}^l$  tel que  $\mathbf{V}^{l+1} = \mathbf{P}^l \mathbf{V}^l$ . La matrice  $\mathbf{P}^l$  caractérise la méthode de subdivision. Les valeurs de  $\mathbf{P}^l$  ne dépendent que de la connexion des sommets de  $M_c^0$  et non pas de la position géométrique de ces sommets. Lounsbery montre que la subdivision de surfaces peut être paramétrée à l'aide d'une fonction  $S(\mathbf{x})$  où  $\mathbf{x}$  est un point de  $M_c^0$ . Il établit la correspondance  $S$  entre les points de  $M_c^0$  et la surface limite  $M_c^\infty$ .  $S(\mathbf{x})$  est en fait une collection de fonctions emboîtées. Pour  $l \geq 0$ ,  $s \geq l$  et  $\mathbf{V}^l$  le vecteur colonne de sommet de  $M_c^l$ , il existe des vecteur lignes  $\Phi^{s \leftarrow l}(\mathbf{x})$ ,  $\Phi^{s \leftarrow l} : M_c^0$  tels que :

$$S^s(\mathbf{x}) = \Phi^{s \leftarrow l}(\mathbf{x}) \mathbf{V}^l. \quad (4.4)$$

L'auteur définit ensuite les fonctions d'échelles  $\phi^l(\mathbf{x})$  à l'aide de la fonction  $S(\mathbf{x})$  dont la principale propriété est de pouvoir s'exprimer comme une combinaison linéaire de fonctions d'un

niveau de résolution plus élevé :

$$S(\mathbf{x}) = \sum_i v_i \phi_i^l(\mathbf{x}), \quad (4.5)$$

avec  $l \geq 0$ ,  $\mathbf{x} \in M_c^0$  et  $v_i$  représente le sommet  $i$ . Lounsbery utilise une notation matricielle en posant  $\Phi^j(\mathbf{x}) = \lim_{s \rightarrow \infty} \Phi^{s \leftarrow l}(\mathbf{x})$ . L'équation 4.4 s'écrit alors :

$$S^s(\mathbf{x}) = \Phi^l(\mathbf{x}) \mathbf{V}^l, \quad (4.6)$$

où  $\Phi^l(\mathbf{x})$  est une matrice dont les lignes représentent les fonctions d'échelles  $\phi_i^l(\mathbf{x})$ .

Le produit scalaire de deux fonctions  $f, g \in \mathbf{V}^l(M_c^0)$ ,  $j < \infty$  est défini selon la relation suivante :

$$\langle f, g \rangle = \sum_{\tau \in \Delta M_c^0} \frac{1}{\text{Aire}(\tau)} \int_{\mathbf{x}' \in M_c^0} f(\mathbf{x}') g(\mathbf{x}') d\mathbf{x}', \quad (4.7)$$

où  $\Delta M_c^0$  représente les facettes triangulaires de  $M_c^0$  et  $d\mathbf{x}'$  est la surface élémentaire prise sur le triangle  $\tau$ . Le produit scalaire est, d'après l'équation 4.7, indépendant de la position géométrique des sommets.

Les deux composantes nécessaires à l'analyse multirésolution étant définies, Lounsbery introduit les fonctions d'ondelettes  $\psi$  sous forme matricielle  $\Psi^l(\mathbf{x}) = (\psi_1^l(\mathbf{x}), \psi_2^l, \dots)$  de l'espace orthogonal complémentaire  $\mathbf{W}^l(M_c^0)$ . Les lignes de la matrice  $\Psi^l(\mathbf{x})$  représentent les fonctions d'ondelette.  $\mathbf{W}^l$  représente la matrice des coefficients d'ondelette  $w_i^l$ .

Dans le cas d'une analyse multirésolution classique d'un signal ou d'une image, les filtres d'analyse et de synthèse sont représentés par des séquences de nombres réels qui sont les mêmes pour tous les points composant le signal ou l'image. Dans le cas de maillage semi-régulier, les coefficients des filtres sont fonctions de la connectivité du maillage pour mesurer les variations de la surface. Les filtres sont donc représentés par des matrices. Les filtres de synthèse sont alors définis par la relation :

$$\begin{pmatrix} \Phi^l(\mathbf{x}) & \Psi^l(\mathbf{x}) \end{pmatrix} = \Phi^{l+1}(\mathbf{x}) \begin{pmatrix} \mathbf{P}^l & \mathbf{Q}^l \end{pmatrix}, \quad (4.8)$$

et les filtres d'analyse multirésolution sont obtenus à partir de la relation inverse suivante :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}^l \\ \mathbf{B}^l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}^l & \mathbf{Q}^l \end{pmatrix}^{-1}. \quad (4.9)$$

Le schéma d'analyse multirésolution est alors déterminé à partir des matrices d'analyse et de synthèse et nous avons les relations suivantes :

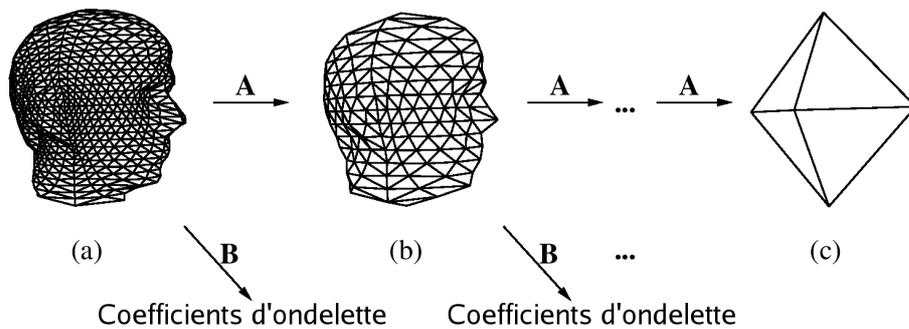
$$\mathbf{V}^l = \mathbf{A}^l \mathbf{V}^{l+1}, \quad (4.10)$$

$$\mathbf{W}^l = \mathbf{B}^l \mathbf{V}^{l+1}. \quad (4.11)$$

La reconstruction au niveau supérieur est effectuée à l'aide des matrices  $\mathbf{P}^l$  et  $\mathbf{Q}^l$  :

$$\mathbf{V}^{l+1} = \mathbf{P}^l \mathbf{V}^l + \mathbf{Q}^l \mathbf{W}^l. \quad (4.12)$$

La Figure 4.17 décrit le processus de décomposition multirésolution à l'aide de la transformée en ondelette. A partir d'un maillage semi-régulier (Figure 4.17(a)), les positions des sommets d'approximation (Figure 4.17(b)) sont obtenues à l'aide des matrices  $\mathbf{A}^l$ , les coefficients d'ondelette obtenus avec les matrices  $\mathbf{B}^l$ . La résolution la plus grossière est pour cet exemple un octaèdre (Figure 4.17(c)). Le principal inconvénient de cette technique est la nécessité d'avoir un maillage semi-régulier. En effet, les filtres sont définis à partir des subdivisions quaternaires du maillage. La résolution la plus grossière  $M_c^0$  représente le polygone à faces triangulaires le plus simple. Les maillages des résolutions supérieures sont calculés par des subdivisions quaternaires successives du polygone de base suivies de déformations. La plupart des maillages ne respectent pas ces propriétés s'ils n'ont pas été construits à l'aide d'un schéma de subdivision [Loop, 1987].



**Figure 4.17** – Décomposition multirésolution (a) d'un maillage semi-régulier, (b) représentation d'une approximation, (c) maillage le plus grossier (octaèdre) [Lounsbery et al., 1997].

#### 4.3.1.2 Ondelettes sphériques

La transformée en ondelettes sphériques s'applique aux fonctions définies sur une sphère comme certains modèles topographiques de terrain ou des données planétaires. De nombreuses applications pour modéliser la réflexion ou l'illumination s'appuient sur des fonctions définies sur une sphère. La première construction des ondelettes sphériques a été réalisée par Dahlke [Dahlke et al., 1994] à partir d'une spline exponentielle. Son approche utilise la paramétrisation  $(\phi, \theta)$  de la sphère.

La méthode de Schröder et Sweldens [Schröder and Sweldens, 1995] s'appuie sur la méthode du *lifting scheme* [Sweldens, 1994] et sur les travaux de Lounsbery [Lounsbery, 1994] pour déterminer des bases d'ondelettes sphériques. Chaque point est dans un premier temps repositionné sur une sphère géodésique. Un voisinage à plusieurs niveaux est introduit permettant la construction de bases d'ondelettes.

### 4.3.2 Analyse multirésolution de maillages irréguliers

Les schémas d'analyse présentés précédemment se limitent aux maillages semi-réguliers. La plupart des maillages ne respectent pas cette propriété s'ils n'ont pas été construits à l'aide d'un schéma de subdivision. Pour s'affranchir de ce problème, Eck [Eck et al., 1995] présente une méthode qui convertit n'importe quel type de surface triangulaire en maillage semi-régulier. Plusieurs méthodes de paramétrisation ont été présentées [Lee et al., 1998; Desbrun et al., 2002; Alliez et al., 2003]. Ces méthodes remaillent la surface du modèle initial en utilisant une topologie régulière. L'inconvénient majeur de cette transformation est qu'elle introduit de nombreuses erreurs dans les hauts niveaux de détail et augmente le nombre de faces pour la résolution de départ.

Nous allons maintenant voir les schémas d'analyse multirésolution adaptés aux maillages irréguliers. Ces méthodes partent toutes d'un maillage haute résolution qu'elles déciment pour créer des niveaux de détail plus grossiers.

#### 4.3.2.1 Analyse de Bonneau

Bonneau [Bonneau, 1998] présente une méthode pour appliquer les ondelettes à des maillages irréguliers. Il définit deux opérateurs : un opérateur de lissage pour calculer le maillage à un niveau de résolution plus bas et un opérateur d'erreur qui détermine la différence entre le maillage

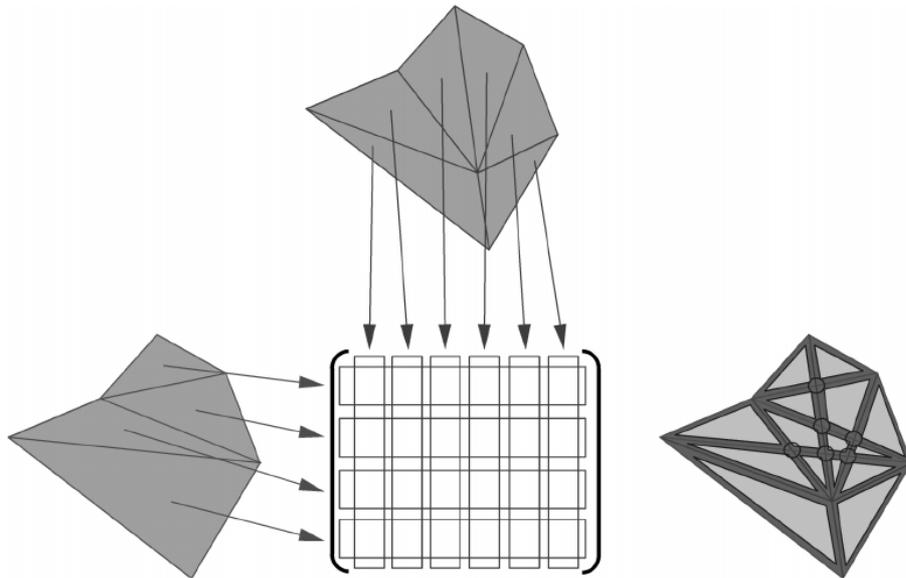
d'approximation et celui de départ. Ces deux opérateurs sont définis par des matrices  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{B}$ . Les matrices de synthèses  $\mathbf{P}$  et  $\mathbf{Q}$  regroupent les opérateurs de reconstruction. La relation entre ces matrices est

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}^l \\ \mathbf{B}^l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}^l & \mathbf{Q}^l \end{pmatrix}^{-1}. \quad (4.13)$$

Pour déterminer les maillages aux résolutions moins élevées que celle du maillage initiale, Bonneau utilise la représentation hiérarchique de la triangulation de Delaunay. Cette représentation, comme dans le cas des maillages progressifs, fournit des maillages de plus en plus simplifiés.

Le calcul de  $\mathbf{A}^l$  entre deux niveaux de résolution  $l$  et  $l + 1$ , est effectué à partir du maillage à la résolution  $l + 1$  et le maillage de la résolution  $l$  de la structure hiérarchique de Delaunay. Les éléments de la matrice sont calculés à partir des intersections entre les triangles de la résolution la plus fine et les triangles de la résolution grossière (voir Figure 4.18) :

$$\mathbf{A}^l(i, j) = \left( \frac{\text{aire}(\text{Triangle}_i^l \cap \text{Triangle}_j^{l+1})}{\text{aire}(\text{Triangle}_i^l)} \right). \quad (4.14)$$



**Figure 4.18** – Intersection entre les triangles d'un niveau de résolution fin et son approximation pour le calcul de la matrice d'analyse  $\mathbf{A}$  grâce à l'équation 4.14 [Bonneau, 1998].

La condition d'orthogonalité requise entre les espaces d'approximation et de détail permet l'établissement de la matrice  $\mathbf{B}^l$  à partir de  $\mathbf{A}^l$  : les lignes de  $\mathbf{A}^l$  devant être orthogonales aux lignes de  $\mathbf{B}^l$ . Notons  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{w}$  les lignes respectives de  $\mathbf{A}^l$  et  $\mathbf{B}^l$ , la condition suivante doit être respectée :

$$\sum_i \frac{1}{\text{aire}(\text{Triangle}_i^{l+1})} \mathbf{v}_i \mathbf{w}_j = 0. \quad (4.15)$$

Bonneau généralise ainsi les fonctions de Haar pour l'analyse multirésolution de maillages irréguliers. Cette analyse a l'avantage de gérer les attributs d'apparence, mais elle reste limitée aux maillages planaires ou sphériques [Gerussi, 2000].

#### 4.3.2.2 Analyse de Guskov

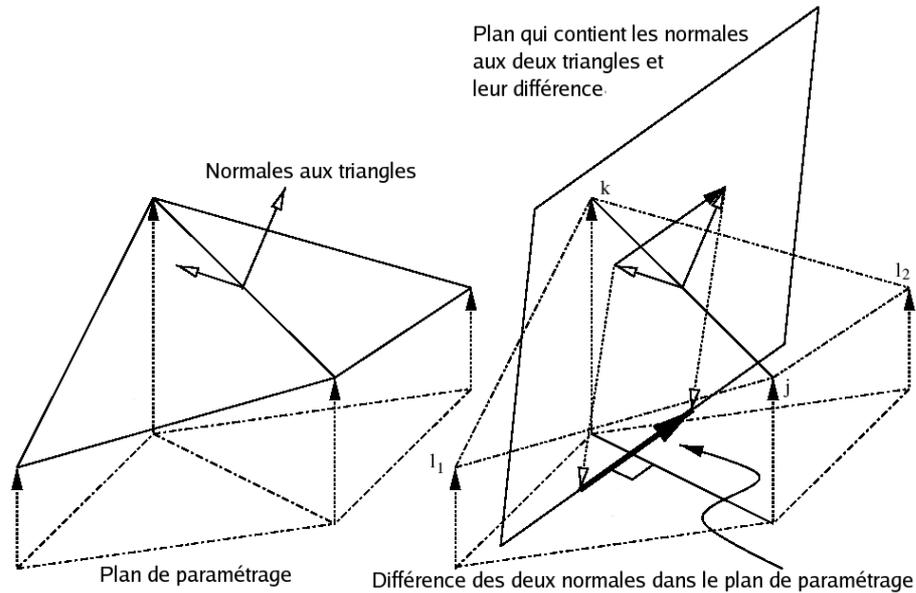
Daubechies [Daubechies et al., 1999] et Guskov [Guskov et al., 1999] s'appuient sur la généralisation des schémas de subdivision pour proposer la construction des ondelettes de seconde génération sur les maillages irréguliers. Les algorithmes de subdivision sont rapides et créent naturellement des structures multirésolutions qui peuvent permettre le développement de fonctions d'échelle et d'ondelette. Les auteurs proposent un schéma de subdivision non-uniforme construit à partir d'un opérateur de relaxation non-uniforme et d'un procédé de sous et sur échantillonnage déterminé à partir de l'algorithme des maillages progressifs [Hoppe, 1996].

L'opérateur de relaxation permet de lisser le maillage. Il s'appuie sur la minimisation des dérivées du second ordre de la surface. La dérivée du second ordre est la différence entre les normales de triangles voisins (voir Figure 4.19). Le vecteur associé à cette différence entre deux normales est perpendiculaire à l'arête commune car les deux normales sont perpendiculaires à cette arête. La troisième composante est nulle, donc ce vecteur appartient au plan de paramétrage des deux triangles. La dérivée du second ordre est orthogonale à l'arête commune dans le plan de paramétrage. Une fonction d'énergie est calculée à partir de cette dérivée. L'opérateur de relaxation est calculé pour un sommet et pour un voisinage donné. Il correspond au minimum des fonctions d'énergie calculées pour chaque arête du voisinage.

Nous rappelons que l'algorithme des maillages progressifs permet d'obtenir au fil des itérations, à partir d'un maillage initial, des représentations de plus en plus grossières. A chaque niveau de résolution une arête est contractée et un sommet est éliminé (voir paragraphe 4.1).

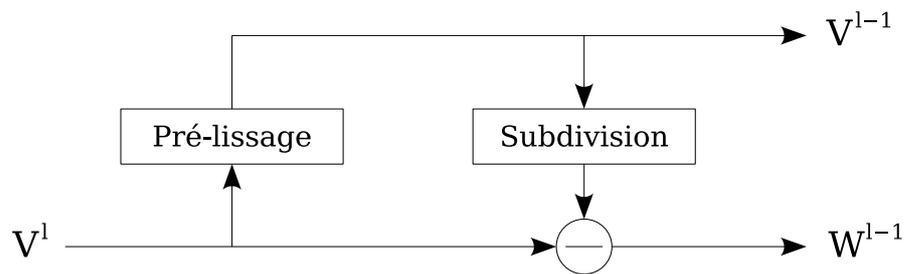
La subdivision permet à partir d'un maillage grossier de construire successivement des maillages plus fins. Guskov propose un schéma de subdivision non-uniforme pour construire un maillage lissé ayant la même structure que le maillage initial. A partir du maillage de la résolution la plus basse, calculé à l'aide de la méthode des maillages progressifs, les auteurs déterminent la position et les changements correspondant à l'insertion d'un nouveau point. Cette position est calculée selon la valeur de l'opérateur de relaxation.

Le schéma d'analyse multirésolution de Guskov dérive du schéma de Burt-Adelson [Burt and Adelson, 1983]. Ce schéma pyramidal est représenté en Figure 4.20. Les quatre étapes de l'analyse sont effectuées sur un sommet à la fois. Il y a dans un premier temps un pré-filtrage, puis



**Figure 4.19** – Calcul de la dérivée du second ordre associée à une arête [Guskov et al., 1999].

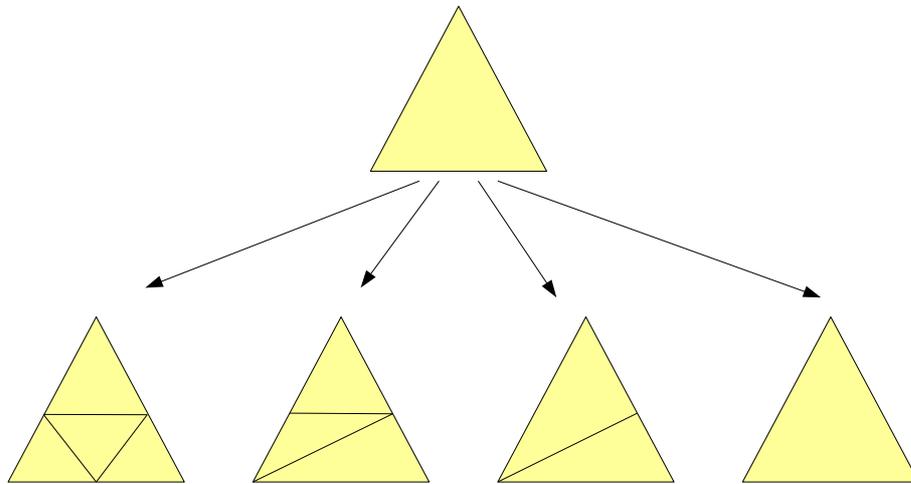
un sous-échantillonnage, une subdivision à l'aide de l'opérateur de relaxation et le calcul des coefficients de détail. L'étape de pré-filtrage n'est pas nécessaire car la méthode des maillages progressifs a une action de lissage lors d'un sous-échantillonnage ( $V^l \rightarrow V^{l-1}$ ). La subdivision non-uniforme permet d'établir à partir du maillage  $V^{l-1}$  le nouveau point qui conduit à un maillage lissé localement à la résolution  $l$ . Le calcul des détails s'effectue en faisant la différence entre les deux maillages  $V^l$  et  $V^{l-1}$ . Les détails  $W^l$  pour les niveaux de résolutions  $l$  élevées proviennent des fusions d'arêtes des résolutions fines et correspondent donc à des détails de hautes fréquences. De la même façon, les détails  $W^l$  pour les niveaux de résolution faibles correspondent à des détails de basses fréquences [Daubechies et al., 1999]. Cette analyse peut s'assimiler à une décomposition espace/fréquence du maillage.



**Figure 4.20** – Schéma pyramidal de Burt-Adelson.

### 4.3.2.3 Analyse de Valette

Valette [Valette and Prost, 2004] reprend le schéma d'analyse de Lounsbery et propose d'assouplir la règle de subdivision quaternaire, ainsi chaque face peut être subdivisée en 4, 3, 2 ou 1 sous-faces (voir Figure 4.21). Cette méthode permet d'appliquer l'analyse multirésolution de Lounsbery directement sur les maillages irréguliers, évitant ainsi les étapes de remaillage. Notons que cette technique apporte un surcoût dans un algorithme de codage. Valette propose trois *codebooks* permettant d'encoder chaque cas de la subdivision. Ces *codebooks* intègrent aussi la hiérarchie des sommets entre deux niveaux de résolution en repérant les sommets parents et les sommets enfants.

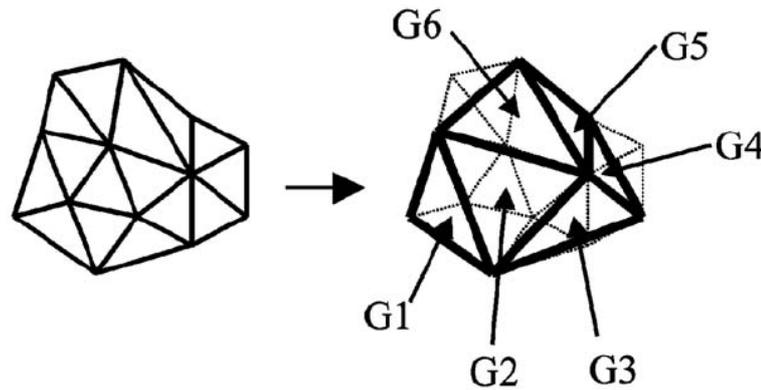


**Figure 4.21** – Subdivision irrégulière en quatre, trois, deux ou une sous-faces.

La décomposition du maillage est effectuée par un processus de simplification effectué avec un algorithme qui fusionne les faces du maillage, en considérant les règles établies par le processus de subdivision (voir Figure 4.22). Les auteurs redéfinissent les matrices  $A^l$  et  $B^l$  en reformulant le produit scalaire dans le schéma d'analyse multirésolution. Une permutation d'arête entre deux faces voisines permet d'augmenter le nombre de sommets jusqu'au nombre de valences requis, mais cette transformation introduit des erreurs sur le maillage initial [Valette et al., 1999]. Les permutations d'arête permettent, en général, d'obtenir un tétraèdre comme maillage de base (*i.e.* à la plus basse résolution) si le maillage haute résolution a une topologie de sphère.

### 4.3.3 Discussion

L'analyse multirésolution des maillages 3D à l'aide de la transformée en ondelette ne permet pas de retrouver toutes les propriétés connues de cette transformée appliquée aux images 2D. La principale différence provient de l'échantillonnage irrégulier des points du maillage dans



**Figure 4.22** – Exemple de simplification de surface de Valette [Valette and Prost, 2004].

l'espace. Les méthodes mises en œuvre pour transformer un maillage irrégulier en maillage semi-régulier et régulier introduisent des erreurs dans les échelles de haute résolution [Eck et al., 1995]. D'autre part, les filtres développés sont très contraignants : ils sont calculés pour une subdivision quaternaire. L'analyse ne porte alors que sur la géométrie. Les ondelettes sphériques peuvent s'appliquer à toute fonction définie sur une sphère.

Les méthodes qui définissent un schéma d'analyse directement sur un maillage irrégulier s'appuient sur des représentations hiérarchiques pour définir la règle de sous-échantillonnage et de sur-échantillonnage. L'analyse de Bonneau généralise les ondelettes de Haar sur les maillages définis dans un domaine planaire ou sphérique. La transformée de Guskov s'appuie sur un schéma de subdivision par relaxation de surface permettant des applications comme le filtrage de surface. Le schéma de Guskov est basé sur la décomposition des maillages progressifs, ainsi cette méthode ne fait pas apparaître clairement de niveaux de résolution caractéristiques, liés par exemple à une notion d'échelle globale. La transformée de Valette requiert un processus de simplification complexe limité par des règles de subdivision. Seules les méthodes travaillant dans le domaine sphérique (Schröder et Bonneau) supportent les attributs d'apparence.

#### **4.4 Proposition de nouveaux schémas d'analyse multirésolution pour les maillages irréguliers avec attributs**

Dans cette partie, nous proposons deux schémas d'analyse multirésolution de maillages irréguliers. Nos schémas de décomposition multirésolution ont plusieurs avantages par rapport aux méthodes présentées précédemment. Nos algorithmes sont simples à implémenter car ils ne requièrent qu'un support compact (voisinage direct d'un point). De plus, les attributs d'apparence d'un maillage sont pris en compte durant la décomposition, assurant ainsi une analyse complète

du modèle 3D. Nos schémas de décomposition permettent de créer des niveaux de résolution identifiés et significatifs.

Dans un souci de facilité pour la représentation de ces méthodes, nous fixons le niveau de résolution 0 comme l'échelle la plus fine (*i.e.* le maillage initial  $\mathcal{M}^0$ ). Les approximations  $\mathcal{M}^l$  du maillage initial  $\mathcal{M}^0$  sont plus grossières quand le niveau de résolution  $l$  augmente. Ceci permet une représentation de la structure de données sous forme d'un tableau dynamique facilitant l'implémentation.

Le premier schéma proposé permet de réaliser une **analyse multirésolution interpolante**. Les processus de décomposition et de reconstruction de ce schéma sont présentés en Figure 4.23.

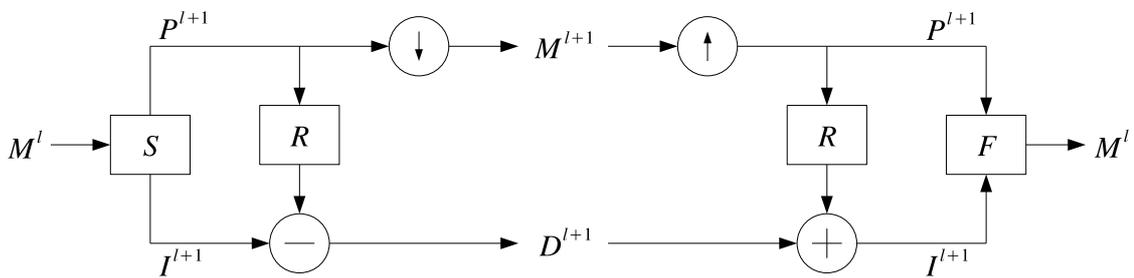


Figure 4.23 – Schéma d'analyse multirésolution interpolante de maillages irréguliers.

Le second schéma proposé permet de réaliser une **analyse multirésolution approximante**. Le processus de décomposition et de reconstruction de ce schéma est présenté en Figure 4.24.

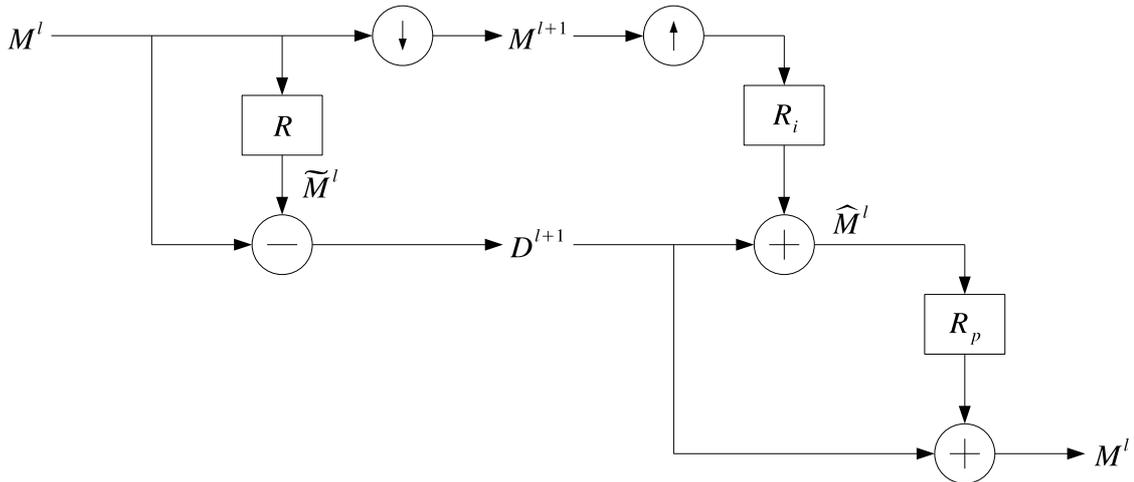


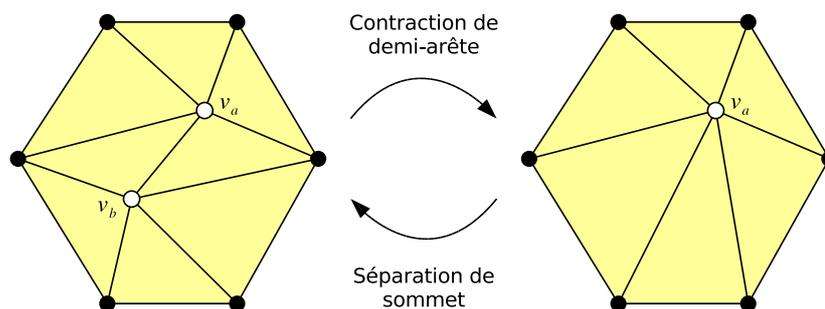
Figure 4.24 – Schéma d'analyse multirésolution approximante de maillages irréguliers.

Dans ces deux schémas, la décomposition en niveaux de résolution est effectuée par une méthode de **sous-échantillonnage global** basée sur les maillages progressifs et l'algorithme de

simplification indépendant (voir Section 4.1). Les opérateurs de sous-échantillonnage  $\downarrow$  et sur-échantillonnage  $\uparrow$  sont présentés en première partie. Ensuite, nous introduisons un opérateur de **relaxation d'attribut**  $R$  permettant le calcul des coefficients de détail pour tous les attributs d'un maillage. Le schéma d'analyse interpolant réalise une transformée en ondelette basée sur le *lifting scheme*. Le schéma d'analyse multirésolution approximant crée une représentation sur-complète engendrant des coefficients de détail supplémentaires et permettant plus d'applications que le schéma interpolant (comme le filtrage ou la modélisation multi-échelle).

#### 4.4.1 Sous-échantillonnage global

La base de l'analyse multirésolution est la création de représentations à différents niveaux de détail à partir d'un ensemble de données. Il existe différentes méthodes pour créer des niveaux de détail à partir d'un maillage triangulaire (voir Section 4.1). Notre décomposition multirésolution est basée sur une décimation incrémentale du maillage. Comme la décomposition doit être inversible, nous devons choisir une décimation inversible. Le schéma de simplification des maillages progressifs [Hoppe, 1996] propose une décimation inversible de maillages. Les maillages progressifs sont caractérisés par une séquence de contractions d'arête simplifiant le maillage, et par une séquence de séparations de sommet reconstruisant le maillage. Pour notre décomposition, la contraction de demi-arête fournit l'étape de base de simplification, et la séparation de sommet fournit l'étape de base du raffinement (voir Figure 4.25). Nous préférons utiliser l'opération de contraction de demi-arête car celle-ci n'introduit pas de nouvelles positions pour les sommets, et sous-échantillonne donc le maillage [Kobbelt et al., 1998a] :  $\mathcal{V}^l \subset \mathcal{V}^{l-1}$ . Ceci permet la construction d'une hiérarchie imbriquée pour les maillages irréguliers facilitant les applications multirésolutions [Kobbelt et al., 1998b].



**Figure 4.25** – Une contraction de demi-arête et sa séparation inverse de sommet.

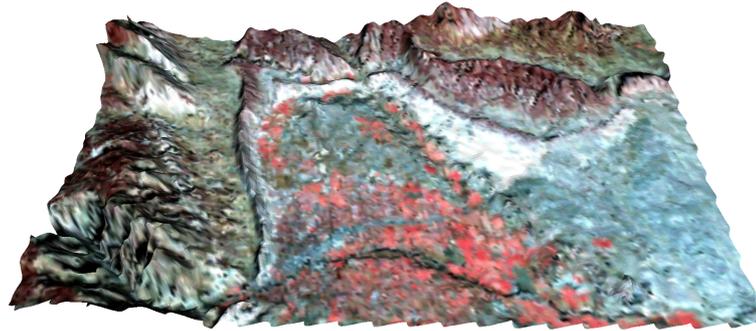
Le sous-échantillonnage global est le premier ingrédient de notre schéma d'analyse multirésolution de maillage irrégulier. Nous utilisons l'algorithme indépendant (voir Section 4.1) et

l'opération de contraction de demi-arête pour créer un maillage sous-échantillonné en supprimant un ensemble indépendant de sommets (*i.e.* des sommets qui ne sont pas connectés par une arête). Cette technique a été proposée par Kobbelt [Kobbelt et al., 1999] pour obtenir des performances optimales avec son algorithme de lissage multi-échelle. Le sous-échantillonnage global conduit à sélectionner un ensemble indépendant de sommets, appelés **sommets impairs**, qui sont supprimés par des opérations de contraction de demi-arête. Les sommets restants sont appelés **sommets pairs**.

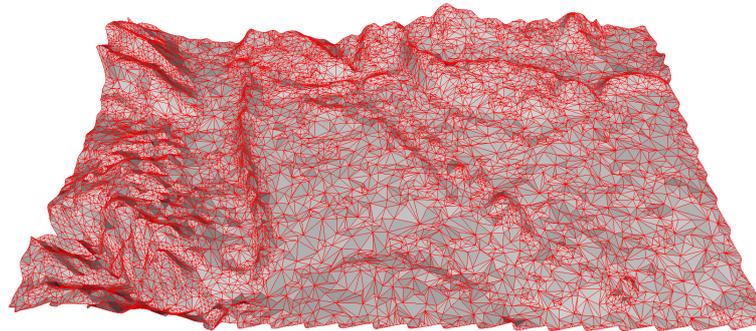
L'opération inverse (*i.e.* le sur-échantillonnage global), requise pour la reconstruction multirésolution, ré-insère les sommets précédemment supprimés pour créer un maillage topologiquement identique au maillage initial. La méthode originale des maillages progressifs reconstruit toujours le maillage original. Afin de créer une approximation lisse du maillage original, nous séparons chaque étape du raffinement des maillages progressifs en une opération topologique (insertion du sommet) et une opération géométrique (positionnement du sommet). Dans notre approche de sur-échantillonnage global, seule l'opération topologique est utilisée. L'opération géométrique, permettant de créer une approximation lisse du maillage original, est réalisée par une opération de relaxation présentée dans la partie suivante.

Le critère de choix des sommets déterminent le domaine de pertinence du niveau de résolution visé. Ils sont dépendants du but poursuivi dans l'opération d'analyse multirésolution. Si on cherche par exemple des représentations à échelles plus grossières qui soient les plus proches possibles du modèle original, des critères d'erreur minimale seront privilégiés, si on cherche des représentations faisant apparaître des éléments caractéristiques d'une échelle de lecture, des critères liés à la dimension des détails conservés seront utilisés. Dans ce dernier cas on se rapproche des idées mises en œuvre dans les analyses sur bases d'ondelettes orthogonales. L'espace des attributs offre une alternative intéressante, des critères de sélection de sommets basés sur la valeur d'un gradient local d'un attribut permettront de guider l'analyse multirésolution, par exemple en fonction des données de texture. Les zones où de nombreux détails informatifs de l'attribut considéré sont présents, seront sélectionnées pour apparaître dans l'espace des détails ou au contraire pour être préservées dans l'approximation selon l'application visée. La Figure 4.26 montre un exemple de modèle numérique de terrain simplifié en fonction de deux critères de sélection différents. Nous voyons clairement sur cet exemple que les sommets sélectionnés sont différents suivant le critère de sélection de sommets utilisé (géométrie ou couleur).

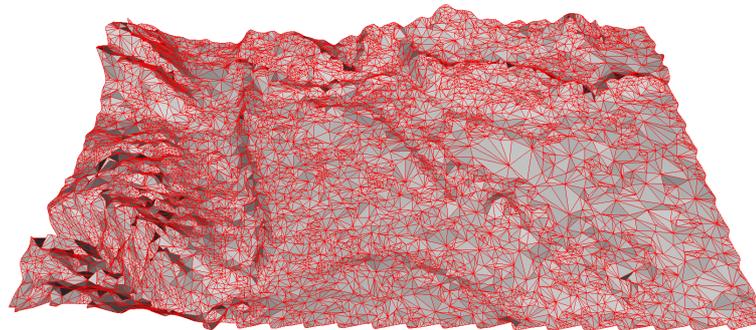
Ainsi différentes méthodes peuvent être utilisées pour la sélection des sommets impairs et des contractions de demi-arête à effectuer. L'algorithme indépendant réalise une sélection incrémentale en choisissant au hasard ou suivant un critère donné un sommet impair et en verrouillant les sommets adjacents (devenant ainsi des sommets pairs). La sélection se termine quand tous les



(a) Maillage original



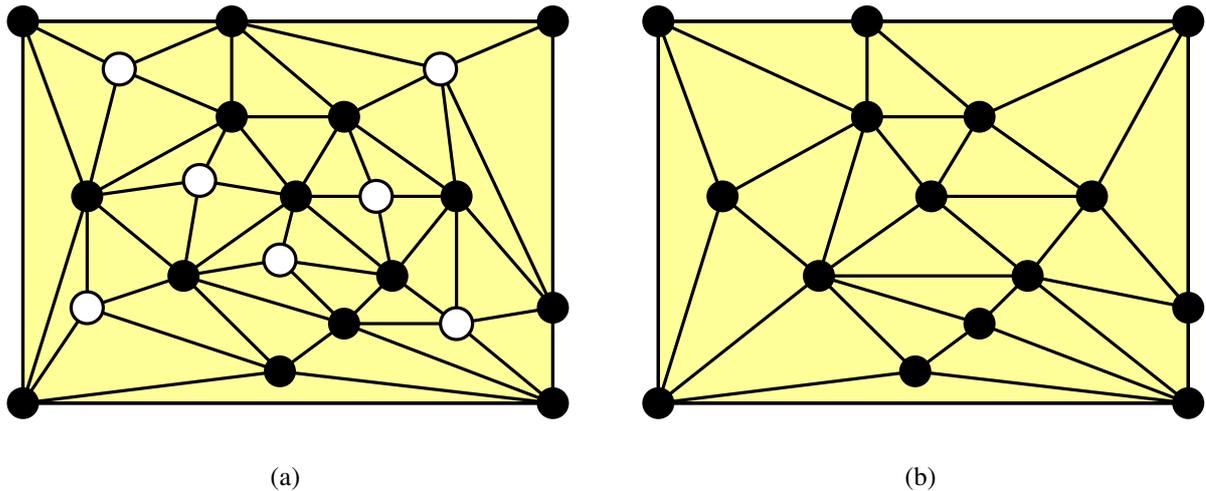
(b) Sélection des sommets basée sur la géométrie



(c) Sélection des sommets basée sur la couleur

**Figure 4.26** – Modèle numérique de terrain simplifié en fonction de deux critères différents.

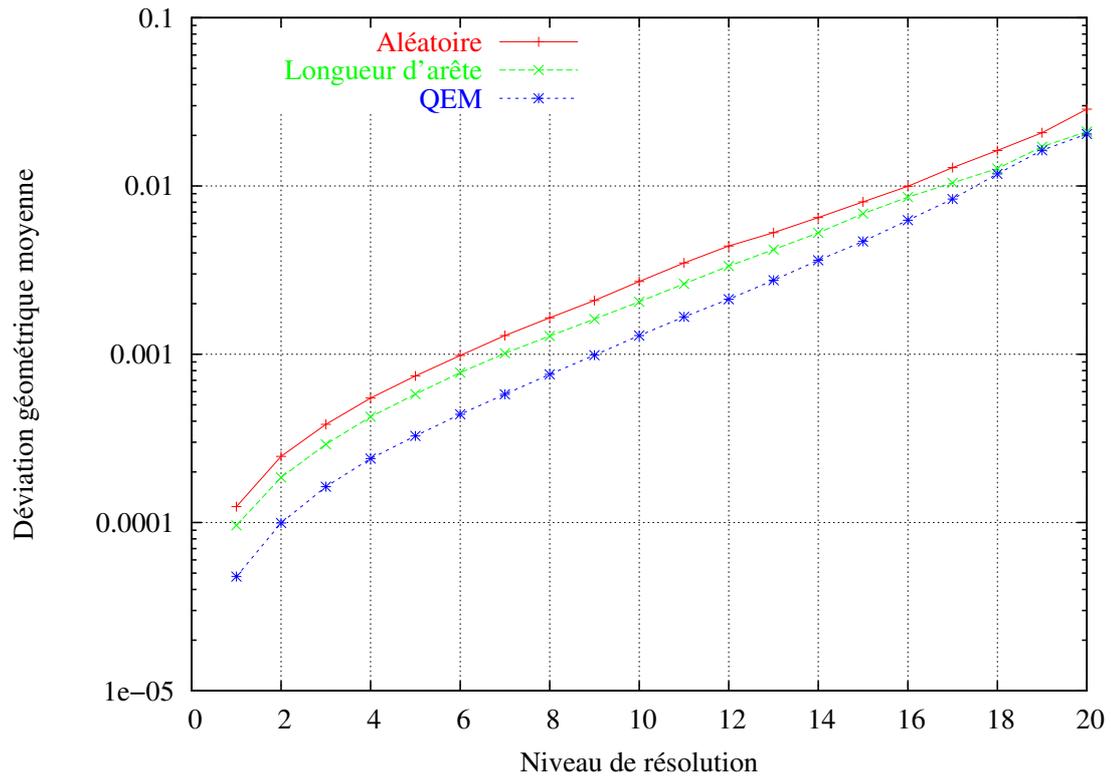
sommets ont été testés. En sélectionnant un sommet impair pour le supprimer, nous déterminons aussi le sommet pair vers lequel le premier va être fusionné. En d'autres termes, nous sélectionnons directement les opérations de contraction de demi-arête à effectuer. La Figure 4.27 illustre une étape du sous-échantillonnage global. Sur la partie de gauche, des sommets indépendants sont sélectionnés pour être supprimés. La partie de droite montre le résultat après la suppression de ces sommets en utilisant des opérations de contraction de demi-arête.



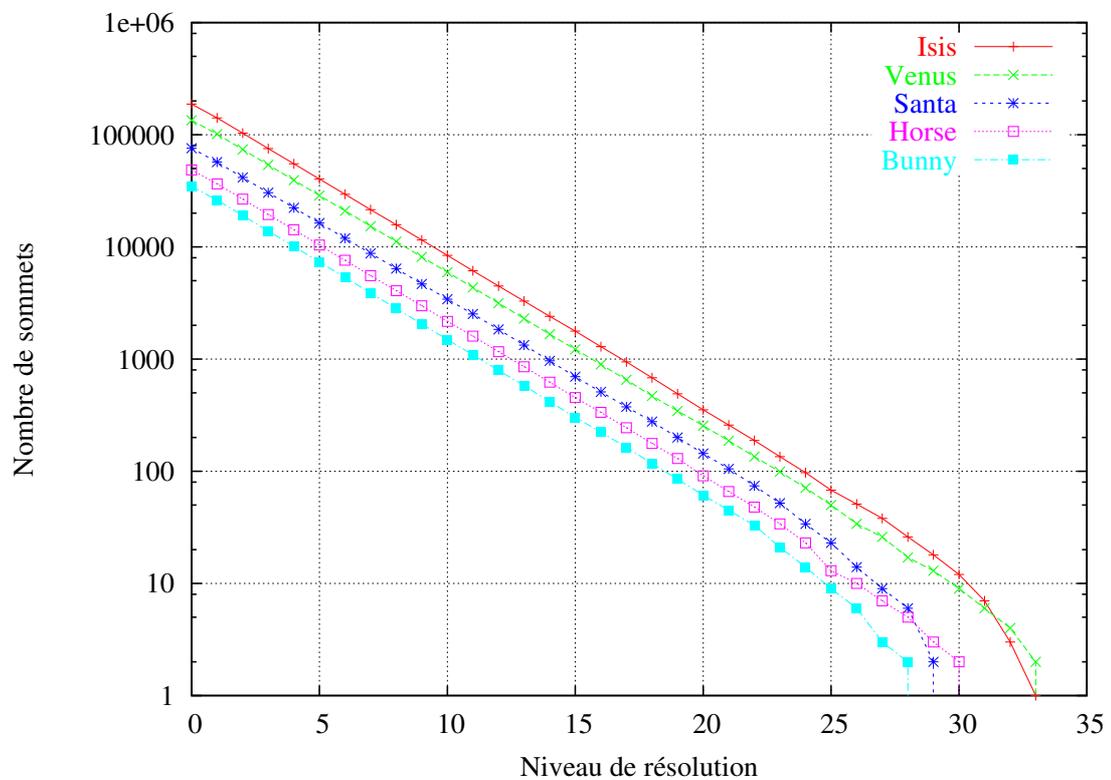
**Figure 4.27** – Sous-échantillonnage global d’un maillage irrégulier. (a) Des sommets indépendants sont sélectionnés pour être supprimés. (b) Résultat de la suppression des sommets sélectionnés en utilisant des opérations de contraction de demi-arête.

La sélection des sommets peut être effectuée à l’aide de différentes mesures d’erreur de simplification (voir Section 4.1). Nous avons testé plusieurs mesures d’erreur afin d’évaluer leur influence sur l’erreur géométrique créée par le sous-échantillonnage global. La Figure 4.28 montre l’erreur géométrique moyenne en fonction du niveau de résolution et de la mesure utilisée pour la sélection. Les numéros de niveaux vont du modèle original au modèle le plus simplifié (le niveau 0 étant le modèle initial). Dans cet exemple, le modèle “Bunny” a été sous-échantillonné en utilisant trois mesures d’erreur différentes : aléatoire, longueur d’arête, et les quadriques d’erreur (QEM) [Garland and Heckbert, 1997]. L’erreur géométrique a été mesurée en utilisant la méthode présentée dans le chapitre précédent. Nous voyons que la mesure d’erreur influe sur la sélection des sommets et aussi sur l’erreur géométrique des modèles sous-échantillonnés. Nous choisissons d’utiliser les quadriques d’erreur comme mesure d’erreur et critère de sélection des sommets pour le sous-échantillonnage global. Cette méthode minimise l’erreur géométrique et garde l’apparence visuel du modèle.

La Figure 4.29 montre un tracé logarithmique du nombre de sommets en fonction du niveau de détail pour différents modèles. Les courbes sont linéaires, elles illustrent les résultats de Kirkpatrick [Kirkpatrick, 1983] montrant la croissance logarithmique du nombre de sommets en fonction des niveaux de détail. Notons aussi que les différentes courbes sont parallèles, ce qui signifie que le pourcentage de sommets supprimés à chaque niveau est toujours le même. Le pourcentage de réduction entre deux niveaux consécutifs est approximativement 27%. Ceci confirme la validité du concept d’approche multirésolution pour qualifier notre méthode.



**Figure 4.28** – Erreur géométrique moyenne pour différentes mesures d'erreur utilisées dans le sous-échantillonnage global.



**Figure 4.29** – Nombre de sommets en fonction du niveau de résolution.

## 4.4.2 Relaxation de surface

Notre approche de l'analyse multirésolution de maillages repose sur la prédiction des sommets d'un maillage. Elle a pour objectif de capturer les détails perdus lors du passage d'un niveau de résolution au suivant. La prédiction est basée sur une opération de relaxation de surface, qui modifie la position des sommets d'un maillage pour minimiser une fonction d'énergie dépendante de la courbure de la surface. La relaxation de surface a été largement appliquée au lissage de surfaces, elle s'appuie sur un processus de diffusion [Taubin, 1995; Kobbelt, 1997; Desbrun et al., 1999].

### 4.4.2.1 Relaxation géométrique

L'objectif de la relaxation géométrique dans le cadre de l'analyse multirésolution est de prédire la position des sommets supprimés d'un niveau de résolution au suivant. Plus précisément, nous cherchons à ce que la position des sommets prédits soit la plus proche de la position des sommets du maillage original. Soit la position  $\mathbf{p}_i = (x_i, y_i, z_i)$  d'un sommet  $i$ , la position relaxée  $\mathbf{R}(\mathbf{p}_i)$  du sommet  $i$  est définie comme :

$$\mathbf{R}(\mathbf{p}_i) = \sum_{j \in \mathcal{N}(i)} \lambda_{i,j} \cdot \mathbf{p}_j \quad (4.16)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{N}(i)} \lambda_{i,j} = 1 \quad (4.17)$$

où  $\mathcal{N}(i)$  est un voisinage local quelconque du sommet  $i$ . Les poids  $\lambda_{i,j}$  peuvent être choisis de plusieurs façons différentes en fonction du voisinage  $\mathcal{N}$ . Le choix le plus simple est de faire la moyenne des sommets dans le voisinage :

$$\mathbf{R}(\mathbf{p}_i) = \sum_{j \in \mathcal{N}_1(i)} \lambda_{i,j} \cdot \mathbf{p}_j \quad (4.18)$$

$$\lambda_{i,j} = \frac{1}{\#\mathcal{N}_1(i)} \quad (4.19)$$

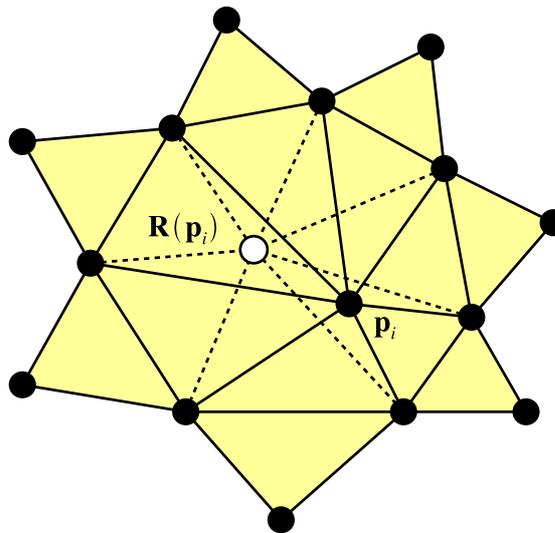
Cet opérateur de relaxation est identique à l'opérateur laplacien uniforme discret [Taubin, 1995; Kobbelt, 1997]. Mais les auteurs supposent que les sommets dans le voisinage ont une paramétrisation régulière. Il est donc clair que cet opérateur n'est pas adapté pour les maillages irréguliers.

Guskov *et al.* [Guskov et al., 1999] ont proposé un opérateur de relaxation non uniforme qui minimise les dérivées du second ordre définies pour chaque arête [Guskov, 1998]. Cet opérateur ne dépend pas seulement de la connectivité mais aussi de la géométrie locale. Soit la position  $\mathbf{p}_i = (x_i, y_i, z_i)$  d'un sommet  $i$ , la position relaxée  $\mathbf{R}(\mathbf{p}_i)$  du sommet  $i$  est calculée pour minimiser la somme des carrés des dérivées secondes dans le support du sommet  $i$  :

$$\mathbf{R}(\mathbf{p}_i) = \sum_{j \in \mathcal{N}_2(i)} \lambda_{i,j} \cdot \mathbf{p}_j \quad (4.20)$$

$$\lambda_{i,j} = -\frac{\sum_{e,j} c_{e,i} \cdot c_{e,j}}{\sum_e c_{e,i}^2} \quad (4.21)$$

où  $\mathcal{N}_2(i)$  représente le voisinage de la première couronne plus les “rabats” (voir Figure 4.30). Les poids  $\lambda_{i,j}$  minimisent les dérivées du second ordre pour une arête. Les coefficients  $c_{e,i}$  dépendent de la position géométrique des sommets [Guskov, 1998], et leur calcul nécessite une paramétrisation locale pour chaque arête dans le voisinage.



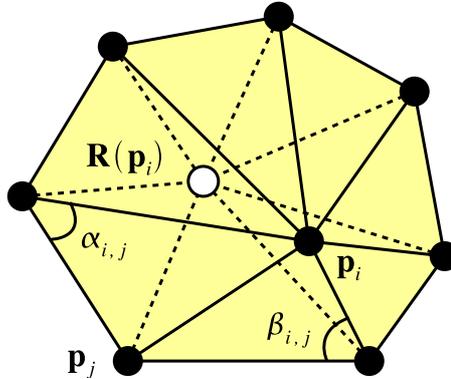
**Figure 4.30** – Masque pour le calcul de la relaxation de Guskov, incluant les voisins directs du sommet  $i$  et les “rabats” du voisinage direct.

Meyer *et al.* [Meyer et al., 2002] ont proposé des opérateurs discrets de géométrie différentielle locaux et précis (voir Chapitre 2). L’opérateur de courbure moyenne normale a déjà été proposé pour le débruitage de surfaces [Desbrun et al., 1999]. Il peut être utilisé pour construire un opérateur de relaxation de surface [Schneider and Kobbelt, 2001] appelé **relaxation de courbure**. La position relaxée  $\mathbf{R}(\mathbf{p}_i)$  d’un sommet  $i$  est donnée dans ce cas par :

$$\mathbf{R}(\mathbf{p}_i) = \sum_{j \in \mathcal{N}_1(i)} \lambda_{i,j} \cdot \mathbf{p}_j \quad (4.22)$$

$$\lambda_{i,j} = \frac{\cot \alpha_{i,j} + \cot \beta_{i,j}}{\sum_{l \in \mathcal{N}_1(i)} \cot \alpha_{i,l} + \cot \beta_{i,l}}, \quad (4.23)$$

où  $\mathcal{N}_1(i)$  est le voisinage direct du sommet  $i$ . Les poids  $\lambda_{i,j}$  minimisent la courbure moyenne normale d'une arête  $e_{i,j}$  en fonction des angles  $\alpha_{i,j}$  et  $\beta_{i,j}$  opposés à l'arête (voir Figure 4.31).

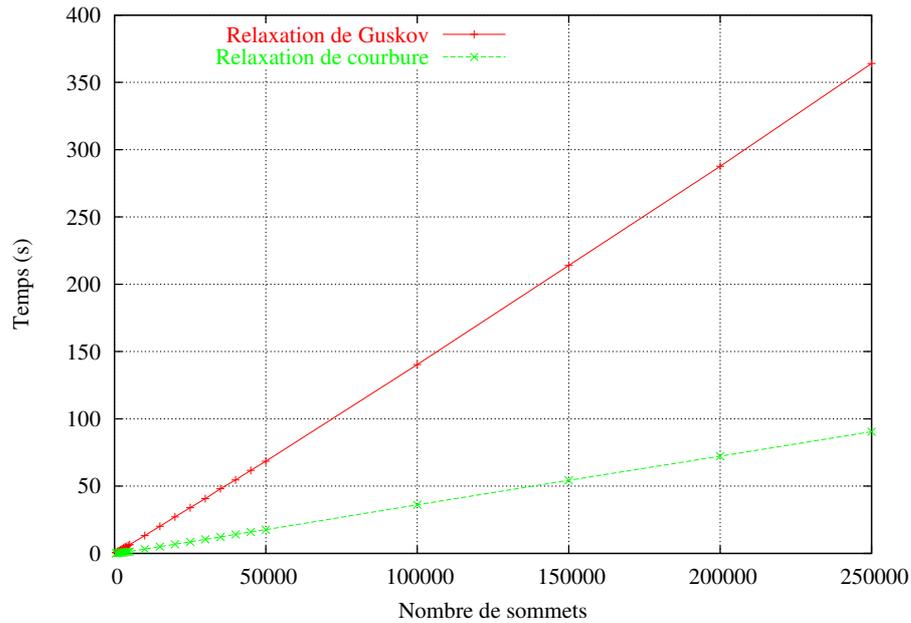


**Figure 4.31** – Masque pour le calcul de la relaxation de courbure nécessitant uniquement le voisinage direct du sommet à relaxer.

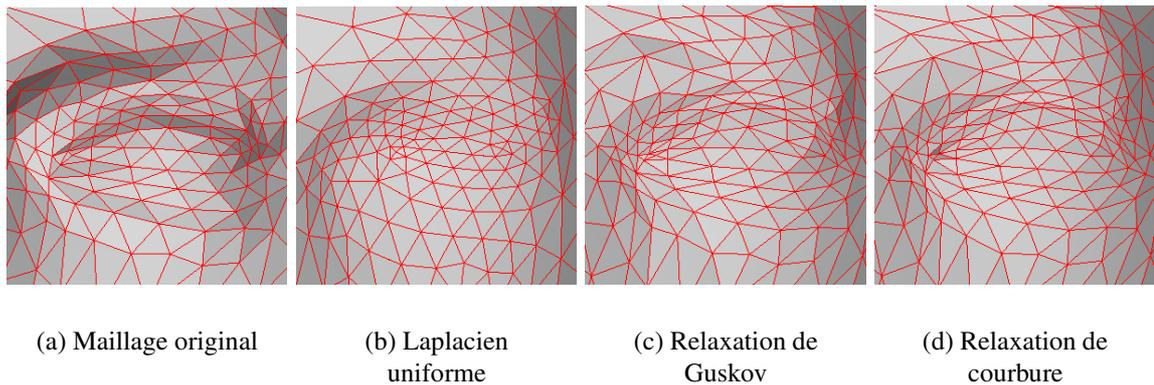
L'opérateur de relaxation de Guskov nécessite de paramétrer toutes les arêtes dans le voisinage direct, et de calculer une fonction pour chaque sommet dans le voisinage étendu du sommet à relaxer. L'opérateur de relaxation de courbure requiert de calculer seulement une fonction dans le voisinage direct. La Figure 4.32 montre le temps de calcul pour la relaxation de Guskov et pour la relaxation de courbure en fonction du nombre de sommets. Dans cette expérimentation, l'opérateur de relaxation de Guskov traite environ 25.000 sommets par seconde, alors que l'opérateur de relaxation de courbure traite environ 100.000 sommets par seconde. L'opérateur de relaxation de Guskov est ralenti par la grande taille du voisinage requis et par la paramétrisation locale calculée pour chaque arête dans le voisinage.

La Figure 4.33 montre les effets de la relaxation de surface sur un maillage 4.33(a). L'opérateur de relaxation laplacien discret 4.33(b) permet de relaxer un sommet en le remplaçant par la moyenne de ses voisins. Dans ce schéma uniforme, on essaie de rendre la longueur des arêtes aussi uniforme que possible, mais cela conduit à des déplacements des sommets dans le plan tangent ce qui engendre ainsi des faces de taille similaire. Avec les schémas non-uniformes (Figures 4.33(c) et 4.33(d)), on lisse la géométrie en affectant peu la forme des triangles.

La Figure 4.34 montre la déviation géométrique locale entre le maillage original précédent et les maillages relaxés. Le maillage relaxé avec l'opérateur laplacien uniforme a une déviation moyenne géométrique de 0.025, alors que les maillages relaxés par les opérateurs de Guskov et de courbure ont tous les deux une déviation moyenne géométrique de 0.02. Ces deux dernières méthodes donnent des résultats très similaires comme il a été montré par Hubeli [Hubeli

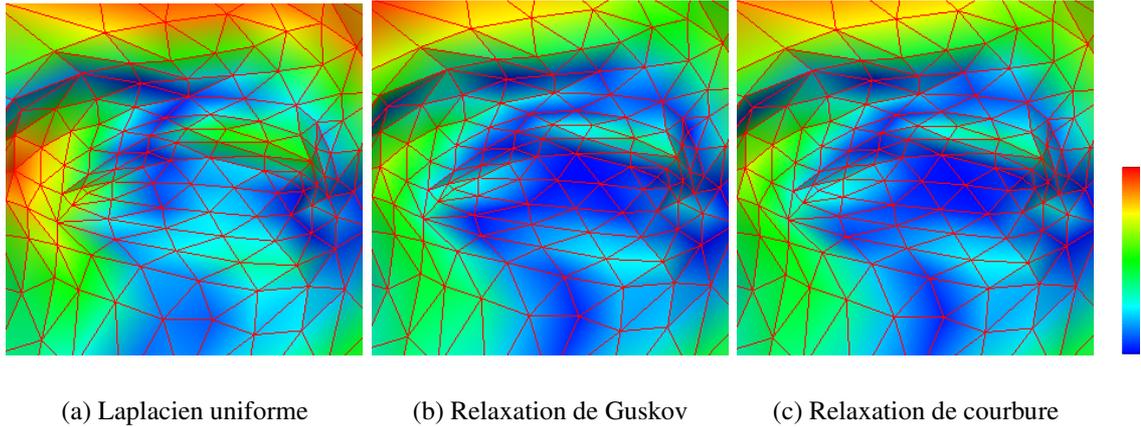


**Figure 4.32** – Temps de calcul pour les opérateurs de relaxation de Guskov et de courbure.



**Figure 4.33** – Lissage d’une triangulation non-planaire (a) effectué en utilisant différents opérateurs de relaxation. (b) L’opérateur laplacien uniforme lisse la surface mais distord la géométrie. Les schémas non-uniformes (c)-(d) lissent la géométrie tout en préservant la forme des faces.

and Gross, 2001]. Nous choisissons d’utiliser l’opérateur de relaxation minimisant la courbure moyenne pour sa faible complexité et son efficacité.



**Figure 4.34** – Déviation géométrique locale entre le maillage original et les maillages relaxés par différents opérateurs.

#### 4.4.2.2 Généralisation à la relaxation d'attribut

Les attributs doivent être pris en compte dans le processus d'analyse multirésolution, il faut donc étendre la relaxation aux attributs (*e.g.* couleurs, normales). Nous considérons les attributs comme des vecteurs dans un espace euclidien, de ce point de vue la position géométrique d'un sommet est aussi un attribut. Nous pouvons donc représenter un sommet  $v_i$  comme un ensemble de  $n$  vecteurs attributs  $v_i = (\mathbf{a}_{i,1}, \dots, \mathbf{a}_{i,n})$  où chaque  $\mathbf{a}_{i,k}$  est un vecteur attribut de dimension quelconque.

Nous assumons que les attributs sont intrinsèquement liés à la surface. Ainsi les attributs sont relaxés en fonction des attributs du voisinage, mais aussi de la géométrie locale qui les supporte. Nous généralisons simplement l'opérateur précédent de relaxation à un attribut  $\mathbf{a}_{i,k}$  :

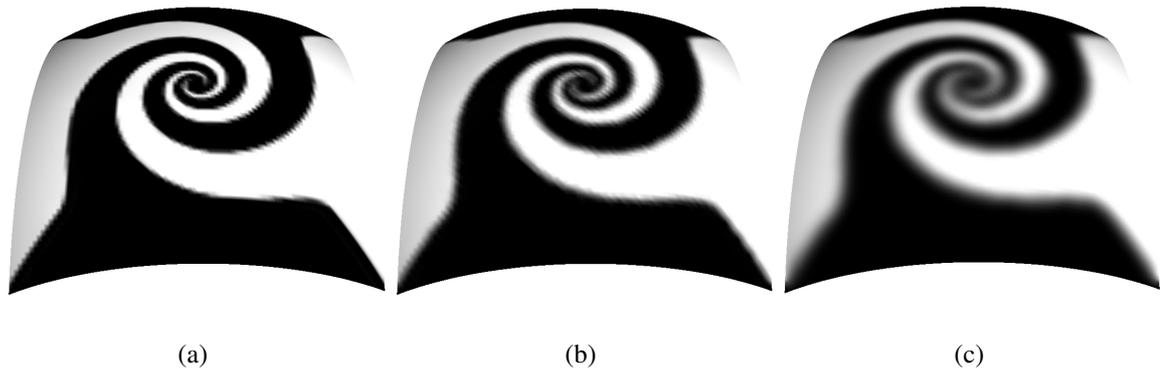
$$\mathbf{R}(\mathbf{a}_{i,k}) = \sum_{j \in \mathcal{N}_1(i)} \lambda_{i,j} \mathbf{a}_{j,k} \quad (4.24)$$

$$\lambda_{i,j} = \frac{\cot \alpha_{i,j} + \cot \beta_{i,j}}{\sum_{l \in \mathcal{N}_1(i)} \cot \alpha_{i,l} + \cot \beta_{i,l}} \quad (4.25)$$

Les coefficients  $\lambda_{i,j}$  sont les mêmes que précédemment, et ne dépendent que de la géométrie et de la topologie locale du maillage. Les attributs sont relaxés en fonction de la courbure locale de la surface. Ainsi, cet opérateur de relaxation d'attribut permet une variation lisse des attributs le long de la surface.

La relaxation d’attribut dans cette méthode est guidée par la géométrie du modèle. D’autres essais dans lesquels la relaxation était menée uniquement dans l’espace de chaque attribut ont donné des résultats moins convaincants.

La Figure 4.35 montre la relaxation des attributs de couleur pour le modèle “swirl” après une et cinq itérations de l’opérateur. Nous voyons que les valeurs de couleur sont lissées uniformément en suivant la surface.



**Figure 4.35** – Relaxation des attributs de couleur pour le modèle “swirl” (a) après 1 itération (b) et 5 itérations (c).

Si la carte des attributs est l’élément déterminant, elle a pu être prise en compte lors de la décimation et l’information est donc présente dans la géométrie.

### 4.4.3 Analyse multirésolution interpolante

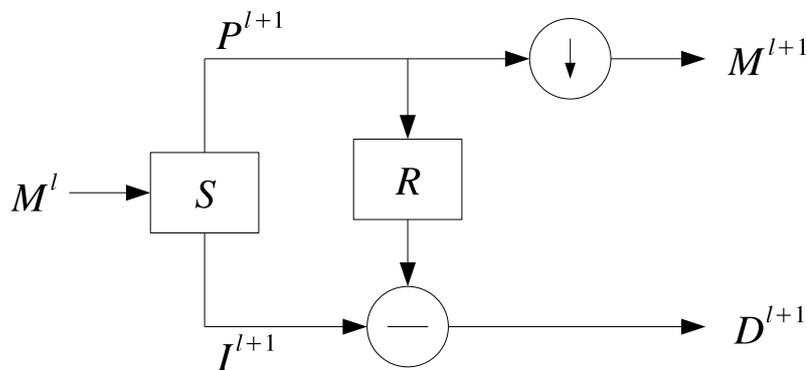
Nous avons maintenant les outils de base nécessaires pour construire un schéma d’analyse multirésolution : le sous/sur-échantillonnage global permet de créer les niveaux de détail, et l’opération de relaxation permet de prédire les sommets et de calculer les coefficients de détail entre deux niveaux successifs.

Les méthodes d’analyse multirésolution classique (*e.g.* transformée en ondelette) ne peuvent être appliquées sur les maillages que sous certaines contraintes (*e.g.* surface de subdivision, surface dans le domaine sphérique ou planaire). Pour le moment, l’application de la transformée en ondelettes aux maillages irréguliers semble encore difficile [Daubechies et al., 1999]. Sweldens [Sweldens, 1998] a proposé le *lifting scheme* permettant l’application de l’analyse multirésolution aux données irrégulièrement échantillonnées. En nous basant sur les travaux de Sweldens, nous proposons une méthode d’analyse multirésolution adaptée aux maillages irréguliers contenant des attributs. Cette méthode permet de décomposer un maillage en une série

de niveaux de détail, et de calculer les coefficients de détail pour les attributs. Nous détaillons d'abord les processus de décomposition et de reconstruction, puis nous présentons les opérations nécessaires à leurs réalisations.

#### 4.4.3.1 Processus de décomposition

Lors de la décomposition d'un niveau de détail d'un maillage, on prend en entrée un maillage fin  $\mathcal{M}^l$  et on obtient en sortie un maillage d'approximation  $\mathcal{M}^{l+1}$  et un ensemble de coefficients de détail  $\mathcal{D}^{l+1}$ . Le schéma de décomposition multirésolution de maillages est présenté en Figure 4.36.



**Figure 4.36** – Schéma de décomposition de l'analyse multirésolution interpolante de maillages irréguliers avec attributs.

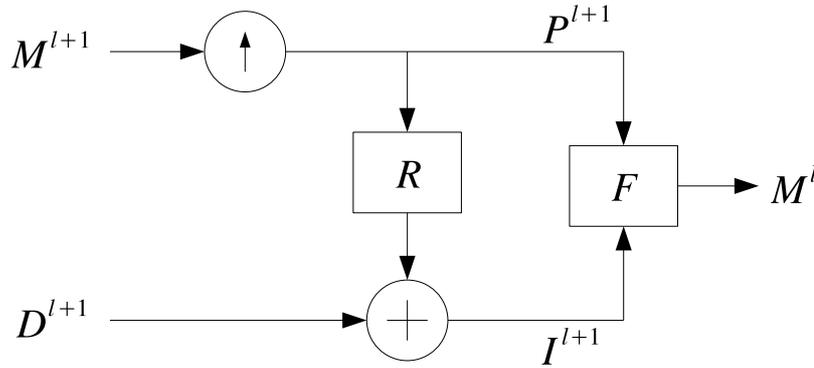
La décomposition est effectuée en quatre étapes :

1. Sélection des sommets pairs et impairs (opérateur  $S$ )
2. Relaxation des attributs des sommets impairs (opérateur  $R$ )
3. Calcul des coefficients de détail des attributs des sommets impairs (opérateur  $-$ )
4. Suppression des sommets impairs (opérateur  $\downarrow$ )

En partant d'un maillage fin  $\mathcal{M}^l$ , deux groupes de sommets (pairs et impairs) sont définis par l'opérateur de **séparation**  $S$ . Les sommets impairs  $\mathcal{I}^{l+1}$  sont désignés pour être supprimés, et les sommets pairs  $\mathcal{P}^{l+1}$  restent pour créer le maillage grossier  $\mathcal{M}^{l+1}$  qui approxime le maillage fin  $\mathcal{M}^l$ . Les vecteurs attributs des sommets impairs sont prédits par l'opérateur de **relaxation**  $R$ , et sont soustraits aux vecteurs attributs des sommets impairs originaux pour obtenir les coefficients de détail  $\mathcal{D}^{l+1}$ . La dernière étape est la suppression des sommets impairs du maillage original en utilisant l'opérateur de **sous-échantillonnage**  $\downarrow$  pour créer le maillage d'approximation  $\mathcal{M}^{l+1}$ .

#### 4.4.3.2 Processus de reconstruction

Lors de la reconstruction d'un niveau de détail d'un maillage, on prend en entrée un maillage d'approximation  $\mathcal{M}^{l+1}$  et un ensemble de coefficient de détail  $\mathcal{D}^{l+1}$ , et on obtient en sortie un maillage fin  $\mathcal{M}^l$  exactement reconstruit. Le schéma de reconstruction multirésolution de maillages est présenté en Figure 4.37.



**Figure 4.37** – Schéma de reconstruction de l'analyse multirésolution interpolante de maillages irréguliers avec attributs.

La reconstruction est effectuée en quatre étapes :

1. Insertion topologique des sommets impairs (opérateur  $\uparrow$ )
2. Relaxation des attributs des sommets impairs (opérateur  $R$ )
3. Reconstruction des attributs des sommets impairs (opérateur  $+$ )
4. Fusion des attributs reconstruits avec le maillage sur-échantillonné (opérateur  $F$ )

Le schéma de reconstruction est simplement le schéma inverse de la décomposition. En partant d'un maillage grossier  $\mathcal{M}^{l+1}$ , les sommets impairs sont ré-insérés grâce à l'opérateur de **sur-échantillonnage**  $\uparrow$ . Les sommets impairs sont prédits en utilisant l'opérateur de relaxation  $R$ , et exactement reconstruits en ajoutant les coefficients de détail  $\mathcal{D}^{l+1}$ . La dernière étape est la **fusion** des sommets impairs reconstruits et du maillage sur-échantillonné qui est effectuée en utilisant l'opérateur de fusion  $F$ . Dans les sections suivantes, nous détaillons les différentes étapes nécessaires pour construire ce schéma d'analyse multirésolution de maillages.

#### 4.4.3.3 Séparation et fusion

Pour l'opérateur de séparation  $S$ , on prend un maillage en entrée et on définit les sommets pairs et impairs, ainsi que les opérations de contraction de demi-arête qui seront utilisées par les opérateurs de sous-échantillonnage et de sur-échantillonnage. Les sommets impairs destinés à être

supprimés sont désignés par les opérations de contraction de demi-arête. Les sommets impairs sont définis comme un ensemble indépendant de sommets (non directement connectés par une arête) ce qui permet d'obtenir un sous-échantillonnage global à chaque niveau de résolution (par opposition au résultat de l'analyse progressive). L'opérateur de séparation réalise une sélection incrémentale des sommets impairs en utilisant les quadriques d'erreur [Garland and Heckbert, 1997] pour définir les opérations de contraction de demi-arête. On minimise ainsi l'erreur géométrique (voir Section 4.4.1). L'opérateur de fusion  $F$  fusionne les attributs reconstruits des sommets impairs (calculés avec l'opérateur de relaxation  $R$  et les coefficients de détail  $\mathcal{D}^{l+1}$ ) avec le maillage sur-échantillonné (le sur-échantillonnage n'étant qu'une opération topologique d'insertion de sommet).

#### 4.4.3.4 Sous-échantillonnage et sur-échantillonnage

Nous utilisons la méthode décrite dans la Section 4.4.1. Nous utilisons les maillages progressifs pour construire les opérateurs de sous-échantillonnage  $\downarrow$  et sur-échantillonnage  $\uparrow$ . Ainsi, une contraction de demi-arête devient l'étape de base du sous-échantillonnage, et la séparation de sommet devient l'étape de base du sur-échantillonnage. La méthode de sous-échantillonnage et sur-échantillonnage global présentée précédemment permet de créer une hiérarchie imbriquée de maillages  $\mathcal{V}^{l+1} \subset \mathcal{V}^l$ . Dans ce schéma d'analyse multirésolution de maillages, les opérateurs de sous-échantillonnage et sur-échantillonnage sont utilisés uniquement pour supprimer ou insérer les sommets impairs définis à chaque étape de l'analyse. Les sommets impairs sont définis par l'opérateur de séparation  $S$ . Durant la reconstruction, l'opération d'insertion de sommets est uniquement topologique. La position géométrique et les attributs des sommets nouvellement insérés sont définis par l'opérateur de relaxation  $R$ .

#### 4.4.3.5 Relaxation

Pour l'opérateur de relaxation  $R$ , on estime les attributs des sommets impairs en utilisant le voisinage local (*i.e.* les attributs des sommets pairs). Nous avons proposé dans la Section 4.4.2 un opérateur de relaxation d'attributs utilisant la géométrie locale. Nous reprenons la définition des attributs donnée précédemment. Un sommet  $v_i$  est représenté comme un ensemble de  $n$  vecteurs attributs  $v_i = (\mathbf{a}_{i,1}, \dots, \mathbf{a}_{i,n})$  où chaque  $\mathbf{a}_{i,k}$  est un vecteur attribut de dimension quelconque. La position géométrique d'un sommet est aussi considérée comme un attribut. L'opérateur de

relaxation  $R$  permet d'estimer les attributs pour chaque sommet impair  $v_i$  du maillage  $\mathcal{M}^l$  :

$$\mathbf{R}(\mathbf{a}_{i,k}^l) = \sum_{j \in \mathcal{N}_1^l(i)} \lambda_{i,j}^l \cdot \mathbf{a}_{j,k}^l \quad (4.26)$$

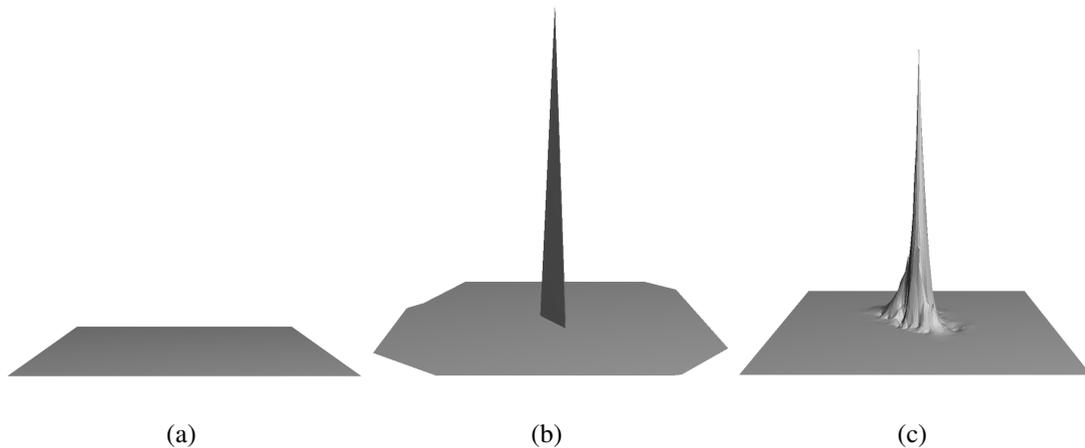
$$\lambda_{i,j}^l = \frac{\cot \alpha_{i,j}^l + \cot \beta_{i,j}^l}{\sum_{l \in \mathcal{N}_1(i)} \cot \alpha_{i,l}^l + \cot \beta_{i,l}^l} \quad (4.27)$$

Chaque attribut de chaque sommet impair est calculé en utilisant les attributs des sommets du voisinage local (*i.e.* les attributs des sommets pairs) et la géométrie locale de la surface. Les coefficients  $\lambda_{i,j}^l$  sont calculés durant la décomposition, et doivent être enregistrés pour être ré-utilisés par l'opérateur de relaxation durant la reconstruction. Ceci engendre un surcoût en utilisation mémoire, et rends difficile l'application de ce schéma d'analyse multirésolution à la compression.

#### 4.4.3.6 Discussion

Ce schéma d'analyse multirésolution de maillages est dit interpolant car les sommets pairs définis pour un niveau de résolution ne sont jamais modifiés. Le schéma original du *lifting scheme* de Sweldens comporte une étape supplémentaire de mise-à-jour des sommets pairs, appelée étape de *lifting*. Cependant, la définition de cette étape de mise-à-jour est difficile, et présente encore des problèmes pour rendre la transformation stable numériquement [Daubechies et al., 1999]. Le schéma d'analyse interpolante de maillages ne permet pas d'effectuer des opérations de filtrage car celles-ci donnent des résultats non lisses indésirables. La Figure 4.38 montre les effets de la reconstruction interpolante d'un plan irrégulier (Figure 4.38(a)). Les résultats ont été obtenus en décomposant le maillage vers un niveau basse résolution puis en mettant une coordonnée d'un sommet à 1 (Figure 4.38(b)). Le maillage est reconstruit en mettant les coefficients de détail à 0 (Figure 4.38(c)). Nous voyons que le résultat de la reconstruction n'est pas lisse, ce qui limite le champs d'application de ce schéma interpolant d'analyse multirésolution de maillages.

Cependant, ce schéma d'analyse interpolante définit des niveaux de résolution pour un maillage donné, et des coefficients de détail pour les attributs des sommets supprimés à chaque niveau. Ces coefficients de détail peuvent être interprétés comme un spectre fréquentiel approximé des attributs du maillage analysé [Daubechies et al., 1999]. Les coefficients de détail de fortes valeurs indiquent qu'il y a une information locale importante à une échelle donnée. Les coefficients de détail de faibles valeurs indiquent que les informations locales sont non significatives. Nous



**Figure 4.38** – Reconstruction interpolante. En partant d’un plan irrégulier (a), le maillage est décomposé jusqu’à un maillage de base, et une coordonnée d’un sommet est mis à 1 (b). Ensuite les coefficients de détail sont mis à 0, le maillage est reconstruit en utilisant le schéma interpolant (c).

avons donc appliqué le schéma d’analyse interpolante de maillages à la visualisation dépendante des coefficients de détail. Dans une plage d’échelle définie, les informations jugées non significatives sont supprimées permettant ainsi une visualisation interactive de maillages complexes [Roy et al., 2004c]. Cette application est présentée en détails dans le chapitre suivant.

#### 4.4.4 Analyse multirésolution approximante

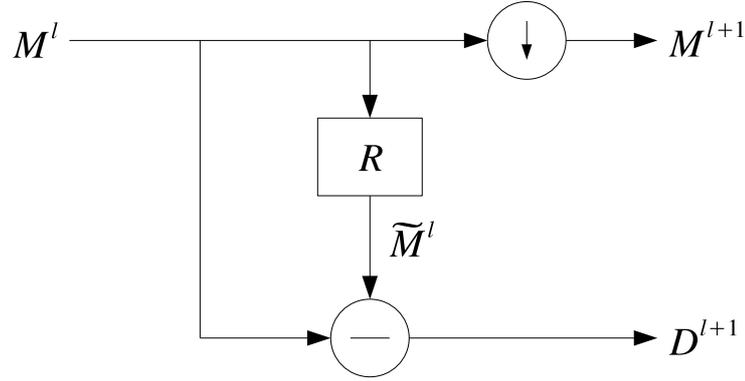
Nous désirons maintenant étendre le schéma précédent à un schéma approximant. Guskov *et al.* ont proposé un schéma approximant basé sur la pyramide de Burt-Adelson [Guskov et al., 1999; Burt and Adelson, 1983]. Cet algorithme a l’avantage de permettre des applications de filtrage et de modélisation multi-échelle. L’inconvénient du schéma de Guskov est qu’il ne définit pas de niveaux de résolution distincts mais une suite continue de niveaux de détail (comme les maillages progressifs). De plus, Guskov utilise un opérateur de relaxation nécessitant un support étendu et une paramétrisation locale. Ainsi, en nous basant sur les travaux de Guskov et notre schéma interpolant d’analyse, nous proposons un nouveau schéma approximant d’analyse multirésolution de maillages.

##### 4.4.4.1 Processus de décomposition

Le schéma de décomposition est illustré en Figure 4.39, et peut être décomposé en trois étapes :

1. Relaxation des attributs de surface (opérateur  $R$ )

2. Calcul des coefficients de détail (opérateur  $-$ )
3. Sous-échantillonnage du maillage (opérateur  $\downarrow$ )



**Figure 4.39** – Schéma de décomposition de l’analyse multirésolution approximante de maillages irréguliers avec attributs.

La première étape de la décomposition est le calcul des attributs relaxés pour tous les sommets du maillage. Ensuite, les coefficients de détail  $\mathcal{D}^{l+1}$  sont calculés comme la différence entre les attributs des sommets du maillage original  $\mathcal{M}^l$  et les attributs du maillage relaxé  $\tilde{\mathcal{M}}^l$ . Finalement, le maillage est sous-échantillonné pour créer le maillage grossier  $\mathcal{M}^{l+1}$ . L’algorithme de sous-échantillonnage est le même que celui présenté dans la Section 4.4.1. Cet algorithme définit en premier deux groupes de sommets : les sommets impairs  $\mathcal{I}^{l+1}$  qui sont supprimés pour créer le maillage, et les sommets pairs  $\mathcal{P}^{l+1}$  qui restent pour créer le maillage grossier  $\mathcal{M}^{l+1}$ . Notons que les sommets pairs sont inchangés durant une étape de décomposition, et le maillage grossier est une version sous-échantillonnée du maillage fin,  $\mathcal{V}^{l+1} \subset \mathcal{V}^l$ .

Un maillage est représenté comme un couple  $\mathcal{M} = (\mathcal{V}, \mathcal{K})$  où  $\mathcal{V}$  est un ensemble de sommets représentant la géométrie et les attributs d’apparence du maillage, et où  $\mathcal{K}$  est un complexe simplicial représentant la topologie du maillage. Durant la première étape de relaxation des attributs de surface, tous les attributs  $\mathbf{a}_{i,k}^l$  de tous les sommets  $v_i^l$  du maillage  $\mathcal{M}^l = (\mathcal{V}, \mathcal{K})$  sont relaxés par l’opérateur de relaxation  $R$  pour former un nouveau maillage relaxé  $\tilde{\mathcal{M}}^l = (\tilde{\mathcal{V}}, \mathcal{K})$  :

$$\tilde{\mathbf{a}}_{i,k}^l = \mathbf{R}(\mathbf{a}_{i,k}^l). \quad (4.28)$$

Le nouveau maillage relaxé  $\tilde{\mathcal{M}}^l$  est composé des attributs relaxés  $\tilde{\mathbf{a}}_{i,k}^l$  des nouveaux sommets  $\tilde{v}_i^l \in \tilde{\mathcal{V}}^l$ . La relaxation des attributs est réalisée avec l’opérateur présenté dans la Section 4.4.2. Les coefficients  $\lambda_{i,j}^l$  calculés pendant la relaxation doivent être conservés pour être ré-utilisés durant le processus de reconstruction.

Les coefficients de détail  $\mathcal{D}^{l+1} = \{\mathbf{d}_i^{l+1}\}$  sont calculés comme la différence entre les attributs du maillage original et les attributs du maillage relaxé :

$$\mathbf{d}_{i,k}^{l+1} = \mathbf{a}_{i,k}^l - \tilde{\mathbf{a}}_{i,k}^l. \quad (4.29)$$

Nous calculons donc un vecteur de détail  $\mathbf{d}_{i,k}^{l+1}$  pour chaque vecteur attribut  $\mathbf{a}_{i,k}^l$  de chaque sommet  $v_i^l$ . Ceci permet donc une analyse complète de tous les attributs du maillage, et aussi une reconstruction exacte du maillage et de ses attributs.

La dernière étape de la décomposition est le sous-échantillonnage du maillage. Les sommets impairs sont supprimés en utilisant des opérations de contraction de demi-arête. Les sommets restants composent le maillage grossier en sortie du schéma de décomposition. Il est important de labelliser les sommets et d'enregistrer les opérations des contractions effectuées et les labels qui pourront être ré-utilisés durant le processus de reconstruction. Nous verrons que le processus de reconstruction proposé requiert d'appliquer l'opérateur de relaxation en premier sur les sommets impairs et ensuite sur les sommets pairs dans le but d'assurer une représentation lisse de la surface.

#### 4.4.4.2 Processus de reconstruction

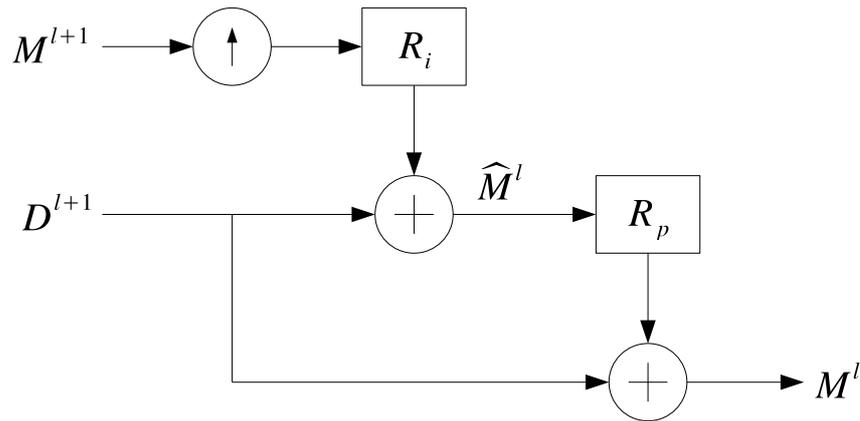
Le schéma de reconstruction est illustré en Figure 4.40, et peut être décomposé en cinq étapes :

1. Sur-échantillonnage du maillage (opérateur  $\uparrow$ )
2. Relaxation des attributs des sommets impairs (opérateur  $R_i$ )
3. Reconstruction des attributs des sommets impairs (premier opérateur  $+$ )
4. Relaxation des attributs des sommets pairs (opérateur  $R_p$ )
5. Reconstruction des attributs des sommets pairs (second opérateur  $+$ )

A partir d'un maillage grossier  $\mathcal{M}^{l+1}$  et d'un ensemble de coefficients de détail  $\mathcal{D}^{l+1}$ , les sommets impairs sont ré-insérés topologiquement en utilisant l'opérateur de sur-échantillonnage (*i.e.* une série d'opérations de séparation de sommet). Les attributs des sommets impairs sont prédits en utilisant l'opérateur de relaxation  $R_i$ , et sont ensuite exactement reconstruits en ajoutant les coefficients de détail correspondants  $\mathcal{D}^{l+1}$  pour créer un maillage intermédiaire  $\widehat{\mathcal{M}} = (\widehat{\mathcal{M}}^l, \mathcal{K}^l)$  :

$$\hat{\mathbf{a}}_{i,k}^l = \mathbf{R}(\mathbf{a}_{i,k}^l) + \mathbf{d}_{i,k}^{l-1} \quad (4.30)$$

Notons que dans cette phase la relaxation n'est effectuée que pour les sommets impairs. Notons aussi que le maillage intermédiaire  $\widehat{\mathcal{M}}^l$  a la même topologie  $\mathcal{K}^l$  que le maillage fin  $\mathcal{M}^l$ .



**Figure 4.40** – Schéma de reconstruction de l’analyse multirésolution approximante de maillages irréguliers avec attributs.

Puis, dans une dernière étape, les sommets pairs du maillage intermédiaire  $\widehat{\mathcal{M}}^l$  sont relaxés et exactement reconstruits en ajoutant les coefficients de détail correspondants :

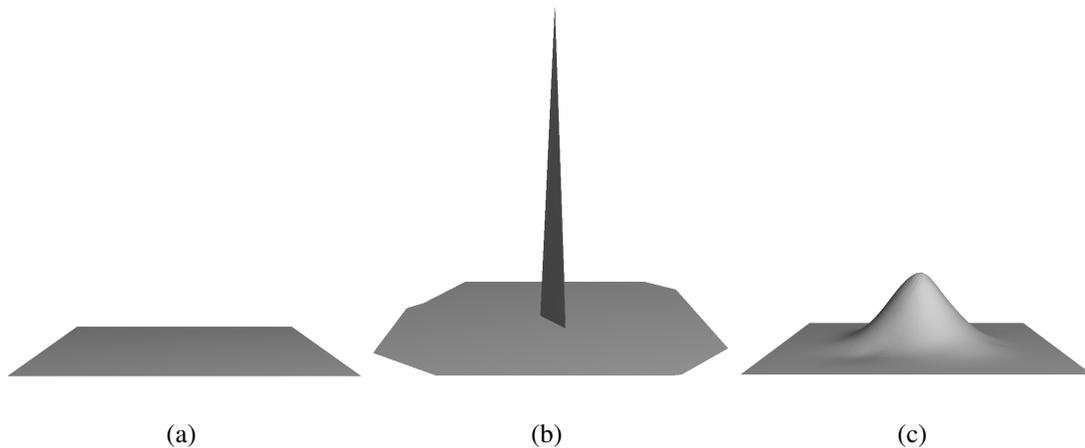
$$\mathbf{a}_{i,n}^l = \mathbf{R}(\widehat{\mathbf{a}}_{i,n}^l) + \mathbf{d}_{i,n}^{l-1} \quad (4.31)$$

La relaxation des sommets pairs après la reconstruction des sommets impairs est essentielle pour obtenir une représentation lisse de la surface. Ce schéma conduit à une analyse multirésolution approximante du maillage [Guskov et al., 1999; Daubechies et al., 1999]. Il est toutefois possible de créer un schéma interpolant en omettant l’étape de reconstruction des sommets pairs.

#### 4.4.4.3 Discussion

La Figure 4.41 montre les effets de la reconstruction approximante d’un plan irrégulier (Figure 4.41(a)). Les résultats ont été obtenus en décomposant le maillage vers un niveau basse résolution puis en mettant un sommet à 1 (Figure 4.41(b)). Le maillage est reconstruit en mettant tous les coefficients de détail à 0 (Figure 4.41(c)). En comparant ces résultats avec ceux du schéma interpolant (voir Figure 4.38), nous voyons que le schéma approximant produit une surface lisse permettant des applications de filtrage. Le schéma approximant nécessite donc de calculer des coefficients de détail pour tous les sommets du maillage à chaque échelle, ce qui conduit à une analyse sur-complète [Guskov et al., 1999].

Nos méthodes d’analyse multirésolution de maillages génèrent des niveaux de résolution distincts. La ligne du haut de la Figure 4.42 montre un objet scanné et différents niveaux de détail engendrés par nos schémas d’analyse multirésolution. Nous avons vu précédemment que le pourcentage de sommets supprimés entre chaque niveau de détail est approximativement de

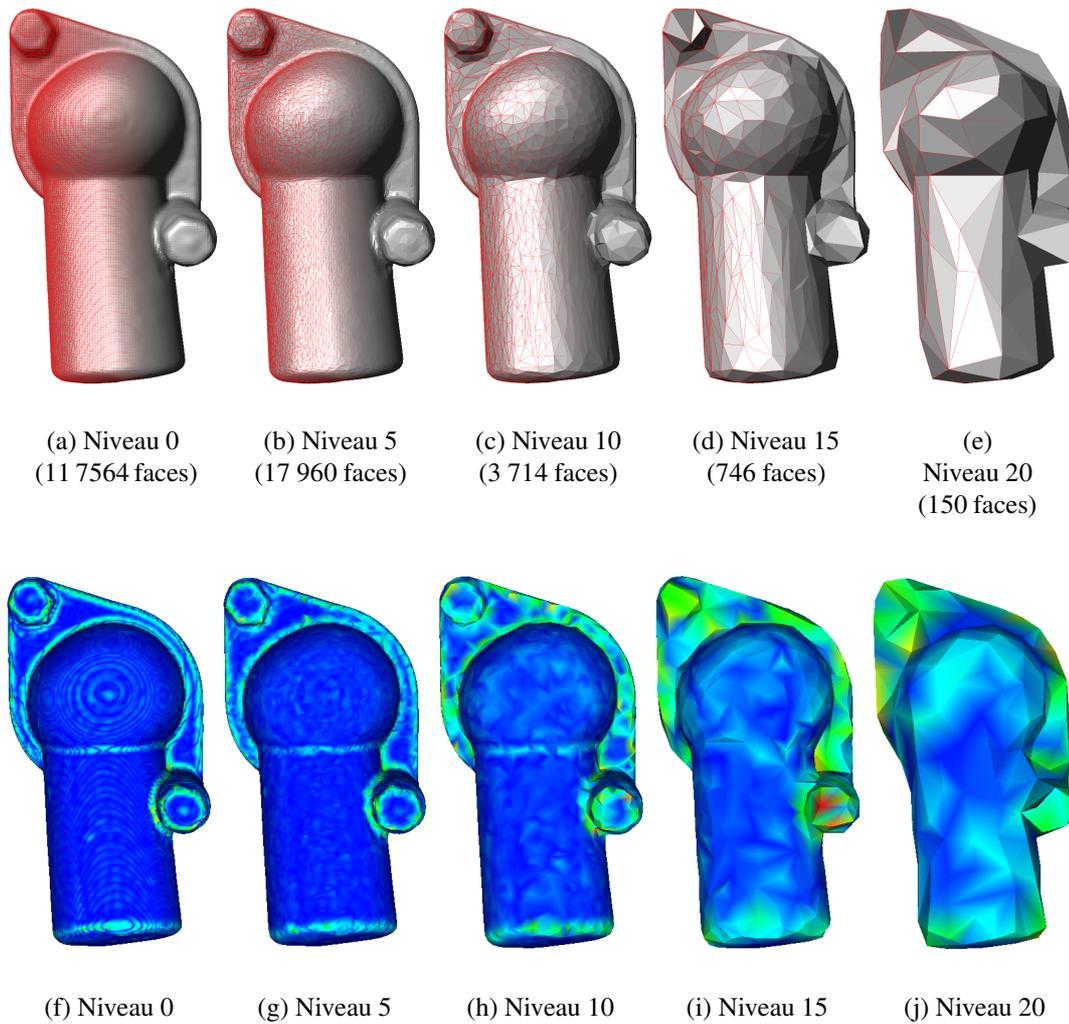


**Figure 4.41** – Reconstruction approximante. En partant d’un plan irrégulier (a), le maillage est décomposé jusqu’à un maillage de base, et un sommet est mis à 1 (b). Ensuite les coefficients de détail sont mis à 0, le maillage est reconstruit en utilisant le schéma approximant (c).

27%. Nos schémas d’analyse multirésolution sont basés sur les opérations de contraction d’arête et de séparation de sommet ; nous disposons ainsi de tous les avantages des maillages progressifs (voir Section 4.1). Il est donc facile de passer d’un niveau de résolution à un autre en appliquant une série de contractions d’arête ou de séparations de sommet préalablement définies durant le processus de décomposition.

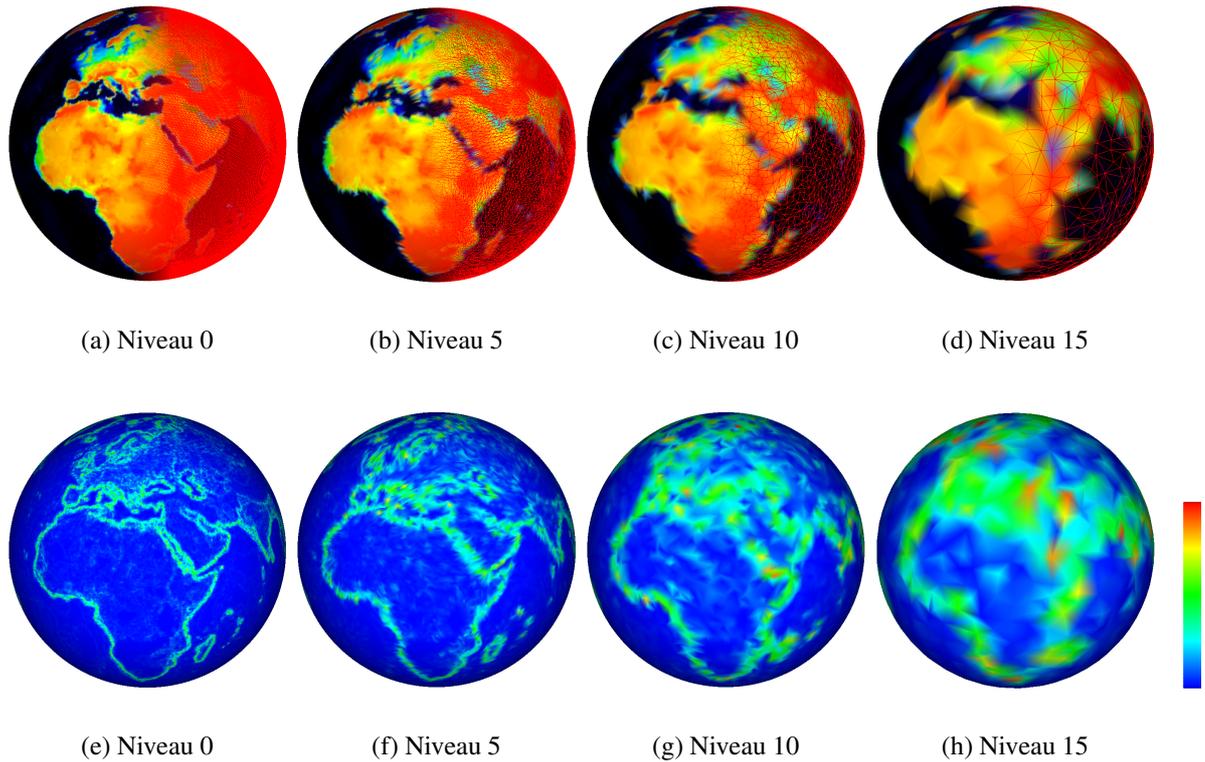
La ligne du bas de la Figure 4.42 montre une représentation en pseudo-couleurs de la longueur des vecteurs de détail de l’analyse géométrique du modèle “Waterneck”. Nous remarquons que les vecteurs de détail sont plus grands dans les zones de fortes courbures. Dans ces zones l’opérateur de relaxation n’arrive pas à prédire la surface ce qui indique une zone où les caractéristiques de la surface sont importantes. Nous remarquons aussi que les détails dans les niveaux les plus fins sont dépendants de la forme des faces du maillage. Ce “bruit” topologique disparaît ensuite dans les niveaux plus grossiers.

La Figure 4.43 montre l’analyse multirésolution du modèle “Terre”. La rangée du haut montre différents niveaux de résolution du modèle, et la rangée du bas montre une représentation en pseudo-couleurs de la longueur des vecteurs de détail pour l’analyse des attributs de couleur. Ce modèle est une sphère avec des attributs de couleur représentant l’élévation de la surface de la Terre à partir des données ETOPO5. Nous remarquons que les vecteurs de détail de l’analyse de couleur sont plus grands dans les zones de transition ou de forte variation de la couleur. L’analyse multirésolution des attributs de couleur permet donc de mettre en évidence les caractéristiques de ces attributs (*e.g.* les bords de côte).

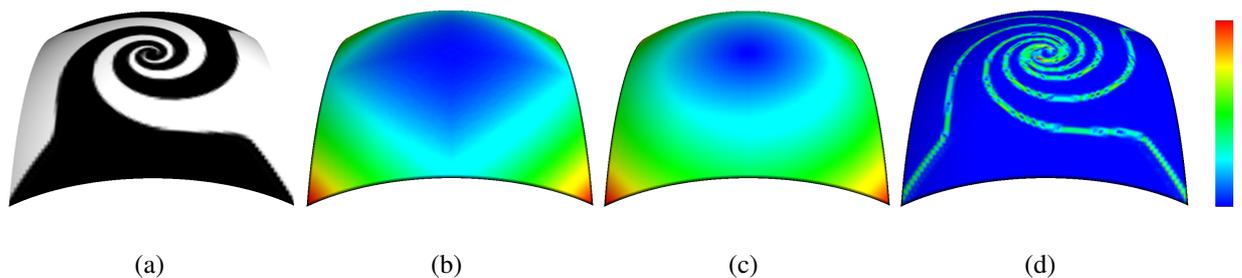


**Figure 4.42** – Analyse multirésolution géométrique d’un modèle 3D. La rangée du haut montre les différents niveaux de détail. La représentation en fil de fer du maillage est montrée en rouge sur la partie gauche de chaque modèle. Le rangée du bas représente en pseudo-couleurs les coefficients de détail associés à chaque échelle.

La Figure 4.44 montre l’analyse des attributs du modèle “Swirl”(Figure 4.44(a)). Les résultats pseudo-colorés de l’analyse géométrique (Figure 4.44(b)), des normales (Figure 4.44(c)), et des couleurs (Figure 4.44(d)) sont montrés. Sur ces figures, les couleurs représentent la longueur des vecteurs de détail du premier niveau de résolution (bleu correspond à la longueur minimale, vert à la longueur moyenne, et rouge à la longueur maximale). Les vecteurs détail de couleur sont nuls dans les zones homogènes de couleur. L’analyse des couleurs permet donc de mettre en évidence les caractéristiques importantes des couleurs du maillage. De même, l’analyse géométrique montre les caractéristiques de la géométrie du maillage. Notons que les longueurs des vecteurs de détail géométrique ont une répartition en forme de losange car l’analyse géométrique est aussi dépendante de la topologie du maillage (*i.e.* dépendante de la forme des faces



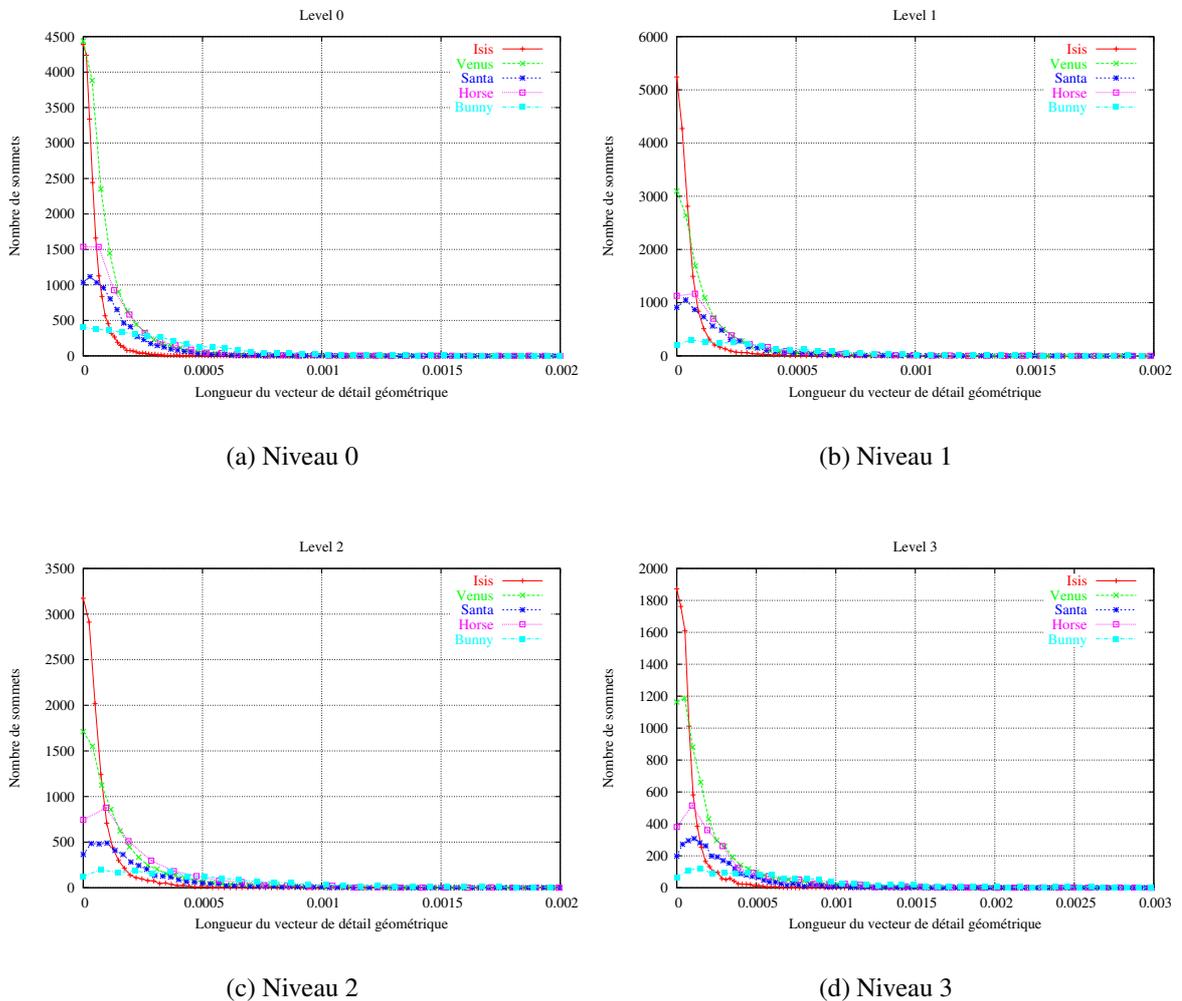
**Figure 4.43** – Analyse multirésolution des attributs de couleur du modèle “Terre”. La rangée du haut montre différents niveaux de résolution du modèle, et la rangée du bas montre une représentation en pseudo-couleurs de la longueur des vecteurs de détail pour l’analyse des attributs de couleur. Ce modèle est une sphère avec des attributs de couleur représentant l’élévation de la surface de la Terre à partir des données ETOPO5. L’analyse multirésolution des attributs de couleur permet de mettre en évidence les caractéristiques de ces attributs.



**Figure 4.44** – Analyse multirésolution du modèle “Swirl” (a). L’analyse de la géométrie (b) et des normales (c) donnent des informations sur la géométrie de la surface. L’analyse de la couleur (d) met en évidence les transitions des couleurs sur la surface.

triangulaires). Ainsi cette analyse révèle aussi les caractéristiques de la topologie du maillage analysé. L’analyse des normales montrent que les longueurs des vecteurs détails varient en fonction de la courbure de la surface, et que cette analyse n’est pas dépendante de la topologie.

La Figure 4.45 montre les histogrammes des coefficients de détail géométrique (norme des vecteurs de détail) pour les quatre premiers niveaux de résolution et pour différents modèles. La distribution des coefficients de détail géométrique a un pic à zéro avec une longue queue. Le pic à zéro est produit par les régions lisses des modèles, tandis que la queue est créée par les arêtes vives. Il est possible de donner un signe arbitraire aux coefficients de détails, par exemple en prenant le signe du produit scalaire entre le vecteur de détail géométrique et la normale à un sommet donné (*i.e.* signe positif pour une région concave et signe négatif pour une région convexe). Il est alors possible de modéliser la distribution des coefficients de détail géométrique comme un mélange de fonctions gaussiennes (*Gaussian Scale Mixture*) [Peng et al., 2001]. La distribution des coefficients de détail des autres attributs est beaucoup plus variable et est dépendante du type d'attribut et surtout du modèle.



**Figure 4.45** – Histogrammes des longueurs des vecteurs de détail géométrique pour les quatre premiers niveaux de résolution et pour différents modèles.

## 4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté deux nouveaux schémas d'analyse multirésolution de maillages irréguliers avec attributs. Le premier schéma est basé sur le *lifting scheme* [Sweldens, 1998] et réalise une analyse multirésolution interpolante. Le second schéma est basé sur l'analyse de Guskov [Guskov et al., 1999] et réalise une analyse multirésolution approximante.

Les points forts de nos propositions sont les suivants :

- **Rapidité** : La décomposition nécessite des calculs simples dans un support compact.
- **Généralité** : Nos schémas d'analyse gèrent tous les attributs associés aux sommets. Cette propriété assure une analyse multirésolution du modèle dans son intégralité.
- **Efficacité** : Les vecteurs de détail sont représentatifs des caractéristiques locales des attributs.

Ces travaux ont fait l'objet de trois communications en conférences internationales [Roy et al., 2003; Roy et al., 2004a; Roy et al., 2004c]. Dans le chapitre suivant, nous présentons quelques applications mises en œuvre autour des schémas d'analyse multirésolution proposés comme la visualisation dépendante du point de vue et des détails, et le débruitage de la géométrie et des attributs d'un maillage.

# Chapitre 5

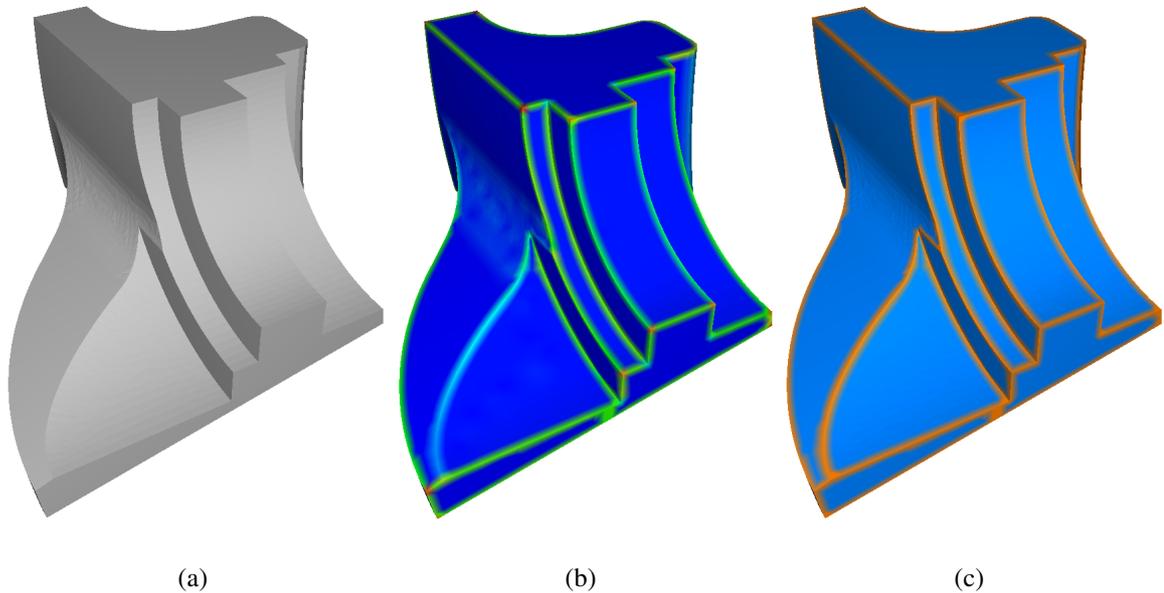
## Applications

Dans ce chapitre nous présentons quelques applications de nos schémas d'analyse multirésolution sur des modèles créés avec des scanners 3D à partir d'objets ou scènes réels. Nous cherchons tout d'abord à segmenter les vecteurs de détail des modèles et à détecter le bruit impulsif généré par un de nos scanners 3D. Ensuite nous appliquons notre méthode d'analyse interpolante à la reconstruction adaptative et plus particulièrement à la visualisation dépendante du point de vue et des coefficients de détail. La dernière partie concerne l'application de notre méthode d'analyse approximante au filtrage de surface. Nous nous intéresserons en particulier au débruitage de la géométrie et des attributs de surface.

### 5.1 Segmentation

La segmentation des vecteurs de détail obtenus par l'analyse multirésolution permet la localisation de zones d'intérêt du maillage. Dans un grand nombre de cas, on peut admettre que les zones d'intérêt correspondent à de fortes variations pour les détails dans les niveaux où la résolution est fine et à des transitions plus grossières lorsque le niveau d'échelle diminue [Toubin, 2000]. La segmentation des vecteurs de détail peut mettre en évidence les régions du maillage où les discontinuités de la géométrie ou des attributs du maillage sont assez élevées. La Figure 5.1 montre la segmentation de la longueur des vecteurs de détail géométrique du modèle "Fandisk" à l'échelle la plus fine. Les sommets ayant un vecteur de détail géométrique avec une longueur supérieure à un seuil  $\tau$  sont coloriés en orange, les autres en bleu. La segmentation des détails géométriques permet de mettre en évidence les arêtes anguleuses de ce modèle CAO. Dans ce cas l'opération de segmentation peut être assimilée à une détection d'arête assez voisine de la

détection de contour en imagerie 2D traditionnelle. Il est cependant difficile d'établir une méthode de segmentation capable de fournir des résultats pertinents sur tous les types de maillage. Il est préférable que les algorithmes de segmentation soient développés spécifiquement pour une application donnée [Hubeli and Gross, 2001; Page et al., 2003].



**Figure 5.1** – Segmentation des détails du modèle “Fandisk”. (a) Modèle original. (b) Représentation en pseudo-couleur de la longueur des vecteurs de détail géométrique pour le premier niveau de résolution. (c) Segmentation des détails géométriques pour la mise en évidence des arêtes anguleuses du modèle.

Le scanner Replica-Reversa, utilisé au laboratoire Le2i, est un appareil de mesure de profondeur utilisant la technique de triangulation. Ce scanner génère parfois un bruit impulsionnel sur la surface du modèle scanné. Ce bruit apparaît sous forme de pics isolés sur la surface du modèle. La suppression manuelle de ce bruit peut s'avérer longue et fastidieuse. Nous avons mis au point une technique permettant de localiser et de supprimer ce bruit impulsionnel à l'aide de notre schéma approximant d'analyse multirésolution de maillages. Nous définissons deux seuils  $\tau_g$  et  $\tau_n$  permettant la segmentation des vecteurs de détail. Nous utilisons une combinaison de l'analyse géométrique et de l'analyse des normales pour définir les sommets bruités du maillage (voir Algorithme 5.1). Si un sommet a un vecteur détail géométrique d'une longueur supérieure à un seuil  $\tau_g$ , alors ce sommet est candidat pour être détecté comme un sommet bruité. Pour chaque candidat, si au moins la moitié de ses voisins directs ont un vecteur de détail de normale avec une longueur supérieure à un second seuil  $\tau_n$ , alors ce sommet est détecté comme un sommet bruité. La combinaison de l'analyse géométrique et de l'analyse des normales permet une détection efficace du bruit impulsionnel sur une surface scannée.

```

pour chaque sommet  $i$  faire
  compteur = 0;
  si  $\|d_{i,g}^l\| > \tau_g$  alors
    pour chaque sommet  $j$  dans le voisinage  $\mathcal{N}_1(i)$  faire
      si  $\|d_{j,n}^l\| > \tau_n$  alors
        compteur++;
      fin
    fin
  fin
  si compteur >  $(\#\mathcal{N}_1(i)/2)$  alors
    SommetBruité[i] = vrai ;
  sinon
    SommetBruité[i] = faux ;
  fin
fin

```

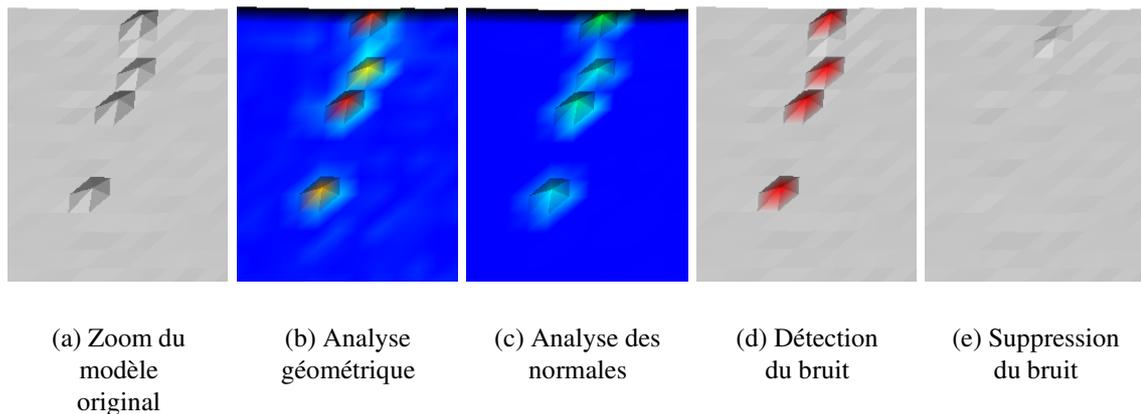
**Algorithme 5.1** : Algorithme de détection de bruit impulsif sur la surface d'un maillage

La Figure 5.2 montre un exemple de modèle scanné comportant un bruit impulsif généré par le scanner 3D Replica-Reversa.



**Figure 5.2** – Exemple de modèle scanné (84 000 faces) comportant un bruit impulsif.

La Figure 5.3 illustre la détection et la suppression du bruit impulsif du modèle précédent. La Figure 5.3(a) montre une vue agrandie du modèle où nous pouvons clairement distinguer le bruit impulsif. Les Figures 5.3(b) et 5.3(c) représentent en pseudo-couleurs la longueur des vecteurs de détail de l'analyse géométrique et de l'analyse des normales à l'échelle la plus fine. Étant donnés deux seuils  $\tau_g$  et  $\tau_n$ , les détails sont segmentés suivant l'algorithme 5.1. Le résultat de la segmentation est illustré en Figure 5.3(d) où les sommets bruités détectés sont colorés en rouge. Les sommets détectés peuvent être aisément débruités en mettant à zéro le vecteur de détail géométrique aux sommets détectés, puis en reconstruisant le modèle (Figure 5.3(e)).



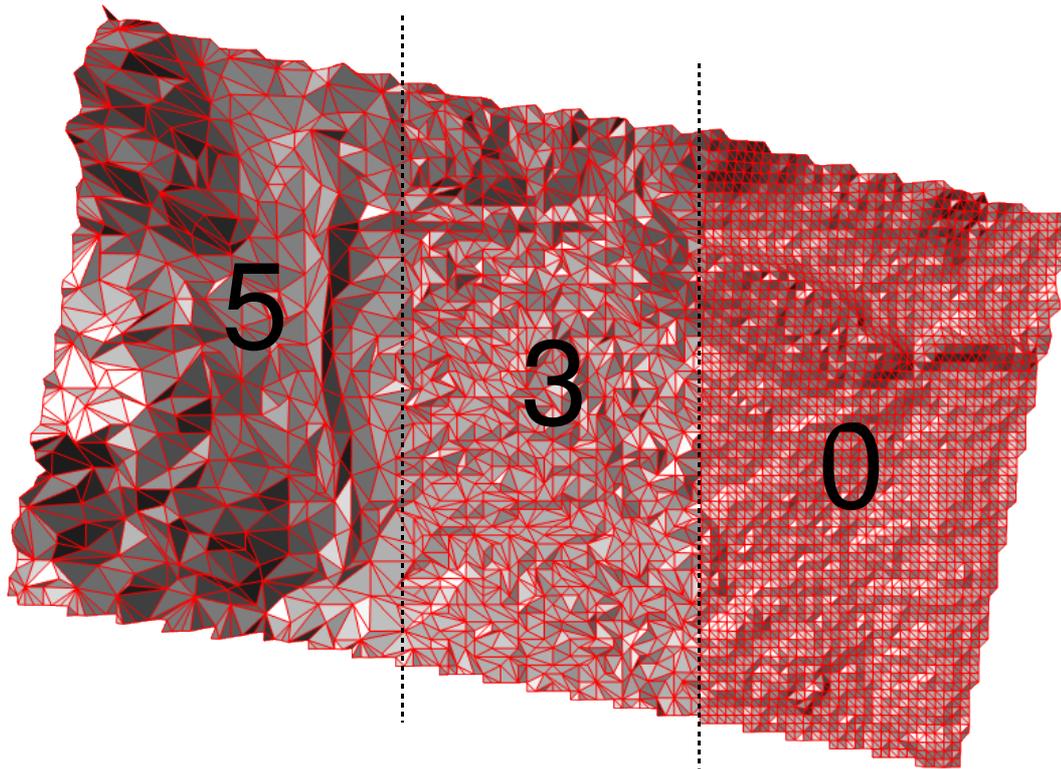
**Figure 5.3** – Détection du bruit impulsionnel sur un modèle scanné. L’analyse multirésolution du modèle permet la mise en évidence du bruit impulsionnel en utilisant une combinaison de l’analyse géométrique et de l’analyse des normales. Les sommets considérés comme bruités sont colorés en rouge, puis supprimés en mettant à zéro le coefficient de détail géométrique aux sommets détectés.

## 5.2 Reconstruction adaptative

La manipulation de grands maillages triangulaire (visualisation, rendu, transmission, etc.) est souvent lourde et coûteuse. Beaucoup d’algorithmes de simplification de maillages proposés dans la littérature génèrent des niveaux de détail fixes limitant leur application à la visualisation non interactive ou à la compression.

Les schémas d’analyse multirésolution de maillages proposés dans le chapitre précédent sont basés sur des opérations de contractions de demi-arête et de séparations de sommet. Nous disposons donc ainsi de tous les avantages de la simplification adaptative des maillages progressifs (voir paragraphe 4.1). La Figure 5.4 illustre un modèle reconstruit où différentes parties du modèle sont à différents niveaux de résolution. La partie droite du modèle est à la résolution la plus fine (niveau 0), la partie centrale au niveau trois, et la partie gauche au niveau de résolution cinq.

Nous avons vu dans le chapitre précédent que les vecteurs de détail sont représentatifs des caractéristiques locales du maillage analysé. Il est alors intéressant d’utiliser ces vecteurs de détail durant le processus de reconstruction pour ne conserver que les sommets dits “pertinents”. Nous proposons un schéma de reconstruction adaptative permettant la simplification et la visualisation de maillages dépendantes des vecteurs de détail ; la méthode est basée sur le schéma interpolant d’analyse d’analyse multirésolution de maillage.

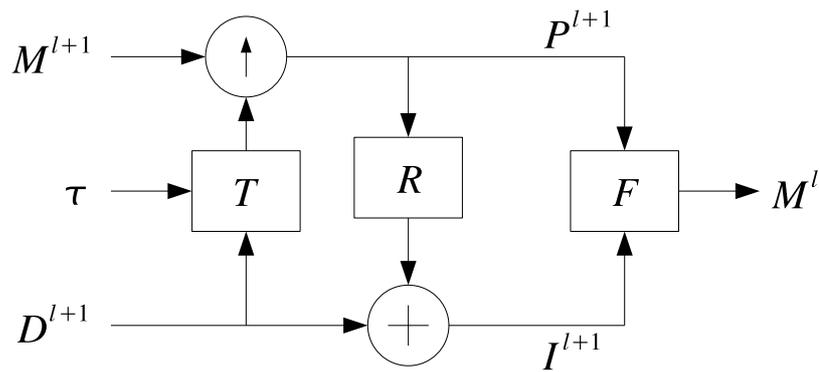


**Figure 5.4** – Modèle de terrain comportant plusieurs niveaux de résolution. Cet exemple illustre l’aptitude du schéma d’analyse multirésolution à la reconstruction adaptative d’un modèle.

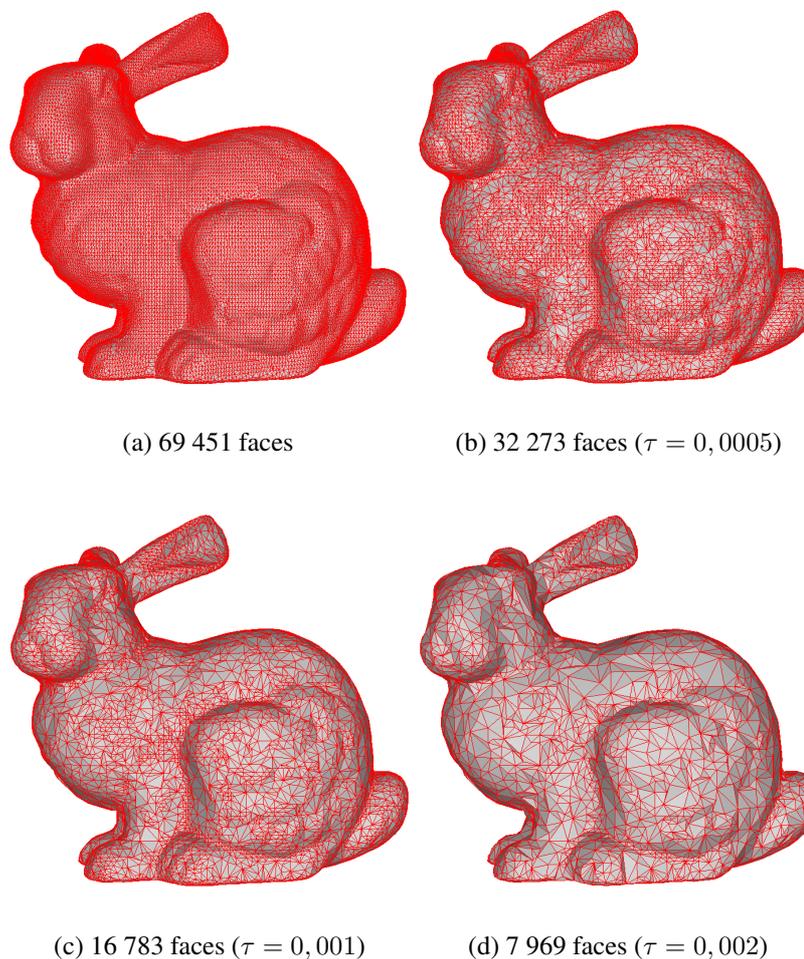
### 5.2.1 Simplification adaptative

Le schéma d’analyse multirésolution interpolante calcule donc des vecteurs de détail pour chaque sommet supprimé à chaque niveau de résolution. Nous pouvons utiliser ces vecteurs de détail comme mesure de pertinence des sommets à travers les niveaux de résolution [Bonneau, 1998; Bonneau and Gerussi, 1998; Toubin, 2000]. Le schéma de reconstruction adaptative pour l’analyse interpolante est présenté en Figure 5.5. Nous introduisons un seuil  $\tau$  permettant de segmenter les vecteurs de détail et ainsi de sélectionner les sommets pertinents qui vont être ré-insérés dans le maillage reconstruit. Tous les sommets ayant un vecteur de détail avec une longueur inférieure à  $\tau$  ne sont pas ré-insérés dans le maillage et sont ainsi supprimés du maillage final. Cette technique permet de réaliser une reconstruction dépendante des détails.

La Figure 5.6 montre un exemple de simplification adaptative du modèle “Bunny” pour différentes valeurs du seuil  $\tau$ . Dans cet exemple, seuls les vecteurs de détail géométrique sont considérés. La simplification adaptative permet de conserver les zones du modèle à fortes courbures.

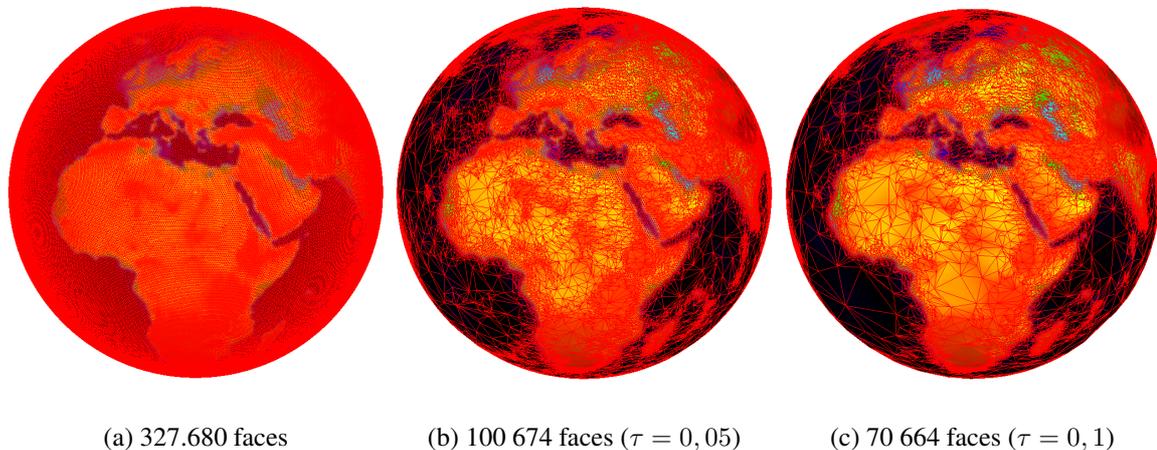


**Figure 5.5** – Schéma de reconstruction adaptative pour l'analyse multirésolution interpolante. Ce schéma fait intervenir un paramètre externe  $\tau$  permettant la segmentation des vecteurs de détail et ainsi la sélection des sommets pertinents. Tous les sommets ayant un vecteur de détail avec une longueur inférieure à ce paramètre sont jugés non pertinents, et ne sont pas ré-insérés dans le maillage reconstruit.



**Figure 5.6** – Simplification adaptative du modèle “Bunny” pour différentes valeurs du seuil  $\tau$ . Dans cet exemple, le modèle est simplifié en fonction des vecteurs de détail géométrique.

La Figure 5.7 montre un exemple de simplification adaptative du modèle “Terre” pour différentes valeurs du seuil  $\tau$ . Dans cet exemple, seuls les vecteurs de détail des attributs de couleur sont considérés. La simplification adaptative permet de conserver une vue précise des zones de fortes variations de couleur (*e.g.* les bords de côtes).



**Figure 5.7** – Simplification adaptative du modèle “Terre” pour différentes valeurs du seuil  $\tau$ . Dans cet exemple, le modèle est simplifié en fonction des vecteurs de détail des attributs de couleur.

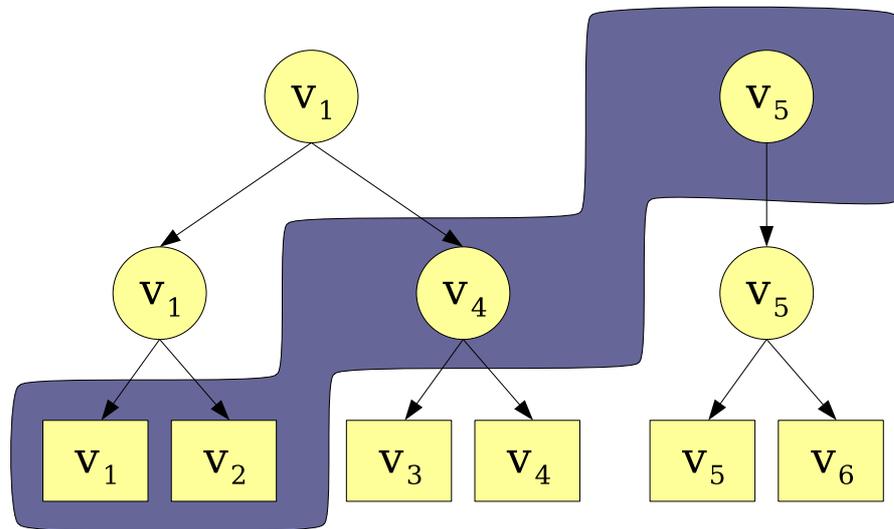
Notre méthode de simplification adaptative génère toujours une erreur moyenne de simplification supérieure à celle obtenue par des algorithmes de simplification spécialisés. Ceci est dû au sous-échantillonnage effectué à l’aide de l’algorithme indépendant de simplification (voir Chapitre 4). L’avantage majeur de notre méthode de simplification adaptative est qu’elle ne nécessite de calculer qu’une seule fois la décomposition multirésolution du modèle. En d’autres termes, la modification du seuil  $\tau$  nécessite uniquement d’appliquer le schéma de reconstruction montré précédemment, permettant ainsi d’obtenir des résultats très rapidement (contrairement à une simplification classique nécessitant d’appliquer l’algorithme de simplification intégralement à chaque fois). Cette propriété permet ainsi de réaliser des applications de simplification adaptative et dynamique dédiées à la visualisation ou à la compression.

## 5.2.2 Visualisation adaptative

Notre méthode de décomposition crée une hiérarchie de maillages à différents niveaux de résolution. La Figure 4.42 montre le modèle “Waterneck” et les différents niveaux de résolution générés par notre schéma d’analyse multirésolution. Notre méthode utilise le schéma des maillages progressifs qui a montré son efficacité pour la visualisation dépendante du point de vue [Hoppe, 1997]. Le raffinement dépendant du point de vue de maillage étend la simplification dynamique

de maillage en utilisant des critères dépendants du points de vue pour sélectionner le niveau de détail le plus approprié pour la vue courante.

Dans la plupart des approches dépendantes du point de vue, on encode le modèle et les opérations de simplification possibles comme une simple structure de données appelée **hiérarchie de sommets** (connue aussi sous le nom d'arborescence de sommets) (voir Chapitre 4). Cette structure est une hiérarchie des sommets du maillage original, où une feuille représente un sommet et où un noeud représente plusieurs sommets fusionnés (voir Figure 5.8). Une coupure à travers la hiérarchie de sommets représente un raffinement possible. La hiérarchie de sommets est dynamiquement et continuellement interrogée pour générer un modèle simplifié en temps réel. La liste des sommets actifs est parcourue avant le calcul du rendu à partir d'un point de vue donné, et une fonction de raffinement est évaluée pour déterminer si les sommets testés doivent être désactivés ou non en fonction du point de vue. Le maillage est modifié incrémentalement en effectuant les opérations de contraction d'arête ou de séparation de sommet correspondantes.



**Figure 5.8** – Hiérarchie de sommets représentant les sommets actifs d'un niveau de détail prédéfini.

La fonction de raffinement sélectionne un état de raffinement désiré en fonction de critères dépendant du point de vue incluant la suppression des faces cachées (*backface culling*), la suppression des faces en dehors du point de vue (*frustrum culling*), et une mesure d'erreur dans l'espace-écran [Akenine-Möller and Haines, 2002].

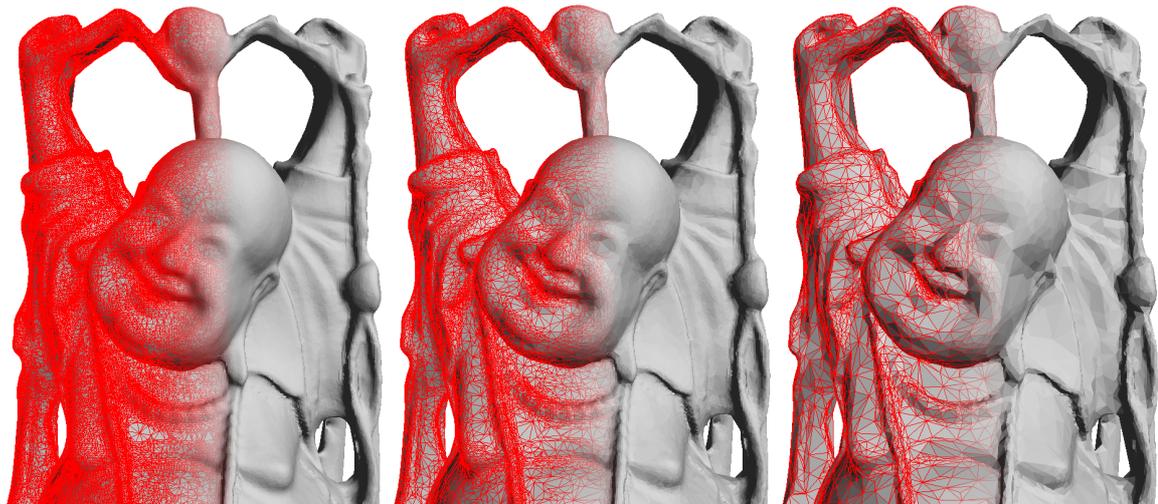
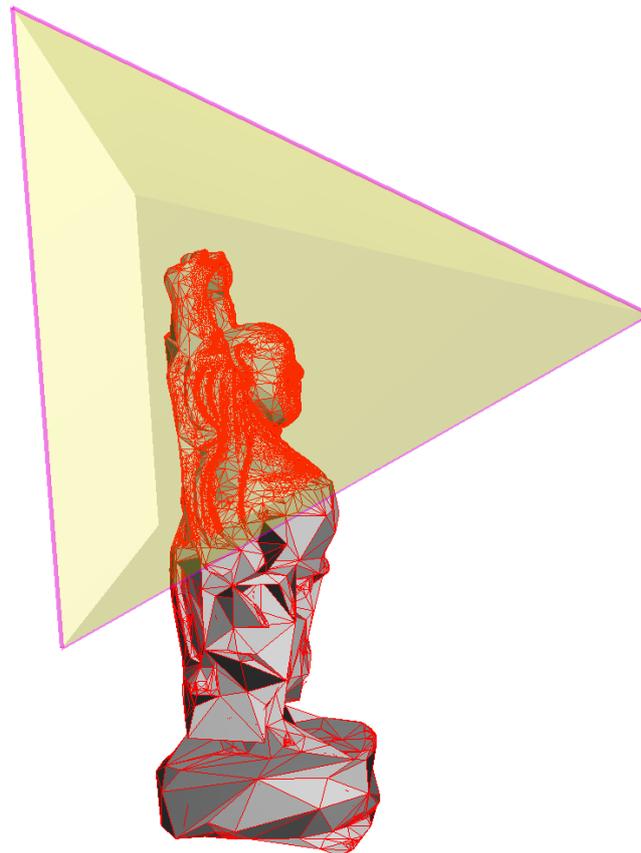
Pour construire notre schéma de maillage multirésolution dépendant du point de vue, nous effectuons en premier la suppression des faces non visibles (cachées ou en dehors du point de vue). Ensuite nous remplaçons la mesure d'erreur dans l'espace-écran, utilisée dans les méthodes classiques, par le schéma de reconstruction adaptative vu précédemment (Figure 5.5). La liste des sommets actifs est triée en fonction de la longueur des vecteurs de détail de chaque

type d'attribut. Ensuite le nouveau maillage raffiné est reconstruit en insérant des sommets dont le vecteur de détail a une norme supérieure à un seuil donné. Ce seuil peut être un paramètre fixé par l'utilisateur ou une valeur calculée dynamiquement en fonction de la vitesse d'affichage. Cette dernière méthode permet d'assurer une vitesse d'affichage constante tout en conservant les caractéristiques importantes du modèle visualisé.

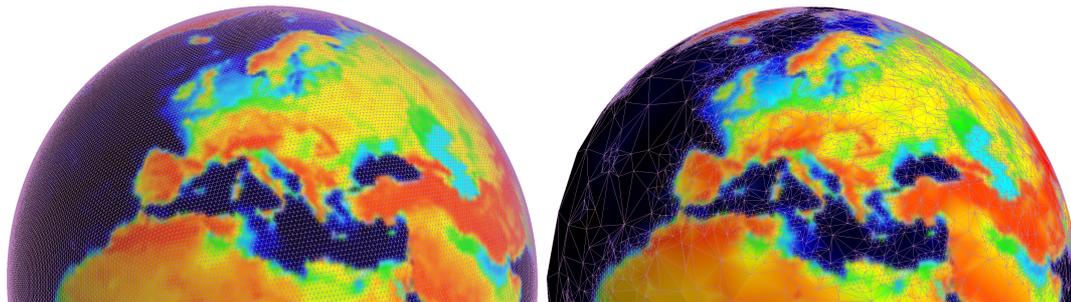
Pour éviter la construction d'un maillage dégénéré, nous devons tester le voisinage des sommets nouvellement activés dans la hiérarchie. La reconstruction adaptative peut être guidée par l'utilisateur dans le cas où le modèle comporte beaucoup d'attributs. L'utilisateur peut activer ou désactiver certains attributs durant le processus de visualisation et reconstruction du modèle (les attributs géométriques, c'est-à-dire la position des sommets, ne peuvent être désactivés).

La Figure 5.9 montre un exemple de modèle visualisé en fonction du point de vue et des détails de l'analyse multirésolution. Le modèle original scanné à l'Université de Stanford contient 543 652 sommets et 1 087 716 faces. La Figure 5.9(a) montre le modèle visualisé uniquement en fonction des critères dépendants du point de vue. Les Figures 5.9(b) et 5.9(c) montrent le modèle visualisé en fonction du point de vue et des détails géométriques. Ces figures montrent le résultat pour différentes valeurs du seuil (plus le seuil est élevé, plus la résolution est faible). Nous voyons que les caractéristiques géométriques importantes du modèle sont conservées (telles que les régions à fortes courbures).

La Figure 5.10(a) montre le modèle "Terre" avec des attributs de couleur représentant l'élévation de la surface de la planète. La Figure 5.10(b) montre le modèle visualisé avec notre méthode. Une vue globale de la scène est montrée sur la Figure 5.10(c). Les coefficients de détail des attributs de couleur sont seuillés pour supprimer les sommets non significatifs. Nous voyons que cette méthode de visualisation dépendante du point de vue et des détails permet de conserver les caractéristiques importantes des attributs (*e.g.* les bords de côte). Notre méthode de reconstruction adaptative permet une visualisation plus avancée en prenant en compte la pertinence des sommets en utilisant les coefficients de détail. La combinaison de plusieurs attributs permet d'améliorer encore la qualité de la visualisation.

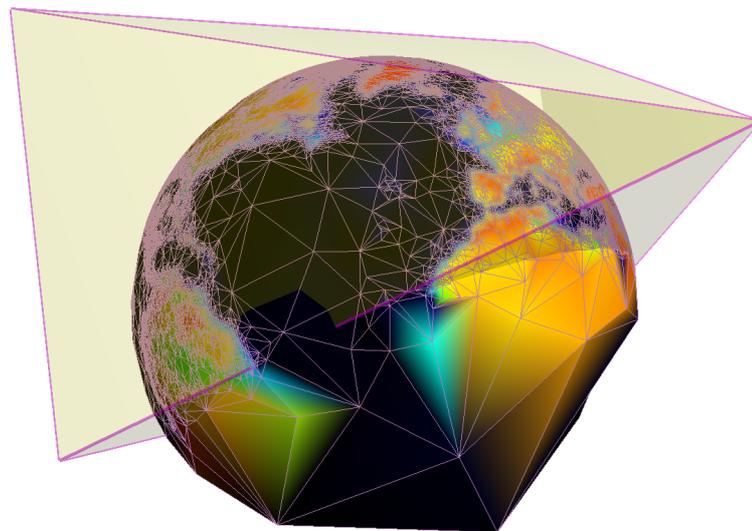
(a)  $\tau=0$  (102 246 sommets)(b)  $\tau=0,0001$   
(31 848 sommets)(c)  $\tau=0,0004$  (9 293 sommets)(d)  $\tau=0,0004$  (point de vue)

**Figure 5.9** – Visualisation dépendante du point de vue et des détails géométriques du modèle “Buddha”. Le modèle est visualisé avec un point de vue (d) avec différentes valeurs du seuil des détails (a)-(c).



(a) Modèle original (327,680 faces)

(b) Modèle simplifié (62,632 faces)



(c) Vue globale de la scène

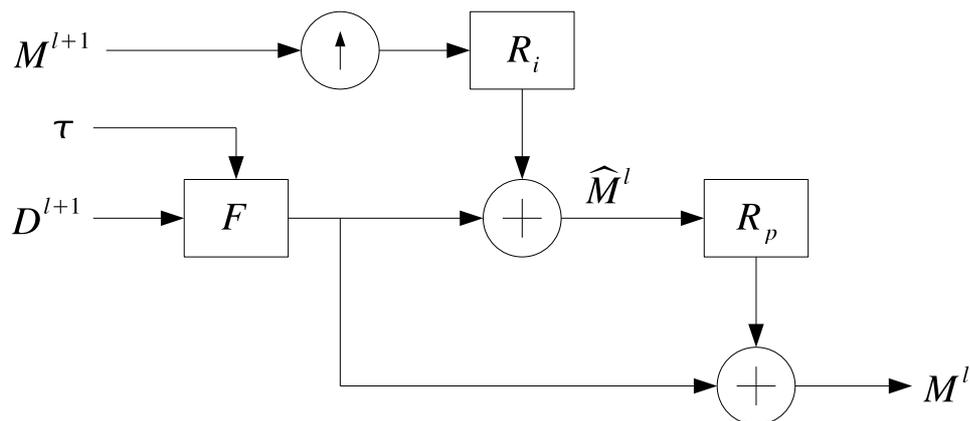
**Figure 5.10** – Visualisation adaptative du modèle “Terre” en fonction des coefficients de détail des attributs de couleur. Le modèle original est montré en (a), et le modèle simplifié avec notre méthode en (b). La scène globale avec l’objet et le point de vue est montrée en (c).

### 5.3 Filtrage

Chaque année, le coût des scanners 3D continue de baisser tandis que leur précision continue de s’améliorer. Bien que la fidélité de ces scanners se soit considérablement améliorée durant ces dernières décades, le bruit d’acquisition est toujours présent, comme dans tout système réel. Les algorithmes de reconstruction associés à ces machines produisent en sortie des maillages triangulaires à cause de leur simplicité et souplesse d’utilisation. Cependant, les données brutes fournies par les scanners 3D sont corrompues par une erreur sur la mesure [Peng et al., 2001]. Les erreurs de mesure et de reconstruction se manifestent comme du bruit sur la géométrie et

la topologie du maillage [Guskov and Wood, 2001] et, plus généralement, sur tous les attributs. Par exemple, les systèmes d'acquisition basés sur la mesure de profondeur échantillonnent les surfaces de la scène et créent un modèle formé par un nuage de points. La précision sur la mesure de la position de ces points est fonction du capteur, des circuits électroniques, de l'orientation des surfaces, et de leur propriété réfléchive [Page et al., 2002].

Notre but dans cette partie est de proposer une méthode de débruitage efficace pour la géométrie et les attributs d'un maillage en utilisant notre schéma d'analyse multirésolution approximant. Nous verrons en premier les applications de filtrage classique (*e.g.* passe-bas) sur les maillages multirésolution. Puis nous présenterons notre méthode de débruitage des attributs d'un maillage utilisant le *soft thresholding* dans une démarche calquée sur l'algorithme classique de *wavelet shrinkage* de Donoho [Donoho, 1995]. La Figure 5.11 illustre le schéma de reconstruction approximant permettant le filtrage des détails. Un seuil  $\tau$  est appliqué pour traiter les vecteurs de détail pour chaque attribut. En faisant varier la valeur du seuil, la manière d'appliquer ce seuil et les niveaux de résolution traités, on obtient plusieurs opérateurs analogues à des filtres connus en traitement du signal.



**Figure 5.11** – Schéma de reconstruction filtrante pour l'analyse multirésolution approximante. Ce schéma fait intervenir un seuil  $\tau$  permettant le filtrage des vecteurs de détail à l'aide d'un opérateur de filtrage  $F$ .

### 5.3.1 Filtrage : approche générique

Il est possible de développer et d'appliquer des filtres issus du traitement du signal pour les maillages irréguliers. Nous pouvons modifier les coefficients de détail d'un maillage en fonction de l'échelle. Par exemple, si les coefficients de détail des niveaux les plus fins sont mis à zéro, un filtre passe-bas est alors réalisé. Ce filtre supprime alors les détails de petites échelles (assimilées à des hautes fréquences) et conserve les détails des échelles plus grossières (assimilées à des basses fréquences) [Daubechies et al., 1999].

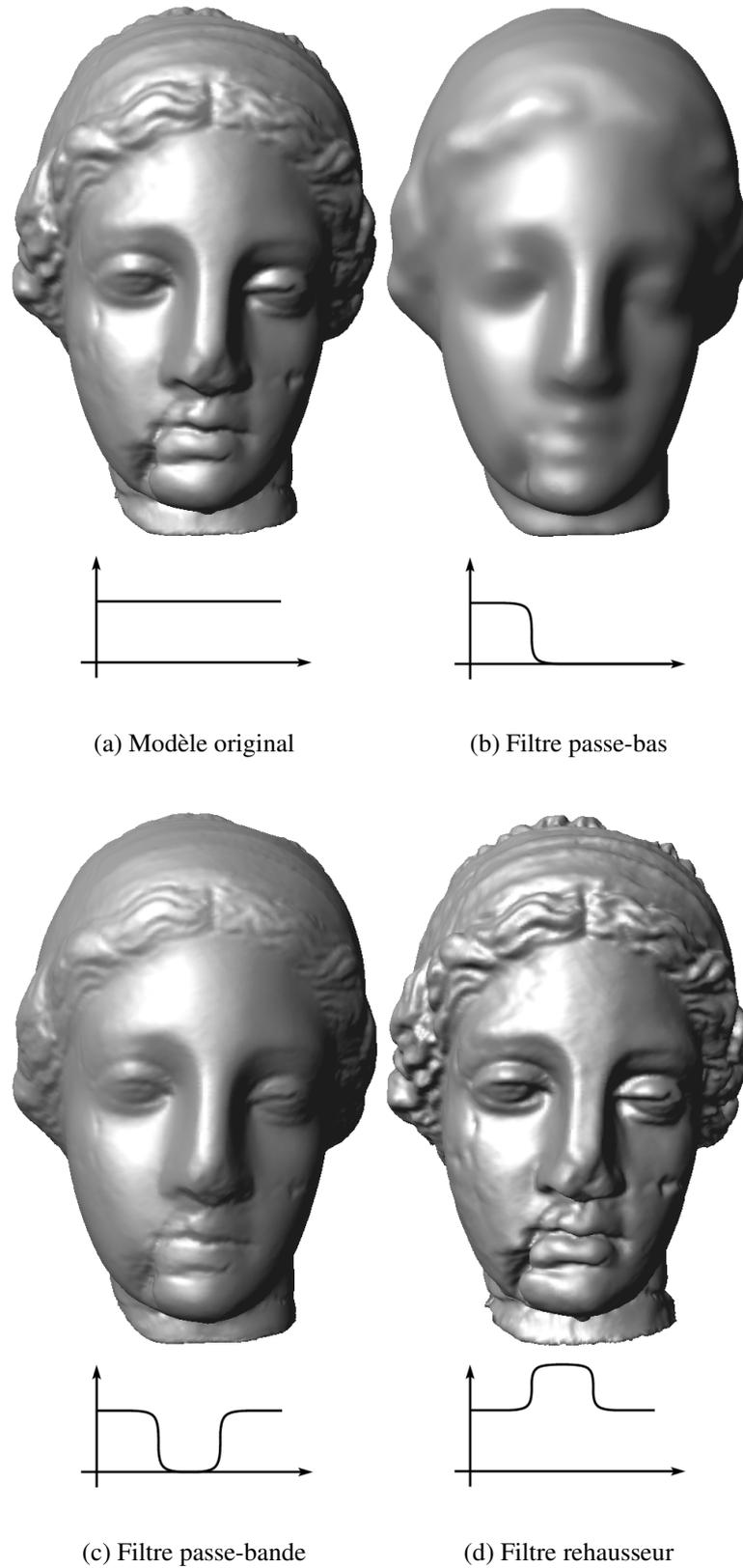
La Figure 5.12 montre trois filtres différents appliqués sur un modèle scanné (Figure 5.12(a)). Le filtre passe-bas (Figure 5.12(b)) est réalisé en mettant à zéro tous les coefficients de détails géométriques dans les six échelles les plus fines. Nous voyons que le filtre passe-bas lisse le modèle en supprimant les détails de petite échelle. Le filtre passe-bande (Figure 5.12(c)) est réalisé en mettant tous les détails à zéro pour les échelles moyennes. Nous voyons que les détails intermédiaires sont supprimés, et que les détails fins sont conservés. Le filtre “rehausseur” (Figure 5.12(d)) est réalisé en multipliant par deux les vecteurs de détail géométrique dans les échelles intermédiaires. Nous voyons que les détails d’échelle moyenne ont été amplifiés.

Le filtrage passe-bas peut être utilisé pour réduire le bruit d’acquisition d’un modèle scanné. Ce filtre a une action lissante donnant des résultats proches des méthodes de lissages classiques [Taubin, 1995; Kobbelt, 1997]. Ces méthodes permettent effectivement de réduire le bruit sur une surface mais elles ont l’inconvénient de lisser intégralement le maillage. Ainsi les caractéristiques importantes du maillage (*e.g.* arêtes anguleuses) sont atténuées. Des méthodes plus avancées doivent être développées pour permettre la suppression effective du bruit sans dégradation de la surface “réelle” du modèle.

### 5.3.2 Débruitage

Beaucoup de méthodes de lissage (*smoothing* ou *fairing*) appliquées au débruitage de surface ont été proposées dans la littérature [Taubin, 1995; Kobbelt, 1997; Desbrun et al., 1999; Clarenz et al., 2000]. Ces méthodes utilisent des approches déterministes, et sont différentes de l’approche statistique présentée dans cette partie. La récente méthode du filtrage bilatérale présentée par Fleishman est très efficace et très simple à implémenter [Fleishman et al., 2003]. Cette méthode est basée sur celle du filtrage bilatéral des images [Tomasi and Manduchi, 1998]. Dans cette approche, une première fonction gaussienne permet de lisser un sommet, et une seconde fonction gaussienne de “similarité” permet de pénaliser le lissage effectué par la première fonction. Le filtrage réalisé est anisotropique, et permet ainsi de conserver les caractéristiques locales d’un maillage (*e.g.* arêtes vives).

Dans ce paragraphe, nous présentons une autre application de notre schéma d’analyse multirésolution approximant, et nous étendons le concept de *soft thresholding* aux maillages avec attributs d’apparence. Dans le domaine de l’analyse multirésolution, la contraction des coefficients d’ondelette (*wavelet shrinkage*) est une méthode populaire pour le débruitage de données. L’idée est de transformer les données dans une base d’ondelette, où les coefficients élevés sont principalement le signal et les faibles coefficients le bruit. En modifiant de manière adéquate ces coefficients, le bruit peut être supprimé tandis que les données sont conservées. Il est important de



**Figure 5.12** – Filtrage du modèle “Venus”. Le graphique en dessous de chaque figure représente la variation du coefficient multiplicatif appliqué aux détails en fonction de l’échelle (du grossier au fin).

comprendre les méthodes de contraction des coefficients d'ondelette comme un algorithme de débruitage et non comme un algorithme de lissage. Le débruitage permet de supprimer le bruit qui est présent et de conserver le signal indépendamment du contenu fréquentiel, tandis que le lissage conduit à supprimer les hautes fréquences et à conserver les basses fréquences [Taswell, 2000].

La méthode de *soft thresholding* a prouvé son efficacité et sa robustesse dans les applications de débruitage [Donoho, 1995; Donoho and Johnstone, 1995]. Étant donné un seuil  $\tau$  pour un ensemble de données monodimensionnelles  $d$ , la règle suivante définit la fonction de *soft thresholding* :

$$\delta_\tau(d) = \text{sgn}(d) \max(0, |d| - \tau) \quad (5.1)$$

L'opérateur  $\delta_\tau$  permet de mettre à zéro toutes les valeurs de  $d$  pour lesquelles  $|d| \leq \tau$ , et de contracter vers l'origine d'une longueur  $\tau$  toutes les valeurs pour lesquelles  $|d| > \tau$ .

Dans le cadre de l'analyse multirésolution de maillages irréguliers, un coefficient de détail est représenté par un vecteur  $\mathbf{d}$ . Ce vecteur est de dimension trois pour les attributs géométriques et de couleurs, mais il peut être de dimension quelconque suivant la nature de l'attribut. Nous étendons donc la règle du *soft thresholding* pour un vecteur de dimension quelconque, mais le principe reste le même. L'opérateur  $\delta_\tau$  met à zéro tous les vecteurs  $\mathbf{d}$  pour lesquels  $\|\mathbf{d}\| \leq \tau$  et rétrécit le vecteur vers l'origine d'une longueur  $\tau$  si  $\|\mathbf{d}\| > \tau$ . Étant donnée un seuil  $\tau$  pour un vecteur  $\mathbf{d}$  de dimension quelconque, le seuillage souple est défini par :

$$\delta_\tau(\mathbf{d}) = \begin{cases} \mathbf{0}, & \|\mathbf{d}\| \leq \tau \\ \mathbf{d} - \frac{\mathbf{d}}{\|\mathbf{d}\|} \cdot \tau, & \|\mathbf{d}\| > \tau \end{cases} \quad (5.2)$$

La fonction de *soft thresholding* détermine comment le seuil  $\tau$  est appliqué aux coefficients de détail. D'autres fonctions de seuillage peuvent être utilisées comme le *hard thresholding* ou le seuillage Garrote. Mais le *soft thresholding* est connu pour être le plus efficace dans le cadre du débruitage [Fodor and Kamath, 2003].

Pour compléter cette méthode de débruitage, une règle de contraction est nécessaire pour déterminer comment le seuil  $\tau$  est calculé [Fodor and Kamath, 2003]. Nous choisissons la règle de contraction bayésienne (*BayesShrink*) pour calculer le seuil [Chang et al., 2000]. Cette méthode utilise une approche bayésienne pour calculer des seuils dépendants des détails. Il a été montré que le seuil calculé est quasi-optimal pour le *soft thresholding*. Le seuil  $\tau_i^l$  pour un sommet  $i$  à

l'échelle  $l$  est donné par la formule suivante :

$$\tau_i = \frac{\hat{\sigma}_\varepsilon^2}{\hat{\sigma}_i^l}, \quad (5.3)$$

où  $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$  est la variance estimée du bruit, et  $\hat{\sigma}_i^l$  la variance estimée de la surface réelle au sommet  $i$  à l'échelle  $l$ . La variance du bruit  $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$  est estimée avec le coefficient médian des détails au niveau le plus fin. L'estimation de la variance de la surface au sommet  $i$  est effectuée localement :

$$\hat{\sigma}_i^l = \max(0, \sigma_i^l - \hat{\sigma}_\varepsilon^2) \quad (5.4)$$

où

$$\sigma_i^l = \frac{1}{\#\mathcal{N}_1^l(i) + 1} \sum_{j \in \mathcal{N}_1^l(i) \cup i} \|\mathbf{d}_j^l\|^2 \quad (5.5)$$

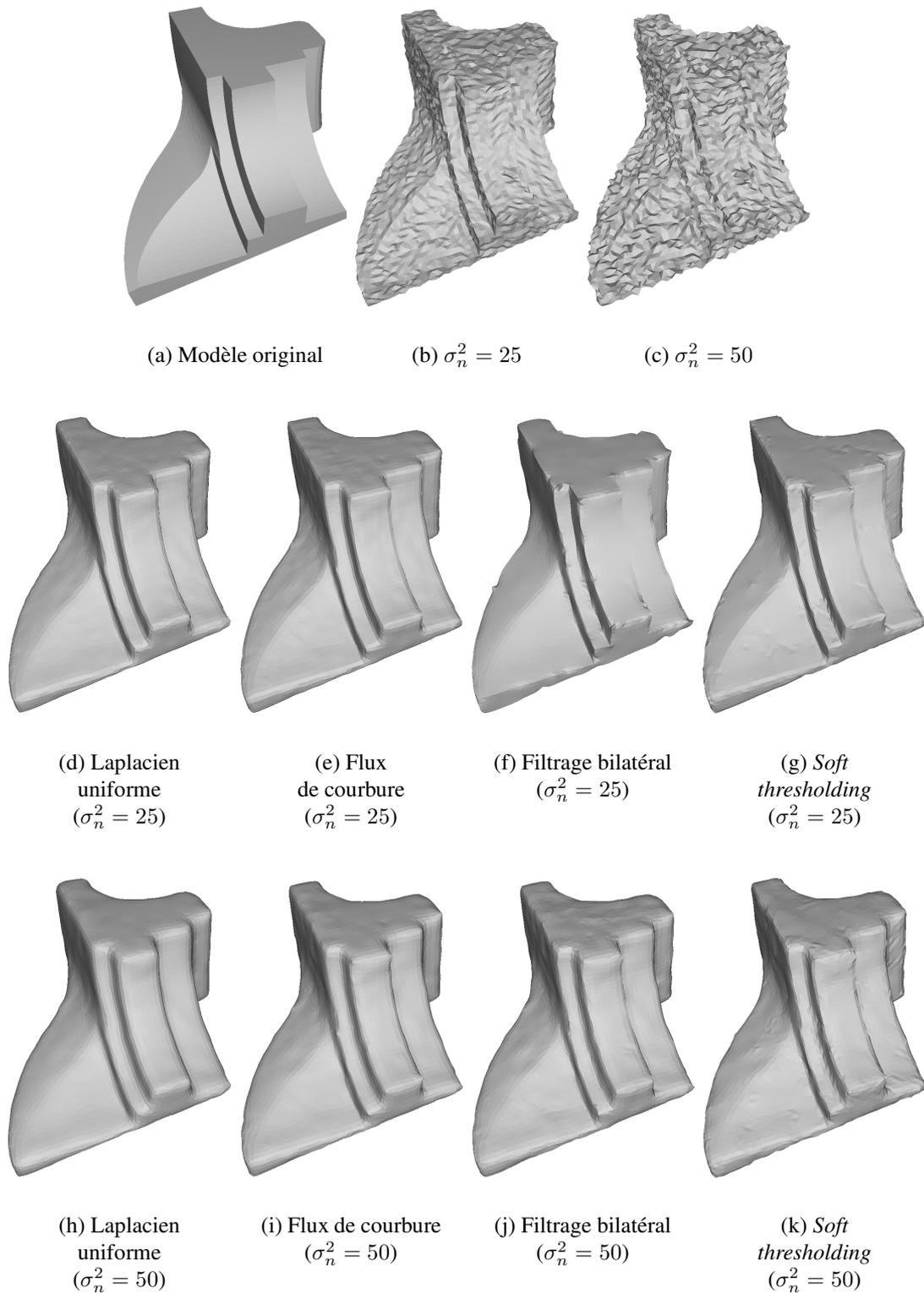
avec  $\#\mathcal{N}_1^l(i)$  le nombre de sommets dans le voisinage direct  $\mathcal{N}_1^l(i)$  du sommet  $i$  à l'échelle  $l$ .

Il est important de noter que cette méthode est générale et peut être appliquée à n'importe quel vecteur de détail du modèle. Ainsi cette approche permet de débruiter les attributs d'un modèle en supposant seulement que ces attributs sont exprimés dans un espace euclidien. Dans le cas contraire, la métrique définissant la norme doit être adaptée.

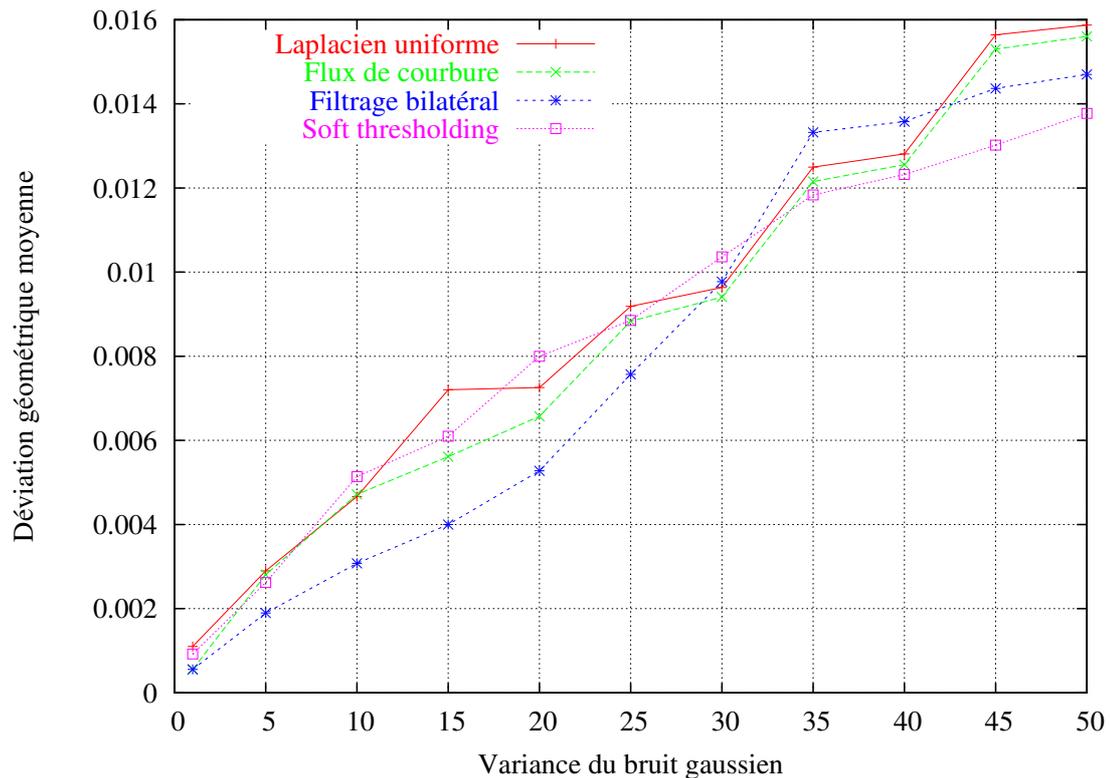
La Figure 5.13 montre un modèle CAO bruité artificiellement par un bruit gaussien avec différentes valeurs de variance  $\sigma_n^2$ . Dans cette expérimentation, les modèles ont été débruités par quatre méthodes différentes : laplacien uniforme [Kobbelt, 1997], flux de courbure [Desbrun et al., 1999], filtrage bilatéral [Fleishman et al., 2003], et notre méthode de *soft thresholding*. Les deux premières méthodes sont uniformes, et elles lissent intégralement le maillage. Les deux dernières méthodes sont anisotropiques et tentent de conserver les caractéristiques importantes du maillage (*e.g.* arêtes vives).

La Figure 5.14 illustre la déviation géométrique moyenne mesurée avec notre méthode de comparaison de maillage (voir Chapitre 3) pour le débruitage du modèle CAO précédent. Nous voyons que la méthode de filtrage bilatéral donne une déviation plus faible pour des faibles valeurs de variance de bruit. Notre méthode donne une déviation plus faible que les autres méthodes pour des fortes valeurs de variance de bruit.

La Figure 5.15(a) montre un exemple de modèle 3D fourni par le scanner Minolta VI-910. Le bruit est dû à la précision limitée de ce scanner. La Figure 5.15(b) montre le modèle obtenu après débruitage par notre méthode de *soft thresholding*. La Figure 5.15(c) montre le modèle débruité par la méthode de filtrage bilatéral [Fleishman et al., 2003]. Nous voyons que le modèle est



**Figure 5.13** – Débruitage avec différentes méthodes d'un modèle CAO bruité artificiellement par un bruit gaussien.



**Figure 5.14** – Comparaison de la déviation géométrique moyenne après le débruitage par différentes méthodes d’un modèle CAO bruité artificiellement.

lissé efficacement dans les deux cas, mais qu’il garde ses caractéristiques géométriques importantes (e.g. contour des yeux). Le filtrage bilatéral peut être vu comme un processus de diffusion géométrique anisotropique. Cette méthode donne de très bons résultats, mais elle laisse apparaître des ondulations sur la surface du modèle provenant du bruit d’échelle moyenne. Essayer de supprimer ces ondulations avec le filtrage bilatéral conduit à supprimer aussi les caractéristiques importantes du maillage. Notre méthode est capable de supprimer ce bruit en raison des propriétés multi-échelles de l’analyse multirésolution. La méthode de *soft thresholding* est une méthode rapide et efficace de débruitage. De plus, notre méthode n’est pas itérative, et ne requiert ainsi qu’une seule passe sur le maillage.

La Figure 5.16 montre l’application de notre méthode de *soft thresholding* aux attributs de couleur d’un modèle scanné. Les couleurs sont définies aux sommets, et ces données sont aussi corrompues par du bruit d’acquisition. La Figure 5.16(a) montre le modèle original après acquisition, et la Figure 5.16(b) montre le résultat du débruitage géométrique de la surface du modèle. La Figure 5.16(c) montre le résultat du débruitage des couleurs du modèle obtenu en utilisant notre méthode de *soft thresholding*. Nous voyons que le débruitage est efficace et permet de supprimer le bruit granuleux des attributs de couleur.



**Figure 5.15** – Débruitage géométrique d'un modèle scanné.

## 5.4 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre des exemples illustrant l'application de nos schémas d'analyse multirésolution à la segmentation, à la visualisation adaptative et au débruitage de modèles numériques. Toutes ces méthodes exploitent les coefficients de détail fournis par l'analyse multirésolution des attributs d'un modèle.

Nous avons présenté un algorithme de segmentation qui permet de mettre en évidence le bruit impulsionnel généré par un scanner. Cette méthode utilise les coefficients de détail de l'analyse géométrique et de l'analyse des normales pour détecter efficacement les sommets bruités.

Nous avons proposé ensuite un schéma de reconstruction adaptative basé sur l'analyse multirésolution interpolante. Ce schéma permet la visualisation dépendante du point de vue et dépendante des coefficients de détail de modèles complexes.

Pour finir, nous avons présenté une méthode de débruitage des attributs d'un modèle en utilisant le schéma d'analyse multirésolution approximant. Nous avons étendu la méthode de *soft thresholding* aux vecteurs de détail de dimension quelconque. Des résultats ont été montrés illustrant l'efficacité de notre méthode.



(a) Modèle original

(b) Débruitage géométrique

(c) Débruitage des couleurs



(d) Zoom du débruitage géométrique

(e) Zoom du débruitage des couleurs

**Figure 5.16** – Débruitage complet d'un modèle scanné. La première étape consiste à débruiter la géométrie de la surface du modèle puis les couleurs de celui-ci.

# Chapitre 6

## Conclusion générale et perspectives

La représentation numérique du monde réel connaît un essor très important depuis ces dernières années. Les avancées technologiques dans ce domaine permettent d'acquérir des informations de plus en plus précises et variées. Toutefois, l'augmentation du nombre et de la qualité des capteurs utilisés par l'homme produit des données qui nécessitent de nouveaux modes de représentation. Le modèle numérique apparaît comme un ensemble de données structurées pouvant s'adapter aux contraintes diverses et variées imposées par le contexte applicatif. L'importance prise par les modèles numériques des objets du monde réel dans leur réalité géométrique (3D) et texturale de surface est de plus en plus grande pour des diverses applications telles que l'enregistrement et l'analyse numérique de terrains, l'imagerie médicale, ou encore la conservation du patrimoine.

### 6.1 Comparaison de maillages

Depuis ces dernières années, beaucoup de méthodes de simplification ou de compression de modèles 3D sont apparues. Ces techniques ont pour but de réduire la complexité d'un maillage en réduisant le nombre d'informations contenues dans le modèles 3D. Mais la réduction de ces informations engendre inévitablement une perte d'information. Nous avons proposé une mesure de déviation d'attribut permettant de connaître localement et précisément la différence entre les attributs de deux maillages. Les principaux avantages de notre méthode de comparaison sont les suivants :

- **Généralité** : la méthode gère les maillages contenant des attributs géométriques et des attributs d'apparence. La mesure de déviation d'attribut est indépendante du point de vue.
- **Localité** : la mesure est effectuée pour des points donnés sur la surface du maillage de référence. La résolution de la mesure peut être augmentée localement par une technique de discrétisation de surface.
- **Applications** : la mesure est adaptée aux les modèles numériques de scènes réelles et aussi aux les modèles de synthèse. La méthode de comparaison de maillages peut être utilisée dans de nombreuses applications : simplification de maillages, rétro-conception (comparaison d'un modèle CAO et d'un modèle numérique de l'objet réel), segmentation de maillages (filtrage, lissage), applications médicales (comparaison entre différentes acquisitions numériques)...

Nous avons illustré l'application de cette mesure à la mesure de la fidélité de trois algorithmes de simplification de maillages. A travers cette application nous avons pu voir l'importance de la mesure de déviation entre les attributs. Par exemple la mesure de déviation des normales permet de mettre en évidence les zones où l'apparence est fortement modifiée.

Notre méthode de comparaison de maillages peut être améliorée en incluant des mesures spécifiques à chaque attribut. Nous perdons le caractère générique de notre méthode mais nous pouvons améliorer la précision de la mesure de déviation. Par exemple, il est souhaitable de représenter les couleurs dans un espace perceptuellement linéaire, comme l'espace CIE  $L^*u^*v^*$  [Rigiroli et al., 2001], pour effectuer les mesures de déviations. Ces mesures de déviation spécialisées pour chaque attribut permettent de prendre en compte la nature de l'espace de chaque attribut.

## 6.2 Analyse multirésolution de maillages

Dans un second temps, nous nous sommes intéressés à la représentation en niveaux de détail et à l'analyse multirésolution de modèles 3D. Nous avons présenté les différentes méthodes de représentation en niveaux de détail et les différents schémas d'analyse multirésolution de maillage proposés dans la littérature. L'analyse multirésolution est un outil "multifonction" qui permet de représenter un ensemble de données de façon structurée entre plusieurs niveaux de résolution et pour chacun une représentation adaptée associée à un modèle portant les détails spécifiques de ce niveau de résolution. L'application de l'analyse multirésolution aux maillages triangulaires permet d'obtenir une représentation en niveaux de détail et des coefficients de détails associées

à l'importance de sommets à travers les différentes résolutions. Nous avons proposé deux schémas d'analyse multirésolution adaptés aux maillages irréguliers avec attributs d'apparence. Ces méthodes gèrent en totalité les attributs des maillages permettant ainsi l'analyse complète d'un maillage. Les points forts de nos propositions sont les suivants :

- **Rapidité** : la décomposition nécessite des calculs simples dans un support compact.
- **Exhaustivité** : nos schémas d'analyse gèrent tous les attributs associés aux sommets. Cette propriété assure une analyse multirésolution du modèle dans son intégralité.
- **Efficacité** : les coefficients de détail sont représentatifs des caractéristiques locales des attributs permettant des applications dépendantes des détails comme la visualisation ou le filtrage adaptatif.

Nous avons montré l'efficacité de nos schémas d'analyse multirésolution de maillages à travers des applications incluant la détection de bruit impulsionnel, la visualisation adaptative et le débruitage d'attributs. Ces applications nous ont montrés l'importance des coefficients de détail de l'analyse multirésolution et la nécessité de gérer les attributs d'apparence.

Notre schéma d'analyse multirésolution approximant est une représentation sur-complète engendrant un surcoût de calcul et de mémoire. Ce schéma ne permet donc pas une application comme la compression de maillage. Le schéma interpolant est une transformée en ondelette de seconde génération conçues suivant le modèle du *lifting scheme*. Ce schéma permet la construction d'analyses multirésolution à moindre coût [Sweldens and Schröder, 1996; Kobbelt, 1996]. Le développement d'étapes de *lifting* adaptées aux maillages irréguliers n'est pas encore défini. Il serait intéressant de poursuivre les investigations sur cette voie dans le but de construire une transformée en ondelette de seconde génération efficace pour les maillages irréguliers avec attributs d'apparence dans des domaines autres que planaires ou sphériques.

Il est aussi souhaitable de poursuivre les recherches sur le débruitage de surface en utilisant l'analyse multirésolution. Il est possible de construire un filtrage adaptatif en utilisant le filtre de Wiener [Peng et al., 2001]. Il serait aussi intéressant de développer les fondements mathématiques et d'approfondir le concept de "fréquences" pour les maillages. La question de la décorrélation entre les niveaux de détail reste encore ouverte.

## **6.3 Publications**

Ces travaux ont fait l'objet de deux publications dans des revues internationales [Roy et al., 2002b; Roy et al., 2004b], de cinq communications dans des conférences internationales [Roy et al., 2002a; Roy et al., 2002c; Roy et al., 2003; Roy et al., 2004a; Roy et al., 2004c] et d'une communication dans une conférence nationale [Roy et al., 2001].

# Bibliographie

- [Akenine-Möller and Haines, 2002] Akenine-Möller, T. and Haines, E. (2002). *Real-Time Rendering*. A K Peters Ltd., second edition.
- [Alliez et al., 2003] Alliez, P., Cohen-Steiner, D., Devillers, O., Levy, B., and Desbrun, M. (2003). Anisotropic polygonal remeshing. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH*.
- [Amenta et al., 1998] Amenta, N., Bern, M., and Kamvyselis, M. (1998). A new voronoi-based surface reconstruction algorithm. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH*, pages 415–421.
- [Aspert et al., 2002] Aspert, N., Santa-Cruz, D., and Ebrahimi, T. (2002). MESH : Measuring Error between Surfaces using the Hausdorff distance. In *Proceedings of IEEE International Conference on Multimedia and Expo*, volume I, pages 705–708.
- [Bajaj et al., 1999] Bajaj, C., Pascucci, V., and Zhuang, G. (1999). Progressive compression and transmission of arbitrary triangular meshes. In *Proceedings of IEEE Visualization*, pages 307–316.
- [Bernardini et al., 1999] Bernardini, F., Mittleman, J., Rushmeier, H., Silva, C., and Taubin, G. (1999). The ball-pivoting algorithm for surface reconstruction. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 5(4) :349–359.
- [Besl and McKay, 1992] Besl, P. and McKay, N. (1992). A method for registration of 3-d shapes. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 14(2) :239–256.
- [Boissonnat, 1984] Boissonnat, J.-D. (1984). Geometric structures for three-dimensional shape representation. *ACM Transactions on Graphics*, 3(4) :266–286.
- [Bonneau, 1998] Bonneau, G.-P. (1998). Multiresolution analysis on irregular surface meshes. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 4(4) :365–378.
- [Bonneau and Gerussi, 1998] Bonneau, G.-P. and Gerussi, A. (1998). Level of detail visualization of scalar data sets on irregular surface meshes. In *Proceedings of IEEE Visualization*, pages 18–23.
- [Borouchaki, 1999] Borouchaki, H. (1999). Simplification des maillages de surface basée sur le distance de hausdorff. *Compte Rendu 329, Académie des Sciences de Paris – Analyse Numérique*.

- [Burt and Adelson, 1983] Burt, P. and Adelson, E. (1983). The laplacian pyramid as a compact image code. *IEEE Transactions on Communications*, 31(4) :532–540.
- [Catmull and Clark, 1978] Catmull, E. and Clark, J. (1978). Recursively generated B-spline surfaces on arbitrary topological meshes. *Computer-Aided Design*, 10(6) :350–355.
- [Chang et al., 2000] Chang, S., Yu, B., and Vetterli, M. (2000). Adaptive wavelet thresholding for image denoising and compression. *IEEE Transactions on Image Processing*, 9(9) :1532–1546.
- [Chua and Jarvis, 1994] Chua, C. and Jarvis, R. (1994). 3-D free-form surface registration and object recognition. *International Journal on Computer Vision*, 17(1) :77–99.
- [Ciampalini et al., 1997] Ciampalini, A., Cignoni, P., Montani, C., and Scopigno, R. (1997). Multiresolution decimation based on global error. *The Visual Computer*, 13(5) :228–246.
- [Cignoni et al., 1999] Cignoni, P., Montani, C., Rocchini, C., Scopigno, R., and Tarini, M. (1999). Preserving attribute values on simplified meshes by re-sampling detail textures. *The Visual Computer*, 15(10) :519–539.
- [Cignoni et al., 1998a] Cignoni, P., Rocchini, C., and Scopigno, R. (1998a). A comparison of mesh simplification algorithms. *Computer and Graphics*, 22(1) :37–54.
- [Cignoni et al., 1998b] Cignoni, P., Rocchini, C., and Scopigno, R. (1998b). Metro : Measuring error on simplified surfaces. *Computer Graphics Forum*, 17(2) :167–174.
- [Clarenz et al., 2000] Clarenz, U., Diewald, U., and Rumpf, M. (2000). Anisotropic geometric diffusion in surface processing. In *Proceedings of IEEE Visualization*, pages 397–405.
- [Cohen, 1992] Cohen, A. (1992). *Ondelettes et traitement numériques du signal*. Masson, Paris.
- [Cohen et al., 1997] Cohen, J., Manocha, D., and Olano, M. (1997). Simplifying polygonal models using successive mappings. In *Proceedings of IEEE Visualization*, pages 395–402.
- [Cohen et al., 1998] Cohen, J., Olano, M., and Manocha, D. (1998). Appearance-preserving simplification. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH*, pages 115–122.
- [Cohen et al., 1996] Cohen, J., Varshney, A., Manocha, D., Turk, G., Weber, H., Agarwal, P., Books, F., and Wright, W. (1996). Simplification envelopes. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH*, pages 119–128.
- [Dahlke et al., 1994] Dahlke, S., Dahmen, W., Schmitt, E., and Weinreich, I. (1994). Multirésolution analysis and wavelets on  $s_2$  and  $s_3$ . Technical report, Institut für Geometrie und angewandete Mathematik, RWTH Aachen.
- [Daubechies, 1992] Daubechies, I. (1992). *Ten Lectures on Wavelets*. SIAM, Philadelphia.

- [Daubechies et al., 1999] Daubechies, I., Guskov, I., Schröder, P., and Sweldens, W. (1999). Wavelets on irregular point sets. *Philosophical Transactions of the Royal Society*, 357(1760) :2397–2413.
- [Desbrun et al., 2002] Desbrun, M., Meyer, M., and Alliez, P. (2002). Intrinsic parameterizations of surface meshes. In *Proceedings of Eurographics*.
- [Desbrun et al., 1999] Desbrun, M., Meyer, M., Schröder, P., and Barr, A. (1999). Implicit fairing of irregular meshes using diffusion and curvature flow. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH*, pages 317–324.
- [do Carmo, 1976] do Carmo, M. P. (1976). *Differential Geometry of Curves and Surfaces*. Prentice-Hall Inc.
- [Donoho, 1995] Donoho, D. (1995). De-noising by soft-thresholding. *IEEE Transactions on Information Theory*, 41(3) :613–627.
- [Donoho and Johnstone, 1995] Donoho, D. and Johnstone, I. (1995). Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage. *Journal of the American Statistical Association*, 90(432) :1200–1224.
- [Doo and Sabin, 1978] Doo, D. and Sabin, M. (1978). Behavior of recursive division surfaces near extraordinary points. *Computer-Aided Design*, 10(6) :356–360.
- [Dyn et al., 1990] Dyn, N., Levin, D., and Gregory, J. (1990). A butterfly subdivision scheme for surface interpolation with tension control. *ACM Transaction on Graphics*, 9(2) :160–169.
- [Eck et al., 1995] Eck, M., DeRose, T., Duchamp, T., Hoppe, H., Lounsbery, M., and Stuelze, W. (1995). Multiresolution analysis of arbitrary meshes. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH*, pages 173–183.
- [Erikson, 2000] Erikson, C. (2000). *Hierarchical Levels of Detail to Accelerate the Rendering of Large Static and Dynamic Polygonal Environments*. PhD thesis, University of North Carolina at Chapel Hill, USA.
- [Fleishman et al., 2003] Fleishman, S., Drori, I., and Cohen-Or, D. (2003). Bilateral mesh denoising. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH*, pages 950–953.
- [Floriani et al., 1997] Floriani, L. D., Magillo, P., and Puppo, E. (1997). Building and traversing a surface at variable resolution. In *Proceedings of IEEE Visualization*, pages 103–110.
- [Fodor and Kamath, 2003] Fodor, I. and Kamath, C. (2003). Denoising through wavelet shrinkage : an empirical study. *SPIE Journal of Electronic Imaging*, 12(1) :151–160.
- [Foley et al., 1990] Foley, J., Dam, A. V., Feiner, S., and Hughes, J. (1990). *Computer Graphics : Principle and Practice*. Addison-Wesley, second edition.
- [Franklin and Akman, 1988] Franklin, W. and Akman, V. (1988). Adaptive grid for polyhedral visibility in object space. *Computer Journal*, 31(1) :56–60.

- [Franklin et al., 1997] Franklin, W., Kankanhalli, M., and Narayanaswami, C. (1997). Geometric computing and uniform grid technique. *Computer Aided Design*, 21(7) :410–420.
- [Fratter et al., 2001] Fratter, C., Moulin, M., Ruiz, H., Charvet, P., and Zobler, D. (2001). La mission SPOT 5. In *Société Française de Photogrammétrie et Télédétection (SFPT), Bulletin n° 164–165, SPOT 5 : vers de nouvelles applications*, pages 7–24.
- [Frey and George, 1999] Frey, P. J. and George, P.-L. (1999). *Maillages : applications aux éléments finis*. Hermes Science Publication.
- [Garland and Heckbert, 1997] Garland, M. and Heckbert, P. (1997). Surface simplification using quadric error metrics. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH*, pages 209–216.
- [Garland and Heckbert, 1998] Garland, M. and Heckbert, P. (1998). Simplifying surfaces with color and texture using quadric error metrics. In *Proceedings of IEEE Visualization*, pages 263–270.
- [Gerussi, 2000] Gerussi, A. (2000). *Analyse multirésolution non emboîtée : applications à la visualisation scientifique*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble 1.
- [Guéziec, 1995] Guéziec, A. (1995). Surface simplification inside a tolerance volume. In *Proceedings of Second Annual International Symposium on Medical Robotics and Computer Aided Surgery*, pages 132–139.
- [Guéziec, 1999] Guéziec, A. (1999). Locally toleranced surface simplification. *IEEE Visualization and Computer Graphics*, 5(2) :168–189.
- [Guéziec, 2001] Guéziec, A. (2001). Meshsweeper : Dynamic point-to-polygonal-mesh distance and applications. *IEEE Visualization and Computer Graphics*, 7(1) :47–61.
- [Guéziec et al., 1999] Guéziec, A., Taubin, G., Horn, B., and Lazarus, F. (1999). A framework for streaming geometry in VRML. *IEEE Visualization and Computer Graphics*, 19(2).
- [Guskov, 1998] Guskov, I. (1998). Multivariate subdivision schemes and divided differences. Technical report, Department of Mathematics, Princeton University.
- [Guskov et al., 1999] Guskov, I., Sweldens, W., and Schröder, P. (1999). Multiresolution signal processing for meshes. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH*, pages 325–334.
- [Guskov and Wood, 2001] Guskov, I. and Wood, Z. (2001). Topological noise removal. In *Proceedings of Graphics Interface*, pages 19–26.
- [Hamann, 1994] Hamann, B. (1994). A data reduction scheme for triangulated surfaces. *Computer Aided Geometric Design*, 11 :197–214.
- [Heckbert, 1990] Heckbert, P. (1990). Generic convex polygon scan conversion and clipping. In Glassner, A. S., editor, *Graphics Gems I*, pages 84–86. Academic Press.

- [Hilton et al., 1996] Hilton, A., Stoddart, A. J., Illingworth, J., and Windeatt, T. (1996). Marching triangles : Range image fusion for complex object modeling. In *Proceedings of IEEE International Conference on Image Processing*, pages 381–384.
- [Hoppe, 1994] Hoppe, H. (1994). *Surface Reconstruction from Unorganized Points*. PhD thesis, University of Washington, USA.
- [Hoppe, 1996] Hoppe, H. (1996). Progressive meshes. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH*, pages 99–108.
- [Hoppe, 1997] Hoppe, H. (1997). View-dependent refinement of progressive meshes. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH*, pages 189–198.
- [Hoppe, 1999] Hoppe, H. (1999). New quadric metric for simplifying meshes with appearance attributes. In *Proceedings of IEEE Visualization*, pages 59–66.
- [Hoppe et al., 1992] Hoppe, H., DeRose, T., Duchamp, T., McDonald, J., and Stuetzle, W. (1992). Surface reconstruction from unorganized points. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH*, pages 71–78.
- [Hoppe et al., 1993] Hoppe, H., DeRose, T., Duchamp, T., McDonald, J., and Stuetzle, W. (1993). Mesh optimization. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH*, pages 19–26.
- [Hoppe and Marschner, 2000] Hoppe, H. and Marschner, S. (2000). Efficient minimization of new quadric metric for simplifying meshes with appearance attributes. Technical Report MSR-TR-2000-64, Microsoft Research.
- [Hubeli and Gross, 2000] Hubeli, A. and Gross, M. (2000). A survey of surface representations for geometric modeling. Technical Report 335, ETH Zürich, Computer Science Department.
- [Hubeli and Gross, 2001] Hubeli, A. and Gross, M. (2001). Multiresolution feature extraction from unstructured meshes. In *Proceedings of IEEE Visualization*, pages 287–294.
- [Johnson and Hebert, 1999] Johnson, A. E. and Hebert, M. (1999). Using spin images for efficient object recognition in cluttered 3d scenes. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 21(5) :433–449.
- [Johnson and Cohen, 2001] Johnson, D. and Cohen, E. (2001). Spatialized normal cone hierarchies. In *Proceedings of 2001 Symposium on Interactive 3D Graphics*, pages 129–134.
- [Kinsey, 1993] Kinsey, L. C. (1993). *Topology of Surfaces*. Springer-Verlag.
- [Kirkpatrick, 1983] Kirkpatrick, D. (1983). Optimal search in planar subdivision. *SIAM Journal on Computing*, 12(1) :28–35.
- [Kobbelt, 1996] Kobbelt, L. (1996). A variational approach to subdivision. *Computer Aided Geometric Design*, 13 :743–761.

- [Kobbelt, 1997] Kobbelt, L. (1997). Discrete fairing. In *Proceedings of IMA Conference on the Mathematics of Surfaces*, pages 101–131.
- [Kobbelt, 2000] Kobbelt, L. (2000).  $\sqrt{3}$ -subdivision. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH*, pages 105–114.
- [Kobbelt et al., 1998a] Kobbelt, L., Campagna, S., and Seidel, H.-P. (1998a). A general framework for mesh decimation. In *Proceedings of Graphics Interface*, pages 43–50.
- [Kobbelt et al., 1998b] Kobbelt, L., Campagna, S., Vorsatz, J., and Seidel, H.-P. (1998b). Interactive multi-resolution modeling on arbitrary meshes. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH*, pages 105–114.
- [Kobbelt et al., 1999] Kobbelt, L., Vorsatz, J., and Seidel, H.-P. (1999). Multiresolution hierarchies on unstructured triangle meshes. *Computational Geometry : Theory and Applications*, 14(1-3) :5–24.
- [Lee et al., 1998] Lee, A., Sweldens, W., Schröder, P., Cowsar, L., and Dobkin, D. (1998). MAPS : Multiresolution adaptive parameterization of surfaces. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH*, pages 95–104.
- [Lindstrom, 2000] Lindstrom, P. (2000). *Model Simplification using Image and Geometry-Based Metrics*. PhD thesis, Georgia Institute of Technology, USA.
- [Lindstrom and Turk, 1998] Lindstrom, P. and Turk, G. (1998). Fast and memory efficient polygonal simplification. In *Proceedings of IEEE Visualization*, pages 279–286.
- [Lindstrom and Turk, 1999] Lindstrom, P. and Turk, G. (1999). Evaluation of memoryless simplification. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 5(2) :98–115.
- [Lindstrom and Turk, 2000] Lindstrom, P. and Turk, G. (2000). Image-driven simplification. *ACM Transactions on Graphics*, 19(3) :204–241.
- [Loop, 1987] Loop, C. (1987). Smooth subdivision surfaces based on triangles. Master’s thesis, University of Utah.
- [Lorensen and Cline, 1987] Lorensen, W. E. and Cline, H. E. (1987). Marching cubes : A high resolution 3D surface construction algorithm. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH*, pages 163–169.
- [Lounsbery, 1994] Lounsbery, M. (1994). *Multiresolution Analysis for Surfaces of Arbitrary Topological Type*. PhD thesis, University of Washington, USA.
- [Lounsbery et al., 1997] Lounsbery, M., DeRose, T., and Warren, J. (1997). Multiresolution analysis for surfaces of arbitrary topological type. *ACM Transactions on Graphics*, 16(1) :34–73.
- [Luebke and Erikson, 1997] Luebke, D. and Erikson, C. (1997). View-dependent simplification of arbitrary polygonal environments. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH*, pages 199–208.

- [Luebke et al., 2003] Luebke, D., Reddy, M., Cohen, J. D., Varshney, A., Watson, B., and Huebner, R. (2003). *Level of Details for 3D Graphics*. Morgan Kaufmann Publishers.
- [Mallat, 1989] Mallat, S. (1989). A theory for multiresolution signal decomposition : the wavelet representation. *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11(7) :674–693.
- [Meyer et al., 2002] Meyer, M., Desbrun, M., Schröder, P., and Barr, A. (2002). Discrete differential-geometry operators for triangulated 2-manifolds. In *Proceedings of Visualization and Mathematics*.
- [Meyer, 1990] Meyer, Y. (1990). *Ondelettes et Opérateurs d’Ondelettes*. Hermann, Paris.
- [O’Rourke, 1998] O’Rourke, J. (1998). *Computational Geometry in C*. Cambridge University Press, second edition.
- [Page, 2003] Page, D. (2003). *Part Decomposition of 3D Surfaces*. PhD thesis, The University of Tennessee, Knoxville, USA.
- [Page et al., 2003] Page, D., Koschan, A., and Abidi, M. (2003). Perception-based 3d triangle mesh segmentation using fast marching watersheds. In *Proceedings of IEEE International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 27–32.
- [Page et al., 2002] Page, D., Sun, Y., Koschan, A., Paik, J., and Abidi, M. (2002). Simultaneous mesh simplification and noise smoothing of range images. In *Proceedings of IEEE International Conference on Image Processing*, pages 821–824.
- [Peng et al., 2001] Peng, J., Strela, V., and Zorin, D. (2001). A simple algorithm for surface denoising. In *Proceedings of IEEE Visualization*, pages 107–112.
- [Pulli et al., 1997] Pulli, K., Duchamp, T., Hoppe, H., McDonald, J., Shapiro, L., and Stuetzle, W. (1997). Robust meshes from multiple range maps. In *Proceedings of IEEE International Conference on Recent Advances in 3-D Digital Imaging and Modeling*, pages 205–211.
- [Rigiroli et al., 2001] Rigiroli, P., Campadelli, P., Pedotti, A., and Borghese, N. (2001). Mesh refinement with color attributes. *Computer & Graphics*, 25(3) :449–461.
- [Rioul and Vetterli, 1991] Rioul, O. and Vetterli, M. (1991). Wavelet and signal processing. *IEEE Signal Processing Magazine*, pages 1544–1576.
- [Ronfard and Rossignac, 1996] Ronfard, R. and Rossignac, J. (1996). Full-range approximation of triangulated polyhedra. In *Proceedings of Eurographics*, pages 67–76.
- [Rossignac and Borrel, 1993] Rossignac, J. and Borrel, P. (1993). Multi-resolution 3d approximations for rendering complex scenes. pages 455–465.
- [Rössl et al., 2000] Rössl, C., Kobbelt, L., and Seidel, H.-P. (2000). Extraction of feature lines on triangulated surfaces using morphological operators. In *Proceedings of AAAI Spring Symposium - Smart Graphics*.

- [Roy et al., 2003] Roy, M., Fougou, S., Koschan, A., Truchetet, F., and Abidi, M. (2003). Multiresolution analysis for irregular meshes. In *Proceedings of SPIE Photonics East, Wavelet Applications in Industrial Processing*, volume 5266, pages 249–259.
- [Roy et al., 2002a] Roy, M., Fougou, S., and Truchetet, F. (2002a). Generic attribute deviation metric for assessing mesh simplification algorithm quality. In *Proceedings of IEEE International Conference on Image Processing*, pages 817–820.
- [Roy et al., 2004a] Roy, M., Fougou, S., and Truchetet, F. (2004a). Denoising 3D models with attributes using soft thresholding. In *Proceedings of SPIE Optics East, Wavelet Applications in Industrial Processing*.
- [Roy et al., 2004b] Roy, M., Fougou, S., and Truchetet, F. (2004b). Mesh comparison using attribute deviation metric. *International Journal of Image and Graphics*, 4(1) :1–14.
- [Roy et al., 2004c] Roy, M., Fougou, S., and Truchetet, F. (2004c). Multiresolution analysis for irregular meshes with appearance attributes. In *Proceedings of International Conference on Computer Vision and Graphics*.
- [Roy et al., 2001] Roy, M., Nicolier, F., Fougou, S., and Truchetet, F. (2001). Mesure de la qualité des algorithmes de simplification de maillages. In *Proceedings of 17iemes Journées de l'AFIG*, pages 175–184.
- [Roy et al., 2002b] Roy, M., Nicolier, F., Fougou, S., and Truchetet, F. (2002b). Mesure de déviation d'attributs pour la comparaison de maillages. *Revue Internationale de CFAO et d'Informatique Graphique*, 17(3–4) :231–245.
- [Roy et al., 2002c] Roy, M., Nicolier, F., Fougou, S., Truchetet, F., Koschan, A., and Abidi, M. (2002c). Assessment of mesh simplification algorithm quality. In *Proceedings of SPIE Electronic Imaging*, volume 4661, pages 128–137.
- [Schneider and Kobbelt, 2001] Schneider, R. and Kobbelt, L. (2001). Geometric fairing of irregular meshes for freeform surface design. *Computer Aided Geometric Design*, 18(4) :359–379.
- [Schröder and Sweldens, 1995] Schröder, P. and Sweldens, W. (1995). Spherical wavelets : efficiently representing function on the sphere. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH*, pages 161–172.
- [Schroeder, 1997] Schroeder, W. (1997). Topology-modifying progressive decimation algorithm. In *Proceedings of IEEE Visualization*, pages 205–212.
- [Schroeder et al., 1992] Schroeder, W., Zarge, J., and Lorensen, W. (1992). Decimation of triangle meshes. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH*, pages 65–70.
- [Schultz, 2004] Schultz, M. (2004). 3D reconstruction of range images on the microscopic level. Master's thesis, University of Tennessee, Knoxville, USA.

- [Spanier, 1981] Spanier, E. H. (1981). *Algebraic Topology*. Springer-Verlag.
- [Stallman, 2002] Stallman, R. (2002). *Free Software, Free Society : Selected Essays of Richard M. Stallman*. GNU Press.
- [Stein and Medioni, 1992] Stein, F. and Medioni, G. (1992). Structural indexing : Efficient 3-d object recognition. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 14(2) :125–145.
- [Sweldens, 1994] Sweldens, W. (1994). *Construction and Applications of Wavelets in Numerical Analysis*. PhD thesis, Department of Computer Science, Katholieke Universiteit Leuven, Belgium.
- [Sweldens, 1998] Sweldens, W. (1998). The lifting scheme : A construction of second generation wavelets. *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, 29(2) :511–546.
- [Sweldens and Schröder, 1996] Sweldens, W. and Schröder, P. (1996). Building your own wavelets at home. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH Course Notes*, pages 15–87.
- [Taswell, 2000] Taswell, C. (2000). The what, how, and why of wavelet shrinkage denoising. *IEEE Computing in Science & Engineering*, 2(3) :12–19.
- [Taubin, 1995] Taubin, G. (1995). A signal processing approach to fair surface design. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH*, pages 351–358.
- [Taubin, 2000] Taubin, G. (2000). Geometric signal processing on polygonal meshes. In *Proceedings of Eurographics*.
- [Tomasi and Manduchi, 1998] Tomasi, C. and Manduchi, R. (1998). Bilateral filtering for gray and color images. In *Proceedings of International Conference on Computer Vision*, pages 839–846.
- [Toubin, 2000] Toubin, M. (2000). *Caractérisation et simplification de modèles numériques de scènes réelles par approche multirésolution dans un contexte multi-capteurs*. Thèse de doctorat, Université de Bourgogne.
- [Turk and Levoy, 1994] Turk, G. and Levoy, M. (1994). Zippered polygon meshes from range images. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH*, pages 311–318.
- [Valette et al., 1999] Valette, S., Kim, Y.-S., Jung, H.-Y., Magnin, I., and Prost, R. (1999). A multiresolution wavelet scheme for irregularly subdivided 3d triangular mesh. In *Proceedings of IEEE International Conference on Image Processing*, pages 171–174.
- [Valette and Prost, 2004] Valette, S. and Prost, R. (2004). Wavelet-based multiresolution analysis of irregular surface meshes. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 10(2) :113–122.
- [Veltkamp, 2001] Veltkamp, R. C. (2001). Shape matching : Similarity measures and algorithms. Technical Report UU-CS-2001-03, Utrecht University.

- [Veltkamp and Hagedoorn, 1999] Veltkamp, R. C. and Hagedoorn, M. (1999). State-of-the-art in shape matching. Technical Report UU-CS-1999-27, Utrecht University.
- [Walter and Healey, 2001] Walter, J. D. and Healey, C. G. (2001). Attribute preserving dataset simplification. In *Proceedings of IEEE Visualization*, pages 113–120.
- [Whitaker, 1998] Whitaker, R. (1998). A level-set approach to 3D reconstruction from range data. *International Journal of Computer Vision*, 29(3) :203–231.
- [Wu and Kobbelt, 2002] Wu, J. and Kobbelt, L. (2002). Fast mesh decimation by multiple-choice techniques. In *Proceedings of 7th International Fall Workshop on Vision, Modeling, and Visualization*, pages 241–248.
- [Xia et al., 1997] Xia, J., El-Sana, J., and Varshney, A. (1997). Adaptive real-time level-of-detail-based rendering for polygonal models. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 3(2) :171–183.
- [Xia and Varshney, 1996] Xia, J. and Varshney, A. (1996). Dynamic view-dependent simplification for polygonal models. In *Proceedings of IEEE Visualization*, pages 327–334.
- [Zhang, 1994] Zhang, Z. (1994). Iterative point matching for registration of free-form curves and surfaces. *International Journal of Computer Vision*, 13(1) :119–152.
- [Zorin et al., 1996] Zorin, D., Schröder, P., and Sweldens, W. (1996). Interpolating subdivision for meshes with arbitrary topology. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH*, pages 189–192.

# Table des figures

2.1	Complexe simplicial d'un tétraèdre . . . . .	7
2.2	Voisinage simplicial . . . . .	8
2.3	Différents types de maillages triangulaires . . . . .	9
2.4	Courbures . . . . .	10
2.5	Modèle 3D coloré . . . . .	13
2.6	Modèle 3D texturé . . . . .	13
2.7	Analogie du modèle de couverture . . . . .	14
2.8	Exemple d'image de profondeur . . . . .	15
2.9	Construction d'une image de profondeur . . . . .	16
2.10	Triangulation d'une image de profondeur . . . . .	17
2.11	Scanner RIEGL . . . . .	19
2.12	Bâtiment scanné avec le système RIEGL . . . . .	20
2.13	Principe de triangulation laser . . . . .	21
2.14	Scanner basé sur la triangulation . . . . .	21
2.15	Scanner Minolta VI-910 . . . . .	22
2.16	Satellite SPOT 5 . . . . .	23
2.17	Microscope confocal . . . . .	25
2.18	Mise en correspondance de maillages . . . . .	27
2.19	Fusion de maillages . . . . .	29
3.1	Groupement de sommets basé sur une grille spatiale . . . . .	33
3.2	Simplification de maillage avec les quadriques d'erreur . . . . .	35
3.3	Simplification avec gestion d'attributs . . . . .	36
3.4	Maillages progressifs . . . . .	37
3.5	Enveloppes de simplification . . . . .	39
3.6	Simplification basée sur l'image . . . . .	40
3.7	Distance de Hausdorff . . . . .	42
3.8	Résultats obtenus avec le logiciel MESH . . . . .	43
3.9	Distance de Cohen . . . . .	44
3.10	Sphère gaussienne des normales . . . . .	47

3.11	Mesure de déviation d'attribut . . . . .	49
3.12	Discrétisation d'une face . . . . .	51
3.13	Échelle de couleurs pour la mesure de déviations . . . . .	52
3.14	Comparaison de la mesure de déviation d'attribut et la distance de Cohen . . . . .	54
3.15	Comparaison de trois algorithmes de simplification . . . . .	54
3.16	Comparaison visuelle de la déviation géométrique . . . . .	56
3.17	Comparaison visuelle de la déviation des normales . . . . .	56
3.18	Comparaison numérique de la déviation moyenne géométrique . . . . .	57
3.19	Comparaison numérique de la déviation moyenne des normales . . . . .	57
3.20	Histogramme de la déviation géométrique . . . . .	58
3.21	Histogramme de la déviation des normales . . . . .	58
4.1	Simplification de maillages . . . . .	62
4.2	Suppression d'un sommet . . . . .	63
4.3	Contraction d'arête et séparation de sommet . . . . .	63
4.4	Contraction de demi-arête et séparation de sommet . . . . .	63
4.5	Recouvrement . . . . .	64
4.6	Incohérence topologique . . . . .	64
4.7	Subdivision de maillages . . . . .	69
4.8	Subdivision quaternaire . . . . .	70
4.9	Masques de la subdivision de Loop . . . . .	71
4.10	Masques de la subdivision papillon . . . . .	72
4.11	$\sqrt{3}$ -subdivision . . . . .	73
4.12	Masques de la $\sqrt{3}$ subdivision . . . . .	73
4.13	Simplification dépendante du point de vue . . . . .	75
4.14	Hiérarchie de sommet . . . . .	76
4.15	Schéma d'analyse multirésolution . . . . .	78
4.16	<i>Lifting scheme</i> . . . . .	79
4.17	Décomposition multirésolution de Lounsbery . . . . .	82
4.18	Décomposition multirésolution de Bonneau . . . . .	84
4.19	Analyse de Guskov . . . . .	86
4.20	Schéma pyramidal de Burt-Adelson . . . . .	86
4.21	Subdivision irrégulière de Valette . . . . .	87
4.22	Simplification de Valette . . . . .	88
4.23	Analyse interpolante . . . . .	89
4.24	Analyse approximante . . . . .	89
4.25	Contraction de demi-arête et séparation de sommet . . . . .	90
4.26	Critère de choix des sommets . . . . .	92

4.27	Sous-échantillonnage global . . . . .	93
4.28	Erreur géométrique pour différentes sélections de sommets . . . . .	94
4.29	Nombre de sommets en fonction du niveau de résolution. . . . .	94
4.30	Masque de la relaxation de Guskov . . . . .	96
4.31	Masque de la relaxation de courbure . . . . .	97
4.32	Temps de calcul pour les opérateurs de relaxation de surface . . . . .	97
4.33	Relaxation géométrique de surface . . . . .	98
4.34	Déviations géométriques de différents opérateurs de relaxation . . . . .	99
4.35	Relaxation des attributs de couleur . . . . .	100
4.36	Schéma de décomposition de l'analyse interpolante . . . . .	101
4.37	Schéma de reconstruction de l'analyse interpolante . . . . .	102
4.38	Reconstruction interpolante . . . . .	104
4.39	Schéma de décomposition de l'analyse approximante . . . . .	106
4.40	Schéma de reconstruction de l'analyse approximante . . . . .	107
4.41	Reconstruction approximante . . . . .	108
4.42	Analyse multirésolution du modèle "Waterneck" . . . . .	110
4.43	Analyse des attributs de couleur du modèle "Terre" . . . . .	111
4.44	Analyse multirésolution du modèle Swirl . . . . .	111
4.45	Histogrammes des coefficients de détail . . . . .	112
5.1	Segmentation des détails du modèle "Fandisk" . . . . .	115
5.2	Modèle scanné comportant un bruit impulsionnel . . . . .	116
5.3	Détection de bruit impulsionnel sur un modèle scanné . . . . .	117
5.4	Modèle de terrain comportant plusieurs niveaux de résolution . . . . .	118
5.5	Schéma de reconstruction adaptative . . . . .	119
5.6	Simplification adaptative du modèle "Bunny" . . . . .	119
5.7	Simplification adaptative du modèle "Terre" . . . . .	120
5.8	Hiérarchie de sommets . . . . .	121
5.9	Visualisation adaptative du modèle "Buddha" . . . . .	123
5.10	Visualisation adaptative du modèle "Terre" . . . . .	124
5.11	Schéma de reconstruction filtrante . . . . .	125
5.12	Filtrage du modèle "Venus" . . . . .	127
5.13	Débruitage d'un modèle CAO bruité artificiellement . . . . .	130
5.14	Comparaison de différentes méthodes de débruitage . . . . .	131
5.15	Débruitage géométrique d'un modèle scanné . . . . .	131
5.16	Débruitage des couleurs d'un modèle scanné . . . . .	132

