

Modélisation et simulation interactive pour la navigation d'un robot sous-marin de type ROV Observer

Adel Khadhraoui

▶ **To cite this version:**

Adel Khadhraoui. Modélisation et simulation interactive pour la navigation d'un robot sous-marin de type ROV Observer. Automatique / Robotique. Université Paris Saclay, 2015. Français. NNT : 2015SACLE014 . tel-01412994

HAL Id: tel-01412994
https://hal.science/tel-01412994

Submitted on 9 Dec 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

NNT : 2015SACLE014

THESE DE DOCTORAT
DE
L'ECOLE POLYTECHNIQUE DE TUNISIE
ET DE
L'UNIVERSITE PARIS-SACLAY
PREPAREE A L'UNIVERSITE D'EVRY VAL D'ESSONNE

ÉCOLE DOCTORALE N°580

Sciences et technologies de l'information et de la communication

Spécialité de doctorat : Mathématiques et Informatique

Par

M. Adel KHADHRAOUI

Modélisation et simulation interactive pour la navigation d'un robot sous-marin de type ROV Observer

Thèse présentée et soutenue à Evry, le 19 novembre 2015 :

Composition du Jury :

M. M. Djemai, Professeur, Université de Valenciennes, Rapporteur
M. M. A. Hammami, Professeur, Université du Sfax, Rapporteur
M. F. De Vuyst, Professeur, ENS Cachan, Président du jury
M. A. Dinis, Ingénieur, Société VIRTUALDIVE, Examinateur
M. L. Beji, MCF, HDR, Université d'Evry, Directeur de thèse
M. A. Abichou, Professeur, Ecole Polytechnique de Tunisie, Directeur de thèse
M. S. Otmane, Professeur, Université d'Evry, Co-directeur de thèse

Université Paris-Saclay
Espace Technologique / Immeuble Discovery
Route de l'Orme aux Merisiers RD 128 / 91190 Saint-Aubin, France

Remerciements

Les travaux présentés dans ce manuscrit ont été effectués en alternance entre le Laboratoire d'Ingénierie Mathématique (LIM) à l'Ecole Polytechnique de Tunisie (EPT) et le Laboratoire d'Informatique, de Biologie Intégrative et des Systèmes Complexes (IBISC) à l'Université d'Evry Val d'Essonne, sous la direction respective de Monsieur Azgal Abichou, Monsieur Lotfi Beji et Monsieur Samir Otmane.

J'exprime mes profonds remerciements à mes encadreurs, M. Azgal Abichou, M. Lotfi Beji et M. Samir Otmane pour les aides compétentes qu'ils m'ont apporté. M. Abichou, votre oeil critique m'a été très précieux pour structurer le travail et pour améliorer la qualité des différentes sections. M. Samir Otmane merci pour vos conseils et les encouragement que vous m'avez dispensés.

Je tiens à remercier Le Professeur Mohamed Djemai et Le Professeur Mohamed Ali Hammami d'avoir consacré du temps à la lecture minutieuse de ce mémoire et de m'avoir fait part de leurs remarques et suggestions, toujours d'une grande pertinence.

Je remercie également le Professeur Florian De Vuyst et monsieur Alain Dinis d'avoir pris du temps pour examiner ma thèse.

A mon directeur de thèse Monsieur Lotfi Beji

Monsieur Beji, je vous remercie pour votre patience et votre encouragement pour finir ce travail. Je tiens à vous témoigner toute ma reconnaissance pour la confiance que vous m'avez accordée.

Je souhaite aussi remercier mes parents mes frères et soeurs, pour leur soutien indéfectible, mes amis, pour tous les moments de détente passés ensemble. C'est grâce à vous que j'ai pu trouvé la force de ramener quand l'objectif semblait si lointain.

j'exprime ma gratitude à mes amis au sein du Laboratoire IBISC.

Table des matières

Table des figures **5**

Notations et abréviations **9**

1 Etat de l'art et motivation **11**

1.1 Introduction 11

1.2 Historique des véhicules sous-marins 12

1.3 Classification des véhicules sous-marins 15

1.3.1 Véhicules habités 16

1.3.2 Véhicules non habités 16

1.3.3 Planeurs sous-marins 18

1.3.4 Systèmes biomimétiques 19

1.4 Déploiement de la robotique sous-marine 20

1.4.1 Domaine civil 20

1.4.2 Domaine militaire 22

1.5 Structure de la navigation d'un véhicule sous-marin 22

1.6 Autonomie d'un véhicule sous-marin 23

1.7 Problématiques de la thèse 27

1.8 Conclusion 30

2 Modélisation et identification géométrique de différents paramètres **31**

2.1 Introduction 31

2.2 Modélisation du Rov-Observer 32

2.2.1 Paramétrisation et repères associés 32

2.2.2 Modèle cinématique : 32

2.2.3 Modèle hydrodynamique 37

2.2.4 Efforts hydrodynamiques Γ_h 44

2.3 Identification de coefficients hydrodynamiques 53
2.3.1 Coefficients de masse ajoutée 54
2.3.2 Coefficients d'amortissement 55
2.3.3 Coefficients de traînées 59
2.4 Conclusion 63

3 Problème de stabilité et commande instationnaire associée 65
3.1 Introduction 65
3.2 Stabilisation au voisinage de l'origine 66
3.2.1 Obstruction du Brockett 67
3.2.2 Commande instationnaire stabilisante à l'origine 68
3.3 Etude de robustesse de la commande 76
3.3.1 Perturbation qui s'annule à l'origine 76
3.3.2 Perturbation qui ne s'annule pas à l'origine 78
3.3.3 Résultats de simulation 79
3.4 Conclusion 88

4 Problème de stabilité pour la poursuite de trajectoire de navigation 89
4.1 Introduction 89
4.2 Formulation du problème de poursuite de trajectoires 90
4.2.1 Système d'erreur issu de la cinématique 91
4.2.2 Système d'erreur issu de la dynamique 93
4.2.3 Transformation pour un premier bouclage 93
4.3 De la stabilité à la stabilisation du système d'erreur 94
4.3.1 Commandes basées sur la technique de backstepping 95
4.3.2 Analyse de la stabilité 100
4.3.3 Résultats de simulation 103
4.4 Conclusion 106

5 Synthèse des observateurs non linéaires basés modèle hydrodynamique107

5.1 Introduction 107
5.2 Observabilité et structure d'un observateur 110
5.2.1 Observabilité 110
5.2.2 Définition d'un observateur 110

5.3 Observateur d'état du Rov . . . 111
5.3.1 Estimation de l'état ν (vitesses locales) du Rov . . . 111
5.3.2 Simulations numériques . . . 114
5.3.3 Observateur en temps fini . . . 115
5.3.4 Simulations numériques . . . 118
5.3.5 Conception d'un observateur en présence de perturbations . . . 120
5.3.6 Commande par retour de sortie avec une vitesse constante . . . 121
5.4 Dynamique du Rov en présence du courant marin . . . 131
5.4.1 Modélisation du courant marin . . . 131
5.4.2 Modèle dynamique . . . 132
5.4.3 Estimation de la vitesse relative et de la vitesse du courant marin . 133
5.5 Conclusion . . . 136

6 Simulation Interactive du Rov-Observer dans un environnement aquatique en Réalité Virtuelle 139
6.1 Introduction . . . 139
6.2 Objectif . . . 140
6.3 Quelques définitions . . . 140
6.3.1 Réalité virtuelle/augmentée/mixte (RV/RA/RM) . . . 140
6.3.2 Environnement Virtuel et Interaction 3D . . . 141
6.3.3 Téléopération et télérobotique . . . 143
6.4 Application des outils de la Réalité Virtuelle . . . 145
6.4.1 Environnement 3D utilisé : Piscine, Rov en 3D et plate-forme . . . 146
6.4.2 Intégration de la composante Matlab sous Virtools . . . 146
6.4.3 Implémentation de deux modes de navigation . . . 146
6.5 Conclusion . . . 150

Annexe 151
1 Préliminaires mathématiques . . . 151
1.1 Approximation linéaire . . . 151
1.2 Méthodes d'étude de la stabilité asymptotique . . . 152
1.3 Méthode de Lyapunov . . . 155
1.4 Stabilité exponentielle . . . 157
1.5 Backstepping . . . 157
1.6 Stabilisation en temps fini . . . 158

1.7 Homogénéisation et stabilisation exponentielle : 160
1.8 Observabilité des systèmes linéaires 161
1.9 Observabilité des systèmes non linéaires 162

Conclusions et perspectives **165**

Bibliographie **167**

Table des figures

1.1 Tortue en 1775 en bois . . . 13
1.2 Nautilus en 1797 en acier . . . 13
1.3 Le Gymnote, lancé en 1888 en France . . . 13
1.4 USS Nautilus, lancé en 1954 en Françe . . . 14
1.5 Alistar 3000 et le Nautile, France . . . 16
1.6 Le véhicule ALIVE et le véhicule téléopéré H1000 . . . 17
1.7 Les différents planeurs sous-marins. . . . 18
1.8 Le robot thon du M.I.T et le robot anguille salamandre . . . 19
1.9 Le K-Ster à l'approche d'une mine de fond . . . 20
1.10 La structure GNC pour un système marin . . . 22
1.11 ROV-Observer 3.1 de la société SUBSEA TECH . . . 27

2.1 Rov-Observer 3.1 . . . 32
2.2 Mouvement du Lacet . . . 34
2.3 Mouvement du tangage . . . 34
2.4 Mouvement du Roulis . . . 35
2.5 Paramétrisation du ROV, un repère local R_b et un repère global R_0 . . . 37
2.6 Présentation de différents actionneurs introduisant les forces $F_i(i = 1, 3)$ . . . 51
2.7 schéma de la dérive longitudinale et l'angle de dérape . . . 55
2.8 Schéma de la dérive latérale et de l'angle de dérape. . . . 56
2.9 vue de face de sous marin et moment de roulis. . . . 57
2.10 Vitesse linéaire d'un point distant de l'axe de roulis . . . 58
2.11 Vue de la surface de dérive . . . 58
2.12 Schéma de la dérive latérale et de l'angle de dérape en lacet. . . . 59
2.13 schéma du moment de traînée de tangage . . . 61
2.14 schéma du moment de traînée de lacet. . . . 62

3.1 Trajectoire du Rov en trois dimensions. . . . 80
3.2 Évolution en fonction du temps de la position x (m) et la vitesse d'avancement u (m/s). . . . 80
3.3 Évolution en fonction du temps de la position y (m) et la vitesse de glissement v (m/s). . . . 81
3.4 Évolution en fonction du temps de la position z (m) et la vitesse de descente w (m/s). . . . 81
3.5 Évolution en fonction du temps de l'angle ϕ (deg) et la vitesse p de roulis. 82

3.6 Évolution en fonction du temps de l'angle θ (deg) et la vitesse q de tangage. 82
3.7 Évolution en fonction du temps de l'angle ψ (deg) et la vitesse r de lacet. 82
3.8 Présentation du comportement de commande τ_1 et τ_3. 83
3.9 Présentation du comportement de commande τ_2. 83
3.10 Évolution en fonction du temps de la position x (m) et la vitesse d'avancement u (m/s) en présence de perturbation $\widetilde{g}$ 84
3.11 Évolution en fonction du temps de la position y (m) et la vitesse de glissement v (m/s) en présence de perturbation $\widetilde{g}$ 84
3.12 Évolution en fonction du temps de la position z (m) et la vitesse de descente w (m/s) en présence de perturbation $\widetilde{g}$. 85
3.13 Évolution en fonction du temps de l'angle ϕ (deg) et la vitesse p de roulis en présence de perturbation $\widetilde{g}$. 85
3.14 Évolution en fonction du temps de l'angle θ (deg) et la vitesse q de tangage en présence de perturbation $\widetilde{g}$. 85
3.15 Évolution en fonction du temps de l'angle ψ (deg) et la vitesse r de lacet en présence de perturbation $\widetilde{g}$. 86
3.16 Évolution en fonction du temps de la position x (m) et la vitesse d'avancement u (m/s) en présence de perturbation bornée $\widetilde{g}$. 86
3.17 Évolution en fonction du temps de la position y (m) et la vitesse de glissement v (m/s) en présence de perturbation bornée $\widetilde{g}$. 87
3.18 Évolution en fonction du temps de la position z (m) et la vitesse de descente w (m/s) en présence de perturbation bornée $\widetilde{g}$. 87
3.19 Évolution en fonction du temps de l'angle ϕ (deg) et la vitesse p du roulis en présence de perturbation bornée $\widetilde{g}$. 87
3.20 Évolution en fonction du temps de l'angle θ (deg) et de la vitesse q de tangage en présence de perturbation bornée $\widetilde{g}$. 88
3.21 Évolution en fonction du temps de l'angle ψ (deg) et de la vitesse r de lacet en présence de perturbation bornée $\widetilde{g}$. 88

4.1 Rov sous-actionné : problème de poursuite de trajectoires 91
4.2 Trajectoire réel et trajectoire de référence pour $T_f = 20s$. 104
4.3 Trajectoire réel et trajectoire de référence pour $T_f = 100s$. 104
4.4 Erreur en vitesses d'avancement u_e et de glissement v_e. 104
4.5 Erreur en vitesses de descente w_e et de roulis p_e. 104
4.6 Erreur en vitesses de tangage q_e et de lacet r_e. 104
4.8 Erreur en roulis ϕ_e et comportement de la commande τ_1. 104
4.7 Erreur en tangage θ_e et de lacet ψ_e. 105
4.9 Présentation du comportement des commandes τ_2 et τ_3. 105
4.10 Poursuite de trajectoire dans les plans verticale XGZ et horizontale XGY. 105

5.1 Schéma de principe d'un observateur 111
5.2 Comportement de l'erreur en position x et en vitesse u. 114
5.3 Comportement de l'erreur en position y et en vitesse v. 114
5.4 Comportement de l'erreur en position z et en vitesse w. 114
5.5 Comportement de l'erreur en orientation ϕ et en vitesse p. 115

5.6 Comportement de l'erreur en orientation θ et en vitesse q. 115
5.7 Comportement de l'erreur en orientation ψ et en vitesse r. 115
5.8 Comportement de l'erreur en position x et en vitesse u. 119
5.9 Comportement de l'erreur en position y et en vitesse v. 119
5.10 Comportement de l'erreur en position z et en vitesse w. 119
5.11 Comportement de l'erreur en orientation ϕ et en vitesse p. 119
5.12 Comportement de l'erreur en orientation θ et en vitesse q. 119
5.13 Comportement de l'erreur en orientation ψ et en vitesse r. 119
5.14 Comportement de l'erreur en position et en vitesse linéaire. 124
5.15 Comportement de l'erreur et en vitesse angulaire. 124
5.16 Comportement de la position et la vitesse longitudinale (actuelle et estimée).130
5.17 Comportement de la position et la vitesse latérale (actuelle et estimée). . . 130
5.18 Comportement de l'orientation et la vitesse verticale (actuelle et estimée). . 130
5.19 Comportement de l'orientation et la vitesse de roulis (actuelle et estimée). 130
5.20 Comportement de l'orientation et la vitesse de tangage (actuelle et estimée).131
5.21 Comportement de l'orientation et la vitesse de lacet (actuelle et estimée). . 131

6.1 Plate-forme EVR@ du laboratoire IBISC [73]. 140
6.2 Le continuum "Réel-Virtuel" adapté de [73]. 141
6.3 Capture d'ecran illustrant l'interface Virtools. 143
6.4 Fonctionnement du BB matlab commande. 143
6.5 Illustration de l'architecture générale d'un système de Téléopération [73]. . 145
6.6 Approche "HERRO" pour l'exploration (Telerobotic concepts by Carter Emmart). 145
6.7 CAO 3D du Rov 146
6.8 Submersion du Rov dans une piscine virtuelle 146
6.9 Platforme. 146
6.10 Rov autonome (poursuite de trajectoire) 147
6.11 Rov autonome (stabilisation autour d'un point) 147
6.12 Capture d'écran de l'implémentation du mode autonome sous Virtools [48]. 147
6.13 Capture d'écran de l'implémentation du mode semi-autonome sous Virtools [48] 149
6.14 Trajectoire du Rov en mode semi-autonome pour le problème de poursuite 149
6.15 Rov autonome 150
6.16 Rov semi-autonome 150

1 Méthode de Lyapunov 156

Notations et abréviations

Tout au long de ce mémoire, les notations suivantes sont utilisées.

— $\dot{x} := \dfrac{d\,x}{d\,t}$
— $\mathbb{R}$: Corps des réels
— $\mathbb{R}_+$: Ensemble des nombres réels positifs
— $\mathbb{R}^n$: $\mathbb{R}-$espace vectoriel de dimension n
— $\mathbb{R}^{n\times n}$: l'ensemble des matrices de dimension $n \times n$
— $diag\{m_1, m_2, ..., m_n\}$: matrice diagonale
— $I_n \in \mathbb{R}^{n\times n}$: est la matrice identité
— $\|.\|$: Norme euclidienne sur $\mathbb{R}^n$
— $C^0(E, F)$: Ensemble des fonctions continues de E dans F
— $C^k(E, F)$: Ensemble des fonctions de classe k de E dans F
— $CL^0(E, F)$: Ensemble des fonctions de E dans F localement Lipschitziennes sur $E\backslash\{0\}$
— $sign(.)$: la fonction signe
— $vec\{X\}$: L'espace vectoriel engendré par X.
— $B(0,\, r)$: Boule ouverte de centre 0 et de rayon r.
— $< .,. >$: Le produit scalaire usuel sur $\mathbb{R}^n$.
— A^T : La transposée de la matrice A.

— $L_X f$: La dérivée de Lie de f suivant X.

— $[.,.]$: Le crochet de Lie.

— STLC : Small time locally controlable.

— STF : Stable en temps fini

— SMC : Sliding Mode Control.

— PID : Correcteur Proportionnel Intégrale Dérivé.

— $SO(3)$: Le groupe des matrices de rotations de taille 3×3.

— AUV : Autonomous Underwater Vehicle.

— AUVAC : Autonomous Underwater Vehicle Applications Center.

— ROV : Remotely Operating Vehicle.

— UUV : Unmanned Underwater Vehicle.

— SNA : Sous-marin Nucléaire d'Attaque.

— SNLE : Sous-marin Nucléaire Lanceur d'Engin.

— RV : Réalité virtuelle.

— RA/RM : Réalité augmentée/mixte.

Chapitre 1

Etat de l'art et motivation

1.1 Introduction

L'investigation du milieu sous-marin est une préoccupation dans de nombreux domaines comme la recherche océanographique, les applications militaires et plus récemment l'offshore avec la volonté d'exploiter les ressources naturelles à plus de 1000 mètres de profondeur. L'automatisation des tâches d'inspection, de reconnaissance, de détection ou encore de mesure de paramètres physico-chimiques est fortement justifiée dans ce milieu immense. L'utilisation des véhicules téléopérés a été la première technique mise au point dans la mesure où l'homme intervient dans la chaîne de décision. Dans le but de découvrir le fond marin, ces engins téléopérés ont trouvé des limites dans leur fonctionnement lié à l'exploitation sous marine. Depuis les années 80, pour apporter des solutions en s'appuyant sur des véhicules autonomes, de nombreuses recherches ont émergé aux Etats-Unis, en Europe ainsi qu'en Asie. Cette catégorie d'engins est confrontée à quatre grandes classes de problèmes scientifiques, à savoir : l'autonomie énergétique, la navigation couplée au problème du positionnement et l'autonomie décisionnelle. Aujourd'hui, les robots sous-marins font partie intégrante des équipements scientifiques afin d'explorer les mers et les océans. Beaucoup d'exemples ont montré que les ROVs (Remotely Operating Vehicles) ou véhicules téléopérés, et les AUVs (Autonomous Underwater Vehicles) sont utilisés dans des nombreux domaines et ce, pour diverses applications comme l'inspection, la cartographie ou encore la bathymétrie... Dans tous ces domaines, la robotique sous-marine permet

d'éviter la mise en danger des êtres humains (déminage, pollution, profondeur) et parfois de diminuer les coûts d'exploitation par l'automatisation de certaines tâches.

1.2 Historique des véhicules sous-marins

Le concept du sous-marin remonte à l'Antiquité. La première cloche à plonger appelée aussi « Tonneau d'Alexandre » aurait été utilisée par Alexandre le Grand. L'engin, était formé d'un grand tonneau de verre ouvert sur le bas. Cette cloche, consistait à descendre verticalement dans l'eau à l'aide d'une corde jusqu'à 20 mètres de profondeur. La légende dit qu'Alexandre le Grand lui-même utilise cette première cloche à plongée pour observer les créatures des mers. La cloche de plongée est l'un des premiers équipements qui a permis à l'Homme d'effectuer des explorations sous l'eau.

En 1690, à Marbourg en Allemagne, le Français Denis Papin élabore deux modèles de sous-marin. Le premier modèle est un parallépipède de fer très renforcé et hermétique, dans lequel le savant compresse de l'air à l'aide d'une pompe. Un baromètre permet de mesurer la pression d'air à l'intérieur. Une fois la pression de l'air est équivalente à celle de l'eau, on peut ouvrir les trous au fond du bateau, pour y puiser ou rejeter un complément d'eau à l'aide d'une grosse seringue. Après un essai fructueux de mise sous pression à terre, cette machine est détruite par accident en tombant d'une grue, juste avant qu'on la mette à l'eau.

Vers 1692, un deuxième modèle de sous-marin est construit. Denis Papin rapporte avoir apporté plusieurs améliorations : la coque en forme de tonneau, résiste cette fois naturellement à la pression de l'eau, et ne nécessite donc plus l'emploi d'air comprimé. L'air y circule à la pression d'air extérieur, grâce à une pompe à air centrifuge, et à deux tuyaux de cuir maintenus à la surface de l'eau par une vessie flottante. Une pompe à eau permet de faire entrer, ou sortir le dernier complément de lest, pour plonger ou refaire surface. On évalue sa profondeur de plongée grâce à un baromètre qui mesure cette fois la pression de l'eau à l'extérieur. Ce deuxième sous-marin a aussi des prétentions militaires : un homme peut se tenir dans le cylindre horizontal, et sortir un bras au-dehors par le trou, une fois ce deuxième cylindre mis sous air comprimé grâce à la pompe. Avec ce bateau,

Papin accompagné d'un acolyte courageux a effectué au moins une plongée fructueuse.

En 1775, l'Américain David Bushnell met au point sa Tortue construite entièrement en bois (Figure 1.1). Pour avancer, le pilote, seul à bord, fait tourner une manivelle actionnant une hélice. Pour plonger, il ouvre des vannes pour remplir les ballasts ; pour remonter il en évacue l'eau à l'aide d'une pompe. En 1797, l'ingénieur américain Robert

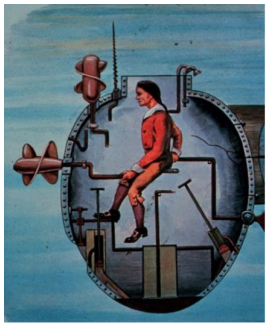


FIGURE 1.1 – Tortue en 1775 en bois

Fulton construit le Nautilus (Figure 1.2), en acier recouvert de cuivre. Long de 6,50 m, il est propulsé par une hélice actionnée à la main par les trois membres d'équipage. Il est équipé d'une charge explosive qu'il doit fixer sous les navires ennemis et déclencher à distance (difficile dans la pratique). Fulton propose son invention à la France puis à la Grande-Bretagne qui la refusent tour à tour. En 1811, le Nautile sous-marin des frères



FIGURE 1.2 – Nautilus en 1797 en acier

Coëssin, construit en bois et propulsé par quatre rameurs, est assemblé et testé au Havre. Ses nombreux défauts font abandonner le projet.

Le premier sous-marin réellement opérationnel est le Gymnote de 1887 (Figure 1.3), construit par les Français Henri Dupuy de Lôme et Gustave Zédé. Long de 17 m, il est propulsé par un moteur électrique de 50 chevaux, atteint 8 nœuds en surface, 4 en plongée.

Il est manœuvré par un équipage de cinq hommes. Il est armé de deux torpilles, et son rayon d'action est de 65 milles (en surface, mais seulement le tiers en plongée).

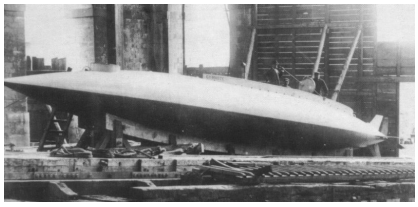


FIGURE 1.3 – Le Gymnote, lancé en 1888 en France

En 1899, les deux sous-marins militaires français, successeurs du Gustave-Zédé, Le Français et l'Algérien, sont construits grâce aux fonds récoltés par une souscription nationale organisée par le journal Le Matin (France) À la fin du XIX siècle, le perfectionnement de la torpille conduit au développement des torpilleurs puis, en réaction, des contre-torpilleurs, alors que les sous-marins restent difficiles à détecter et à détruire. On conçoit alors le submersible : un torpilleur, assez marin pour naviguer en surface, en haute mer à distance importante de sa base, et qui ne plonge que pour le combat.

En 1904, l'ingénieur français Maxime Laubœuf construit le Narval, équipé d'un périscope et de ballasts externes, il obtient la faveur de la marine de l'époque. C'est le premier sous-marin équipé d'une propulsion mixte : machine à vapeur en surface, moteur électrique en plongée. Tous les modèles ultérieurs suivront cette conception fondamentale, jusqu'aux sous-marins nucléaires.

De 1914 à 1918, les submersibles fonctionnant grâce à une propulsion Diesel-électrique peuvent être engagés en grand nombre durant la guerre. Une batterie d'accumulateurs alimente un moteur électrique de propulsion. Les batteries sont rechargées par une génératrice entraînée par un moteur diesel, utilisable en surface. En 1944, les Allemands améliorent le schnorchel (invention hollandaise), un tube à air permet aux U-Boots d'utiliser leur moteur diesel à faible profondeur d' immersion, évitant ainsi de venir en surface où ils sont très vulnérables.

À partir des années 1950, la propulsion nucléaire apparaît à bord des sous-marins, à la suite de l'USS Nautilus (SSN-571) de 1954 (Figure. 1.4). Leur source d'énergie, le réacteur nucléaire est indépendant de l'atmosphère terrestre, il permet aux submersibles de devenir

de véritables sous-marins. Dès son origine, à la fin du xixe siècle, le terme « sous-marin »



FIGURE 1.4 – USS Nautilus, lancé en 1954 en Françe

est employé pour qualifier les premiers navires pouvant plonger sous la mer mais à des profondeurs, autonomies et vitesses très faibles. Si les performances se sont améliorées progressivement c'est seulement à la fin de la Seconde Guerre mondiale, notamment grâce au perfectionnement du schnorchel et aux progrès accomplis par les ingénieurs allemands dans le domaine de la propulsion électrique en plongée des sous-marins de la Kriegsmarine, qu'il est apparu nécessaire de différencier ces navires : ceux naviguant surtout en surface et pouvant accessoirement plonger, de ceux de nouvelle génération dont l'autonomie sous l'eau est telle qu'ils remontent très rarement à la surface. On requalifie alors les premiers de conception ancienne, souvent construits avant guerre, de « submersibles », et les seconds, de « sous-marins ». Actuellement, l'autonomie en plongée des sous-marins en service, même à propulsion classique, est telle que la qualification de « submersible » est inadaptée, et a fortiori pour les sous-marins à propulsion nucléaire, dont l'autonomie en plongée est illimitée. Dans la marine nationale française (comme d'ailleurs dans toutes les marines du monde), le terme « submersible » n'est désormais plus utilisé, sauf par des journalistes mal informés. La France possède actuellement 10 sous-marins, tous à propulsion nucléaires, 6 SNA (Sous-marins nucléaires d'attaque) classe Rubis, et 4 SNLE (Sous-marins nucléaires lanceurs d'engins) classe Triomphant. Ces derniers constituent la composante essentielle de la force de dissuasion.

Ces véhicules, restant coûteux à l'époque, n'ont connu leur véritable essor qu'à partir des années 2000 et ont été utilisés pour plus d'applications civiles. Ils sont utilisés aussi bien pour la recherche scientifique sous-marine que pour l'implantation et l'entretien d'installations sous-marines ou immergées. Dans la partie suivante, nous présentons les diverses catégories de robots sous-marins en détaillant leurs domaines d'application et

les aspects technologiques et scientifiques associés. Nous présentons ensuite leurs moyens de localisation, de perception et de communication, et nous en donnons les principales caractéristiques techniques.

1.3 Classification des véhicules sous-marins

Aujourd'hui, nous disposons d'une grande gamme d'engins sous-marins permettant de réaliser différentes tâches. Nous pouvons citer les robots sous-marins téléopérés qui se caractérisent par un câble les reliant à un bateau en surface. Les véhicules sous-marins autonomes, quant à eux, ne nécessitent pas l'intervention d'un opérateur pour accomplir leur mission. Autonomes d'un point de vue énergétique et décisionnel, ils n'auront pas la même structure suivant qu'ils sont destinés à explorer les grands fonds ou à évoluer dans des zones proches de la côte. Les sous-marins ont fortement évolué d'un point de vue technologique, on peut classer les robots sous-marins suivant certains critères ou certaines spécifications. Nous présentons une classification des véhicules sous-marins selon des différentes caractéristiques. Une autre classification des véhicules sous-marins en 4 grands groupes est proposée : les véhicules habités, les véhicules non habités, les planeurs sous-marins et Les systèmes biomimétiques.

1.3.1 Véhicules habités

Nous pouvons distinguer deux categories de véhicules sous-marins habités [64] :

— Les sous-marins, qui désignent les véhicules de grandes dimensions manoeuvrés par un équipage qui peut y résider durant des périodes plus ou moins longues. Cette catégorie comprend les sous-marins militaires.

— Les submersibles, qui sont de petites tailles et destinés à l'exploration des grandes profondeurs. L'équipage de ce type d'engin est réduit (2 à 3 personnes) et la quantité en oxygène y est limitée. Par exemple, le Nautile a été conçu par l'Ifremer (Institut français de recherche pour l'exploitation de la mer) en 1984.

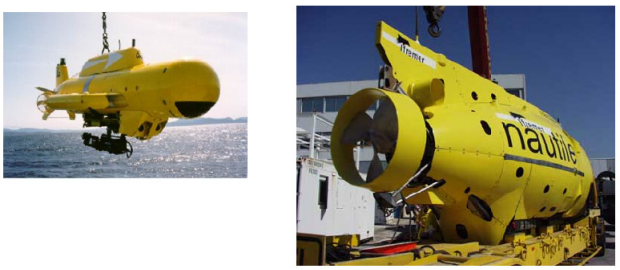


FIGURE 1.5 – Alistar 3000 et le Nautile, France

1.3.2 Véhicules non habités

Pour cette classe de véhicules sous-marins, c'est le type de liaison avec la surface qui va définir le degré d'autonomie du robot. Nous pouvons distinguer trois catégories d'engins sous-marins : les véhicules reliés par un câble à la surface, ceux reliés par un lien acoustique et enfin les véhicules complètement autonomes. Il existe trois principales catégories de robots sous-marins de ce type :

1. les véhicules téléopérés, ou ROV (Remotely Operated Vehicules) constituent l'essentiel des véhicules sous-marins exploités dans le monde. Comme leur nom l'indique, les ROV sont des engins téléopérés, qui sont pilotés à distance via un câble. Certains de leurs degrés de liberté peuvent néanmoins être automatisés (profondeur, distance/fond, cap). Leurs applications sont nombreuses et concernent principalement l'industrie pétrolière, les travaux sous-marins et l'océanographie. Ils peuvent intervenir jusqu'à 6 000 mètres de profondeur. Bien qu'il existe plusieurs classifications détaillées, on peut distinguer principalement deux grandes catégories : les ROV d'observation et les ROV d'intervention.
   — ROV d'observation : Également appelés ROV d'inspection, il s'agit de ROV de petite taille (de 3 à 300 kg) qui n'embarquent que des instruments d'observation et de mesure (caméra vidéo, appareil photo, sonar, caméra acoustique, sonde d'épaisseur de coque, magnétomètre, etc.). Cette classe de véhicules est utilisée par exemple pour inspecter les coques de bateaux (usure, présence de mine, présence de drogue), les parements de barrages hydrauliques, l'intérieur de structures immergées (pompes, conduites d'amenée), les infrastructures portuaires

ou de génie-civil (piles de ponts), mais aussi pour l'inspection de pipelines ou de risers (tuyaux reliant les puits à une plate-forme pétrolière ou à une unité flottante de production, stockage et déchargement, communément dénommée FPSO), ou pour l'identification de mines.

— ROV d'intervention : Les ROV d'intervention sont plus gros que les ROV d'observation et disposent d'un ou de deux bras manipulateurs au bout desquels divers outils peuvent être adaptés en fonction des applications. Les bras utilisés sont couramment hydrauliques, mais récemment des modèles électriques sont apparus, permettant une plus grande finesse des mouvements et de la commande.



FIGURE 1.6 – Le véhicule ALIVE et le véhicule téléopéré H1000

2. Les UUVs (Unmanned Underwater Vehicles) [95] : Engins sous-marins non habités qui sont dotés de systèmes plus ou moins sophistiqués pour leur navigation et leur travail selon leur degré d'autonomie. La principale contrainte réside dans le fait qu'ils embarquent l'énergie nécessaire à la réalisation de leurs missions. Il existe 2 types d'UUVs :

— Les véhicules autonomes connus sous le nom "Autonomous Underwater Vehicles (AUV)", qui accomplissent des missions de façon entièrement autonome.

— UUV (Untethered Underwater Vehicle) : Il fonctionne comme l'AUV mais n'est pas capable de réfléchir sans aide venant de l'extérieur. Il existe un lien acoustique entre la surface et le sous-marin. Ce lien permet le contrôle et l'échange de données.

Pour compléter notre état de l'art sur les véhicules sous-marins, nous pouvons citer encore deux autres types d'engins sous-marins autonomes : les planeurs sous-marins et les systèmes biomimétiques.

1.3.3 Planeurs sous-marins

Un planeur sous-marin est un véhicule autonome qui utilise des ballasts pour influer sur sa flottabilité ainsi que des ailes pour influer sur la direction de son déplacement. La plupart des planeurs sous-marins sont des engins fuselés ressemblant à des torpilles, le corps est cylindrique et renferme différent capteur en fonction de la mission qui lui est attribué. De manière générale un planeur sous-marin contient un capteur de pression, un gyromètre et une antenne de localisation par satellite. La transmission des données récoltés pendant la plongée dont la durée varie entre quelques minutes et plusieurs jours, se fait lorsque le planeur sous-marin est en surface. Les désavantages des planeurs sous-marins par rapport aux balises et capteurs embarqués sur des mammifères marins (phoques, éléphants de mer) sont : le coût et la capacité à éviter des obstacles (côte, objets flottants, sonde bathymétrique non référencée, ou glace de mer). Les planeurs sous-marins se déplacent en planant (ils ne sont généralement pas équipés de moteur), lors de la plongée par remplissage des ballastes les ailettes et palan donne la direction à suivre. Lorsque le planeur sous-marin à atteint sa profondeur il remonte en vidant ses ballaste. Un planeur sous-marin ne peut pas aller contre un courant trop puissant. Il existe aussi des engins flottants (réplique de voilier) utilisant des voiles pour se déplacer en autonomie totale et faire des mesures de surface. Il existe trois principaux planeurs (Figures *a*, *b et c*) : Slocum (Webb Research), Seaglider (University of Washigton) et Spray (Scripps Institute of Oceanography).

1.3.4 Systèmes biomimétiques

Les véhicules biomimétiques peuvent présenter l'avantage de pouvoir se déplacer sur des terrains mixtes (alternance de nage dans l'eau et de reptation sur le sol). Dans ce cas,

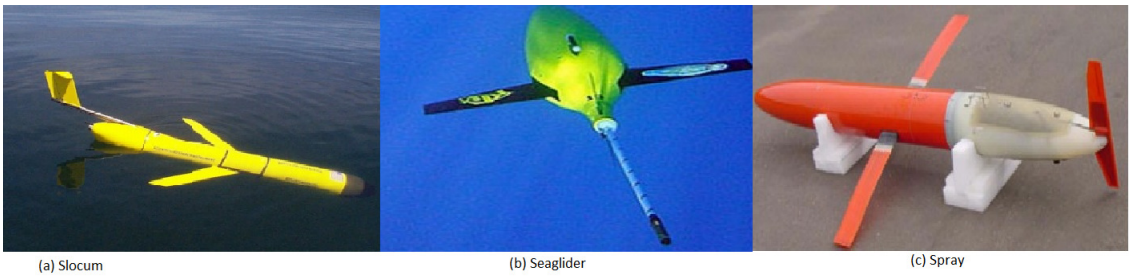


FIGURE 1.7 – Les différents planeurs sous-marins.

TABLE 1.1 – Caractéristiques et performances des planeurs sous-marins

	Slocum	Spray	Seaglider
Longueur (m)	1.5	2	1.8
Diamètre (m)	0.21	0.2	0.3
Poids (kg)	52	51	52
Profondeur (m)	200	1500	1000
Vitesse (cm/s)	35	27	27
Distance (km)	500	7000	4600
Durée (jours)	20	330	200

les principales applications sont liées à l'observation, particulièrement dans le contexte militaire. D'autres véhicules s'inspirent simultanément de plusieurs animaux. Ainsi par exemple, le robot "Thon" et le robot "salamandre". l'objet de la robotique biomimétique est de concevoir et fabriquer des machines inspirées des animaux élémentaires dont les facultés cognitives sont limitées mais dont la surface d'interaction avec leur environnement est considérable en comparaison de nos réalisations actuelles. Par interaction, on entend ici celles impliquées par la perception (sensorielle) et l'action (musculaire) de ces machines vivantes dans et sur leur environnement. Ainsi l'action se déclinant en "la préhension", et plus essentiellement "la locomotion" qui elle même se module selon son environnement en "nage", "vol", "marche" et on a :

— La locomotion caranguiforme propre aux poissons de type carangue ou thon basée sur des oscillations du corps.

— La locomotion anguilliform de type serpent, anguille, lamproie,..., basée sur des ondulations du corps.

Remarque 1.1 *La NAVY [95] classe les robots sous-marins suivant plusieurs critères.*

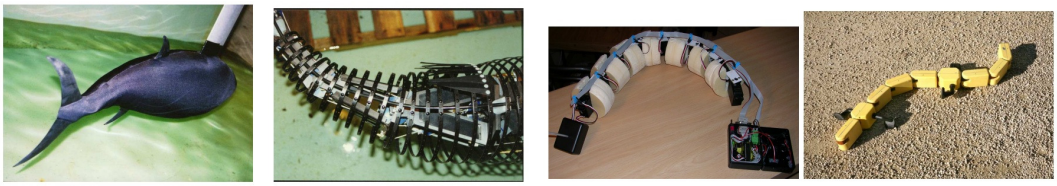


FIGURE 1.8 – Le robot thon du M.I.T et le robot anguille salamandre

On peut aussi classer les véhicules sous-marins selon la taille, le poid, l'endurance...

TABLE 1.2 – Classification des UUV suivant différents paramètres

Classe	Diamètre (cm)	Masse (kg)	Endurance (h)	Charge utile (dm^3)
Portable	7 à 23	<45	1 à 20	<7
Léger	32	227	10 à 40	28 à 85
Lourd	53	<1363	20 à 80	113 à 170
Large	<91	9090	<100	424 à 850

Paramètres tiré du rapport "The Navy Unmanned Undersea Vehicle (UUV) Master Plan (2004).

1.4 Déploiement de la robotique sous-marine

Les applications des véhicules sous-marins sont potentiellement très vastes. Elles touchent en particulier deux principaux secteurs qui sont :

1. Le secteur civil
2. Le secteur militaire.

Nous allons développer, dans les paragraphes suivants, les besoins de ces différentes activités. Nous allons également montrer que les robots sous-marins sont devenus des outils indispensables pour l'homme, lorsque ce dernier doit intervenir dans un milieu dangereux.

1.4.1 Domaine civil

On peut distinguer trois applications principaux pour les robots sous-marins : l'industrie, l'environnement et les applications scientifiques.

1. L'industrie [52] : Les compagnies pétrolières, gazières et de télécommunications ont très vite été intéressées par les potentialités des véhicules sous-marins. Leurs besoins s'expriment en termes de cartographie des fonds marins, d'aide à la pose de pipelines ou de câbles et l'inspection de ces structures. Les applications dans le

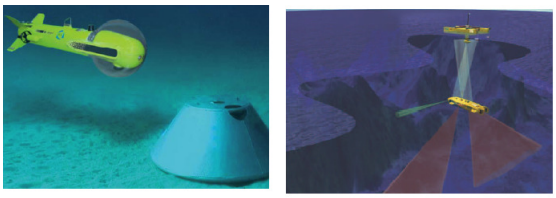


FIGURE 1.9 – Le K-Ster à l'approche d'une mine de fond

domaine de l'énergie sont nombreuses, parmi lesquelles :
   - Une meilleure connaissance de l'environnement marin local.
   - Une surveillance permanente du volume marin autour des plateformes pétrolières pour s'assurer de l'absence de pollution (capteur d'hydrocarbures).
   - Un relai acoustique entre fond et surface pour transmettre les données de systèmes sous-marins déployés en eaux profondes.
2. L'environnement : L'application des lois relatives aux restrictions de pêche ainsi que la protection de l'environnement maritime requiert la détection, l'identification, la poursuite et l'interdiction des bateaux suspects. Ces robots pourraient également contribuer à identifier les pollutions intentionnelles (dégazages). Les véhicules sous-marins équipés de capteurs biochimiques sont capables d'analyser les polluants et peuvent ainsi permettre l'identification des responsables par comparaison chimique des cuves des navires amarrés au port. L'engin peut également prélever des échantillons de glace à différentes profondeurs pour étudier l'historique du climat. Cette application demande au véhicule un positionnement relatif très précis, mais aussi des capacités à rester positionner en un point fixe en présence de perturbations fortes.
3. Les applications scientifiques : Les archéologues profitent des caractéristiques des engins sous-marins pour explorer les épaves et les trésors cachés sous les eaux des océans. Là où les capacités d'un plongeur sont limitées en termes d'autonomie

et de profondeur d'immersion, les robots sous-marins repoussent les frontières de l'humain pour améliorer et étendre ses recherches. La connaissance du débit et de la salinité des sources sous-marines, et de leur variation dans le temps est importante. Ceci permet aux hydrologues d'estimer la quantité d'eau se déversant dans la mer, et d'évaluer s'il est possible d'utiliser cette eau.

— Cartographies des fonds marins.

— Etudes océaniques : salinité, température, pression, bathymetrie, réflexion de la lumière, microbiologies sous-marine, faune, flore, capacite d'absorption du dioxyde de carbone, concentration des éléments chimiques, montée du niveau de la mer.

— Pour des domaines de divertissements :

- Reconstitution des sites perdus ou imaginaires a l'aide de la réalité augmentée, comme la cité légendaire Atlantide.

- Visite virtuelle des sites protégés.

1.4.2 Domaine militaire

Une des applications militaires les plus étudiées concerne la détection et la destruction de mines sous-marines. La destruction de ces objets est une tâche dangereuse et spécifique, où des engins robotisés peuvent permettre de localiser et de neutraliser ces bombes à la place de l'homme. Une autre activité en pleine émergence est la surveillance des ports. Pour éviter l'intrusion de plongeurs ou encore de véhicules sous-marins ennemis dans les ports, des robots autonomes peuvent effectuer un quadrillage dans une zone proche de l'entrée du port. En général les applications militaires s'expriment dans les tâches suivantes :

— Cartographies détaillées pour l'espionnage.

— Détection et identification des mines sous-marines.

— Détection et identification des navires, des bâtiments marins et des sous-marins.

— Protection des ports militaires et des environnements portuaires.

— Écoute sonar passive (analyse du bruit émis par chaque cible).

— Écoute sonar active (analyse du coefficient de réflexion sonore de chaque cible).

— Inspection des coques de navires et des sous-marins habités.

1.5 Structure de la navigation d'un véhicule sous-marin

La plupart des systèmes de commande sont construits sur la base des capteurs, des signaux de référence et la commande par rétroaction. Un système marin tel que le véhicule marin est également construit sur la base de trois blocs indépendants qui sont le système de guidage, le système de navigation et le bloc commande. En terminologie marine ces trois blocs sont appelés GNC [32] (Voir figure 1.10). Les blocs GNC représentent trois

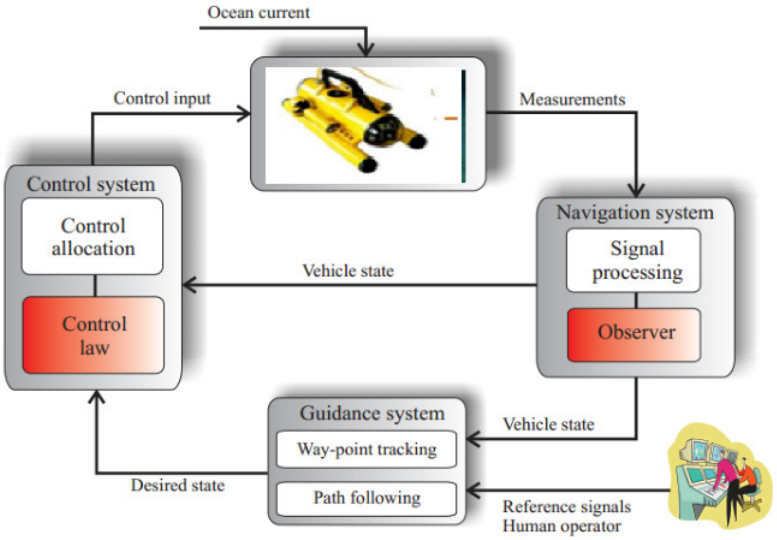


FIGURE 1.10 – La structure GNC pour un système marin

systèmes inter-connectés :

— Le système de Guidage : Ce bloc fournit, les informations nécessaires pour la commande du système, à savoir : les signaux de référence, (la position désirée du véhicule, la vitesse et l'accélération). Ces informations sont introduites par un opérateur humain.

— Le système de Navigation : Ce bloc est essentiel pour la commande et la navigation du véhicule marin, destiné à estimer la position, l'orientation et la distance effectuée par le véhicule durant la manoeuvre. Dans plusieurs cas, le système de

navigation est chargée d'estimer les vitesses du véhicule. L'estimateur permettant de reconstruire les états non mesurables du véhicule marin est appelé observateur.

— Le système de Contrôle : Ce bloc détermine la commande en force et en moment nécessaires afin de satisfaire un certain objectif. Ce bloc est lui même composé de deux sous-blocs, à savoir, la loi de commande et le contrôle de puissance. Le sous-bloc loi de commande consiste à fournir des forces et des moments généralisées, tandis que le sous-bloc de contrôle d'allocation consiste à distribuer ces forces généralisés aux différents actionneurs d'une façon optimale (ce travail est en dehors du cadre de la thèse).

1.6 Autonomie d'un véhicule sous-marin

Un véhicule sous-marin se présente comme un solide sur lequel des propulseurs doivent assurer la commande des six degrés de liberté. Ils sont conçus en fonction des missions qui leurs seront assignées. Les véhicules marins sont des systèmes non linéaires pour les quels plusieurs paramètres du modèle sont peu ou non connus (termes de la matrice d'amortissement, les masses ajoutées, etc.) et sont susceptibles de varier au cours d'une mission (flottabilité lorsque la salinité varie, etc.). De plus, certains effets ne peuvent être intégrés correctement au modèle. Enfin, le véhicule est soumis à des perturbations environnementales. Ces termes mal connus et ces perturbations ont un effet sur le véhicule. Sur les petits véhicules marins (robots voiliers, mini-ROV, mini-AUV) les approches de commande traditionnellement utilisées sur les véhicules à forte inertie ne suffisent pas à garantir des performances acceptables, c'est-à-dire, principalement, un retour rapide à la stabilité en cas de perturbation (par exemple un choc) et un fonctionnement peu sensible aux variations des paramètres du système (par exemple une variation de la charge embarquée, des caractéristiques d'un moteur, etc.). Il est alors nécessaire de mettre en œuvre des commandes robustes capables de s'adapter à la variabilité et à l'incomplétude du modèle, mais aussi aptes à rejeter correctement les perturbations.

La commande d'un véhicule sous-marin est un problème connexe. Cependant, les solutions proposées dans la littérature sont intéressantes par la démarche et l'analyse du problème

effectuées par les chercheurs. Nous abordons dans ce paragraphe quelques commandes appliquées aux AUV. Cependant, la commande de tels engins doit répondre à des critères spécifiques. Dans la littérature, il y'a trois principaux types de commandes pour les véhicules sous marins :

1. La commande PID (proportionnelle intégrale dérivée) [99, 75, 15] : Ces techniques sont utilisées pour les systèmes linéaires. Elles utilisent une fonction de transfert de contrôle en boucle fermée d'un système afin d'obtenir sa dynamique désirée par placement de valeurs propres.

2. La commande adaptative par retour d'état [4, 3, 59, 9, 27] : Ces méthodes prennent en compte certaines incertitudes de modélisation ou perturbations extérieures. Ces incertitudes sont souvent des paramètres variants ou inconnus, une dynamique non modélisée ou encore des non linéarités ou des retards.

3. La commande en mode glissant [21, 71, 84] : C'est une technique qui prend en compte les incertitudes du modèle. Son principe consiste à stabiliser et attirer les états du système dans une région d'espace d'état désiré. Il faut définir la région de l'espace d'état où l'on souhaite évoluer. Puis, il faut définir la loi de glissement qui permet de conserver les états du système dans cette région malgré les incertitudes de modélisation.

Nous présenterons ici quelques travaux pour la conception de la commande pour les véhicules sous marins. G. Bartolini et al. [33] ont développé un simulateur basé sur les caractéristiques d'un robot existant (Roby), constitué d'une base sphérique, et commandé par quatre propulseurs. La commande est réalisée par un algorithme très simple, constitué d'un simple correcteur PD, et prend en compte un modèle simplifié du système (pas de phénomène hydrodynamique). R. Cristi et al. [78] établissent une loi de commande pour un véhicule sous-marin qu'ils désignent comme un contrôle adaptatif par régime glissant. Ils se basent sur les travaux antérieurs de Slotine [43], sur la commande par régime glissant, et associent la robustesse de ce type de loi à la souplesse d'une loi adaptative. Dans [42], J. Yuh travaille sur l'élaboration d'une loi de commande pour les URV (Underwater Robotic Vehicle). Il propose tout d'abord une commande non linéaire basée sur la

connaissance du modèle dynamique du robot. Cette commande calcule les consignes de façon à ce que le robot se comporte comme un système linéaire désiré, inclus au modèle dynamique complet. Cette loi de commande est satisfaisante dans la mesure où l'on connaît précisément la valeur des coefficients hydrodynamiques relatifs aux phénomènes qui agissent sur le robot. Cette condition est difficile à remplir. Il propose alors d'utiliser une loi adaptative qui estime les paramètres du modèle linéaire de référence par analyse des entrées et sorties du robot. Cette estimation est ensuite utilisée pour calculer les gains adéquats du contrôleur. Cette loi de commande dépend directement de la qualité de réponse des capteurs de situation de l'engin. En se basant sur la théorie de Lyapunov, G. Conte et al. [34] ont développé une loi de commande robuste. Tout d'abord, ils établissent un contrôleur non linéaire basé sur le suivi d'un modèle dynamique nominal par le robot. Un modèle des erreurs est développé et la stabilité de l'ensemble est évaluée au sens de Lyapounov. En tenant compte l'étude de la forme et du mouvement des nageoires d'un poisson, N. Kato et al. [69] ont étudié une solution originale pour le contrôle et la propulsion d'engin sous-marins. Ce système mécanique, assimilable à des nageoires, doit reproduire à un mouvement permettant au robot d'avancer. Ces études sur le mouvement des nageoires d'un poissons ont permis de définir une structure mécanique en réalisant ce mouvement. Fraga et al. [81] proposent pour contrôler des ROVs et/ou des AUVs un système de commande composé de trois modules : une interface utilisateur, un générateur de trajectoires et une commande par retour d'état. Ils considèrent les propriétés de platitude des systèmes sous-marins pour le générateur de trajectoires. Salgado [83], dans ses travaux de thèse, a présenté des résultats d'expérimentations en mer du véhicule Taipan. Il a étudié les régimes glissants d'ordre un en utilisant un modèle linéarisé en immersion de l'engin. Pour une autre classe d'engins sous-marins autonomes, les Planeurs, T. Inanc et al. [91] proposent une méthode pour déterminer rapidement des trajectoires suboptimales basées sur une approximation des courants marins.

Les autres méthodes de commande non linéaire sont vastes. Il n'existe pas de théorie précise sur le contrôle non linéaire, contrairement aux théories linéaires. Les techniques de contrôle du premier ordre, de pseudo-linéarisation et de linéarisation exacte sont parfois utilisées. Aussi en utilisant la technique de Backstepping, un autre type de commande

est appliqué avec succès sur les robots sous-marin (voir [65, 56, 98]). Néanmoins, en se basant sur les réseaux de neurones, des nouvelles commandes ont été établi (voir [2, 6, 25]).

Le travail présenté dans cette thèse est motivé par le ROV-Observer 3.1, développé par la societé SUBSEA TECH. C'est un robot d'inspection sous-marine portable, avec la caractéristique unique de pouvoir fonctionner sur batteries, permettant son utilisation instantanée dans les zones les plus inaccessibles. Conditionné dans une valise unique, étanche à l'eau, avec un poids total de 30 kg, y compris la console de pilotage et l'ombilical. C'est un système très facile à transporter et sans compromis sur la qualité vidéo : Il est équipé en standard de deux caméras couleur, haute résolution (530 lignes) et très haute sensibilité (0,002 lux), dont une tourelle, complétées par un éclairage ultra puissant. Il peut aussi être équipé d'un sonar type Micron DST, d'un manipulateur à 2 fonctions et de différents autres outils et capteurs, grâce à sa prise « accessoires », située sur la face externe de la coque. La console de pilotage, intégrée dans une mallette étanche garantie à vie, « tout en un », avec roulettes et poignée rétractable, comporte un écran LCD de 8.1, un enregistreur numérique sur clé USB, 2 joysticks de contrôle (propulsion et tourelle) et un clavier souple de 30 touches permettant de sélectionner les nombreux modes automatiques, ainsi que trois sorties vidéo pour écran ou enregistreur additionnel. Il permet de filmer et d'enregistrer tout type d'images sous marines : coque, hélice, ancrage, prises d'eau mais aussi faune et flore subaquatiques, épaves, baptêmes de plongée. Les caractéristiques principales du vehicule sont :

- Profondeur max : 150 m
- Dimensions : Longueur, Largeur, Hauteur : 490 mm, 270 mm, 210 mm.
- Poids : 10.8 kg
- Vitesse maximale 3.5 nœuds.
- Propulsion et Énergie : 3 propulseurs : 2 longitudinaux (avant/arrière), 1 vertical (montée/descente). Hélices : $3x3$ pales, avec tuyères. Batteries : Accumulateurs Ni-MH, 3 heures d'autonomie (engin + console).

C'est un système autonome sous actionné, actuellement manipulé par un câble. Moyennant un modèle virtuel, l'opérateur devrait être capable de faire naviguer l'engin à partir d'une



FIGURE 1.11 – ROV-Observer 3.1 de la société SUBSEA TECH

salle de commande 1.11.

1.7 Problématiques de la thèse

Pour l'intervention et l'exploration dans un milieu hostile tel que l'environnement sous-marin, les robots sont généralement téléopérés. Compte tenu de difficultés liées au délais de transmission et à la faible bande passante, ces robots doivent être dotés d'une autonomie locale qui permet d'assurer une autonomie d'action. La taille réduite du robot est un facteur qui amplifie l'instabilité du système lors d'une navigation sous-marine.

Dans le cadre du projet européen "Digital Ocean2 : Télé-exploration en réalité mixte des sites de plongée", en disposant d'une plateforme qui simule la réalité à travers des outils virtuels (plateforme EVR@), on cherche à assurer l'autonomie (semi-autonomie) d'un robot sous-marin appelé ROV-observer et de simuler son comportement à travers cette plateforme. Ce robot est dédié à l'exploration sous-marine et est conçu par la société "Subsea-Tech". L'objectif principal est de s'affranchir dans un premier temps du milieu sous-marin et d'exploiter la plateforme du laboratoire.

Afin d'étudier l'autonomie de l'engin sous-marin, on décline la thèse en quatre problématiques à savoir : paramétrisation du système (repères, paramètres géométriques fixes et variables) mise en équation de différents modèles conduisant à une étude cinématique et dynamique, une identification paramétrique basée dans cette thèse sur la géométrie du

robot, une mise en état des équations pour la commande de stabilisation et de poursuite et la construction des observateurs pour les états non mesurables. Ainsi, hormis le premier chapitre qui décrit quelques généralités sur les robots sous-marins et leurs déploiements,le manuscrit de cette thèse regroupe cinq chapitres qui sont détaillés par la suite.

L'achèvement d'un modèle décrivant la dynamique du robot sous-marin est décrit dans le deuxième chapitre. Après avoir identifié les différentes variables caractérisantes de la géométrie fixe, on a utilisé une paramétrisation d'Euler pour décrire les orientations de l'engin et les coordonnées cartésiennes pour décrire la position. Les liens entre les différentes variables décrivant les cinématiques locales et globales sont établis. De même, en introduisant les effets hydrodynamiques, la dynamique du robot est obtenu et est définie dans le repère local du robot. Il est important de noter qu'un jeu de paramètres d'inertie, masse ajoutée et coefficients de traînées est identifié moyennant les caractéristiques géométriques du robot. Les détails du calcul sont intégrés dans ce chapitre.

Dans le troisième chapitre qui s'intitule "Commande instationnaire pour la stabilisation du Rov-observer", on met en adéquation le modèle global (cinématique et dynamique) pour la commande où on distingue les trois entrées de commande et le douze variables d'état à stabiliser : sous actionnement du modèle. En se basant sur le critère de Brockett, on montre que le Rov n'admet pas une commande par retour d'état stationnaire continu. Ainsi, nous proposons une commande instationnaire explicite dépendante à la fois de l'état et du temps. La notation d'homogénéité des systèmes perturbés est utilisée pour montrer que l'origine de l'engin reste stable à l'équilibre. Nous étudions aussi dans ce chapitre la robustesse de la commande par rapport aux perturbations vérifiant certains degrés d'homogénéité.

L'autonomie du Rov nécessite aussi de contrôler les déplacements tout au long d'une trajectoire de référence. Le chapitre quatre qui s'intitule "Poursuite de trajectoire pour la navigation du robot sous-marin", traite le problème de stabilité du Rov afin d'assurer la poursuite d'une trajectoire de référence. A l'image de différents modèles (cinématique et

dynamique), on défini les modèles cibles à atteindre. La construction de la commande fait appel au système d'erreurs obtenu et aux techniques de Lyapunov et du backstepping. Généralement, Pour l'analyse de la stabilité, on ramène le problème de poursuite de trajectoire à un problème de stabilisation en erreurs. Nos résultats de stabilité sont locaux et pratiques.

La conception de la loi de commande (stabilisation/poursuite) pour la navigation d'un robot sous-marin nécessite la disponibilité de tous les paramètres d'état à chaque instant. Dans ce contexte, le quatrième chapitre traite le problème d'estimation des différentes variables d'état non mesurables. L'absence de mesures de certains de ces paramètres, nécessite la construction d'un système dynamique auxiliaire appelé observateur. Le but de cet observateur est de fournir avec une précision garantie une estimation de la valeur courante de l'état en fonction des entrées et sorties. Dans le cas du Rov-observer, seule la position et l'orientation sont mesurables et données par un système de positionnement acoustique. Comme les mesures de la position du véhicule sont souvent affectées par des perturbations, la détermination numérique des vitesses ne sera pas exacte. Par conséquent, la construction d'un observateur pour estimer les vitesses devient indispensable. Ainsi, nous proposons deux schémas d'observation. Le premier qui sert uniquement à estimer le vecteur vitesse en utilisant la mesure de la position/orientation du véhicule. Le second schéma, on suppose que la vitesse relative n'est pas la même vitesse du Rov et la vitesse du courant marin n'est plus négligeable. Un observateur qui permet d'estimer la vitesse relative et la vitesse du courant marin.

Dans le dernier chapitre de ce manuscrit nous présentons dans un premier temps l'intégration d'une composante visualisation en Réalité Virtuelle d'une simulation sous Matlab. Cette simulation interactive concerne le déplacement du Rov dans un environnement aquatique modélisé en 3D. Dans un second temps, une composante interaction sera intégrée qui permet de modifier la simulation à partir des actions utilisateurs (changement de la trajectoire à emprunter par le robot, emprunt d'un raccourci, etc.).

1.8 Conclusion

Dans ce premier chapitre, nous avons introduit le sujet des véhicules sous-marins par un bref historique et un état de l'art des véhicules déjà construits, ainsi que leurs applications. Nous avons décrit brièvement les commandes exposées dans la littérature relative à ces engins. Dans le chapitre suivant on va aborder le domaine de modélisation des véhicules sous-marins, par l'étude d'un robot télé-opéré de type Rov-Observer.

Chapitre 2

Modélisation et identification géométrique de différents paramètres

2.1 Introduction

Dans ce chapitre, deux problématiques liées à la modélisation du Rov et à son identification paramétrique seront abordées. La modélisation nécessite le paramètre du système et la mise en place des différentes variables décrivant la position de l'engin dans son espace sous-marin. Les notions telles que le repère local, repère global, centre de masse, centre de flottabilité..., seront définies pour faciliter la mise en état de la cinématique et de la dynamique du sous-marin. En générale, l'approche newtonienne et celle lagrangienne sont couramment utilisées. La première met en exergue la relation entre les forces et les variables généralisées et la seconde se base sur une étude énergétique, par conséquent, nécessite le calcul de l'énergie mécanique du système. L'approche newtonienne est montrée efficace dans le calcul des forces intermédiaires et celle de Lagrange dans l'identification paramétrique, car, les énergies sont indépendantes des accélérations généralisées. Nous allons faire appel à une description newtonienne pour mieux mettre en avant les différentes forces et moments mises en jeu, ainsi que l'impact de l'architecture sur la représentation du modèle. Les forces et les moments permettant d'établir les mouvements du Rov sont d'origines diverses et variées. Elles seront décrites et détaillées tout au long de ce chapitre. La description de la dynamique d'un corps indéformable, les forces de propulsion,

la notion de masses ajoutées et les paramètres hydrodynamiques sera détaillée. Dans la deuxième partie de ce chapitre, on propose une méthode géométrique pour l'identification des paramètres dynamiques et des masses ajoutées.

2.2 Modélisation du Rov-Observer

2.2.1 Paramétrisation et repères associés

La modélisation nécessite l'étape de définir des référentiels par rapport auxquels on décrira l'évolution de l'engin. Pour établir les équations décrivant le mouvement d'un robot sous-marin dans l'espace euclidien à trois dimensions, on utilise deux repères [31]. Le premier est le repère inertiel global $R_0 = (O, X_0, Y_0, Z_0)$ de référence. Ce repère global R_0 étant lié à la terre, sera considéré comme Galiléen et il est orienté comme suit (voir figure 2.1) : X_0 : dirigé vers le nord , Y_0 : dirigé vers l'Est, Z_0 : dirigé vers le bas. Son origine O sera choisie arbitrairement et pourra être par exemple la position initiale du Rov.
Ensuite un repère local, ayant comme origine le centre de flottabilité du Rov C est défini à savoir :
-Le repère lié au Rov, $R_v = (C, X_v, Y_v, Z_v)$, appelé aussi repère mobile (voir figure 2.1), dont les axes sont choisis de la manière suivante : X_v l'axe longitudinal, Y_v l'axe transversal, Z_v l'axe normal au plan (X_v, Y_v).

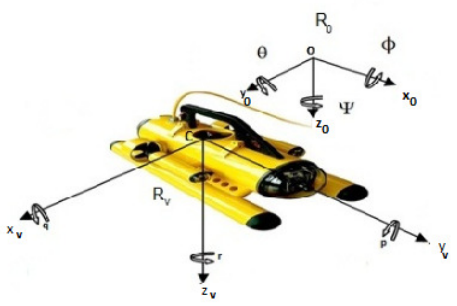


FIGURE 2.1 – Rov-Observer 3.1

2.2.2 Modèle cinématique :

Le mouvement de l'engin est décrit par les paramètres suivants :

— On note $\eta = [x, y, z, \phi, \theta, \psi]^T$ le vecteur d'état représentant la position et l'orientation du véhicule dans le repère terrestre R_0.

— Les coordonnées x, y et z, exprimées en mètres, représentent la position du centre du repère R_v dans le repère R_0. On note $\eta_1 = [x_0, y_0, z_0]^T$ le vecteur de position du centre de gravité par rapport au repère fixe R_0 exprimé dans le repère fixe R_0.

— Les angles ϕ, θ et ψ, exprimés en radians, sont les angles qui indiquent l'orientation du repère R_v par rapport au repère R_0. Communément appelés angles d'Euler dans la littérature internationale, il s'it en réalité des angles de Tait-Bryan (ou encore angles de Cardan ou angles nautiques). Ces angles (ϕ, θ, ψ) sont nommés respectivement roulis (ou gîte), tangage (ou assiette) et lacet (ou cap). On note $\eta_2 = [\phi, \theta, \psi]^T$ le vecteur altitude par rapport au repère fixe R_0 exprimé dans le repère fixe R_0.

— On note $\nu = [u, v, w, p, q, r]^T$ le vecteur qui rassemble les vitesses linéaires et angulaires dans le repère Rb lié au véhicule.

— Les vitesses u, v et w, exprimées en m/s, correspondent aux vitesses selon les axes Ox, Oy et Oz du véhicule et sont appelées respectivement vitesse longitudinale (surge), vitesse ou dérive transversale (sway) et vitesse de pilonnement (heave). On note $\nu_1 = [u, v, w]^T$ le vecteur vitesse local de translation par rapport à R_0 exprimé dans le repère local R_v.

— Les vitesses de rotation p, q et r, exprimées en rad/s, correspondent aux vitesses de rotation autour des axes Ox, Oy et Oz, c'est-à-dire les vitesses de roulis, tangage et lacet du véhicule respectivement. On note $\nu_2 = [p, q, r]^T$ le vecteur vitesse local de rotation par rapport à R_0 exprimé dans le repère local R_v.

a) Définition des matrices de passage

La configuration de l'engin est décrite au moyen de trois rotations élémentaires définies par trois angles d'orientation à savoir le lacet ψ, le tangage θ et le roulis ϕ :

$$B(X_0, Y_0, Z_0) \rightarrow^{H_\psi} B(X_1, Y_1, Z_0) \rightarrow^{H_\theta} B(X_v, Y_1, Z_1) \rightarrow^{H_\phi} B(X_v, Y_v, Z_v) \tag{2.1}$$

Où $B(X_0, Y_0, Z_0)$ est la base du repère global R_0, $B(X_v, Y_v, Z_v)$ la base du repère local R_v, $B(X_1, Y_1, Z_0)$ et $B(X_v, Y_1, Z_1)$ sont les bases intermédiaires et H_ψ,H_θ et H_ϕ les matrices de rotation orthogonales.
La première rotation d'angle de lacet ψ, est comptée positivement dans le sens direct par rapport à Z_0(voir figure 2.2).

Elle est représentée par H_ψ la matrice de passage

$$H_\psi = \begin{pmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad dans\ la\ base\ \ (X_1, Y_1, Z_0)$$

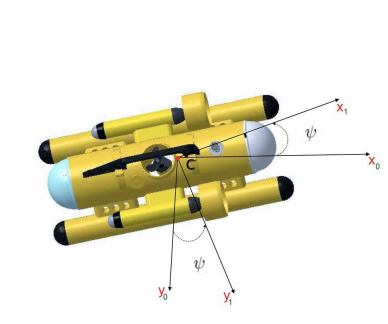


FIGURE 2.2 – Mouvement du Lacet

La deuxième rotation d'angle θ décrit le tangage autour de l'axe Y_1 (voir figure 2.3) et donne la matrice de passage H_θ entre les bases $B(X_1, Z_1, Z_0)$ et $B(X_v, Y_1, Z_1)$ donnée par :

$$H_\theta = \begin{pmatrix} cos(\theta) & 0 & sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -sin(\theta) & 0 & cos(\theta) \end{pmatrix} \quad dans\ la\ base\ \ (X_v, Y_1, Z_1)$$

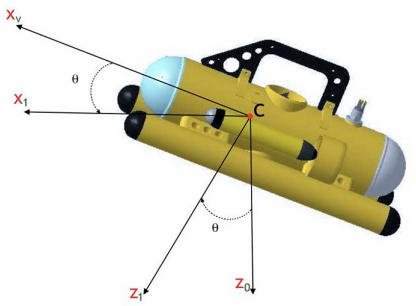


FIGURE 2.3 – Mouvement du tangage

La troisième rotation d'angle de roulis ϕ s'effectue autour de l'axe X_v de la nouvelle base (voir figure 2.4) donnée par :

$$H_\phi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos(\phi) & -sin(\phi) \\ 0 & sin(\phi) & cos(\phi) \end{pmatrix} dans\ la\ base\ \ (X_v, Y_1, Z_1)$$

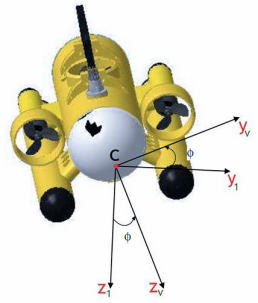


FIGURE 2.4 – Mouvement du Roulis

La matrice de rotation qui décrit la transformation entre le repère global R_0 et le repère local R_v est donnée par :

$$J_1 = J_1(\eta_2) = H_\psi H_\theta H_\phi$$

par conséquent :

$$J_1 = \begin{pmatrix} cos(\psi)cos(\theta) & -sin(\psi)cos(\phi) + sin(\phi)cos(\psi)sin(\theta) & sin(\phi)sin(\psi) + sin(\theta)cos(\psi)cos(\phi) \\ cos(\theta)sin(\psi) & cos(\psi)cos(\phi) + sin(\theta)sin(\psi)sin(\phi) & -cos(\psi)sin(\phi) + cos(\phi)sin(\theta)sin(\psi) \\ -sin(\theta) & cos(\theta)sin(\phi) & cos(\theta)cos(\phi) \end{pmatrix} \tag{2.2}$$

telle que

$$J_1(\eta_2)^T J_1(\eta_2) = J_1(\eta_2) J_1(\eta_2)^T = Id_3$$

b) Transformation des vitesses de translation et de rotation

A l'aide de la matrice de passage de changement de base $J_1(\eta_2)$, la transformation des composantes des vitesses de translation, par rapport à R_0 est donnée par :

$$\dot{\eta_1} = J_1(\eta_2)\nu_1 \tag{2.3}$$

Partant de la relation(2.1) la vitesse locale de rotation peut être exprimée ainsi :

$$\nu_2 = \dot{\psi} Z_0 + \dot{\theta} Y_1 + \dot{\phi} X_v \tag{2.4}$$

On peut alors exprimer le vecteur vitesse de rotation dans la base du repère mobile $B(X_v, Y_v, Z_v)$ ainsi :

$$\nu_2 = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos(\phi) & sin(\phi) \\ 0 & -sin(\phi) & cos(\phi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\phi} - \dot{\psi} sin(\theta) \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} cos(\theta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\phi} - \dot{\psi} sin(\theta) \\ \dot{\theta} cos(\phi) + \dot{\psi} sin(\phi) cos(\theta) \\ \dot{\psi} cos(\theta) cos(\phi) - \dot{\theta} sin(\phi) \end{pmatrix} \tag{2.5}$$

d'où :

$$\begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -sin(\theta) \\ 0 & cos(\phi) & sin(\phi)cos(\theta) \\ 0 & -sin(\phi) & cos(\phi)cos(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \tag{2.6}$$

On désigne par $J_2 = J_2(\eta_2)$ la matrice de passage reliant les composantes des vitesses de rotation dans le repère global à celle relatives au repère local. Soit :

$$J_2 = J_2(\eta_2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -sin(\theta) \\ 0 & cos(\phi) & sin(\phi)cos(\theta) \\ 0 & -sin(\phi) & cos(\phi)cos(\theta) \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & sin(\phi)tan(\theta) & cos(\phi)tan(\theta) \\ 0 & cos(\phi) & -sin(\phi) \\ 0 & \frac{sin(\phi)}{cos(\theta)} & \frac{cos(\phi)}{cos(\theta)} \end{pmatrix} \tag{2.7}$$

D'où la deuxième relation cinématique :

$$\dot{\eta_2} = J_2(\eta_2)\nu_2 \tag{2.8}$$

Remarque 2.1 *Il est à noter que la paramétrisation en tangage fait apparaître une singularité en $\theta = \frac{\Pi}{2} + k\pi$. Cette paramétrisation est inaccessible car grâce aux phénomènes hydrostatiques, hydrodynamique et à la propulsion, il est impossible pour le Rov d'avoir un angle de tangage 90°.*

c) Equation de la cinématique

A l'aide des équations (2.3) et (2.8), la cinématique du Rov peut s'exprimer de la manière suivante :

$$\begin{pmatrix} \dot{\eta_1} \\ \dot{\eta_2} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} J_1(\eta_2) & 0_{3*3} \\ 0_{3*3} & J_2(\eta_2) \end{pmatrix}}_{J(\eta_2)} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} \tag{2.9}$$

2.2.3 Modèle hydrodynamique

Soit G le centre de gravité du solide de coordonnées $\vec{r_g} = [x_g, y_g, z_g]^T$ dans le repère local R_v et $\vec{\Gamma}_1 = [X, Y, Z]^T$, $\vec{\Gamma}_2 = [K, M, N]^T$ respectivement les forces et les moments qui s'appliquent sur le solide au point G. Par la suite, le ROV est considéré comme un corps rigide à 6 degrés de libertés (ddl), totalement submergé dans un fluide incompressible. Nous adaptons Le formalisme Newton-Euler pour exprimer les relations entre les forces généralisées et les vecteurs positions, vitesses et accélérations généralisées.

a) Modèle exprimant les translations

Les trois translations faisant partie du modèle à 6 ddl seront définies par rapport à un repère fixe, mais elles sont exprimées dans un repère local. Ceci permettrait d'alléger les formes de ces

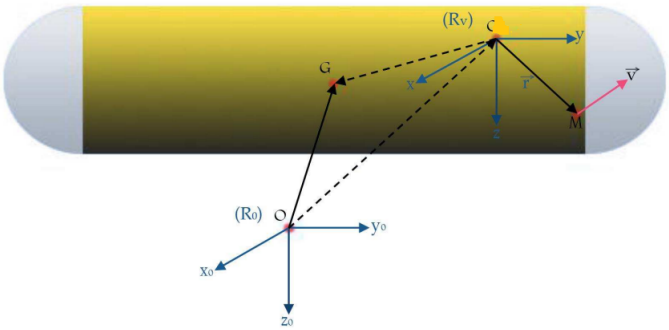


FIGURE 2.5 – Paramétrisation du ROV, un repère local R_b et un repère global R_0

équations. Le vecteur $\overrightarrow{OG}$ peut s'écrire en utilisant la relation suivante :

$$\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CG} \tag{2.10}$$

Pour obtenir la vitesse du centre de gravité dans le repère terrestre on dérive par rapport au temps l'équation (2.10) :

$$\frac{d}{dt}(\overrightarrow{OG})_{R_0} = (\frac{d\overrightarrow{OC}}{dt})_{R_0} + (\frac{d\overrightarrow{CG}}{dt})_{R_0} \tag{2.11}$$

Or

$$(\frac{d\overrightarrow{CG}}{dt})_{R_0} = (\frac{d\overrightarrow{CG}}{dt})_{R_v} + \vec{\Omega} \wedge (\overrightarrow{CG})_{R_0} \tag{2.12}$$

avec $\vec{\Omega} \triangleq \vec{\Omega}_{R_v/R_0}$, exprime les vitesses de rotation du repère $R_v(O_1, X, Y, Z)$ par rapport à $R_0(O, X_0, Y_0, Z_0)$. Le corps étant indéformable, toute dérivée du vecteur $\overrightarrow{CG}$ dans le repère R_b est nulle. En remplaçant (2.12) dans l'équation (2.11) on obtient

$$(\frac{d\overrightarrow{OG}}{dt})_{R_0} = (\frac{d\overrightarrow{OC}}{dt})_{R_0} + \vec{\Omega} \wedge (\overrightarrow{CG})_{R_0} \tag{2.13}$$

En dérivant l'équation précédente par rapport au temps, en utilisant de nouveau (2.12) (une dérivation dans R_0), on obtient

$$\frac{d}{dt}(\frac{d\overrightarrow{OG}}{dt})_{R_0} = \frac{d}{dt}(\frac{d\overrightarrow{OC}}{dt})_{R_0} + (\frac{d\vec{\Omega}}{dt})_{R_0} \wedge \overrightarrow{CG} + \vec{\Omega} \wedge (\frac{d\overrightarrow{CG}}{dt})_{R_0} \tag{2.14}$$

On calcule le terme $\frac{d}{dt}(\frac{d\overrightarrow{OC}}{dt})_{R_0}$,

$$\frac{d}{dt}(\frac{d\overrightarrow{OC}}{dt})_{R_0} = \frac{d}{dt}(\frac{d\overrightarrow{OC}}{dt})_{R_v} + \vec{\Omega} \wedge (\frac{d\overrightarrow{OC}}{dt})_{R_0} \tag{2.15}$$

avec $\frac{d\overrightarrow{OC}}{dt}$ est exprimé dans R_0. Le vecteur accélération du centre de gravité est donné par :

$$\frac{d}{dt}(\frac{d\overrightarrow{OG}}{dt})_{R_0} = \frac{d}{dt}(\frac{d\overrightarrow{OC}}{dt})_{R_v} + \vec{\Omega} \wedge (\frac{d\overrightarrow{OC}}{dt})_{R_0} + \dot{\vec{\Omega}} \wedge \overrightarrow{CG} + \vec{\Omega} \wedge (\vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{CG}) \tag{2.16}$$

En adaptant les conventions [85], On procède à l'élimination de la notation vectorielle en suivant les écritures : $(\frac{d\overrightarrow{OC}}{dt})_{R_0} = \nu_1$, $\vec{\Omega} = \nu_2$ et $\overrightarrow{CG} = r_g$. De plus la relation fondamentale liant l'accélération et la force en G, nous permettent d'écrire :

$$m(\frac{d^2\overrightarrow{OG}}{dt^2})_{R_0} = \sum \vec{F_{ext}} \tag{2.17}$$

La dynamique des translations, exprimée dans le repère local R_v par rapport au repère fixe R_0 se résume par :

$$m[\dot{\boldsymbol{\nu}}_1 + \boldsymbol{\nu}_2 \wedge \boldsymbol{\nu}_1 + \dot{\boldsymbol{\nu}}_2 \wedge \boldsymbol{r}_g + \boldsymbol{\nu}_2 \wedge (\boldsymbol{\nu}_2 \wedge \boldsymbol{r}_g)] = \boldsymbol{\Gamma}_1 \tag{2.18}$$

avec $\Gamma_1(X, Y, Z)$ regroupe les forces qui s'appliquent sur le solide ramené au repère global R_0.

c) Modèle exprimant les orientations

L'équation des moments appliqués à un corps indéformable peut être calculée en utilisant la dérivée du moment cinétique. Le raisonnement se fait en deux étapes : La première étape est le calcul du moment cinétique en fonction des caractéristiques géométriques du corps et de ses vitesses linéaires et angulaires. Ce moment cinétique est ensuite dérivé par rapport au temps. La deuxième étape débute par la dérivation du moment cinétique, qui est ensuite exprimé en fonction des paramètres du corps indéformable. Les moments appliqués sur le solide sont identifiés en égalisant les deux moments dynamiques calculés avec chaque étape. Soit $\vec{r}$ le vecteur définissant un point quelconque du solide exprimé dans le repère R_v, et $\vec{v}$ le vecteur de vitesse associé à ce point. Le moment cinétique du solide complet est défini comme ci-dessous :

$$\vec{h} = \int_V (\vec{r} \wedge \rho\vec{v}) dV \tag{2.19}$$

où dV est un élément de volume du solide et ρ sa densité.

La **première étape** est de calculer le moment cinétique par la méthode de la composition des vitesses. Ainsi on peut écrire

$$\vec{v} = (\frac{d\overrightarrow{OC}}{dt})_{R_b} + \frac{d\vec{r}}{dt} = (\frac{d\overrightarrow{OC}}{dt})_{R_b} + \vec{\Omega} \wedge \vec{r} \tag{2.20}$$

En remplaçant l'équation (2.20) dans l'équation (2.19) et en développant, on obtient :

$$\vec{h} = (\int_V \rho \vec{r} dV) \wedge \frac{d\overrightarrow{OC}}{dt} + \int_V \rho \vec{r} \wedge \vec{\Omega} \wedge \vec{r} dV \tag{2.21}$$

Le vecteur $\frac{d\overrightarrow{OC}}{dt}$ est indépendant du solide étudié, il ne caractérise que le mouvement relatif entre les deux repères.

De plus, en introduisant la notion de la masse, le vecteur de coordonnées du centre de gravité d'un solide s'écrit :

$$\vec{r_g} = \frac{1}{m} \int_V \rho \vec{r} dV \tag{2.22}$$

Le deuxième terme de l'équation (2.21) définit le produit entre le tenseur d'inertie et le vecteur de rotation, soit :

$$\int_V (\rho \vec{r} \wedge \vec{\Omega} \wedge \vec{r}) dV = I_b \vec{\Omega} \tag{2.23}$$

avec I_b est la matrice d'inertie, symétrique, assimilable à :

$$I_b \triangleq \begin{pmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{pmatrix}$$

On remplace les écritures (2.22) et (2.23) dans l'équation (2.21), on a

$$\vec{h} = m\overrightarrow{CG} \wedge \frac{d\overrightarrow{OC}}{dt} + I_b \vec{\Omega} \tag{2.24}$$

Ainsi le moment dynamique dans le repère R_0, s'exprime par :

$$\dot{\vec{h}} = m(\frac{d\overrightarrow{CG}}{dt})_{R_0} \wedge (\frac{d\overrightarrow{OC}}{dt})_{R_0} + m\overrightarrow{CG} \wedge \frac{d}{dt}(\frac{d\overrightarrow{OC}}{dt})_{R_0} + (\frac{dI_b\vec{\Omega}}{dt})_{R_0} \tag{2.25}$$

Par dérivation composée, il est possible de calculer le terme $(\frac{dI_b\vec{\Omega}}{dt})_{R_0}$:

$$\begin{aligned}(\frac{dI_b\vec{\Omega}}{dt})_{R_0} =& (\frac{dI_b\vec{\Omega}}{dt})_{R_v} + \vec{\Omega} \wedge I_b\vec{\Omega} \\ =& I_b\dot{\vec{\Omega}} + \vec{\Omega} \wedge I_b\vec{\Omega}\end{aligned} \tag{2.26}$$

En remplaçant les équations (2.12), (2.23) et (2.26) dans l'équation (2.25), le moment dynamique peut s'écrire dans cette première étape :

$$\dot{\vec{h}} = (m\vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{CG}) \wedge (\frac{d\overrightarrow{OC}}{dt})_{R_0} + m\overrightarrow{CG} \wedge \frac{d}{dt}(\frac{d\overrightarrow{OC}}{dt})_{R_v} + \vec{\Omega} \wedge (\frac{d\overrightarrow{OC}}{dt})_{R_0} + I_b\dot{\vec{\Omega}} + \vec{\Omega} \wedge I_b\vec{\Omega}. \tag{2.27}$$

La **deuxième étape** commence par la dérivation du moment cinétique, donné par l'équation (2.19). Rappelons que

$$\dot{\vec{h}} = \int_V (\dot{\vec{r}} \wedge \rho\vec{v})dV + \int_V (\vec{r} \wedge \rho\dot{\vec{v}})dV \tag{2.28}$$

Par définition, le moment $\vec{M}$ appliqué sur le solide indéformable est défini par :

$$\vec{M} = \int_V (\vec{r} \wedge \rho\dot{\vec{v}})dV \tag{2.29}$$

En remplaçant $\vec{M}$ donné par l'équation (2.29) et la dérivée de $\vec{v}$ donnée par l'équation (2.20) dans (2.28), le moment dynamique peut s'écrire sous la forme :

$$\dot{\vec{h}} = \int_V \rho\dot{\vec{r}} \wedge (\frac{d\overrightarrow{OC}}{dt} + \dot{\vec{r}})dV + \vec{M} \tag{2.30}$$

Le développement de (2.30) donne :

$$\dot{\vec{h}} = \int_V \rho\dot{\vec{r}} \wedge \frac{d\overrightarrow{OC}}{dt}dV + \int_V \rho\dot{\vec{r}} \wedge \dot{\vec{r}}dV + \vec{M} \tag{2.31}$$

La dérivation par rapport au temps de l'équation (2.22), donne :

$$m\frac{d\overrightarrow{CG}}{dt} = m(\vec{\Omega} \wedge \vec{r_g}) = \int_V \rho \dot{\vec{r}} dV \tag{2.32}$$

On en déduit pour finaliser l'étape 2, en remplaçant l'équation (2.32) dans l'équation (2.31) :

$$\dot{\vec{h}} = m(\vec{\Omega} \wedge \vec{r_g}) \wedge \frac{d\overrightarrow{OC}}{dt} + \vec{M} \tag{2.33}$$

En égalisant les équations (2.27) et (2.33), on conclut :

$$\vec{M} = m\vec{r_g} \wedge \frac{d}{dt}(\frac{d\overrightarrow{OC}}{dt})_{R_0} + \vec{\Omega} \wedge (\frac{d\overrightarrow{OC}}{dt})_{R_0} + I_b\dot{\vec{\Omega}} + \vec{\Omega} \wedge I_b\vec{\Omega} \tag{2.34}$$

En adaptant les conventions [85], On procède à l'élimination de la notation vectorielle en suivant les écritures : $(\frac{d\overrightarrow{OC}}{dt})_{R_0} = \nu_1$, $\vec{\Omega} = \nu_2$ et $\overrightarrow{CG} = r_g$, alors la dynamique en rotation exprimée dans le repère local R_b par rapport au repère fixe R_0 se résume par :

$$I_b\dot{\boldsymbol{\nu}}_2 + \boldsymbol{\nu}_2 \wedge (I_b\boldsymbol{\nu}_2) + m\boldsymbol{r}_g \wedge (\dot{\boldsymbol{\nu}}_1 + \boldsymbol{\nu}_2 \wedge \boldsymbol{\nu}_1) = \boldsymbol{\Gamma}_2 \tag{2.35}$$

avec $\Gamma_2(K, M, N)$ regroupe les moments agissant sur le solide ramenés au repère global R_0.

c) Modélisation de la dynamique du Rov

Afin de déterminer la dynamique du Rov, on introduit les hypothèses suivantes :

- Le centre de masse G se trouve sur l'axe verticale du Rov au dessous de son centre de flottabilité C.
- Le Rov admet deux plans de symétrie, à savoir, le plan vertical (X_vCZ_v) et le plan latéral (Y_vCZ_v).
- Les phénomènes liés au courant marin sont négligeables (fluide parfait).
- Le Rov est supposé de masse constante, alors, la poussée d'Archimedes est constante.
- $\nu_a = \nu - \nu_\infty$ le vecteur vitesse relative du Rov , avec ν la vitesse du Rov par rapport au sol et ν_∞ la vitesse du fluide. On suppose que le milieu d'étude est idéal c'est à dire la vitesse du fluide ν_∞ est presque égale à 0, ce qui donne $\boldsymbol{\nu}_a = \boldsymbol{\nu}$.

En regroupant l'équation des forces (2.18) et l'équation des moments (2.35) traitées dans la partie précédente avec les caractéristique du Rov, on obtient :

$$\begin{aligned} m[\dot{u} - vr + wq + z_g(pr + \dot{q})] &= X \\ m[\dot{v} - wp + ur + z_g(qr - \dot{p})] &= Y \\ m[\dot{w} - uq + vp - z_g(q^2 + p^2)] &= Z \\ I_{xx}\dot{p} + (I_{zz} - I_{yy})qr - m[z_g(\dot{v} - wp + ur)] &= K \\ I_{yy}\dot{q} + (I_{xx} - I_{zz})rp + m[z_g(\dot{u} - vr + wq)] &= M \\ I_{zz}\dot{r} + (I_{yy} - I_{xx})pq &= N \end{aligned} \tag{2.36}$$

où $[X, Y, Z]^T$ (respectivement $[K, M, N]^T$) regroupe le vecteur des forces (respectivement le vecteur des moments) agissant sur le robot. De manière plus claire, on pourra mettre le modèle dynamique sous la forme compacte suivante :

$$M_v\dot{\boldsymbol{\nu}} + C(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} = \boldsymbol{\Gamma} \tag{2.37}$$

avec :

• M_v la matrice de masse et d'inertie du Rov qui est donnée par :

$$M_v = \begin{pmatrix} M_{vTT} & M_{vTR} \\ M_{vRT} & M_{vRR} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mz_g & 0 \\ 0 & m & 0 & -mz_g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -mz_g & 0 & I_{xx} & 0 & 0 \\ mz_g & 0 & 0 & 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{zz} \end{pmatrix}$$

• $C(\nu)$ est la matrice des forces de Coriolis et centrifuges du Rov donnée par :

$$C(\nu) = \begin{pmatrix} 0_{3\times3} & -mS(\nu_1) - mS(\nu_2)S(r_g) \\ -mS(\nu_1) + mS(\nu_2)S(r_g) & -S(I\nu_2) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & mz_g r & mw & -mv \\ 0 & 0 & 0 & -mw & mz_g r & mu \\ 0 & 0 & 0 & -m(z_g p - v) & -mu & 0 \\ -mz_g r & mw & m(z_g p - v) & 0 & I_{xx} r & -I_{yy} q \\ -mw & -mz_g r & mu & -I_{xx} r & 0 & I_{xx} p \\ mv & -mu & 0 & I_{yy} q & -I_{xx} p & 0 \end{pmatrix}.$$

avec $S(\lambda)$ est une matrice antisymétrique définie de telle sorte que :

$$\begin{cases} \lambda \wedge a \triangleq S(\lambda) a \\ S_{ij} = -S_{ji} \text{ si } i \neq j \text{ et } S_{ij} = 0 \text{ si } i = j \end{cases} \tag{2.38}$$

• Γ est le vecteur des forces et moments qui s'appliquent sur le véhicule, qui peut être décomposé de la façon suivante

$$\boldsymbol{\Gamma = \Gamma_h + \Gamma_g + \Gamma_p} \tag{2.39}$$

— Γ_h regroupe les forces et moments hydrodynamiques.

— Γ_g est le vecteur des forces et moments dus à l'action de la force de gravité et la force de flottabilité.

— Γ_p est le vecteur des forces et moments générés par les actioneurs.

2.2.4 Efforts hydrodynamiques Γ_h

Ils agissent sur tout corps immergé en mouvement relatif dans un fluide visqueux, et peuvent être classés comme suit :

— Les forces et moments dus à l'inertie et à la masse d'eau ajoutée.

— Les forces dues aux frottements visqueux du fluide sur le corps, qui correspondent aux efforts de portance et de traïnée.

La principale difficulté réside dans leur connaissance et leur formulation. En effet, ces efforts ne peuvent pas être obtenus de manière analytique.

a) Matrice des masses ajoutées

Le mouvement d'un corps déplace un certain volume d'eau qui entraïne des phénomènes additionnels importants ainsi que de nouveaux efforts dynamiques assimilés de type centrifuge et de Coriolis. Ce phénomène est appelé dans la littérature, phénomène de masses ajoutées ou virtuelles

dont la dépendance dans les paramètres du problème (vitesse du véhicule, mais aussi nature du fluide ou forme du véhicule ...) peut être complexe. Si l'on considère par exemple qu'un corps ayant un volume important et de masse m se déplace suivant l'axe (ox) avec une vitesse u, l'eau opposant son inertie provoque une force instationnaire -$\boldsymbol{a}_{11}\dot{u}$ où $\boldsymbol{a}_{11}$ est positive. Par conséquent l'équation de la dynamique suivant cette direction sera sous la forme :

$$\boldsymbol{m}\dot{u} = -\boldsymbol{a}_{11}\dot{u} + F_{ext} \tag{2.40}$$

avec F_{ext} les forces extérieures appliquées sur le véhicule. Donc on peut dire qu'en présence d'un fluide, la dynamique du véhicule suivant l'axe (ox) correspond à celle d'un corps de masse $m + \boldsymbol{a}_{11}$ par suite l'équation dynamique de l'ensemble véhicule-eau prend la forme suivante :

$$(m + \boldsymbol{a}_{11})\dot{u} = F_{ext} \tag{2.41}$$

A partir de cette équation, on voit que le corps voit sa masse augmenter de la quantité $\boldsymbol{a}_{11}$. Cette quantité est appelée masse ajoutée ou encore masse virtuelle. Dans la plupart des applications robotique en 3D, tels que les drones, les hélicoptères, les avions, cette masse est largement petite devant celle de l'engin, ce qui permet de la négliger. Par contre, comme l'eau est plus visqueux, les masses ajoutées ne sont plus négligeables pour les engins sous-marins. Il y a donc principalement trois conséquences à ce phénomène, caractéristiques de l'environnement fluide :

- la masse globale d'un corps immergé diffère de sa masse intrinsèque.
- cette masse dépend de sa géométrie et de la direction de son accélération.
- les efforts inertiels ajoutés, engendrés par la masse ajoutée, s'appliquent au centre de flottabilité.

Les engins sous-marins sont soumis à ce phénomène des masses ajoutées ou masses virtuelles. En effet, pour un engin se déplaçant dans un fluide visqueux et incompressible doit se frayer un chemin en mettant en mouvement les particules de fluide qui entravent son mouvement. En se basant sur l'énergie cinétique et la formulation lagrangienne du fluide, on va essayer de déterminer l'expression explicite des matrices de masse et d'inertie ajoutées.
La base de l'analyse du mouvement d'un corps rigide dans un fluide parfait a été établie dans [54] et [31]. Dans [54] LAMB a prouvé que l'énergie cinétique du fluide ayant pour vitesse de

translation-rotation $\nu_a = (\nu_{1a}, \nu_{2a})^T$, peut s'écrire sous la forme :

$$\mathbf{T}_a = \frac{1}{2}\boldsymbol{\nu}_a^T M_a \boldsymbol{\nu}_a \tag{2.42}$$

Avec M_a d'ordre (6×6) représente la matrice de masse et inertie ajoutée :

$$M_a = \begin{pmatrix} M_{aTT} & M_{aTR} \\ M_{aRT} & M_{aRR} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{\dot{u}} & X_{\dot{v}} & X_{\dot{w}} & X_{\dot{p}} & X_{\dot{q}} & X_{\dot{r}} \\ Y_{\dot{u}} & Y_{\dot{v}} & Y_{\dot{w}} & Y_{\dot{p}} & Y_{\dot{q}} & Y_{\dot{r}} \\ Z_{\dot{u}} & Z_{\dot{v}} & Z_{\dot{w}} & Z_{\dot{p}} & Z_{\dot{q}} & Z_{\dot{r}} \\ K_{\dot{u}} & K_{\dot{v}} & K_{\dot{w}} & K_{\dot{p}} & K_{\dot{q}} & K_{\dot{r}} \\ M_{\dot{u}} & M_{\dot{v}} & M_{\dot{w}} & M_{\dot{p}} & M_{\dot{q}} & M_{\dot{r}} \\ N_{\dot{u}} & N_{\dot{v}} & N_{\dot{w}} & N_{\dot{p}} & N_{\dot{q}} & N_{\dot{r}} \end{pmatrix} \tag{2.43}$$

Afin de déterminer explicitement les forces et les moments hydrodynamiques, on utilise les équations de Kirchoff qui sont données par [31] :

$$\begin{array}{rcl} \frac{d}{dt}\frac{\partial \mathrm{T}_a}{\partial u} & = & r\frac{\partial \mathrm{T}_a}{\partial v} - q\frac{\partial \mathrm{T}_a}{\partial w} - X_A \\ \frac{d}{dt}\frac{\partial \mathrm{T}_a}{\partial v} & = & p\frac{\partial \mathrm{T}_a}{\partial w} - r\frac{\partial \mathrm{T}_a}{\partial u} - Y_A \\ \frac{d}{dt}\frac{\partial \mathrm{T}_a}{\partial w} & = & q\frac{\partial \mathrm{T}_a}{\partial u} - p\frac{\partial \mathrm{T}_a}{\partial v} - Z_A \\ \frac{d}{dt}\frac{\partial \mathrm{T}_a}{\partial p} & = & w\frac{\partial \mathrm{T}_a}{\partial v} - v\frac{\partial \mathrm{T}_a}{\partial w} + r\frac{\partial \mathrm{T}_a}{\partial q} - q\frac{\partial \mathrm{T}_a}{\partial r} - K_A \\ \frac{d}{dt}\frac{\partial \mathrm{T}_a}{\partial u} & = & u\frac{\partial \mathrm{T}_a}{\partial w} - w\frac{\partial \mathrm{T}_a}{\partial u} + p\frac{\partial \mathrm{T}_a}{\partial r} - r\frac{\partial \mathrm{T}_a}{\partial p} - M_A \\ \frac{d}{dt}\frac{\partial \mathrm{T}_a}{\partial u} & = & v\frac{\partial \mathrm{T}_a}{\partial u} - u\frac{\partial \mathrm{T}_a}{\partial v} + q\frac{\partial \mathrm{T}_a}{\partial p} - p\frac{\partial \mathrm{T}_a}{\partial q} - N_A \end{array} \tag{2.44}$$

avec

- $[X_A, Y_A, Z_A]^T$ représente le vecteur des forces hydrodynamiques.
- $[K_A, M_A, N_A]^T$ représente le vecteur des moments hydrodynamiques.

Le phénomène de masse ajoutée induit des forces extérieures de type Coriolis et centrifuges. En utilisant les équations de Kirchhoff, la matrice de force de Coriolis et de Centrifuges C_A s'écrit :

$$C_a(\nu) = \begin{pmatrix} 0_{3\times 3} & -m_a S(\nu_1) - m_a S(\nu_2) S(r_g) \\ -m_a S(\nu_1) + m_a S(\nu_2) S(r_g) & -S(I_a \nu_2) \end{pmatrix} \tag{2.45}$$

b) Matrice de masse et d'inertie ajoutées du Rov

Comme le Rov admet deux plans de symétries par rapport à $X_v Z_v$ et $Y_v Z_v$ (voir figure 2.1), la

matrice de masse ajoutée prend la forme suivante [31] :

$$M_a = -\begin{pmatrix} X_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & X_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & Y_{\dot{v}} & 0 & Y_{\dot{p}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{\dot{w}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{\dot{v}} & 0 & K_{\dot{p}} & 0 & 0 \\ M_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & M_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{\dot{r}} \end{pmatrix} \tag{2.46}$$

avec $M_{\dot{u}} = X_{\dot{q}},\ K_{\dot{v}} = Y_{\dot{p}}$, car la matrice de masse et d'inertie ajoutée est une matrice symétrique. La matrice de forces Coriolis et centrifuges dûe à la masse ajoutée s'écrit :

$$C_a(\nu) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -Z_{\dot{w}}w & Y_{\dot{v}}v + Y_{\dot{p}}p \\ 0 & 0 & 0 & Z_{\dot{w}}w & 0 & -X_{\dot{u}}u - X_{\dot{q}}q \\ 0 & 0 & 0 & -Y_{\dot{v}}v - Y_{\dot{p}}p & X_{\dot{u}}u + X_{\dot{q}}q & 0 \\ 0 & -Z_{\dot{w}}w & Y_{\dot{v}}v + Y_{\dot{p}}p & 0 & -N_{\dot{r}}r & M_{\dot{u}}u + M_{\dot{q}}q \\ Z_{\dot{w}}w & 0 & -X_{\dot{u}}u - X_{\dot{q}}q & N_{\dot{r}}r & 0 & -K_{\dot{p}}p - K_{\dot{v}}v \\ -Y_{\dot{v}}v - Y_{\dot{p}}p & X_{\dot{u}}u + X_{\dot{q}}q & 0 & -M_{\dot{u}}u - M_{\dot{q}}q & K_{\dot{p}}p + K_{\dot{v}}v & 0 \end{pmatrix} \tag{2.47}$$

Donc la matrice d'inertie totale du Rov est donnée par

$$M = M_v + M_a = \begin{pmatrix} m_{11} & 0 & 0 & 0 & m_{15} & 0 \\ 0 & m_{22} & 0 & m_{24} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{42} & 0 & m_{44} & 0 & 0 \\ m_{51} & 0 & 0 & 0 & m_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{66} \end{pmatrix} \tag{2.48}$$

avec les coefficients de masse et d'inertie m_{ii} sont données par :

$$m_{11} = m - X_{\dot{u}} \quad m_{22} = m - Y_{\dot{v}} \quad m_{33} = m - Z_{\dot{w}} \quad m_{44} = I_{xx} - K_{\dot{p}}$$
$$m_{55} = I_{yy} - M_{\dot{q}} \quad m_{66} = I_{zz} - N_{\dot{r}} \quad m_{15} = mz_g - X_{\dot{q}} \quad m_{24} = -mz_g - Y_{\dot{p}}$$

Ainsi la matrice totale de forces Coriolis et centrifuges du Rov

$$C(\nu) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & mz_g r & m_{33}w & -m_{22}v + Y_{\dot{p}}p \\ 0 & 0 & 0 & -m_{33}w & mz_g r & m_{11}u - X_{\dot{q}}q \\ 0 & 0 & 0 & m_{22}v - m_{24}p & -m_{11}u + X_{\dot{q}}q & 0 \\ -mz_g r & m_{33}w & -m_{22}v + m_{24}p & 0 & m_{66}r & M_{\dot{u}}u + X_{\dot{q}}q \\ -m_{33}w & -mz_g r & m_{11}u - X_{\dot{q}}q & -m_{66}r & 0 & m_{44}p - Y_{\dot{p}}v \\ m_{22}v - Y_{\dot{p}}p & -m_{11}u + X_{\dot{q}}q & 0 & -M_{\dot{u}}u + m_{55}q & -m_{44}p + Y_{\dot{p}}v & 0 \end{pmatrix} \tag{2.49}$$

c) Forces d'amortissement

les forces d'amortissement sont générées par un transfert d'énergie entre le fluide et le corps immergé, leur point d'application est le centre de flottabilité du corps. Ils sont représentés par une matrice $D(\nu)$ strictement négative, ce signe négatif signifie que les forces et couples sont appliqués au corps par l'environnement. Ces efforts sont nuls lorsque la vitesse est nulle. Les efforts d'amortissement sont dus principalement à trois conséquences, dont certaines sont prépondérantes pendant que d'autres peuvent être négligées :

— les oscillations forcées de l'engin lui-même.

— les frottements linéaire et quadratique des particules du fluide sur la surface mouillée.

— l'amortissement dû aux vues et aux courants marins.

Les trois causes d'amortissement mentionnées ci-dessus varient de manière linéaire ou quadratique en fonction des paramètres du Rov. La plupart des coefficients sont complexes à calculer même en utilisant des méthodes théoriques pures. Les coefficients sont donc mesurés à l'aide d'expériences en milieu naturel (bassin, lac, mer, océan). Ainsi, dans les équations de modélisation, seuls les termes de traînée et de frottement linéaires seront prises en compte pour effectuer les études non linéaires. Les autres phénomènes ne sont pas pour autant oubliés, mais ne seront pas intégrés à la modélisation. Ils seront perçus par le Rov comme des perturbations extérieures. Le bilan des efforts dûs aux amortissements peut se mettre sous la forme :

$$\boldsymbol{D}(\nu) = (\boldsymbol{D}_L + \boldsymbol{D}_t(\nu))\nu \tag{2.50}$$

1. Les forces d'amortissements linéaires sont des forces qui s'exercent sur un solide en mouvement relatif par rapport au fluide. Elles sont perpendiculaires à la vitesse relative de l'objet par rapport au fluide. La direction d'application de ces forces est fonction de

l'angle d'attaque (angle entre la vitesse du solide et l'orientation de la surface frontale) et de la géométrie du corps. D_L est la matrice d'amortissement linéaire, définie négative et constante :

$$D_L = -\begin{pmatrix} X_u & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_v & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_w & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_r \end{pmatrix} \tag{2.51}$$

2. Les forces de traînées sont des forces qui s'exercent sur un solide en mouvement relatif par rapport au fluide. Elles sont parallèles et opposées à la vitesse relative de l'objet par rapport au fluide. D_t est la matrice de traïnée, définie négative et non constante :

$$D_t = -\begin{pmatrix} X_{uu}|u| & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{vv}|v| & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{ww}|w| & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{pp}|p| & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{qq}|q| & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{rr}|r| \end{pmatrix} \tag{2.52}$$

Les forces d'amortissement sont toujours dissipatives. c-à-d :

$$\nu^T(D(\nu) + D^T(\nu))\nu > 0, \forall \nu \neq 0.$$

d) Gravité et flottabilité

Tout corps plongé dans un liquide reçoit de la part de ce liquide une poussée verticale dirigée de bas en haut (Principe d'Archimède), égale au poids du volume de liquide déplacé

$$F_B = \rho \nabla g \tag{2.53}$$

ou g l'accélération de la pesanteur, ρ est la densité du fluide et ∇ le volume de fluide déplacé par le robot donné par l'expression suivante

$$\nabla = \frac{\pi}{4}(2r)^2 L \tag{2.54}$$

avec r le rayon et L la longueur du volume immergé du robot.
Le poids engendre des effets opposés à ceux de la poussée d'Archimède et s'appliquent au centre de gravité du robot. Ainsi, on le modélise par :

$$F_G = mg \tag{2.55}$$

Supposons que le solide reste plongé dans l'eau ($F_B < F_W$). Par rapport aux hypothèses introduites dans la section (2.2), soit $r_g = [0, 0, z_g]^T$ determine la position du centre de gravité, $r_b = [0, 0, 0]^T$ est le centre de flottabilité du véhicule, $\vec{F_G}$ est la force de gravité et $\vec{F_B}$ est due à la force de buoyancy.
En utilisant la matrice de rotation introduite dans la modélisation cinématique, on a :

$$\vec{F_G} = (J_1)^{-1}(\eta_2) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -F_W \end{pmatrix}$$

$$\vec{F_B} = (J_1)^{-1}(\eta_2) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ F_B \end{pmatrix}$$

Alors le vecteur des forces hydrostatiques s'écrit :

$$\vec{F_s} = g \begin{pmatrix} -(F_G - F_B)\sin\theta \\ (F_G - F_B)\cos\theta\sin\phi \\ (F_G - F_B)\cos\theta\cos\phi \end{pmatrix}.$$

D'autre part, les forces hydrostatiques $\vec{F_G}$ et $\vec{F_B}$ entraînent l'apparition d'un moment hydrostatique qu'on note $\vec{M_s}$ en G et qui prend la forme suivante :

$$\vec{M_s} = \overrightarrow{CC} \wedge \overrightarrow{F_B} + \overrightarrow{CG} \wedge \vec{F_G}$$

Ce qui implique

$$\vec{M}_s = g \begin{pmatrix} -z_g mg \cos\theta \sin\phi \\ z_g mg \sin\theta \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Alors le torseur hydrostatique est donnée par :

$$\Gamma_g = \begin{pmatrix} -(F_G - F_B)\sin\theta \\ (F_G - F_B)\cos\theta \sin\phi \\ (F_G - F_B)\cos\theta \cos\phi \\ -z_g F_G \cos\theta \sin\phi \\ z_g F_G \sin\theta \\ 0 \end{pmatrix}.$$

e) Propulseurs hydrodynamiques

L'engin dispose d'une propulsion vectorisée menu de trois propulseurs, dont deux longitudinaux selon $(O_1, \vec{F}_1)$, et $(O_2, \vec{F}_2)$ (avant/arrière) et un vertical selon $(O_3, \vec{F}_3)$ (montée/descente).

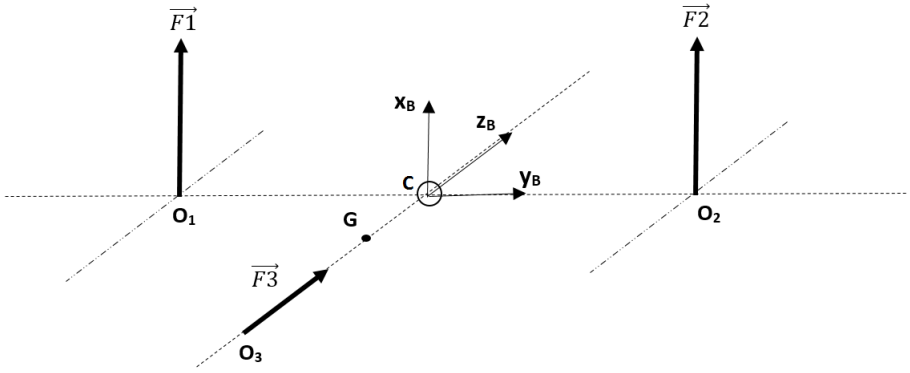


FIGURE 2.6 – Présentation de différents actionneurs introduisant les forces $F_i (i = 1, 3)$

Dans le repère local R_v la force $\vec{F}_p$ produite s'écrit :

$$\overrightarrow{F_p} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3}$$

$$= \begin{pmatrix} F_{1x} + F_{2x} \\ 0 \\ F_{3z} \end{pmatrix}_{R_v}$$

D'autre part, les forces $\vec{F_1}, \vec{F_2}$ et $\vec{F_3}$ induisent un moment par rapport à G tel que :

$$\vec{M_G}(\vec{F_p}) = \overrightarrow{GO_1} \wedge \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{GO_2} \wedge \vec{F_2} + \overrightarrow{GO_3} \wedge \vec{F_3}$$

où $O_i, (i = 1, 3)$ est le point d'application de chaque force F_i. Leur vecteurs sont tel que :

$$\overrightarrow{GO_1} = \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{CO_1},\ \overrightarrow{GO_2} = \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{CO_2}$$

Tenant compte du fait que

$$\overrightarrow{CO_1} = -\overrightarrow{CO_2},\ \overrightarrow{GC} = (0, 0, z_G)$$

alors $\vec{M_G}(\vec{F_p})$ s'écrit :

$$\vec{M_G}(\vec{F_p}) = \begin{pmatrix} 0 \\ z_g(F_{1x} + F_{2x}) \\ \overline{CO_1}(F_{2x} - F_{2x}) \end{pmatrix}$$

avec $\overline{CO_1}$ est la distance entre le centre du flotabilité C et O_1 le centre de la force F_1. Alors l'expression générale du torseur de propulsion est donnée par :

$$\vec{\Gamma_p} = \begin{pmatrix} F_{1x} + F_{2x} \\ 0 \\ F_{3z} \\ 0 \\ z_G(F_{1x} + F_{2x}) \\ \overline{CO_1}(F_{2x} - F_{1x}) \end{pmatrix}^T$$

Pour faciliter l'écriture, on prend :

$$F_{1x} + F_{2x} = \tau_1 \tag{2.56}$$

$$\overline{CO_1}(F_{2x} - F_{1x}) = \tau_2 \tag{2.57}$$

$$F_{3z} = \tau_3 \tag{2.58}$$

Remarque 2.2 *Le passage de différentes forces F_i aux entrées τ_i est un difféomorphisme. Par la suite, on fera référence au (τ_1, τ_2, τ_3) au lieu de (F_{1x}, F_{2x}, F_{3z}).*

En développant le système (2.37), et en tenant compte de la relation (2.39) la forme explicite traduisant les couples entre les variables d'accélérations :

$$\begin{aligned}
m_{11}\dot{u} + m_{15}\dot{q} =& m_{22}vr - m_{33}wq - m_{24}rp - d_u u - (F_G - F_B)\sin\theta + \tau_1 \\
m_{22}\dot{v} - m_{24}\dot{p} =& m_{33}wp - m_{11}ur - m_{15}qr - d_v v + (F_G - F_B)\cos\theta\sin\phi \\
m_{33}\dot{w} =& m_{11}uq - m_{22}vp - m_{15}q^2 + m_{24}p^2 - d_w w + (F_G - F_B)\cos\theta\cos\phi + \tau_3 \\
m_{44}\dot{p} - m_{24}\dot{v} =& -(m_{66} - m_{55})qr - m_{24}wp + m_{15}ur - (m_{33} - m_{22})vw - d_p p - z_g F_G \cos\theta\sin\phi \\
m_{55}\dot{q} + m_{15}\dot{u} =& -(m_{44} - m_{66})rp + m_{24}vr - m_{15}wq - (m_{11} - m_{33})wu - d_q q + z_g F_G \sin\theta + z_g\tau_1 \\
m_{66}\dot{r} =& -(m_{55} - m_{44})pq - (m_{22} - m_{11})uv + (m_{15} + m_{24})(vq - up) - d_r r + \tau_2
\end{aligned} \tag{2.59}$$

Par rapport aux accélérations, un modèle découplé est donné par :

$$\begin{aligned}
\dot{u} =& \frac{m_{55}}{m_{11}m_{55} - m_{15}^2}\{m_{22}vr - m_{33}wq - m_{24}rp - d_u u - (F_G - F_B)\sin\theta + \tau_1\} \\
&- \frac{m_{15}}{m_{11}m_{55} - m_{15}^2}\{-(m_{44} - m_{66})rp + m_{24}vr - m_{15}wq - (m_{11} - m_{33})wu - d_q q + z_g F_G \sin\theta + z_g\tau_1\} \\
\dot{v} =& \frac{m_{44}}{m_{22}m_{44} - m_{24}^2}\{m_{33}wp - m_{11}ur - m_{15}qr + d_v v + (F_G - F_B)\cos\theta\sin\phi\} \\
&- \frac{m_{24}}{m_{22}m_{44} - m_{24}^2}\{-(m_{66} - m_{55})qr - m_{24}wp + m_{15}ur - (m_{33} - m_{22})vw - d_p p - z_g F_G \cos\theta\sin\phi\} \\
\dot{w} =& \frac{1}{m_{33}}\{m_{11}uq - m_{22}vp - m_{15}q^2 + m_{24}p^2 - d_w w + (F_G - F_B)\cos\theta\cos\phi + \tau_3\} \\
\dot{p} =& \frac{-m_{24}}{m_{22}m_{44} - m_{24}^2}\{m_{33}wp - m_{11}ur - m_{15}qr - d_v v + (F_G - F_B)\cos\theta\sin\phi\} \\
&+ \frac{m_{22}}{m_{22}m_{44} - m_{24}^2}\{-(m_{66} - m_{55})qr - m_{24}wp + m_{15}ur - (m_{33} - m_{22})vw - d_p p - z_g F_G \cos\theta\sin\phi\} \\
\dot{q} =& \frac{-m_{15}}{m_{11}m_{55} - m_{15}^2}\{m_{22}vr - m_{33}wq - m_{24}rp - d_u u - (F_G - F_B)\sin\theta + \tau_1\} \\
&+ \frac{m_{11}}{m_{11}m_{55} - m_{15}^2}\{-(m_{44} - m_{66})rp + m_{24}vr - m_{15}wq - (m_{11} - m_{33})wu - d_q q + z_g F_G \sin\theta + z_g\tau_1\} \\
\dot{r} =& \frac{1}{m_{66}}(m_{44} - m_{55})pq - (m_{22} - m_{11})uv + (m_{15} + m_{24})(vq - up) - d_r r + \tau_2
\end{aligned} \tag{2.60}$$

Remarque 2.3 *A la dynamique ci-dessus on peut accoupler le modèle de la cinématique. Par conséquent, nous sommes en présence d'un modèle à 12 variables d'état et uniquement 3 entrées*

de commandes.

2.3 Identification de coefficients hydrodynamiques

L'identification des systèmes est la spécialité visant à modéliser les systèmes dynamiques à partir de données expérimentales. Contrairement au problèmes de modélisation, l'identification de systèmes est une approche expérimentale, lors de laquelle un modèle issu de connaissances a priori est optimisé à partir des données mesurées afin d'approcher le plus fidèlement possible le comportement du système. Dans le but de valider la partie modélisation, il est nécessaire d'identifier les paramètres et les coefficients hydrodynamiques du Rov. On suppose que la structure principale du Rov est un cylindre à base sphérique auquel est attaché deux petits cylindres identiques. Les paramètres hydrodynamiques d'un sphère ou d'un cylindre immergé sont bien étudiés dans la littérature. En se basant sur les travaux de Newman [70], Fossen [31, 29, 76], Clarcke [16, 17], nous allons donner une estimation par calcul des paramètres hydrodynamiques. Le tableau suivant 2.1 présente les principaux caractéristiques du Rov utiles pour notre identification. Dans les paragraphes suivants nous présentons des méthodes géométriques pour identifier les

Masse (kg)	10.81
Vitesse max (m/s)	$3\,noeuds \simeq 1.6$
Longueur (mm)	$L = 450$
Largeur (mm)	$l = 270$
Hauteur (mm)	$H = 210$
Profondeur (m)	150
Coordonnés du centre de gravité G (mm)	$(x_g, y_g, z_g) = (0, 0, -16.593)$
Moment par rapport à l'axe principal GX $(kg.m^2)$	$I_{xx} = 0.065$
Moment par rapport à l'axe principal GY $(kg.m^2)$	$I_{yy} = 0.216$
Moment par rapport à l'axe principal GZ $(kg.m^2)$	$I_{zz}0.192$
Densité de l'eau (kg/m^3)	$\rho = 1020$
Force d'Archemède (N)	$F_B = 106$

TABLE 2.1 – Caractéristiques principales du Rov-Observer 3.1

différents paramètres hydrodynamiques du Rov (coefficients des masses ajoutées, coefficients du frottements linéaires et coefficients d'amortissements quadratiques).

2.3.1 Coefficients de masse ajoutée

Le Rov peut se présenter comme deux petits cylindres attachés à un cylindre principale dont les deux bases ont la forme d'un demi-sphère.En utilisant cette approximation, les coefficients hydrodynamiques de masse ajoutée sont calculés [31] en fonction de la masse m, le rayon a et la longueur L de chaque cylindre. Les quantités de masse ajoutée sont données par :

$$\begin{aligned}
X_{\dot{u}} =& -\rho \int_{-L/2}^{L/2} A_{11}^{2D}(y,z)dx \approx -0.1m \\
Y_{\dot{v}} =& Z_{\dot{w}} = -\rho \int_{-L/2}^{L/2} \pi a^2 dx = -\rho\pi a^2 L \\
Y_{\dot{v}} =& Z_{\dot{w}} = -\rho \int_{-L/2}^{L/2} \pi a^2 dx = -\rho\pi a^2 L \\
N_{\dot{r}} =& -\rho \int_{-L/2}^{L/2} \pi a^2 dx - \frac{0.1m}{L} \int_{-L/2}^{L/2} z^2 dz = -\rho\pi a^2 L - \frac{0.1mL^2}{12} \\
N_{\dot{r}} =& -\rho \int_{-L/2}^{L/2} \pi a^2 dx - \frac{0.1m}{L} \int_{-L/2}^{L/2} z^2 dz = -\rho\pi a^2 L - \frac{0.1mL^2}{12} \\
K_{\dot{p}} =& 0,\ X_{\dot{q}} = X_{\dot{u}} + M_{\dot{q}},\ Y_{\dot{p}} = Y_{\dot{v}} + K_{\dot{p}}
\end{aligned} \tag{2.61}$$

Le tableau 2.2 regroupe tous les coefficients hydrodynamiques des masses ajoutées du Rov.

Variable	$X_{\dot{u}}$	$Y_{\dot{v}}$	$Z_{\dot{w}}$	$K_{\dot{p}}$	$M_{\dot{q}}$	$N_{\dot{r}}$	$X_{\dot{q}}$	$Y_{\dot{p}}$
Expression	-1.0810	-3.9254	-3.9254	0	-0.0075	-0.0075	-1.0885	$-0.3848.$

TABLE 2.2 – Paramètres hydrodynamique des masses ajoutées du Rov

2.3.2 Coefficients d'amortissement

Soit X_u le coefficient d'amortissement linéaire selon la direction de l'axe (ox) dû au vitesse u, donc la forme de la surface qui subit l'amortissement est le quart de la sphère, on va supposer que le sous marin a une forme cylindrique avec deux demi- sphères sur chaque coté de rayon a et de longueur L.

a)**Calcul du coefficient X_u** :

Soit X la force de fluide exercée dans la direction longitudinale u de véhicule, on a alors :

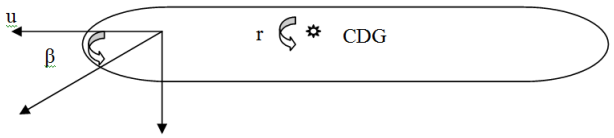


FIGURE 2.7 – schéma de la dérive longitudinale et l'angle de dérape

$$X = QS_{ref}C_x\beta \tag{2.62}$$

avec, $Q = \frac{1}{2}\rho u^2$ est l'énergie du fluide, S_{ref} la surface de référence et C_x le coefficient d'amortissement linéaire. Soit $\tan\beta = \frac{v}{u}$, en utilisant l'approximation des petits angles, on peut prendre $\beta = \frac{v}{u}$. La surface de référence qui subit l'écoulement est un quart de sphère, alors $S_{ref} = \pi a^2$. En considérant le coefficient d'amortissement d'une plaque plane pour la dérive [31], $C_x = 2\pi$. D'autre part l'influence de vitesse verticale (w) sur la vitesse longitudinale (u) peut être exprimée par l'angle $\tan\beta = \frac{w}{u}$ et en utilisant l'approximation des petits angles, $\beta = \frac{w}{u}$. La surface de référence qui subit l'écoulement est un quart de sphère, $S_{ref} = 2aL$: c'est un quart de sphère qui subit l'écoulement. $C_x = 2\pi$, en considérant le coefficient d'amortissement d'une plaque plane pour la dérive. Finalement le terme X_u le rapport entre la force longitudinale et la vitesse u, alors

$$X_u = \frac{X}{u} = \rho\pi(2aL + \pi a^2) \tag{2.63}$$

b)**Calcul du coefficient Y_v** :

Le coefficient Y_v caractérise les effets stabilisants de la dérive lorsque le Rov dérape ($v \neq 0$), c'est-à-dire lorsqu'il a une vitesse latérale non nulle. Y_v caractérise l'amplitude de la force latérale. Alors la force Y exercée par le fluide dans cette direction est donnée par :

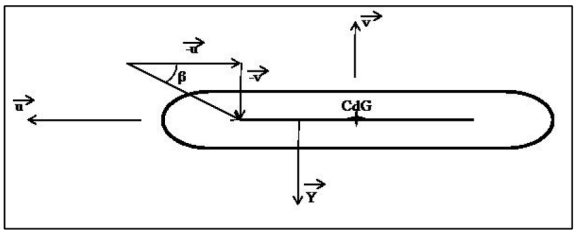


FIGURE 2.8 – Schéma de la dérive latérale et de l'angle de dérape.

$$Y = QS_{ref}C_y\beta \tag{2.64}$$

avec $Q = -1/2\rho u^2$ c'est l'énergie du fluide, S_{ref} la surface de référence et C_y le coefficient d'amortissement linéaire. Soit $\tan\beta = \frac{v}{u}$, en utilisant l'approximation des petits angles, $\beta = \frac{v}{u}$. La surface de référence qui subit l'écoulement est un demi-sphère, alors, $S_{ref} = \pi a^2$. Toujours, nous considérons le coefficient d'amortissement d'une plaque plane pour la dérive $C_y = 2\pi$. D'autre part Y_v c'est le rapport entre la force latérale et la vitesse latérale. Alors

$$Y_v = \frac{Y}{v} = -\rho\pi^2 a^2 \tag{2.65}$$

c)**Calcul du coefficient** Z_w :

Soit Z la force de fluide exercée dans la direction longitudinale w de véhicule, on a alors :

$$Z = QS_{ref}C_z\beta \tag{2.66}$$

avec, $Q = \frac{1}{2}\rho u^2$ est l'énergie du fluide, S_{ref} la surface de référence et C_x le coefficient d'amortissement linéaire. Soit $\tan\beta = \frac{w}{u}$, en utilisant l'approximation des petits angles, on peut prendre $\beta = \frac{w}{u}$. La surface de référence qui subit l'écoulement est une plaque plane, alors $S_{ref} = al$ et le coefficient d'amortissement linéaire, $C_z = 2\pi$, en considérant pour la dérive [31]. D'autre part Z_w c'est le rapport entre la force verticale et la vitesse verticale. Alors, on a

$$Z_w = \frac{Z}{w} = \rho\pi a^3 l \tag{2.67}$$

c)**Calcul du coefficient** K_p :

On considère une petite variation de l'angle latérale $d\Delta Y$ d'une plaque plane de surface dS_{ref} soumise a un écoulement avec l'angle d'incidence $\Delta\alpha$

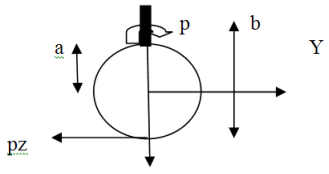


FIGURE 2.9 – vue de face de sous marin et moment de roulis.

$$\Delta dY = QdS_{ref}C_x\Delta\alpha \tag{2.68}$$

avec

$$Q = -\frac{1}{2}\rho u^2 \; et \; \Delta Y = \int \Delta dY dz. \tag{2.69}$$

On a les deux relations suivantes :

$$\Delta K = \Delta dY L_p \; et \; \Delta K = \int \Delta dK dz \tag{2.70}$$

Le point d'application est dépendant de la distance d'éloignement z. On a donc, $L_p = z$. Les équations (2.68), (2.69) et (2.70) permettent d'écrire l'équation (2.71) sous la forme suivante :

$$\Delta dK = \frac{1}{2}\rho u^2 dS_{ref} C_x \Delta\alpha \tag{2.71}$$

Par les relations trigonométriques, on pose :

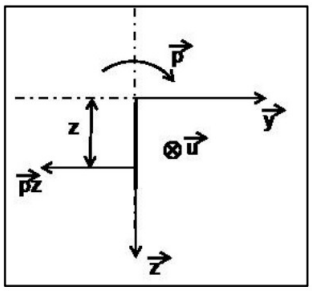


FIGURE 2.10 – Vitesse linéaire d'un point distant de l'axe de roulis

$$\alpha = tan(\frac{pz}{u}) \tag{2.72}$$

En utilisant l'approximation des petits angles, l'équation devient $\alpha = \frac{pz}{u}$. Alors l'équation s'écrit sous cette forme :

$$\Delta dK = \frac{1}{2}\rho u^2 dS_{ref} C_x z^2 \Delta p \tag{2.73}$$

La surface S_{ref} correspond à la surface latérale de la dérive. L'effet du cylindre est négligé car sa surface n'est pas orthogonale à la vitesse $\vec{pz}$ Il faut intégrer le coefficient $dS_{ref} z^2$ suivant z. Au préalable, il faut exprimer l'évolution de la longueur de la dérive caractérisant la surface S_{ref}

suivant z. Soit $C(z)$, la longueur de la dérive suivant l'axe z. On pose

$$C(a) = B \, et \, C(b/2) = d. \tag{2.74}$$

Pour la surface de référence, on suppose la surface de dérive est approximée par un trapèze, avec d est la petite base, B est la grande base et la hauteur $(b/2 - a)$ avec a le rayon de cercle.

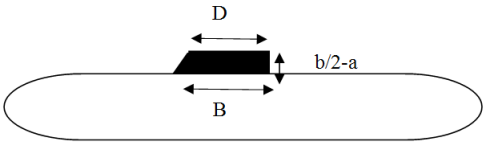


FIGURE 2.11 – Vue de la surface de dérive

$$S_{ref} = \frac{1}{2}(b/2 - a)(B + d) \tag{2.75}$$

La fonction $C(z)$ peut être calculée à l'aide de l'équation (2.74) :

$$dS_{ref} = C(z)dz \; et \; C(z) = \frac{d - B}{\frac{b}{2} - a}(z - a) + B \tag{2.76}$$

Alors, on obtient

$$\Delta K_p = \frac{1}{2}\rho u C_x \Delta p \int_a^{b/2} [(\frac{d - B}{\frac{b}{2} - a})(z - a) + B] z^2 dz \tag{2.77}$$

On a :

$$K_p = \frac{\Delta K}{\Delta p} \tag{2.78}$$

alors

$$K_p = \frac{1}{2}\rho\pi u[(\frac{d - B}{\frac{b}{2} - a})(\frac{b^4}{64} - \frac{a^4}{4})] + [B - \frac{(d - B)}{(\frac{b}{2} - a)}a][\frac{b^3}{24} - \frac{a^3}{3}] \tag{2.79}$$

c)**Calcul du coefficient N_r** :

Le coefficient N_r caractérise les effets stabilisants de la dérive lorsque le Rov a un taux de lacet non nul ($r \neq 0$), c'est-à-dire lorsqu'il a une vitesse angulaire directionnelle non nulle (Figure 2.3.2). Il caractérise l'amplitude du moment de lacet. En définition le moment de lacet exercé

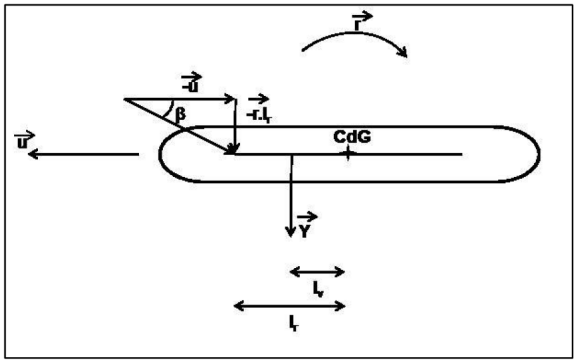


FIGURE 2.12 – Schéma de la dérive latérale et de l'angle de dérape en lacet.

par la force latérale Y_v on aura :

$$N_r = Y_v L_v \tag{2.80}$$

Sachant que la corde moyenne est calculée en faisant une moyenne entre la petite base et la grande base et L_v égale au quart de $(B+d)/2$. Alors

$$N_r = (1/16)\pi\rho(b/2-a)(B+d)^3 \tag{2.81}$$

Le tableau 2.3 regroupe tous les coefficients hydrodynamiques d'amortissement linéaire du Rov.

Variable	X_u	Y_v	Z_w	K_p	M_q	N_r
Expression	2.4674	0.942	2.4674	2.8013×10^{-2}	5.3014×10^{-3}	5.3014×10^{-3}

TABLE 2.3 – Paramètres hydrodynamiques d'amortissement linéaire du Rov

2.3.3 Coefficients de traînées

Ce type d'amortissement est donné par la traînée qui est une fonction carrée de la vitesse. Au delà de l'idée de fonction carrée d'une vitesse d'avancement, trente-six coefficients caractérisent tous les types d'amortissements quadratiques possibles suivant les vitesses et l'attitude de véhicule dans les trois dimensions de l'espace. Des simplifications sont envisagées car notre engin possède deux plans de symétries. De plus, l'hypothèse que l'engin navigue à faible vitesse permet de découpler les effets quadratiques d'amortissement. Cette hypothèse a déjà été utilisée pour

simplifier de la même manière la matrice de masse ajoutée.

a)**Calcul de coefficients de forces de traînée :**

La traînée du Rov selon son axe longitudinal est en fonction du carré de sa vitesse d'avancement. Elle peut donc s'écrire :

$$Dr_x = X_{uu} \mid u \mid u \tag{2.82}$$

Or l'équation de traînée est sous la forme :

$$Dr_x = \frac{1}{2}\rho S_f C_{1x} \mid u \mid u \tag{2.83}$$

ce qui implique que :

$$X_{uu} = \frac{1}{2}\rho S_f C_{1x} \tag{2.84}$$

avec S_f est la surface frontale, dans notre étude c'est une sphère de rayon a. Alors $S_f = 2\pi a^2$ et $C_{1x} = 0.5$ d'après les travaux de Fossen [31]. Le calcul de X_{uu} donne

$$X_{uu} = \frac{1}{2}\rho\pi a^2 \tag{2.85}$$

En faisant le même raisonnement sur les deux autres axes de translation, on déduit :

$$Y_{vv} = \frac{1}{2}\rho S_f C_{1y} \tag{2.86}$$

avec S_f la surface frontale c'est un cylindre de diamètre D et de longueur L, C_{1y} Le coefficient de traînée dans la direction de l'axe y. Alors, on a $S_f = DL$ et $C_{1y} = 1$. Le calcul de Y_{vv} donne

$$Y_{vv} = \frac{1}{2}\rho DL \tag{2.87}$$

$$Z_{ww} = \frac{1}{2}\rho S_f C_{1z} \tag{2.88}$$

avec S_f la surface frontale c'est un cylindre de diamètre D et de longueur L, C_{1z} Le coefficient de traînée dans la direction de l'axe z. Alors, on a $S_f = DL$ et $C_{1z} = 1$. Le calcul de Z_{ww} donne

$$Z_{ww} = \frac{1}{2}\rho DL \tag{2.89}$$

b)**Calcul de coefficients de moments de traînée :**

-Calcul de moment de tangage quadratique : Soit $df_{q|q|}$ un élément de force causer par le mouvement de tangage. Un élément de surface dS_q situé à une longueur x du centre de rotation à

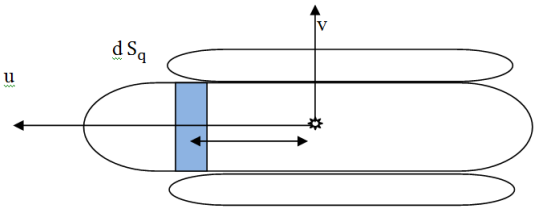


FIGURE 2.13 – schéma du moment de traînée de tangage

une vitesse linéaire qx, on peut écrire :

$$df_{q|q|} = \frac{1}{2}\rho C_q \mid q \mid qx^2 dS_q$$

où C_q désigne le coefficient de traînée de tangage et $dS_q = 2adx$, alors

$$df_q = a\rho C_q \mid q \mid qx^2 dx \tag{2.90}$$

Considérant un élément de tangage $dm_{q|q|}$ on a :

$$dm_{q|q|} = df_{q|q|} \mid x \mid = a\rho C_q \mid q \mid qx^2 \mid x \mid dx \tag{2.91}$$

Alors, en intégrant sur la longueur L correspondant à la partie cylindrique, on obtient le moment de tangage quadratique $dm_{q|q|}$:

$$\int_{-L/2}^{L/2} dm_{q|q|} = -\,2a\rho C_q \mid q \mid q \int_0^{L/2} x^3 dx \tag{2.92}$$

avec $C_q = 1$ pour une plaque plane. Ce qui donne

$$m_{q|q|} = \frac{1}{32} a\rho \mid q \mid qL^4 \tag{2.93}$$

Or, on a

$$m_{q|q|} = M_{q|q|} \mid q \mid q \tag{2.94}$$

Alors, la quantité $M_{q|q|}$ est donnée par :

$$M_{q|q|} = \frac{1}{32} a\rho L^4 \tag{2.95}$$

-Calcul de moment de lacet quadratique : On effectue un raisonnement analogique pour le lacet. Soit $df_{r|r|}$ un élément de force causé par le mouvement de lacet. Un élément de surface dS_r situé

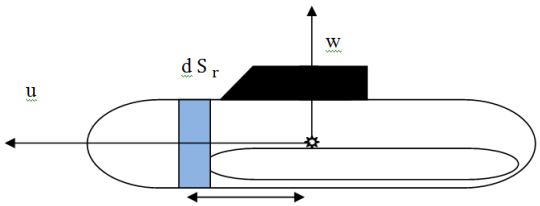


FIGURE 2.14 – schéma du moment de traînée de lacet.

à une longueur x du centre de rotation à une vitesse linéaire rx On peut écrire :

$$df_{r|r|} = \frac{1}{2} \rho C_r \mid r \mid rx^2 dS_r \tag{2.96}$$

où C_r désigne le coefficient de traînée de lacet et $dS_r = 2adx$, alors

$$df_r = a\rho C_r \mid r \mid rx^2 dx \tag{2.97}$$

Considérant un élément de lacet $dn_{r|r|}$ on a :

$$dn_{r|r|} = df_{r|r|} \mid x \mid = a\rho C_r \mid r \mid rx^2 \mid x \mid dx \tag{2.98}$$

Alors, en intégrant sur la longueur L correspondant à la partie cylindrique, on obtient le moment de tangage quadratique $dn_{r|r|}$:

$$\int_{-L/2}^{L/2} dn_{r|r|} = 2a\rho C_r \mid r \mid r \int_0^{L/2} x^3 dx \tag{2.99}$$

avec $C_r = 1$ pour une plaque. Ce qui donne

$$n_{r|r|} = \frac{1}{32} a\rho \mid r \mid r L^4 \tag{2.100}$$

Or, on a

$$n_{r|r|} = N_{r|r|} \mid r \mid r \tag{2.101}$$

Alors, la quantité $N_{r|r|}$ est donnée par :

$$N_{r|r|} = \frac{1}{32} a\rho L^4 \tag{2.102}$$

Le tableau suivant regroupe tous les coefficients hydrodynamiques d'amortissement.

Variable	X_{uu}	Y_{vv}	Z_{ww}	K_{pp}	M_{qq}	N_{rr}
Expression	4.98	1.9226	4.98	0	0.101	0.101

TABLE 2.4 – Paramètres hydrodynamiques d'amortissement

2.4 Conclusion

En introduisant une paramétrisation géométrique, cinématique et dynamique et en décrivant les forces-moments agissant sur le système, ce chapitre présente la construction complète du modèle dynamique du ROV-Observer. Moyennant le formalisme Newton-Euler les relations entre les forces et les variables généralisées ont été établies par rapport au référentiel terrestre (qui peut être attaché à un engin émergé, un bateau par exemple) mais qui sont exprimées dans le repère local. Ces équations de la dynamique incluent des études sur des phénomènes hydrodynamiques tels que les masses et les inerties ajoutées, les frottements hydrodynamiques ou encore la poussée

d'Archimède. La modélisation de la poussée d'actionneur a été aussi étudiée. Ainsi une partie d'identification des coefficients hydrodynamiques en utilisant quelques approches géométriques a été achevée. Les résultats de ce chapitre vont être exploités pour étudier des problèmes liés à la stabilité et à la stabilisation de cet engin sous-marin.

Chapitre 3

Problème de stabilité et commande instationnaire associée

3.1 Introduction

Les problèmes de stabilité et de stabilisation occupent une place importante en théorie du contrôle et en automatique. La théorie du contrôle, au carrefour des mathématiques et de l'automatique, s'efforce d'apporter des résultats et des méthodes permettant de comprendre, d'analyser et de résoudre les problèmes associés à des systèmes contrôlés. Ces systèmes ont des variables qui permettent d'influencer sa dynamique et qui peuvent être ajustées par un opérateur ou un processus automatisé. Les domaines d'application sont essentiellement ceux de l'automatique : c'est-à-dire la synthèse de lois de commande pour des processus provenant de différents domaines applicatifs comme la robotique, les sciences du vivant (régulation de populations), l'automobile, l'électronique etc... L'un des objectifs de l'automatique est de construire un contrôle suffisamment régulier pour être utilisable en pratique. En ce qui concerne les systèmes linéaires, de nombreux outils performants permettent de construire un tel contrôle. En effet, la stabilité au sens de Lyapunov est bien maîtrisée pour les systèmes linéaires. Par contre, la stabilité des systèmes non linéaires reste encore largement inconnue dans l'industrie, bien que des techniques de linéarisation permettent d'obtenir dans certains cas de bons résultats. Dans le domaine du non linéaire, ces systèmes sont de dimension supérieure et caractérisés par leur complexité, et ils ne sont pas totalement stabilisables par des retours d'état statiques stationnaires et continus [13]. Cette anomalie a conduit naturellement de nombreux auteurs à considérer d'autres types de retours d'états

stabilisants. Dans ces travaux [77], Prestero a développé un modèle dynamique non linéaire du REMUS. A partir d'un modèle linéaire pour l'immersion du véhicule, il fait l'implantation d'une commande PID par retour d'état pour contrôler la profondeur et le tangage du robot. G. Bartolini et al. [33] ont développé un simulateur basé sur les caractéristiques d'un robot existant (Roby), constitué d'une base sphérique, et commandé par quatre propulseurs. La commande est réalisée par un algorithme très simple, constitué d'un simple correcteur PD, et prend en compte un modèle simplifié du système (pas de phénomène hydrodynamique). Salgado [83], dans ses travaux de thèse, a présenté des résultats d'expérimentations en mer du véhicule Taipan. Il a étudié les régimes glissants d'ordre un en utilisant un modèle linéarisé en immersion de l'engin. La commande discontinue pour résoudre le problème de commande de positionnement dynamique, de la poursuite de trajectoire et du suivi de chemin des véhicules marins sous-actionnés, a été traité dans [35]. Les techniques de contrôle du premier ordre, de pseudo-linéarisation, de linéarisation exacte et de Backstepping, sont aussi utilisées. Ces méthodes sont appliquées avec succès sur les robots sous-marin (voir par exemple [65, 56, 98]). Néanmoins, en se basant sur les réseaux de neurones, de nouvelles commandes ont été établies (voir [2, 6, 25]). Nous entamons, dans ce chapitre le problème de stabilisation au voisinage d'un point d'équilibre d'un robot sous marin. Le thème du contrôle d'un engin sous-marin reste encore aujourd'hui un problème avec certaines difficultés : l'existence de fortes non linéarités dans la modélisation, les incertitudes sur les paramètres du modèle, les couples importants, le véhicule est sous-actionné, la difficulté pour mesurer les perturbations (courants marins, effets des vues). Nous avons prouvé que le système décrivant le robot ne peut pas être stabilisé par un retour d'état statique, instationnaire et continu. En se basant sur les propriétés des fonctions homogènes et la théorie de Lyapunov, nous proposons une commande non linéaire et instationnaire qui stabilise le Rov au voisinage de son équilibre.

3.2 Stabilisation au voisinage de l'origine

Le modèle du Rov peut s'exprimer sous la forme de deux équations. La première présente la dynamique du système dans le repère local $\mathbf{R}_v$ et la deuxième permet de faire le lien entre les vitesses locales et absolues. Donc le modèle complet du Rov peut s'écrire sous la forme compacte

suivante :

$$\begin{aligned} M\dot{\nu} + C(\nu)\nu + D(\nu)\nu + g_\nu(\eta_2) &= B_\tau \tau \\ \dot{\eta} &= J(\eta_2)\nu \end{aligned} \tag{3.1}$$

avec : M représente la matrice d'inertie totale du Rov. $C(\nu)$ représente la matrice des forces de Centrifuge et de Coriolis. $g(\eta_2)$ représente le vecteur de forces hydrostatiques. $D(\nu)$ une matrice qui regroupe les termes d'amortissements. B_τ représente la direction de la propulsion. τ représente le contrôle. $J(\eta_2)$ est la matrice de rotation.
$\nu = (\nu_1, \nu_2)^T \in \mathbb{R}^6$, $\eta = (\eta_1, \eta_2)^T \in \mathbb{R}^6$, $\tau \in \mathbb{R}^3$, $M, C, D, J \in \mathbb{R}^{6\times 6}$ et $B_\tau \in \mathbb{R}^{6\times 3}$.
$\nu_1 = (u, v, w)^T$ la vitesse linéaire du Rov par rapport au repère terrestre R_0 exprimée dans le repère local $\mathbf{R}_v$.
$\nu_2 = (p, q, r)'$ le vecteur vitesse angulaire du Rov par rapport au repère terrestre $\mathbf{R_0}$ exprimée dans le repère local $\mathbf{R}_v$.
$\eta_1 = (x, y, z)^T$ la position du Rov, plus précisément celle du centre de gravité du Rov G par rapport au repère terrestre $\mathbf{R_0}$, exprimée dans le repère terrestre $\mathbf{R_0}$.
$\eta_2 = (\phi, \theta, \psi)^T$ l'attitude du Rov par rapport au repère terrestre $\mathbf{R_0}$.

3.2.1 Obstruction du Brockett

Dans la proposition suivante on va montrer que le système (3.1) ne peut pas être stabilisable par un retour d'état statique, continu et stationaire.

Proposition 3.1 *[45] Il n'existe pas un retour d'état stationnaire et continu permettant de stabiliser asymptotiquement le système (3.1) à l'origine.*

Preuve. Soit $\epsilon = (\epsilon_1, 0_{\mathbb{R}^6})^T \in \mathbb{R}^{12}$ où $\epsilon_1 \in \mathbb{R}^6$ tel que :

$$M^{-1}(B_\tau \tau - C(\nu)\nu - D(\nu)\nu - g(\eta_2)) = \epsilon_1 \tag{3.2}$$

$$J(\eta_2)\nu = 0 \tag{3.3}$$

Alors d'après (3.3) on a : $\nu = 0$ car la matrice $J(\eta_2)$ est inversible.
D'autre part on a d'après (3.2)

$$\Gamma_p - D(\nu)\nu + g(\eta_2) = M\epsilon_1 \tag{3.4}$$

Si on prend $\epsilon_1 = (0, 0, \epsilon_0, 0, 0, 0)^T$ avec $\epsilon_0 \neq 0$, on obtient le système suivant :

$$\begin{array}{rcl} \frac{1}{m_{11}m_{55}-m_{15}^2}\{[-m_{55}(F_G - F_B) - m_{15}z_g F_G]\sin\theta + \Delta_u\tau_1\} & = & 0 \\ \frac{1}{m_{22}m_{44}-m_{24}^2}\{[m_{44}(F_G - F_B) + m_{24}z_g F_G]\cos\theta\sin\phi\} & = & 0 \\ \frac{1}{m_{33}}\{(F_G - F_B)\cos\theta\cos\phi + \tau_3\} & = & 0 \\ \frac{1}{m_{22}m_{44}-m_{24}^2}\{[-m_{24}(F_G - F_B) - m_{22}z_g F_G]\cos\theta\sin\phi\} & = & \epsilon_0 \\ \frac{1}{m_{11}m_{55}-m_{15}^2}\{[m_{15}(F_G - F_B) + m_{11}z_g F_G]\sin\theta + \Delta_q\tau_1\} & = & 0 \\ \frac{1}{m_{66}}\tau_2 & = & 0 \end{array} \tag{3.5}$$

avec $\Delta_u = m_{11}z_g - m_{15}$ et $\Delta_q = m_{55}z_g - m_{15}$.

Dans la deuxième équation, on a $m_{44}(F_G - F_B) + m_{24}z_g F_G \neq 0$, alors on obtient deux solutions : $\theta = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ou $\phi = k\pi$. Or d'après l'étude cinématique du Rov dans le deuxième chapitre, le Rov ne peut pas avoir un angle de tangage égale à $\frac{\pi}{2}$. Alors $\phi = 0$, $\phi \in]-\pi, \pi[$. Revenons maintenant à la quatrième équation, nous prouvons que $\epsilon_0 = 0$ d'ou la contradiction. Vu que le système (3.1) ne vérifie pas les conditions du Brockett et qu'il s'écrit sous forme affine, alors on sait que sa stabilisation asymptotique au voisinage d'un point désiré ne peut pas être effectuée à l'aide d'une commande stationnaire quelle soit continue ou discontinue. A cet effet, nous proposons de concevoir une loi de commande instationnaire permettant la stabilité exponentielle locale de (3.1) en se basant sur les propriétés des fonctions homogènes.

3.2.2 Commande instationnaire stabilisante à l'origine

Afin de stabiliser le système décrivant notre engin, nous proposons une loi de commande instationaire donnée par le théorème suivant.

Théorème 3.2 *[45] Soit les fonctions définies par :*

$$\begin{array}{rcl} q_d & = & -k^x x - k^u u - k^\theta\theta + \frac{k^v v + k^y y + k^\phi\phi + k^p p}{\sqrt{|v|+|y|+|\phi|+|p|}}\sin(t/\epsilon) \\ w_d & = & -k^z z \\ r_d & = & -k^\psi\psi + \sqrt{\mid v \mid + \mid y \mid + \mid \phi \mid + \mid p \mid}\sin(t/\epsilon) \end{array} \tag{3.6}$$

et on considère les retours d'état instationnaires de la forme :

$$\begin{aligned}
\tau_1 &= -(\tfrac{\delta}{\Delta_q}k^q - m_{11}d_q)q + \tfrac{\delta}{\Delta_q}k^q q_d + \tfrac{1}{\Delta_q}[m_{15}(d_u u + (F_G - F_B)\theta) - m_{11}F_G\theta] \\
\tau_2 &= -(m_{66}k^r - d_r)r + m_{66}k^r r_d) \\
\tau_3 &= -(m_{33}k^w - d_w)w + m_{33}k^w w_d - (m_{33}uq - m_{15}q^2) - (F_G - F_B)
\end{aligned} \tag{3.7}$$

avec $\delta = m_{11}m_{55} - m_{15}^2$. *Pour un choix convenable des gains* $k^x, k^y, k^z, k^p, k^q, k^r, k^\phi, k^\theta, k^\psi, k^u, k^v$ *et* k^w, *le système (3.1) est localement exponentiellement stable.*

Preuve. Afin de vérifier la notion d'homogénéité, on écrit le système au voisinage des petites angles $cos(.) \simeq 1$, $\sin(.) \simeq (.)$. On considère la dilatation suivante :

$$\Delta_\lambda^r(\nu, \eta, t) = (\lambda u, \lambda^2 v, \lambda^2 w, \lambda^2 p, \lambda q, \lambda r, \lambda x, \lambda^2 y, \lambda^2 z, \lambda^2 \phi, \lambda\theta, \lambda\psi) \tag{3.8}$$

Le système (3.1) s'écrit comme suit :

$$\begin{pmatrix} \dot{\nu} \\ \dot{\eta} \end{pmatrix} = f(\nu, \eta, \tau) + g(\nu, \eta) \tag{3.9}$$

avec : • Le vecteur f donné par

$$\begin{aligned}
f(\nu, \eta, t) &= [\tfrac{1}{m_{11}m_{55} - m_{15}^2}\{m_{55}(-d_u u - (F_G - F_B)\theta) - m_{15}(d_q q + z_g F_G\theta) + \Delta_u\tau_1\}, \\
&\quad \tfrac{1}{m_{22}m_{44} - m_{24}^2}\{-(m_{24}m_{15} + m_{44}m_{11})ur + (m_{66} - m_{55} - m_{15}m_{24})qr + m_{44}d_v v \\
&\quad -m_{24}d_p p + (m_{44}(F_G - F_B) + m_{24}z_g F_G)\phi)\}, \tfrac{1}{m_{33}}\{m_{11}uq - m_{15}q^2 - d_w w + \tau_3'\}, \\
&\quad \tfrac{1}{m_{22}m_{44} - m_{24}^2}\{(m_{24}m_{11} + m_{22}m_{15})ur + (m_{24}m_{15} - m_{22}(m_{66} - m_{55}))qr + m_{24}d_v v \\
&\quad -m_{22}d_p p - (m_{24}(F_G - F_B) + m_{22}z_g F_G)\phi\}, \tfrac{1}{m_{11}m_{55} - m_{15}^2}\{-m_{15}(-d_u u \\
&\quad -(F_G - F_B)\theta) + m_{11}(-d_q q + z_g F_G\theta) + \Delta_q\tau_1\}, \tfrac{1}{m_{66}}\{-d_r r + \tau_2\}, \\
&\quad u, v + u\psi, w + u\theta, p, q, r]^T
\end{aligned} \tag{3.10}$$

• Le vecteur g est défini par

$$\begin{aligned} g(\nu,\eta) \;=\; & [\tfrac{1}{m_{11}m_{55}-m_{15}^2}\{m_{55}(m_{22}vr - m_{33}wq - m_{24}rp) - m_{15}(-(m_{44}-m_{66})rp + m_{24}vr - m_{15}wq \\ & -(m_{11}-m_{33})wu)\}, \tfrac{1}{m_{22}m_{44}-m_{24}^2}\{m_{44}(m_{33}wp) - m_{24}(-m_{24}wp - (m_{33}-m_{22})vw)\}, \\ & \tfrac{1}{m_{33}}\{-m_{22}vp + m_{24}p^2\}, \tfrac{1}{m_{22}m_{44}-m_{24}^2}\{-m_{24}m_{33}wp + m_{22}(-m_{24}wp - m_{22})vw\}, \\ & \tfrac{1}{m_{11}m_{55}-m_{15}^2}\{-m_{15}(m_{22}vr - m_{33}wq - m_{24}rp) + m_{11}(-(m_{44}-m_{66})rp + m_{24}vr - m_{15}wq \\ & -(m_{11}-m_{33})wu)\}, \tfrac{1}{m_{66}}\{(m_{44}-m_{55})pq - (m_{22}-m_{11})uv + (m_{15}+m_{24})(vq-up)\}, \\ & (\psi+\theta\phi)v + (\psi\phi+\theta)w, \phi\theta\psi v - (\phi-\theta\psi)w, \phi v, \phi\theta q, -\phi r, \phi q]^T \end{aligned} \tag{3.11}$$

— La fonction $f(\nu,\eta,t)$ est homogène de degré zero par rapport à la dilatation Δ_λ^r. En effet, prenant par exemple la première composante de f, notée f_u, on a :

$$f_u(\nu,\eta,t) = \frac{1}{m_{11}m_{55}-m_{15}^2}\{m_{55}(-d_u u - (F_G - F_B)\theta) - m_{15}(d_q q + z_g F_G\theta) + \Delta_u\tau_1\} \tag{3.12}$$

En appliquant la dilatation Δ_λ^r dans l'equation (3.12)

$$\begin{aligned} f_u(\Delta_\lambda^r(\nu,\eta,t) =& \frac{1}{m_{11}m_{55}-m_{15}^2}\{m_{55}(-d_u\lambda u - (F_G-F_B)\lambda\theta + \lambda\Delta_u\tau_1) \\ & -m_{15}(d_q\lambda q + z_g F_G\lambda\theta)\} \\ =& \lambda f_u(\nu,\eta,t) \end{aligned} \tag{3.13}$$

— Le vecteur $g(\nu,\eta)$ est de degré strictement positif par rapport à la dilatation Δ_λ^r. En effet, prenant par exemple la première composante du vecteur g notée g_u, on a :

$$\begin{aligned} g_u(\nu,\eta) =& \frac{1}{m_{11}m_{55}-m_{15}^2}(m_{55}(m_{22}vr - m_{33}wq - m_{24}rp) - m_{15}(-(m_{44}-m_{66})rp \\ & +m_{24}vr - m_{15}wq - (m_{11}-m_{33})wu)) \end{aligned} \tag{3.14}$$

En appliquant la dilatation Δ_λ^r dans l'equation (3.14)

$$\begin{aligned} g_u(\Delta_\lambda^r(\nu,\eta,t) =& \frac{1}{m_{11}m_{55}-m_{15}^2}(m_{55}(m_{22}\lambda^3 vr - m_{33}\lambda^3 wq - m_{24}\lambda^3 rp) \\ & -m_{15}(-(m_{44}-m_{66})\lambda^3 rp + m_{24}\lambda^3 vr - m_{15}\lambda^3 wq \\ & -(m_{11}-m_{33})\lambda^3 wu)) \\ =& \lambda^3 g_u(\nu,\eta,t) \end{aligned} \tag{3.15}$$

En utilisant le théorème 6.26, on peut se restreindre à l'étude du système nominal

$$\begin{pmatrix} \dot{\nu} \\ \dot{\eta} \end{pmatrix} = f(\nu,\eta,t) \tag{3.16}$$

et il suffit de montrer que l'origine de (3.16) est localement asymptotiquement stable. Tout d'abord en remplaçant (3.7) dans (3.16), nous obtenons le système suivant :

$$\begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \\ \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_u u + \gamma_q q + \gamma_\theta \theta \\ \alpha_1 v + \alpha_2 \phi + \alpha_3 qr + \alpha_4 ur + \alpha_5 p \\ -k^w(w - w_d) \\ \beta_1 v + \beta_2 \phi + \beta_3 qr + \beta_4 ur + \beta_5 p \\ -k^q(q - q_d) \\ -k^r(r - r_d) \\ u \\ v + u\psi \\ w + u\theta \\ p \\ q \\ r \end{pmatrix} \tag{3.17}$$

avec les paramètres

$$\begin{array}{ll}
\alpha_1 = \frac{m_{44}Y_v}{\delta'} & \alpha_2 = \frac{1}{\delta'}(m_{44}(F_W - F_B) - m_{24}z_g F_G) \\
\beta_1 = \frac{1}{\delta'}m_{24}Y_v & \alpha_4 = \frac{-1}{\delta'}(m_{44}m_{11} + m_{24}m_{15}) \\
\alpha_5 = \frac{1}{\delta'}m_{24}K_p & \alpha_3 = \frac{1}{\delta'}(m_{44}m_{15} + m_{24}(m_{22} - m_{33})) \\
\beta_5 = \frac{1}{\delta'}m_{22}K_p & \beta_3 = \frac{1}{\delta'}(\, m_{24}m_{15} + m_{22}\,(m_{55} - m_{66}\,)\,) \\
\delta' = m_{22}m_{44} - m_{24}^2 & \beta_2 = \frac{1}{\delta'}(m_{24}(F_W - F_B) - m_{22}z_g F_G) \\
\gamma_u = \frac{d_u}{\delta}(\frac{\Delta_u}{\Delta_q}m_{15} - m_{55}) & \gamma_\theta = \frac{z_g F_G}{\delta}(m_{15} - \frac{m_{55}}{m_{15}}m_{11}) \\
\gamma_q = \frac{M_q}{\delta}(\Delta_u m_{11} - m_{15}) & \beta_4 = -\frac{1}{\delta'}(\, m_{24}m_{11} + m_{22}m_{15}\,)
\end{array}$$

Pour montrer que le système (3.17) est asymptotiquement stable on suppose que w, q et r sont des nouveaux contrôles variables. On pose :

$$q \triangleq q_d \tag{3.18}$$

$$w \triangleq w_d \tag{3.19}$$

$$r \triangleq r_d \tag{3.20}$$

Alors le système réduit avec les nouveaux contrôles variables est donné par :

$$\begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_u u + \gamma_q q_d + \gamma_\theta \theta \\ \alpha_1 v + \alpha_2 \phi + \alpha_3 q_d r_d + \alpha_4 u r_d + \alpha_5 p \\ \beta_1 v + \beta_2 \phi + \beta_3 q_d r_d + \beta_4 u r_d + \beta_5 p \\ u \\ v + u\psi \\ w_d + u\theta \\ p \\ q_d \\ r_d \end{pmatrix} \tag{3.21}$$

Comme f est continue, périodique et homogène de degré zéro par rapport à l'opérateur de dilatation $\Delta_\lambda^r(\nu, \eta, t)$ choisi, alors d'après la proposition de moyennisation 6.27, on peut se restreindre à montrer que l'origine du système moyennisé est asymptotiquement stable. En appliquant la

proposition 6.27, le moyennisé est donné par le système suivant :

$$\begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \\ \dot{p} \\ \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_q(-k^x x - k^u u - k^\theta \theta) + \gamma_u u + \gamma_\theta \theta \\ (\alpha_1 + \alpha_3 k^v)v + (\alpha_2 + \alpha_3 k^\phi)\phi + \alpha_3 k^\psi \psi(k^x x + k^u u + k^\theta \theta) - \alpha_4 k^\psi u\psi + \alpha_3 k^y y \\ +(\alpha_5 + \alpha_3 k^p)p \\ (\beta_1 + \beta_3 k^v)v + (\beta_2 + \beta_3 k^\phi)\phi + \beta_3 k^\psi \psi(k^x x + k^u u + k^\theta \theta) - \beta_4 k^\psi u\psi + \beta_3 k^y y \\ +(\beta_5 + \beta_3 k^p)p \\ u \\ v + u\psi \\ -k^z z + u\theta \\ p \\ -k^x x - k^u u - k^\theta \theta \\ -k^\psi \psi \end{pmatrix} \tag{3.22}$$

Dans le but de montrer que le système moyennisé (3.22) est asymptotiquement stable, On applique la technique de linéarisation au tour de zéro on obtient un système linéaire sous cette forme :

$$\begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_q(-k^x x - k^u u - k^\theta \theta) + \gamma_u u + \gamma_\theta \theta \\ (\alpha_1 + \alpha_3 k^v)v + (\alpha_2 + \alpha_3 k^\phi)\phi + \alpha_3 k^y y + (\alpha_5 + \alpha_3 k^p)p \\ (\beta_1 + \beta_3 k^v)v + (\beta_2 + \beta_3 k^\phi)\phi + \beta_3 k^y y + (\beta_5 + \beta_3 k^p)p \\ u \\ v \\ -k^z z \\ p \\ -k^x x - k^u u - k^\theta \theta \\ -k^\psi \psi \end{pmatrix} \tag{3.23}$$

On sait que si le linéarisé est asymptotiquement stable alors le système non linéaire est localement asymptotiquement stable. Donc il suffit de prouver que (3.23) est asymptotiquement stable. Comme le système est déconnecté, le problème peut être réduit à l'étude de stabilité de trois sous- systèmes :

1. Sous système S_1 :

$$\begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_q(-k^x x - k^u u - k^\theta \theta) + \gamma_u u + \gamma_\theta \theta \\ u \\ -k^x x - k^u u - k^\theta \theta, \end{pmatrix} \tag{3.24}$$

2. Sous système S_2 :

$$\begin{pmatrix} \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\alpha_1 + \alpha_3 k^v)v + (\alpha_2 + \alpha_3 k^\phi)\phi + \alpha_3 k^y y + (\alpha_5 + \alpha_3 k^p)p \\ (\beta_1 + \beta_3 k^v)v + (\beta_2 + \beta_3 k^\phi)\phi + \beta_3 k^y y + (\beta_5 + \beta_3 k^p)p \\ v \\ p \end{pmatrix} \tag{3.25}$$

3. Sous système $S_3 \equiv (z, \psi)$.

Pour les trois système il suffit de trouver les gains (k^x, k^θ, k^u), (k^p, k^ϕ, k^y, k^v) et (k^z, k^ψ) convenables pour que les trois systèmes soient stables. En effet, Les systèmes (S_1), (S_2) et (S_3) s'écrivent sous cette forme

$$\begin{cases} \dot{\xi}_1 = A_1 \xi_1 \quad avec \quad \xi_1 = (u, x, \theta)^T \\ \dot{\xi}_2 = A_2 \xi_2 \quad avec \quad \xi_2 = (v, p, y, \phi)^T \\ \dot{\xi}_3 = A_3 \xi_3 \quad avec \quad \xi_3 = (z, \psi)^T \end{cases} \tag{3.26}$$

Soit par exemple $P_\lambda(A_1)$ le polynôme caractéristique de la matrice A_1. Alors

$$P_\lambda(A_1) = -\lambda^3 - (\gamma_1 + k^\theta)\lambda^2 - (\gamma_2 + \gamma_\theta k^u)\lambda - \gamma_2 k^x \tag{3.27}$$

ou $\gamma_1 = \gamma_q k^u - \gamma_u,\ \gamma_2 = \gamma_q k^x\ et,\ \gamma_3 = \gamma_q k^\theta - \gamma_\theta$. Si on choisi, k^θ, k^u et k^x sous cette forme :

$$\begin{cases} k^\theta = -5 - \gamma_1 \\ k^u = -\frac{9}{2\gamma_3} - \frac{\gamma_2}{\gamma_3} \\ k^x = \frac{-\gamma_2(5+\gamma_1)}{\gamma_3} - \frac{2}{\gamma_3} \end{cases} \tag{3.28}$$

les valeurs propres de A_1 sont :

$$\lambda_1 = -4,\ \lambda_2 = -0.5 + 0.5i,\ \lambda_3 = -0.5 - 0.5i \tag{3.29}$$

Alors la matrice A_1 est une matrice Hurwitz c-à-dire ces valeurs propres sont à parties réelles strictement négatives. D'après le théorème 6.9, on peut conclure que le système est asymptotiquement stable.

Maintenant, il est clair que pour un choix convenable des paramètres de gain, l'origine du système (3.23) est asymptotiquement stable. Alors, l'origine du système (3.22) est localement asymptotiquement stable. Comme le système (3.21) est continu, périodique et homogène de degré zéro par rapport à la dilatation

$$\Delta^r_\lambda(u, v, p, \eta, t) = (\lambda u, \lambda^2 v, \lambda^2 p, \lambda x, \lambda^2 y, \lambda^2 z, \lambda^2 \phi, \lambda\theta, \lambda\psi, t) \tag{3.30}$$

alors, il existe $\epsilon_0 \neq 0$ tel que pour tout $\epsilon \in (0, \epsilon_0)$ l'origine du système (3.16) est localement asymptotiquement stable (voir [62] pour plus de details).

Dans la deuxième étape, la dynamique de w, q et r dans (3.16) est donnée par

$$\begin{aligned} \dot{w} &= -k^w(w - w_d) \\ \dot{q} &= -k^q(q - q_d) \\ \dot{r} &= -k^r(r - r_d) \end{aligned} \tag{3.31}$$

Les fonction w_d, q_d et r_d données par le théorème 3.2 sont continues, périodiques, différentiables par rapport à t, de classe C^1 dans $(\mathbb{R}^5 \times \mathbb{R}^4 - \{0, 0, 0, 0\}) \times \mathbf{R}$ et homogènes de degrés strictement positifs par rapport à la dilatation $\Delta^r_\lambda(\nu, \eta, t)$ dans (3.2).

Ainsi, les paramètres k^w, k^q et k^r peuvent être définis de tel sorte que les vitesses w, q et r atteignent les vitesses désirées w_d, q_d et r_d. Par conséquent, pour des valeurs larges de k^w, k^q et k^r, l'origine du système (3.16) est localement asymptotiquement stable. Alors $(\eta, \nu) = (0, 0)$ le point d'équilibre de (3.9), par rapport à la dilatation $\Delta^r_\lambda(\nu, \eta, t)$ donnée par le théorème 3.2, est localement exponentiellement stable.

3.3 Etude de robustesse de la commande

Les véhicules marins sont des systèmes non linéaires pour lesquels plusieurs paramètres du modèle sont peu ou pas connus (termes de la matrice d'amortissement, les masses ajoutées...) et sont susceptibles de varier au cours d'une mission (flottabilité, lorsque la salinité varie...). De plus, certains effets ne peuvent être intégrés correctement au modèle (effet de l'ombilical pour le contrôle semi-autonome, effets d'écoulements tourbillonnaires,...). Enfin, le véhicule est soumis à des perturbations fréquentes telles que les vagues et les chocs. Ces termes mal connus et ces perturbations ont un effet varié sur le véhicule selon leurs apparitions. Sur les petits marins (mini-ROV, mini-AUV) les approches de commande utilisées sur les véhicules à forte inertie ne suffisent pas à garantir des performances acceptables, tel que le retour rapide à la stabilité en cas de perturbation vis à vis de toutes ces perturbations qui se distinguent par :

1. Les perturbations externes (système exogène), qui sont dûes généralement à l'environnement extérieur par exemple une augmentation de la température agissent sur la viscosité de l'eau, courant d'eau varié.

2. Les perturbations internes, qui sont généralement dûes à des erreurs de modélisation et de mesures provenant des capteurs.

Dans notre cas, le Rov se déplace avec des vitesses faibles. Soit $\widetilde{g}$ un terme d'incertitude interne ou externe dû aux erreurs de modélisation ou des perturbations environnementales. En général on ne connaît pas $\widetilde{g}$ explicitement, mais certaines informations sur $\widetilde{g}$ seront nécessaires. On considère le système suivant, lié à la dynamique du Rov :

$$\dot{\xi} = F(t,\xi) + \widetilde{g}(t,\xi) \tag{3.32}$$

avec $\xi = (\nu,\eta)^T$, $F(t,\xi) = f(t,\xi) + g(t,\xi)$ ou f et g sont définies précédemment et $\widetilde{g}(t,\xi)$ est une fonction continue en t et en x.

3.3.1 Perturbation qui s'annule à l'origine

L'étude de la robustesse se ramène généralement à une étude de systèmes perturbés. L'analyse consiste à l'analyse de stabilité de l'origine du système nominal. Pour assurer cette propriété de robustesse, on montre que la connaissance de la forme explicite de la fonction de Lyapunov n'est

pas nécessaire. On suppose que l'origine est un point d'équilibre pour le système non perturbé

$$\dot{\xi} = F(t, \xi). \tag{3.33}$$

Une perturbation qui s'annule à l'origine se traduit par :

$$\widetilde{g}(t, 0) = 0. \tag{3.34}$$

On suppose que le terme de perturbation vérifie la propriété suivante :

$$\|\widetilde{g}(t, \xi)\| \leq \lambda \|\xi\| \tag{3.35}$$

où $\lambda > 0$, pour tout $t \geq 0$ et $\xi \in \Omega$ ($\Omega = \{\xi \in \mathbb{R}^{12},\ \|\xi\| \leq a,\ a > 0\}$).

Proposition 3.3.1 *Sous les hypothèses,*

i) l'origine est asymptotiquement stable pour le système nominal

$$\dot{\xi} = F(t, \xi) \tag{3.36}$$

ii) le terme de perturbation satisfait l'inégalité (3.35),

alors l'origine du système (3.32) reste asymptotiquement stable.

Preuve. Par hypothèse l'origine est asymptotiquement stable pour le système $\dot{\xi} = F(t, \xi)$, en utilisant le théorème de Lyapunov [50], il existe une fonction de Lyapunov $V(t, \xi)$ satisfaisant

i) $c_1\|\xi\|^2 \leq V(t, \xi) \leq c_2\|\xi\|^2$

ii) La dérivée de $V(t, \xi)$ le long du système nominal $\dot{\xi} = F(t, \xi)$ satisfait

$$\dot{V}(t, \xi) = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial \xi} F(t, \xi) \leq -c_3\|\xi\|^2$$

iii) $\|\frac{\partial V}{\partial \xi}\| \leq c_4\|\xi\|$

avec c_1, c_2, c_3 et c_4 sont des constantes positives. En dérivant cette même fonction de Lyapunov le long des trajectoires du système perturbé (3.32), on obtient :

$$\begin{aligned}\dot{V}(t,\xi) &= \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial \xi}F(t,\xi) + \frac{\partial V}{\partial \xi}\widetilde{g}(t,\xi) \\ &\leq -c_3\|\xi\|^2 + \|\frac{\partial V}{\partial \xi}\|\|\widetilde{g}(t,\xi)\| \\ &\leq -c_3\|\xi\|^2 + \lambda c_4\|\xi\|^2 \\ &\leq -(c_3 - \lambda c_4)\|\xi\|^2\end{aligned}$$

En choisissant $\lambda < \frac{c_3}{c_4}$, alors le système perturbé est asymptotiquement stable.

3.3.2 Perturbation qui ne s'annule pas à l'origine

Nous allons étudier maintenant le cas le plus général où la perturbation ne s'annule pas à l'origine. Autrement dit, l'origine $x = 0$ n'est pas un point d'équilibre du système perturbé (3.32). Rappelons que dans la littérature, des conditions suffisantes sur le terme de perturbation ont été proposé dans le cas d'une stabilité asymptotique et exponentielle d'un système non autonome perturbé [50]. Notre analyse se basera sur l'hypothèse que l'origine est un point d'équilibre du système nominal vérifiant la stabilité asymptotique du système non perturbé. Nous procéderons à introduire les conditions sur le terme de perturbation afin d'aboutir à la stabilité asymptotique.

Proposition 3.3.2 *Sous les hypothèses,*

i) l'origine est asymptotiquement stable pour le système nominal

$$\dot{\xi} = F(t,\xi) \tag{3.37}$$

ii) le terme de perturbation $\widetilde{g}(t,\xi)$ est borné en (t,ξ). Il existe $\delta > 0$, tel que pour tout $(t,\xi) \in \mathbb{R}_+ \times \Omega$,

$$\|\widetilde{g}(t,x)\| \leq \delta$$

l'origine du système (3.32) est asymptotiquement stable.

Preuve. Par hypothèse l'origine est asymptotiquement stable pour le système nominal $\dot{\xi} = F(t,\xi)$, en utilisant le théorème de Lyapunov [50], il existe une fonction de Lyapunov $W(t,\xi)$ satisfaisant

i) $d_1\|\xi\|^2 \leq W(t,\xi) \leq d_2\|\xi\|^2$

ii) La dérivée de $W(t,\xi)$ le long du système nominal $\dot{\xi} = F(t,\xi)$ satisfait

$$\dot{W}(t,\xi) = \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial W}{\partial \xi}F(t,\xi) \leq -d_3\|\xi\|^2$$

iii) $\|\frac{\partial W}{\partial \xi}\| \leq d_4\|\xi\|$

avec d_1, d_2, d_3 et d_4 sont des constantes positives. En dérivant cette même fonction de Lyapunov le long des trajectoires du système perturbé (3.32), on obtient :

$$\begin{aligned}
\dot{W}(t,\xi) &= \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial W}{\partial \xi}F(t,\xi) + \frac{\partial W}{\partial \xi}\widetilde{g}(t,\xi) \\
&\leq -d_3\|\xi\|^2 + \|\frac{\partial W}{\partial \xi}\|\|\widetilde{g}(t,\xi)\| \\
&\leq -d_3\|\xi\|^2 + \delta d_4\|\xi\| \\
&\leq -(1-\theta)d_3\|\xi\|^2 - \theta d_3\|\xi\|^2 + \delta d_4\|\xi\|, \quad 0 < \theta < 1 \\
&\leq -(1-\theta)d_3\|\xi\|^2, \quad \forall\ \|\xi\| \geq \frac{\delta d_4}{d_3\theta}
\end{aligned}$$

On a $(1-\theta)d_3 > 0$, alors le système perturbé est asymptotiquement stable.

3.3.3 Résultats de simulation

Dans cette partie nous présentons des simulations numériques de la convergence dés états vers l'origine au moyen des commandes développées. Les caractéristiques du Rov sont données dans par les tableaux 2.1, 2.2, 2.3 et 2.4.

— Les gains de la commande :

$$\begin{array}{llll}
k^x = 5 & k^y = 10 & k^z = 10 & k^p = 10 \\
k^q = 10 & k^r = 2.5 & k^\phi = 10 & k^\theta = 5 \\
k^\psi = 10 & k^u = 5 & k^v = 10 & k^w = 1
\end{array}$$

— La position initiale du centre de gravité du Rov :

$$[u,v,w,p,q,r,x,y,z,\phi,\theta,\psi]^T(0) = [0.3,0,0,0,0,0,0.5,-0.5,0.2,0.,0,0.1]^T.$$

Les commandes obtenues pour stabiliser le Rov sont des lois polynomiales instationnaires et homogènes de degrés positifs par rapport à la dilatation $\Delta_\lambda^r(\nu, \eta, t)$.

1. Commande de stabilisation :

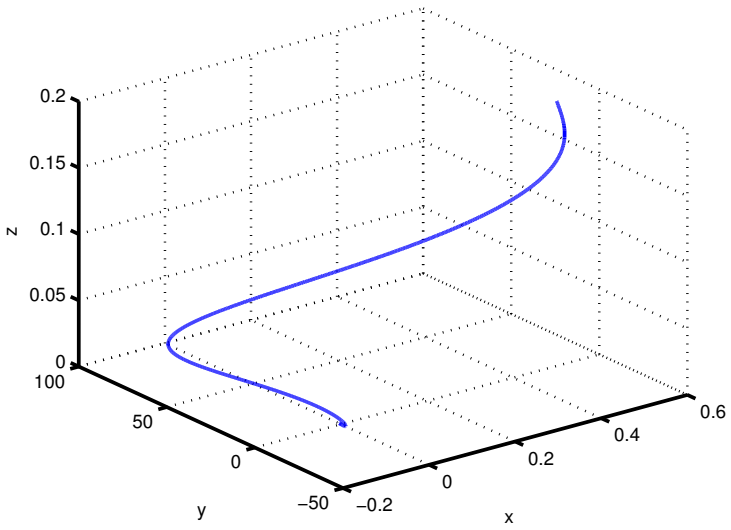


FIGURE 3.1 – Trajectoire du Rov en trois dimensions.

La courbe 3.1 représente la trajectoire stabilisante du Rov en trois dimensions. La position initiale du Rov est $(x = 0.5, y = -0.5, z = 0.2)$. La figure 3.1, montre la trajectoire effectuée par le Rov afin qu'il puisse stationner à la position $(x, y, z) = 0$ et $(\phi, \theta, \psi) = 0$.

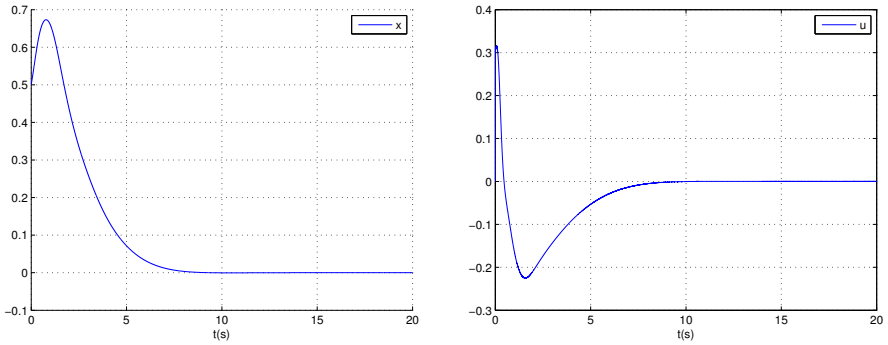


FIGURE 3.2 – Évolution en fonction du temps de la position x (m) et la vitesse d'avancement u (m/s).

La courbe 3.2 représente le comportement du Rov selon l'axe des X afin d'atteindre une position désirée $x_d = 0$ ainsi que le comportement associé de la vitesse linéaire u.

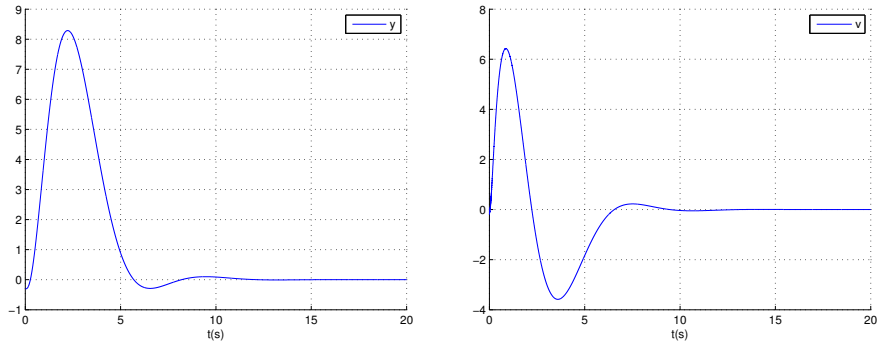


FIGURE 3.3 – Évolution en fonction du temps de la position y (m) et la vitesse de glissement v (m/s).

La courbe 3.3 représente le comportement du Rov selon l'axe latéral afin d'atteindre une position désirée $y_d = 0$ ainsi que le comportement associé de la vitesse linéaire v.

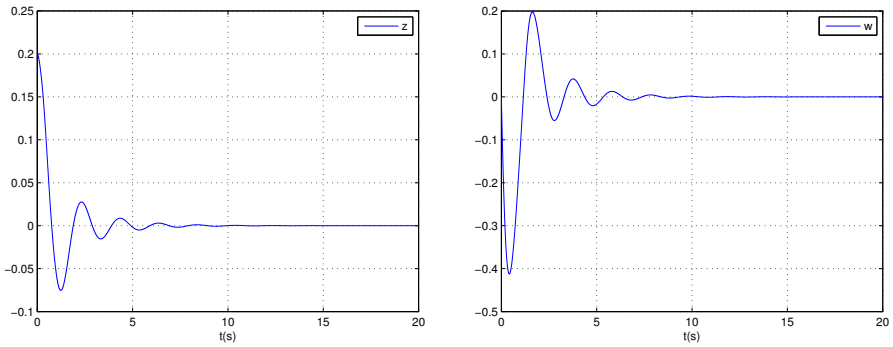


FIGURE 3.4 – Évolution en fonction du temps de la position z (m) et la vitesse de descente w (m/s).

La courbe 3.4 représente le comportement du mouvement d'altitude du Rov selon l'axe des Z afin d'atteindre une altitude désirée $z_d = 0$ ainsi que le comportement de la vitesse linéaire w associé.

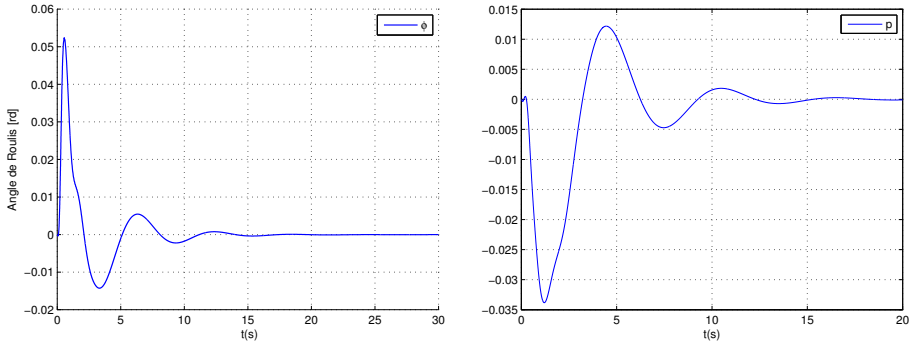


FIGURE 3.5 – Évolution en fonction du temps de l'angle ϕ (deg) et la vitesse p de roulis.

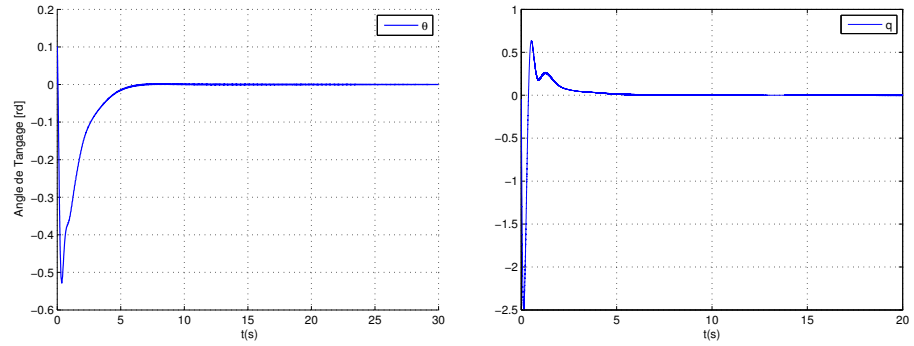


FIGURE 3.6 – Évolution en fonction du temps de l'angle θ (deg) et la vitesse q de tangage.

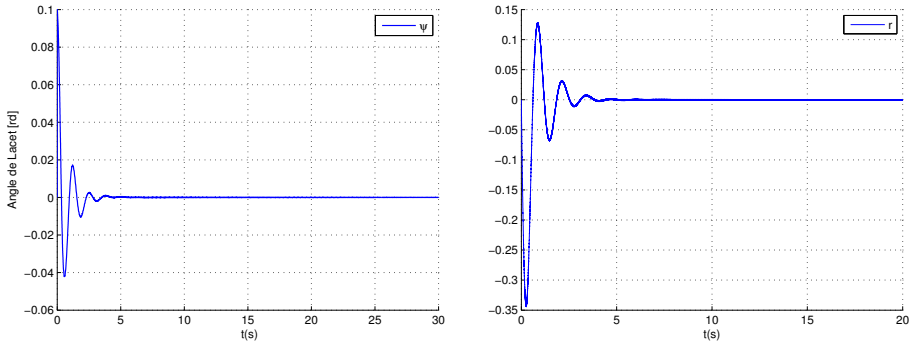


FIGURE 3.7 – Évolution en fonction du temps de l'angle ψ (deg) et la vitesse r de lacet.

Les courbes (3.5), (3.6) et (3.7) représentent le comportement des trois angles de rotations autour les trois axes ainsi que leur vitesses associées. On remarque que l'angle de lacet ψ, l'angle de tangage θ et l'angle de roulis ϕ convergent vers un voisinage du zéro dans moins

de 10 secondes. De même pour les vitesses de tangage q, lacet r et roulis p convergent vers zéro au bout d'un temps inférieur à 10 secondes.

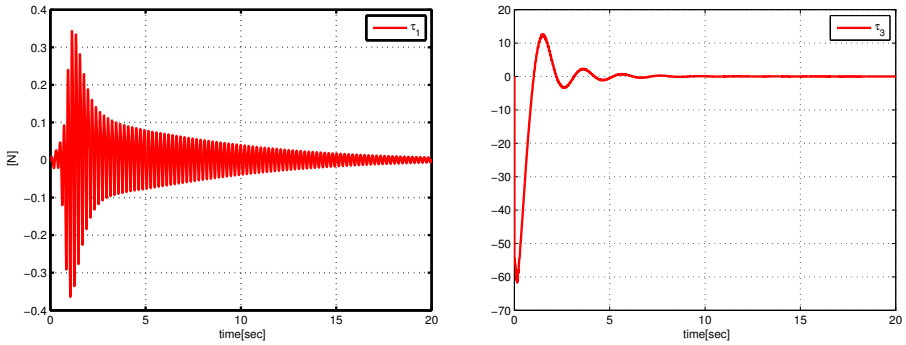


FIGURE 3.8 – Présentation du comportement de commande τ_1 et τ_3.

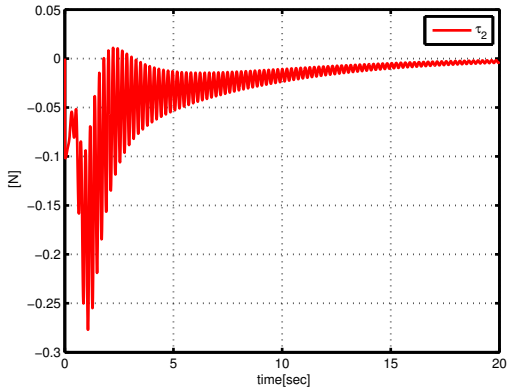


FIGURE 3.9 – Présentation du comportement de commande τ_2.

La courbe (3.8), représente les commandes stabilisantes τ_1 et τ_2 nécessaires pour atteindre la position d'équilibre. La valeur maximale pour τ_1 est de $0.3N$ et celle de τ_3 est de $60N$. Elles convergent vers zéro au bout d'un temps de $20s$. L'évolution de la commande τ_2 est donnée par la figure 3.9.

Nous remarquons que les états directement contrôlés convergent plus rapides que les états non commandés directement. Prenons par exemple, les figures 3.6 et 3.7, la vitesse de tangage q et la vitesse de lacet r convergent vers zéro au bout de 5 secondes. Par contre la vitesse de glissement v et la vitesse de roulis p convergent vers zéro après 10 secondes (Figure 3.3 et 3.5).

2. Robustesse ($\widetilde{g}(t,0)=0$) :

   Dans cette partie nous présentons des simulations numériques confirmant la robustesse de commande développée. Nous supposons dans un premier temps que le terme de perturbation $\widetilde{g}$ s'annule à l'origine tel que :

$$\widetilde{g}(t,\xi) = k_1 \mid \xi \mid \sin(\omega t)$$

   avec k_1 est une constante. D'après les figures 3.10, 3.11, 3.12, 3.13, 3.14 et 3.15, il est claire que tous les états du modèle du Rov convergent vers un voisinage de zéro. La loi de commande est robuste par rapport aux perturbations de type $\widetilde{g}$.

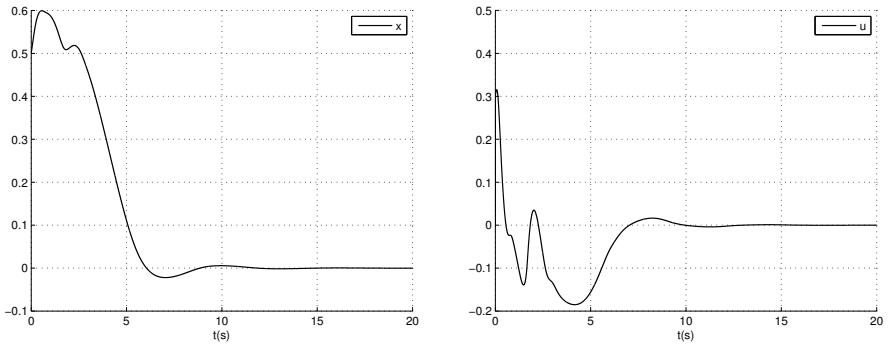


FIGURE 3.10 – Évolution en fonction du temps de la position x (m) et la vitesse d'avancement u (m/s) en présence de perturbation $\widetilde{g}$

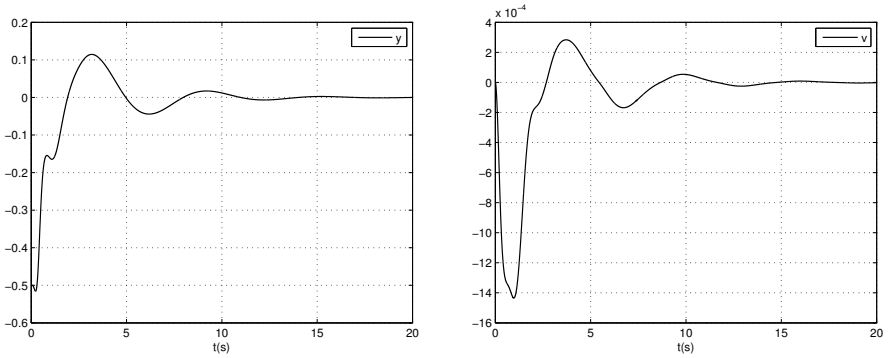


FIGURE 3.11 – Évolution en fonction du temps de la position y (m) et la vitesse de glissement v (m/s) en présence de perturbation $\widetilde{g}$

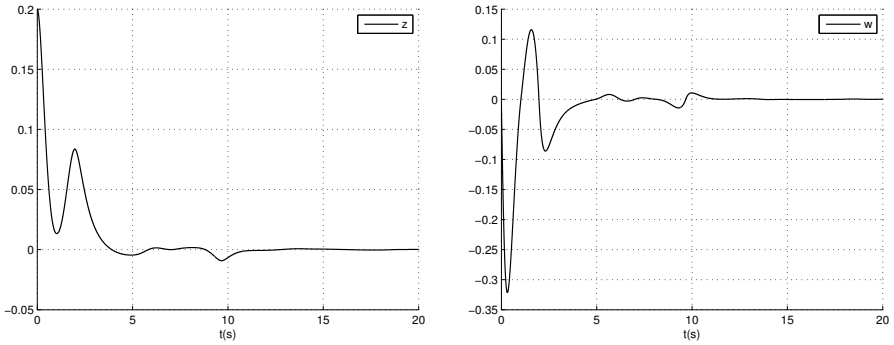


FIGURE 3.12 – Évolution en fonction du temps de la position z (m) et la vitesse de descente w (m/s) en présence de perturbation $\widetilde{g}$.

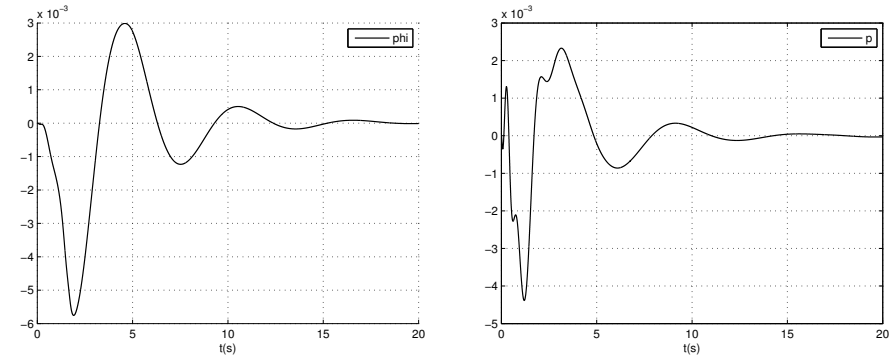


FIGURE 3.13 – Évolution en fonction du temps de l'angle ϕ (deg) et la vitesse p de roulis en présence de perturbation $\widetilde{g}$.

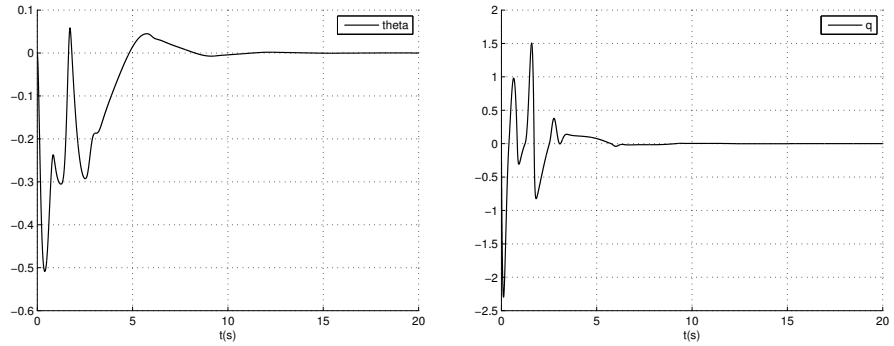


FIGURE 3.14 – Évolution en fonction du temps de l'angle θ (deg) et la vitesse q de tangage en présence de perturbation $\widetilde{g}$.

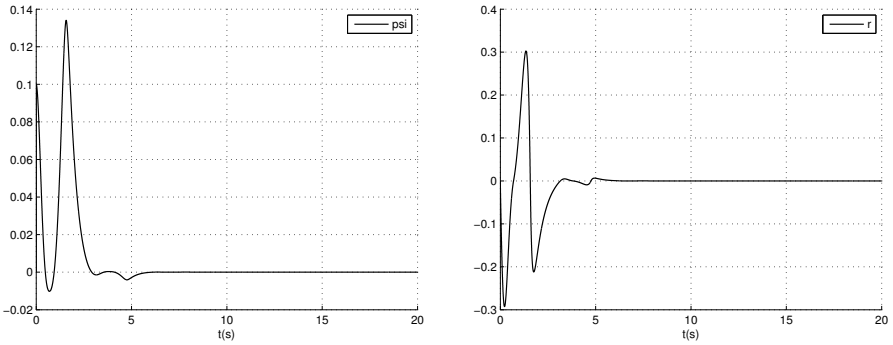


FIGURE 3.15 – Évolution en fonction du temps de l'angle ψ (deg) et la vitesse r de lacet en présence de perturbation $\widetilde{g}$.

On remarque que ce type de perturbation $\widetilde{g}$ retarde la convergence des états du Rov vers zéro. Par exemple : en absence de perturbation la position x et sa vitesse associée (Figure 3.2) convergent en 5 secondes, par contre en présence de perturbation elles convergent après 10 secondes (Figure 3.10).

3. Robustesse ($\widetilde{g}(t,0) \neq 0$) :

   Nous présentons maintenant le cas ou la perturbation qui ne s'annule pas à l'origine mais elle est bornée de type :

$$\widetilde{g}(t) = \frac{k_2 \sin(\omega t)}{t^3 + 1} \tag{3.38}$$

   avec k_2 est une constante. D'après les figures 3.16, 3.17, 3.18, 3.19, 3.20 et 3.21, il est claire que tous les états du modèle du Rov convergent vers un voisinage de zéro. La loi de commande est robuste par rapport à ce type de perturbations.

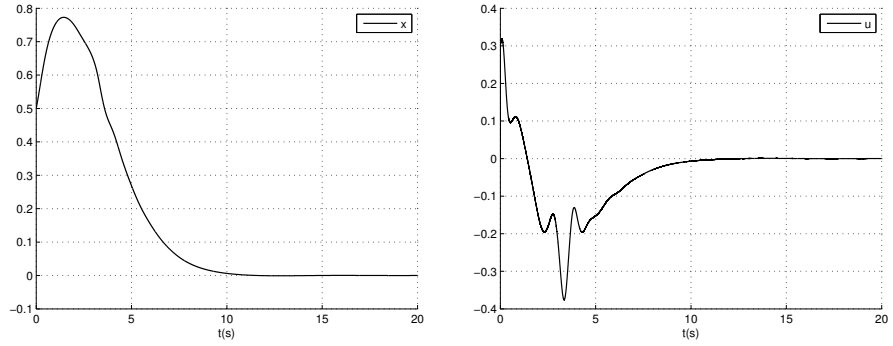


FIGURE 3.16 – Évolution en fonction du temps de la position x (m) et la vitesse d'avancement u (m/s) en présence de perturbation bornée $\widetilde{g}$.

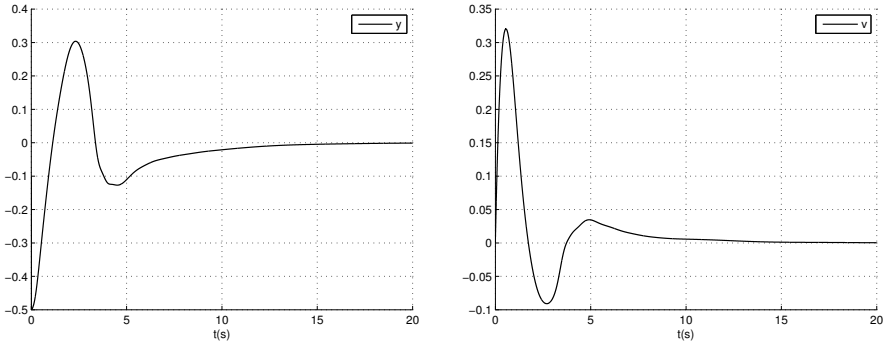


FIGURE 3.17 – Évolution en fonction du temps de la position y (m) et la vitesse de glissement v (m/s) en présence de perturbation bornée $\widetilde{g}$.

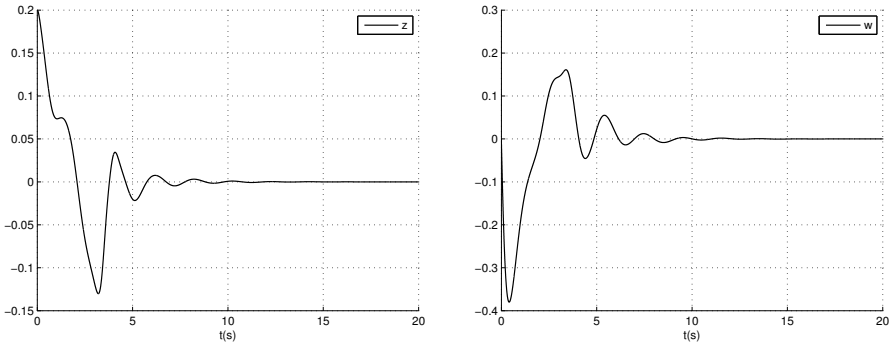


FIGURE 3.18 – Évolution en fonction du temps de la position z (m) et la vitesse de descente w (m/s) en présence de perturbation bornée $\widetilde{g}$.

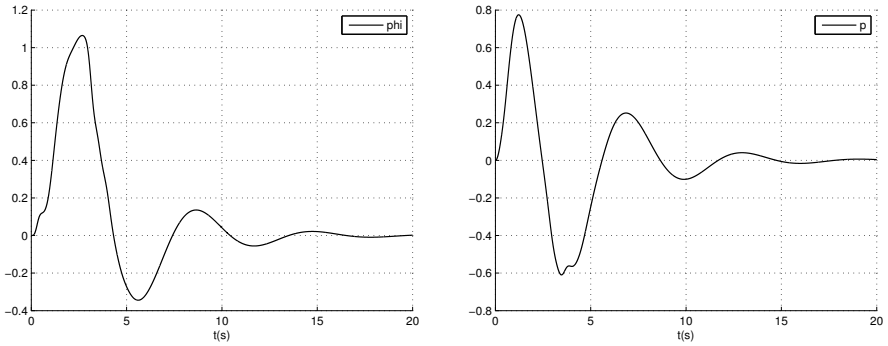


FIGURE 3.19 – Évolution en fonction du temps de l'angle ϕ (deg) et la vitesse p du roulis en présence de perturbation bornée $\widetilde{g}$.

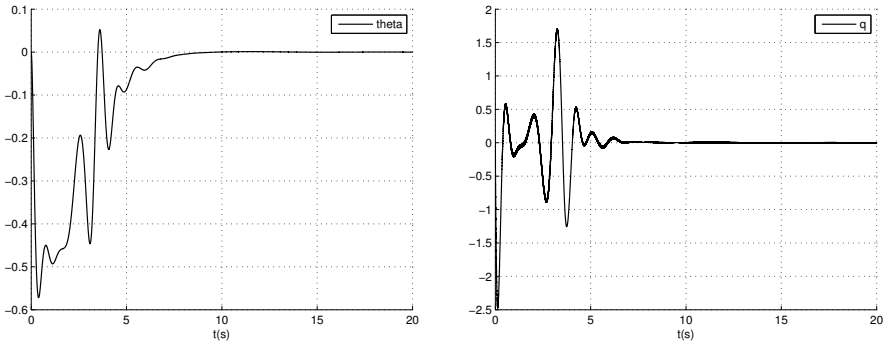


FIGURE 3.20 – Évolution en fonction du temps de l'angle θ (deg) et de la vitesse q de tangage en présence de perturbation bornée $\widetilde{g}$.

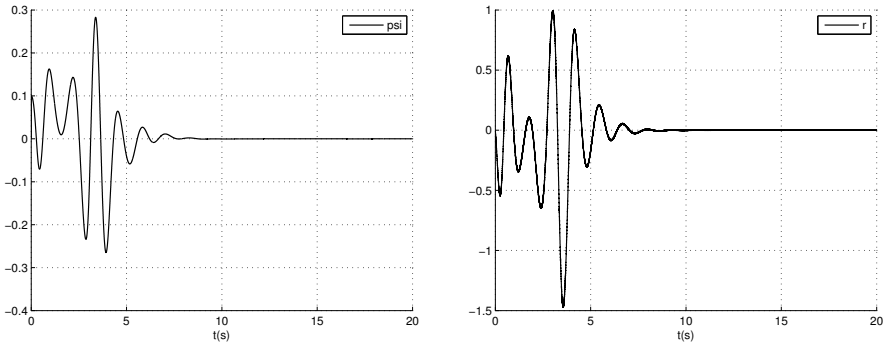


FIGURE 3.21 – Évolution en fonction du temps de l'angle ψ (deg) et de la vitesse r de lacet en présence de perturbation bornée $\widetilde{g}$.

On conclut que la commande proposée est robuste par rapport à ce type de perturbation. Elle garantie toujours la stabilité asymptotique des états avec un retard de convergence.

3.4 Conclusion

Dans cette partie on s'est intéressé à l'étude de la stabilisation du Rov au voisinage de son équilibre. Le système est fortement non linéaire et fortement couplé à 12 variables d'états et uniquement 3 entrées. C'est un système sous-actionné et ne peut pas être stabiliser via un retour d'état statique, stationnaire et continu (il ne vérifie pas la condition de stabilsation du Brockett [13]). En se basant sur la technique de moynisation et de linéarisation, nous avons élaboré des lois de commandes instationnaires et homogènes qui stabilisent le modèle du Rov au voisinage de son origine. Nous avons aussi étudié la robustesse de cette commande par rapport aux perturbations.

Chapitre 4

Problème de stabilité pour la poursuite de trajectoire de navigation

4.1 Introduction

La forte utilisation des robots dans les domaines où l'être humain ne peut pas être présent, notamment dans les sites de plongées à haut risque ou dans le cas de l'exploration marine, nécessite la mise en œuvre de lois de commande autonomes et performantes pour assurer les tâches assignées aux robots. La poursuite de trajectoire s'impose dés lors que l'on doit prendre en compte des contraintes dynamiques, c-à-d, dépendant du temps. Ces contraintes dynamiques sont de deux types : celles qui concernent l'environnement (présence d'obstacle) et celles qui concernent le système robotique (sa dynamique). A l'instar de la plupart des méthodes de navigation, la poursuite de trajectoire pose le problème de la forme de la trajectoire que le véhicule doit suivre, sachant que le véhicule marin sous-actionné n'a pas la possibilité de se déplacer en un temps optimal dans la direction sous actionnée. Nous devons dans tous les cas assurer la convergence du véhicule à sa trajectoire désirée. Par exemple, si l'on veut assurer un mouvement du robot entre deux positions dans l'espace, la démarche à suivre requiert deux étapes : tout d'abord, la planification d'une trajectoire entre ces deux positions ensuite le suivi de cette trajectoire par le robot. La poursuite de trajectoire pour un véhicule sous marin a fait l'objet de nombreuses recherches ces dernières années, en raison de l'utilisation de plus en plus fréquente en milieu dangereux ou inaccessible où l'être humain peut difficilement intervenir. Dans ces travaux [20] sur le robot sous marin "Taipan", Vincent expose une méthode de suivi de fond pour véhicule

sous-marin naviguant en environnement a priori inconnu. Elle repose sur l'adaptation de la trajectoire planifiée aux contraintes de manœuvrabilité du véhicule étudié. Un algorithme basé sur des fonctions géométriques simples et sur les courbes d'interpolation telles que les "splines cubiques semi-forcées" ou les polynômes de Hermite permet de créer un trajet adapté au véhicule. Les données bathymétriques utilisées lors de ce processus proviennent de deux sondeurs placés à l'avant du véhicule. En se basant sur la théorie de platitude, une loi de commande pour la poursuite de trajectoire d'un AUV a été introduit par [88] sur les différents plans. Il propose alors une solution partielle en assurant un suivi de trajectoire à validité locale pour chaque mode de navigation. Dans [55], la trajectoire équilibrante à été identifiée afin de construire une loi de commande qui assure la poursuite de trajectoire d'un AUV après des transformations sur le système d'erreur entre la trajectoire réelle et la trajectoire équilibrante. Le problème de poursuite d'un bateau est bien étudié dans la littérature. Citons par exemples les travaux de Fossen [30], aussi les travaux de Jiang [24, 23]. En utilisant les propriétés du système en cascade une commande discontinue ou variant dans le temps a été implémentée par [35] sur le modèle d'un bateau. Dans [79], la planification de trajectoire et la commande pour un AUV sous-actionné se déplaçant sur le plan horizontale a été étudiée, mais le modèle de force de traînée utilisé dans ce travail était linéaire par rapport aux vitesses. On s'intéresse dans ce chapitre à l'étude du problème de poursuite de trajectoire du Rov-Observer. Nous considérons que la trajectoire à poursuivre est générée par un véhicule marin virtuel de même cinématique et dynamique que le véhicule marin réel. Nous exprimons alors l'erreur dynamique résultante entre les véhicules réel et virtuel après quelques transformations, la stabilité est assurée en imposant quelques conditions sur la vitesse du véhicule.

4.2 Formulation du problème de poursuite de trajectoires

Le problème de suivi de trajectoire consiste à trouver une loi de commande en boucle fermée permettant de garantir que l'état du système converge asymptotiquement vers la trajectoire de référence. Le modèle du Rov est fortement non linéaire et il est difficile d'étudier dans sa forme (2.60). Pour faciliter l'étude du ce problème, nous avons pris les hypothèses suivantes :

1. On néglige les termes extra-diagonaux de la matrice de masse M [97].

2. Nous supposons que les signaux de références (η_r, ν_r) sont bornés ainsi que leurs dérivés par rapport au temps.

Le problème de suivi de trajectoires consiste à considérer un Rov de référence de même caractéristique que le Rov réel, avec l'état $[\eta_r, \nu_r]^T$, doit être suivi par le Rov réel (voir figure 4.1). c-à-d, chaque état du modèle converge vers l'état de référence.

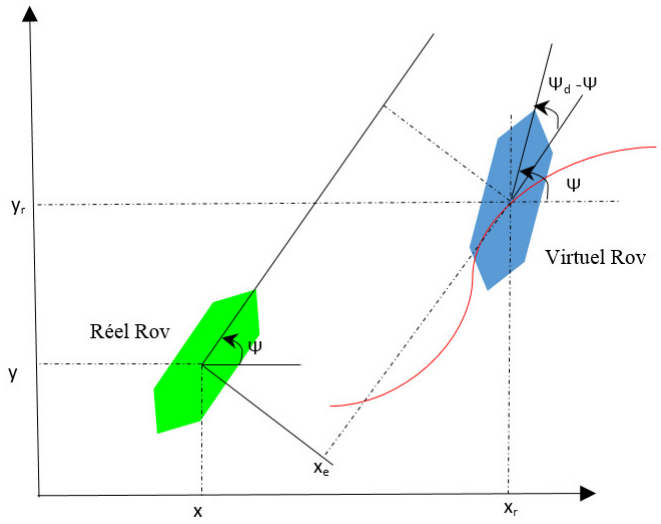


FIGURE 4.1 – Rov sous-actionné : problème de poursuite de trajectoires

4.2.1 Système d'erreur issu de la cinématique

Afin de simplifier l'écriture du modèle de poursuite, nous définissons les variables d'erreurs suivantes :

— Le vecteur d'erreur en position :

$$\eta_{1e} = \eta_1 - \eta_{1r} = \begin{pmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - x_r \\ y - y_r \\ z - z_r \end{pmatrix} \tag{4.1}$$

— Le vecteur d'erreur en altitude :

$$\eta_{2e} = \eta_2 - \eta_{2r} = \begin{pmatrix} \phi_e \\ \theta_e \\ \psi_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi - \phi_r \\ \theta - \theta_r \\ \psi - \psi_r \end{pmatrix} \tag{4.2}$$

— Le vecteur d'erreur en vitesse linéaire :

$$\nu_{1e} = \nu_1 - \nu_{1r} = \begin{pmatrix} u_e \\ v_e \\ w_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u - u_r \\ v - v_r \\ w - w_r \end{pmatrix} \tag{4.3}$$

— Le vecteur d'erreur en vitesse angulaire :

$$\nu_{2e} = \nu_2 - \nu_{2r} = \begin{pmatrix} p_e \\ q_e \\ r_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p - p_r \\ q - q_r \\ r - r_r \end{pmatrix} \tag{4.4}$$

Notons que la cinématique du Rov et sa référence sont données par :

$$\begin{cases} \dot{\eta}_1 = J_1(\eta_2)\nu_1 \\ \dot{\eta}_2 = J_2(\eta_2)\nu_2 \end{cases}, \quad \begin{cases} \dot{\eta}_{1r} = J_1(\eta_{2r})\nu_{1r} \\ \dot{\eta}_{2r} = J_2(\eta_{2r})\nu_{2r} \end{cases} \tag{4.5}$$

En tenant compte du système (4.5), le système d'erreur s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{\eta}_{1e} = J_1(\eta_2)\nu_1 - J_1(\eta_{2r})\nu_{1r} \\ \dot{\eta}_{2e} = J_2(\eta_2)\nu_2 - J_2(\eta_{2r})\nu_{2r} \end{cases} \tag{4.6}$$

En remplaçant l'expression de (ν_{1e}, ν_{2e}) dans le système (4.6) on obtient la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\eta}_{1e} = J_1(\eta_2)\nu_{1e} + \mu_1 \\ \dot{\eta}_{2e} = J_2(\eta_2)\nu_{2e} + \mu_2 \end{cases} \tag{4.7}$$

avec μ_1 et μ_2 deux termes de références tel que :

$$\mu_1 = (J_1(\eta_2) - J_1(\eta_{2r}))\nu_{1r} \tag{4.8}$$

$$\mu_2 = (J_2(\eta_2) - J_2(\eta_{2r}))\nu_{2r} \tag{4.9}$$

En générale, On dit que le robot suit sa trajectoire de référence l'lorsque son vecteur de position et son attitude converge vers la position et l'attitude désirée. Donc le problème de poursuite de trajectoire pour la cinématique est un problème de stabilisation du modèle d'erreur (4.7) en zéro.

4.2.2 Système d'erreur issu de la dynamique

En conservant les mêmes notations données dans le système d'erreur cinématique, l'équation dynamique d'erreur s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned}
\dot{u}_e &= \tfrac{1}{m_{11}}\{m_{22}(v_e+v_r)(r_e+r_r) - m_{33}(w_e+w_r)(q_e+q_r) - d_u(u_e+u_r) \\
&- (F_G-F_B)s(\theta_e+\theta_r) + \tau_1\} - \dot{u}_r \\
\dot{v}_e &= \tfrac{1}{m_{22}}\{m_{33}(w_e-w_r)(p_e+p_r) - m_{11}(u_e+u_r)(r_e+r_r) - d_v(v_e+v_r) \\
&+ (F_G-F_B)(\theta_e+\theta_r)s(\phi_e+\phi_r)\} - \dot{v}_r \\
\dot{w}_e &= \tfrac{1}{m_{33}}\{m_{11}(u_e+u_r)(q_e+q_r) - m_{22}(v_e+v_r)(p_e+p_r) - d_w(w_e-w_r) \\
&+ (F_G-F_B)c(\theta_e+\theta_r)c\phi_e+\phi_r) + \tau_3\} - \dot{w}_r \\
\dot{p}_e &= \tfrac{1}{m_{44}}\{-(m_{66}-m_{55})(q_e+q_r)(r_e+r_r) - (m_{33}-m_{22})(v_e+v_r)(w_e-w_r) \\
&- d_p(p_e+p_r) - z_g F_W c(\theta_e+\theta_r)s\phi_e+\phi_r)\} - \dot{p}_r \\
\dot{q}_e &= \tfrac{1}{m_{55}}\{-(m_{44}-m_{66})(r_e+r_r)(p_e+p_r) - (m_{11}-m_{33})(w_e-w_r)(u_e+u_r) \\
&- d_q(q_e+q_r) + z_g F_W s(\theta_e+\theta_r)\} - \dot{q}_r \\
\dot{r}_e &= \tfrac{1}{m_{66}}\{(m_{44}-m_{55})(p_e+p_r)(q_e+q_r) - (m_{22}-m_{11})(u_e+u_r)(v_e+v_r) \\
&- d_r(r_e+r_r) + \tau_2\} - \dot{r}_r
\end{aligned} \tag{4.10}$$

On dit que la dynamique du Rov suit une dynamique de référence lorsque la différence entre le vecteur vitesse du Rov réel et la vitesse désirée converge vers zéro. Le problème de poursuite pour la dynamique du Rov est un problème de stabilisation du modèle d'erreur (4.10) en zéro. La résolution de problème de poursuite du Rov revient à trouver une loi de commande qui assure la convergence de l'erreur en position et l'erreur en vitesse vers un voisinage du zéro.

4.2.3 Transformation pour un premier bouclage

Pour obtenir une forme plus simple du système (4.10), nous adoptons la transformation suivante :

$$\begin{aligned}
\tau_1 = \; & m_{11}\tau_u - \{m_{22}(v_e+v_r)(r_e+r_r) - m_{33}(w_e+w_r)(q_e+q_r) - d_u(u_e+u_r) \\
& -(F_G-F_B)s(\theta_e+\theta_r)\} \\
\tau_3 = \; & m_{33}\tau_w - \{m_{11}(u_e+u_r)(q_e+q_r) - m_{22}(v_e+v_r)(p_e+p_r) - d_w(w_e-w_r) \\
& +(F_G-F_B)c(\theta_e+\theta_r)c\phi_e+\phi_r)\} \\
\tau_2 = \; & m_{66}\tau_2 - \{(m_{44}-m_{55})(p_e+p_r)(q_e+q_r) - (m_{22}-m_{11})(u_e+u_r)(v_e+v_r) - d_r(r_e+r_r)\}
\end{aligned}$$

Afin d'établir le changement de variable donné dans les équations précédentes, le système dynamique d'erreur est présenté comme suit :

$$\begin{cases} \dot{u}_e = -\dot{u}_r + \tau_u \\ \dot{v}_e = -\frac{d_v}{m_{22}} v_e - \frac{m_{11}}{m_{22}} r u_e + \varepsilon_v \\ \dot{w}_e = -\dot{w}_r + \tau_w \\ \dot{p}_e = -K_p p_e + \varepsilon_p \\ \dot{q}_e = -\frac{m_{11}-m_{33}}{m_{55}} u w_e + \varepsilon_q \\ \dot{r}_e = -\dot{r}_r + \tau_r \end{cases} \tag{4.11}$$

Les nouvelles commandes sont τ_u, τ_w et τ_r. (ε_v, ε_p, ε_q) sont des fonctions d'erreurs tel que :

$$\varepsilon_v = \frac{1}{m_{22}}\{m_{33}(w_e - w_r)(p_e + p_r) - m_{11}(r_e u_r + u_r r_r) - d_v v_r + (F_G - F_B)(\theta_e + \theta_r)s(\phi_e + \phi_r)\} - \dot{v}_r$$

$$\varepsilon_p = \frac{1}{m_{44}}\{-(m_{66} - m_{55})(q_e + q_r)(r_e + r_r) - (m_{33} - m_{22})(v_e + v_r)(w_e - w_r) - d_p p_r - z_g F_G c\theta s\phi)\} - \dot{p}_r$$

$$\varepsilon_q = \frac{1}{m_{55}}\{-(m_{44} - m_{66})(r_e + r_r)(p_e + p_r) + (m_{11} - m_{33})(u_e + u_r)w_r - d_q q_r + z_g F_G s(\theta_e + \theta_r)\} - \dot{q}_r$$

Le problème de poursuite de trajectoire du Rov se transforme en un problème de stabilisation du système d'erreur à l'origine. Le but dans cette étape est de construire les lois de commande (τ_u, τ_w, τ_r) qui assurent la convergence de l'erreur vers zéro.

$$(\eta_e, \nu_e) \to (0,0) \Rightarrow (\eta \to \eta_r, \nu \to \nu_r) \tag{4.12}$$

Dans le paragraphe suivant la technique de Backstepping est considérée, afin de converger le système d'erreur (4.7)-(4.11) vers un petit ensemble autour de zéro qui peut être réduit en utilisant une combinaison appropriée des gains de contrôleur donnés par τ_u, τ_w et τ_r.

4.3 De la stabilité à la stabilisation du système d'erreur

Compte tenu des équations cinématique et dynamique du mouvement, le problème de la poursuite pour le Rov peut être formulé comme suit Supposons que $\eta_r : [0, \infty) \longrightarrow \mathbb{R}^6$ soit une trajectoire désirée qui varie dans le temps avec ses trois premiers dérivés sont bornées. Nous allons

concevoir un contrôleur de telle sorte que tous les signaux en boucle fermée sont globalement limitées et l'erreur de suivi $\| \eta - \eta_r \|$ converge de façon exponentielle vers un voisinage de l'origine qui peut être rendue arbitrairement faible [47].

4.3.1 Commandes basées sur la technique de backstepping

La technique du backstepping pourra être appliquée pour le système (4.7)-(4.11) en 5 étapes :

Etape 1) stabilisation de η_{2e} :

On s'interesse dans cette étape au système décrit par η_{2e} avec $\nu_{2e} = (p_e, q_e, r_e)$ comme une commande auxiliaire, on introduit les variables auxiliaires suivantes :

$$\alpha_{\eta_2} = (\alpha_p, \alpha_q, \alpha_r) \equiv (p_e, q_e, r_e) \tag{4.13}$$

Soit la fonction de Lyapunov V_1 définie par :

$$V_1 = \eta_{2e}^T \eta_{2e} \tag{4.14}$$

La dérivée de la fonction (4.14) par rapport au temps est donnée par :

$$\dot{V}_1 = \eta_{2e}^T (J_2(\eta_2)\nu_{2e} + \mu_2) \tag{4.15}$$

Dans le but de stabiliser l'erreur η_{2e}, on propose α_{η_2} de la forme suivante :

$$\alpha_{\eta_2} = - J_2^{-1}(\eta_2)(K_3 + K_4)\eta_{2e} \tag{4.16}$$

avec K_3 et K_4 deux matrices définies positives telles que

$$K_3 = diag(k_3, k_3, k_3),\ K_4 = diag(k_4, k_4, k_4) \tag{4.17}$$

En intégrant la relation (4.16) dans l'équation de $\dot{V}_1$, alors on a :

$$\dot{V}_1 = - \eta_{2e}^T (K_3 + K_4)\eta_{2e} + \eta_{2e}^T \mu_2 \tag{4.18}$$

Les commandes p_e, q_e, r_e ne sont pas des vrais commandes, alors, nous introduisons la nouvelle variable :

$$\varpi_{\nu_2} = [\varpi_p, \varpi_q, \varpi_r]^T \equiv [p_e - \alpha_p, q_e - \alpha_q, r_e - \alpha_r]^T \tag{4.19}$$

Alors le nouveau système d'erreur prend la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_{2e} &= -(K_3 + K_4)\eta_{2e} + J_2(\eta_2)\varpi_{\nu_2} + \mu_2 \\ \dot{\varpi}_p &= -\tfrac{K_p}{m_{44}} p_e + \varepsilon_p - \dot{\alpha}_p \\ \dot{\varpi}_q &= -\tfrac{d_q}{m_{55}} q - \tfrac{m_{11}-m_{33}}{m_{55}} u w_e + \varepsilon_q - \dot{\alpha}_q \\ \dot{\varpi}_r &= -\dot{r}_r + \tau_r - \dot{\alpha}_r \end{aligned} \tag{4.20}$$

Etape 2) stabilisation de ϖ_r et ϖ_p :

Comme α_p et α_r sont des commandes auxiliaires, on définit la fonction de Lyapunov suivante :

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}\varpi_p^2 + \frac{1}{2}\varpi_r^2 \tag{4.21}$$

La dérivée de V_2 par rapport au temps est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 =& -\eta_{2e}^T(K_3 + K_4)\eta_{2e} + \eta_{2e}^T(J_2(\eta_2)\varpi_{\nu_2} + \mu_2) + \varpi_r(-\dot{r}_r + \tau_r - \dot{\alpha}_r) \\ &+\varpi_p(-\frac{K_p}{m_{44}}(\varpi_p + \alpha_p) + \phi_e + \varepsilon_p - \dot{\alpha}_p) \\ =& -\eta_{2e}^T(K_3 + K_4)\eta_{2e} + \eta_{2e}^T\mu_2 + (s\phi t\theta\phi_e + c\phi\theta_e + \frac{s\phi}{c\theta}\psi_e)\varpi_q \\ &+(\tau_r - \dot{r}_r - \dot{\alpha}_r + c\phi t\theta\phi_e - s\phi\theta_e + \frac{c\phi}{c\theta}\psi_e)\varpi_r - \frac{K_p}{m_{44}}\varpi_p^2 + f_p\varpi_p \end{aligned} \tag{4.22}$$

avec le terme f_p est sous la forme suivante :

$$f_p \triangleq f_p(\phi_e, \alpha_p, \dot{\alpha}_p, \varepsilon_p) = -\frac{K_p}{m_{44}}\alpha_p + \phi_e + \varepsilon_p - \dot{\alpha}_p \tag{4.23}$$

Afin de stabiliser ϖ_r, soit τ_r sous la forme suivante :

$$\tau_r = -c_{1r}\varpi_r - c_{2r}\varpi_r^3 + \dot{r}_r + \dot{\alpha}_r - c\phi t\theta\phi_e + s\phi\theta_e - \frac{c\phi}{c\theta}\psi_e \tag{4.24}$$

avec c_{1r} et c_{2r} deux constantes positives. Alors en remplaçant l'expression (4.24) de τ_r dans (4.22), nous obtenons

$$\begin{aligned}\dot{V}_2 =& -\eta_{2e}^T(K_3+K_4)\eta_{2e} + \eta_{2e}^T\mu_2 + (s\phi t\theta\phi_e + c\phi\theta_e + \frac{s\phi}{c\theta}\psi_e)\varpi_q \\ & -c_{1r}\varpi_r^2 - c_{2r}\varpi_r^4 - \frac{K_p}{m_{44}}\varpi_p^2 + f_p\varpi_p \end{aligned} \tag{4.25}$$

Etape 3) Stabilisation de la position η_{1e} :

On suppose que u_e, v_e et w_e sont des entrées variables. On pose le vecteur auxiliaire suivant :

$$\alpha_{\nu_1} = (\alpha_{u1}, \alpha_v, \alpha_{w1})^T \equiv (u_e, v_e, w_e)^T \tag{4.26}$$

Dans le but de stabiliser le vecteur d'erreur η_{1e}, on suppose que le vecteur auxiliaire a l'expression suivante :

$$(\alpha_{u1}, \alpha_v, \alpha_{w1})^T = -J_1(\eta_2)^T((K_1+K_2)\eta_{1e}) \tag{4.27}$$

avec K_1 et K_2 deux matrices définies positives telles que

$$K_1 = diag(k_1, k_1, k_1), \;\; K_2 = diag(k_2, k_2, k_2)$$

En appliquant la commande auxiliaire (4.27), l'erreur en position est présentée par l'équation (4.28) :

$$\dot{\eta}_{1e} = -(K_1+K_2)\eta_{1e} + \mu_1 \tag{4.28}$$

Etape 4) stabilisation de (v_e, q_e) :

On ne peut pas commander directement la dynamique latérale et la dynamique du mouvement de tangage. Alors, on va utiliser u_e et w_e comme des commandes virtuelles pour stabiliser v_e et q_e. On pose :

$$\varpi_u \equiv u_e - \alpha_u, \; \varpi_w \equiv w_e - \alpha_w, \; \varpi_v \equiv v_e - \alpha_v \tag{4.29}$$

Le système décrivant ϖ_v et ϖ_q est donné par les deux équations suivantes :

$$\dot{\varpi}_v = -\frac{d_v}{m_{22}} v_e - \frac{m_{11}}{m_{22}} r u_e + \varepsilon_v - \dot{\alpha}_v \tag{4.30}$$

$$\dot{\varpi}_q = -\frac{d_q}{m_{55}} q_e - \frac{m_{11}-m_{33}}{m_{55}} u w_e + \varepsilon_q - \dot{\alpha}_q \tag{4.31}$$

On considère une deuxième variable auxiliaire définie par :

$$u_{e,v} \triangleq c_v r \varpi_v = \alpha_{u2} \tag{4.32}$$

$$w_{e,q} \triangleq c_u u \varpi_q = \alpha_{w2} \tag{4.33}$$

En tenant compte des relations (4.27), (4.32) et (4.33) on définit :

$$\alpha_u = \alpha_{u1} + \alpha_{u2} \tag{4.34}$$

$$\alpha_w = \alpha_{w1} + \alpha_{w2} \tag{4.35}$$

Maintenant, en remplaçant (4.34)-(4.35) dans (4.30)-(4.31), on obtient un système sous cette forme :

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_{1e} &= -(K_1 + K_2)\eta_{1e} + J_1(\eta_2)\varpi_{\nu_1} + \mu_1 + f_{\eta_1} \\ \dot{\varpi}_v &= -c_v \frac{m_{11}}{m_{22}} r^2 \varpi_v - \frac{d_v}{m_{22}} \varpi_v + f_v \\ \dot{\varpi}_q &= -c_q \frac{m_{11}-m_{33}}{m_{55}} u^2 \varpi_q - \frac{d_q}{m_{55}} \varpi_q + f_q \end{aligned} \tag{4.36}$$

avec les termes f_{η_1}, f_v et f_q sont définis par :

$$\begin{aligned} f_{\eta_1} &\triangleq f_{\eta_1}(\varpi_v, \varpi_q) = J_1(\eta_2)[\alpha_{u2}, 0, \alpha_{w2}]^T \\ f_v &\triangleq f_v(\varepsilon_v, \alpha_v) = \varepsilon_v - \dot{\alpha}_v - \frac{d_v}{m_{22}} \alpha_v \\ f_q &\triangleq f_q(\varepsilon_q, \alpha_q) = \varepsilon_q - \dot{\alpha}_q - \frac{d_q}{m_{55}} \alpha_q \end{aligned} \tag{4.37}$$

On définit la fonction de Lyapunov suivante :

$$V_3 = V_2 + \eta_{e1}^T \eta_{e1} + \frac{1}{2}\varpi_v^2 + \frac{1}{2}\varpi_q^2 \tag{4.38}$$

La dérivée de cette fonction par rapport au temps donne :

$$\begin{aligned}\dot{V}_3 =&\dot{V}_2 - \eta_{e1}^T[K_1+K_2]\eta_{1e} + \eta_{1e}^T J_1(\eta_2)\varpi_{\nu_1} + \eta_{1e}^T\mu_1 + \eta_{1e}^T f_{\eta_1} - [c_v\frac{m_{11}}{m_{22}}r^2 + \frac{d_v}{m_{22}}]\varpi_v^2\\ &+f_v\varpi_v - [c_q\frac{m_{11}-m_{33}}{m_{55}}w^2 + \frac{d_q}{m_{55}}]\varpi_q^2 + f_q\varpi_q\end{aligned}$$

Etape 5) stabilisation de (ϖ_u, ϖ_w) :

Il reste maintenant à déterminer les deux lois de commandes τ_u et τ_w afin de stabiliser l'erreur u_e et w_e. La dynamique d'erreur est donnée par le système suivant :

$$\begin{aligned}\dot{\eta}_{1e} &= -(K_1+K_2)\eta_{1e} + J_1(\eta_2)\varpi_{\nu_1} + \mu_1 + f_{\eta_1}\\ \dot{\eta}_{2e} &= -(K_3+K_4)\eta_{2e} + J_2(\eta_2)\varpi_{\nu_2} + \mu_2\\ \dot{\varpi}_u &= \tau_u - \dot{u}_r - \dot{\alpha}_u\\ \dot{\varpi}_v &= -c_v\tfrac{m_{11}}{m_{22}}r^2\varpi_v - \tfrac{d_v}{m_{22}}\varpi_v + f_v\\ \dot{\varpi}_w &= \tau_w - \dot{w}_r - \dot{\alpha}_w\\ \dot{\varpi}_p &= -\tfrac{K_p}{m_{44}}\varpi_p + \varepsilon_p - \dot{\alpha}_p - \tfrac{K_p}{m_{44}}\alpha_p\\ \dot{\varpi}_q &= -c_q\tfrac{m_{11}-m_{33}}{m_{55}}u^2\varpi_q - \tfrac{d_q}{m_{55}}\varpi_q + f_q\\ \dot{\varpi}_r &= -c_{1r}\varpi_r - c_{2r}\varpi_r^3\end{aligned} \tag{4.39}$$

Soit la fonction de Lyapunov définie comme suit :

$$V_4 = V_3 + \frac{1}{2}\varpi_u^2 + \frac{1}{2}\varpi_w^2 \tag{4.40}$$

On dérive la fonction V_4 par rapport au temps, alors on obtient :

$$\begin{aligned}\dot{V}_4 =&\dot{V}_3 + \varpi_u(\tau_u - \dot{u}_r - \dot{\alpha}_u) + \varpi_w(\tau_w - \dot{w}_r - \dot{\alpha}_w)\\ =&\dot{V}_2 - \eta_{e1}^T[K_1+K_2]\eta_{1e} + \eta_{1e}^T J_1(\eta_2)\varpi_{\nu_1} + \eta_{1e}^T\mu_1 + \eta_{1e}^T f_{\eta_1}\\ &-[c_v\frac{m_{11}}{m_{22}}r^2 + \frac{d_v}{m_{22}}]\varpi_v^2 + f_v\varpi_v - [c_q\frac{m_{11}-m_{33}}{m_{55}}w^2 + \frac{d_q}{m_{55}}]\varpi_q^2 + f_q\varpi_q\\ &+\varpi_u(\tau_u - \dot{u}_r - \dot{\alpha}_u) + \varpi_w(\tau_w - \dot{w}_r - \dot{\alpha}_w)\end{aligned} \tag{4.41}$$

Afin de stabiliser ϖ_u et ϖ_w, on choisit la commande τ_u et la commande τ_w sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}\tau_u =& - c_{1u}\varpi_u - c_{2u}\varpi_u^3 + \dot{u}_r + \dot{\alpha}_u - x_e c\psi c\theta - y_e c\theta s\psi + z_e s\theta \\ \tau_w =& - c_{1w}\varpi_w - c_{2w}\varpi_w^3 + \dot{w}_r + \dot{\alpha}_w - z_e c\phi c\theta - y_e(c\phi s\psi s\theta - c\psi s\phi) \\ & -x_e(s\phi s\psi + c\phi c\psi s\theta)\end{aligned} \tag{4.42}$$

avec c_{1u}, c_{2u}, c_{1w} et c_{2w} sont des constantes positives. En tenant compte du développement (**??**) et l'expression (4.42), nous obtenons

$$\begin{aligned}\dot{V}_4 =& \dot{V}_2 - \eta_{1e}^T[K_1 + K_2]\eta_{1e} + \eta_{1e}^T\mu_1 - c_{1u}\varpi_u^2 - c_{2u}\varpi_u^4 - c_{1w}\varpi_w^2 - c_{2w}\varpi_w^4 \\ & +\varpi_v(z_e c\theta s\phi + y_e(s\phi s\psi s\theta + c\phi c\psi) + x_e(c\psi s\phi s\theta - c\phi s\psi)) + \eta_{1e}^T f_{\eta_1} \\ & -[c_v\frac{m_{11}}{m_{22}}r^2 + \frac{d_v}{m_{22}}]\varpi_v^2 + f_v\varpi_v - [c_q\frac{m_{11} - m_{33}}{m_{55}}w^2 + \frac{d_q}{m_{55}}]\varpi_q^2 + f_q\varpi_q\end{aligned} \tag{4.43}$$

4.3.2 Analyse de la stabilité

Dans ce paragraphe, nous énonçons notre résultat par rapport au problème de poursuite de trajectoire. L'analyse de stabilité s'appuie alors sur le système d'erreur (4.7)-(4.11). Notre résultat est donné par le théorème suivant :

Théorème 4.1 *[47] On considère la trajectoire de référence variante dans le temps et suffisamment lisse $\eta_r : [0, \infty) \to \mathbf{R^6}$ avec sa dérivée dans le temps bornée. Considérant le système (3.5) décrivant le modèle du ROV en boucle fermé avec le contrôleur $(\tau_u, \tau_w, \tau_r)^T$. Alors on a :*
i) Pour toute condition initiale de (3.5), la solution existe globalement et l'erreur de suivie $\|\eta(t) - \eta_r(t)\|$ vérifie

$$\|\eta(t) - \eta_r(t)\| \leq c_0 e^{-\lambda t} + \varepsilon \tag{4.44}$$

avec λ, ε et c_0 des termes positives, c_0 dépend de la donnée initiale.
ii) Pour une borne supérieure donnée pour $\|\dot{\eta}_r(t)\|$, avec un choix convenable des gains $k_1, k_3, c_{1u}, c_{2u}, c_{1w}, c_{2w}, c_v, c_q$, et c_{2r} on peut obtenir toute valeur possible pour ε et λ.

Preuve. Soit la fonction

$$V_4 = (\eta_{1e}^T\eta_{1e} + \eta_{2e}^T\eta_{2e} + \varpi_u^2 + \varpi_v^2 + \varpi_w^2 + \varpi_p^2 + \varpi_q^2 + \varpi_r^2)/2 \tag{4.45}$$

En tenant compte du développement (4.25) et (4.25), la dérivée par rapport au temps de V_4 égale à :

$$\begin{aligned}\dot{V}_4 =& -\eta_{1e}^T(K_1+K_2)\eta_{1e}+\eta_{1e}^T\mu_1-\eta_{2e}^T(K_3+K_4)\eta_{2e}+\eta_{2e}^T\mu_2\\ &-c_{1r}\varpi_r^2-c_{2r}\varpi_r^4-c_{1u}\varpi_u^2-c_{2u}\varpi_u^4-c_{1w}\varpi_w^2-c_{2w}\varpi_w^4\\ &-\frac{K_p}{m_{44}}\varpi_p^2-(c_v\frac{m_{11}}{m_{22}}r^2+\frac{d_v}{m_{22}})\varpi_v^2-(c_q\frac{m_{11}-m_{33}}{m_{55}}w^2+\frac{d_q}{m_{55}})\varpi_q^2\\ &+\varpi_v(z_e c\theta s\phi+y_e(s\phi s\psi s\theta+c\phi c\psi)+x_e(c\psi s\phi s\theta-c\phi s\psi))\\ &+(s\phi t\theta\phi_e+c\phi\theta_e+\frac{s\phi}{c\theta}\psi_e)\varpi_q+\eta_{1e}^T f_{\eta_1}+f_p\varpi_p+f_v\varpi_v+f_q\varpi_q\end{aligned} \tag{4.46}$$

On remarque que les trois derniers termes de (4.46) sont des termes incertains, en utilisant l'inégalité de Young, avec $\lambda_i > 0 \forall i$, on a :

$$\begin{aligned}|\varpi_v(z_e c\theta s\phi+y_e(s\phi s\psi s\theta+c\phi c\psi)+x_e(c\psi s\phi s\theta-c\phi s\psi))| \leq& \frac{1}{4\lambda_1}|\varpi_v|^2+\lambda_1(|x_e|^2+|y_e|^2+|z_e|^2)\\ |(s\phi t\theta\phi_e+c\phi\theta_e+\frac{s\phi}{c\theta}\psi_e)\varpi_q| \leq& \frac{1}{4\lambda_2}|\varpi_q|^2+\lambda_2(|\phi_e|^2+|\theta_e|^2+|\psi_e|^2)\end{aligned} \tag{4.47}$$

D'autre part on peut appliquer les relations suivantes :

$$\begin{aligned}-\eta_{2e}^T K_4\eta_{2e}+\eta_{2e}^T\mu_2 =& -k_4(\phi_e-\frac{\mu_2}{2k_4})^2-k_4(\theta_e-\frac{\mu_2}{2k_4})^2-k_4(\psi_e-\frac{\mu_2}{2k_4})^2+\frac{\parallel\mu_2\parallel}{4k_4}\\ -\eta_{1e}^T K_2\eta_{1e}+\eta_{1e}^T\mu_1 =& -k_2(x_e-\frac{\mu_1}{2k_2})^2-k_2(y_e-\frac{\mu_1}{2k_2})^2-k_2(z_e-\frac{\mu_1}{2k_2})^2+\frac{\parallel\mu_1\parallel}{4k_2}\end{aligned} \tag{4.48}$$

Afin de résoudre le problème de stabilisation on introduit les hypothèses suivantes :

1. $|u_r| \leq u_{r,max},\ |r_r| \leq r_{r,max},\ |w_r| \leq w_{r,max}$
2. $|v_e| \leq v_{e,max},\ |q_e| \leq q_{e,max},\ |p_e| \leq p_{e,max}$
3. $|\mu_1| \leq \mu_{1,max},\ |\mu_2| \leq \mu_{2,max}$

En appliquant les expressions (4.47)-(4.48) et les hypothèses sur la fonction $\dot{V}_4$, on obtient :

$$\begin{aligned}\dot{V}_4 \leq& -\eta_{1e}^T(K_1-\delta_1)\eta_{1e}-\eta_{2e}^T(K_3-\delta_2)\eta_{2e}+\frac{\parallel\mu_1\parallel}{4k_2}+\gamma_1+\frac{\parallel\mu_2\parallel}{4k_4}\\ &+-c_{1u}\varpi_u^2-c_{2u}\varpi_u^4-c_{1w}\varpi_w^2-c_{2w}\varpi_w^4-c_{1r}\varpi_r^2-c_{2r}\varpi_r^4-\frac{K_p}{m_{44}}\varpi_p^2\\ &-(c_v\frac{m_{11}}{m_{22}}r_{max}^2+\frac{d_v}{m_{22}}-\frac{1}{4\lambda_1})\varpi_v^2-(c_q\frac{m_{11}-m_{33}}{m_{55}}w_{max}^2+\frac{d_q}{m_{55}}-\frac{1}{4\lambda_2})\varpi_q^2\end{aligned} \tag{4.49}$$

avec $\delta_1 \triangleq diag(\lambda_1, \lambda_1, \lambda_1)$ et $\delta_2 \triangleq diag(\lambda_2, \lambda_2, \lambda_2)$ deux matrices définies positives, les termes $(c_{1u}, c_{2u}, c_{1w}, c_{2w}, c_{1r}, c_{2r}, c_q, c_v)$ sont des constantes positives et le terme γ_1 tel que :

$$\begin{aligned}\gamma_1 \triangleq & \gamma_1(\varpi_v, \varpi_p, \varpi_q, f_v, f_p, f_q, f_{\eta_1}) \\ = & max|\eta_{1e}^T f_{\eta_1} + f_p\varpi_p + f_v\varpi_v + f_q\varpi_q|\end{aligned} \tag{4.50}$$

On peut choisir les gains $(c_{1u}, c_{1w}, c_{1r}, c_v, c_q)$ tels que les coefficients suivants :

$$\begin{aligned} k_u &= c_{1u}, \quad k_w = c_{1w} \\ k_r &= c_{1r}, \quad k_v = c_v\tfrac{m_{11}}{m_{22}}r_{max}^2 + \tfrac{d_v}{m_{22}} - \tfrac{1}{4\lambda_1} \\ k_p &= \tfrac{K_p}{m_{44}}, \quad k_q = c_q\tfrac{m_{11}-m_{33}}{m_{55}}w_{max}^2 + \tfrac{d_q}{m_{55}} - \tfrac{1}{4\lambda_2} \end{aligned} \tag{4.51}$$

sont strictement positifs. Alors on obtient :

$$\begin{aligned}\dot{V}_4 \leq & -\eta_{1e}^T(K_1 - \delta_1)\eta_{1e} - \eta_{2e}^T(K_3 - \delta_2)\eta_{2e} - k_u\varpi_u^2 - k_v\varpi_v^2 - k_w\varpi_w^2 \\ & -k_p\varpi_p^2 - k_q\varpi_q^2 - k_r\varpi_r^2 + \frac{\mu_{1,max}}{4k_4} + \frac{\mu_{2,max}}{4k_2} + \gamma_1\end{aligned} \tag{4.52}$$

Finalement soit un terme k tel que :

$$k = min\{k_1 - \lambda_1, k_3 - \lambda_2, k_u, k_v, k_w, k_p, k_q, k_r\}$$

Alors l'expression (4.52) est donnée par :

$$\dot{V}_4 \leq -k[\eta_{1e}^T\eta_{1e} + \eta_{2e}^T\eta_{2e} + \varpi_u^2 + \varpi_v^2 + \varpi_w^2 + \varpi_p^2 + \varpi_q^2 + \varpi_r^2] + \gamma_0 \tag{4.53}$$

avec $\gamma_0 = \frac{\mu_{2,max}}{4k_4} + \frac{\mu_{1,max}}{4k_2} + \gamma_1$ un terme positif.
Alors, en tenant compte de l'équation (4.40) on peut déduire l'inégalité suivante :

$$\dot{V}_4 \leq -2kV_4 + \gamma_0 \tag{4.54}$$

En utilisant une lemme de comparaison [51], V_4 vérifie l'inégalité suivante :

$$V_4(t) \leq V_4(0)e^{-2kt} + (\gamma_0/2k) \tag{4.55}$$

On peut conclure que V_4 converge vers la boule centrée en zéro et de rayon $\gamma_0/2k$. On note

$$Z \triangleq[\eta_{1e}^T, \eta_{1e}^T, \varpi_u, \varpi_v, \varpi_w, \varpi_p, \varpi_q, \varpi_r] \tag{4.56}$$

alors,

$$2V_4 = \parallel Z \parallel^2 \Rightarrow \parallel Z(t) \parallel \leq \parallel Z(0) \parallel e^{-kt} + \sqrt{\gamma_0/k} \tag{4.57}$$

Alors $\parallel Z \parallel$ converge vers la boule centrée en zéro et de rayon $\sqrt{\gamma_0/k}$. En particulier on a :

$$\begin{aligned} \|\eta_1(t) - \eta_{1r}(t)\| \leq & \eta_{1e}(0)e^{-kt} + \sqrt{\gamma_0/k} \\ \|\eta_2(t) - \eta_{2r}(t)\| \leq & \eta_{2e}(0)e^{-kt} + \sqrt{\gamma_0/k} \end{aligned} \tag{4.58}$$

D'après cette inégalité on peut conclure que les états de la dynamique d'erreur reste dans un petit ensemble autour de zéro qui peut être réduit en utilisant une combinaison appropriée des gains de contrôleur donnés.

4.3.3 Résultats de simulation

Dans cette partie, on va évaluer l'efficacitéé des vecteurs commandes déterminés afin de suivre une trajectoire de référence. soit la trajectoire de référence sous cette forme :

$$x_r = 10\cos(0.1t),\ y_r = 10\sin(0.1t),\ z_r = 3t,\ \phi_r = \theta_r = 0,\ \psi_r = 0.01t$$

Les vitesses de références sont donnés par :

$$u_r = 0.3,\ v_r = w_r = p_r = q_r = 0,\ r_r = 0.01$$

Ainsi le vecteur d'erreur initiale suivant :

$$\begin{array}{llllll} \|x_e\| = 0.4 & \|y_e\| = 0.3 & \|z_e\| = 0.2 & \|\theta_e\| = 0.2 & |\phi_e\| = 0.5 & \|\psi_e\| = 1 \\ \|u_e\| = 0.3 & \|v_e\| = 0.2 & \|w_e\| = 0 & \|p_e\| = 0.5 & \|q_e\| = 0.1 & \|r_e\| = 0.1 \end{array}$$

Les gains :

$$k_1 = 1 \quad k_3 = 1 \quad k_2 = 0.5 \quad k_4 = 0.5 \quad c_{2w} = 0.3 \quad c_{2r} = 0.3$$
$$c_{1u} = 0.1 \quad c_{1w} = 0.1 \quad c_{1r} = 0.1 \quad c_{2u} = 0.3 \quad c_q = 2 \quad c_v = 2$$

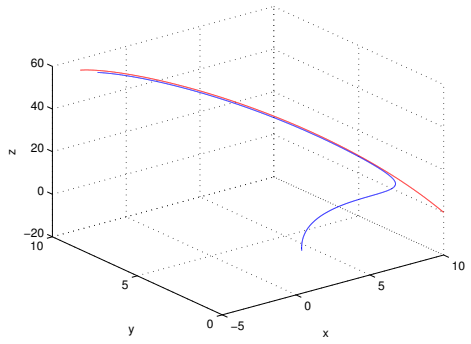


FIGURE 4.2 – Trajectoire réel et trajectoire de référence pour $T_f = 20s$.

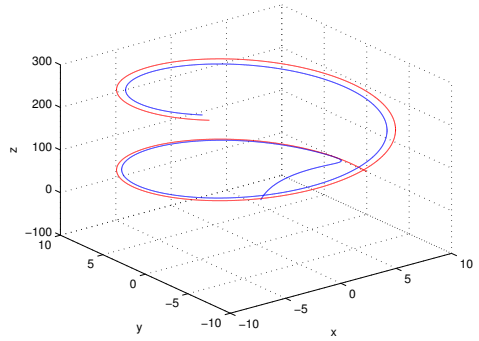


FIGURE 4.3 – Trajectoire réel et trajectoire de référence pour $T_f = 100s$.

Les figures 4.2 et 4.3 représentent la trajectoire réelle du Rov et la trajectoire de référence. Il est clair que le Rov suit bien la trajectoire imposée sous l'action des trois commandes τ_1, τ_2 et τ_3. La position initiale du Rov est $(x = 0.5m, y = -0.5m, z = -0.5m)$ et la donnée initiale de trajectoire de référence est $(x_r = 10m, y_r = 0, z_r = 0)$. On remarque que l'erreur de poursuite converge vers un voisinage de zéro.

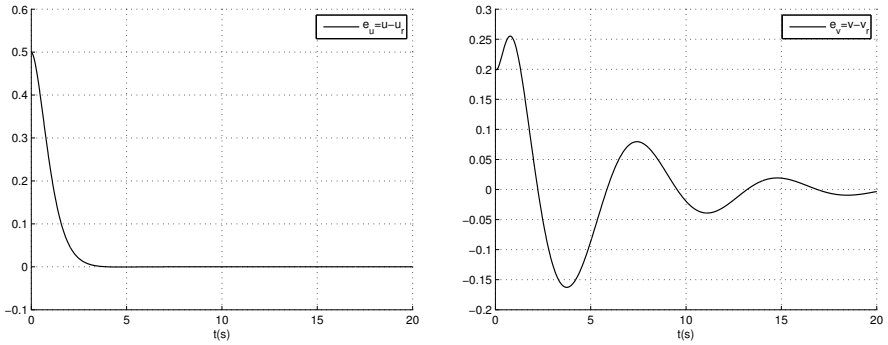


FIGURE 4.4 – Erreur en vitesses d'avancement u_e et de glissement v_e.

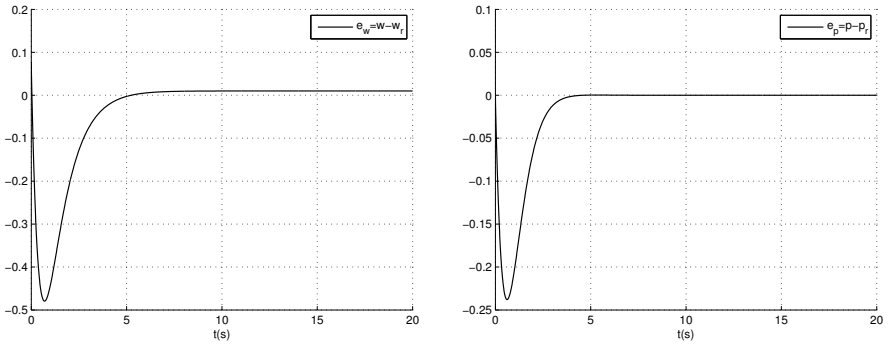


FIGURE 4.5 – Erreur en vitesses de descente w_e et de roulis p_e.

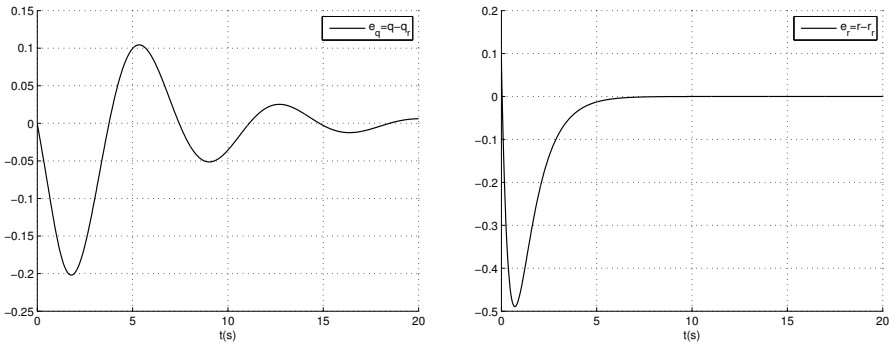


FIGURE 4.6 – Erreur en vitesses de tangage q_e et de lacet r_e.

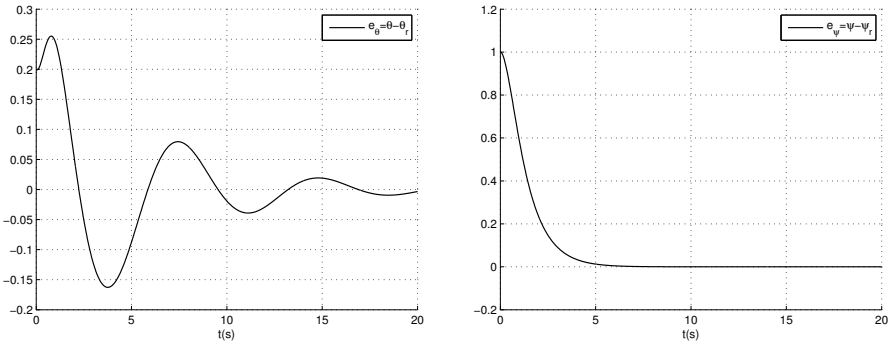


FIGURE 4.7 – Erreur en tangage θ_e et de lacet ψ_e.

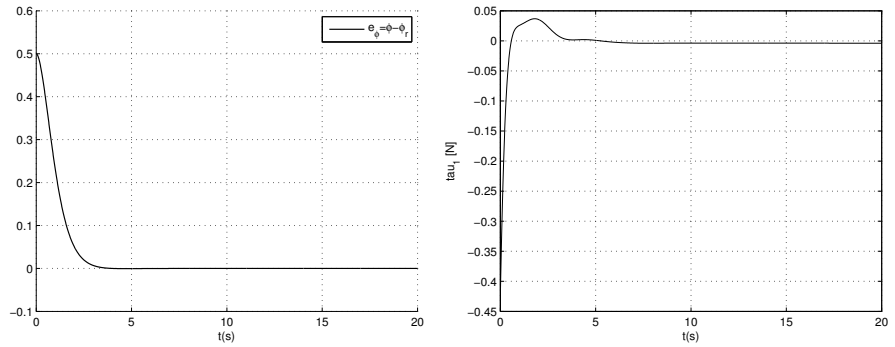


FIGURE 4.8 – Erreur en roulis ϕ_e et comportement de la commande τ_1.

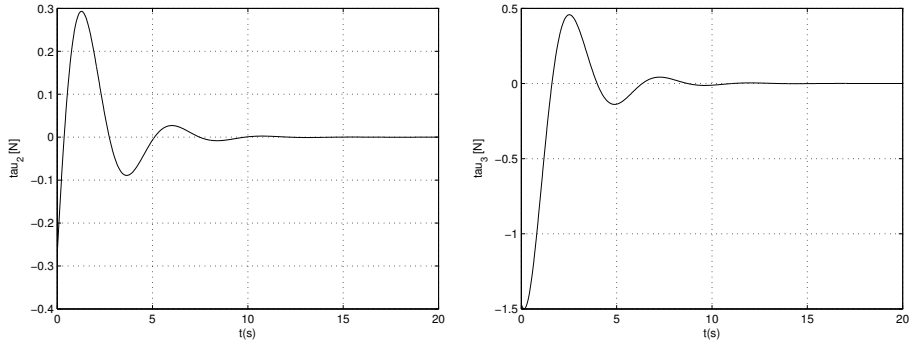


FIGURE 4.9 – Présentation du comportement des commandes τ_2 et τ_3.

Les figures (4.4)-(4.9) représentent les différentes erreurs de poursuite.

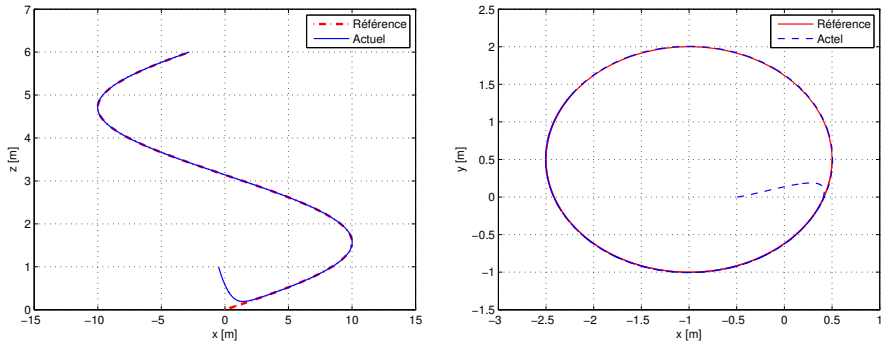


FIGURE 4.10 – Poursuite de trajectoire dans les plans verticale XGZ et horizontale XGY.

La courbe (4.10) représente la poursuite de trajectoire du Rov dans le plan verticale et le plan horizontale. La figure à gauche caractérise le mouvement du Rov dans le plan verticale XGZ avec la trajectoire de référence donnée par :

$$x_r = 10\sin(0.3t), \quad z_r = 0.3t, \quad \theta_r = 0.1 \ rad \tag{4.59}$$

avec $(x, z, \theta)^T(0) = (-0.5, 1, -0.1)^T$ comme position initiale du Rov dans ce plan. La figure à droite représente un test de poursuite dans le plan horizontale avec une trajectoire de référence sous cette forme

$$x_r = \frac{3}{2}\cos(0.5t), \; y_r = \frac{3}{2}\sin(0.5t), \; \psi_r = 0.1\, rad \tag{4.60}$$

avec la position initiale du Rov est : $(x, y, \psi)^T(0) = (-0.5, 0, 0)^T$. Il est clair que la trajectoire du Rov converge vers la trajectoire de référence dans les deux plans.

4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, on s'est intéressé au problème de poursuite d'une trajectoire désirée. Dans un premier temps on a défini le système d'erreur entre le système réel et le système de référence. Le problème de poursuite se transforme à un problème de stabilisation de système d'erreur à zéro. En se basant sur la technique du backstepping et l'approche de Lyapunov, on a construit une loi de commande qui assure la poursuite d'une trajectoire prédéfinie dans l'espace. L'erreur de suivi converge de façon exponentielle vers un voisinage de zéro qui peut être rendue arbitrairement petit en choisissant des gains convenables. La méthode développée fournit un outil de stabilisation

efficace et robuste par rapport aux perturbations externes.

Chapitre 5

Synthèse des observateurs non linéaires basés modèle hydrodynamique

5.1 Introduction

Dans la pratique, la plupart de systèmes de commande sont construits sur la base des capteurs, des signaux de référence et la commande par rétroaction. Un système marin tel que le véhicule marin est également construit sur la base de trois blocs indépendants qui sont le système de guidage, le système de navigation et le bloc commande. Le bloc de commande intègre les résultats issus des études théoriques sur la stabilité telles que les lois de commande. Cependant, l'intégration d'une telle loi nécessite la disponibilité de toutes les variables d'état. Rappelons que l'état d'un système peut correspondre à une grandeur physique que l'on ne peut pas toujours mesurer directement. Afin d'obtenir des informations sur un état, on peut

— Rajouter des capteurs : quand ceci est physiquement possible, on augmente alors les mesures et les états mesurés correspondront à de nouvelles sorties. Rajouter des capteurs implique forcément un coût supplémentaire souvent non négligeable.

— Utiliser des observateurs : quand le système est observable on pourra toujours estimer analytiquement les états internes du système. L'observation présente l'avantage de ne pas nécessiter de capteurs supplémentaires.

Pour cela, il s'avère nécessaire de concevoir un système auxiliaire appelé observateur qui se charge à reconstruire les états non mesurables en exploitant les informations disponibles.

Au cours des dernières décennies, une partie importante des activités de recherche en automa-

tique s'est focalisée sur le problème de l'observation de l'état des systèmes dynamiques. Ceci est motivé par le fait que l'estimation de l'état est une étape importante voir indispensable pour la synthèse de lois de commande, pour le diagnostic ou la supervision des systèmes industriels. Initialement les systèmes abordés ont été les systèmes linéaires, pour lesquels les observateurs de Kalman [26] et Luenberger [60] ont donné de bons résultats. Le filtre de Kalman est utilisé dans le cas des systèmes stochastiques en minimisant la matrice de covariance de l'erreur d'estimation, et l'observateur de Luenberger a été utilisé pour les systèmes linéaires déterministes. Dans le cas des systèmes non linéaires, l'observation d'état est un peu plus délicate et il n'existe pas, à l'heure actuelle, de méthode universelle pour la synthèse d'observateurs. Les approches envisageables sont soit une extension des algorithmes linéaires, soit des algorithmes non linéaires spécifiques.

Pour construire des observateurs pour les systèmes non linéaire, Isidori [53] considère des transformations par difféomorphisme qui transforment le système non linéaire en un système linéaire. Cette méthodologie s'appelle la linéarisation exacte, elle est très contraignante sur les hypothèses concernant les systèmes considérés. Dans [93], une généralisation de cette méthode pour transformer un système non linéaire en un système linéaire, mais en considérant des changements de coordonnées qui ne sont pas des difféomorphismes (Immersion). Le problème de ces méthodes est qu'ils ne s'appliquent qu'à des classes de systèmes restreintes. Une extension du filtre de Kalman a été également présentée dans les travaux de Wang [96] pour estimer la vitesse d'un robot sous-marin. Ce filtre consiste à utiliser les équations du filtre de Kalman standard au modèle non linéaire linéarisé par la formule de Taylor au premier ordre. Ce filtre a été appliqué avec succès sur le robot sous marin VideoRay Pro III. Une autre classe des systèmes non linéaires a été développé par Thau [92]. Il considère des systèmes avec une partie linéaire observable et une partie non linéaire supposée Lipschitz. Il a montré que si on peut construire un observateur pour la partie linéaire avec un gain assez important, alors la convergence de l'observateur peut être assurée. Un observateur backstepping a été développé comme une extension du contrôleur backstepping pour pouvoir construire des contrôleurs par retour de sortie en combinant un contrôleur backstepping et un observateur backstepping. Ces observateurs ont été construits pour la stabilisation par retour de sortie d'un bateau [30, 1]. Citons aussi les travaux de Besanasson [7] sur L'observateur adaptatif. Cet observateur est conçu pour les systèmes non linéaires dépendants de paramètres variant, la conception est réalisée dans le but d'estimer simultanément les états et les paramètres inconnus du système. Les observateurs à modes glissants ont été appliqués avec

succès sur les systèmes non linéaires. Citons par exemples les travaux de Djemai [82], Levant [58] et Lei [57]. Le principe de ces observateurs à modes glissants consiste à contraindre à l'aide des fonctions discontinues les dynamiques des erreurs d'estimation d'un système non linéaire d'ordre n et de sortie p à converger vers une surface de glissement d'ordre $(n-p)$. L'attractivité de cette surface est assurée par les conditions de glissement, les dynamiques sont calculées en utilisant la méthode de la commande équivalente. En se basant sur une approche algébrique, la conception d'un observateur globale qui converge asymptotiquement a été développé par Hammami [36]. La conception d'un observateur exponentielle pour le contrôle de vitesse d'un moteur à courant continu à excitation séparée a été développer dans [61]. Dans un premier temps, un observateur exponentielle est conçu pour reconstituer les états non mesurables du système. Puis, un contrôleur qui garantit la convergence exponentielle des états du système à leurs valeurs désirées est conçu.

Dans le domaine de la robotique marine, la disponibilité des différents paramètres d'état constitue l'un des principaux facteurs qui assure le fonctionnement correcte du contrôleur (stabilisation ou poursuite de trajectoire). En effet, sans informations suffisantes sur les différents état du système et sur la nature de l'environnement, le robot ne peut pas effectuer sa mission correctement. Dans ce contexte, on s'interesse à étudier la disponibilité des différents état du Rov-observer (position,orientation, vitesse linéaire et vitesse angulaire). Malheureusement, parmi ces paramètres seulement la position η_1 et l'orientation η_2 peuvent être obtenus avec un système de positionnement acoustique. Par contre la vitesse ne peut pas être mesurer directement. Pour faire face à ce problème, on se charge dans ce chapitre au problème de reconstruction des paramètres non mesurables (vitesse linéaire ν_1, vitesse angulaire ν_2) pour le Rov-observer. Dans une première étape, nous avons développé un observateur non linéaire assymptotiquement stable. Un deuxième observateur en temps fini a été également présenté pour le modèle complet du Rov. Ensuite une commande basée observateur a été développée pour un modèle simplifié du Rov. Dans la dernière partie nous avons présenté un modèle dynamique en présence du courant marin. Un observateur non linéaire est élaboré pour l'estimation du vecteur vitesse relatif du Rov ainsi que la vitesse du courant marin.

5.2 Observabilité et structure d'un observateur

5.2.1 Observabilité

L'observabilité d'un processus est un concept très important en automatique. En effet, pour reconstruire l'état et la sortie d'un système, il faut savoir, a priori, si les variables d'état sont observables ou non. En général, pour des raisons de réalisation technique, de coût, etc..., la dimension du vecteur de sortie est inférieure à celle de l'état. Ceci entraîne qu'à l'instant donné t, l'état $x(t)$ ne peut pas être déduit algébriquement de la sortie $y(t)$ à cet instant. Par contre, sous des conditions d'observabilité qui seront explicitées plus loin, cet état peut être déduit de la connaissance des entrées et sorties sur un intervalle de temps passé : $u([0,t]), y([0,t])$. Le but d'un observateur est de fournir avec une précision garantie une estimation de la valeur courante de l'état en fonction des entrées et sorties passées. Cette estimation devant être obtenue en temps réel, l'observateur revêt usuellement la forme d'un système dynamique.

5.2.2 Définition d'un observateur

On appelle observateur (ou reconstructeur d'état) d'un système dynamique S :

$$(S)\begin{cases} \dot{x}(t) &= f(x(t),u(t)) \\ y(t) &= h(x(t)) \end{cases} \tag{5.1}$$

avec $x(t) \in \mathbb{R}^n$ l'état, $y(t) \in \mathbb{R}^m$ la sortie ou la mesure, $u(t) \in \mathbb{R}^p$ l'entrée et $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p \longrightarrow \mathbb{R}^n$, $h : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^m$ deux champs de vecteurs. Un système dynamique auxiliaire O dont les entrées sont constituées des vecteurs d'entrée et de sortie du système à observer et dont le vecteur de sortie $\widehat{x}(t)$ est l'état estimé [28] :

$$(O)\begin{cases} \dot{z}(t) &= \widehat{f}(z(t),u(t),y(t)) \\ \widehat{x}(t) &= \widehat{h}(z(t),u(t),y(t)) \end{cases} \tag{5.2}$$

telle que l'erreur entre le vecteur d'état $x(t)$ et $\widehat{x}(t)$ tend asymptotiquement vers zéro

$$\| e(t) \| = \| x(t) - \widehat{x}(t) \| \longrightarrow 0, \ quand \ \ t \longrightarrow \infty$$

Le schéma d'un tel observateur est donné par la figure 5.1.

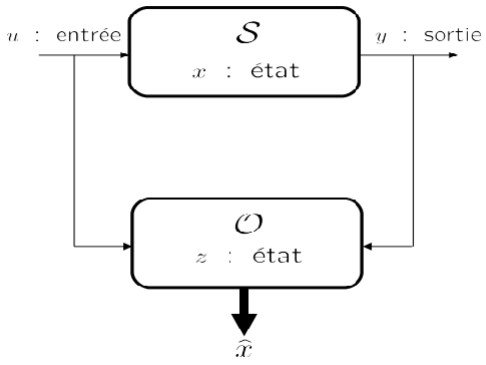


FIGURE 5.1 – Schéma de principe d'un observateur

L'existence d'un tel observateur est liée à la notion d'observabilité de (S). L'observabilité caractérise la propriété de pouvoir récupérer (de façon statique ou dynamique) par une combinaison des mesures et de leurs dérivées toutes les grandeurs d'un système.

5.3 Observateur d'état du Rov

5.3.1 Estimation de l'état ν (vitesses locales) du Rov

Rappelons que l'état relatif à la position η_1 et celle à l'orientation η_2 du Rov sont mesurables alors que le vecteur vitesse (linéaire et angulaire) locale ν est non disponible. Par conséquent, pour pouvoir implémenter la commande on cherche à estimer ν en utilisant les états disponibles à la mesure. Rappelons aussi l'écriture du modèle hydrodynamique du Rov en associant l'état de sortie mesurable, donné par y :

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= J(\eta_2)\nu \\ M\dot{\nu} &= -C(\nu)\nu - D(\mid \nu \mid)\nu - g(\eta_2) + B\tau \\ y &= \eta \end{aligned} \tag{5.3}$$

avec $\eta \in \mathbb{R}^6$ la position et l'orientation du Rov, $\nu \in \mathbb{R}_6$ la vitesse du Rov, $\tau \in \mathbb{R}_3$ le vecteur commande, $M \in \mathbb{R}_{6\times6}$ la matrice d'inertie, $C(\nu) \in \mathbb{R}_{6\times6}$ la matrice de Coriolis, $D(\nu) \in \mathbb{R}_{6\times6}$ la matrice d'ammortissement, $J(\eta_2) \in \mathbb{R}_{6\times6}$ la matrice de rotation et $B \in \mathbb{R}_{6\times3}$ représente la direction de la propulsion, telles que :

i) $M = {M_v}^T > 0,\ \dot{M} = 0$

ii) $C(\nu) = -C^T(\nu)$

iii) $D(\nu) = diag\{d_u, d_v, d_w, d_p, d_q, d_r\}$ une matrice définie strictement positive.

Proposition 5.1 *[46] Le système (5.3) est localement observable en* $X_0 = 0_{\mathbb{R}^{12}}$.

Preuve. Le système (5.3) peut s'écrire sous cette forme :

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= f(X(t), U(t)) \\ Y(t) &= h(X(t)) \end{aligned} \tag{5.4}$$

Où les variables : $X = [\nu, \eta] \in \mathbb{R}_{12}$, $U \in \mathbb{R}_3$ et $Y = [\eta_1, \eta_2] \in \mathbb{R}_6$ représentent respectivement l'état, l'entrée de commande et la sortie du système. $f : \mathbb{R}_{12} \times \mathbb{R}_3 \longrightarrow \mathbb{R}_{12}$ et $h : \mathbb{R}_{12} \longrightarrow \mathbb{R}_6$ sont des champs de vecteurs suffisamment réguliers. On a

$$rang\{ \begin{pmatrix} h_1 \\ : h_6 \\ L_f h_1 \\ : \\ L_f h_6 \end{pmatrix}_{X_0} \} = 12 \tag{5.5}$$

avec

$$L_f h_i = \frac{\partial h_i}{\partial x_j} f_j, \ \forall i \in [1, .., 6], \ \forall j \in [1, .., 12].$$

Notre système est localement observable à l'origine X_0 au sens du rang [8, 40]. Alors on propose l'observateur suivant :

$$\begin{aligned} \dot{\widehat{\eta}} &= J(\eta_2)\widehat{\nu} + L_1(\eta - \widehat{\eta}) \\ M\dot{\widehat{\nu}} &= -C(\widehat{\nu})\widehat{\nu} - D(\mid \widehat{\nu} \mid)\widehat{\nu} - g(\eta_2) + B\tau + L_2(\eta_2)(\eta - \widehat{\eta}) \end{aligned} \tag{5.6}$$

avec $L_1 \in \mathbb{R}_{6\times6}$ une matrice définie strictement positive et $L_2(\eta_2) \in \mathbb{R}_{6\times6}$ qui dépend de η_2. On suppose que le système (5.3) est à entrées bornées et à états bornés, de même pour le système (5.6). On définit l'erreur entre le vecteur d'état réel du Rov et le vecteur estimé par :

$$e_\nu = \nu - \widehat{\nu}, \ e_\eta = \eta - \widehat{\eta} \tag{5.7}$$

La dynamique du système d'erreur entre (5.3) et (5.6) s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{e}_\eta &= J(\eta_2)e_\nu - L_1(\eta - \widehat{\eta}) \\ M\dot{e}_\nu &= -[(C(\nu) + D(\mid \nu \mid)\nu - (C(\widehat{\nu}) + D(\mid \widehat{\nu} \mid))\widehat{\nu}] - L_2(\eta_2)(\eta - \widehat{\eta}) \end{aligned} \tag{5.8}$$

Proposition 5.2 *[46] On suppose que le système (5.3) et (5.6) sont à entrées et états bornés. Alors, si les conditions suivantes sont vérifiées*

1. $L_1 = diag(l_1, ..., l_6)$ *tel que* $l_i > 0 \ \forall i \in (1, ..., 6)$
2. $L_2(\eta_2) = J^T(\eta_2)$.
3. $\parallel (C(\nu) - C(\widehat{\nu})) \parallel \leq k_c \parallel \nu - \widehat{\nu} \parallel$.
4. $D(\mid \nu \mid)\nu - D(\mid \widehat{\nu} \mid)\widehat{\nu} = \delta(.)(\nu - \widehat{\nu})$, $\exists \delta_m \in \mathbb{R}_+$ *tel que* $0 < \delta_m < \parallel \delta(.) \parallel$

le système (5.8) est asymptotiquement stable, et on a

$$e_\eta \longrightarrow 0, \ e_\nu \longrightarrow 0, \ \nu \longrightarrow \widehat{\nu}, \ \eta \longrightarrow \widehat{\eta} \tag{5.9}$$

Preuve. On considère la fonction du lyapunov suivante :

$$W_{obs} = \frac{1}{2}\{e_\nu^T M e_\nu + e_\eta^T e_\eta\} \tag{5.10}$$

On dérive cette fonction par rapport au temps, alors on a :

$$\dot{W}_{obs} = -e_\nu^T \delta(.) e_\nu - e_\nu^T (C(\nu)\nu - C(\widehat{\nu})\widehat{\nu}) - e_\nu^T L_2(\eta_2) e_\eta) + e_\eta^T J(\eta_2) e_\nu - e_\eta^T L_1 e_\eta \tag{5.11}$$

Comme le terme $C(\nu)\nu$ vérifie l'égalité suivante :

$$C(\widehat{\nu})\widehat{\nu} - C(\nu)\nu = -C(\widehat{\nu})e_\nu + (C(\widehat{\nu}) - C(\nu))\nu$$

alors, la dérivée de la fonction W_{obs} s'écrit

$$\begin{aligned} \dot{W}_{obs} = &-e_\nu^T \delta(.) e_\nu - e_\nu^T C(\widehat{\nu}) e_\nu - e_\nu^T L_2(\eta_2) e_\eta + e_\nu^T [C(\nu) - C(\widehat{\nu})]\nu \\ &+ e_{\eta_2}^T J(\eta_2) e_\nu - e_\eta^T L_1 e_\eta \end{aligned} \tag{5.12}$$

Pour simplifier l'expression de $\dot{W}_{obs}$, les propriétés suivantes sont vérifiées :

1. $e_\nu^T C(\nu) e_\nu = e_\nu^T C(\widehat{\nu}) e_\nu = 0$

2. $\| (C(\nu) - C(\widehat{\nu}))\nu \| \leq \| (C(\nu) - C(\widehat{\nu})) \| \| \nu \| \leq k \| \nu - \widehat{\nu} \|$

Alors la dérivée de W_{obs} vérifie l'inégalité suivante :

$$\dot{W}_{obs} \leq -e_\nu^T \delta_m e_\nu - e_\eta^T L_1(\eta_2) e_\eta + k e_\nu^T e_\nu \tag{5.13}$$

ou encore,

$$\dot{W}_{obs} \leq - \begin{pmatrix} \| e_\nu^T \| \\ \| e_\eta^T \| \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \delta_m - k & 0 \\ 0 & L_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \| e_\nu \| \\ \| e_\eta \| \end{pmatrix} \tag{5.14}$$

Pour prouver la stabilité asymptotique du système (5.8), il suffit de choisir k de tel sorte que le terme $\delta_m - k$ soit positif. Soit $\mu = min\{\delta_m - k,\, L_1\}$, on peut écrire la relation suivante :

$$\dot{W}_{obs} \leq -\mu(e_\nu^2 + e_\eta^2) \tag{5.15}$$

Alors, la fonction $\dot{W}_{obs} < 0, \forall (e_\eta, e_\nu) \neq (0, 0)$. En utilisant le théorème [50], on conclut que l'observateur (5.8) est asymptotiquement stable.

5.3.2 Simulations numériques

Pour montrer la performance de l'observateur précédent, on propose une application numérique. L'état initial du système (5.3) est :

$$(\eta, \nu) = (1.5, 0.4, -0.8, 0.1, 0.1, 0.1, 0.3, 0, 0, 0, 0, 0)$$

L'état initiale de l'observateur (5.6) est :

$$(\widehat{\eta}, \widehat{\nu}) = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$$

Les gains de l'observateur :

$$l_x = l_y = l_z = 1,\; l_\phi = l_\theta = l_\psi = 2$$

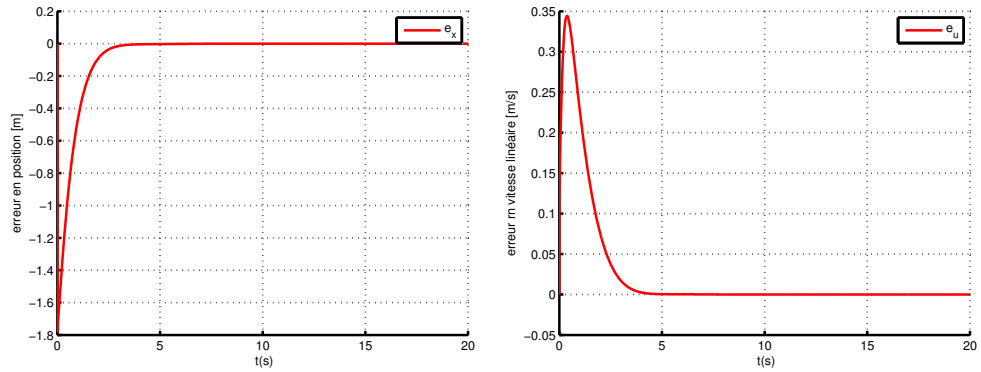


FIGURE 5.2 – Comportement de l'erreur en position x et en vitesse u.

La courbe 5.2 représente le comportement de l'erreur selon l'axe des e_x ainsi que le comportement de l'erreur associé de la vitesse linéaire e_u. L'erreur en position et en vitesse convergent vers zéro au bout de 5 secondes. Ce qui implique que la position x et sa vitesse associée u convergent vers leurs estimées $\widehat{x}$ et $\widehat{u}$.

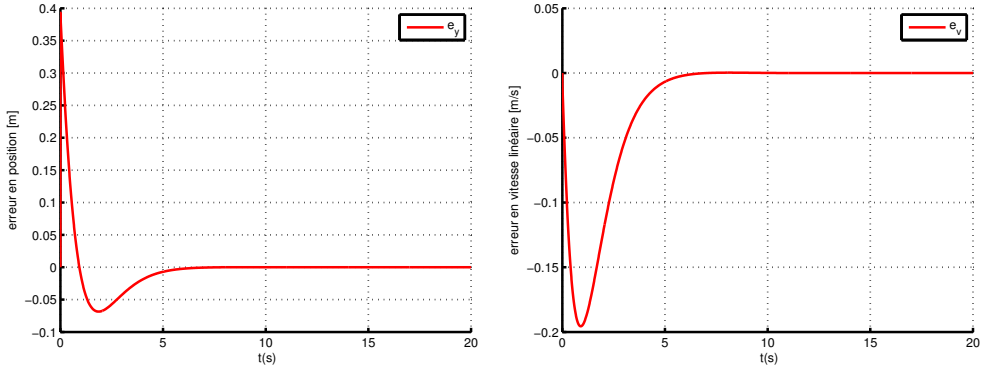


FIGURE 5.3 – Comportement de l'erreur en position y et en vitesse v.

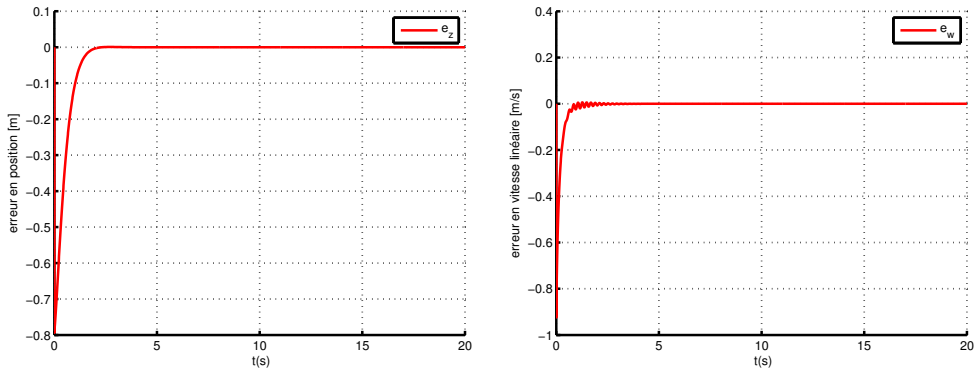


FIGURE 5.4 – Comportement de l'erreur en position z et en vitesse w.

Les figures 5.3 et 5.4 représentent le comportement de l'erreur en position latérale e_y et verticale e_z, ainsi que le comportement de l'erreur associé en vitesse e_v et e_w, respectivement. L'erreur en position et en vitesse convergent vers zéro. Ce qui implique que la position (y, z) et sa vitesse associée (v, w) convergent vers leurs estimées $(\widehat{y}, \widehat{z})$ et $(\widehat{v}, \widehat{w})$.

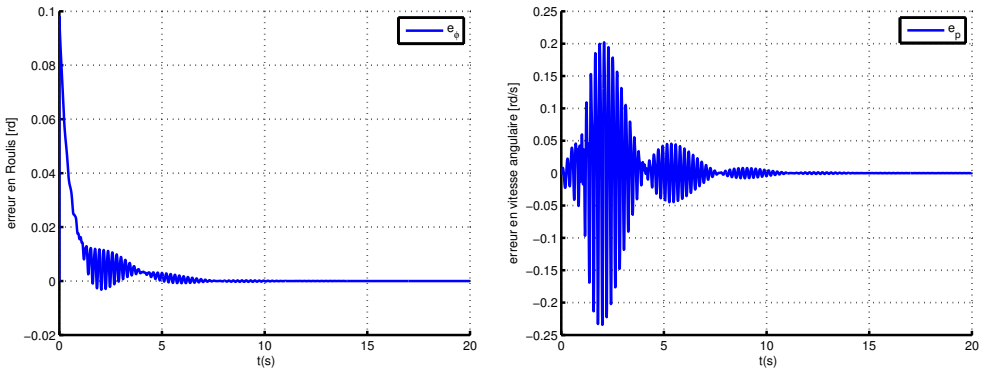


FIGURE 5.5 – Comportement de l'erreur en orientation ϕ et en vitesse p.

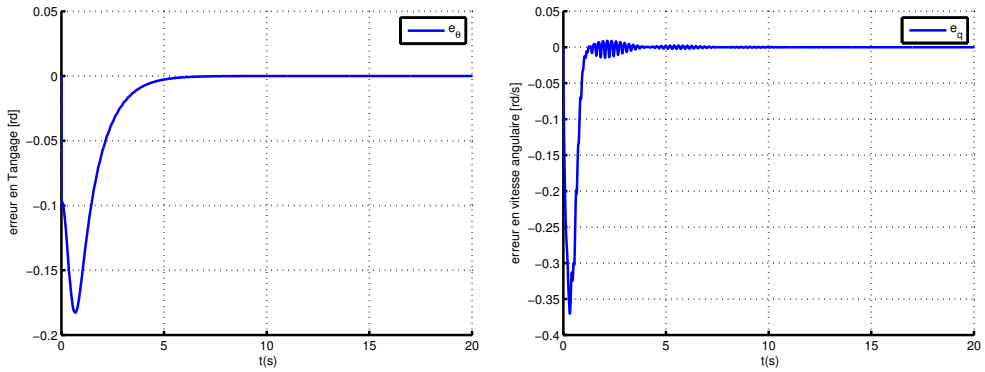


FIGURE 5.6 – Comportement de l'erreur en orientation θ et en vitesse q.

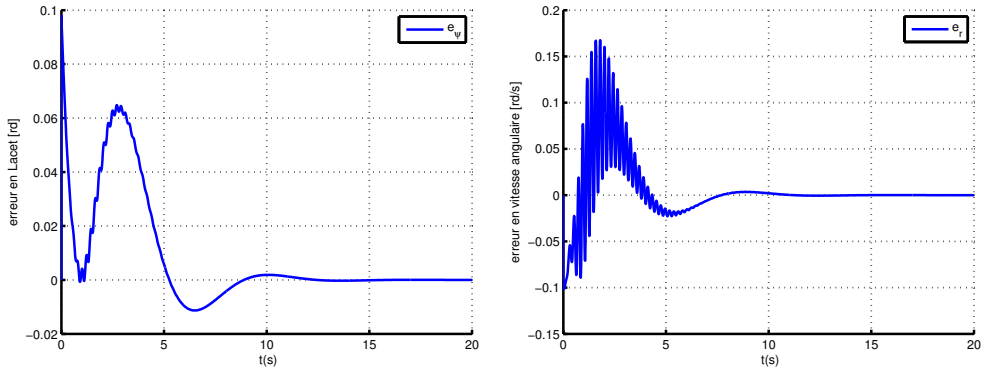


FIGURE 5.7 – Comportement de l'erreur en orientation ψ et en vitesse r.

Les figures 5.5, 5.6 et 5.7 montrent que l'erreur d'estimation en attitude converge rapidement vers zéro ce qui implique que les angles estimés convergent vers les angles réels du Rov. De même pour l'erreur en vitesse angulaire il converge vers zéro au bout de 10 secondes. Les résultats de simulations montrent l'efficacité de notre observateur (5.6) et sa convergence rapide vers le système réel.

5.3.3 Observateur en temps fini

Dans cette partie, on traite le problème d'estimation du vecteur vitesse ν en temps fini. Le système décrivant le Rov est donné par :

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= J(\eta_2)\nu \\ M\dot{\nu} &= -C(\nu)\nu - D(\nu)\nu - g(\eta_2) + B\tau \end{aligned} \tag{5.16}$$

Le système (5.16) peut s'écrire sous la forme suivante

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= \nu_e = J(\eta_2)\nu \\ M'(\eta)\dot{\nu}_e &= -C'(\nu,\eta)\nu_e - D'(\nu,\eta)\nu_e - g'(\eta_2) + J^{-T}(\eta)B\tau \end{aligned} \tag{5.17}$$

avec

$$M'(\eta) = J^{-T}(\eta)MJ^{-}(\eta) \tag{5.18}$$

$$C'(\nu,\eta) = J^{-T}(\eta)[C(\nu) - MJ^{-1}(\eta)\dot{J}(\eta)]J^{-1}(\eta) \tag{5.19}$$

$$D'(\nu,\eta) = J^{-T}(\eta)D(\nu)J^{-1}(\eta) \tag{5.20}$$

$$g'(\eta) = J^{-T}(\eta)g(\eta) \tag{5.21}$$

Notre objectif est d'estimer le vecteur vitesse linéaire et le vecteur vitesse angulaire du ROV à partir de la connaissance de sa position et son orientation.

Propriétés. Dans le repère fixe R_0 les propriétés suivantes sont vérifiées

i) $M'(\eta) = M'^{T}(\eta) > 0,\ \forall \eta \in \mathbb{R}_{6\times 1}$.

ii) $x^T[\dot{M}'(\eta) - 2C'(\nu,\eta)]x = 0,\ \forall x \in \mathbb{R}_{6\times 1}, \nu \in \mathbb{R}_{6\times 1}, \eta \in \mathbb{R}_{6\times 1}$

iii) $D'(\nu,\eta) > 0,\ \forall \nu \in \mathbb{R}_{6\times 1}, \eta \in \mathbb{R}_{6\times 1}$

On pose $x_1 = \eta$ et $x_2 = \nu_e$. Alors en utilisant (5.17), le système du Rov dans le repère R_0 peut s'écrire sous cette forme :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ M'(x_1)\dot{x}_2 &= -C'(x_1,x_2)x_2 - D'(x_1,x_2)x_2 - g'(x_1) + J^{-T}(x_1)B\tau \end{aligned} \tag{5.22}$$

Proposition 5.3 *On suppose que le système (5.22) est à entrées bornées et à états bornés, soit λ_ν une matrice diagonale définie positive. On considère l'observateur sous cette forme :*

$$\begin{aligned} \dot{\widehat{x}}_1 &= \widehat{x}_2 + \lambda_1 sign(x_1 - \widehat{x}_1) \mid x_1 - \widehat{x}_1 \mid^{1/2} \\ M'(x_1)\dot{\widehat{x}}_2 &= -C'(x_1,\widehat{x}_2)\widehat{x}_2 - D'(x_1,\widehat{x}_2)\widehat{x}_2 - g'(x_1) + J^{-T}(\eta)B\tau \\ &+ \lambda_2 sign(\overline{x}_2 - \widehat{x}_2) \mid \overline{x}_2 - \widehat{x}_2 \mid^{2/3} \end{aligned} \tag{5.23}$$

où le vecteur $\overline{x}_2$ est donné par :

$$\overline{x}_2 = \widehat{x}_2 + \lambda_2 sign(x_1 - \widehat{x}_2) \mid x_1 - \widehat{x}_1 \mid^{1/2} \tag{5.24}$$

avec

$$sign(x_1 - \widehat{x}_1)) = \begin{pmatrix} sign(x - \widehat{x}) & 0 & \dots \\ 0 & \ddots & \ddots \\ \vdots & \ddots & sign(\psi - \widehat{\psi}) \end{pmatrix}, \mid x_1 - \widehat{x}_1 \mid = \begin{pmatrix} \mid x - \widehat{x} \mid \\ \vdots \\ \mid \psi - \widehat{\psi} \mid \end{pmatrix}$$

$$\lambda_1 = diag\{\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z, \lambda_\phi, \lambda_\theta, \lambda_\psi\}, \tag{5.25}$$

$$\lambda_2 = diag\{\lambda_u, \lambda_v, \lambda_w, \lambda_p, \lambda_q, \lambda_r\} \tag{5.26}$$

Si cette condition est vérifiée alors les λ_1 peut être choisi tel que l'état de l'observateur converge en un temps fini vers l'état réel du système.

Preuve. Le système d'erreur entre (5.22)-(5.23) est donné par le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{\widetilde{x}}_1 = \widetilde{x}_2 - \lambda_1 sign(\widetilde{x}_1) \mid \widetilde{x}_1 \mid^{1/2} \\ M'(x_1)\dot{\widetilde{x}}_2 = -\lambda_2 sign(\overline{x}_2 - \widehat{x}_2) \mid \overline{x}_2 - \widehat{x}_2 \mid^{2/3} + \varphi(.) \end{cases} \tag{5.27}$$

avec $\widetilde{x}_1 = x_1 - \widehat{x}_1, \widetilde{x}_2 = x_2 - \widehat{x}_2$ et

$$\varphi(.) = C'(x_1, x_2)x_2 - C'(x_1, \widehat{x}_2)\widehat{x}_2 + D'(x_1, x_2)x_2 - D'(x_1, \widehat{x}_2)\widehat{x}_2 \tag{5.28}$$

La convergence se fait étape par étape.

étape 1 : Dans cette étape on assure la convergence de $\widetilde{x}_1 = x_1 - \widehat{x}_1$ vers zero et atteint la surface de glissement $\widetilde{x}_1 = 0$ dans un temps $t \leq t_1$.

$$\dot{\widetilde{x}}_1 \quad = \quad \widetilde{x}_2 - \lambda_1 sign(\widetilde{x}_1) \mid \widetilde{x}_1 \mid^{1/2} \tag{5.29}$$

Soit la fonction de lyapunov suivante : $V_{x_1} = \frac{\widetilde{x}_1^2}{2}$ alors,

$$\begin{aligned} \dot{V}_{x_1} &= \widetilde{x}_1(\widetilde{x}_2 - \lambda_1 sign(\widetilde{x}_1) \mid \widetilde{x}_1 \mid^{1/2}) \\ &= -\lambda_1 sign(\widetilde{x}_1)\widetilde{x}_1 \mid \widetilde{x}_1 \mid^{\frac{1}{2}} (1 - \frac{\widetilde{x}_2}{\lambda_1 sign(\widetilde{x}_1)\mid \widetilde{x}_1 \mid^{\frac{1}{2}}}) \end{aligned} \tag{5.30}$$

D'après l'hypothèse l'état et l'entrée du système sont bornés et par suite l'erreur est aussi bornée. Alors, en choisissant

$$1 - \frac{\widetilde{x}_2}{\lambda_1 sign(\widetilde{x}_1) \mid e_x \mid^{\frac{1}{2}}} > 0 \Rightarrow \lambda_1 > \frac{\mid \widetilde{x}_2 \mid_{max}}{\mid \widetilde{x}_1 \mid^{\frac{1}{2}}_{min}},$$

l'erreur d'observation $\widetilde{x}_1$ converge vers zéro en un temps fini t_1.

$$\dot{V}_{x_1} = -c_{x_1} \mid \widetilde{x}_1 \mid^{\frac{3}{2}} = -c_{x_1} V_{x_1}^{\frac{3}{4}} \tag{5.31}$$

avec $c_{x_1} = 2^{\frac{3}{4}}\lambda_1(1 - \frac{\lambda_1|\widetilde{x}_2|}{sign(\widetilde{x}_1)|\widetilde{x}_1|^{\frac{1}{2}}})$. Après cet instant t_1, $\widetilde{x}_1$ reste égale à zero et on obtient

$$\widetilde{x}_2 = \lambda_1 sign(\widetilde{x}_1) \mid \widetilde{x}_1 \mid^{\frac{1}{2}}$$

étape 2 : L'objectif dans cette étape est d'atteindre la surface de glissement $\widetilde{x}_2 = x_2 - \widehat{x}_2 = 0$. Pour rester sur la surface $\widetilde{x}_1 = 0$, il faut que $\lambda_1 > \frac{|\widetilde{x}_2|_{max}}{|\widetilde{x}_1|_{min}^{\frac{1}{2}}}$.

$$\begin{cases} (i)\, \widetilde{x}_1 = 0 \\ (ii)\, \dot{\widetilde{x}}_1 = \widetilde{x}_2 - \lambda_1 sign(\widetilde{x}_1) \mid \widetilde{x}_1 \mid^{1/2} = 0 \\ (iii)\, \overline{x}_2 = \widehat{x}_2 + \lambda_1 sign(\widetilde{x}_1) \mid \widetilde{x}_1 \mid^{1/2} \end{cases} \tag{5.32}$$

D'aprés (i)-(iii), on peut conclure que

$$x_2 = \overline{x}_2 \Rightarrow \varphi(.) = 0 \Rightarrow \dot{\widetilde{x}}_2 = -\lambda_2 sign(x_2 - \widehat{x}_2) \mid x_2 - \widehat{x}_2 \mid^{1/2} .$$

Soit la fonction de lyapunov suivante : $V_{x_2} = \frac{1}{2}M'\widetilde{x}_2^2$

$$\dot{V}_{x_2} = -(\lambda_2 sign(\widetilde{x}_2) \mid \widetilde{x}_2 \mid^{\frac{2}{3}})\widetilde{x}_2 = -\lambda_2 \mid \widetilde{x}_2 \mid^{\frac{5}{3}} = -2^{\frac{5}{6}}\lambda_2 (V_{x_2})^{\frac{5}{6}} \tag{5.33}$$

On peut conclure qu'il existe un temps $t_2 > t_1$ tel que $\widetilde{x}_1 = \widetilde{x}_2 = 0, \forall t \geq t_2$. Donc (x_1, x_2) converge vers $(\widehat{x}_1, \widehat{x}_2)$ en temps fini.

5.3.4 Simulations numériques

Dans cette partie nous présentons des simulations numériques confirmant la convergence des états réels du Rov vers les états estimés. l'état initial du système (5.3) est

$$(\eta, \nu) = (0.2, 0.2, -0.2, 0.1, 0, 0.1, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$$

et l'état initial de l'observateur (5.6) est

$$(\widehat{\eta}, \widehat{\nu}) = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$$

la matrice de gain $L_1 = diag[10, 10, 10, 5, 5, 5]$

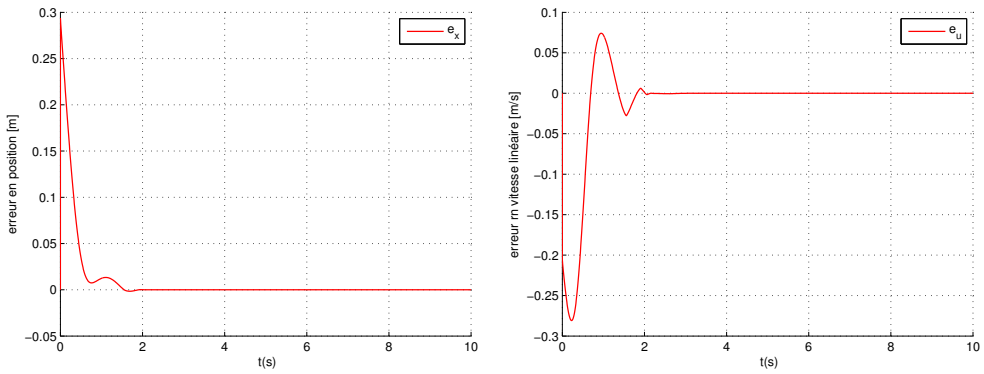


FIGURE 5.8 – Comportement de l'erreur en position x et en vitesse u.

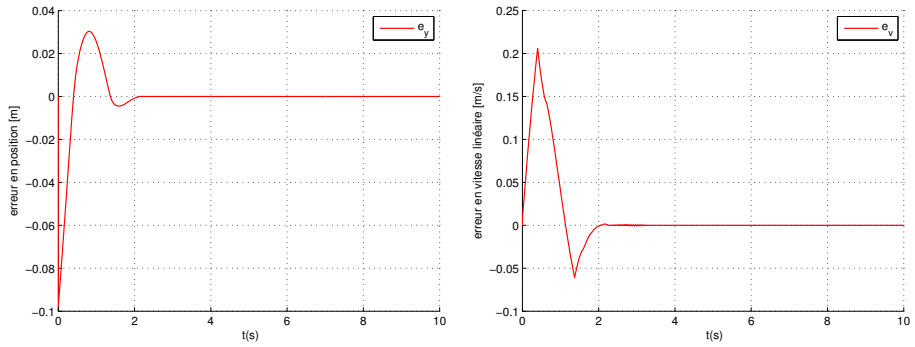


FIGURE 5.9 – Comportement de l'erreur en position y et en vitesse v.

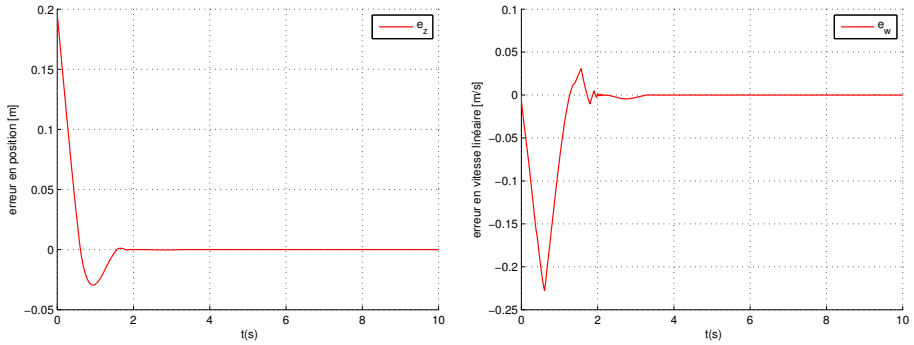


FIGURE 5.10 – Comportement de l'erreur en position z et en vitesse w.

Les figures 5.8, 5.9 et 5.10 représentent le comportement de l'erreur en position (e_x, e_y, e_z), ainsi que le comportement de l'erreur associée en vitesse (e_u, e_v, e_w), respectivement. L'erreur en position et en vitesse convergent vers zéro. Ce qui implique que la position (x, y, z) et sa vitesse associée (u, v, w) convergent vers leurs estimées $(\widehat{x}, \widehat{y}, \widehat{z})$ et $(\widehat{u}, \widehat{v}, \widehat{w})$.

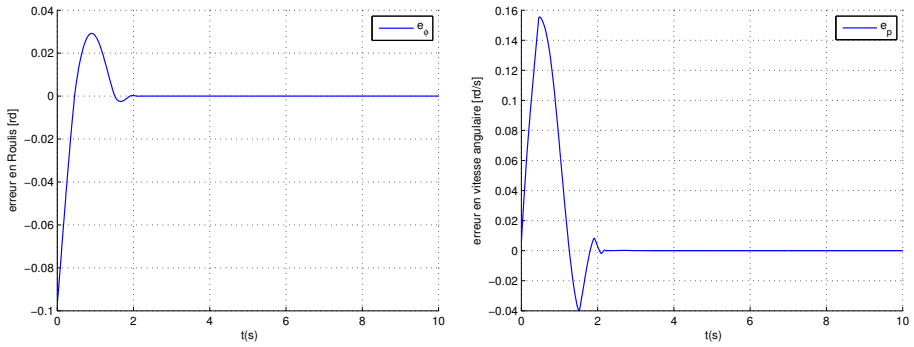


FIGURE 5.11 – Comportement de l'erreur en orientation ϕ et en vitesse p.

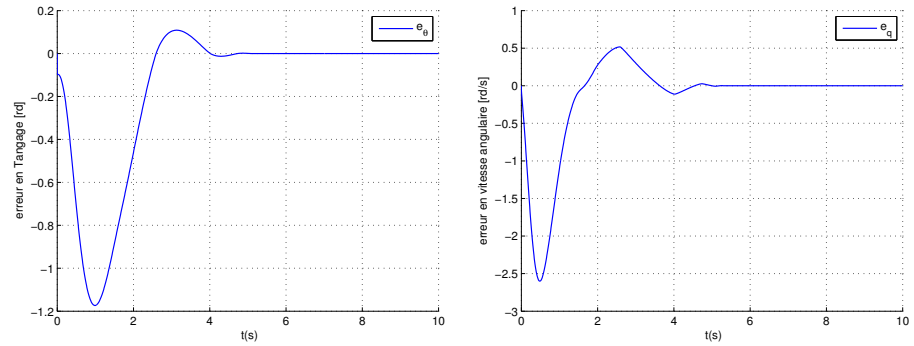


FIGURE 5.12 – Comportement de l'erreur en orientation θ et en vitesse q.

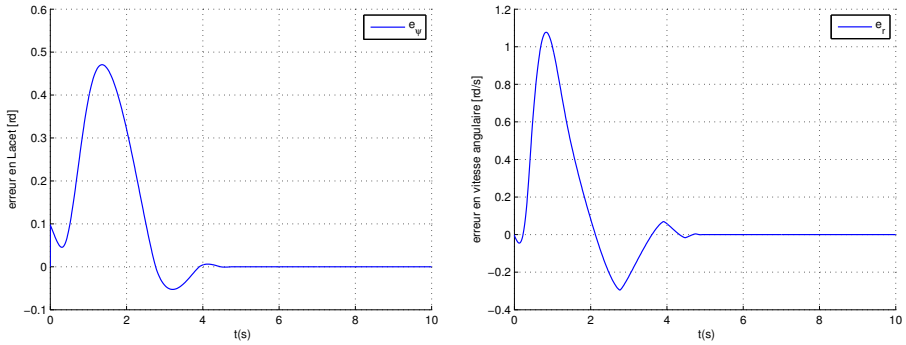


FIGURE 5.13 – Comportement de l'erreur en orientation ψ et en vitesse r.

Les figures 5.11,5.12 et 5.13 montrent la convergence d'erreur en attitude vers zéro, ce qui implique que l'orientation du Rov réel converge vers l'orientation de l'observateur (les courbes en rouge). Le vecteur vitesse du Rov converge vers son estimé (les courbes en bleu). On remarque que cet observateur converge en temps fini et plus rapide que l'observateur assymptotique précédent.

5.3.5 Conception d'un observateur en présence de perturbations

Dans ce paragraphe, nous allons considérer que la dynamique subit une perturbation environnementale issue des forces du courant marin. Ces perturbations sont inconnues et évoluent lentement dans le temps. Dans notre cas, ces perturbations sont considérées des constantes inconnues. Quand ces perturbations sont présentes, le modèle dynamique du Rov (5.3) s'écrit de la façon suivante :

$$M\dot{\nu} = -C(\nu)\nu - D(|\nu|)\nu - g(\eta_2) + B\tau + \Theta \tag{5.34}$$

avec $\Theta = [\Theta_u, \Theta_v, \Theta_w, \Theta_p, \Theta_q, \Theta_r]^T \in \mathbb{R}_6$ le vecteur de perturbation qui est supposé constant. On considère l'observateur suivant :

$$M\dot{\widehat{\nu}} = -C(\widehat{\nu})\widehat{\nu} - D(|\widehat{\nu}|)\widehat{\nu} - g(\eta_2) + B\tau + \widehat{\Theta} \tag{5.35}$$

avec $\widehat{\Theta} = [\widehat{\Theta}_u, \widehat{\Theta}_v, \widehat{\Theta}_w, \widehat{\Theta}_p, \widehat{\Theta}_q, \widehat{\Theta}_r]^T$ est le vecteur estimé du vecteur des perturbations Θ. La dynamique de l'erreur des estimés du vecteur ν s'écrit

$$M\dot{e}_\nu = -\delta(.)e_\nu - (C(\nu)\nu - C(\widehat{\nu})\widehat{\nu}) + e_\Theta \tag{5.36}$$

avec $e_\Theta = \Theta - \widehat{\Theta}$.

Soit la fonction de Lyapunov suivante :

$$W_\Theta = \frac{1}{2}\{e_\nu^T M e_\nu + e_\Theta^T \Gamma^{-1} e_\Theta\} \tag{5.37}$$

La dérivée par rapport au temps de W_Θ donne :

$$\dot{W}_\Theta = - e_\nu^T M[M^{-1}(\delta(.)e_\nu + (C(\nu)\nu - C(\widehat{\nu})\widehat{\nu}) + e_\Theta)] + e_\Theta^T \Gamma^{-1} \dot{e}_\Theta \tag{5.38}$$

Or d'après (5.14), on a :

$$\dot{W}_\Theta \leq - e_\nu^T[\delta(.) - k]e_\nu + e_\nu^T e_\Theta + e_\Theta^T \Gamma^{-1} \dot{e}_\Theta \tag{5.39}$$

Le paramètre estimé $\dot{\widehat{\Theta}}$ qui est en fait le sujet de l'adaptation est défini sous la forme suivante :

$$\dot{e}_\Theta = \dot{\Theta} - \dot{\widehat{\Theta}} = -\Gamma e_\nu \tag{5.40}$$

avec Γ est une matrice diagonale définie positive. En remplaçant $\dot{\widehat{\Theta}}$ par son expression donnée par (5.40), la dérivée de W_Θ vérifie

$$\dot{W}_\Theta \leq - (\delta(.) - k) \parallel e_\nu \parallel^2 \tag{5.41}$$

avec $\delta(.) - k > 0$. Alors, la fonction $\dot{W}_\Theta < 0$, $\forall e_\nu \neq 0$. Alors, on peut conclure que $e_\nu \longrightarrow 0$. En utilisant le théorème de LaSalle [50], on prouve que $e_\Theta \longrightarrow 0$.

Remarque 5.4 — *Si* $\dot{e}_\Theta = -\Gamma e_\nu - K_\Theta e_\Theta$, *on a*

$$\dot{W}_\Theta \leq -(\delta(.) - k) \parallel e_\nu \parallel^2 - k_i \parallel e_\Theta \parallel^2$$

— *Comme* e_Θ *contient le vecteur incertain* ν, *il suffit de substituer l'expression de* e_ν *dans l'expression de* e_Θ.

En intégrant l'équation $\dot{e}_\Theta$, *nous obtenons :*

$$e_\Theta(t) = e_\Theta(t_0) + \Gamma \int_{t_0}^{t} (\nu - \widehat{\nu})(\xi) d\xi \tag{5.42}$$

Or on a $\nu = J^{-1}(\eta_2)\dot{\eta}$, *alors*

$$e_\Theta(t) = e_\Theta(t_0) + \Gamma \int_{t_0}^{t} (J^{-1}(\eta_2)\dot{\eta} - \widehat{\nu})(\xi)d\xi \tag{5.43}$$

ce qui donne

$$e_\Theta(t) = e_\Theta(t_0) + \Gamma \int_{\eta(t_0)}^{\eta(t)} J^{-1}(\xi')d\xi' - \Gamma \int_{t_0}^{t} \widehat{\nu}(\xi)d\xi \tag{5.44}$$

5.3.6 Commande par retour de sortie avec une vitesse constante

On suppose dans cette partie que le Rov se déplace avec des vitesses faibles. l'état n'est pas accessible par une mesure. Nous avons seulement la connaissance de η. Un observateur fournissant une estimation de l'état complet qui sera utilisé dans la loi de commande afin de stabiliser le système du Rov. Cette estimation est réalisée par un système dynamique dont la sortie sera précisément $\widehat{\eta}$ et l'entrée sera constituée de l'ensemble des informations disponibles, c'est-à-dire τ et η. On suppose que le Rov se déplace avec une vitesse longitudinale u constante égale à u_0. Alors le modèle mathématique au voisinage de $(u_0, 0) \in \mathbb{R}^* \times \mathbb{R}_{11}$, s'écrit sous cette forme :

$$\begin{aligned}
\dot{u} &= -\tfrac{1}{m_{11}}(d_u u + (F_W - F_B)\theta - \tau_1) \\
\dot{x} &= u \\
\dot{v} &= -\tfrac{1}{m_{22}}(d_v v + m_{11}u_0 r - (F_W - F_B)\phi) \\
\dot{y} &= v + u_0\psi \\
\dot{w} &= -\tfrac{1}{m_{33}}(d_w w - m_{11}u_0 q - (F_W - F_B) - \tau_3) \\
\dot{z} &= w - u_0\theta \\
\dot{p} &= -\tfrac{1}{m_{44}}(d_p p + z_g F_G \phi) \\
\dot{\phi} &= p \\
\dot{q} &= -\tfrac{1}{m_{55}}(d_q q + (m_{11} - m_{33})u_0 w + z_g F_G \theta) \\
\dot{\theta} &= q \\
\dot{r} &= -\tfrac{1}{m_{66}}(d_r r + (m_{22} - m_{11})u_0 v - \tau_2) \\
\dot{\psi} &= r
\end{aligned} \tag{5.45}$$

On choisit l'observateur sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
\dot{\widehat{u}} &= -\tfrac{1}{m_{11}}(d_u\widehat{u} + (F_W - F_B)\theta - \tau_1) + l_u\widetilde{x} \\
\dot{\widehat{x}} &= \widehat{u} + l_x\widetilde{x} \\
\dot{\widehat{v}} &= -\tfrac{1}{m_{22}}(d_v\widehat{v} + m_{11}u_0\widehat{r} - (F_W - F_B)\phi) + l_v\widetilde{y} \\
\dot{\widehat{y}} &= \widehat{v} + u_0\psi + l_y\widetilde{y} \\
\dot{\widehat{w}} &= -\tfrac{1}{m_{33}}(d_w\widehat{w} - m_{11}u_0\widehat{q} - (F_W - F_B) - \tau_3) + l_w\widetilde{z} \\
\dot{\widehat{z}} &= \widehat{w} - u_0\theta + l_z\widetilde{z} \\
\dot{\widehat{p}} &= -\tfrac{1}{m_{44}}(d_p\widehat{p} + z_g F_G\phi) + l_p\widetilde{\phi} \\
\dot{\widehat{\phi}} &= \widehat{p} + l_\phi\widetilde{\phi} \\
\dot{\widehat{q}} &= -\tfrac{1}{m_{55}}(d_q\widehat{q} + (m_{11} - m_{33})u_0\widehat{w} + z_g F_G\theta) + l_q\widetilde{\theta} \\
\dot{\widehat{\theta}} &= \widehat{q} + l_\theta\widetilde{\theta} \\
\dot{\widehat{r}} &= -\tfrac{1}{m_{66}}(d_r\widehat{r} + (m_{22} - m_{11})u_0\widehat{v} - \tau_2) + l_r\widetilde{\psi} \\
\dot{\widehat{\psi}} &= \widehat{r} + l_\psi\widetilde{\psi}
\end{aligned} \tag{5.46}$$

On défini l'erreur entre l'état réel et l'état estimé par :

$$\begin{array}{llllll}
\widetilde{x} = x - \widehat{x} & \widetilde{y} = y - \widehat{y} & \widetilde{z} = z - \widehat{z} & \widetilde{\phi} = \phi - \widehat{\phi} & \widetilde{\theta} = \theta - \widehat{\theta} & \widetilde{\psi} = \psi - \widehat{\psi} \\
\widetilde{u} = u - \widehat{u} & \widetilde{v} = v - \widehat{v} & \widetilde{w} = w - \widehat{w} & \widetilde{p} = p - \widehat{p} & \widetilde{q} = q - \widehat{q} & \widetilde{r} = r - \widehat{r}
\end{array}$$

Alors, le système d'erreur s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned}
\dot{\widetilde{u}} &= -\tfrac{d_u}{m_{11}}\widetilde{u} - l_u\widetilde{x} \\
\dot{\widetilde{v}} &= -\tfrac{1}{m_{22}}(d_v\widetilde{v} + m_{11}u_0\widetilde{r}) - l_v\widetilde{y} \\
\dot{\widetilde{w}} &= -\tfrac{1}{m_{33}}(d_w\widetilde{w} - m_{11}u_0\widetilde{q}) - l_w\widetilde{z} \\
\dot{\widetilde{p}} &= -\tfrac{1}{m_{44}}(d_p\widetilde{p} + z_g F_G\widetilde{\phi}) - l_p\widetilde{\phi} \\
\dot{\widetilde{q}} &= -\tfrac{1}{m_{55}}(d_q\widetilde{q} + (m_{11} - m_{33})u_0\widetilde{w}) - l_q\widetilde{\theta} \\
\dot{\widetilde{r}} &= -\tfrac{1}{m_{66}}(d_r\widetilde{r} + (m_{22} - m_{11})u_0\widetilde{v}) - l_r\widetilde{\psi} \\
\dot{\widetilde{x}} &= \widetilde{u} - l_x\widetilde{x}, \dot{\widetilde{y}} = \widetilde{v} - l_y\widetilde{y}, \dot{\widetilde{z}} = \widetilde{w} - l_z\widetilde{z} \\
\dot{\widetilde{\phi}} &= \widetilde{p} - l_\phi\widetilde{\phi}, \dot{\widetilde{\theta}} = \widetilde{q} - l_\theta\widetilde{\theta}, \dot{\widetilde{\psi}} = \widetilde{r} - l_\psi\widetilde{\psi}
\end{aligned} \tag{5.47}$$

Proposition 5.5 *[49] On suppose que le système réel et l'observateur sont à entrées et états bornés. Si les termes suivants $l_x, l_y, l_z, l_\phi, l_\theta$ et l_ψ sont strictement positifs, l'observateur est asymptotiquement stable et le système d'erreur converge vers zéro.*

Preuve. Soit la fonction de Lyapunov suivante :

$$V = (1/2)\{\widetilde{x}^2 + \widetilde{u}^2 + \widetilde{y}^2 + \widetilde{v}^2 + \widetilde{z}^2 + \widetilde{w}^2 + \widetilde{\phi}^2 + \widetilde{y}^p + \widetilde{\theta}^2 + \widetilde{q}^2 + \widetilde{\psi}^2 + \widetilde{r}^2\} \tag{5.48}$$

La dérivée de cette fonction par rapport au temps s'écrit

$$\begin{aligned}\dot{V} = &- l_x\widetilde{x}^2 - \frac{d_u}{m_{11}}\widetilde{u}^2 + (1-l_u)\widetilde{x}\widetilde{u} - l_y\widetilde{y}^2 - \frac{d_v}{m_{22}}\widetilde{v}^2 + (1-l_v)\widetilde{y}\widetilde{v} - l_z\widetilde{z}^2 - \frac{d_w}{m_{33}}\widetilde{w}^2 + (1-l_w)\widetilde{z}\widetilde{w} \\ &-l_\phi\widetilde{\phi}^2 - \frac{d_p}{m_{44}}\widetilde{p}^2 + (1-l_p)\widetilde{\phi}\widetilde{p} - l_\theta\widetilde{\theta}^2 - \frac{d_q}{m_{44}}\widetilde{q}^2 + (1-l_q)\widetilde{\theta}\widetilde{q} - l_r\widetilde{\psi}^2 - \frac{d_r}{m_{66}}\widetilde{r}^2 + (1-l_r)\widetilde{\psi}\widetilde{r} \\ &+(\frac{m_{11}-m_{22}}{m_{66}} - \frac{m_{11}}{m_{22}})u_0\widetilde{v}\widetilde{r} + (\frac{m_{11}}{m_{33}} - \frac{m_{11}-m_{33}}{m_{55}})u_0\widetilde{w}\widetilde{q}\end{aligned} \tag{5.49}$$

En choisissant $l_u = l_v = l_w = l_p = l_q = l_r = 1$, de plus on a les deux inégalités suivantes :

$$\varepsilon_v\widetilde{v}\widetilde{r} \leq \frac{\varepsilon_v^2}{4k_1}\widetilde{v}^2 + k_1\widetilde{r}^2 \tag{5.50}$$

$$\varepsilon_q\widetilde{q}\widetilde{w} \leq \frac{\varepsilon_q^2}{4k_2}\widetilde{q}^2 + k_2\widetilde{w}^2 \tag{5.51}$$

avec k_1, k_2 deux termes positifs et

$$\varepsilon_v = (\frac{m_{11}-m_{22}}{m_{66}} - \frac{m_{11}}{m_{22}})u_0,\ \varepsilon_q = (\frac{m_{11}}{m_{33}} - \frac{m_{11}-m_{33}}{m_{55}})u_0 \tag{5.52}$$

Donc on a

$$\begin{aligned}\dot{V} = &- l_x\widetilde{x}^2 - \frac{d_u}{m_{11}}\widetilde{u}^2 - l_y\widetilde{y}^2 - (\frac{d_v}{m_{22}} - \frac{\varepsilon_v^2}{4k_1})\widetilde{v}^2 - l_z\widetilde{z}^2 - (\frac{d_w}{m_{33}} - k_2)\widetilde{w}^2 - l_\phi\widetilde{\phi}^2 - \frac{d_p}{m_{44}}\widetilde{p}^2 \\ &-l_\theta\widetilde{\theta}^2 - (\frac{d_q}{m_{44}} - \frac{\varepsilon_q^2}{4k_2})\widetilde{q}^2 - l_r\widetilde{\psi}^2 - (\frac{d_r}{m_{66}} - k_1)\widetilde{r}^2\end{aligned} \tag{5.53}$$

Alors si on choisit k_1 et k_2 tel que $l_x, l_y, l_z, l_\phi, l_\theta, l_\psi, \frac{d_q}{m_{44}} - \frac{\varepsilon_q^2}{4k_2}, \frac{d_r}{m_{66}} - k_1, \frac{d_v}{m_{22}} - \frac{\varepsilon_v^2}{4k_1}$ et $\frac{d_w}{m_{33}} - k_2$ soient strictement positifs, La fonction $\dot{V}$ est strictement négative. Donc d'après la théorie de Lyapunove [50] le système d'erreur converge asymptotiquement vers zéro.

Simulations : Afin de valider la stratégie développée, des simulations sur Matlab ont été effectuées. La position initiale du Rov est donnée par :

$$(x, y, z, \phi, \theta, \psi) = (2, 1, -3, 0.1, 0.2, \pi/4)$$

Les gains sont pris comme suit :

$$l_x = l_y = l_z = l_\phi = l_\theta = l_\psi = 10$$

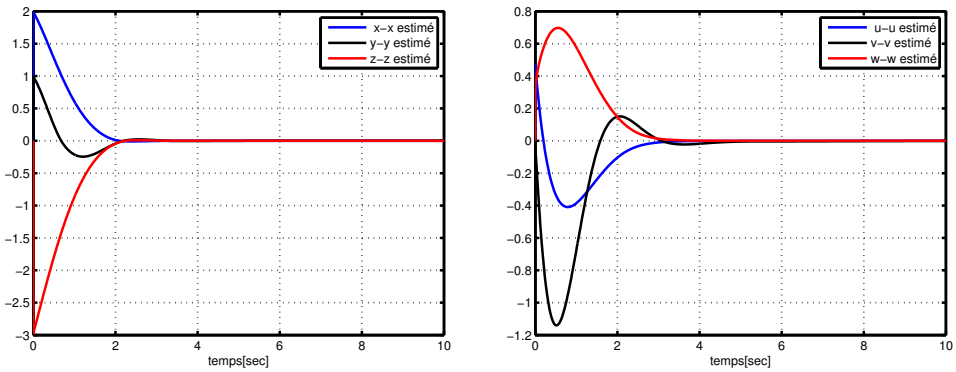


FIGURE 5.14 – Comportement de l'erreur en position et en vitesse linéaire.

La figure 5.14 représente l'évolution de l'erreur entre la position réelle et la position estimée à gauche (respectivement l'evolution de l'erreur en attitude à droite).

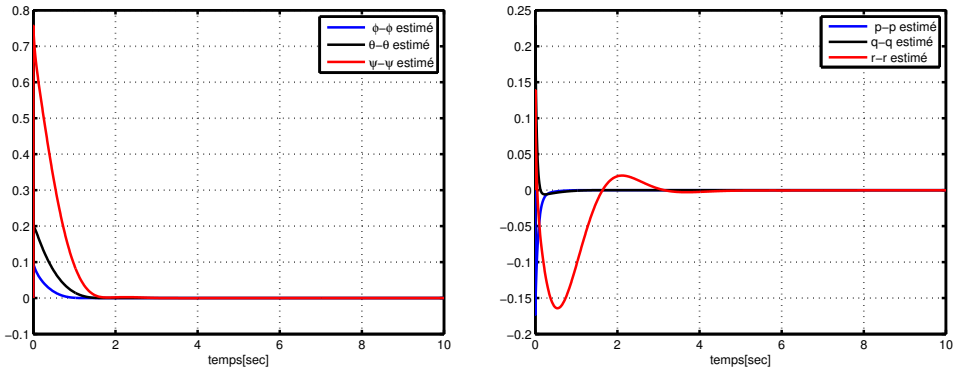


FIGURE 5.15 – Comportement de l'erreur et en vitesse angulaire.

La figure 5.15 représente l'évolution de l'erreur entre la vitesse réelle et la vitesse estimée du Rov. Il est clair que l'erreur entre les états réels et les états estimés converge rapidement vers zéro. Ce qui confirme la stabilité asymptotique de notre observateur.

Commande basée observateur

Dans ce paragraphe, notre objectif est de construire une loi de commande à partir des mesures disponibles qui assurent la convergence des états du système vers $(u_0, 0) \in \mathbb{R}^* \times \mathbb{R}^{11}$.

Proposition 5.6 *[49] On suppose que le système réel (5.45) et l'observateur (5.46) sont à entrées et états bornés. Soit la loi de commande suivante :*

$$\begin{aligned} \tau_u &= -m_{11}(k_u\widehat{u} + k_x x - (F_G - F_B)\theta) \\ \tau_w &= -m_{33}(k_w\widehat{w} + k_z z + k_\theta\theta + k_q\widehat{q} - \tau_{gb}) \\ \tau_r &= -m_{66}(k_v\widehat{v} + k_y y + k_r\widehat{r} + k_\psi\psi) \end{aligned} \tag{5.54}$$

avec $\tau_{gb} = F_G - F_B$. Alors, pour un choix convenable des gains $k_x, k_y, k_z, k_u, k_v, k_w, k_\psi, k_\theta, k_q$ et k_r, Le système du Rov (5.45) est asymptotiquement stable.

Preuve. La preuve se fait en deux étapes :
Etape 1) Convergence de l'angle de Roulis : Le système décrivant le Rov est système sous-actionné, on peut écrire le vecteur position sous cette forme :

$$\eta = [\eta^a \ \eta^u]^T \tag{5.55}$$

avec, $\eta^a = [x \ \ y \ \ z, \ \ \theta, \ \ \psi]^T$ est la partie contrôlée (direct ou indirectement) et $\eta^u = \phi$ l'état non contrôlé. Dans le système cinématique et dynamique du Rov et d'après la dynamique de p , l'angle ϕ vérifie l'équation différentielle suivante du second ordre :

$$\ddot{\phi} = -\frac{d_p}{m_{44}}p + \frac{z_g F_G}{m_{44}}\phi = -\frac{d_p}{m_{44}}\dot{\phi} + \frac{z_g F_G}{m_{44}}\phi \tag{5.56}$$

L'équation du système (5.56) vérifie les hypothèses d'un polynome d'Hurwitz. De manière générale, le polynôme $P = x^2 + k_1 x + k_2$ est de Hurwitz si et seulement si P admet deux racines à partie réelles strictement négatives. Donc les états (ϕ, p) convergent asymptotiquement vers zéro.
Etape 2) Stabilisation des états du modèle :
Soit maintenant la fonction W définie par

$$W = V + V_1 \tag{5.57}$$

avec la fonction V est donnée par l'équation (5.48) et V_1 définie par :

$$V_1 = \frac{1}{2}\{x^2 + (x+u)^2 + z^2 + \theta^2 + q^2 + (z+\theta+q+w)^2 + y^2 + v^2 + \psi^2 + (y+\psi+v+r)^2\} \tag{5.58}$$

On s'intéresse pour le moment à la fonction V_1, la dérivée par rapport au temps de cette fonction est donnée par :

$$\begin{aligned}
\dot{V}_1 &= xu + (x+u)(u - d_u u + (F_G - F_B)\theta + \tau_u) + z(w - u_0\theta) + q\theta - \tfrac{1}{m_{55}}(d_q q + (m_{11} - m_{33})u_0 w \\
&+ z_g F_G\theta)q + (z+\theta+q+w)(w - u_0\theta + \theta - \tfrac{1}{m_{55}}(d_q q + (m_{11} - m_{33})u_0 w + z_g F_G\theta) \\
&- \tfrac{1}{m_{33}}(d_w w - m_{11}u_0 q - (F_G - F_B) + \tau_3)) + y(v + u_0\psi) + \psi r - \tfrac{1}{m_{22}}(d_v v + m_{11}u_0 r)v \\
&+ (y+\psi+v+r)(v + u_0\psi + r - \tfrac{1}{m_{22}}(d_v v + m_{11}u_0 r) - \tfrac{1}{m_{66}}(d_r r + (m_{22} - m_{11})u_0 v + \tau_2))
\end{aligned} \tag{5.59}$$

En appliquant la loi de commande donnée par la proposition on obtient

$$\begin{aligned}
\dot{V}_1 &= xu + (x+u)(u - d_u u - k_u\widehat{u} - k_x x) + z(w - u_0\theta) + q\theta - \tfrac{1}{m_{55}}(d_q q + (m_{11} - m_{33})u_0 w \\
&+ z_g F_G\theta)q + (z+\theta+q+w)(w - u_0\theta + \theta - \tfrac{1}{m_{55}}(d_q q + (m_{11} - m_{33})u_0 w + z_g F_G\theta) \\
&- \tfrac{1}{m_{33}}(d_w w - m_{11}u_0 q - k_w\widehat{w} - k_z z - k_\theta\theta - k_q\widehat{q})) + y(v + u_0\psi) + \psi r - \tfrac{1}{m_{22}}(d_v v + m_{11}u_0 r)v \\
&+ (y+\psi+v+r)(v + u_0\psi + r - \tfrac{1}{m_{22}}(d_v v + m_{11}u_0 r) - \tfrac{1}{m_{66}}(d_r r + (m_{22} - m_{11})u_0 v) \\
&- k_v\widehat{v} - k_y y - k_r\widehat{r} - k_\psi\psi)
\end{aligned} \tag{5.60}$$

En utilisant la relation entre ν et $\widehat{\nu}$ suivante :

$$u = \widetilde{u} + \widehat{u}, q = \widetilde{q} + \widehat{q}, w = \widetilde{w} + \widehat{w}, r = \widetilde{r} + \widehat{r}, v = \widetilde{v} + \widehat{v}, q = \widetilde{q} + \widehat{q}$$

La dérivée de V_1 est donnée par l'équation suivante :

$$\begin{aligned}
\dot{V}_1 &= xu + (x+u)(-(k_u - \lambda_u)u + k_u\widetilde{u} - k_x x) + z(w - u_0\theta) + q\theta - \tfrac{1}{m_{55}}(d_q q + (m_{11} - m_{33})u_0 w \\
&+ z_g F_G\theta)q + (z+\theta+q+w)(-(k_w - \lambda_w)w - (k_q - \lambda_q)q - k_z z - k_\theta\theta + k_w\widetilde{w} + k_q\widetilde{q})) \\
&+ y(v + u_0\psi) + \psi r - \tfrac{1}{m_{22}}(d_v v + m_{11}u_0 r)v + (y+\psi+v+r)(-(k_v - \lambda_v)v - (k_r - \lambda_r)r \\
&- k_y y - k_\psi\psi + k_v\widetilde{v} + k_r\widetilde{r})
\end{aligned} \tag{5.61}$$

avec

$$\lambda_u = 1 - \frac{d_u}{m_{11}},\ \lambda_q = 1 - \frac{d_q}{m_{55}} + \frac{m_{11}}{m_{33}}u_0,\ \lambda_r = 1 - \frac{d_r}{m_{66}} - \frac{m_{11}}{m_{22}}u_0$$

$$\lambda_v = 1 - \frac{d_v}{m_{22}} - \frac{m_{22} - m_{11}}{m_{66}} u_0,\ \lambda_w = 1 - \frac{d_w}{m_{33}} - \frac{m_{11} - m_{33}}{m_{55}} u_0.$$

On décompose $\dot{V}_1$ sous la forme suivante,

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_{11} + \dot{V}_{12} + \dot{V}_{13} \tag{5.62}$$

telle que :

$$\begin{aligned} (i)\ \dot{V}_{11} &= xu + (x+u)(-(k_u - \lambda_u)u + k_u\widetilde{u} - k_x x) \\ &= -(k_x + \lambda_u - k_u)x^2 - (k_u - \lambda_u)(x+u)^2 + (1 - (k_x + \lambda_u - k_u))xu + k_u(x+u)\widetilde{u} \end{aligned} \tag{5.63}$$

Si on choisit

$$k_u - \lambda_u > 0,\ 1 - (k_x + \lambda_u - k_u) = 0 \tag{5.64}$$

Alors, sous les conditions (5.64), on a :

$$\dot{V}_{11} = -x^2 - (k_u - \lambda_u)(x+u)^2 + k_u(x+u)\widetilde{u} \tag{5.65}$$

On s'intéresse à la fonction $\dot{V}_{12}$:

$$\begin{aligned} (ii)\ \dot{V}_{12} &= (y + \psi + v + r)(-(k_v - \lambda_v)v - (k_r - \lambda_r)r - k_y y - k_\psi \psi + k_v\widetilde{v} + k_r\widetilde{r}) + y(v + u_0\psi) \\ &+ \psi r - \tfrac{1}{m_{22}}(d_v v + m_{11}u_0 r)v \\ &= -k_r(y + \psi + v + r)^2 - (\tfrac{d_v}{m_{22}} + k_v - k_r)v^2 - (k_y - k_r)y^2 - (k_\psi - k_r)\psi^2 \\ &+ (1 + 2k_r - k_v - k_y)yv + (u_0 + 2k_r - k_y - k_\psi)y\psi + (2k_r - k_v - k_\psi)\psi v \\ &+ k_v(y + \psi + v + r)\widetilde{v} + k_r(y + \psi + v + r)\widetilde{r} \end{aligned} \tag{5.66}$$

Si on choisit : k_r, k_v, k_y et k_ψ sous la forme suivante :

$$2k_r + 1 = k_v + k_y,\ 2k_r + u_0 = k_y + k_\psi,\ 2k_r = k_v + k_\psi \tag{5.67}$$

Alors, sous les conditions (5.67), la fonction $\dot{V}_{12}$ s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{V}_{12} &= -k_r(y + \psi + v + r)^2 - (\tfrac{d_v}{m_{22}} + k_v - k_r)v^2 - (k_y - k_r)y^2 - (k_\psi - k_r)\psi^2 \\ &+ k_v(y + \psi + v + r)\widetilde{v} + k_r(y + \psi + v + r)\widetilde{r} \end{aligned} \tag{5.68}$$

La fonction $\dot{V}_{13}$ est définie par :

$$\begin{aligned}(iii)\ \dot{V}_{13} &= (z+\theta+q+w)(-(k_w-\lambda_w)w-(k_q-\lambda_q)q-k_z z-k_\theta\theta+k_q\widetilde{q}+k_w\widetilde{w})\\ &+ z(w-u_0\theta)+q\theta-\tfrac{1}{m_{55}}(d_q q+(m_{11}-m_{33})u_0 w+z_g F_G\theta)q\\ &= -k_w(z+\theta+q+w)^2-(\tfrac{d_q}{m_{44}}+k_q-k_w)q^2-(k_z-k_w)z^2-(k_\theta-k_w)\theta^2\\ &+ (1+2k_w-k_q-k_z)zq+(u_0+2k_w-k_z-k_\theta)z\theta+(\tfrac{z_g F_G}{m_{55}}+2k_w-k_q-k_\theta)\theta q\\ &+ k_q(z+\theta+q+w)\widetilde{q}+k_w(z+\theta+q+w)\widetilde{w}\end{aligned} \tag{5.69}$$

Si on choisit k_w, k_q, k_z et k_θ sous les formes suivantes :

$$2k_w+1=k_q+k_z,\ 2k_w+u_0=k_z+k_\theta,\ 2k_w+\frac{z_g F_G}{m_{55}}=k_q+k_\theta \tag{5.70}$$

Alors, sous les conditions (5.70), la dérivée de V_{13} est donnée par :

$$\begin{aligned}\dot{V}_{13} &= -k_w(z+\theta+q+w)^2-(\tfrac{d_q}{m_{44}}+k_q-k_w)q^2-(k_z-k_w)z^2-(k_\theta-k_w)\theta^2\\ &+ k_q(z+\theta+q+w)\widetilde{q}+k_w(z+\theta+q+w)\widetilde{w}\end{aligned} \tag{5.71}$$

Finalement l'expression de la fonction $\dot{V}_1$ est donnée par :

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 &= -x^2-(k_y-k_r)y^2-(k_\psi-k_r)\psi^2-(k_z-k_w)z^2-(k_\theta-k_w)\theta^2-(\tfrac{d_q}{m_{44}}+k_q-k_w)q^2\\ &- (\tfrac{d_v}{m_{22}}+k_v-k_r)v^2-(k_u-\lambda_u)(x+u)^2-k_r(y+\psi+v+r)^2-k_w(z+\theta+q+w)^2\\ &+ k_u(x+u)\widetilde{u}+k_q(z+\theta+q+w)\widetilde{q}+k_w(z+\theta+q+w)\widetilde{w}+k_v(y+\psi+v+r)\widetilde{v}\\ &+ k_r(y+\psi+v+r)\widetilde{r}\end{aligned} \tag{5.72}$$

On remarque que les cinq derniers termes qui dépendent de l'erreur sont des termes incertains. En utilisant l'inégalité de Young, avec $\epsilon_i > 0 \forall i$, on a :

$$\begin{aligned}k_u(x+u)\widetilde{u} &\leq \frac{k_u^2}{4\epsilon_1}|\widetilde{u}|^2+\epsilon_1|x+u|^2\\ k_q(z+\theta+q+w)\widetilde{q} &\leq \frac{k_q^2}{4\epsilon_2}|\widetilde{q}|^2+\epsilon_2|z+\theta+q+w|^2\\ k_w(z+\theta+q+w)\widetilde{w} &\leq \frac{k_w^2}{4\epsilon_3}|\widetilde{w}|^2+\epsilon_3|z+\theta+q+w|^2\\ k_v(y+\psi+v+r)\widetilde{v} &\leq \frac{k_v^2}{4\epsilon_4}|\widetilde{v}|^2+\epsilon_4|y+\psi+v+r|^2\\ k_r(y+\psi+v+r)\widetilde{r} &\leq \frac{k_r^2}{4\epsilon_5}|\widetilde{r}|^2+\epsilon_5|y+\psi+v+r|^2\end{aligned} \tag{5.73}$$

En utilisant les inégalités (5.73), la fonction $\dot{V}_1$ s'écrit :

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 &\leq -x^2-(k_y-k_r)y^2-(k_\psi-k_r)\psi^2-(k_z-k_w)z^2-(k_\theta-k_w)\theta^2\\ &- (\tfrac{d_q}{m_{44}}+k_q-k_w)q^2-(\tfrac{d_v}{m_{22}}+k_v-k_r)v^2-(k_u-\lambda_u-\epsilon_1)(x+u)^2\\ &- (k_r-\epsilon_4-\epsilon_5)(y+\psi+v+r)^2-(k_w-\epsilon_2-\epsilon_3)(z+\theta+q+w)^2\\ &+ \tfrac{k_u^2}{4\epsilon_1}|\widetilde{u}|^2+\tfrac{k_q^2}{4\epsilon_2}|\widetilde{q}|^2+\tfrac{k_w^2}{4\epsilon_3}|\widetilde{w}|^2+\tfrac{k_v^2}{4\epsilon_4}|\widetilde{v}|^2+\tfrac{k_r^2}{4\epsilon_5}|\widetilde{r}|^2\end{aligned} \tag{5.74}$$

Pour compenser les termes qui dépendent de l'erreur, on peut utiliser la fonction $\dot{V}$ et on aura :

$$\begin{aligned}\dot{V} \leq &- l_x\widetilde{x}^2-\frac{d_u}{m_{11}}\widetilde{u}^2-l_y\widetilde{y}^2-\frac{d_v}{m_{22}}(\widetilde{v}-\varepsilon_v\widetilde{r})^2-l_z\widetilde{z}^2-\frac{d_w}{m_{33}}(\widetilde{w}-\varepsilon_q\widetilde{q})^2-l_\phi\widetilde{\phi}^2-\frac{d_p}{m_{44}}\widetilde{p}^2\\ &-l_\theta\widetilde{\theta}^2-(\frac{d_q}{m_{44}}-\varepsilon_q^2)\widetilde{q}^2-l_r\widetilde{\psi}^2-(\frac{d_r}{m_{66}}-\varepsilon_v^2)\widetilde{r}^2+\frac{k_u^2}{4\epsilon_1}|\widetilde{u}|^2+\frac{k_q^2}{4\epsilon_2}|\widetilde{q}|^2+\frac{k_w^2}{4\epsilon_3}|\widetilde{w}|^2+\frac{k_v^2}{4\epsilon_4}|\widetilde{v}|^2+\frac{k_r^2}{4\epsilon_5}|\widetilde{r}|^2\end{aligned} \tag{5.75}$$

ou encore

$$\begin{aligned}\dot{V} \leq &- l_x\widetilde{x}^2-(\frac{d_u}{m_{11}}-\frac{k_u^2}{4\epsilon_1})\widetilde{u}^2-l_y\widetilde{y}^2-\varpi_v(\widetilde{v}-\varepsilon_v\widetilde{r})^2-l_z\widetilde{z}^2-\varpi_w(\widetilde{w}-\varepsilon_q\widetilde{q})^2-l_\phi\widetilde{\phi}^2\\ &-\frac{d_p}{m_{44}}\widetilde{p}^2-l_\theta\widetilde{\theta}^2-\varpi_q\widetilde{q}^2-l_\psi\widetilde{\psi}^2-\varpi_r\widetilde{r}^2\end{aligned} \tag{5.76}$$

avec $\varpi_v, \varpi_w, \varpi_q$ et ϖ_r dépends de ϵ_i.

Donc avec un choix convenable des ϵ_i on peut prouver que :

$$\dot{V} <0,\ \dot{V}=0 \Longleftrightarrow \widetilde{\eta}=\widetilde{\nu}=0 \tag{5.77}$$

et la fonction $\dot{W}$ vérifie :

$$\dot{W} \leq -\mu V_1 \tag{5.78}$$

Alors la fonction $\dot{W}$ est strictement négative, donc d'après la théorie de Lyapunove [50] la fonction V_1 est une fonction candidate de Lyapunov et le système converge asymptotiquement vers zéro.

Résultats numériques : Dans cette partie, on va évaluer l'efficacité des lois commandes déter-

minés afin de stabiliser le système du Rov. soit l'état initial du système :

$$\begin{array}{lllllll} x=2 & y=1 & z=-2 & \phi=0.1 & \theta=0.2 & \psi=\pi/4 \\ u=0.5 & v=0 & w=0.3 & r=1 & p=0 & ,q=0 \end{array}$$

Ainsi l'état initial du système observateur :

$$\widehat{x}=\widehat{y}=\widehat{z}=\widehat{\phi}=\widehat{\theta}=\widehat{\psi},\widehat{u}=\widehat{v}=\widehat{p}=\widehat{q}=\widehat{r}=0$$

Les gains :

$$\begin{array}{lllll} k_u=10 & k_v=15 & k_w=10 & k_x=20 & k_y=15 \\ k_z=20 & k_r=10 & k_\psi=20 & k_q=15 & k_\theta=15 \end{array}$$

Les figures 5.16, 5.17, 5.18,5.19, 5.20 et 5.21 représentent le comportement réel des états (η, ν) et le comportement de leurs estimés ($\widehat{\eta},\widehat{\nu}$).

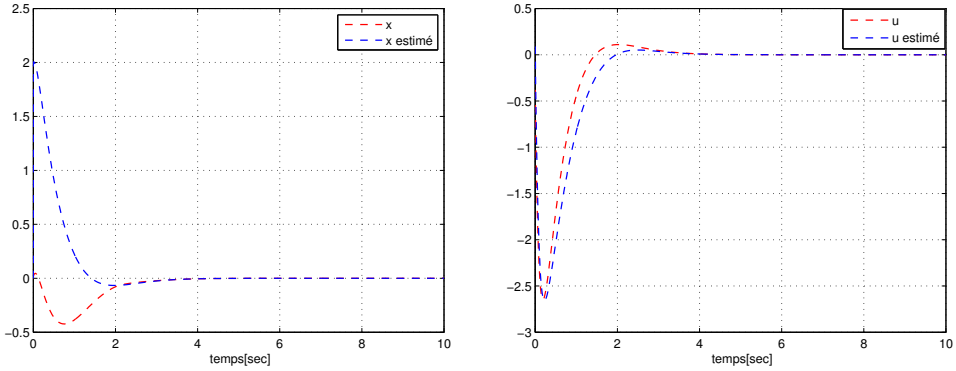


FIGURE 5.16 – Comportement de la position et la vitesse longitudinale (actuelle et estimée).

La courbe 5.16 représente d'une part le comportement du Rov selon l'axe des X afin d'atteindre une position désirée $x_d = 0$ ainsi que le comportement associé de la vitesse linéaire u en rouge. D'autre part l'éstimation de la position $\widehat{x}$ et sa vitesse associée $\widehat{u}$ en bleu. On remarque que la position et la vitesse dans cette direction convergent vers leurs estimés. L'état et l'estimé convergent assymptotiquement vers la position et la vitesse désirée.

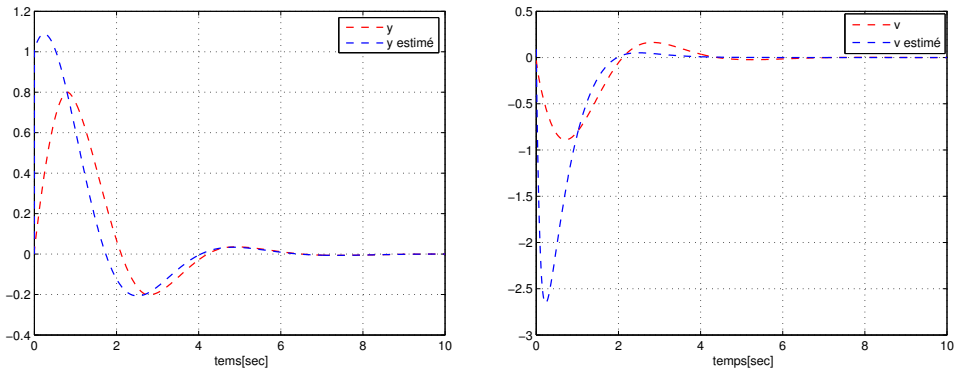


FIGURE 5.17 – Comportement de la position et la vitesse latérale (actuelle et estimée).

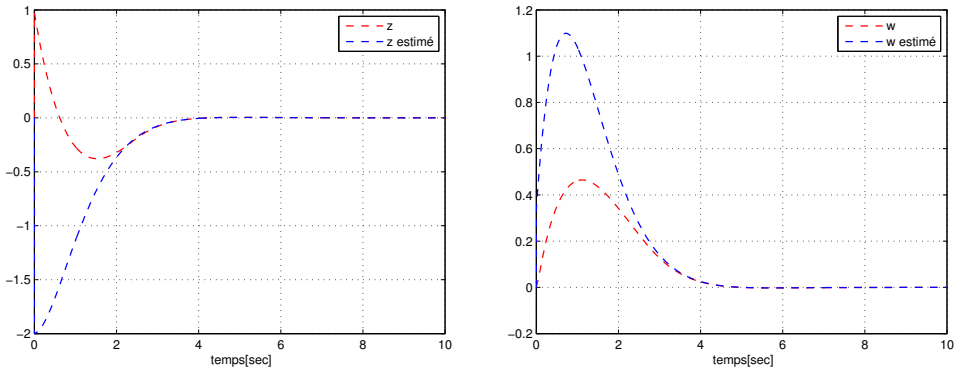


FIGURE 5.18 – Comportement de l'orientation et la vitesse verticale (actuelle et estimée).

Les courbes 5.17 et 5.18 représentent le comportement de la position y et z ainsi que leurs vecteurs vitesse associée v et w d'une part et la position estimée $(\widehat{y}, \widehat{z})$ et leurs vecteurs vitesse estimée $(\widehat{v}, \widehat{w})$. Il est clair que l'état réel du Rov converge vers l'état désiré et l'erreur d'estimation converge vers zéro.

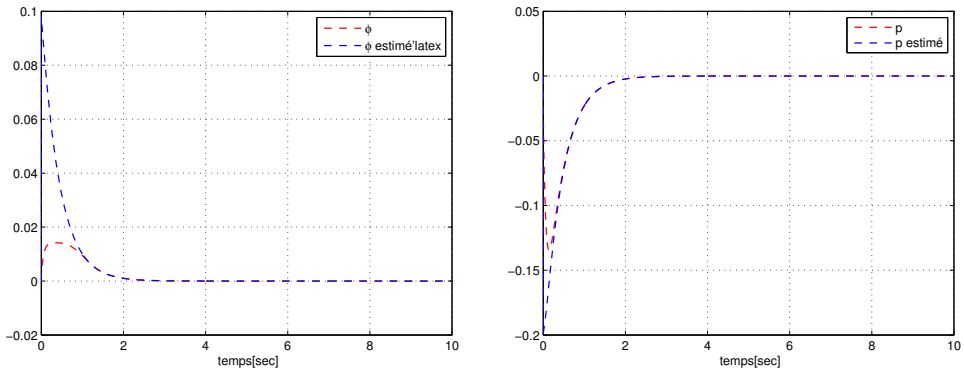


FIGURE 5.19 – Comportement de l'orientation et la vitesse de roulis (actuelle et estimée).

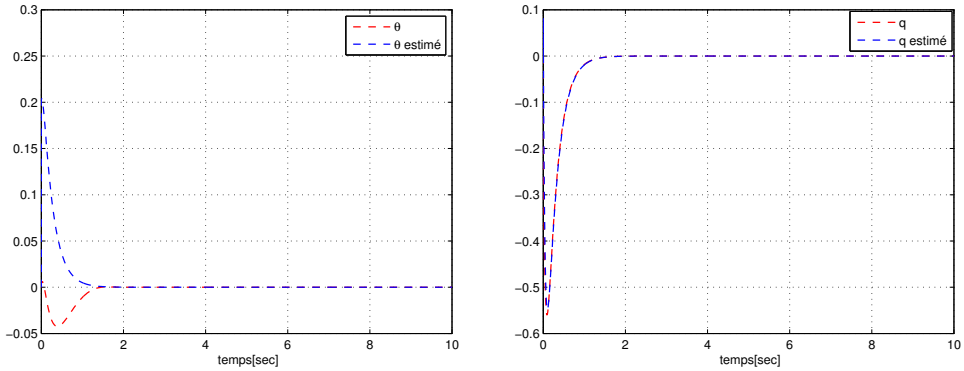


FIGURE 5.20 – Comportement de l'orientation et la vitesse de tangage (actuelle et estimée).

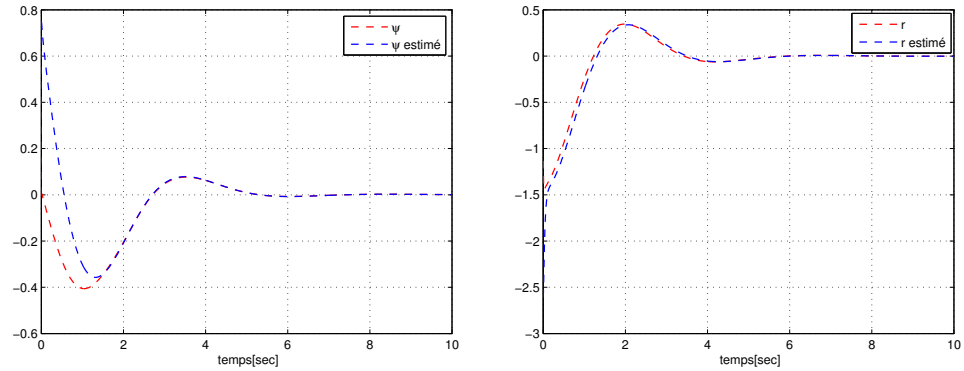


FIGURE 5.21 – Comportement de l'orientation et la vitesse de lacet (actuelle et estimée).

Les figure 5.19, 5.20 et 5.21 représentent l'attitude et la vitesse associée du Rov réel en rouge et l'attitude et sa vitesse estimée en bleu. D'après ces courbes, l'orientation du Rov converge vers

l'orientation désirée et l'erreur en estimation converge ves zéro. De même pour les vitesses angulaires associées. Il est clair que sous l'action de la commande (5.54), les états estimés convergent rapidement vers les états réels qui convergent aussi vers l'état désiré.

5.4 Dynamique du Rov en présence du courant marin

Contrairement aux engins volants, le courant marin n'est pas négligeable pour les véhicules sous-marins. La viscosité de l'eau est plus importante par rapport à la viscosité de l'air, c'est pour cela la vitesse relative n'est pas la même vitesse du sous-marin. Dans cette partie on s'intéresse à la modélisation du Rov en prenant compte du courant marin.

5.4.1 Modélisation du courant marin

La vitesse du courant marin peut être modélisée par un processus de Gauss-Markov [32] de la manière suivante :

$$\dot{V}_c + \mu V_c = w_c \tag{5.79}$$

avec μ est une constante positive, w_c perturbation de type gaussienne.
Pour limiter la vitesse du courant, on suppose que la vitesse du courant marin vérifie :

$$V_{min} \leq V_c(t) \leq V_{max} \tag{5.80}$$

Le fluide est supposé aussi irrotationnel, alors son expression dans le repère absolu est donné par :

$$v_c^e = (v_x, v_y, v_z, 0, 0, 0)^T \tag{5.81}$$

$$V_c = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \tag{5.82}$$

avec

$$\begin{cases} v_x = V_c \cos\psi_c \cos\theta_c \\ v_y = V_c \sin\psi_c \cos\theta_c \\ v_z = V_c \sin\theta_c \end{cases} \tag{5.83}$$

où ψ_c, θ_c sont deux angles horizontale et verticale. Dans le repère locale R_v l'expression du vecteur vitesse v_c^e

$$\nu_c = (u_c, v_c, w_c, 0, 0, 0)^T = \underbrace{diag(J_1^T(\eta_2), 0_{3\times3})}_{J_c^T(\eta_2)} v_c^e \tag{5.84}$$

avec par exemple u_c la vitesse du courant marin dans la direction de x.

Vitesse relatif

$$\nu_r = \nu - \nu_c = (u_r, v_r, w_r, p, q, r)^T \tag{5.85}$$

On note

$$\rho_c \equiv (u_c, v_c, w_c)^T,\ \rho_c^e \equiv (v_x, v_y, v_z)^T$$

alors on trouve la relation suivante

$$\rho_c = J_1^T(\eta_2)\rho_c^e \tag{5.86}$$

Le courant marin a un impact significatif sur la modélisation et la stabilité du robot sous marin. Il génère une vitesse relative entre le débit d'eau et le Rov, il a donc un effet hydrodynamique sur le robot. Dans le paragraphe suivant on décrit le modèle dynamique du Rov en présence du courant marin.

5.4.2 Modèle dynamique

En tenant compte du vecteur de vitesse relatif (5.85), le modèle dynamique du Rov s'écrit

$$M_v\dot{\nu} + C(\nu)\nu = \tau_H \tag{5.87}$$

avec

- $\nu = [u,\ v,\ w,\ p,\ q,\ r]^T$ représente le vecteur vitesse du Rov exprimé dans le repère locale R_v.
- M la matrice de masse et d'inertie du Rov.
- $C(\nu)$ représente la matrice des forces de coriolis et centrifuge du Rov.
- Le terme τ_H représente les forces et moments extérieurs qui peuvent se décomposer sous cette forme :

$$\tau_H = -M_a\dot{\nu}_r - C(\nu_r)\nu_r - D(\mid \nu_r \mid)\nu_r - g(\eta) + \tau \tag{5.88}$$

On suppose que

$$\dot{\nu}_c = 0 \Rightarrow \dot{\nu}_r = \dot{\nu}$$

alors le modèle devient

$$(\underbrace{M_v + M_a}_{M})\dot{\nu} = -C(\nu_r)\nu_r - D(\mid \nu_r \mid)\nu_r - g(\eta) + \tau \tag{5.89}$$

alors l'effet du courant marin est distribué en deux formes $D(\nu_r)\nu_r$ et $C_a(\nu_r)\nu_r$. Alors le modèle (cinématique/dynamique) du Rov en fonction de la vitesse relative entre le Rov et le courant marin s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= J(\eta_2)\nu \\ M\dot{\nu} &= -C(\nu_r)\nu_r - D(\mid \nu_r \mid)\nu_r - g(\eta) + \tau \\ \dot{v}_c^e &= 0 \end{aligned} \tag{5.90}$$

avec $\eta = [x,\, y,\, z,\, \phi,\, \theta,\, \psi]^T$ représente la position et l'orientation du Rov exprimées dans le repère fixe R_0. Dans la partie suivante on s'intéresse au problème d'estimation des états.

5.4.3 Estimation de la vitesse relative et de la vitesse du courant marin

On suppose que la position et l'orientation du Rov sont disponibles à la mesure en utilisant le central inertiel ou un GPS. La vitesse n'est pas disponible à la mesure directement de même pour la vitesse du courant marin. Notre objectif est de construire un observateur qui peut estimer ces états à partir des états mesurés. On propose l'observateur suivant :

$$\begin{aligned} \dot{\widehat{\eta}} &= J(\eta_2)\widehat{\nu} + L\widetilde{\eta} \\ M\dot{\widehat{\nu}} &= -C(\widehat{\nu}_r)\widehat{\nu}_r - D(\mid \widehat{\nu}_r \mid)\widehat{\nu}_r - g(\eta) + \tau + MJ^T(\eta_2)K\widetilde{\eta} \\ \dot{\widehat{v}}_c^e &= \mu K\widetilde{\eta} \end{aligned} \tag{5.91}$$

avec μ une constante positive tel que $0 < \mu < 1$, $\widetilde{\eta} = \eta - \widehat{\eta}$, L et K deux matrices définies positives.

On définit l'erreur en position et orientation $\widetilde{\eta}$ par :

$$\begin{aligned}\dot{\widetilde{\eta}} = \dot{\eta} - \dot{\widehat{\eta}} =& J(\eta_2)\nu - (J(\eta_2)\widehat{\nu} + L\widetilde{\eta}) \\ =& J(\eta_2)(\nu_r + v_c) - J(\eta_2)(\widehat{\nu}_r + \widehat{v}_c) - L\widetilde{\eta} \\ =& J(\eta_2)\nu_r - J(\eta_2)\widehat{\nu}_r - L\widetilde{\eta} + J(\eta_2)\widetilde{v}_c \\ =& J(\eta_2)\nu_r - J(\eta_2)\widehat{\nu}_r - L\widetilde{\eta} + J(\eta_2)J_c(\eta_2)\widetilde{v}_c^e \\ =& J(\eta_2)\widetilde{\nu}_r - L\widetilde{\eta} + \widetilde{v}_c^e \end{aligned} \tag{5.92}$$

de même on définit l'erreur en vitesse $\widetilde{\nu}$ par :

$$\begin{aligned} M(\dot{\nu} - \dot{\widehat{\nu}}) =& M\dot{\widetilde{\nu}} \\ =& M\dot{\widetilde{\nu}}_r + M\dot{\widetilde{v}}_c \\ =& M\dot{\widetilde{\nu}}_r + M[\dot{J}_c^T(\eta_2)\widetilde{v}_c^e + J_c^T(\eta_2)\dot{\widetilde{v}}_c^e] \\ =& M\dot{\widetilde{\nu}}_r + MJ_c^T(\eta_2)\dot{\widetilde{v}}_c^e \\ =& M\dot{\widetilde{\nu}}_r - \mu MJ_c^T(\eta_2)K\widetilde{\eta} \end{aligned} \tag{5.93}$$

et finalement, on définit l'erreur $\widetilde{v}_c^e$ par :

$$\begin{aligned}\dot{\widetilde{v}}_c^e =& \dot{v}_c^e - \dot{\widehat{v}}_c^e \\ =& -\mu K\widetilde{\eta} \end{aligned} \tag{5.94}$$

En utilisant les relations (5.92), (5.93) et (5.94), le système d'erreur entre (5.91) et (5.90) est donné par :

$$\begin{aligned} \dot{\widetilde{\eta}} &= J(\eta_2)\widetilde{\nu}_r - L\widetilde{\eta} + \widetilde{v}_c^e \\ M\dot{\widetilde{\nu}}_r &= -[C(\nu_r)\nu_r - C(\widehat{\nu}_r)\widehat{\nu}_r] - [D(\mid \nu_r \mid)\nu_r - D(\mid \widehat{\nu}_r \mid)\widehat{\nu}_r] - (1-\mu)MJ^T(\eta_2)K\widetilde{\eta} \\ \dot{\widetilde{v}}_c^e &= -\mu K\widetilde{\eta} \end{aligned} \tag{5.95}$$

Remarque 5.7 *1. On voit dans le système d'erreur la vitesse $\widehat{\nu}$ par contre ν n'est pas disponible à la mesure. Pour obtenir $\widehat{\nu}$ on utilise l'expression suivante :*

$$\dot{\widehat{\eta}} = J(\eta_2)\widehat{\nu} + L\widetilde{\eta} \Longrightarrow \widehat{\nu} = J^{-1}(\eta_2)[\ \dot{\widehat{\eta}} - L\widetilde{\eta}\ ] \tag{5.96}$$

2. Pour l'entrée $\tau \triangleq \tau(\eta, \widetilde{\eta}, \widehat{\nu}, \widehat{v}_c)$

Hypothèse :

1. La position et l'orientation sont disponibles à la mesure.
2. $D(\mid a \mid)a - D(\mid b \mid)b = \delta(.)(a-b)$, $\exists \delta_m \in \mathbb{R}_+$ tel que $0 < \delta_m < \parallel \delta(.) \parallel$
3. La matrice d'inertie vérifie : $M = M^T$ de plus $\exists M_M > 0$ tel que $\parallel M \parallel \leq M_M$
4. $J(\eta_2) = diag(J_1(\eta_2),\ J_2(\eta_2)) \in \mathbb{R}^{6\times 6}$, $\exists l_1, l_2 > 0$ tel que $\|J_2(\eta_2)s\| \leq l_1 \parallel s \parallel$ et $\|J_2^{-1}(\eta_2)s\| \leq l_2 \parallel s \parallel$
5. $\exists\, c_i, c_1, c_2 > 0$ tel que
   - $\|C_i(s)\| \leq c_i \parallel s \parallel$
   - $\parallel C(s_i)s_i - C(s_j)s_j \parallel \leq c_1 \parallel s_i - s_j \parallel$
   - $\parallel C_a(s_i)s_i - C_a(s_j)s_j \parallel \leq c_2 \parallel s_i - s_j \parallel$
6. $\exists\, v_1 > 0$ tel que $\|\widetilde{v}_c\| \leq v_1 \parallel \widetilde{\nu}_r \parallel$

Proposition 5.8 *L'origine* $\xi \triangleq [\widetilde{\eta}^T,\ \widetilde{\nu}_r^T,\ \widetilde{\nu}_c^{eT}]^T$ *du système d'erreur est globalement assyptotiquement stable.*

Preuve. On considère la fonction de Lyapunov suivante

$$V = \frac{1-\mu}{2}\widetilde{\eta}^T K \widetilde{\eta} + \frac{1}{2}\widetilde{\nu}_r^T \widetilde{\nu}_r + \frac{1-\mu}{2\mu}\widetilde{v}_c^{eT}\widetilde{v}_c^e \tag{5.97}$$

La dérivée de cette fonction donne

$$\begin{aligned}
\dot{V} =& (1-\mu)\widetilde{\eta}^T K[J(\eta_2)\widetilde{\nu}_r - L\widetilde{\eta} + \widetilde{v}_c^e] \\
&+ \widetilde{\nu}_r^T M^{-1}[-(C_a(\nu_r)\nu_r - C_a(\widehat{\nu}_r)\widehat{\nu}_r)] \\
&+ \widetilde{\nu}_r^T M^{-1}[(D(\mid \nu_r \mid)\nu_r - D(\mid \widehat{\nu}_r \mid)\widehat{\nu}_r) - (1-\mu)MJ^T(\eta_2)K\widetilde{\eta}] \\
&- (1-\mu)\widetilde{v}_c^{eT} K \widetilde{\eta}
\end{aligned} \tag{5.98}$$

$$\dot{V} = -(1-\mu)\widetilde{\eta}^T L \widetilde{\eta} - \widetilde{\nu}_r^T[M^{-1}\delta(.)]\widetilde{\nu}_r + \widetilde{\nu}_r^T M^{-1}[-(C(\widehat{\nu}_r)\widehat{\nu}_r - C(\nu_r)\nu_r)] \tag{5.99}$$

Soit λ_1 la valeur propre minimale de L, $\lambda_2 = \delta_m M_M^{-1}$

$$\begin{aligned}\dot{V} =& -\lambda_1(1-\mu)\|\widetilde{\eta}\|^2 - \lambda_2\|\widetilde{\nu}_r\|^2 + c_1 M_M\|\widetilde{\nu}_r\|^2 \\ \leq& -\lambda_1(1-\mu)\|\widetilde{\eta}\|^2 - \lambda_2\|\widetilde{\nu}_r\|^2 + c_1 M_M \parallel \widetilde{\nu}_r \parallel^2 \\ \leq& -\lambda_1(1-\mu)\|\widetilde{\eta}\|^2 - [\lambda_2 - c_1 M_M]\|\widetilde{\nu}_r\|^2 \end{aligned} \tag{5.100}$$

Ce résultat implique que $\dot{V}$ est négative si

$$\lambda_1(1-\mu) > 0,\ \lambda_2 - c_1 M_M > 0$$

En utilisant le Principe de l'invariance de LaSallee, on déduit que $\widetilde{\eta}$, $\widetilde{\nu}_r$, $\widetilde{v}_c^e$ convergent vers zéro.

5.5 Conclusion

Dans ce chapitre on est intéressée à l'étude du problème d'observabilité. Cette étude sur les observateurs a été faite pour l'implémentation des commandes étudiées vu la nécessité des vitesses et accélérations. nous introduisons les observateurs non linéaires permettant d'estimer l'état complet du système. Cette partie se décompose en deux parties : Tout d'abord, on a proposé un observateur non linéaire stable qui assure l'estimation de l'état complet. Ensuite, une commande basée observateur ne contenant que des informations disponibles en fonction des états estimés qui a été élaboré afin d'estimer l'état d'un modèle simplifié non linéaire du Rov et assurer la stabilisation locale du modèle au voisinage de son point d'équilibre. L'état observé et la vitesse estimée convergent rapidement vers les variables réelles correspondantes. Les performances de ce système d'observateur sont satisfaisantes et prometteuses. Dans la deuxième partie nous avons considéré le modèle du Rov en présence du courant marin. Dans ce cas on parle plus que de vitesse du Rov mais aussi la vitesse relative et la vitesse du fluide. Nous avons proposé un observateur non linéaire afin d'estimer la vitesse du Rov ainsi que la vitesse du courant marin. Finalement une commande qui prend en compte le courant marin a été proposée afin de stabiliser le Rov au voisinage d'un point désiré. Dans le chapitre suivant, ces observateurs seront considérés comme des capteurs virtuels. Ces capteurs feront l'objet d'une implémentation sur la plate-forme qui va servir à animer le Rov dans son monde virtuel.

Chapitre 6

Simulation Interactive du Rov-Observer dans un environnement aquatique en Réalité Virtuelle

6.1 Introduction

Les récents progrès des technologies de visualisation et la puissance croissante des ordinateurs nous permettent d'envisager l'utilisation de la Réalité Virtuelle pour améliorer la perception des résultats de simulation. L'intérêt de l'utilisation de la Réalité Virtuelle est multiple. Elle permet des expérimentations et des simulations en grandeur nature et dans un environnent proche de la réalité. C'est un support de simulation qui permet une observation aisée de n'importe quel type de données grâce à une immersion et une navigation aisée dans un monde virtuel. Nous disposons pour cela de nombreuses fonctions de manipulation d'interface intuitive et réaliste. Ces environnements peuvent être modifiés aisément à l'aide de nombreux logiciels de modélisation et même de façon dynamique en temps réel. Son deuxième intérêt d'être un support de communication. Une plate-forme de Réalité Virtuelle permet de réunir tous les acteurs d'un même projet autour d'une représentation compréhensible par tous en pouvant traiter une multitude de domaines. Nous pouvons réunir et immerger une dizaine de participants au sein de notre plate-forme permettant de présenter et d'expliquer des phénomènes ou des projets facilement à l'aide de démonstrations visuelles en temps réel. Enfin, elle peut aider à la prise de décision en

montrant par des simulations proches de la réalité la faisabilité d'un projet en mettant en évidence les exploitations possibles. Elle facilite aussi l'identification des éventuels points sensibles.

6.2 Objectif

L'objectif de ce chapitre est dans un premier temps l'intégration d'une composante visualisation en Réalité Virtuelle d'une simulation issue de Matlab. Cette simulation interactive concerne le déplacement du Rov dans un environnement aquatique modélisé en 3D (piscine ou site de plongée). Nous considérerons que dans le cas piscine, le robot virtuel évolue sans contraintes physiques. Cependant dans le cas du site de plongée, le robot évoluera dans un environnement soumis à des contraintes (courant marin, obstacles, etc.), cela signifie que la simulation se trouvera modifiée en temps réel en fonction de l'environnement 3D. Dans un second temps, une composante interaction sera intégrée. Cela permettra de pouvoir modifier la simulation librement à partir d'actions utilisateurs (changement de la trajectoire à emprunter par le robot, emprunt d'un raccourci). Cette modification pourra soit se réaliser sur la plate-forme $EVR@$ 6.1 du laboratoire IBISC qui est composée d'un grand écran (compatible vision 3D) et de dispositifs de tracking permettant de détecter l'utilisateur autour de l'écran (Kinect, tracking optique), soit sur une autre plate-forme composée d'un écran multitouch.

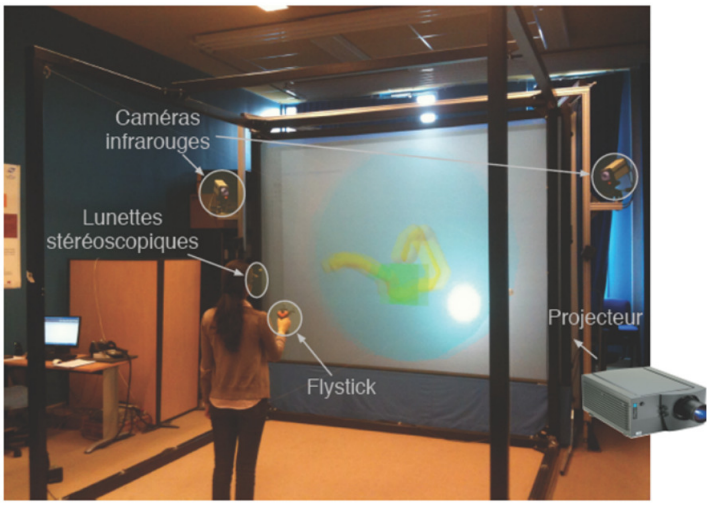


FIGURE 6.1 – Plate-forme $EVR@$ du laboratoire IBISC [73].

6.3 Quelques définitions

6.3.1 Réalité virtuelle/augmentée/mixte (RV/RA/RM)

La Réalité Virtuelle RV

RV est une technologie qui permet de reproduire et de simuler dans un monde virtuel certains comportements du monde réel. Parfois, elle propose également de s'affranchir de certaines contraintes liées à cette réalité (eg. déplacer un objet à distance). A travers la réalité virtuelle, l'utilisateur devient un acteur capable de modifier le déroulement des évènements dans un environnement artificiel en interagissant avec des entités virtuelles. La réalité virtuelle exploite différents périphériques matériels et des techniques logicielles favorisant l'immersion de l'utilisateur. Les interfaces comportementales offrent également la possibilité d'améliorer la capacité de l'utilisateur à interagir avec le monde virtuel.

Définition 6.1 *[73] Un système de réalité virtuelle est une interface qui implique la simulation en temps réel et des interactions via de multiples canaux sensoriels. Ces canaux sensoriels sont ceux de l'homme, vision, audition, toucher odorat et le goût.*

Réalité augmentée/mixte (RA/RM)

La *RA* a vu le jour avec les travaux de Sutherland [89, 90] qui a réalisé le premier système de *RA*, basé sur un casque de *RV* transparent "See Through System". En effet, Sutherland introduira le concept de contact entre l'homme et la machine, en plaçant un utilisateur à l'intérieur d'un environnement en trois dimensions généré par ordinateur. Ce système permet à l'utilisateur de visualiser et de naviguer autour d'éléments virtuels positionnés dans notre espace réel. Durant les années 80, le concept de *RA* a été surtout utilisé dans un cadre militaire, pour l'affichage d'information sur les visières des casques des pilotes d'avions " Head-Up Display". Il existe de nombreuses définitions de la *RA* et de la RM suivant les communautés scientifiques (IHM ou *RV/RA*). Une analyse détaillée de ces définitions selon les deux communautés est présentée dans [14] pour la communauté IHM et [22] pour la communauté *RV/RA*.

Définition 6.2 *[73] La réalité mixte (RM) est une interface qui permette à une personne (ou plusieurs) des interactions multisensorielles (audio, vidéo et haptique) avec un environnement qui fait coexister les deux mondes virtuel et réel. L'environnement peut être un espace intèrieur ou*

bien extèrieur. L'utilisateur peut être présent dans l'environnement réel (RM en vision directe) ou peut le percevoir à distance (RM en vision indirecte).

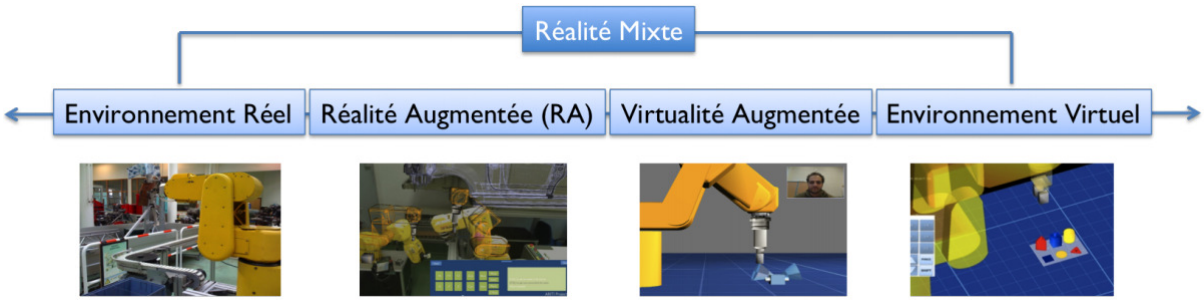


FIGURE 6.2 – Le continuum "Réel-Virtuel" adapté de [73].

6.3.2 Environnement Virtuel et Interaction 3D

Le terme d'Environnement Virtuel (EV) a été introduit en 1995 [39]. L'environnement virtuel est le lieu qui accueille un ou plusieurs utilisateurs afin de leur permettre de réaliser des tâches, en leur donnant la sensation d'être dans un nouveau lieu. L'environnement virtuel est représenté par un modèle 3D de données réelles ou imaginaires qu'on peut visualiser et avec lesquelles on peut interagir en temps réel [12].

a) L'Environnement Virtuel (EV) :

Définition 6.3 *[73] L'environnement virtuel est constitué d'un ensemble de techniques permettant de reproduire le plus fidèlement, par calcul, le comportement d'entités 3D. Ces techniques se décomposent en deux classes :*

1. *L'interface homme-machine (interaction avec l'EV)*
   - *Perception visuelle, sonore, tactile.*
   - *Acquisition de données (gant, souris 6D, etc.)*
   - *Communication accrue entre l'homme et la machine (multimodalité)*
2. *Le comportement des entités de l'EV*
   - *Modèles cinématique, dynamique*
   - *Gestion des collisions*
   - *Modèles d'éclairement*

b) L'interaction 3D (I3D) : L'interaction est la composante motrice de la réalité Virtuelle qui assure le déplacement de l'utilisateur dans l'environnement virtuel ainsi que son interaction avec les entités qui le composent. L'interaction 3D est constituée de quatre tâches principales : la navigation, la sélection, la manipulation et le contrôle d'application [74]. Actuellement, il existe différentes techniques d'interaction 3D pour chaque type de tâche. Fondamentalement, la réalité virtuelle est basée sur l'immersion et l'interaction d'une personne dans un monde virtuel. Ainsi, l'interaction 3D est un aspect essentiel de la réalité virtuelle car elle représente le pouvoir d'action de l'utilisateur dans le monde virtuel. Elle est la composante motrice de tout système de réalité virtuelle. Elle permet à l'utilisateur de se déplacer et d'interagir avec le monde virtuel, ce qui augmente sa sensation d'immersion. Elle s'effectue par l'intermédiaire d'interfaces sensorielles, d'interfaces motrices et de techniques d'interaction comme.

c) Virtools : Virtools est un logiciel de développement et de déploiement d'application 3D, commercialisé par Dassault Systèmes. Il vise le domaine des jeux vidéo, du contenu 3D sur le Web, des applications 3D interactives pour l'industrie ainsi que des applications en (RV/RA). Le modèle à base de ots de données de l'éditeur de Virtools Dev est parmi les plus sophistiqués sur le marché. Virtools comporte un grand nombre de scripts comportementaux prédéfinis, graphiquement représentés par des blocs de construction (Building Blocks). Associé à un objet 3D, un script comportemental permet par exemple d'animer ou de contraindre ses mouvements. Tout comme les briques logiques, chaque bloc comprend des entrées et des sorties d'activation (contrôle), mais peut également traiter des données typées à travers des paramètres d'entrée et des paramètres de sortie. Les blocs peuvent être librement interconnectés à travers leurs entrées/sorties et leurs paramètres pour décrire des comportements complexes. Les blocs " contrôleur " (souris, clavier, ystick) permettent d'ajouter de l'interaction.



FIGURE 6.3 – Capture d'ecran illustrant l'interface Virtools.

d) Matlab consol : Virtools ne possède aucune option permettant d'intégrer directement des résultats obtenus à partir de Matlab, le logiciel permet cela de créer des blocs, à condition de tout encoder soi-même et d'intégrer les fichiers source du code dans les fichiers sources des BB de Virtools. C'est un bloc matlab intégré dans Virtools et permet d'exécuter les programmes issus de matlab. Mais en quoi consiste exactement ce BB et comment fonctionne-t-il ? Lorsqu'on code sous Matlab, on utilise généralement Matlab Editor, mais le logiciel s'ouvre toujours avec une console Matlab, permettant d'exécuter directement des commandes. Le BB Matlab agit précisément comme une console Matlab (figure 6.4). Il possède une entrée, deux sorties, un paramètre et un résultat. Sa première sortie, celle du haut, considère le cas où la commande s'est correctement exécutée, alors que la seconde considère que l'exécution de la commande a rencontré des problèmes et ne s'est pas effectuée correctement. Le paramètre du BB est la commande Matlab que l'on souhaite exécuter au sein de Virtools (pour exécuter un programme Matlab, par exemple, il suffit de l'appeler, en écrivant son nom). Le résultat, quant à lui, est une chaîne de caractères, correspondant à la réponse donnée par une console Matlab à l'exécution de la même commande.

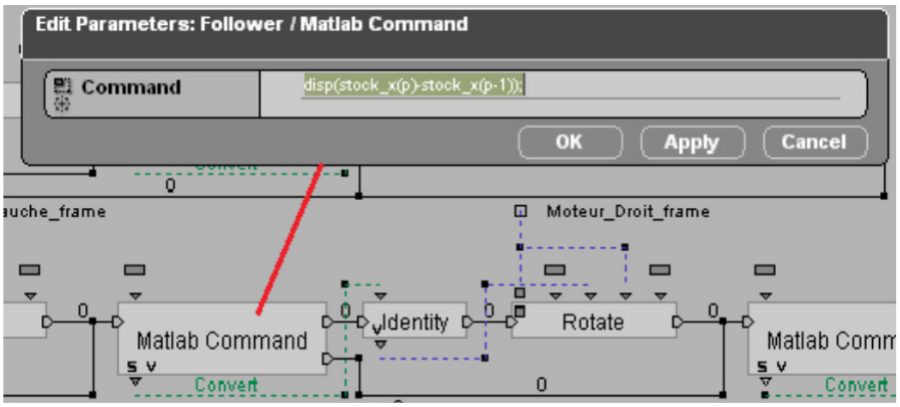


FIGURE 6.4 – Fonctionnement du BB matlab commande.

6.3.3 Téléopération et télérobotique

Nous proposons ici un bref historique et une synthèse ainsi qu'un classement rapide des systèmes robotiques sur la base du mode de contrôle utilisé. Le terme contrôle désigne ici aussi bien la commande au sens de l'automatique que les interactions entre l'homme et la machine. Généralement le mode de contrôle est choisi en fonction de l'application suivant plusieurs critères (La complexité de la tâche â accomplir, la nature des moyens de transmission, la charge accep-

table par l'opérateur, la puissance de calcul et les algorithmes embarqués à bord, les capteurs disponibles, etc.).

a) La téléopération : La téléopération ou "opération à distance" au sens le plus général est un ensemble de techniques qui permettent à l'homme de transposer ses capacités d'action en temps réel (observation, manipulation) à distance grâce à des retours sensoriels. La Téléopération désigne les principes et les techniques qui permettent à l'opérateur humain d'accomplir une tâche à distance, à l'aide d'un système robotique d'intervention (dispositif esclave), commandé à partir d'une station de contrôle (dispositif mâitre) (figure 1.1), par l'intermédiaire d'un canal de télécommunication. Elle a pris ses origines dans le besoin de prolonger le geste de l'homme au delà de la main, et se poursuit par l'ambition de se trouver là ou on ne se trouve pas (Téléprésence). L'évolution de l'informatique et des supports de télécommunication numérique est à l'origine de l'évolution de la téléopération. Grâce à eux, les robots esclaves ont pu être déportés à des distances considérables [94]. En effet, initialement l'opérateur commandait le robot esclave dans un niveau assez bas, les trajectoires issues des actions désirées sont envoyées directement via le dispositif mâitre. Le retour d'information (Images, force de contact, etc) se fait directement vers l'opérateur. Mais malheureusement , cette approche originelle n'a pas duré très longtemps, car les chercheurs se sont vite rendu compte de la nécessité d'exploiter les possibilités que peuvent offrir des ordinateurs pour apporter une assistance à l'opérateur. Depuis, plusieurs approches et concepts ont été proposés pour améliorer et faire évoluer les systèmes de téléopération. Nous résumons ici un classement des différentes approches représentants les modes d'interaction Homme-Machine que l'on retrouve généralement dans la plupart des systèmes de téléopération.

1. La Téléopération Assistée par Ordinateur - *TAO*.
2. La Téléopération à Désignation d'Objectif (supervisée) - *TDO*.
3. La Téléopération Semi autonome - *TSA*.

La plupart des systèmes de téléopération actuels, s'orientent vers l'utilisation des deux concepts précédents (TAO et TDO). En effet ils tentent de moderniser la téléopération par une meilleure exploitation simultanée de l'autonomie du robot et des capacités de l'opérateur. La Téléopération désigne les principes et les techniques qui permettent à l'opérateur humain d'accomplir une tâche à distance, à l'aide d'un système robotique d'intervention (dispositif esclave), commandé à partir d'une station de contrôle (dispositif maître) (figure 6.5), par l'intermédiaire d'un canal de télécommunication.

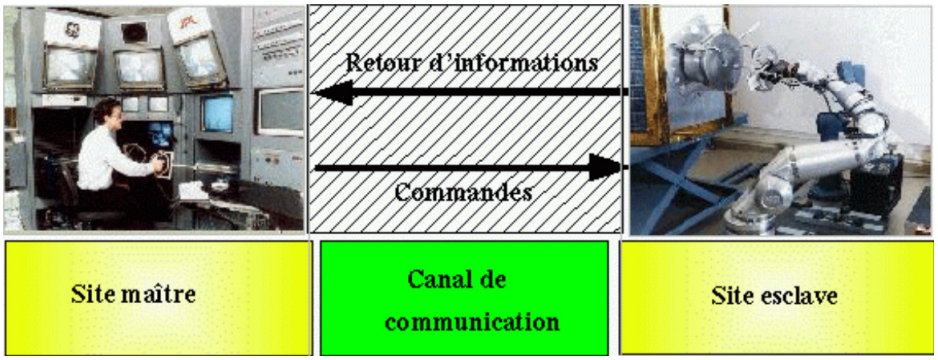


FIGURE 6.5 – Illustration de l'architecture générale d'un système de Téléopération [73].

a) La télérobotique : La télérobotique est une forme de téléopération lorsque l'opérateur réalise des tâches à distance en utilisant un robot. Ce dernier peut fonctionner d'une façon autonome. La télérobotique résulte en fait de la fusion des deux domaines originellement séparés qui sont la téléopération et la robotique. En effet, la robotique autonome n'étant pas encore tout à fait au point, le robot doit présentement être opéré à distance par un opérateur humain. On doit donc tenir compte des principes développés en téléopération. Cependant, comme le robot peut exécuter des tâches élémentaires de façon autonome, on parle de télérobotique plutôt que de téléopération. La télérobotique trouve des applications partout où l'homme a des difficultés à travailler directement (milieu hostile, lointain, trop grand ou trop petit) et où les tâches sont suffisamment complexes ou imprévisibles pour rendre difficile une automatisation complète. La condition principale de développement de la télérobotique est sa capacité à concurrencer l'intervention directe d'un homme ou l'utilisation d'un système automatique très spécialisé. Dans le premier cas, l'atout de la télérobotique est tout d'abord le remplacement d'un travail humain pénible ou dangereux par un autre, plus sûr et confortable.

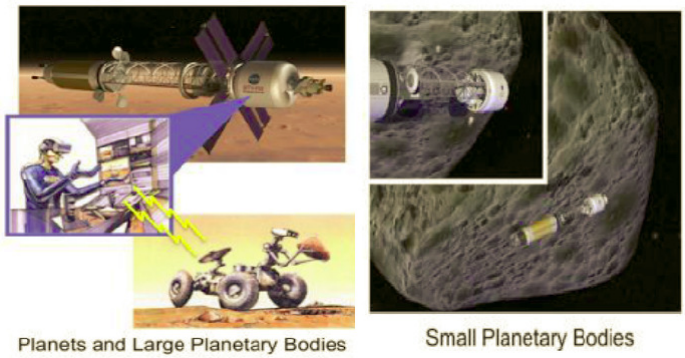


FIGURE 6.6 – Approche "HERRO" pour l'exploration (Telerobotic concepts by Carter Emmart).

6.4 Application des outils de la Réalité Virtuelle

On s'intéresse dans ce paragraphe à la visualisation en réalité virtuelle d'une simulation issue du problème de navigation (stabilisation/poursuite) du Rov. Cette simulation interactive concerne le déplacement du Rov dans un environnement aquatique modélisé en 3D. Nous considérerons que le robot virtuel évolue sans contraintes physiques.

6.4.1 Environnement 3D utilisé : Piscine, Rov en 3D et plateforme

L'environnement de l'expérience est composé d'une piscine et de trois puits qui sont modélisés en 3D (Figure 6.8) Les caractéristiques de la piscine sont données par la figure 6.8. Un robot modélisé en 3D en utilisant un logiciel de CAO (Figure 6.7).

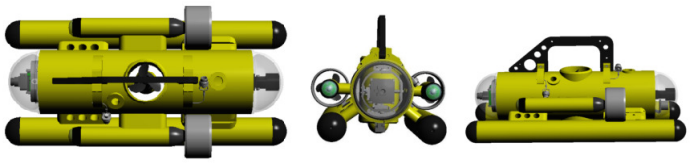


FIGURE 6.7 – CAO 3D du Rov

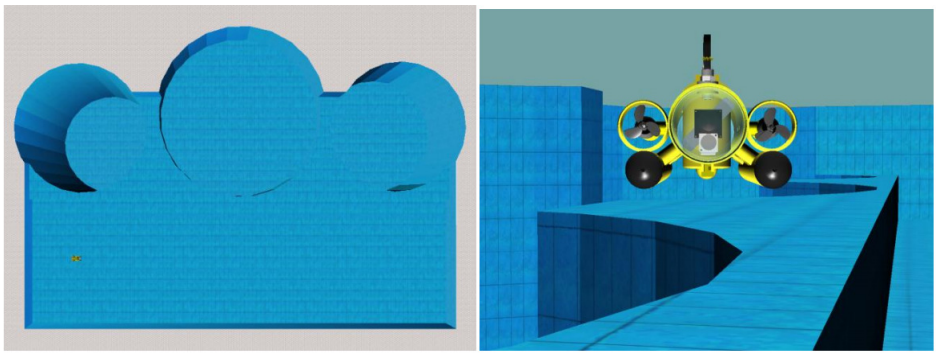


FIGURE 6.8 – Submersion du Rov dans une piscine virtuelle

La plateforme de réalité virtuelle *EVR@* situé dans notre laboratoire IBISC est présentée par la figure 6.9. Elle offre de nouvelle perspective dans le processus de conception. Elle facilite notamment le dialogue entre utilisateurs et concepteurs en permettant de tester et d'évaluer des maquettes numériques afin de les optimiser avant prototypage physique.

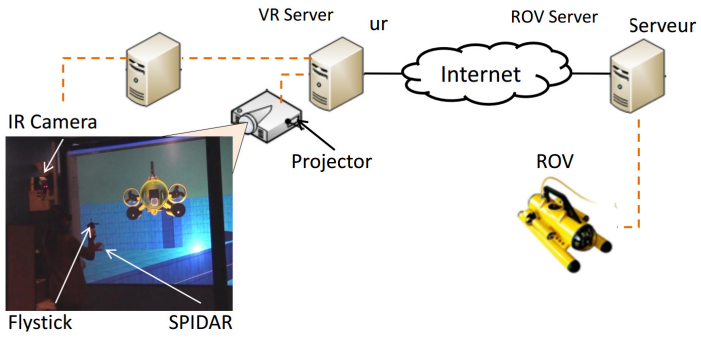


FIGURE 6.9 – Platforme.

6.4.2 Intégration de la composante Matlab sous Virtools

Il y a deux façons d'implémenter un algorithme sous Virtools : on peut soit le coder en VSL ou quelques autres langages de programmation objet, soit utiliser le mode de développement par schéma de programmation, ou Building Blocks (BB), accessible à partir de la sous-catégorie « Schematics ». On choisit le développement schématique.
Un BB est une fonction prédéterminée, que l'on lie au reste de l'algorithme par ses entrées et sorties (sa position dans l'algorithme déterminera l'ordre d'exécution, comme pour les lignes d'un code), mais aussi, comme chaque fonction, des paramètres (dont l'objet auquel il s'applique) et des résultats, comme le montre la figure 6.4.

6.4.3 Implémentation de deux modes de navigation

Dans la partie suivante, nous présentons deux modes de navigation du Rov.
Mode autonome : Dans ce paragraphe on s'intéresse à l'implémentation de la partie théorique concernant le problème de stabilisation ou le problème de poursuite dans un environnement virtuel. On applique la commande (stabilisation/poursuite) élaborée dans les parties précédentes au modèle virtuel du Rov à travers Virtools. En effet, on commence par l'exécution du programme Matlab associé (en l'appelant via le BB Matlab Command 6.4). Dés que matlab termine sa compilation, on appuie sur une touche du clavier pour que virtools commence l'exécution (Figure 6.13) et le Rov se déplace sous l'action de la commande en laissant une trace indiquant sa trajectoire effectuée afin de s'arrêter (Figures 6.10 et 6.11). Dans ce cas le robot est devenu autonome et peut effectuer une mission sans guidance de l'opérateur soit pour se stabiliser au voisinage d'un point désiré , soit en suivant une trajectoire de référence bien définie. La figure 6.10 repré-

sente une trajectoire effectuée par le Rov afin de poursuivre une trajectoire donnée. La trajectoire stabilisante effectuée par le Rov afin de rejoindre une position désirée est donnée par la figure 6.11.

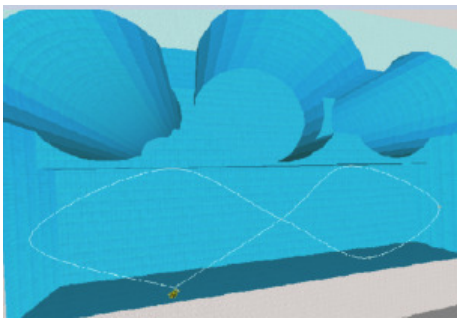


FIGURE 6.10 – Rov autonome (poursuite de trajectoire)

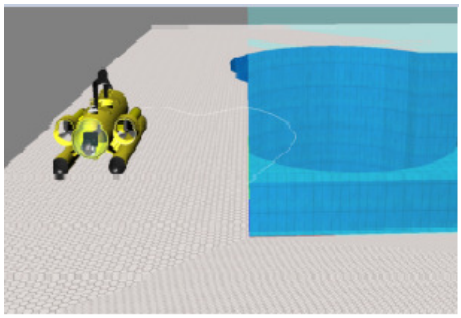


FIGURE 6.11 – Rov autonome (stabilisation autour d'un point)

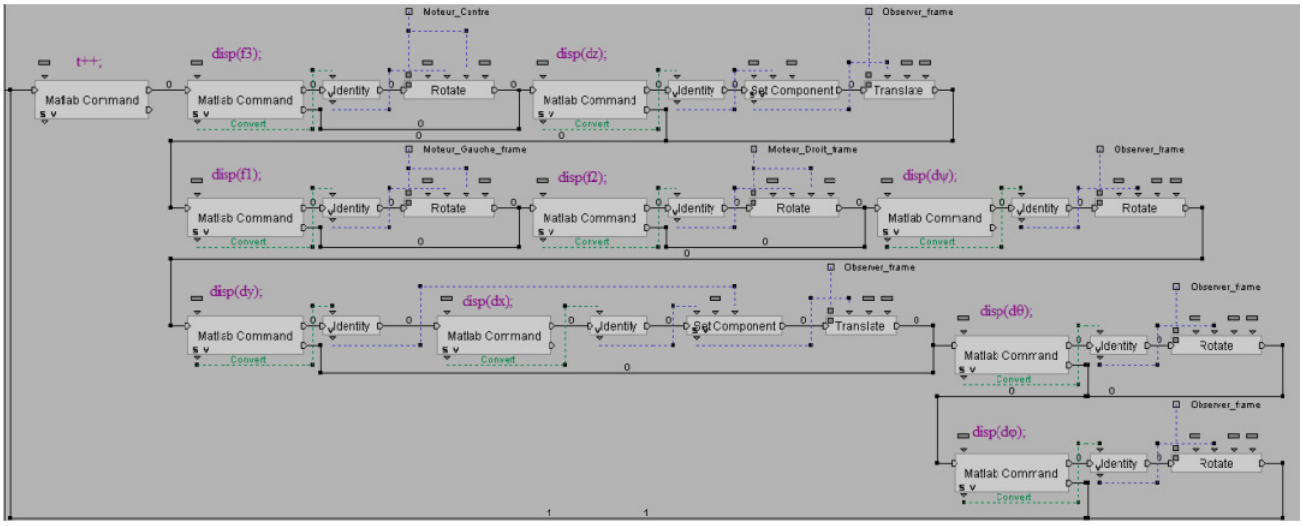


FIGURE 6.12 – Capture d'écran de l'implémentation du mode autonome sous Virtools [48].

Algorithme du mode autonome :

Algorithm 1 Mode autonome

$T = T_0$

Exécution du programme sur Matlab
$T = T_0 + 1$

Exécution du programme sur Virtools

if $F_3(z) \neq 0$ **then**

$Moteur - centrale \leftarrow Rotation$
$dz \leftarrow z(t) - z(t-1)$

$(0, 0, dz) \leftarrow Observer\ Translate$

else
if $F_1(x) \neq 0$ *et* $F_2(x) \neq 0$ **then**
$Moteur - droit \leftarrow Rotation$
$Moteur - gauche \leftarrow Rotation$
$d\psi \leftarrow \psi(t) - \psi(t-1)$

$(0, 0, dz) \leftarrow Observer\ Rotation$
$dy \leftarrow y(t) - y(t-1)$
$dx \leftarrow x(t) - x(t-1)$

$(dx, dy, dz) \leftarrow Observer\ Translate$
end if
end if

if $\theta(t) \neq \theta(t-1)$ **then**
$d\theta \leftarrow \theta(t) - \theta(t-1)$
$(0, dy, 0) \leftarrow ObserverRotation$

if $\phi(t) \neq \phi(t-1)$ **then**
$d\phi \leftarrow \phi(t) - \phi(t-1)$
$(dx, 0, 0) \leftarrow Observer\ Rotation$
end if
end if

$T = T + 1$

Mode semi-autonome : Dans cette partie on s'intéresse à l'interaction entre le robot virtuel et l'opérateur, de tel sorte que l'utilisateur peut intervenir dans la scène à chaque instant.

L'utilisateur contrôle le mouvement du robot par l'intermédiaire de la machine, en absence de ce dernier, le robot fonctionne automatiquement sous l'action de la commande issue du programme matlab (Figure 6.15). Le robot perd son autonomie dès que l'opérateur intervient à travers la machine de commande. En d'autre terme, l'opérateur peut corriger le mouvement du robot s'il remarque que le robot ne suit pas la bon chemin ou s'il y'a un obstacle qui empêche son mouvement (Figure 6.16).

Algorithme du mode semi-autonome : Dans un premier temps un Building Block (BB)pour le codage de fonctionnement de clavier. Le clavier devient l'outil d'interaction, de tel sorte chaque touche force le robot à se déplacer dans une direction. Par exemple la touche 8 le robot monte et si on appui sur la touche 2 le robot descent.

Algorithm 2 Mode semi-autonome

$T = T_0$
Exécution du programme sur Matlab
$T = T_0 + 1$
Exécution du programme sur Virtools
if Utilisateur present **then**
  $Go\ to\ Mode\ semi - autonome$
  $Trajectoire\ impose \leftarrow Machine$
else
  $Go\ to\ Mode\ autonome$
  $Trajectoire \leftarrow ProgrameMatlab$
end if
$T = T + 1$

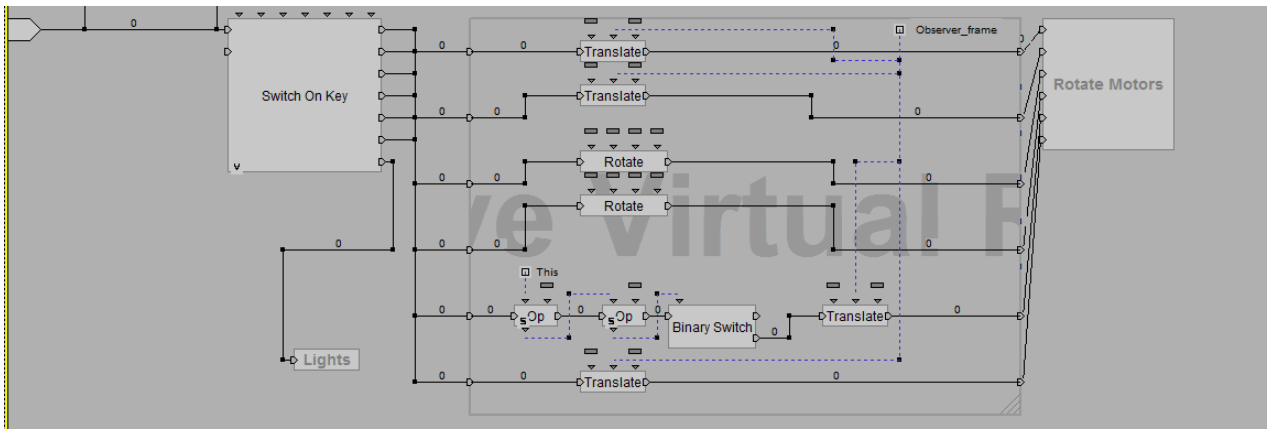


FIGURE 6.13 – Capture d'écran de l'implémentation du mode semi-autonome sous Virtools [48]

La figure (6.14) résume le déplacement du Rov virtuel afin qu'il suit une trajectoire donnée en présence de l'action de l'opérateur. Dans ce cas le Rov est en mode semi autonome. L'intervention de l'opérateur pour modifier la trajectoire de référence. Nous remarquons la différence entre la trajectoire du mode autonome (6.10) et la trajectoire du mode semi autonome (6.14) effectuée par le même robot.

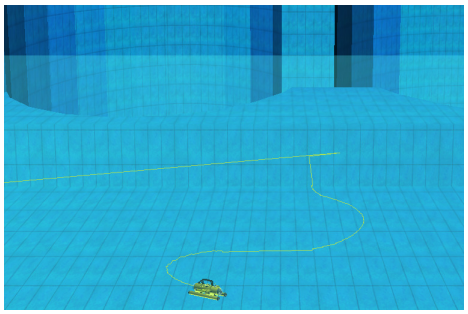


FIGURE 6.14 – Trajectoire du Rov en mode semi-autonome pour le problème de poursuite

L'ensemble de positions du Rov afin d'atteindre une position d'équilibre est donné par : la figure 6.15 pour le mode autonome et la figure 6.16 pour le mode semi autonome .

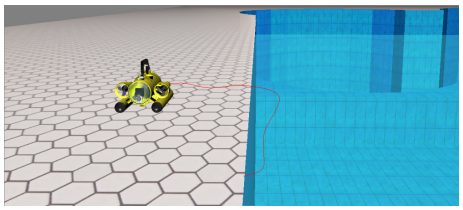


FIGURE 6.15 – Rov autonome

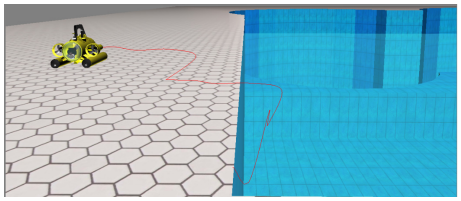


FIGURE 6.16 – Rov semi-autonome

6.5 Conclusion

Pour la navigation d'un robot sous marin, dans ce chapitre, nous avons introduit la notion de la réalité virtuelle, de l'interaction 3D, de la téléopération et de la télérobotique. Le problème de navigation des robots sous marins dans un environnement inconnu nécessite l'autonomie du robot pour la réalisation de sa mission. Nous avons réussi dans un premier temps à rendre le robot autonome en appliquant une commande qui assure la poursuite d'une trajectoire ou bien de le rendre stable autour d'un point d'équilibre. Dans un second temps, nous avons ajouté un bloc d'interaction avec le robot à partir des actions des utilisateurs dans un environnement virtuel.

Nous avons testé l'ensemble de commandes proposé (stabilisation au tour d'un point ou bien poursuite de trajectoire) dans un environnement virtuel.

Annexe

1 Préliminaires mathématiques

Dans cette section, nous rappelons quelques résultats généraux pour que ce manuscrit puisse être lu avec une certaine autonomie et qui seront utiles dans la suite de thèse.
Un système contrôlé (ou commandé) est un système différentiel de la forme :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)), \;\; x(t) \in O, \;\; u(.) \in V_u \tag{1}$$

En général le vecteur des états $x(t)$ appartient à un ouvert O de R^n de dimension n, et les contrôles $u(t)$ appartiennent à un ensemble de contrôle admissibles V_u qui est un ensemble de fonctions localement intégrable définies sur $[0, +\infty[$ à valeur dans $V_u \subset R^n$.

1.1 Approximation linéaire

Définition 6.4 *Un point d'équilibre de la fonction f est un point (x_e, u_e) qui vérifie*

$$f(x_e, u_e) = 0 \tag{2}$$

Définition 6.5 *On appelle système linéarisé tangent, ou encore approximation au premier ordre du système (1) au voisinage d'un point d'équilibre (x_e, u_e) le système linéaire :*

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{3}$$

où $A = \frac{\partial f}{\partial x}(x_e)$ et $B = \frac{\partial f}{\partial u}(u_e)$ l'application linéaire tangente de f au point (x_e, u_e)

Les systèmes linéaires présentent une classe particulière de systèmes dynamiques. On commence à avoir dans quelle mesure le système "linéarisé tangent" resemble au système original au voisinage

d'un point d'équilibre.

Définition 6.6 *Un point d'équilibre d'un système dynamique tel que l'application linéaire tangente en ce point n'a pas de valeur propre à partie réelle nulle, est dit hyperbolique.*

Théorème 6.7 *(**Grobman et Hartman** [37, 38]) Un système dynamique non linéaire (1) est topologiquement équivalent à son linéarisé tangent (3) au voisinage d'un point hyperbolique.*

Théorème 6.8 *(**Théorème de perturbation**) Soit soit (x_e, u_e) un point d'équilibre du système dynamique (1).*

1. *Si (x_e, u_e) est asymptotiquement stable pour le linéarisé (3) alors il l'est aussi pour le système original (1).*
2. *Si (x_e, u_e) est instable pour le linéarisé (3) il l'est aussi pour le système original (1).*

Théorème 6.9 *Soit λ_k les valeurs propres de la matrice A, alors le système linéaire*

$$\dot{x} = Ax \tag{4}$$

est asymptotiquement stable au voisinage de $x = 0$ si et seulement si :

$$\forall\, k,\ Re(\lambda_k) < 0 \tag{5}$$

1.2 Méthodes d'étude de la stabilité asymptotique

De nombreuses méthodes ont été développées pour étudier la notion de stabilité au sens de Lyapunov. Il existe différents critères pour décider si un système non commandé est asymptotiquement stable (linéarisation, formes normales de Poincaré, variété centre, ...). L'ouvrage de Khalil [50] et de Isidori [41] présentent des panoramas complets de ces méthodes.

Stabilité asymptotique

On considère le système non commandé

$$\dot{x} = f(t, x), \tag{6}$$

où $x \in \mathbb{R}^n$ et $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^n$ une application continue telle que

$$\forall\ t \in \mathbb{R}, f(t, 0) = 0.$$

Si l'application f ne dépend pas explicitement du temps, c'est-à-dire pour les systèmes de la forme,

$$\dot{x} = f(x), \tag{7}$$

où $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ et $f(0) = 0$, le système est dit stationnaire.
Dans (6) ou (7), l'application f est supposée seulement continue. Ainsi l'unicité des solutions du problème passant par (t_0, x_0) n'est pas assurée.
Dans la suite on désignera par $x(t, x_0, t_0)$ une solution de (6) vérifiant $x(t_0) = x_0$.
$x(., x_0, t_0)$ désignera toutes les trajectoires de (6) passant par $(t_0,\ x_0)$. Les définitions suivantes sont valables pour les systèmes de la forme (6) ou (7).
Lorsque le système est autonome, la notion d'uniformité n'est pas évoquée.

Définition 6.10 (Stabilité uniforme au sens de Lyapunov) *Le point d'équilibre $x = 0$ du système (6) est dit uniformément stable (au sens de Lyapunov) si :*

$$\forall\ \epsilon > 0, \exists\ \eta > 0, \forall\ t_0 \geq 0, \forall\ x_0 \in \mathbb{R}^n,$$

$$|x_0| < \eta \Rightarrow \forall\ x(., x_0, t_0), \forall\ t \geq t_0,\ |x(t, x_0, t_0)| < \epsilon.$$

Définition 6.11 (Attractivité) *Le point d'équilibre $x = 0$ du système (6) est dit :*

1. *localement uniformément attractif sur un voisinage O de l'origine si :*

$$\exists\ \eta > 0, \forall\ \epsilon > 0, \forall\ t_0 > 0, \exists\ \tau \geq 0, \forall\ x_0 \in \mathbb{R}^n$$

$$|x_0| < \eta \Rightarrow \forall\ x(., x_0, t_0), \forall\ t \geq t_0 + \tau,\ |x(t, x_0, t_0)| < \epsilon.$$

et $O \subset \{x \in \mathbb{R}^n,\ |x| < \eta\}$.

2. *Globalement uniformément attractif si*

$$\forall\ \eta > 0, \forall\ \epsilon > 0, \forall\ t_0 > 0, \exists\ \tau \geq 0, \forall\ x_0 \in \mathbb{R}^n$$

$$|x_0| < \eta \Rightarrow \forall\ x(.,x_0,t_0),\ \forall\ t \geq t_0 + \tau,\ |x(t,x_0,t_0)| < \epsilon.$$

Définition 6.12 (Stabilité asymptotique) *Le point d'équilibre $x = 0$ du système (6) est dit localement uniformément asymptotiquement stable sur O (resp. globalement uniformément asymptotiquement stable), s'il est uniformément stable et localement attractif sur O (resp. globalement uniformément attractif).*

Dans un but de simplification, nous emploierons l'expression "asymptotiquement stable " à la place de "uniformément asymptotiquement stable". Lorsque le caractère local ou global ne sera pas précisé, il s'agira toujours de stabilité asymptotique globale.

L'obstruction de Brockett

La stabilité asymptotique est une propriété des systèmes non commandés. En automatique, on étudie le cas le plus général des systèmes commandés, c'est-à-dire des systèmes sur lesquels il est possible d'intervenir à travers un paramètre appelé la commande où le contrôle, pour obtenir des comportements souhaités. Ils sont de la forme :

$$\dot{x} = f\,(x,\,u)\,, \quad f\,(0,\,0) = 0 \tag{8}$$

avec $x \in \mathbb{R}^n$ est l'état du système, $u \in \mathbb{R}^m$ le vecteur commande ou le contrôle
et $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \longrightarrow \mathbb{R}^n$ fonction supposée de classe C^1. Le système (8) est dit système de contrôle. Le problème de stabilisation asymptotique consiste à concevoir un retour d'état continu qui maintient le système dans une configuration proche de celle souhaitée.

Définition 6.13 (Stabilisabilité) *On dit que le système $\dot{x} = f(x,u)$ est localement asymptotiquement stabilisable à l'aide d'un retour d'état statique, stationnaire et continu, s'il existe $u \in C^0(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m)$ tel que*

$$u(0) = 0,$$

et 0 est localement asymptotiquement stable pour

$$\dot{x} = f(x, u(x)). \tag{9}$$

La littérature montre que tout système de contrôle n'admet pas forcément une loi de commande asymptotiquement stabilisante même locale. Dans le cas des systèmes stationnaires, Brockett

a donné une condition nécessaire d'ordre topologique pour l'existence d'une loi de commande stationnaire localement asymptotiquement stabilisante. Ainsi nous avons le théorème suivant :

Théorème 6.14 (Brockett [13]) *Si $\dot{x} = f(x, u)$ est localement asymptotiquement stabilisable à l'aide d'un retour d'état statique, stationnaire et continu, alors l'image de tout voisinage de l'origine de $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m$ par f est un voisinage de l'origine de $\mathbb{R}^n$.*

Le lecteur pourrait trouver la démonstration dans l'ouvre de Sontag [86], pe 253, ou bien, pour une démonstration bien détaillée, le cours de Coron [18].
En revanche la réciproque de ce théorème est fausse comme le montre cet exemple dû à Artstein [5],

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = u(x_1^2 - x_2^2) \\ \dot{x}_2 = 2ux_1x_2. \end{cases} \tag{10}$$

Ce système vérifie la condition de Brockett, mais n'admet même pas une loi de commande non stationnaire asymptotiquement stabilisante (voir Sontag [87] pour une discussion précise de cet exemple).

1.3 Méthode de Lyapunov

Pour étudier la stabilité des systèmes non commandés, la première méthode de Lyapunov est basée sur les propriétés du "linéarisé tangent". La stabilité asymptotique du linéarisé permet de conclure à la stabilité asymptotique locale (sur un voisinage O de 0) du système initial, sans toutefois nous renseigner sur des domaines de stabilité. La seconde méthode de Lyapunov, appelée aussi méthode directe de Lyapunov, permet de définir des domaines de l'espace d'état où la convergence des trajectoires vers un équilibre est garantie.

Définition 6.15 (Fonction candidate à Lyapunov) *Une fonction $V : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ est dite candidate à Lyapunov stationnaire si elle vérifie les propriétés suivantes :*

$$\forall\, x \in \mathbb{R}^n,\ a(|x|) \leq V(x) \leq b(|x|),$$

où $a, b : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ sont des fonctions strictement croissantes, s'annulant en 0 et telles que $\lim_{|x|\to+\infty} a(|x|) = \lim_{|x|\to+\infty} b(|x|) = +\infty$.

Définition 6.16 (Fonction de Lyapunov) *Une fonction $V : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ continûment différentiable est une fonction de Lyapunov stationnaire pour le système (7), si elle est candidate à Lyapunov stationnaire et elle vérifie,*

$$\forall\ x \in \mathbb{R}^n \backslash \{0\},\ \frac{\partial V}{\partial x} f(x) < 0.$$

Théorème 6.17 (Kurzweil [41, 50, 80]) *On considère le système (7). Le point d'équilibre $x = 0$ du système $\dot{x} = f(x)$ est globalement asymptotiquement stable si et seulement si il existe une fonction $V \in C^\infty(\mathbb{R}^n, \mathbb{R})$ qui soit candidate à Lyapunov stationnaire et qui vérifie :*

$$\forall\ x \in \mathbb{R}^n \backslash \{0\},\ \frac{\partial V}{\partial x} f(x) < 0.$$

Principe d'invariance de LaSalle

Il arrive dans certains cas où on ne parvient pas à obtenir une fonction de Lyapunov au sens large pour le système stationnaire (7).
On définit alors Q par :

$$Q = \{x \in \mathbb{R}^n,\ \frac{\partial V}{\partial x} f(x) = 0\}.$$

Si Q est réduit à $\{0\}$, alors la méthode directe de Lyapunov permet de conclure.
Si Q contient d'autres points, il existe un autre résultat connu sous le nom de principe d'invariance de LaSalle.

Théorème 6.18 *Considérons le système défini par (7). Supposons qu'on ait obtenu une fonction V de Lyapunov au sens large. Alors toute solution bornée converge vers I le plus grand ensemble f-invariant inclus dans Q. Si de plus I est réduite à $\{0\}$, alors $x = 0$ est un point d'équilibre asymptotiquement stable pour le système (7).*

La figure 1 illustre bien deux type de comportement possible. En effet soit les trajectoires restent dans un ensemble sur lequel $\dot{V} = 0$, dans ce cas on a comportement cycle limite (c'est le cas de la figure de gauche). Soit $\dot{V}$ ne s'annule que sur des points isolés des trajectoires. Dans ce cas les trajectoires sont tangentes aux équipotentielles en ces points, mais le point d'équilibre $x = 0$ est asymptotiquement stable (c'est le cas de la figure de droite). Ce théorème nous permet dans certains cas d'aboutir à la stabilité asymptotique. En effet, il suffit d'obtenir une fonction V candidate à Lyapunov, telle que sa dérivée le long des trajectoires solutions de (7) soit négative

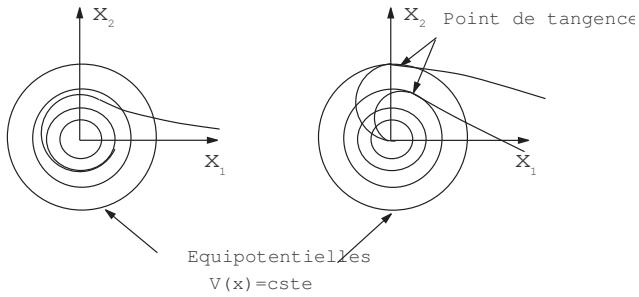


FIGURE 1 – Méthode de Lyapunov

ou nulle ; et de montrer que la seule trajectoire qui reste dans I est la trajectoire identiquement nulle.

1.4 Stabilité exponentielle

Dans cette section, nous rappelons la définition de la stabilité exponentielle et quelque propriétés.

Définition 6.19 ([50]) *L'origine du système dynamique (7) est dit localement exponentiellement stable s'il existe des constantes positive γ_1, γ_2 et $r > 0$ telles que pour $x(0) \in B(0, r)$, toutes les solutions satisfont :*

$$|x(t)| \leq \gamma_1 \, |x(0)| e^{-\gamma_2 \, t}.$$

Le réel $\gamma_2 > 0$ est dit vitesse de la convergence ou exposant de la stabilisation.
L'origine du système dynamique (7) est dit globalement exponentiellement stable, si l'inégalité précédente est vraie pour tout $x(0) \in \mathbb{R}^n$.

Le théorème suivant donne un résultat de stabilité asymptotique si le système est exponentiellement stable.

Théorème 6.20 *([50]) Si le système (7) est exponentiellement stable, alors il est asymptotiquement stable.*
La réciproque est fausse comme le montre l'exemple $\dot{x} = -x^3$.

1.5 Backstepping

Le backstepping est une technique qui utilise la forme de chaîne d'intégrateurs, après une transformation de coordonnées d'un système triangulaire et en se basant sur la méthode directe de

Lyapunov, il est possible de concevoir systématiquement et de manière récursive des contrôleurs et des fonctions de Lyapunov correspondantes, pour plus de détaille, le lecteur peut consulter [19].

Théorème 6.21 *On suppose que le système décrit par :*

$$\dot{x} = f(x, u) \tag{11}$$

est asymptotiquement stabilisable par un retour d'état statique stationnaire de classe C^r, $r \geq 1$. Alors l'extension dynamique

$$\begin{cases} \dot{x} &= f_1(x, y) \\ \dot{y} &= u \end{cases} \tag{12}$$

est asymptotiquement stabilisable par rapport à (x, y) par un retour d'état de classe C^{r-1}.

1.6 Stabilisation en temps fini

La notion de stabilité en temps fini est assez intuitive : l'idée consiste à certifier que le système, au bout d'un temps bien déterminé, atteint le point d'équilibre et en y restant par la suite. La connaissance de l'instant où la trajectoire réelle rejoindra celle désirée est notamment un aspect important dans les applications pratiques qui cherchent à garantir une bonne performance. Nous rappelons dans ce paragraphe la notion de stabilité en temps fini des systèmes dynamiques et la méthode suivie.

Soit le système

$$\dot{x} = f(x),\ f(0) = 0,\ x(0) = x_0,\ x \in \mathbb{R}^n, \tag{13}$$

f une fonction définie et continue sur un voisinage U_0 de l'origine.

Définition 6.22 ([10]) *L'équilibre $y = 0$ du système (13) est localement stable en temps fini, s'il est stable au sens de Lyapunov et convergent vers zéro en temps fini dans un voisinage $U \subset U_0$. La convergence en temps fini signifie l'existence d'une fonction $T : U\backslash\{0\} \to (0, +\infty)$, tels que, $\forall\ x_0 \in U$, toute solution $x(t, x_0)$ de (13) est définie et $x(t, x_0) \in U\backslash\{0\}\ \forall\, t \in [0, T(x_0))$ et*

$$\lim_{t \to T(x_0)} x(t) = 0.$$

Si $U = \mathbb{R}^n$, on obtient le concept de la stabilité globale en temps fini de (13).

Il est clair que la stabilité en temps fini implique la stabilité asymptotique, en revanche, la réciproque est fausse comme le montre l'exemple suivant [67]

$$\dot{x} = -x.$$

Ce système est asymptotiquement stable, mais n'est pas stable en temps fini.

Le théorème suivant établi une condition suffisante de type Lyapunov pour que les systèmes de la forme (13) soient stables en temps fini.

Théorème 6.23 ([10]) *Considérons le système (13). On suppose qu'il existe une fonction de Lyapunov $V(x)$ de classe C^1 définie dans un voisinage $O \subset U_0 \subset \mathbb{R}^n$ de l'origine, deux réels $c > 0$ et $0 < \alpha < 1$, tels que $V(x)$ est définie positive sur O et*

$$\dot{V}(x) + c\, V^{\alpha}(x) \leq 0.$$

Alors le système (13) est stable en temps fini. De plus, si $T(x)$ désigne le temps de convergence, alors

$$T(x) \leq \frac{1}{c(1-\alpha)} V(x(0))^{1-\alpha}.$$

Un contrôle explicite pour le double intégrateur est donné par Bhat et al. dans [10]. En utilisant une fonction de Lyapunov, les auteurs montrent que le système bouclé est stable en temps fini.

Considérons le système

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= u, \end{cases} \tag{14}$$

Proposition 6.24 ([10]) *Soit le retour d'état*

$$u = -sign(x_2)\,|x_2|^{\alpha} - sign(\phi(x_1,\, x_2))\,|\phi(x_1,\, x_2)|^{\frac{\alpha}{2-\alpha}}, \tag{15}$$

avec $\alpha \in (0,\, 1)$ et $\phi(x_1,\, x_2) = x_1 + \frac{1}{2-\alpha}\, sign(x_2)\,|x_2|^{2-\alpha}$.

Soit la fonction de lyapunov

$$V(x_1,\, x_2) = \frac{2-\alpha}{3-\alpha}\,|\phi(x_1,\, x_2)|^{\frac{3-\alpha}{2-\alpha}} + s\, x_2\, \phi(x_1,\, x_2) + \frac{r}{3-\alpha}|x_2|^{3-\alpha}, \tag{16}$$

où r et s sont des nombres réels positifs.

Alors, sous l'action du contrôle u, la fonction V satisfait l'inéquation différentielle :

$$\dot{V} \leq -c\, V^{\frac{2}{3-\alpha}},\ c > 0, \tag{17}$$

est par la suite le système (14) est stabilisable en temps fini.

1.7 Homogénéisation et stabilisation exponentielle :

L'étude des systèmes homogènes a attiré l'attention de plusieurs chercheurs au cours des dernières années surtout dans l'étude de stabilité ou de stabilisation des systèmes non linéaires. Cependant, l'homogénéité de degré zéro dans l'étude de stabilité a été bien développée, (pour plus de détails on peut se référer à [11], [44] et [63]).

Définition 6.25 *Pour n'importe quel $\lambda > 0$ et n'importe quel ensemble de paramètres réels $r_i > 0 (i = 1, ..., n)$. On définit l'opérateur de dilatation suivant*

$$\Delta_\lambda^r : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^n \tag{18}$$

tel que

$$\Delta_\lambda^r(x_1, ..., x_n, t) = (\lambda^{r_1} x_1, ..., \lambda^{r_n} x_n, t) \tag{19}$$

Soit le système suivant :

$$\dot{x} = f(x) \tag{20}$$

avec $f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$ est continue. On dit que le système (20) est homogène de degré d s'il existe $(r_1, ..., r_n) \in ((0, \infty))^n$ tels que

$$f_i(\lambda^{r_1} x_1, ..., \lambda^{r_n} x_n) = \lambda^{r_i + d} f_i(x_1, ..., x_n) \tag{21}$$

pour tout $\lambda > 0$. $(r_1, ..., r_n)$ sont les poids du système (20).

Proposition 6.26 *[66] On considère le système*

$$\dot{x} = f(x, t) \tag{22}$$

avec $f(x,t) : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^n$ *une fonction T-periodique et* $f(0,t) = 0$, *considérons que (22) est homogène de degré 0 par rapport à la dilatation* Δ_λ^r *et que le point d'équilibre* $x = 0$ *est localement asymptotiquement stable pour ce système alors :*
-i- $x = 0$ *est globalement exponentiellement stable.*
-ii-la solution du système perturbé $\dot{x} = f(x,t) + g(x,t)$ *est localement exponentiellement stable quand la fonction* $g(x,t) : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \longrightarrow \mathbf{R}^n$ *est continue, T-periodique et que le champs de vecteur g est la somme des champs des vecteurs homogènes de degrés strictement positif par rapport à la dilatation* Δ_λ^α.

La proposition suivante est un corollaire d'un résultat de M'Colskey et Murray.

Proposition 6.27 ***M'Closkey, Murray [63, 68]*** *Soit*

$$\dot{x} = f(x, \frac{t}{\varepsilon}) \tag{23}$$

avec $f(x,t) : \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^n \longrightarrow \mathbf{R}^n$ *une fonction continue et T-périodique* $f(x, t+T) = f(x,t)$ *supposons que (23) est homogène de degré 0 par rapport à la dilatation* Δ_λ^r *et que l'origine* $y = 0$ *du système moyenisé*

$$\dot{y} = \overline{f}(y) \tag{24}$$

avec $(\overline{f}(y) = \frac{1}{T}\int f(y,t)dt)$ *est asymptotiquement stable. Alors , il* $\exists \varepsilon_0 > 0 tq \forall \varepsilon \in (0, \varepsilon_0)$, *l'origine* $x = 0$ *du système (23) est exponentiellement stable.*

1.8 Observabilité des systèmes linéaires

Soit un système linéaire continu décrit par l'équation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{cases} \tag{25}$$

avec les vecteurs $x \in \mathbb{R}^n$, $y \in \mathbb{R}^m$, $u \in \mathbb{R}^q$ sont respectivement, l'état, la sortie et la commande. $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times q}$, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ sont des matrices constantes. Dans le cadre des systèmes linéaires invariants dans le temps, un système est dit observable si la détermination de l'état$x(t)$ du système est obtenue de façon unique à partir d'un ensemble de n observations des sorties. L'existence d'un observateur pour les systèmes linéaires se déduit du calcul du rang du critère

de Kalman [26, 72] :

$$O = \{ \begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ : \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} \} \tag{26}$$

Le système est observable si et seulement si $rang(O) = n$.

1.9 Observabilité des systèmes non linéaires

Pour les systèmes non linéaires, étant donné l'espace de l'état $x \subseteq \mathbb{R}^n$ et l'ensemble des entrées $u \subseteq \mathbb{R}^q$.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= f(x(t), u(t)) \\ y(t) &= h(x(t)) \end{cases} \tag{27}$$

La notion d'observabilité est basée sur la possibilité de différencier deux conditions initiales distinctes, on parle ainsi de l'indiscernabilité [8, 40]. Soient $y_u^0(t)$ et $y_u^1(t)$, des signaux de sortie générés par l'application d'une entrée $u(t)$ au système (27) avec deux conditions initiales différents $x(0) = x_0$ et $x(0) = x_1$ respectivement. Alors x_0 et x_1 sont dits indiscernables si :

$$y_u^0(t) = y_u^1(t),\ \forall t \geq 0.$$

Le système (27) est dit observable s'il ne possède pas de couple d'états initiaux distincts $\{x_0, x_1\}$ indiscernables.

L'observabilité telle que nous l'avons définie ici est globale, c'est-à-dire que les différents couples de conditions initiales peuvent être distingués partout sur l'ensemble de définition. En pratique, il peut être nécessaire de distinguer les conditions initiales localement ou indépendamment de l'entrée, c'est pourquoi nous donnons des définitions de l'observabilité plus spécifiques.

Définition 6.28 *[40] Le système (27) est dit :*

1. *Faiblement observable s'il existe un voisinage U de tout point x tel qu'il n'y ait pas d'états indistinguables de x dans tout U.*
2. *Localement observable en x_0 si pour tout voisinage ouvert U de x_0, il n'existe pas d'état indistinguable de x_0 dans U.*

3. *Localement observable si le système (27) est localement observable en tout point* $x_0 \in \mathbb{R}^n$.
4. *Faiblement localement observable en* $x_0 \in \mathbb{R}^n$ *s'il existe un ouvert* U *contenant* x_0*, tel que pour tout voisinage* V *de* x_0 *contenu dans* U*, il n'y ait pas d'états indistinguables de* x_0 *dans* V.
5. *Faiblement localement observable s'il existe un ouvert* U *dense tel que tout* $x_0 \in U$ *est localement faiblement observable.*

Enfin, nous définissons l'observabilité au sens du rang qui est basé sur des outils de la géométrie différentielle, et qui ne dépend pas directement de la connaissance explicite des solutions du système étudié.

Définition 6.29 *[40] Notons* O *le plus petit sous-espace fonctionnel de* $\mathfrak{F}(\mathbb{R}^n)$ *contenant les composantes* $h_1, ..., h_q$ *de la sortie* h *et tel que pour toute fonction* $\phi \in O$*, on ait* $L_{f_u}\phi \in O$ *(*L_{f_u} *désigne la dérivée de Lie, le long des solutions de* $\dot{x} = f_u(x)$*). Le sous espace* O *est appelé espace d'observabilité du système (27).*

Définition 6.30 *(Observabilité au sens du rang [40]) Le système (27) est dit observable au sens du rang en un point* x *si la dimension de* $rang(O(x))$ *est* n.

Conclusions et perspectives

Cette étude se situe dans le domaine du contrôle des véhicules sous-marine téléopérés. Plus précisément, on s'est intéressé à l'étude du problème de navigation d'un robot sous marin (Rov-Observer). Nous avons abordé quatres grandes parties : la modélisation des véhicule sous marin en particulier Rov-Observer, la conception de différentes commandes assurant la stabilité du Rov et leur poursuite aux trajectoires et le problème d'observation et la reconstruction des états non mesurables à partir des informations disponibles. Finalement nous avons introduit la relation entre la navigation et la notion de la réalité virtuelle.

Dans un premier temps, nous avons proposé l'approche de Newton pour la synthèse de la modélisation du Rov-Observer. Les notions de masses et d'inerties ajoutées, les phénomènes d'amortissement hydrodynamiques ainsi que la poussée d'Archimède. À partir de l'architecture du robot, la modélisation des forces et des couples des hélices ont été ajoutées.

Le système du Rov est fortement non linéaire, contrôlable mais dont le linéarisé n'est pas asymptotiquement stabilisable. Ce dernier est qualifié de *systèmes sous actionnées* c'est-à-dire le nombre de degré de liberté est strictement supérieur au degrés des entrées.

En plus, la plus part des systèmes sous actionnées présentent une obstruction topologique importante exprimée par l'impossibilité de stabiliser ces systèmes par des retours d'état stationnaire et continus. Cette obstruction est due à la condition nécessaire de Brockett.

Nous avons montré que le système décrivant le Rov ne vérifie pas cette condition. Pour contourner cette obstruction, nous avons adopté l'approche de *moyennisation* et les propriétés des fonctions *homogènes de degré zéro*. Une loi de commande continue et instationnaire est proposée,

elle assure la stabilisation locale du Rov au voisinage d'un point d'équilibre. nous avons aussi examiné la robustesse de cette commande vis à vis aux perturbations vérifiant certains degrés d'homogénéité.

Dans un second temps, en utilisant la théorie de Lyapunov et la technique de Backstepping, on a pu déterminer une loi de commande assurant le déplacement du Rov d'un point vers un autre, en suivant une trajectoire de référence. L'erreur de suivi converge de façon exponentielle vers un voisinage de zéro qui peut être rendue arbitrairement faible.

En suite, nous nous sommes intéressés à l'étude du problème d'observabilité. Cette étude sur les observateurs a été faite pour l'implementation des commandes étudiées vu la nécessité des vitesses et accélérations. La mesure des vitesses pour un véhicule marin en général n'est pas disponible. Seulement La position et l'orientation du Rov sont mesurables et sont données par un système de positionnement acoustique. Une alternative sera de construire un observateur permettant, à partir de la mesure de position ainsi que de l'orientation du Rov, de déterminer une estimation des vitesses de ce véhicule. Nous avons élaboré un observateur pour le modèle du Rov qui converge asymptotiquement même exponentiellement vers l'état réel du Rov en tenant compte de vitesse du courant marin. Une commande basée observateur a été appliquée à un modèle simplifié du Rov.

Dans la dernière partie, Une implémentation des lois de commandes détaillés dans les parties stabilisation et poursuite dans un environnement virtuel a été faite. Cette approche a permis une observation et visualisation du Rov dans un environnement virtuel. Plusieurs scénarios de navigation ont été réaliser.

Pour la suite de nos travaux, il serait intéressant d'implémenter une loi de commande robuste par rapport aux perturbations extérieures. Aussi le mouvement du Rov été considéré dans des milieux libres (sans obstacles), une stratégie d'évitement d'obstacles et de collision pourrait aussi être implantée. Il serait aussi intéressant de modéliser le cas du site de plongée, le robot évoluera dans un environnement soumis à des contraintes (courant marin, obstacles, etc.), cela signifie que la simulation se trouvera modifiée en temps réel en fonction de l'environnement 3D.

Bibliographie

[1] A. Robertsson, R. J. Observer backstepping for a class of nonminimum phase systems. *In Proc. of the 38th IEEE CDC* (1999).

[2] Amin, R., Khayyat, A., and Osgouie, K. Neural networks control of autonomous underwater vehicle. In *Mechanical and Electronics Engineering (ICMEE), 2nd International Conference on* (Aug 2010), vol. 2, pp. V2–117–V2–121.

[3] Antonelli, G., Chiaverini, S., Sarkar, N., and West, M. Adaptive control of an autonomous underwater vehicle : experimental results on odin. In *IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation, CIRA '99.* (1999), pp. 64–69.

[4] Antonelli, G., Chiaverini, S., Sarkar, N., and West, M. Adaptive control of an autonomous underwater vehicle : experimental results on odin. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on 9*, 5 (Sep 2001), 756–765.

[5] Artstein, Z. Stabilization with relaxed control. *Nonlinear Analysis TMA 7*, 11 (Novembre 1983), 1163–1173.

[6] Bagheri, A., and Moghaddam, J. J. Simulation and tracking control based on neural-network strategy and sliding-mode control for underwater remotely operated vehicle. *Neurocomputing 72* (2009), 1934 – 1950.

[7] Besanasson, G. Remarks on nonlinear adaptive observer design. *Systems and Control Letters 41*, 4 (2000), 271 – 280.

[8] Besançon, G. Nonlinear observers and applications. *Springer Verlag / Heidelberg, New-York / Berlin* (2007).

[9] Bessa, W. M., Dutra, M. S., and Kreuzer, E. Depth control of remotely operated underwater vehicles using an adaptive fuzzy sliding mode controller. *Robot. Auton. Syst. 56*, 8 (Aug. 2008).

[10] Bhat, S., and Bernstein, D. Continuous finite-time stabilization of the translational and rotational double integrators. *IEEE Trans. Automatic Control 43*, 5 (1998), 678–682.

[11] Bhat, S., and Bernstein, D. Geometric homogeneity with applications to finite-time stability. *Math Control Signals Systems 17* (2005), 101–127.

[12] Bowman, D., and Hodges, L. Formalizing the de-sign, evaluation, and application of interaction techniques for immersive virtual envi-ronments. *Journal of Visual Languages and Computing 10* (1999), 37–53.

[13] Brockett, R. W. Asymptotic stability and feedback stabilization. *Differential geometric control theory, Progress in Math. 27* (1983), 181–191.

[14] Chalon, R. *Réalité Mixte et Travail Collaboratif : IRVO, un modèle de l'Interaction Homme Machine.* Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon, 2004.

[15] Chen, Q., Chen, T., and Zhang, Y. Research of ga-based pid for auv motion control. In *International Conference on Mechatronics and Automation, ICMA.* (Aug 2009), pp. 4446–4451.

[16] Clarke, D. Calculation of the added mass of circular cylinders in shallow water. *Ocean Engineering 28*, 9 (2001), 1265 – 1294.

[17] Clarke, D. Calculation of the added mass of elliptical cylinders with vertical fins in shallow water. *Ocean Engineering 30*, 1 (2003), 1–22.

[18] Coron, J.-M. Relations entre commandabilité et stabilisations nonlinéaires. *Nonlinear partial differential equations and their applications 11* (1994), 68–86. eds H. Brezis et J.-L. Lions, Research notes in Math. Series, 299, Pitman, Boston.

[19] Coron, J.-M. On the stabilization of some nonlinear control systems : results, tools, and applications. *Kluwer Academic Publishers, Hollande* (1999), 307–367.

[20] Creuze, V. *Navigation Référencée Terrain pour Véhicule Autonome Sous-marin.* Theses, Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc, Nov. 2002.

[21] Creuze, V. *Navigation référencée terrain pour véhicule autonome sous-marin.* Thèse de doctorat, Universite Montpellier II Science et Techniques du Languedoc, 2011.

[22] Didier, J. *Contributions à la dextérité d'un système de réalité augmentée mobile appliqué à la maintenance industrielle.* Thèse de doctorat, Université d'Evry Val d'Essonnes, 2005.

[23] Do, K., Jiang, Z., and Pan, J. Universal controllers for stabilization and tracking of underactuated ships. *Systems and Control Letters* (2002), 299 – 317.

[24] Do, K., Jiang, Z. P., and Pan, J. Underactuated ship global tracking under relaxed conditions. *IEEE Transactions on Automatic Control 47* (2002), 1529–1536.

[25] Eski, I., and Yildirim, S. Design of neural network control system for controlling trajectory of autonomous underwater vehicles. *International Journal of Advanced Robotic Systems 7* (2013), 1 – 17.

[26] et J. E. Betram, R. E. K. Control system analysis and design via the "second method" of lyapunov : Continuous-time system. *ASME journal of Basic Engineering 82* (1960), 371–393.

[27] Fischer, N., Hughes, D., Walters, P., Schwartz, E., and Dixon, W. Nonlinear rise-based control of an autonomous underwater vehicle. *Robotics, IEEE Transactions on 30*, 4 (Aug 2014), 845–852.

[28] Fossard, A. J., and Normand-Cyrot, D. *Système non linéaire, tome 1.* modélisation-estimation, Paris, 1993.

[29] Fossen., T. A nonlinear unifed state-space model for ship maneuvering and control in aseaway. *International journal of bifurcation and chaos in applied sciences and engineering 15*, 9 (2005).

[30] Fossen, T., and Grovlen, A. Nonlinear output feedback control of dynamically positioned ships using vectorial observer backstepping. *IEEE Transactions on Control Systems Technology 6*, 1 (Jan 1998), 121–128.

[31] Fossen, T. I. *Guidence and Control of Ocean Vehicules.* Chichester : Wiley, 1994.

[32] Fossen, T. I. *Marin Control System : Guidance, Navigation and Control of ships, Rigs and Underwater Vehicles.* Marine Cybernetics, Norway, 2002.

[33] G. Bartolini, M. Brenco, G. C., and Sandini, G. Advanced simulation and control techniques of underwater robots. *in Proceding of International Advanced Robotics Program* (1990), 23–26.

[34] G. Conte, A. S. Robust lyapounov-based design for autonomous underwater vehicles. *in Proc. of IFAC Symposium of Robot Control* (1997).

[35] Ghommam, J. *Navigation and Nonlinear Control of Underactuated Marine Vehicles.* Theses, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Sfax, Feb. 2008.

[36] Hammami, M. A. Global observer for homogeneous vector fields.

[37] Hartman, P. A lemma in the theory of structural stability of differential equations. *Proceedings of the American Mathematical Society 11* (1960), 610–620.

[38] Hartman, P. On the local linearization of differential equations. *Proceedings of the American Mathematical Society 14* (1963), 568–573.

[39] Heim, M. The design of virtual reality. *Body & Society 1* (1968), 65–77.

[40] Hermann, R., and Krener, A. Nonlinear controllability and observability. 728 – 740.

[41] Isidori, A. *Nonlinear control systems*, third edition ed. Springer-Verlag, London, 1995.

[42] J, J. Y. Control of underwater robotic vehicles. *in Proc. of IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems* (1993), 26–30.

[43] J.J.Slotine, W. *Applied nonlinear control.* Englewood Cliffs, NJ : prentice Hall, 1991.

[44] Kawski, M. Homogeneous stabilizing feedback laws. *Control-Theory and Advanced Technology 6* (1990), 497–516.

[45] Khadhraoui, A., Beji, L., Otmane, S., and Abichou, A. Explicit homogenous time varying stabilizing control of a submarine rov. *The 10th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics, (ICINCO), Reykjavík : Iceland 6* (2013), 26–32.

[46] Khadhraoui, A., Beji, L., Otmane, S., and Abichou, A. Observer-based controller design for remotely operated vehicle rov. *The 11th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics, Vienne : Austria 6* (2014), 62–70.

[47] Khadhraoui, A., Beji, L., Otmane, S., and Abichou, A. Robust control of remotely operated vehicle in the vertical plane. *13th International Conference on Control, Automation, Robotics and vision, (ICARCV) 8* (2014), 1098–1105.

[48] Khadhraoui, A., Beji, L., Otmane, S., and Abichou, A. Stabilizing control and human scale simulation of rov navigation. *submitted to the International Journal of Ocean Engineering* (2014).

[49] Khadhraoui, A., Beji, L., Otmane, S., and Abichou, A. Stabilizing control based observer for a remotely operated vehicle (rov-observer). *The 3rd International Conference on Control, Engineering, Information Technology. Tlemcen, Algeria* (2015).

[50] Khalil, H. K. *Nonlinear Systms*, 2nd ed. Prentice-Hall, Inc.. Upper Saddle River, NJ., 1996.

[51] Khalil, H. K. *Nonlinear Systms*, third ed. Prentice Hall, 2002.

[52] Kojima, J., Kato, Y., Asakawa, K., and Kato, N. Experimental results of autonomous underwater vehicle 'aqua explorer 2' for inspection of underwater cables. In *OCEANS '98 Conference Proceedings* (Sep 1998), vol. 1, pp. 113–117.

[53] Krener, A. J., and Isidori, A. Linearization by output injection and nonlinear observers. *Systems and Control Letters 3*, 1 (1983), 47 – 52.

[54] Lamb, G. Perfermance et stabilité des avions. *université libre de Bruxelles* (2001).

[55] L.Beji, and A.Abichou. Stabilisation of trim trajectoire of a blimp in ascentand descent flight condition. *International Journal of Control 78*, 10 (2005), 706–719.

[56] lei Liao, Y., Wan, L., and yuan Zhuang, J. Backstepping dynamical sliding mode control method for the path following of the underactuated surface vessel. *Procedia Engineering 15* (2011), 256 – 263.

[57] Lei-Po Liu, Zhu-Mu Fu, X.-N. S. Sliding mode control with disturbance observer for a class of nonlinear systems. *International Journal of Automation and Computing 9* (2012), 487–491.

[58] Levant, A. Higher order sliding modes, differentiation and output-feedback control. *International Journal of Control 76* (2003), 924–941.

[59] Li, J.-H., and Lee, P.-M. Design of an adaptive nonlinear controller for depth control of an autonomous underwater vehicle. *Ocean Engineering 32* (2005), 2165 – 2181.

[60] Luenberger, D. G. Observing the state of a linear system. *IEEE Transactions on Military Electronics 8* (1964), 74–80.

[61] M. A. HAMMAMI, M. Z., and KALLEL, J. An exponential observer and a controller for a class of nonlinear systems. *Archives of Control Sciences 23*, 1 (2013), 79–92.

[62] M'Closkey, R. T., and Murray, R. M. Exponential convergence of nonholonomic systems : some analysis tools. *In IEEE Control and Decision Conference*, 32 (Décembre 1993), 943–948.

[63] M'Closkey, R. T., and Murray, R. M. Exponential stabilization of driftless nonlinear control systems using homogeneous feedback. *IEEE tran. Aut. Control 42* (1997), 614–628.

[64] Michel, J.-L., and Duranton, R. *Etat de l'art des véhicules sous-marins autonomes, verrous technologiques*, vol. 12. 1991.

[65] MING ; SONG WEN-LONG ; CHEN ZI-YIN, J. H. Backstepping dynamical sliding mode control method for the path following of the underactuated surface vessel. *Advances in Information Sciences and Service Sciences (AISS) 4* (2012), 214 – 221.

[66] MORIN, P., AND SAMSON, C. Time-varying exponential stabilization of a rigid spacecraft with two control torques. *IEEE Transactions on Automatic Control 42*, 4 (Apr 1997), 528–534.

[67] MOULAY, E. *Une contribution à l'étude de la stabilité en temps fini et de la stabilisation.* Thèse de doctorat, L'Eole Centrale de Lille, Décembre 2005.

[68] MURRAY, R., AND SASTRY, S. Nonholonomic motion planning : steering using sinusoids. *IEEE Transactions on Automatic Control 38*, 5 (May 1993), 700–716.

[69] N. KATO, T. I. Guidance and control of fish robot with apparatus of pectoral fin motion. *in Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation* (1998), 446–451.

[70] NEWMAN, J. *Marine Hydrodynamics*, third ed ed. MIT Press, Cambridge Massachusetts and London, 1985.

[71] OLGAC, N., PLATIN, B., AND CHANG, J.-M. Sliding mode control of remotely operated vehicles for horizontal plane motions. *Control Theory and Applications, IEE Proceedings D 138*, 5 (Sep 1991), 469–473.

[72] O'REILLY, J. Observer for linear system, richard bellman. *Mathematics in Science and Engineering 140* (1983).

[73] OTMANE, S. *Modèles et techniques logicielles pour l'assistance à l'interaction et à la collaboration en réalité mixte.* Habilitation à diriger des recherches (HDR), Université d'Evry Val d'Essonnes, 2010.

[74] P. FUCHS, G. MOREAU, A. B. J. V., AND AUVRAY, M. *Le traité de la réalité virtuelle*, vol. 1. L'homme et l'environnement virtuel, Presses des Mines Paris Tech, 2006.

[75] Park, J., Chung, W., and Yuh, J. Nonlinear h infin ; optimal pid control of autonomous underwater vehicles. In *Underwater Technology. Proceedings of the 2000 International Symposium on* (2000), pp. 193–198.

[76] Perez, T., and Fossen., T. Time-vs. frequency-domain identification of parametric radiation force models for marine structures at zero speed. *Modeling, Identification and Control 29*, 1 (2008), 1–19.

[77] Prestero, T. *Verification of a six degree of freedom simulation model for the remus autonomous underwater vehicle.* PhD thesis, 2001.

[78] R. Cristi, F. A. Papoulias, A. H. Adaptive sliding mode control of autonomous underwater vehicles in the dive pale. *IEEE Journal of Oceanic Engineering 15* (1990).

[79] Repoulias, F., and Papadopoulos, E. Trajectory planning and tracking control of underactuated auvs. In *Proceedings of the IEEE International Conference on (ICRA)* (2005), vol. 11, pp. 1610–1615.

[80] Rouche, N., Habets, P., and Laloy, P. *Stability theory by Lyapunov's direct method*, springer ed. Applied Mathematical Sciences, 1977.

[81] S. Fraga, J. B. S., and Pereira, F. L. User-assisted trajectory generation for underwater vehicles. *In Proceedings of OCEANS'03, San Diego, California.* (2003).

[82] Saadaoui, H., Manamanni, N., DjemaÁ, M., Barbot, J., and Floquet, T. Exact differentiation and sliding mode observers for switched lagrangian systems. *Nonlinear Analysis : Theory, Methods Applications 65*, 5 (2006), 1050 – 1069.

[83] SALGADO JIMENEZ, T. *Contribution à la commande d'un robot sous-marin autonome de type torpille.* Thèse de doctorat, Université des sciences et techniques de Montpellier 2, 2004.

[84] Sebastian, E. Adaptive fuzzy sliding mode controller for the snorkel underwater vehicle. In *From Animals to Animats 9*, vol. 4095. Springer Berlin Heidelberg, 2006, pp. 855–866.

[85] SNAME. Nomenclature for treating the motion of a submerged body through a fluid. technical report bulletin. *The Society of Naval Architects and Marine Engineers, , New York, USA* (1950), 1–5.

[86] Sontag, E. D. *Mathematical Control Theory : Determinstic Finite Dimensional Systems.* Text in applied Mathematics 6, Springer-Verlag, New York, Berlin, Heidelberg, London, Paris, Tokyo, Hong Kong, 1990.

[87] Sontag, E. D. Stability and stabilization : Discontinuities and the effect of disturbances. *Nonlinear Analysis, Differential Equations, and Control* (1999), 551–598.

[88] S.Samaali, A., and L.Beji. Longitudinal and horizontal stabilisation of unmanned blimp. *International Journal of Vehicle Autonomous and design* (juin 2006).

[89] Sutherland, I. E. The ultimate display. In *Proceedings of the, Fall Joint Computer Conference, Part I* (New York, NY, USA, 1965), AFIPS '65 (Fall, part I), ACM, pp. 506–508.

[90] Sutherland, I. E. A head-mounted three-dimensional display. *Proceedings of the Fall Joint Computer Conference, Part I 33* (1968), 757–764.

[91] T. Inanc, S. S., and Marsden, J. E. Optimal trajectory generation in ocean flows. *In Proceedings of American Control Conference, Portland, Orego.* (2005).

[92] Thau, F. Observing the state of nonlinear systems. *International Journal of Control 17* (1978), 471–479.

[93] Ticlea, A. *Techniques d'immersion pour l'estimation non linéaire, application aux systèmes de puissance.* Thèse de doctorat, Institut national polytechnique de Grenoble, 2006.

[94] Vertut, J. et Coiffet, P. *Les Robots : Téléopération*, vol. 3A. Edition Hermes, Paris, France, 1984.

[95] W. E. Landay, M.A. LeFever, R. A. S.-R. M. L., and Tomaszeski, S. J. *The Navy Unmanned undersea Vehicle (UUV) Master Plan.* 2004.

[96] Wang, W. *Autonomous Control of a Differential Thrust Micro ROV*. PhD thesis, 2006.

[97] Wang, W., and Clark, C. Modeling and simulation of the videoray pro iii underwater vehicle. In *OCEANS 2006 - Asia Pacific* (May 2006), pp. 1–7.

[98] Wang, Y., Yan, W., Gao, B., and Cui, R. Backstepping-based path following control of an underactuated autonomous underwater vehicle. In *Information and Automation. ICIA '09. International Conference on* (June 2009), pp. 466–471.

[99] Zhijie, T., and Qingbo, H. A fuzzy-pid depth control method with overshoot suppression for underwater vehicle. In *Life System Modeling and Intelligent Computing*, vol. 6329. Springer Berlin Heidelberg, 2010, pp. 218–224.

université PARIS-SACLAY | ÉCOLE DOCTORALE Sciences et technologies de l'information et de la communication (STIC)

Titre : Modélisation et simulation interactive pour la navigation d'un robot sous-marin de type ROV Observer.

Mots clés : Model hydrodynamique, ROV, commande, stabilisation, poursuite de trajectoire, estimation et identification de variables, environnement virtuel.

Résumé : Aujourd'hui traverser les océans peut s'effectuer sans difficulté en utilisant toute sorte de véhicule marin. Cependant, il n'en est pas de même pour l'exploration des fonds marins. Face à ce milieu hostile et dangereux, mais potentiellement riche tant sur le plan biologique que sur le plan d'éventuelles ressources exploitables, l'homme a besoin d'assistance dans sa découverte des profondeurs, l'intervention de robots sous-marins est une alternative pour écarter les dangers qui peuvent subir les plongeurs. Dans ce contexte, le présent manuscrit porte sur la modélisation et la commande d'un ROV (Remotely Operated Vehicle) destiné pour l'observation des sites archéologies. Après avoir identifié les différentes variables caractérisantes de la géométrie fixe, nous détaillons, dans un premier temps, la modélisation cinématique et dynamique du véhicule. Il est important de noter qu'un jeu de paramètres d'inertie, masse ajoutée et coefficients de traînées est identifié moyennant les caractéristiques géométriques du robot. Un modèle hydrodynamique non-linéaire et complet du sous-marin a ainsi pu être développé. Pour réussir une opération d'observation, en utilisant les caméras embarquées, la deuxième partie de la thèse traite le problème de stabilisation du modèle du ROV à l'équilibre. Nous proposons une commande instationnaire explicite dépendante à la fois de l'état et du temps, suivie d'une étude de robustesse de la commande par rapport aux perturbations extérieures vérifiant certains degrés d'homogénéité. L'autonomie d'une opération d'observation nécessite aussi de contrôler les déplacements du Rov tout au long d'une trajectoire de référence. Nous avons traité dans la troisième partie de ce manuscrit le problème de stabilité et de stabilisation d'un système d'erreur entre la position réelle du véhicule et la position d'un modèle de référence. Afin d'exploités les résultats théoriques de la thèse, en bénéficiant de l'expertise de l'équipe IRA2 dans le domaine de la Réalité Virtuelle (RV), en dépit des simulations classiques réalisées sous Matlab, nous proposons de construire un environnement sous-marin (ou piscine) qui intègre la CAD du Rov: simulation interactive pour la navigation. Ainsi, on a posé les problématiques liées aux capteurs virtuels et la construction des observateurs, interfaçage des boucles de commande (à travers simulink) et la plateforme virtuelle qui fait appel à Virtools.

Title : Modeling and interactive simulation for navigation of a remotely operated vehicle ROV.

Keywords: Submarine ROV, Kino-dynamic model, time-varying feedback law, tracking trajectory, Controller based observer, 3D visualization, virtual environment**.**

Today cross-oceans can be done easily. However, it is not the same case for the seabed exploration. As this hostile and dangerous environment can be biologically rich and has exploitable resources, the man needs help in his discovery of the depths. Therefore, the intervention of underwater robots was a solution. In this context, the present manuscript deals with modeling and control of a ROV (Remotely Operated Vehicle). Today cross-oceans can be done easily. However, it is not the same case for the seabed exploration. As this hostile and dangerous environment can be biologically rich and has exploitable resources, the man needs help in his discovery of the depths. Therefore, the intervention of underwater robots was a solution. In this context, the present manuscript deals with modeling and control of a ROV (Remotely Operated Vehicle). After identifying the different variables characterizing the fixed geometry, we Study, at first, kinematics and dynamic modeling of the ROV. It is important to note that sets of inertia parameters of added mass and streaks coefficients is identified by means of the geometrical characteristics of the robot. A full nonlinear dynamic model of the submarine has been established. The second part of the thesis deals with the stabilization problem of the ROV's model. We offer an explicit unsteady dependent control of both the state and time. A robust study of the control relative to external interference checking certain degree of homogeneity has been established. The autonomy of Rov also requires control movement along a reference path. We treated in the third part the Rov's stability problem to ensure the tracking of a reference trajectory. These results are operated on a virtual platform, and implemented on the dedicated Virtools software for this application. To lighten the structure in terms of sensors and because of the high prices of various sensors, it is necessary to design a system called auxiliary observer who charge rebuild unmeasurable states using available information. A nonlinear observer has been proposed to the estimation of linear and non-measurable angular velocity, which will be considered as virtual sensors. These sensors will be implemented on the platform that will be used to animate the ROV in its virtual world.

Université Paris-Saclay
Espace Technologique / Immeuble Discovery
Route de l'Orme aux Merisiers RD 128 / 91190 Saint-Aubin, France