Traitement du signal pour les communications numériques au travers de canaux radio-mobiles

Laurent Ros

▶ **To cite this version:**

Laurent Ros. Traitement du signal pour les communications numériques au travers de canaux radio-mobiles. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université de Grenoble, Ecole doctorale EEATS, spécialité Signal, Image, Parole et Télécommunications, 2016. tel-01345384

HAL Id: tel-01345384
https://hal.science/tel-01345384

Submitted on 13 Jul 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

ÉCOLE DOCTORALE EEATS

SIGNAL, IMAGE, PAROLE ET TÉLÉCOMMUNICATIONS

HABILITATION À DIRIGER DES RECHERCHES

Présentée par

Laurent Ros

Traitement du signal pour les communications numériques au travers de canaux radio-mobiles.

préparée au laboratoire GIPSA-Lab, Grenoble.

soutenue le 7 Mars 2016

Composition du jury :

Rapporteurs :	Mme Marie-Laure Boucheret	-	Professeur à INP-ENSEEIHT, Toulouse.
	Mr Christophe Laot	-	Professeur à Telecom Bretagne, Brest.
	Mr Jacques Palicot	-	Professeur à Centrale-Supélec, Rennes.
Examinateurs :	Mme Geneviève Baudoin	-	Professeur à l'ESIEE Paris, Noisy Le Grand.
	Mr Jean-Marc Brossier	-	Professeur à Grenoble-INP, Grenoble.
	Mr Laurent Ouvry	-	Ingénieur de recherche au CEA-LETI, Grenoble.

A mes parents,

Christiane et Mario Ros

Remerciements

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été réalisés au sein du département Images-Signal du laboratoire Gipsa-lab, qui offre un cadre particulièrement favorable pour développer des activités de recherche. Je suis ainsi reconnaissant aux différents dirigeants (Jean-Marc Chassery, Christian Jutten, Jérôme Mars, Olivier Michel) et à l'ensemble du laboratoire, collègues scientifiques et personnel administratif et technique.

Je remercie vivement les membres du jury pour leur temps et efforts consacrés à la relecture de mon manuscrit de HDR, l'intérêt qu'ils ont su porter à mes travaux, et les échanges intéressants que nous avons eus à l'occasion de la soutenance. Un grand merci donc aux rapporteurs, Marie-Laure-Boucheret, Christophe Laot, et Jacques Palicot, ainsi qu'aux autres membres du jury, Mme la présidente Geneviève Baudoin, Jean-Marc Brossier, et Laurent Ouvry.

Depuis ma thèse soutenue en décembre 2001, mes activités de recherche se sont faites en collaboration avec de nombreuses personnes que je voudrais remercier ici.

En premier lieu, j'ai eu la chance et le véritable plaisir d'accompagner de nombreux stagiaires, post-docs, et doctorants au sein du laboratoire (Hussein, Jordi, Soukayna, ...) ou à l'extérieur (Youssef, Huaqiang, Robin, Yoann, Marguerite ...). Je les remercie infiniment pour le bout de chemin partagé, ainsi que pour leur travail captivant. Je suis heureux d'être rester en contact, et même de continuer à travailler avec un certain nombre d'entre eux aujourd'hui (merci d'ailleurs pour les bouts de relectures de ce manuscrit ..., en particulier Robin pour le thème 4 !). Un grand merci également à Eric Simon, collègue de Lille (et ancien doctorant du laboratoire) avec qui bon nombre de ces travaux ont été menés.

Une partie de mes encadrements de thèse a pu se faire grâce à Jean-Marc Brossier, qui a bien voulu assurer durant de nombreuses années la direction officielle de ces thèses. Merci Jean-Marc pour toutes nos collaborations, ainsi que d'avoir su en partie (avec d'autres collègues comme Steeve Zozor, Pierre-Yves Coulon, Christian Commault, Gang Feng, ...) me convaincre de passer cette HDR (spécificité française ...), afin de faire perdurer la thématique "traitement du signal pour les communications" au sein du laboratoire. Merci également à mon co-bureau Cyrille Siclet, pour les échanges amicaux que nous avons régulièrement, en particulier autour de cette thématique. Je pense également aux anciens collègues de cette thématique des 15 dernières années, anciens permanents (Joël Lienard, Gérard Loubet, Kosaï Raoof), ou de passage dans l'équipe (Ali Khalighi, Alejandro, Alain, Bastien, Damien, Rodrigo, Alexandre, ...). En particulier, je rends hommage à mon ancienne directrice de thèse, Geneviève Jourdain, pour la confiance qu'elle m'a accordée (avec Marylin Arndt, actuellement jeune retraitée de Orange-lab) après près de 6 années passées dans l'industrie.

Une partie non négligeable de mes activités de recherche a été menée en collaboration avec des collègues non universitaires, des centres d'étude ou de recherche technologique Grenoblois, que je remercie également (au CEA-LETI : Mathieu Des Noes, Jean-Baptiste Doré, ..., à la société ST : Fabrice Belvèze, ...).

Enfin, sur le plan personnel, je voudrais remercier ma famille. Merci à mon épouse et à mes 3 enfants, en particulier pour leur grande patience, et leur aide. En prenant du recul, j'exprime ma profonde gratitude à mes parents, Christiane et Mario Ros, pour leur bonté et pour tout ce qu'ils m'ont transmis. Je leur dédie ce diplôme de HDR.

Table des matières

Table des sigles et acronymes **xi**

I CV et résumé des activités **2**

CV résumé **3**

1 Encadrement doctoral et scientifique **6**

1.1 Encadrement de thèses 6

1.2 Autres encadrements scientifiques 9

1.2.1 Encadrement de Post-docs 9

1.2.2 Encadrement de Master-recherches 9

1.2.3 Encadrement de Stages ingénieurs ou de DRT 10

2 Participation à la vie scientifique **11**

2.1 Rayonnement 11

2.1.1 Collaborations avec des universités étrangères et françaises 11

2.1.2 Responsabilités lors de conférences internationales 12

2.1.3 Expertises internationales ou nationales 13

2.1.4 Distinctions diverses ou autres qualifications 14

2.1.5 Relations avec le monde industriel 14

2.2 Responsabilités scientifiques 18

2.2.1 Responsabilités de contrats de recherche rémunérés 18

2.2.2 Projets nationaux ANR 19

2.2.3 Commissions de spécialistes 20

2.2.4 Autres responsabilités scientifiques ou administratives : 20

2.3 Enseignement et responsabilités associées 21

2.3.1 Enseignements dispensés 21

2.3.2 Responsabilités liées à ma fonction d'enseignant 23

3 Publications et production scientifique **25**

3.1 Publications 25

3.1.1 Revues avec comité de lecture . . . 25
3.1.2 Brevet . . . 27
3.1.3 Chapitres de livres . . . 27
3.1.4 Conférences Internationales . . . 27
3.1.5 Conférences Nationales avec comité de lecture . . . 30
3.2 Notes Techniques et Mémoire de diplôme . . . 31

II Synthèse des travaux de recherche 32

4 Introduction aux activités de recherche 33

4.1 Introduction à la synthèse de mes activités de recherche en traitement du signal pour les communications . . . 33
4.2 Contexte par défaut : canaux de communication radio-mobile . . . 34
4.2.1 Classification des canaux de communications . . . 34
4.2.2 Cas particuliers des systèmes à bande minimale et à bande large . . . 38
4.3 Positionnement et plan de la synthèse de mes travaux . . . 40
4.3.1 Répartition selon les types de canaux et systèmes de communication . . . 40
4.3.2 Répartition selon les types de problèmes en traitement du signal et plan de la synthèse des travaux de recherche . . . 42
4.4 Conclusion du chapitre et avertissement . . . 44

5 Etalement de spectre et autres schémas de transmissions 45

5.1 Thème 1 : Récepteurs pour systèmes d'accès multiple à répartition par codes à étalement de spectre (CDMA) . . . 46
5.1.1 Introduction et préliminaires . . . 46
5.1.2 Egalisation multi-utilisateur multi-trajet (2001-2004) . . . 49
5.1.3 Synchronisation/poursuite en CDMA (2002-2007) . . . 54
5.1.4 Autres en bref : détection de séquences pseudo-aléatoires (2012-2015) . . . 65
5.1.5 Conclusion du thème 1 . . . 67
5.2 Thème 2 : Techniques de transmission . . . 68
5.2.1 Introduction . . . 68
5.2.2 Technique de diversité de transmission D2SD (2003-2005) . . . 68
5.2.3 Autres contributions en bref . . . 72
5.2.4 Conclusion du thème 2 . . . 78

6 Estimation dynamique Bayésienne de paramètres d'un canal aléatoire 79

Introduction au chapitre 79

6.1 Thème 3 : Estimateurs pour canaux dynamiques et bornes Bayesiennes 82

6.1.1 Sous-thème 3a : Estimation de canal radio-mobile rapide en modulation multi-porteuse (2005-2010) 82

6.1.2 Sous-thème 3b : Estimation dynamique non-linéaire ou conjointe (2009-2015) . 89

6.1.3 Conclusion du thème 3 98

6.2 Thème 4 : Performances asymptotiques et liens entre boucles de poursuite et filtres de Kalman pour l'estimation des amplitudes complexes du canal 99

6.2.1 Introduction au thème 4 et modèles 99

6.2.2 Sous-thème 4a : Boucles de poursuite des amplitudes complexes "CATL" (2009-2015) 103

6.2.3 Sous-thème 4b : Performances asymptotiques de filtres de Kalman pour l'estimation des amplitudes complexes (2011-2015) 111

6.2.4 Conclusion et discussion autour du thème 4 120

7 Conclusion et Perspectives 122

7.1 Conclusion 122

7.2 Perspectives 123

7.2.1 Perspectives à l'estimation dynamique de canal et compensations 124

7.2.2 Perspectives aux thèmes liés aux schémas de transmission 125

7.2.3 Ouverture(s) 126

Bibliographie 127

Annexes : quelques articles joints 130

Table des figures

4.1 Classification des ***canaux*** de ***communication*** en 4 classes 34

4.2 Effets d'un canal de *propagation* "underspread" sur un *système* de communication selon les choix du temps symbole et de la bande d'une voie. 38

4.3 Plan de mes travaux de recherche selon 2 parties ou 4 thèmes principaux. 42

4.4 Collègues avec qui ont été menés les différents thèmes de recherche. 43

5.1 Modèle en bande de base de la transmission en lien descendant CDMA [R1] 46

5.2 Représentations équivalentes du récepteur Rake en CDMA 48

5.3 Rappel du récepteur linéaire "théorique" multi-utilisateur en CDMA 50

5.4 Synoptique de la structure de réalisation proposée (Ts/RIT-Structure) 52

5.5 Représentation équivalente de la Ts/RIT-structure :échantillonnage à pas irrégulier à L points/symbole après filtre adapté au code. 52

5.6 Synoptique général (représentation formelle) du récepteur mono-trajet avec synchronisation conjointe de retard et de phase (le code désiré est le code n^{0}1). 56

5.7 Détail de la branche de synchronisation de retard : par boucle "early-late" 56

5.8 Détail de la branche de synchronisation de phase : par boucle à remodulation. 56

5.9 Illustration du principe de fonctionnement du détecteur d'erreur de retard de la boucle "early-late" 57

5.10 Structure de réalisation des algorithmes de synchronisation conjointe classique (sans le préfiltre $p_{[i]}$) ou sa version améliorée (avec le préfiltre) [R2] 58

5.11 Parties réelles des formes d'ondes globales de l'utilisateur n^o2 avant préfiltrage ($\gamma_{21}(\tau)$) et après préfiltrage ($\tilde{\gamma}_{21}(\tau)$) [R2]. 60

5.12 Variances théoriques de l'erreur d'estimation du retard normalisé σ_τ^2 en fonction du rapport E_b/N_0 60

5.13 Récepteur Rake (l^{eme} branche détaillée) utilisant un préfiltre dans la boucle de synchronisation de phase 61

5.14 forme d'onde Emission/Réception $\gamma_{k'k'}$ (à gauche) et S-courbe résultante (à droite) . . 64

5.15 Générateur de séquence LFSR (représentation de Fibonacci) 65

5.16 Schéma synoptique de la transmission D2SD. 71

5.17 Schéma synoptique du détecteur à Maximum de Vraisemblance. 71

5.18 Probabilité d'erreur moyenne sous un canal de Rayleigh pour la technique D2SD . . . 71

5.19 Principe de l'accès multiple OFDM-CDMA. 73

5.20 Efficacité spectrale vs E_b/N_0, pour différentes modulations et Pe = 10^{-5} [C43]. 76

5.21 Synoptique du schéma d'émission-réception du modem Turbo-FSK. 76

5.22 Efficacité spectrale en fonction de $\frac{E_b}{N_0}$ pour Pe = 10^{-5}. 77

6.1 Distribution de la puissance d'une sous-porteuse sur les différentes sous-porteuses voisines à la réception (canal de Rayleigh à spectre de Jakes) [Hijazi 2008] 82

6.2 EQM de l'approximation polynomiale (canal à puissance unitaire à $L = 6$ trajets, $v = 144$, $N = 128$, $N_g = 16$) [R7] 85

6.3 Exemple de variation temporelle d'un gain complexe et de son approximation polynomiale pour $f_dT = 0.1$ 85

6.4 Borne de Cramer-Rao Bayesienne (modifiée, contexte NDA, 4-QAM). 86

6.5 Diagramme général des algorithmes itératifs d' "estimation de canal" et "Suppression d'interférence" pour $f_dT \leq 0.1$ [R10][R8]. 86

6.6 Détail du bloc d' "estimation de canal" pour le deuxième algorithme [R8]. 86

6.7 Exemple d'estimation d'un gain complexe (2ème trajet) par filtre de Kalman 88

6.8 Performances de l'algorithme de Kalman / détection QR. 88

6.9 Forme d'onde BOC et sa fonction d'auto-corrélation [R12] 93

6.10 Signal émis et signal après filtre adapté à la réception (canal idéal et sans bruit) 93

6.11 Synoptique de l'estimation conjointe de phase-fréquence et de retard 94

6.12 Spectre bande de base d'un signal OFDM reçu sur une carte USRP-N210 montrant une spur autour de -100 kHz 96

6.13 Exemple de résultats d'expérimentation obtenus avec l'algorithme d'estimation conjointe de suppression de *spur* 97

6.14 Structure de la CATL inspirée de la DPLL (cas de la boucle d'ordre $r = 2$) [R19]. . . . 103

6.15 Structure équivalente de type "prédiction/correction" de la CATL (pour l'ordre $r = 3$). 104

6.16 Structure globale de la RW-LS-CATL à L trajets (haut) et détail de la branche ou boucle associée au trajet l (bas) [R23]. 106

6.17 Modules (dB) en fréquence normalisée des fonctions de transfert exacte $\mathcal{L}$ et approché $\tilde{\mathcal{L}}$, ainsi que de $1 - \mathcal{L}$ pour la RWr-LS-CATL 107

6.18 Performances comparatives des CATL en AMSE 110

6.19 Diagramme d'un canal multi-bond à N relais "Amplify and Forward" 116

6.20 Auto-corrélation temporelle normalisée pour différents nombre de relais 116

6.21 Spectre Doppler normalisé sur le lien "i" en environnement 2D (en haut) et 3D (en bas) 117

6.22 Variation de la variance d'erreur d'estimation σ_ϵ^2 en fonction du paramètre a du modèle AR1 118

6.23 Variance d'estimation σ_ϵ^2 versus f_{eq} pour différents nombre de bonds 119

Liste des tableaux

4.1 Classe de canal ("*underspread*") de communication *(selon lent/rapide en temps et plat/sélectif en fréquence)* et inconvénients (−)/avantages (+) selon la plage de temps symbole choisie, pour des systèmes de communication à bande minimale et à bande large (et diversité). 39

4.2 Répartition de mes principaux travaux de recherche et thèses accompagnées selon les classes de canaux de communication (lent/rapide en temps, plat/sélectif en fréquence), en précisant le type de largeur de bande du système (bande min/large sans ou avec diversité). 41

6.1 Table extraite et complétée de l'article de synthèse [R23] précisant le contexte de nos contributions majeures sur la CATL et les liens avec le filtre de Kalman ($Random\text{-}Walk$) asymptotique 100

6.2 Paramètres de la RWr-LS-CATL (1ère partie) et formules résultantes de l'optimisation MMSE asymptotique (2nde partie), pour $f_d T \leq f_n T \ll 1$ [R23] 108

6.3 Application des formules d'optimisation MMSE donnant le réglage et les performances optimales pour les cas particuliers des spectres Doppler de Jakes et 3D [R23] 109

Table des sigles et acronymes

AMSE	*Asymptotic Mean Square Error*
ASM	*Acoustique Sous Marine*
AWGN	*Additive White Gausian Noise*
AR	*Auto-Régressif*
3GPP	*3rd Generation Partnership Project*
BBAG	*Bruit Blanc Additif Gaussien*
BCRB	*Bayesian Cramer Rao Bound*
BEM	*Basis Expansion Model*
BER	*Bit Error Rate*
BFA	*Banc de Filtres Adaptés*
BOC	*Binary Offset Carrier : type de forme d'onde ou modulation utilisée par Galileo*
BPSK	*Binary Phase Shift Keying*
CATL	*Complex Amplitude Tracking Loop*
CDMA	*Code Division Multiple Access*
CFO	*Carrier Frequency Offset*
CM	*Correlation Matching : critère de coïncidence de corrélation*
DA	*Data-Aided*
DLL	*Delay-Locked Loop*
DPLL	*Digital Phase-Locked Loop*
DSP	*Densité Spectrale de Puissance*
DSSS	*Direct-Sequence Spread Spectrum*
EM	*Expectation-Maximisation*
EQM	*Erreur Quadratique Moyenne*
FFT	*Fast Fourier Transform*
FA	*Filtre Adapté*
GMSK	*Gaussian Minimum Shift Keying*
GSM	*Global System for Mobile communications*
IAM, ou IEV	*Interférence d'Accès Multiple, ou Interférence Entre Voies*
ICI	*Inter Carrier Interfrerence*
IES	*Interférence Entre Symboles (successifs)*
IEP	*Interférence Entre Porteuses*
IET	*Interférence Entre Trajets*
IEV	*Interférence Entre Voies*
iid	*indépendant et identiquement distribué*
KF	*Kalman Filter*
LS	*Least Squares*

LMS *Least-Mean Squares*

MAV *Minimum Asymptotic Variance : critère de minimisation de variance asymptotique*

MSE *Mean Square Error*

MMSE *Minimum Mean Square Error*

MIMO *Multiple-Input-Multiple-Output*

NDA *Non Data-Aided*

OFDM *Orthogonal Frequency Division Multiplexing*

PLL *Phase-Locked Loop*

PED *Phase Error Detector*

QAM *Quadrature Amplitude Modulation*

QPSK *Quadrature Phase Shift Keying*

RI *Réponse Impulsionnelle*

RIF *Réponse Impulsionnelle à durée Finie*

RSB *Rapport Signal à Bruit*

RSIB *Rapport Signal à Interférence plus Bruit*

RW *Random Walk*

SNR *Signal to Noise Ratio*

TDD *Time Division Dupplex*

TEB *Taux d'Erreur Binaire*

TED *Timing Error Detector*

TF *Transformée de Fourier* ; et TF_τ : TF vis à vis du paramètre τ.

TFD (et TFDI) *Transformée de Fourier Discrète (et TFD Inverse)*

UMTS *Universal Mobile Telecommunications System*

WSS-US *Wide Sense Stationary Uncorrelated Scaterring*

ZF *Zero Forcing*

Avant-Propos

Ce mémoire d' Habilitation à Diriger les Recherches (HDR) est l'occasion de dresser un bilan des 14 dernières années d'après thèse, concernant mes activités d'enseignant-chercheur et mes travaux de recherche. Ces travaux se situent dans le domaine du traitement du signal pour les communications numériques, et plus particulièrement pour les communications radio-mobiles.

Le document est organisé de la manière suivante. La première partie présente un Curriculum Vitae et un bilan de mes activités d'enseignant-chercheur résumant mes encadrements doctoraux et scientifique, ma participation à la vie scientifique et mes publications. La deuxième partie du document dresse une synthèse de mes travaux de recherche et donne quelques perspectives.

Première partie

CV et résumé des activités

CV résumé

ETAT CIVIL

- *Nom :* **ROS**
- *Prénoms :* **Laurent**, Francis, Pierre
- *Date et lieu de naissance :* 21 Octobre 1969 à Agde (Hérault)
- *Nationalité :* française
- *Situation familiale :* marié, 3 enfants (nés en 1996, 1997, et 2001)

SITUATION PROFESSIONNELLE ACTUELLE

- *Fonction :* Maître de Conférences
  (section CNU 61, classe normale, titulaire de la PEDR/PES depuis sept. 2007),
- *Etablissements de rattachement :*
  - pour l'**enseignement** : **Grenoble-INP** (Institut polytechnique de Grenoble), école **PHELMA** (Physique, Electronique, Matériaux),
  - pour la **recherche** : laboratoire **Gipsa-lab** (Grenoble-Images-Parole-Signal-Automatique), Unité Mixte de Recherche (UMR5216) CNRS/Université de Grenoble.
    Equipe de recherche : **CICS (Communication and Information in Complex System)**, du Département Images-Signal (DIS) du laboratoire Gipsa-lab
- *Adresse professionnelle :* GIPSA-lab, 11 rue des Mathématiques, Grenoble Campus, BP46, F-38402 SAINT MARTIN D'HERES Cedex
- *Téléphone :* 04-76-82-62-57, *E-mail :* laurent.ros@gipsa-lab.grenoble-inp.fr

DIPLOMES UNIVERSITAIRES

- *Déc. 2001 :* **Doctorat de l'INPG** (Institut National Polytechnique de Grenoble), spécialité Signal-Image-Parole-Télécommunications.
- *Juin 1992 :* **Diplôme d'ingénieur Supélec**, spécialité Radiocommunications, à Gif-Sur-Yvette.
- *Juin 1989 :* DEUG A à l'Université des Sciences et Techniques de Montpellier.
- *Juin 1987 :* BAC C au Lycée Auguste Loubatières d'Agde.

PARCOURS PROFESSIONEL

parcours dans l'Industrie (Recherche & Développement)

- *09/1995-01/1999 :* société **Sodiélec**, à Millau (équipementier Télécom)
  Chef de projets, puis du groupe Signal/Modem, au bureau d'études
- *10/1993-08/1995 :* **Centre National d'Etudes des Télécommunications**, à Lannion via la société de services (SSII) Silicom, basée à Rennes (Bretagne).
  Ingénieur R&D à la division *Prévisions-Transmissions-Ionosphériques*
- *09/1992-08/1993 :* **DCN/Certel** (Centre d'Etudes et Recherches en TELécom), à Toulon
  Scientifique du contingent, équipe Trans/Antenne pour sous-marins
- *04/1992-07/1992 :* **Centre National d'Etudes Spatiales** (CNES), à Toulouse,
  stage ingénieur au service "Qualité et Traitement en Imagerie Spatiale"

parcours dans la Recherche et l'Enseignement supérieur

- *Depuis sept 2002 :* Maître de conférences à l'INPG, devenu Grenoble-INP en 2008, enseignement à l'ENSERG, puis à PHELMA (2008), recherche au Laboratoire des Images et des Signaux (LIS), puis Gipsa-lab (fusion en 2007 de 3 laboratoires LIS, LAG, ICP).
- *09/2001-08/2002 :* Attaché Temporaire d'Enseignement et de Recherche, à l'ENSERG.
- *02/1999-08/2001 :* Contractuel au LIS pour préparer ma thèse de doctorat en collaboration avec France-Télécom R&D Meylan qui a financé la majeure partie de l'étude.

Bilan de la publication scientifique

- 24 publications dans des revues avec comités de lecture (dont 22 internationales), => revues de *Traitement du Signal* (13), *Communications* (10), *Electronique* (1).
- 1 brevet (national puis international)
- 1 chapitre de livre
- 45 publications dans des congrès internationaux avec comités de lecture
- 12 publications dans des congrès nationaux avec comités de lecture

Bilan des encadrements de recherche

- 7 (co-)encadrements de thèses soutenues, plus 2 thèses en cours,
- 4 encadrements de post-doctorants (plus 3 co-encadrements mineurs)
- 10 encadrements de stages de recherche (Master 2, DEA, DRT, Ingénieur)

Bilan des principales activités internationales

- Membre de Comités Techniques de 2 conférences internationales (ICTTA, ICT)
- 2 présidences de session (chairman) lors de conférences internationales (DSP, ICT)
- Participation physique (en tant qu'auteur) à 13 conférences internationales
- Membre de l'action européenne COST (IC0803) RFCSET
- Re-lecteur pour de nombreuses revues ou conférences internationales
- Collaboration avec les Universités Libanaises (via étudiants, collègues, publications)

Bilan des principales activités nationales et responsabilités locales

- Participation à 2 projets ANR (LURGA et CONNECT), + 1 participation mineure (AUBE),
- 3 participations en tant qu'examinateur à des jurys de thèse,
- 2 participations à des jurys de DRT/DRI
- Re-lecteur d'articles français, participation physique aux conférences nationales (>7)
- Nombreuses participations (>70) aux jurys de soutenances de stages M2R ou ingénieurs
- Responsable d'une dizaine de contrats de recherche financés (par CEA-LETI, 1 par ST)
- Responsable (au sein des formations de Grenoble-INP) : de la 3ème année filière Sicom durant 5 ans, et de l'option Transmission-Systèmes-Télécommunications durant 2 ans.
- Responsable actuellement de 5 modules d'enseignements,
- J'ai été membre de différents comités : 2 comités de sélection pour postes MCF, comité de pilotage actions communes CEA-Gipsa-lab (2 ans), conseil d'orientation du département Télécom (4 ans), suppléant au Conseil de Laboratoire du LIS (4 ans), comités pédagogiques, présidences du bac, ...

Contexte de ma thèse de Doctorat (INPG)

Ma thèse de Doctorat s'est déroulée au Laboratoire des Images et des Signaux au travers d'une collaboration de recherche avec France-Télécom R&D Meylan (anciennement CNET), à partir de Février 1999 et a été soutenue le 19 Décembre 2001.

- Sujet : Réception multi-capteur pour un terminal radio-mobile dans un système d'accès multiple à répartition par codes. Application au mode TDD de l'UMTS
- Directrice de thèse : Geneviève JOURDAIN (pour le LIS)
- Co-encadrante : Marylin ARNDT (pour France-Telecom R&D Meylan)
- Jury : Odile MACCHI (présidente), Gilles Y. DELISLE et Dirk SLOCK (rapporteurs), Ghaïs El-ZEIN (examinateur).
- Mention : très honorable ;
- Distinction : lauréat du prix de thèse Grenoble-INP (décerné le 4 Janvier 2004).
- Financement : contractuel du LIS (2 ans et 7 mois), puis ATER (durée thèse $<$ 3 ans)
- Mots-clés : radio-communications mobiles, CDMA (Coded-Division-Multiple-Access), étalement de spectre par séquence directe, système de 3^{eme} génération, lien descendant, multi-capteur, traitements spatio-temporels, égalisation, détection conjointe, traitements multi-utilisateur, canal multi-trajet.

Chapitre 1

Encadrement doctoral et scientifique

1.1 Encadrement de thèses

Les thèses soutenues que j'ai co-encadrés de manière officielle [1], sont :

1. **Youssef NASSER** :
   Titre : *Sensibilité des Systèmes OFDM-CDMA aux erreurs de synchronisation en réception radio-mobile,*
   Soutenue : le 04/10/2006
   Doctorat de : INP Grenoble, spécialité "Signal, Image, Parole, Télécom",
   Financement : bourse CEA (de Octobre 2003 à fin Septembre 2006),
   Lieu : CEA-LETI (Laboratoire d'Electronique et des Technologies de l'Information), Grenoble.
   Directrice : Geneviève JOURDAIN (15%, laboratoire LIS)
   Co-encadrants : Mathieu DES NOES (60%, CEA-LETI), Laurent ROS (25%, LIS)
   Publications issues de la thèse : 2 revues internationales ([R6] et [R13]), 5 conférences internationales.
   Devenu : Enseignant-chercheur à l'AUB ("American University of Beirut"), après avoir été post-doctorant à l'IETR de Rennes.

2. **Hussein HIJAZI** :
   Titre : *Estimation de canal radio-mobile à évaluation rapide dans les systèmes à modulation OFDM,*
   Soutenue : le 25/11/2008
   Doctorat de : INP Grenoble, spécialité "Signal, Image, Parole, Télécom",
   Financement : bourse du ministère (de Octobre 2005 à fin Septembre 2008),
   Lieu : Laboratoire Gipsa-lab, Département des Images et des Signaux, Grenoble.
   Directeurs : Geneviève JOURDAIN (5%), Laurent ROS (95%)
   N.B. : Je suis devenu directeur par dérogation (au lieu de co-encadrant) suite au décès de G. Jourdain à la fin de la première année de thèse.
   Publications issues de la thèse : 5 revues internationales ([R7] à [R11]), 6 conférences internationales, et 2 conférences nationales.
   Distinction : lauréat du prix de thèse Grenoble-INP (décerné le 30 Novembre 2010).
   Devenu : Enseignant-chercheur à la LIU ("Lebanese International University"), après des post-docs au laboratoire TELICE de l'IEMN de Lille, puis à FT-R&D Meylan.

1. Le premier suivi de thèse auquel j'ai en fait participé, mais de manière non officielle, avec l'accord du directeur de thèse Kosaï RAOOF, était la thèse de Eric SIMON, qui s'est déroulée de 2001-2004 au "Laboratoire des Images et des Signaux" à la suite de mon doctorat et sur un sujet voisin "Synchronisation pour des signaux CDMA en environnement multi-utilisateur". Eric est aujourd'hui Maitre de conférences à L'université de Lille, et un de mes plus proches collaborateurs pour la recherche.

3. **Jordi VILÀ-VALLS** :
   Titre : *Estimation dynamique non-linéaire de canaux de transmission pour récepteurs satellite mobiles,*
   Soutenue : le 29/03/2010
   Note : Jordi faisait partie en parallèle de l'équipe d'escalade de Catalogne.
   Doctorat de : INP Grenoble, spécialité "Signal, Image, Parole, Télécom",
   Financement : bourse du ministère (de Octobre 2006 à fin Septembre 2009),
   Lieu : Laboratoire Gipsa-lab, Département des Images et des Signaux, Grenoble.
   Directeur : Jean-Marc BROSSIER (50%)
   Co-encadrant : Laurent ROS (50%)
   Publications issues de la thèse : 2 revues internationales ([R12] et [R15]), 3 conférences internationales.
   Devenu : Post-Doctorant à l'UAB ("Universitat Autònoma de Barcelona") puis au CTTC ("Centre Tecnològic de Telecomunicacions de Catalunya").

4. **Huaqiang SHU** :
   Titre : *Algorithmes de poursuite pour l'estimation de canal radio-mobile et performances asymptotiques : application pour les systèmes OFDM,*
   Soutenue : le 06/11/2013
   Doctorat de : USTL (Université des Sciences et Technologies de Lille), spécialité "Micro et Nanotechnologies, Acoustique et Télécommunications",
   Financement : bourse du ministère (de Octobre 2010 à fin Septembre 2013),
   Lieu : Laboratoire TELICE de l'IEMN (Institut d'Electronique de Microélectronique et de Nanotechnologie), Lille.
   Directrice : Martine LIÉNARD (IEMN, 5%)
   Co-encadrants : Eric-Pierre SIMON (IEMN, 52.5%) et Laurent ROS (42.5%)
   Publications issues de la thèse : 3 revues internationales ([R18], [R20] et [R21]), 2 conférences internationales (plus 1 revue internationale ([R23] à l'issue du post-doc).
   Devenu : Post-Doctorant au Gipsa-lab (10 mois), puis ingénieur R&D en CDI en Chine, dans une start-up à Leaguer (Shenzhen) MicroElectronics Corp, depuis Octobre 2014.

5. **Soukayna GHANDOUR-HAIDAR** :
   Titre : *Estimation de canal à évanouissements plats pour les communications sans fil à relais multi-bonds,*
   Soutenue : le 12 Décembre 2014
   Doctorat de : Université Grenoble Alpes, spécialité "Signal, Image, Parole, Télécom",
   Financement : bourse du ministère (de Octobre 2010 à fin Septembre 2013),
   Lieu : Laboratoire Gipsa-lab, Département des Images et des Signaux, Grenoble.
   Directeur : Jean-Marc BROSSIER (25%)
   Co-encadrant : Laurent ROS (75%)
   Publications issues de la thèse (en tant que première auteur) : 1 revue internationale ([R16]), 2 conférences internationales.
   Devenu : a fondé une famille, avant de rechercher un emploi.

6. **Robin GERZAGUET** :
   Titre : *Méthodes de Traitement Numérique du Signal pour la Réduction d'Auto-Interférences dans un Terminal Mobile,*
   Soutenue : le 26 Mars 2015

Doctorat de : Université Grenoble Alpes, spécialité "Signal, Image, Parole, Télécom",
Financement : bourse CIFRE avec la société ST-Microelectronics (de Mars 2012 à fin Février 2015),
Lieu : ST-Microelectronics et Gipsa-lab, Grenoble.
Directeur : Jean-Marc BROSSIER
Co-encadrants : Fabrice BELVEZE (ST) et Laurent ROS (50%)
Publications issues de la thèse en cours : 2 articles de revues internationales ([R22], ([R24]) et 1 soumis, 3 conférences internationales, 3 conférences nationales.
Distinction : Lauréat du "Best Paper Award" à la conférence internationale Crowncom [Cognitive Radio Oriented Wireless Networks] en Mai 2016, pour l'article [C45].
Devenu : post-doc au Gipsa-lab de 4 mois, puis contrat de 2 ans au CEA-LETI.

7. **Mathieu DES NOES** :
Titre : *Détection itérative des séquences pseudo-aléatoires,*
Soutenue : le 15 Octobre 2015
Doctorat de : Université Grenoble Alpes, spécialité "Signal, Image, Parole, Télécom",
Financement : Mathieu est déjà un chercheur sénior en CDI au CEA-LETI, il a obtenu en Janvier 2012 un dégagement de temps pour réaliser une thèse à mi-temps, à laquelle il nous a associé pour suivre son avancement coté universitaire,
Lieu : CEA-LETI, Grenoble.
Directeur : Jean-Marc BROSSIER
Co-encadrants : Valentin SAVIN (CEA-LETI), et Laurent ROS
Publications issues de la thèse : 4 conférences internationales de premier plan.

Les thèses en cours ou en démarrage que je co-encadre sont :

– 8. **Yoann ROTH** :
Titre prévisionnel : *Etude d'une nouvelle couche physique pour réseaux de capteurs sans fil (M2M) pour systèmes critiques,*
Avancement : en deuxième année de thèse.
Doctorat de : Université Grenoble Alpes, spécialité "Signal, Image, Parole, Télécom",
Financement : contrat du CEA-LETI, démarré mi mai 2014,
Lieu : CEA-LETI, Grenoble.
Directeur (avec dérogation) : Laurent ROS
Co-encadrants au CEA-LETI : Jean-Baptiste DORE et Vincent BERG
Publications (thèse en cours) : 2 conférences internationales et 2 conférences nationales.

– 9. **Marguerite MARNAT** :
Titre prévisionnel : *Récepteur radio-fréquence basé sur l'échantillonnage parcimonieux pour les applications de communication radio versatile et adaptative,*
Avancement : thèse qui vient de démarrer (au 1 octobre 2015).
Doctorat de : Université Grenoble Alpes, spécialité "Signal, Image, Parole, Télécom",
Financement : contrat du CEA-LETI, démarré en Octobre 2015,
Lieu : CEA-LETI, Grenoble.
Directeur : Olivier MICHEL
Co-encadrants : Michaël PELISSIER (CEA-LETI), et Laurent ROS

1.2 Autres encadrements scientifiques

1.2.1 Encadrement de Post-docs

1. Habti ABEIDA : post-doctorat au Gipsa-lab, en support pour le projet ANR (LURGA), titre : "Synchronization and multipath channel parameter estimation with GMSK signal Application to localization (GSM, GPS et Galileo system)", encadrement L. ROS (70%) et Jean-Marc BROSSIER (30%), du 01/10/2008 au 31/10/2009. Ce travail a donné lieu à publication d'un article de conférence internationale [C23].
2. Alain KIBANGOU : post-doctorat au Gipsa-lab, lié au projet ANR (CONNECT), titre : "Etude et évaluation des modulations multi-porteuses en milieu sous-marin", encadrement Cyrille SICLET (70%) et L. ROS (30%), du 01/12/2008 au 31/08/2009. Ce travail a été publié dans 3 articles de conférences internationales [C25, C28, C30].
3. Huaqiang SHU : post-doctorat au Gipsa-lab, suite à sa thèse déroulée à Lille (et suite à un premier post-doc de 6 mois encadré par Cyrille SICLET).
   thèmes abordés : "1- Estimateurs de canal pour transmissions multi-porteuses 2- Développement sur plateforme radio-logicielle". Ce post-doc, dont j'étais responsable au Gipsa-lab du 22/05/2014 au 22/09/2014, a permis de finaliser des articles suite aux travaux de thèse de Huaqiang ([R21], [C40], et de rédiger l'article de synthèse sur les boucles [R23]).
4. Robin GERZAGUET : post-doctorat au Gipsa-lab, suite à sa thèse CIFRE qui s'était déroulée en partenariat avec l'entreprise ST.
   thème abordé : "Algorithmes adaptatifs de traitement numérique du signal". Ce post-doc, dont j'étais responsable au Gipsa-lab du 01/03/2015 au 31/06/2015, a permis de finaliser certains travaux de thèse de Robin.

Je liste ci-dessous des post-docs en collaboration entre le CEA-LETI et le Gipsa-lab, pour lesquels mon taux d'encadrement s'est en réalité avéré très mineur (domaines liés aux couches de télécommunications plus élevées que la couche physique) :

- Emilio CALVANESE-STRINATI : titre "Etude du codage distribué et des stratégies de coopération pour les réseaux de communication avec relais ", responsable CEA : François VACHERAND, du 01/05/2008 au 31/09/2008.
- Cédric ABGRALL : titre "Etude de l'intégration des communications M2M dans les évolutions du LTE", responsable CEA : Dimitri KTENAS, du 01/11/2010 au 31/03/2012.
- Antonio DE DOMINICO : titre "Mécanismes d'allocation de ressources et de gestion de l'interférence pour femto-cellules", responsable CEA : Dimitri KTENAS, du 15/02/2012 au 15/08/2013.

1.2.2 Encadrement de Master-recherches

1. Aïssa IKHLEF : stage de Diplôme d'Etude Approfondie (DEA), titre : "Estimation de canal en UMTS (TDD)", encadrement L. ROS (100%), du 01/03/2003 au 30/06/2003.
2. Lahouari FATHI : stage de Diplôme d'Etude Approfondie (DEA), titre : "Traitements aveugles en réception dans un système de communication sans fil CDMA", encadrement L. ROS (90%) et Geneviève JOURDAIN (10%), du 01/03/2003 au 30/06/2003.
3. Mahmoud EL LABBAN : stage de Master-Recherche (SIPT) réalisé au LIS, 'titre : "Transmission avec diversité de modulation sur un canal radio-mobile à évanouissements : étude et simulation", encadrement L. ROS (100%), du 01/03/2004 au 31/07/2004.

4. Moctar MOSSI IDRISSA : stage de Master-Recherche (Université de Rennes) réalisé au Gipsa-lab, en support pour le projet ANR CONNECT, titre : "Etude et évaluation des modulations multiporteuses en milieu sous-marin", encadrement Cyrille SICLET (70%) et L. ROS (30%), du 01/03/2008 au 31/08/2008.
5. Soukayna GHANDOUR-HAIDAR : stage de Master-Recherche (SIPT) réalisé au Gipsa-lab, titre "Estimation de canal à évanouissements lents pour les communications-radio-mobiles", encadrement L. ROS (90%) et Jean-Marc BROSSIER (10%), du 01/02/2010 au 15/07/2010.

1.2.3 Encadrement de Stages ingénieurs ou de DRT

1. Mamadou DIOP : stage de 2ème année d'école d'ingénieur ENSERG, réalisé au LIS, "Récepteurs adaptatifs en CDMA : programmation et mesure de performances", Mai-Juin 2001.
2. Simon KREUTZ : Diplome de Recherche Technologique (DRT) de l'INPG, réalisé au CEA-LETI, "Etude du lien montant des systèmes radio-mobiles basés sur les modulations IFDMA et dérivées (Beyond 3G)", encadrants : Luc MARET du CEA-LETI (90%) et L. ROS (10%), de Aout 2005 à Aout 2006.
3. Lana DAMAJ : projet de fin d'études pour le diplôme d'ingénieur de l'Université Libanaise de Beyrouth (LIBAN), titre : "Participation au développement d'une plateforme de transmission numérique avancée", encadrement L. ROS (100%), de Mars à Juin 2008.
4. Dalia OUEIDAT : projet de fin d'études pour le diplôme d'ingénieur de l'Université Libanaise de Beyrouth (LIBAN), en support pour le projet ANR LURGA, titre : "Synchronisation en communications numériques et application au problème de localisation", encadrement L. ROS (90%) et Jean-Marc BROSSIER (10%), de Mars à Juillet 2008.
5. Imad FARAH : projet de fin d'études pour le diplôme d'ingénieur de l'Université Libanaise de Tripoli (LIBAN), titre : "Contribution au développement d'une plateforme de transmission numérique avancée", encadrement L. ROS (100%), de Avril à Juin 2008.

Chapitre 2

Participation à la vie scientifique

Après la liste de mes encadrements doctoraux, j'énumère ici les activités qui traduisent plus largement ma participation à la vie scientifique, sur le plan national ou international, ou simplement au sein de mon laboratoire ou établissement d'enseignement. Je terminerai par un rapide tour d'horizon de mes enseignements. Ils se sont pour la grande majorité déroulés en école d'ingénieur ou master-recherche à Grenoble, sur des sujets qui constituent les briques de base de mon domaine de recherche. Grâce à cela, les 2 fonctions de mon métier, l'"enseignement" et la "recherche", ont pu se nourrir mutuellement.

2.1 Rayonnement

J'indique dans cette section mes collaborations les plus marquantes avec des universités françaises et étrangères, les invitations à des responsabilités (honorées) lors de congrès internationaux (comité technique, chairman), mes expertises nationales ou internationales (reviews, jury de thèse, de DRT), distinctions diverses, ainsi que mes relations avec le monde industriel.

2.1.1 Collaborations avec des universités étrangères et françaises

2.1.1.1 Forte collaboration nationale avec l'équipe TELICE du laboratoire IEMN de l'Université de Lille

La très forte collaboration menée avec mon collègue Eric SIMON, de l'Université de Lille, a été matérialisée par de nombreuses actions communes, dont :

- co-encadrement d'une thèse (de Huaqiang SHU, Octobre 2010-Novembre 2013) financée par une bourse du ministère à Lille. Le doctorant a ensuite poursuivi avec un post-doc au Gipsa-lab encadré par Cyrille SICLET, puis par moi-même.
- nombreuses publications communes rattachées à nos 2 laboratoires, dont les revues [R14, R17, R18, R19, R20, R21, R23].
- collaboration par l'intermédiaire d'anciens de mes étudiants Grenoblois partis à Lille chez Eric en stage de Master-Recherche (Edwin SILVA en 2009) ou en post-doc (Hussein HIJAZI en 2009). Le postdoc de Hussein avec Eric a notamment permis d'élargir le cercle initial de travail autour de l'estimation des canaux rapidement variables, ce qui a débouché sur les publications communes en conférence [C26][C29][C31] (puis journaux déjà cités [R14, R17]).

2.1.1.2 Collaborations avec les « Universités Libanaises »

- collaboration de recherche poursuivie avec mon ancien doctorant Hussein HIJAZI, devenu enseignant chercheur à l'université LIU de Beyrouth, avec des publications communes jusqu'à aujourd'hui (notamment la revue [R19] en 2014). J'ai aussi visité et rencontré son équipe de recherche en Avril 2012.
- collaborations avec mon ancien doctorant, Youssef NASSER (American University of Beyrouth), et ancienne collègue de FT-R&D Meylan, Joumana FARAH-FRANCIS (Université Saint-Esprit de Kaslik-USEK, Jounieh, puis Université Libanaise de Beyrouth), notamment lors de la conférence ICT qu'ils ont organisé au Liban en Avril 2012, et à laquelle ils m'ont invité à prendre part (chairman, membre du comité technique, participation avec une petite délégation grenobloise ...). Egalement, j'ai accueilli Joumana au laboratoire Gipsa-lab durant quelques jours, en Juin 2010, puis en septembre 2015.
- accueil de stagiaires de l'Université Libanaise au Gipsa-lab :
  - par l'intermédiaire d'une collaboration avec Mahmoud DOUGHAN de la Faculté de Génie de l'Université Libanaise (FG-UL) de Beyrouth, avec mise en place d'une convention entre FG-UL et Grenoble-INP, accueil et encadrement de 2 étudiants de la FG-UL (Lana DAMAJ et Dalia OUEIDAT) au printemps-été 2008.
  - par l'intermédiaire d'une collaboration avec Haissam ZIADE de la Faculté de Génie de l'Université Libanaise de Tripoli, avec mise en place d'une convention de stage, accueil et d'encadrement au sein de Grenoble-INP d'un étudiant de cette université Libanaise (Imad FARAH), au printemps 2008.

2.1.1.3 Membre de l'action européenne COST (IC0803) RFCSET

J'ai été contributeur avec Jean-Marc BROSSIER (qui était responsable de l'action pour le Gipsa-lab) du groupe de travail WG2.6 (*digital synchronization, parameter estimation and tracking, sequential MC methods for positioning and tracking*) de l'action Européenne "RF/microwave Communication Subsystems for Emerging Wireless Technologies" pour la période du 30/07/2008 au 12/10/2012. En particulier :

- présentation au dernier meeting (Perugia, Italie, 7-8 Avril 2011) de la contribution/poster «On the estimation of Flat Fading Rayleigh Channels with Jakes Doppler Spectrum ». http ://www.cost-ic0803.org/
- envoi en échange de notre doctorant Jordi VILLA-VALS en Juin-Juillet 2009 auprès de Carles FERNANDEZ-PRADES du CTTC (Centre Tecnologic de Telecomunicacions de Catalunya) de Barcelone, par le biais/financement de ce COST.

2.1.2 Responsabilités lors de conférences internationales

2.1.2.1 Membre du comité technique (Technical Program Committee) pour :

- ICTTA 2008 : 3rd IEEE international conference on "Information and Communication Technologies : from Theory to Applications", April 7-11, 2008, Damascus, SYRIA.
  Site web : http ://conferences.telecom-bretagne.eu/ictta/
- ICT 2012 : 19th IEEE "International Conference on Telecommunications", Jounieh, LEBANON, April 2012, LEBANON.
  Site web : http ://www.ict2012.org/

2.1.2.2 Chairman de sessions :

- session T2B “Signal Processing for Communications II” of the 17th International Conference on Digital Signal Processing (DSP 2011), Corfu, GREECE, 6-8 July 2011
- session OII.2 “Channel and Frequency Estimation” of the 19th IEEE International Conference on Telecommunications (ICT’12), Jounieh, LEBANON, April 2012, LEBANON.

2.1.3 Expertises internationales ou nationales

2.1.3.1 Jury de thèse en tant qu’examinateur

- jury de thèse de Lahouari FATHI, thèse réalisée à FT-R&D Meylan, soutenue le 26 Octobre 2007, titre “Récepteurs avancés pour les systèmes CDMA haut-débit utilisant les codes d’embrouillage apériodiques longs”, encadrée par Geneviève JOURDAIN et Marylin ARNDT.
- jury de thèse de Samba TRAORE, thèse réalisée à Centrale-Supélec Rennes, soutenue le 9 Décembre 2015, titre “Échantillonnage aléatoire et égalisation de modulations avancées dans un récepteur Radio Intelligente”, encadrée par Yves LOUET et Jacques PALICOT.
- jury de thèse de Rajoua ANANE , thèse réalisée à l’université du Maine, soutenance le 31 Mars 2016, titre “Contribution à l’optimisation conjointe MAC/PHY dans les réseaux de capteurs sans fils”, encadrée par Kosaï RAOOF et Ridha BOUALLEGUE.

2.1.3.2 Jury de DRT (Diplôme de Recherche Technologique) ou de DRI (Diplôme de Recherche et d’Innovation) en tant qu’examinateur

- jury de DRT de Mathieu LE BIHAN, réalisé au CEA-LETI, titre “Etude des performances de techniques MIMO sur les réseaux WLAN”, encadré par Nicolas CASSIAU et Jean-Marc BROSSIER, soutenu en 2004,
- jury de DRI de Ibou Tine FALL, réalisé à ST-Microelectronics et laboratoire TIMA, titre “Algorithmes/architectures innovants pour la démodulation du standard de diffusion chinois DTMB en réception fixe”, encadré par Jean-Noël ROZEC et Nacer-Eddine ZERGAINOH, soutenu le 22 octobre 2012.

Je participe aussi naturellement chaque année (depuis 2001) à des jurys de soutenance de stages du Master-Recherche (anciennement DEA) “Signal-Image-Parole Telecom” de Grenoble-INP, ainsi qu’aux jurys de soutenance de Projets de Fin d’Etudes des élèves ingénieurs des formations de Grenoble-INP (en tant que rapporteur ou président).

2.1.3.3 Expertises (Reviews) d’articles scientifiques

En tant que chercheur publiant, je participe au travail régulier de relecture par les pairs d’articles scientifiques (avec un taux autour de un article reviewé pour une soumission à laquelle j’ai participée), notamment pour les **revues internationales ou nationales** suivantes :

- “IEEE Transactions on Signal Processing” (notamment pour éditeur Walid HACHEM)
- “IEEE Transactions on Vehicular Technology” (notamment pour éditeur Dr. Kainam Thomas WONG, et éditeur Dr. Mischa DOHLER),
- “IEEE Transactions on Wireless Communications” (pour éditeur Prof. M. McKAY)
- “IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems” (pour éditeur Dr K.T. WONG)

- "EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking" (pour éditeur Dr Heidi STEENDAM)
- "Journal of Communications and Networks" (pour éditeur Dr. Alain SIBILLE),
- "European Transaction on Telecommunication",
- "Journal of Applied Signal Processing"
- "IET Communications" (appelé de 1994 à 2006 "IEE Proceedings - Communications")
- "Traitement du Signal"
- ...

ou encore pour les **congrès internationaux** ou **nationaux** suivants : PIMRC (2008, ...), EUSIPCO (2013, ...), Globecom (2012, ...), ICCIT (2013, ...), SPAWC (2013, ...), VTC (2012, ...), ICT (2012, 2013, ...), European Wireless, ICTTA, GRETSI (2013, 2015, ...), ...

2.1.4 Distinctions diverses ou autres qualifications

- prix de thèse Grenoble-INP (décerné le 4 Janvier 2004 pour ma thèse soutenue en 2001),
- prix de thèse Grenoble-INP de mon doctorant Hussein HIJAZI (décerné le 30 Novembre 2010 pour sa thèse soutenue en 2008).
- titulaire de la Prime d'Encadrement Doctoral et de Recherche (PEDR) ou de la Prime d'Excellence Scientifique (PES) depuis octobre 2007 [obtention pour des périodes de 4 ans en sept 2007 (PEDR), renouvelée en sept. 2011 (PES), puis en sept 2015 (PEDR)].
- qualification aux fonctions de maitre de conférences pour les sections CNU 61 (Génie informatique, automatique et traitement du signal) et CNU 63 (Génie électrique, électronique, photonique et systèmes) obtenues en 2002.
- "Best paper award" à la conférence Crowncom 2016 pour l'article [C45] commun entre Gipsa-lab et St-Microelectronics suite au travail de thèse Cifre de Robin GERZAGUET.

2.1.5 Relations avec le monde industriel

De par mon parcours, j'ai d'abord été plongé dans le monde industriel durant près de 6 ans avant d'entrer dans celui de l'enseignement/recherche, en démarrant par une thèse. Devenu ensuite universitaire (maitre de conférences), mon passé industriel a sans doute facilité mes liens avec le monde de la R&D en entreprise. Ces liens sont matérialisées aujourd'hui par le co-encadrement de thèses ou de post-docs, en plus des suivis de stages en entreprise en tant que tuteur.

2.1.5.1 Avant la thèse : 1993-1999

Avant ma thèse à Grenoble démarrée en Février 1999, j'ai donc travaillé comme ingénieur en Recherche & Développement (Cf mon CV résumé) :

- tout d'abord (oct 1993-Aout 1995) au **Centre National d'Etudes des Télécommunications (CNET) de Lannion** en Bretagne, centre d'étude de France-Télécom (nommé ensuite FT-R&D puis Orange-lab), par l'intermédiaire de la société Silicom (region ouest) basée à Rennes, au sein du Département qui s'intéressait aux "Transmissions Ionosphériques". J'étais chargé sous la direction de Patrick LASSUDRIE-DUCHESNE, en collaboration avec Rolland FLEURY, du dépouillement et analyse (spectrale et statistique) de signaux issus d'une campagne de mesures de bruit et de propagation radioélectrique très basse fréquence (enregistrés sur 3 sites Atlan-

tique) [T1][T2], puis de la définition et du développement de nouveaux bancs de mesure semi-automatiques [T3]. L'objectif était une meilleure connaissance du bruit radio dans la gamme VLF-LF (Very Low Frequency - Low Frequency) allant de 5 kHz à 70 kHz, et qui est caractérisée principalement par 2 composantes, Gaussienne et Impulsive, dues respectivement aux orages lointains et proches. Cette meilleure connaissance du bruit devait servir à l'optimisation des procédés de communication radio vers les sous-marins proches de la surface (types de modulations, de redondance, niveaux, ...). Ce travail était rattaché au projet TRANSFOS dirigé par Thomson-CSF. J'ai pu aussi bénéficié pour ce projet des conseils avisés de Yvon LEROUX, alors expert au CNET en Traitement du Signal.

– ensuite (sept 1995-Janv 1999), **à la société SODIELEC** à Millau dans l'Aveyron, qui est une PME (environ 70 personnes à l'époque, davantage aujourd'hui) experte dans la conception et production d'équipements de télécommunications. Au sein du bureau d'étude dirigé alors par Philippe CABON, j'ai été embauché comme chef de projet, puis responsable d'une équipe d'ingénieurs R&D qui concevait des modules de traitement du signal en bande de base (codeurs/décodeurs audio-numériques, modem numérique, ...) [T6] s'intégrant dans les produits de communications ou radio-diffusions de la société (Faisceaux Hertziens numériques, Décodeur satellites, etc). Les équipements conçus avec mon équipe étaient essentiellement destinés au maitre d'ouvrage TDF (Télédiffusion De France), pour des utilisateurs finaux qui pouvaient être des chaines de Télévision (France 3) ou des stations de Radio FM. Après mon précédent emploi chez l'opérateur France-Telecom, j'ai ainsi pu voir l'autre coté de l'industrie des télécoms, celui d'un équipementier qui développe des produits en essayant de tenir les délais justement définis par l'opérateur. J'ai été pas mal en contact avec des ingénieurs de TDF (Paris, Metz) qui assuraient les appels d'offre, cahier des charges, suivi du développement et la recette finale des prototypes ou pré-série que nous développions. J'ai aussi eu des contacts avec les entreprises développant des composants électroniques ou fonctions avancées utilisés dans nos produits (Comatlas ou Harris pour les modems numériques, Philips, ITIS pour la compression audio Musicam et norme Digital Audio Broadcasting ...). Enfin en interne, je me coordonnais avec les autres services (direction, support industriel, production, commerciaux, SAV) intervenant dans la vie d'un produit.

  Alors que l'expérience précédente au CNET était restée focalisée sur un domaine très précis (études statistiques des bruits) et pour des applications très spécifiques (transmission radio très basses fréquence), ce deuxième travail était certainement moins pointu théoriquement mais beaucoup plus large, ne serait-ce sur le plan technique. Le travail de conception m'a en effet amener à toucher ou cotoyer beaucoup de domaines (communications numériques, signal, asservissements et boucles à verrouillages de phases, électronique analogique et numérique, propagation, compatibilité électromagnétique, conception de cartes, informatique industrielle, programmation, techniques hyper-fréquences, ...), ce qui m'a replongé dans une bonne partie de mes anciens cours de l'option radiocom de Supélec. Les constantes de temps d'une PME sont aussi beaucoup plus brèves, et il faut être capable de réagir rapidement aux problèmes techniques (et parfois humains) et défis qui se posent au quotidien. J'ai eu la chance de rencontrer un accueil chaleureux au sein du bureau d'étude composé essentiellement de jeunes ingénieurs passionnés de techniques, et qui m'ont apporté leur aide précieuse (Louis REYNIER, Jean PEREIRA, Fabrice DESCLAUX, Jean-Christophe NANAN, ...). J'espère avoir su faire de même avec les jeunes collègues recrutés ensuite pour travailler avec moi (Christophe, Laurence, ...). Au final, cette expérience industrielle a été enrichissante, mais les envies d'approfondir les aspects scientifiques et de davantage de liberté thématique l'ont emporté, ce qui m'a amené à me lancer dans une nouvelle aventure, celle de la thèse et de la recherche.

2.1.5.2 Après la thèse : de 2002 à aujourd'hui

1. avec le **CEA-LETI de Grenoble** : j'ai eu la grande chance que le CEA-LETI (Laboratoire d'Electronique et de Technologie de l'Information) mène sur la place Grenobloise une activité de recherche ou de R&D très forte autour des "communications numériques et algorithmes". Ainsi plusieurs dizaines d'ingénieurs de recherche travaillent sur cette thématique, avec de nombreuses contributions dans les congrès internationnaux ou projets de recherche européens. Les "laboratoires" en question (aux noms évolutifs ...) ont été dirigés par Laurent OUVRY puis plus récemment par Dimitri KTENAS (ancien étudiant de l'ENSERG, faisant partie de la première promotion à subir mes cours d'"égalisation-synchronisation" en 2000 ...), ou encore Vincent BERG. Même si une partie des activités télécom évolue aujourd'hui vers les couches plus hautes, j'ai eu de fortes collaborations les 15 dernières années avec le CEA-LETI et elles se poursuivent aujourd'hui (thèse de Mathieu des NOES qui vient d'être soutenue, thèse de Yoann ROTH quasi à mi parcours, et démarrage en octobre 2015 de la thèse de Marguerite MARNAT). Les projets communs et accompagnements de thèses ou de post-docs sont reportés dans la section 2.2.1 "Responsabilités de contrats de recherche rémunérés". J'ai eu aussi quelques actions ponctuelles, comme :
   - Animation scientifique : pour la formation CEA / INSTN intitulée « Evolution des transmissions sans fil et technologies associées », organisée par Mme Chantal TARDIF, du 21-22 Mars 2005, animation du module "Techniques de modulation et codage",
   - Membre du comité de pilotage de "laboratoire commun CEA / Gipsa-Lab" (contrat de collaboration géré alors par Hélène LHERMET) : en 2011 et 2012,

   Je cite aussi quelques-uns des nombreux étudiants de Grenoble-INP dont j'ai été tuteur universitaire et qui faisaient leur stage de fin d'études au CEA-LETI dans le domaine du "traitement du signal/codage pour les communications" :
   - Marco GIUDICI en 2003, "Etude des techniques de turbo MUD appliquées aux transmissions CDMA multi-porteuses", responsable : Dimitri KTENAS,
   - Jean-Noël REMOND, "Etude et implémentation d'un bloc reconfigurable pour une application de télécommunication", responsable : F. CLERMIDY,
   - Simon KREUTZ en 2005, "Etude de mécanisme de synchronisation en MC-CDMA", responsable : Luc MARET.
   - Cédric ABGRALL en 2007, "Etudes des techniques de relais coopératifs en 802.16e/j", responsable MARET Luc (promotion ENSERG 2000, comme Dimitri KTENAS ...).
   - Jean-Baptiste WARGNIES en 2010, "Mise en place d'une chaine de transmission radio basse consommation sous SystemeVue d'Agilen", responsable : Michael PELISSIER,
   - Giovanni BENINCA DE FARIAS en 2010, "Etude et Evaluation de Techniques Coopératives de Relayage Radio pour Signaux OFDM", responsable : Patrick ROSSON,
   - Touati NADJAH en 2012, "Traitement numérique du signal pour une liaison sans contact à très haut débit", responsable : François DEHMAS.
   - Arnaud TURIN en 2013, "Study of cell search algorithms for 3GPP LTE system", responsable : Mathieu DES NOES.
   - Michela ARNESANO en 2014, "Radio channel modeling from experimental data in Body Area Networks", responsable : Raffaele D'ERRICO.
   - Dimitri GERIN en 2014, et Thibault CATTELAIN en 2015, "Etude de récepteurs intelligents pour le MU-MIMO CoMP en OFDM", responsable : Nicolas CASSIAU.
2. avec **ST Grenoble** : des ingénieurs R&D de l'entreprise ST (ST-Ericsson ou/et ST-microelectronics selon le moment ...) étudient aussi et implémentent du Traitement du Signal dédié aux fonctions que l'on peut trouver dans les circuits intégrés d'un émetteur-récepteur (égalisation, synchronisation, commande automatique de gain, compensation de défauts Radio-Fréquences, architectures

radio, ...). J'ai eu la chance d'en rencontrer quelques-uns, et ainsi de suivre l'évolution d'un domaine que j'avais bien cotoyé dans ma vie antérieure d'ingénieur de conception à Sodielec. Cette collaboration avec ST s'est notamment matérialisée par la thèse CIFRE de Robin GERZAGUET, en collaboration avec Fabrice BELVEZE (Cf section 2.2.1 "Responsabilités de contrats de recherche rémunérés"), mais c'est encore grâce au tutorat de nombreux étudiants de Grenoble-INP effectuant leur stage chez ST que les échanges ont démarré, notamment :

- Stéphane GUNTZ en 2001, "Conversion numérique de rythme pour les modems VDSL", responsable : Thierry LENEZ (à qui je rends hommage),
- Cyril JAQUENOT en 2002, "Développement d'une simulation de référence pour un 'system on chip' (modem 3G)", responsable : Fabrice BELVEZE,
- Sylvain RIVORY en 2002, "Etude d'algorithmes avancés de traitement du signal utilisés dans les systèmes VDSL++ ", responsable : Christophe DEL TOSO,
- Thuan HUYNH en 2003, "Etude de chaînes d'émission optimisées", responsable : Gabriel DELLA-MONICA (ancien collègue de Supélec et du service national ...),
- M.S. GUIZANI en 2006, "Etude et modélisation de techniques de réception multi porteuse appliquées à la télévision numérique sur récepteur mobile", resp. Olivier ISSON,
- Nourhene SLEI, " Stage architecture système ISDB-T" en 2010, responsables : Jean-Noël ROZEC et Laurent TARDIF,
- Abdelhamid LARAKI en 2010, "Terminal 4G : Modélisation d'un transceiver RF multi-standard et études d'algorithmes de contrôle", responsable Fabrice BELVEZE,
- Robin GERZAGUET en 2011, "Modélisation d'un transceiver RF multi-standards et étude d'algorithmes de traitement du signal pour la compensation de l'IQ Mismatch", responsable Fabrice BELVEZE,
- Pascal PEPE en 2012, "Compensation du DC OFFSET dans un récepteur Zero-IF", responsable Fabrice BELVEZE,
- Yoann ROTH en 2013, "Terminal 4G : modélisation d'un transceiver RF multi-standard et étude d'algorithmes de traitement du signal", resp. : Fabrice BELVEZE,
- Bastien MOURGUE en 2015, "Annulation d'interférences causées par des échos hors intervalle de garde dans un système OFDM", resp. : Fabrice BELVEZE,

3. avec **France-Telecom-R&D [devenu Orange-lab] à Meylan** : ma thèse s'est faite au LIS en collaboration financée par FT-R&D Meylan (équipe de Marylin ARNDT sur les objets communicants). Devenu enseignant chercheur en 2002, j'ai naturellement poursuivi quelques collaborations avec France-Télécom, même si elle ont diminué ces dernières années, étant donné que Orange-lab Meylan travaille de moins en moins sur la couche physique. Ces collaborations ont eu lieu soit de manière informelle sur des sujets traités à France-Telecom dans la continuité de ma thèse (exemple : discussions autour de la thèse de David CIBAUD, "Etude d'implémentation d'un récepteur re-configurable pour un terminal bi-mode TDD et FDD de l'UMTS", soutenue en 2006), soit plus formellement par exemple par le biais d'étudiants de Grenoble-INP dont j'étais tuteur universitaire et qui faisaient leur stage de fin d'études à France-Telecom dans le domaine du "traitement du signal pour les communications", comme par exemple :
   - Jorge GUTIERREZ en 2003, "Impact of the PAPR of the OFDM signals on the mobile" sous la responsabilité de Christian LEREAU et Michel PONS.
   - Jordi VILA VALLS en 2006, "Signal Processing techniques for Interference Rejection in WLAN systems" sous la direction de Philippe MARY,

   ou encore par l'intermédiaire d'autres actions :
   - Animation scientifique : mise en place avec Benoit MISCOPEIN et Marylin ARNDT de FT-R&D d'un module de formation de 12 heures (dont 6 heures assurées par moi-même) intitulé :

"Communications Radiomobiles, du GSM à l'UMTS", dispensé à l'école doctorale EEATS de Grenoble-INP en Avril en 2003, 2004, et 2005.
- Suivi du brevet [B1] déposé avec Marylin ARNDT et Geneviève JOURDAIN,

J'ai cité les 3 entreprises de la place Grenobloise avec qui j'ai eu le plus d'échanges. Bien sûr, le tutorat d'étudiants en stage en entreprise ainsi que la participation à des projets de recherche m'a amené à avoir des contacts avec de nombreuses autres entreprises françaises ayant des activités en traitement du signal pour les communications (Thalès, Texas Instrument, Alcatel, Ifremer, Onera, ...).

2.2 Responsabilités scientifiques

Dans cette section, je liste des responsabilités exercées sous ma "fonction" de chercheur, comme la responsabilité de contrats de recherches rémunérés (études, accompagnement de thèses ou de post-docs, ...), la participation à des projets nationaux, à des comités de sélection, ... Les responsabilités exercées au titre de ma "fonction" d'enseignant seront traités dans la section d'après.

2.2.1 Responsabilités de contrats de recherche rémunérés

2.2.1.1 avec le CEA-LETI :

- en 2001-2003 : études (avec fourniture de rapports) sur l' "estimation de canal multi-capteurs", et les "performances asymptotiques des systèmes CDMA multi-porteuses", financement : 4000 euros HT, correspondant CEA : Mathieu DES NOES (contrat GR 773 508, Thème 1, st1, tâche 1 et 2.3), .
- en 2003-2004 : contrat d'accompagnement sur le thème : "synchronisation, estimation de canal et égalisation pour les systèmes MC-CDMA", financement : 3500 euros H.T., correspondant CEA : Mathieu DES NOES (contrat GR 772 976, Thème 1).
- en 2005 : contrat d'accompagnement sur le thème : "systèmes de modulation OFDM-CDMA et impact d'une erreur de synchronisation", financement : 3500 euros H.T, correspondant CEA : Mathieu DES NOES.
- en 2006 : thème "impact d'une erreur de synchronisation et perspectives", financement : 5000 euros HT, correspondant CEA : Mathieu DES NOES (contrat Ref CEA : 773 988/ Av2-sous-thème 1).
- en 2007, thème : "Espace-Temps pour systèmes Ultra-Large-Bande (ULB) et perspectives". Montant : 13000 euros HT (minoré suite démission en cours du post-doc), incluant financement d'un postdoc, correspondant CEA : François VACHERAND (contrat : Ref CEA : 773 988 / Av2, Réf INPG : 10518/02, Ref CNRS : 722576/02),
- en 2008, thème "Etude du codage distribué et des stratégies de coopération pour les réseaux de communication avec relais". Montant du contrat : 75314 euros HT, incluant financement d'un post-doc (Emilio CALVANESE-STRINATI) en partie au Gipsa-lab, correspondant CEA : François VACHERAND (Ref contrat CEA : C1076),
- en 2010-2011, thème "Etude de l'intégration des communications M2M dans les évolutions du LTE". Montant du contrat : 100625 + 42962.8 euros HT, incluant financement d'un post-doc (Cédric ABGRALL) en partie au Gipsa-lab, correspondant CEA : Dimitri KTENAS (Référence contrat : Thème 4 des comptes rendus du comité de pilotage CEA/GIPSA-LAB du 03/09/2010 et 05/12/2011).

- en 2012-2013, thème "Mécanismes d'allocation de ressources et de gestion de l'interférence pour femto-cellules", Montant du contrat : 52000 + 92440.6 euros HT, incluant financement d'un post-doc (Antonio DEDOMINICO) en partie au Gipsa-lab, correspondant CEA : Dimitri KTENAS (Référence contrat : Thème 4 des comptes rendus du comité de pilotage CEA/GIPSA-LAB du 27/01/2012 et 02/08/2012).
- en 2014-2016, thème "Etude d'une nouvelle couche physique pour réseaux de capteurs sans fil (M2M) pour systèmes critiques". Montant du contrat : 30000 euros HT sur 3 ans, contrat de collaboration (liée à l'accompagnement de thèse de Yoann ROTH), correspondants CEA : Jean-Baptiste DORE et Vincent BERG (Référence : contrat de collaboration C17849, laboratoire commun CEA/GIPSA-LAB, thème "Telecom", tâche 4-9 "couche physique M2M", du 29/04/2014).

2.2.1.2 avec ST-Ericsson :

- en 2012-2015 : **contrat d'accompagnement d'une bourse CIFRE** sur le thème "Méthodes de traitement numérique du signal pour la réduction d'auto-interférences dans un terminal mobile" (thèse de Robin GERZAGUET), Montant du contrat : 39000 euros HT, correspondant ST : Fabrice BELVEZE (Référence : contrat de collaboration ST-Ericsson/Gipsa-lab en application de la convention CIFFRE n^0 2011-3603).

2.2.2 Projets nationaux ANR

Si je ne compte pas la période de thèse[1], j'ai essentiellement participé à 2 projets financés par l'Agence Nationale de la Recherche (ANR), qui vont être rappelés ci-dessous. Les projets ANR ont le mérite d'associer universitaires et ingénieurs R&D d'entreprises autour d'un même sujet, sur une durée typiquement de 3 ans, avec un financement associé. Toutefois, mon retour d'expérience borné aux quelques projets auxquels j'ai participé est mitigé, certainement à cause de projets qui n'ont pas été assez ciblés au niveau thématique. En effet durant ces projets, une bonne partie du temps alloué à ma recherche a été consommé, mais les recherches menées n'ont pas été les plus productives (notamment aucun de mes articles de revue n'a été le fruit direct de ses projets) ni les plus excitantes (trop bornées à des voies à priori fixées à l'avance).

2.2.2.1 Projet ANR LURGA : de 06/2007 à 06/2010

Titre : "**L**ocalisation d'**U**rgence **R**econfigurable par **GA**LILEO",
Porteur de projet : THALES (Bertrand MARIN),
Partenaires : THALES, Siradel, SATIE-ENS Cachan, Gipsa-lab,
Intervenants permanents du Gipsa-lab : Jean-Marc BROSSIER (responsable) et moi-même,
Contribution : "étude et développement d'algorithmes de synchronisation" [T10] [C23].
Mon implication : forte, entre-autre pour la co-rédaction de tous les livrables Gipsa-lab, recherche et co-encadrement de post-doc (H. ABEIDA) et stagiaires (D. OUEIDAT), participation aux réunions

1. durant ma période de thèse, de 1999 à 2001, j'ai participé de manière modeste (à quelques réunions et discussions techniques) au projet du Réseau National de Recherche en Télécommunications AUBE, qui s'intéressait aux "nouvelles **A**rchitectures **U**MTS en vue de l'intégration sur silicium des fonctions **B**ande de base du t**E**rminal", et impliquait Thales communications, France-Telecom R&D Issy-les-Moulineaux et Meylan, Eurecom, Kurtosis, ainsi que mon laboratoire (LIS à l'époque). Du coté du LIS, l'acteur majeur était le post-doctorant Frédéric BALDIT, sous la responsabilité de Geneviève JOURDAIN, et les autres permanents impliqués étaient Joël LIENARD et Jean-Marc BROSSIER.

régulières (à Paris, Rennes, Grenoble). J'ai assuré la soutenance finale du projet pour Gipsa-lab devant l'ANR le 29/06/2010 à Paris.

Objet du projet dans son ensemble : le projet LURGA a défini un système de localisation de terminaux mobiles de type GSM à l'intérieur d'une zone (d'urgence) donnée, basé sur le déploiement d'un réseau composé de stations intégrant des récepteurs GALILEO. Ces stations ont ainsi accès aux informations de position et de temps, qui servent de point d'entrée pour des traitements de localisation d'un terminal GSM, à partir des signaux de ce terminal GSM réceptionnés sur chaque station. Les algorithmes de localisation (proposés par Thales) qui ont été mis en oeuvre résultent de la fusion d'algorithmes TDOA (Time Difference Of Arrival) et AOA (Angle Of Arrival). Une partie de l'étude (par la société Siradel) a porté sur la modélisation et l'estimation du canal de propagation GSM-station, afin de pouvoir valider les algorithmes proposés dans des conditions de propagation difficiles. Notre laboratoire Gipsa-lab ainsi que le laboratoire SATIE-ENS étaient quand à eux chargés d'une étude sur les algorithmes de détection par synchronisation en temps des signaux GSM ([T10]), ce qui a permis de proposer des solutions d'amélioration de l'estimation des temps d'arrivée pour des cas où le canal de propagation évolue en fonction du temps.

2.2.2.2 Projet ANR CONNECT : 05/2007 à 02/2011

Titre : "Control of Networked Cooperative Systems",
Objet du projet dans son ensemble : contrôle d'un système multi-agent composé d'un ensemble de véhicules sous-marins autonomes, reliés entre-eux et à un bateau de surface par un système de communications sans fil acoustique hétérogène.
Porteur de projet : équipe NeCS commune à l'INRIA et Gipsa-lab (Carlos CANUDAS)
Partenaires : Gipsa-lab (équipe Necs et équipe C2S), Ifremer, PGES-Robosoft, Prolexia
Intervenants permanents du Gipsa-lab ou INRIA :

- pour l'équipe Necs (partie contrôle) : Mazen ALAMIR, Carlos CANUDAS, Jonathan DUMON, Nicolas MARCHAND, Alexandre SEURET, Daniel SIMON,
- pour l'équipe C2S (partie signal/télécom) : Cyrille SICLET, et moi-même.

Contribution de l'équipe C2S du Gipsa-lab (partie signal/télécom, assez indépendante du reste du projet à dominante automatique) : "étude des possibilités d'utilisation des modulations multi-porteuse pour la communication acoustique sous-marine entre 2 véhicules" [C25, C28, C30].
Mon implication : moyenne, en support de Cyrille SICLET, puis de Alain KIBANGOU alors en post-doc à temps plein sur le projet. J'ai participé à une dizaine de réunions de projet (à Toulon et à Grenoble), et nous avons avec Cyrille SICLET mené une étude bibliographique, co-encadré des travaux de stage (M. MOSSI-IDRISSA) et de post-doc, participé à la rédaction ou relecture des livrables.

2.2.3 Commissions de spécialistes

2.2.3.1 Membre du comité de sélection pour les postes de Maitre de conférence :

- MCF 0661 (section 61/27) de Grenoble-INP : de 03/2010 à 06/2010
- MCF 61-0398 (section 61) de Grenoble-INP : de 04/2014 à 06/2014

2.2.4 Autres responsabilités scientifiques ou administratives :

- membre du "Conseil d'Orientation" du département Telecom de l'INPG, mandat 2002- 2006,

- membre suppléant du "Conseil de Laboratoire" du Laboratoire des Images et des signaux (LIS), mandat 2003-2007,
- participation à divers groupes de travail (Qualité, ...) au sein de l'ancien laboratoire LIS,
- présidences de jury de Bac (Bourgoin Jallieu en 2003, ..., lycée Mounier de Grenoble en 2014).

2.3 Enseignement et responsabilités associées

2.3.1 Enseignements dispensés

Je dresse à la suite un bilan de mes enseignements, en précisant la nature cours, travaux dirigés (TD), ou Travaux Pratiques (TP) et la quantité en heures équivalent TD (hEQTD).

2.3.1.1 En tant que responsable du module d'enseignement

Dans le passé

1. Cours "Numerical Transmission Systems" dispensé en anglais en dernière année du Master International *Communications Systems Engineering* commun entre Grenoble-INP et le polito de Turin (25.5 à 54 hEQTD/an selon les années) : de 2007-2008 à 2013-2014.
2. Cours et TDs d'"Egalisation et Synchronisation en communications numériques" en 3ème année INPG/ENSERG (25 à 31 hEQTD/an selon les années) : de 2000-2001 à 2008-2009
3. Cours et TDs d'"Egalisation" en 3ème année INPG/ENSIEG (32 hEQTD/an) : 2000-2001 et 2001-2002
4. Cours "Information Theory" en Master-2 recherche SIPT, dispensé en anglais à partir de 2009 (18 à 33 hEQTD/an) : de 2006-2007 à 2010-2011
5. Cours de "Théorie de l'Information" en 2ème année de INPG/ENSIEG (24 hEQTD/an) : 2006-2007 et 2007-2008
6. Cours et TDs de "Transmissions Numériques de Données", en 2ème année INPG/département Télécom, commun aux écoles ENSERG et ENSIMAG (28.5 à 49.5 hEQTD/an selon les années) : de 2002-2003 à 2007-2008
7. Cours et TDs d' "Information et Codage Numérique", en 2ème année Grenoble-INP/filière Télécom, commune ENSIMAG-PHELMA (24 hEQTD/an) : de 2008-2009 à 2011-2012
8. Cours et TDs de "Télécommunication Numérique", en 3ème année Grenoble-INP/filière ASI, école ENSE3 (19 hEQTD/an) : en 2014-2015 (en remplacement de O. Michel)
9. TPs de "Communications Numériques" dispensés en dernière année des formations dpt Telecom, ENSIEG, ou master SIPT (16 à 41.5 hETD) : de 2005-2006 à 2007-2008

Actuellement

1. Cours de "Communications Sans Fil" en 3ème année Grenoble-INP/filière SICOM, commune aux écoles Phelma et ENSE3 (25 à 32 hEQTD/an) : de 2009-2010 à aujourd'hui.
2. Cours et TDs de "Théorie de l'Information" en 2ème année Grenoble-INP/filière SICOM, (24 à 33 hEQTD/an selon les années) : de 2008-2009 à aujourd'hui.

3. Cours, TDs, et TPs de "Transmission et Communications Numériques" en 2ème année Grenoble-INP/filière SICOM (29 hEQTD/an) : de 2008-2009 à aujourd'hui.
4. Cours et TDs de "Systèmes de Transmissions Numériques" en 2ème année Grenoble-INP/filière Telecom, (22.5 à 29 hEQTD/an selon les années) : de 2008-2009 à aujourd'hui.
5. TPs de "Communications Numériques" en 3ème année Grenoble-INP/filière SICOM ou/et Master SIPT, (16 à 20 hEQTD/an selon les années) : de 2009-2010 à aujourd'hui.

2.3.1.2 En tant que simple enseignant (non responsable du module)

Dans le passé

Math :

- TD de "Math" en 1ère année IUT Génie Télécom et Réseaux de l'Université Joseph Fourier (35 heures ETD, responsable Gérard LOUBET) : 1999-2000
- TD "Probabilités et Statistiques" en 1ère année INPG/Département Télécom (25.5 hETD/an, responsable Yvan PIGEONNAT) : 2006-2007 à 2007-2008
- TD "Probabilités et Statistiques" en 1ère année Grenoble-INP/PHELMA (10 à 20 hETD/an, responsable Eric MOISAN) : 2008-2009 à 2010-2011

Electronique :

- TP d'"initiation à l'Electronique/Electrotechnique/Automatique" en 1ère année ENSIEG (20 hETD/an, responsable Olivier SENAME) : 1999-2000
- TP d'"Electronique" en 1ère année INPG/Département Télécom (27 à 90 hETD/an, responsable Patrice PETITCLAIR) : 2001-2002 à 2007-2008
- Ateliers de "projets d'Electronique en 2ème année INPG/ENSERG" : (54 à 80 hETD/an, responsable Vincent FRISTOT) : de 2001-2002 à 2003-2004
- TD d'"Electronique" en 1ère année INPG/Département Télécom (18 à 19.5 hETD/an, responsable Patrice PETITCLAIR) : 2001-2002 à 2007-2008

Traitement du Signal et Information :

- TP "Traitement du Signal" en 2ème année ENSIEG (20 à 40 hETD/an, responsable Joël LIENARD) : 1999-2000 et 2000-2001
- TD de "Traitement du Signal" en 2ème année INPG/Département Télécom (13.5 à 16.5 hETD/an, responsable Gang FENG) : 2001-2002 à 2007-2008
- TP "Traitement du signal" en 2ème année INPG/Département Télécom (24 à 39 hETD/an, responsable Alice CAPLIER) : 2002-2003 à 2005-2006
- TD "Théorie de l'Information" en 2ème année INPG/ENSERG (8 à 17.5 hETD/an, responsable Jean BRINI) : 2002-2003 à 2006-2007
- TD de "Traitement du Signal" en 1ère année Grenoble-INP/ENSIMAG (15 hETD/an, responsable Jean-Marc BROSSIER) : 2008-2009

Actuellement

- TD de "Théorie de l'Information" en 1ère année Grenoble-INP/ENSIMAG (36 hETD/an, responsable Jean-Marc BROSSIER) : de 2011-2012 à aujourd'hui.
- TP de "Traitement du Signal" en 2ème année Grenoble-INP/PHELMA filière sicom (16 à 32 hETD/an, responsable Cornel Ioana) : de 2014-2015 à aujourd'hui.
- TD de "Math" en 1ère année IUT Télécom et Réseaux de l'Université Joseph Fourier (27.5 heures ETD, responsable Cyrille SICLET) : 2015-2016

2.3.2 Responsabilités liées à ma fonction d'enseignant

2.3.2.1 En tâches de fond

Comme tout "enseignant" d'école d'ingénieur, j'assure la coordination (des vacataires ou autres collègues intervenants) et la responsabilité pédagogique des modules d'enseignement dont je suis responsable, le tutorat chaque année d'étudiants en stages ou en semestre d'échange à l'étranger (notamment pour le département puis filière Télécom), la présidence ou la participation aux jurys de soutenance de stage, ...

Egalement, les maquettes d'enseignement évoluant en permanence, j'ai pris part à des groupes de travail associés (sur les Maths, le Traitement du signal, les Télécoms, la définition du contour de filières, ...). Notamment, beaucoup d'énergie a été mobilisé les années qui ont précédé la profonde transformation de l'ancien INPG avec ses 10 anciennes écoles (ENSPG, ENSERG, ENSEEG, ENSIMAG, ENSIEG, ...) devenu à la rentrée 2008 le nouveau grand établissement Grenoble-INP avec ses 6 nouvelles écoles (ENSE3, ENSIMAG, ESISAR, Génie Industriel, Pagora, et PHELMA) et ses 22 nouvelles filières de formation.

Mes enseignements sont plutôt dispersés, non pas au niveau thématique, mais au niveau du nombre et de la taille des écoles concernées. Avant la réforme j'intervenais dans les 3 anciennes écoles ENSERG (mon ancienne école de rattachement), ENSIMAG (via le département Télécom), et l'ENSIEG (via l'option "Analyse et Traitement des Images et des Signaux"). Suite à la réforme, les 2 filières dans lesquelles j'interviens le plus aujourd'hui sont à cheval sur 3 (mega-) écoles (dispersées géographiquement sur les lieux : campus, polygone, et Minatec) :

- filière Sicom : commune aux nouvelles écoles PHELMA et ENSE3,
- filière Télécom : commune aux nouvelles écoles ENSIMAG et PHELMA (la filière Télécom a récemment changé de nom en 2015 pour "Internet, Services et Systèmes Connectés").

Je suis depuis la réforme rattaché à l'école PHELMA, qui est l'école d'ingénieurs en physique, électronique, matériaux issue de la fusion des 3 anciennes écoles ENSPG, ENSERG, ENSEEG, avec donc un spectre très large comparé à mon ancienne école d'appartenance ENSERG (et des promotions d'environ 360 étudiants/an au lieu d'un centaine précédemment).

Après avoir dressé le paysage autour de mes enseignements, je présente ci-dessous par ordre chronologique 2 responsabilités plus importantes que j'ai exercées (l'une avant la réforme, et l'autre en préparation puis après la réforme).

2.3.2.2 Responsable de l'option « Transmission et Systèmes de Télécom » de la formation INPG/département Télécom : en 2007-2008 et 2008-2009

J'ai exercé cette responsabilité 2 années scolaires, en remplacement temporaire de la vraie porteuse de cette option, Ghislaine MAURY. L'option TST était une option parmi 3 au département Télécom (commun entre les écoles d'ingénieur ENSIMAG et ENSERG) de l'ex INPG, et comprenait environ 25 étudiants. Elle démarrait au 2ème semestre de la deuxième année. J'ai été responsable des 2ème années et 3ème années en 2007-2008, et de la 3ème année en 2008-2009, dernière promotion du département télécom avant la réforme. Cette responsabilité n'a pas été très lourde car essentiellement pédagogique et non administrative (conformément alors au mode de fonctionnement de l'école ENSIMAG), et avec peu de changements à gérer.

2.3.2.3 Responsable de la troisième année de la filière d'enseignement SICOM de Grenoble-INP, de 2008-2009 (mise en place) à 2012-2013

La filière Sicom pour "Signal-Image-Communications-Multimédia" est née plus ou moins de la fusion des options "ATIS" de l'ex-école ENSIEG et des options "Codage", "Multi-média", et "Traitement de l'Information" de l'ex-école ENSERG. Elle a été initialement défendue et portée conjointement par Gang FENG (issue de l'ENSERG) et Jérôme MARS (issu de l'ENSIEG), et a été, après de longs débats définie filière commune aux écoles ENSE3 et PHELMA. La filière Sicom intègre une cinquantaine d'étudiants par an. Elle s'intègre après la première année de tronc commun, et correspond ainsi aux 2ème et 3ème année de l'école d'ingénieur. A la demande de Gang FENG et Jérôme MARS, j'ai accepté plus d'un an avant sa mise en place, de prendre en charge la responsabilité de la 3ème année de la filière Sicom (constituée alors de 3 sous-options), et Patrice PETITCLAIR s'est chargé de la deuxième année. A noter aussi que les enseignements de la 3ème année filière Sicom servent de support pour la formation du Master-Recherche SIPT Signal-Image-Parole-Telecom (partiellement au départ, puis entièrement à partir de la rentrée 2012). En tant que responsable d'année, j'ai mené des actions sur différents plans :

- pédagogique auprès des étudiants Sicom : suivi, écoute et conseil des étudiants, gestion des cas particuliers, réunions pédagogiques, d'informations diverses, gestion de la répartition des étudiants Sicom dans les 3 sous-options de 3ème année (STIC, Signaux Naturels et Image-Multimédia), en essayant de satisfaire au mieux les voeux, sous contraintes de nombre minimum d'étudiants par sous-options,
- communication : participation aux forums d'information sur les filières auprès des étudiants de première année, contacts avec les anciens élèves, remises de diplômes, ...
- coordination auprès des collègues enseignants, notamment pour la mise en place et remaniement des programmes,
- présentation et préparation des jurys de troisième année Sicom (plus de 3 fois par an)
- administratif (point certainement le plus couteux en temps ...) : planification des emplois du temps des 3 sous-options, des dates d'examens, gestion des vacataires, du bilan des heures de la formation, coordination avec la secrétaire de la filière et du Master SIPT, Rosine FUNG YEE, interface avec les différents services de la scolarité, ...),
- participation aux réunions mensuelles des responsables de filières avec la direction,
- aide au bilan prospectif des 5 ans de la filière, présenté au printemps 2013 par les responsables Gang FENG et Olivier MICHEL (qui a remplacé Jérôme MARS en 2012).
- ...

Participer à la mise en place d'une nouvelle formation puis a une responsabilité d'année de formation a été gourmand en temps et énergie, mais m'a permis de voir les choses sous un autre angle (rapports avec les étudiants, les collègues enseignants ou administratifs, les autres responsables de la filière ou des autres filières, ...).

Chapitre 3

Publications et production scientifique

3.1 Publications

Lexique pour les références bibliographiques de mes contributions : la première lettre (R, B, L, C, ...) indique le type de publication, le numéro xx indique l'ordre chronologique dans la catégorie : **Rxx** : Revue avec comité de lecture, **Bxx** : Brevets, **Lxx** : Chapitres de livre, **Cxx** : Conférence Internationale avec comité de lecture, **Nxx** : Conférence Nationale avec comité de lecture, **Txx** : Notes Techniques ou Rapport de recherche, **Mxx** : Mémoire de diplôme.

3.1.1 Revues avec comité de lecture

[R24] R. Gerzaguet, L. Ros, F. Belvèze, J.M. Brossier, "Performance of a Digital Transmitter Leakage LMS-Based Cancellation Algorithm for Multi-Standard Radio-Frequency Transceivers", Elsevier Digital Signal Processing , vol. 51, pages 35-46, 2016.

[R23] H. Shu, E.P. Simon, L. Ros, "On the Use of Tracking Loops for Low-Complexity Multi-Path Channel Estimation in OFDM Systems", Elsevier Signal Processing, vol. 117, pages 174-187, 2015.

[R22] R. Gerzaguet, L. Ros, F. Belvèze, J.M. Brossier, "On the Performance of Digital Adaptive Spur Cancellation for Multi-Standard Radio Frequency Transceivers" Elsevier Digital Signal Processing, vol. 33, pages 83-97, October 2014.

[R21] H. Shu, L. Ros, E.P. Simon, "Simplified Random-Walk-Model-Based Kalman Filter for Slow to Moderate Fading Channel Estimation in OFDM Systems", IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 62, $n^0$15, pages 4006-4017, August 2014.

[R20] H. Shu, L. Ros, E.P. Simon, "Third-order Complex Amplitudes Tracking Loop for Slow Flat Fading Channel On-Line Estimation", IET Communications, 2014.

[R19] L. Ros, H. Hijazi, E.P. Simon, "Complex Amplitudes Tracking Loop for multipath channel estimation in OFDM systems under slow to moderate fading", Elsevier Signal Processing, vol.97, pages 134-145, April 2014.

[R18] H. Shu, E.P. Simon, L. Ros, "Third-order Kalman Filter : tuning and steady-state performance", IEEE Signal Processing Letter, vol. 20, $n^0$11, Nov. 2013.

[R17] E.P. Simon, L. Ros, H. Hijazi, M. Ghogho, "Joint Carrier Frequency Offset and Channel Estimation for OFDM Systems via the EM Algorithm in the Presence of Very High Mobility", IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 60, $n^0$2, pages 754-765, Feb. 2012.

[R16] S. Ghandour-Haidar, L. Ros, J.M. Brossier , "On the use of first-order autoregressive modeling for Rayleigh flat fading channel estimation with Kalman filter", Elsevier Signal Processing (fast com.), vol. 92, Issue 2, pages 601-606, Feb. 2012.

[R15] J. Vilà-Valls, L. Ros, J.M. Brossier, "Joint oversampled carrier and time-delay synchronization in

digital communications with large excess bandwidth", Elsevier Signal Processing, vol. 92, issue 1, pages 76-88, January 2012.

[R14] E.P. Simon, L. Ros, H. Hijazi, J. Fang, D.P. Gaillot, M. Berbineau, "Joint Carrier Frequency Offset and Fast Time-varying Channel Estimation for MIMO-OFDM Systems", IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 60, $n^0$3, pages 955-965, March 2011.

[R13] Y. Nasser, M. des Noes, L. Ros, G. Jourdain, "On the system level prediction of joint time-frequency spreading systems with carrier phase noise", IEEE Transactions on Communications, vol. 58, $n^0$3, pages 839-850, March 2010.

[R12] J. Vilà-Valls, JM Brossier, L. Ros, "Oversampled phase tracking in digital communications with large excess bandwidth", Elsevier Signal Processing, vol. 90, $n^0$3, pages 821-833, March 2010.

[R11] H. Hijazi, L. Ros, "Joint Data QR-Detection and Kalman Estimation for OFDM time-varying Rayleigh Channel Complex Gains", IEEE Transactions on Communications, vol. 58, $n^0$1, pages 170-178, January 2010.

[R10] H. Hijazi, L. Ros, "Rayleigh Time-varying Channel Complex Gains Estimation and ICI Cancellation in OFDM Systems", European Transaction on Telecommunications, vol. 20, $n^0$8, pages 782-796, December 2009.

[R9] H. Hijazi, L. Ros, "Analytical Analysis of Bayesian Cramer-Rao Bound for Dynamical Rayleigh Channel Complex Gains Estimation in OFDM System", IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 57, $n^0$5, pages 1889-1900, May 2009.

[R8] H. Hijazi, L. Ros, "Polynomial Estimation of Time-Varying Multipath Gains With Intercarrier Interference Mitigation in OFDM Systems", IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 58, $n^0$1, pages 140-151, January 2009.

[R7] H. Hijazi, L. Ros, "Bayesian Cramer-Rao bounds for complex gain parameters estimation of slowly varying Rayleigh channel in OFDM systems", Elsevier Signal-Processing (fast com), vol. 89, $n^0$1, pages 111-115, January 2009.

[R6] Y. Nasser, M. des Noes, L. Ros, G. Jourdain, "Sensitivity of Multi Carrier Two Dimensional Spreading Schemes to Synchronization Errors", EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking, pages 1-16, 2008.

[R5] E.P. Simon, L. Ros, K. Raoof, "Synchronization over rapidly time-varying multi-path channels for CDMA downlink receiver in Time-Division mode", IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 56, $n^0$4, pp. 2216-2225, July 2007.

[R4] M.A. Khalighi, L. Ros, "Delayed Two-Streams Division, A Diversity Technique To Improve Signal Transmission In Relatively Fast Flat Fading Channels", Elsevier Signal Processing, in vol. 85/4, pp. 705-715, April 2005.

[R3] L. Ros, E. Simon, Y. Nasser, "Revue de la boucle à re-modulation pour la synchronisation de phase en modulation linéaire multi-voie avec trajets multiples : application en CDMA et OFDM", Revue de l'Electricité et de l'Electronique (REE), $n^0$4, pp. 55-68, Avril 2005.

[R2] E. Simon, K. Raoof, L. Ros, "Synchronisation conjointe rythme et phase en CDMA optimisée dans un contexte multi-utilisateur", Annales des Télécommunications, vol. 59, $n^0$3-4, pp. 412-438, Mars-Avril 2004.

[R1] L. Ros, G. Jourdain, M. Arndt, "Interpretations and performances of linear reception in downlink TD-CDMA and multi-sensor extension", Annals of Telecommunications, vol. 56, $n^0$5-6, pp. 275-290, May-June 2001.

3.1.2 Brevet

[B1] L. Ros, G. Jourdain, M. Arndt, “Dispositif de détection conjointe de codes CDMA pour liaison descendante à trajets multiples”, brevet (France-Télécom) initialement français, date de priorité : 30 juil. 2001, date de dépôt : le 30/07/2001 (numéro : 01-10293), date de publication : le 31/01/2003 (numéro : FR2828032), puis étendu à l’Europe et l’international notamment sous les noms :

– “Device for joint detection of cdma codes for multipath downlink”, déposé été 2002, publié sous différentes références et dates : US patent US20040228314 (18 nov. 2004), WO2003013016A1 (18 nov. 2004), EP1413066A1 (28 avr. 2004), EP1413066B1 (20 sept. 2006)

– ou encore “Device for the simultaneous detection of cdma codes for multipath-sales route", Date de dépôt 8 Juil 2002, publié sous différentes références et dates : DE60214863D1 (2 nov. 2006), DE60214863 T2 (19 avr. 2007)

3.1.3 Chapitres de livres

[L1] L.Ros, G. Jourdain, M.Arndt, “Interpretations and performances of linear reception in downlink TD-CDMA and multi-sensor extension”, in chapter 4 of “Advances in UMTS Technology”, edited by J.C. BIC and E. BONECK, Hermes Penton Ltd publisher (Innovative technology series), 2002. (issu entièrement de [R1]).

3.1.4 Conférences Internationales

[C45] R. Gerzaguet, L. Ros, J.-M. Brossier, F. Belvèze, “Performance of fractional delay estimation in joint estimation algorithm dedicated to digital Tx leakage compensation in FDD transceivers”, International Conference on Cognitive Radio Oriented Wireless Networks (Crowncom 2016), pp. 558-568, Springer International Publishing, Grenoble, FRANCE, May 2016 [élu “Best Paper Award”].

[C44] Y. Roth, J.B. Doré, L. Ros, V. Berg, “A Comparison of Physical Layers for Low Power Wide Area Networks”, International Conference on Cognitive Radio Oriented Wireless Networks (Crowncom 2016), pp. 261-272, Springer International Publishing, Grenoble, FRANCE, May 2016.

[C43] Y. Roth, J.B. Doré, L. Ros, V. Berg, “Turbo-FSK : a new uplink scheme for low power wide area networks”, IEEE International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC 2015), Stockholm, SWEDEN, June 2015.

[C42] M. Des Noes, V. Savin, J.M. Brossier, L. Ros, “Iterative decoding of Gold sequences”, IEEE International Conference on Communications (ICC 2015), London, UK, June 2015.

[C41] R. Gerzaguet, L. Ros, J.-M. Brossier, F. Belvèze, “Joint Estimation of Complex Gain and Fractional Delay for Tx Leakage Compensation in FDD Transceivers”, 21st IEEE International Conference on Electronics Circuits & Systems (ICECS 2014), Marseille, FRANCE, December 2014.

[C40] H. Shu, L. Ros, E.P. Simon, “Complex Amplitudes Tracking Loop for multi-path channel estimation in OFDM systems : synthesis and extension”, 6th IEEE International Symposium on Communications, Control and Signal Processing (ISCCSP), Athens, GREECE, May 2014.

[C39] S. Ghandour-Haidar, L. Ros, J.M. Brossier , “3-D Mobile-to-Mobile channel tracking with First-Order Autoregressive Model-based Kalman Filter”, 13th IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology (ISSPIT), Athens, GREECE, Dec. 2013.

[C38] M. Des Noes, V. Savin, L. Ros, J.M. Brossier, “Improving the decoding of m-sequences by exploiting their decimation property”, European Signal Processing Conference, Marrakech, MOROCCO, Sept. 2013.

[C37] R. Gerzaguet, L. Ros, J.-M. Brossier, S. Ghandour-Haidar, F. Belvèze, "Self-Adaptive Stochastic Rayleigh Flat Fading Channel Estimation", 18th IEEE international conference on Digital Signal Processing (DSP2013), Santorini, GREECE, July 2013.

[C36] M. Des Noes, V. Savin , J.M. Brossier, L. Ros, "Blind Identification of the Scrambling Code of a Reverse Link CDMA2000 Transmission", IEEE International Conference on Communications (ICC), Budapest, HUNGARY, June 2013.

[C35] M. Des Noes, V. Savin , J.M. Brossier, L. Ros, "Blind Identification of the Uplink Scrambling Code Index of a WCDMA Transmission and Application to Femtocell Networks", IEEE International Conference on Communications (ICC), Budapest, HUNGARY, June 2013.

[C34] H. Shu, L. Ros, E.P. Simon, "Third-order Complex Amplitudes Tracking Loop for Slow Fading Channel Estimation", 19th IEEE International Conference on Telecommunications, Jounieh, LEBANON, April 2012.

[C33] S. Ghandour-Haidar, L. Ros, J.M. Brossier , "Improving the tuning of First-Order Autoregressive Model for the estimation of Amplify and Forward Relay channel", 19th IEEE International Conference on Telecommunications (ICT), Jounieh, LEBANON, April 2012.

[C32] L. Ros, E.P. Simon, "Second-order modeling for Rayleigh flat fading channel estimation with Kalman filter", 17th IEEE international conference on Digital Signal Processing (DSP), Corfu, GREECE, July 2011.

[C31] E.P. Simon, H. Hijazi, L. Ros, "Joint Carrier Frequency Offset and Fast Time-varying Channel Estimation for MIMO-OFDM Systems", IEEE international symposium on Communication Systems, Networks and Digital Signal Processing (CSNDSP'10), Newcastle, UK, July 2010.

[C30] A. Kibangou, L. Ros, C. Siclet, "Doppler estimation and data detection for underwater acoustic ZF-OFDM receiver", IEEE International Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS), UK, Jul. 2010.

[C29] E.P. Simon, H. Hijazi, L. Ros, M. Berbineau, P. Degauque, "Joint Estimation of Carrier Frequency Offset and Channel Complex Gains for OFDM Systems in Fast Time-varying Vehicular Environments", IEEE International Conference on Communications (ICC'2010), Cape Town, SOUTH-AFRICA, May 2010.

[C28] A. Kibangou, C. Siclet, L. Ros, "Joint channel and doppler estimation for multicarrier underwater communications", IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), Dallas, Texas, USA, March 2010.

[C27] L. Ros, H. Hijazi, E.P. Simon, "Paths Complex Gain Tracking Algorithms for OFDM Receiver in Slowly-Varying Channels", IEEE International Symposium on Communications, Control and Signal Processing (ISCCSP), Limassol, CYPRUS, March 2010.

[C26] H. Hijazi, E.P. Simon, M. Lienard, L. Ros, "Channel Estimation for MIMO-OFDM Systems in Fast Time-Varying Environments", IEEE International Symposium on Communications, Control and Signal Processing (ISCCSP), Limassol, CYPRUS, March 2010.

[C25] A. Kibangou, C. Siclet, L. Ros, "ZF OFDM receiver for underwater communications", IEEE International Symposium on Communications, Control and Signal Processing, Limassol, CYPRUS, March 2010.

[C24] J. Vilà-Valls, JM Brossier, L. Ros, "On-line hybrid Cramer-Rao bound for oversampled dynamical phase and frequency offset estimation", IEEE Global Communications Conference, Hawaii, USA, Dec. 2009.

[C23] H. Abeida, J.-M. Brossier, L. Ros, J. Vila-Valls, "An EM algorithm for path delay and complex gain estimation of slowly varying fading channel for CPM signals", IEEE Global Communications Conference (Globecom), Honolulu, Hawaii, USA, Dec. 2009.

[C22] H. Hijazi, L. Ros, "Bayesian Cramer-Rao Bound for OFDM Rapidly Time-varying Channel Complex Gains Estimation", IEEE Global Communications Conference (Globecom), Honolulu, Hawaii, USA, Dec. 2009.

[C21] J. Vilà Valls, J.M. Brossier, L. Ros, "Extended Kalman Filter for Oversampled Dynamical Phase Offset Estimation", IEEE International Communication Conference (ICC'09), Dresden, GERMANY, June 2009.

[C20] H. Hijazi, L. Ros, "OFDM High Speed Channel Complex Gains Estimation Using Kalman Filter and QR-Detector", IEEE International Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS), Reykjavik, ICELAND, Oct. 2008.

[C19] H. Hijazi, L. Ros, "On-line Bayesian Cramer-Rao Bounds for OFDM Slowly Varying Rayleigh Multi-path Channel Estimation", IEEE International Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS), Reykjavik, ICELAND, Oct. 2008.

[C18] J. Vilà Valls, J.M. Brossier, L. Ros, "On-line Bayesian Cramér-Rao Bound for Oversampled Dynamical Phase Offset Estimation", IEEE International Symposium on Communication Control and Signal Processing (ISCCSP'08), St-Julians, MALTA, March 2008.

[C17] H. Hijazi, L. Ros, "Polynomial Estimation of Time-varying Multi-path Gains with ICI Mitigation in OFDM Systems", IEEE International Symposium on Communication Control and Signal Processing (ISCCSP'08), St-Julians, MALTA, March 2008.

[C16] H.Hijazi, L. Ros, "Time-varying complex gains estimation and ICI suppression in OFDM systems" , 50th Globecom conference", Washington, USA, Nov. 2007.

[C15] H. Hijazi, L. Ros, G. Jourdain, "OFDM Channel Parameters Estimation used for ICI Reduction in time-varying Multipath Channels", European Wireless Conference (EW'07), Paris, FRANCE, April 2007.

[C14] Y. Nasser, M. des Noes, L. Ros, G. Jourdain, "Performance analysis of OFDM-CDMA systems with doppler spread", 9th IEEE International Symposium on Wireless Personal Multimedia Communications (WPMC'06), San Diego, USA, Sept. 2006.

[C13] Y. Nasser, M. des Noes, L. Ros, G. Jourdain, "Sensitivity of Multi Carrier 2 Dimensional Spreading Systems to Carrier Phase Noise", 7th IEEE International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC'06), Cannes, FRANCE, July 2006.

[C12] Y. Nasser, M. des Noes, L. Ros, G. Jourdain, " Effect of carrier frequency offset in OFDM-CDMA systems", IEEE International Conference on Communications (ICC), Istanbul, TURKEY, June 2006.

[C11] Y. Nasser, M. des Noes, L. Ros, G. Jourdain, "The effect of clock frequency offset on OFDM-CDMA systems", Symposium on Communications and Vehicular Technology, Enschede, NETHERLANDS, Nov. 2005.

[C10] Y. Nasser, M. des Noes, L. Ros, G. Jourdain, "SINR evaluation of OFDM-CDMA systems with constant timing offset : Asymptotic analysis", in IEEE international symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC), Berlin, GERMANY, Sept. 2005.

[C9] E. Simon, L. Ros, "Adaptive multi-path channel estimation in CDMA based on prefiltering and combination with a linear equalizer", 14th IEEE IST Mobile and Wireless Communications Summit, Dresden GERMANY, June 2005.

[C8] E. Simon, K. Raoof, L. Ros, "Synchronization over rapidly time-varying multi-path channels for CDMA downlink receiver in Time-Division mode", 12th European Signal Processing Conference EUSIPCO, Vienna, AUSTRIA, Sept. 2004.

[C7] E. Simon, K. Raoof, L. Ros, "Optimization of a timing error detector used in Rake receivers", IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology, Darmstadt, GERMANY, Dec. 2003.

[C6] M.A. Khalighi, L. Ros, "A clever combination of transmit symbols to reduce flat fading effect", IEEE International Symposium on Signal Processing and its Application (ISSPA), Paris, FRANCE, June 2003.

[C5] E. Simon, K. Raoof, L. Ros, "Optimization of symbol timing recovery for multi-user DS-CDMA receivers", IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), Hong-Kong,

CHINA, April 2003.

[C4] E. Simon, K. Raoof, L. Ros, "Optimization of a coherent timing-error-detector for multi-user DS-CDMA applications", International Conference on Communications Technology (ICCT), Beijing, CHINA, April 2003.

[C3] L. Ros, G. Jourdain, M. Arndt, "Comparisons of structures for TD-CDMA multi-user detector on the mobile", in 6th International Symposium on Communication Theory and Applications (ISCTA'01), pages 505-510, Ambleside Lake District, UK, July 2001.

[C2] L. Ros, J. Farah, M. Arndt, "Joint linear multi-sensor reception in downlink TD-CDMA", in IEEE 7th International Conference on Electronics, Circuit, and Systems (ICECS'2k), Beirut, LEBANON, Dec. 2000.

[C1] L. Ros, G. Jourdain, M. Arndt, "Multi-sensor reception for TDD-UMTS mobile terminal in indoor and pedestrian environments", in IEEE 11th international symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC'2k), London, UK, Sept. 2000.

3.1.5 Conférences Nationales avec comité de lecture

[N13] Y. Roth, J.B. Doré, L. Ros, V. Berg, "Nouvelle technique de communication pour les réseaux longue portée basse consommation : optimisation et comparaison", Journées scientifiques de l'URSI, Session optimisation et gestion de l'énergie, Rennes, FRANCE, Mars 2016.

[N12] Y. Roth, J.B. Doré, L. Ros, V. Berg, "Turbo-FSK : une nouvelle technique de communication montante pour les réseaux longue portée basse consommation", 25éme colloque GRETSI, Lyon, FRANCE, Sept. 2015.

[N11] R. Gerzaguet, L. Ros, F. Belvèze, J.M. Brossier, "Compensation numérique de spurs multiples avec estimation conjointe des décalages de fréquences dans le contexte OFDM", 25éme colloque GRETSI, Lyon, FRANCE, Sept. 2015.

[N10] R. Gerzaguet, L. Ros, F. Belvèze, J.M. Brossier, "Performances d'un suppresseur numérique adaptatif de spurs dans un terminal Radio-Fréquence multi-standard en présence d'imperfections sur la référence", 24éme colloque GRETSI, Brest, FRANCE, Sept. 2013.

[N9] R. Gerzaguet, L. Ros, F. Belvèze, J.M. Brossier, "Architectures numériques parallèles et successives pour la suppression de spurs multiples dans un terminal radio fréquence multi-standard et performances théoriques", 24éme colloque GRETSI, Brest, FRANCE, Sept. 2013.

[N8] L. Ros, J.M. Brossier, S. Ghandour-Haidar, "Sur l'utilisation des filtres du premier-ordre pour l'estimation d'un canal radio-mobile de Rayleigh à évanouissement plat', 23éme colloque GRETSI, Bordeaux, FRANCE, Sept. 2011.

[N7] H. Hijazi, L. Ros, "Borne de Cramer-Rao Bayésienne associée à l'estimation des gains complexes d'un canal de Rayleigh avec spectre de Jakes pour les récepteurs OFDM à grande mobilité", 22éme colloque GRETSI, Dijon, FRANCE, Sept. 2009.

[N6] H. Hijazi, L. Ros, "Estimation de canal et suppression d'interférence pour les récepteurs OFDM à grande mobilité", 21éme colloque GRETSI, Troyes, FRANCE, Sept. 2007.

[N5] L. Ros, E. Simon, Y. Nasser, "Synchronisation de phase relative aux variations d'un canal à trajets multiples pour un récepteur radio-mobile à modulation linéaire opérant en mode burst", journées d'études SEE «Quels nouveaux défis pour le traitement du Signal», Paris, FRANCE, Juin 2004.

[N4] L. Ros, G. Jourdain, "Structure de réception multi-utilisateur par Recombinaison Indirecte de Trajets en lien descendant CDMA", 19éme colloque GRETSI, Paris, FRANCE, Sept. 2003.

[N3] E. Simon, K. Raoof, L. Ros , "Synchronisation conjointe rythme et phase en CDMA optimisée dans un contexte multi-utilisateur", 19ème colloque GRETSI, Paris, FRANCE, Sept. 2003.

[N2] L. Ros, G. Jourdain, "Réception linéaire multi-capteur pour un terminal radio-mobile UMTS (TDD)", congrès SEE « UMTS, Quelles avancées en Traitement du Signal », Paris, FRANCE, Juin 2002.

[N1] L. Ros, G. Jourdain, M. Arndt, "Egaliseurs linéaires multi-utilisateur adaptatifs en TD-CDMA", 18éme colloque GRETSI sur le traitement du signal et des images, Toulouse, FRANCE, Sept. 2001.

3.2 Notes Techniques et Mémoire de diplôme

Au Laboratoire des Images et des Signaux (LIS), devenu le "Département des Images et des Signaux" (DIS) de Gipsa-lab :

[T11] L. Ros, H. Hijazi, and E.P. Simon, "Complex amplitudes tracking loop for multipath slow fading channel estimation in OFDM systems", Gipsa-lab Research report (Hal-00687821), April 2012.

[T10] J.M. Brossier, L. Ros, H. Abeida, J. Vilà Valls, D. Oueidat, "Contributions du Gipsa-lab au projet ANR LURGA « Localisation d'Urgence Reconfigurable par GALILEO »", Rapport de recherche du Gipsa-lab (Hal-01016579), Janv. 2010.

[T9] M.A. Khalighi, L. Ros, G. Jourdain, "Convergence analysis of turbo-equalizers based on soft-interfence canceller in the case of mismatched noise variance", LIS report $n^0$02/2004, Mai 2004.

[T8] L. Ros, M.A. Khalighi, "Delayed two-streams divison : a diversity technique to improve signal transmission in flat fading channels", LIS report n^0 01/2004, Mai 2004.

[T7] L. Ros, "Réception multi-capteur pour un terminal mobile TDD-UMTS", Rapport LIS, $n^0$08/2001, délivrable pour convention CTI ref : 981B527 avec France-Télécom/R&D, Mai 2000.

A Sodiélec Millau (1995-1999) : rédaction de plusieurs rapports d'études confidentiels référencés à Sodiélec, dont :

[T6] L. Ros, "Activités 1996-98 en modulation-démodulation numérique", Rapport d'activité, 1999.

[T5] L. Ros, "Codage différentiel OQPSK (2xBPSK décalé) avec levée d'ambiguïté sans sur-débit", Rapport d'étude concernant l'équipement modem SMX460, 1997.

[T4] L. Ros, "Récupération « double » porteuse « Costas » pour modem SMX460", Rapport d'étude, 1996.

Au CNET Lannion (1993-1995) : rédaction de notes techniques rédigées et référencées au CNET (devenu France-Télécom R&D, puis Orange-Lab), dont :

[T3] L. Ros, "Spécifications techniques des traitements implantés dans les nouveaux bancs de mesure VLF-LF", note NT/LAB/PTI/88, Juillet 1995.

[T2] L. Ros, "Synthèse de la campagne de mesure de bruit atmosphérique radio-électrique VLF-LF en Martinique, Dakar et Lannion en 1993 et 94", note NT/LAB/PTI/79, Mars 1995.

[T1] L. Ros, "Dépouillement des mesures temporelles de bruit atmosphérique radio-électrique dans la gamme VLF-LF", note NT/LAB/PTI/56, Juin 1994.

Mémoire de thèse de doctorat :

[M1] L. Ros, "Réception multi-capteur pour un terminal radio-mobile dans un système d'accès multiple à répartition par codes. Application au mode TDD de l'UMTS", thèse de doctorat de l'INPG, spécialité Signal, Image, Parole, Télécom, à Grenoble, Déc. 2001.

Deuxième partie

Synthèse des travaux de recherche

Chapitre 4

Introduction aux activités de recherche

Sommaire

4.1 Introduction à la synthèse de mes activités de recherche en traitement du signal pour les communications 33
4.2 Contexte par défaut : canaux de communication radio-mobile 34
4.2.1 Classification des canaux de communications 34
4.2.1.1 Paramètres du système de communication 35
4.2.1.2 Paramètres du canal de propagation 36
4.2.1.3 Canaux de communications : classification et effets 37
4.2.2 Cas particuliers des systèmes à bande minimale et à bande large 38
4.3 Positionnement et plan de la synthèse de mes travaux 40
4.3.1 Répartition selon les types de canaux et systèmes de communication 40
4.3.2 Répartition selon les types de problèmes en traitement du signal et plan de la synthèse des travaux de recherche 42
4.4 Conclusion du chapitre et avertissement 44

4.1 Introduction à la synthèse de mes activités de recherche en traitement du signal pour les communications

Suite à ma thèse soutenue il y a 14 ans, mes activités de recherche se sont poursuivies dans le domaine du traitement du signal et des communications numériques. Pour situer le contexte, on peut reprendre le schéma de base de Claude SHANNON [Shannon 1948], dans lequel une source souhaite transmettre de manière fiable de l'information numérique à un destinataire au travers d'un "canal" qui amène son lot de perturbations ou d'inconnus. Les systèmes de transmissions que nous avons considérés principalement utilisent des ondes radio-électriques avec émetteurs ou/et récepteurs mobiles. Les perturbations du canal de communication de tels systèmes peuvent être dues au phénomène d'échos, à l'effet Doppler et aux évolutions dynamiques, aux bruits aléatoires additifs et interférences, aux limitations en bande passante, en puissance ou en rapport signal à bruit ... Afin de restituer au mieux l'information numérique, le récepteur a en général besoin préliminairement de disposer d'une connaissance précise du canal ou de ses paramètres (amplitudes, phases, retards, décalages de fréquences ou Doppler, ...).

La plus grande partie de mes travaux s'est intéressée à la tâche d' "estimation de canal" opérée par le récepteur, et plus précisément à l'estimation des paramètres de ce canal. Un sous-ensemble de ces travaux s'est limité à la tâche de "synchronisation", consistant à estimer ou/et compenser les paramètres du canal utiles à la synchronisation du récepteur (retard, phase, décalage de fréquence porteuse ou d'horloge).

Différentes méthodes ou outils d'analyse ont été développés selon que les paramètres du canal étaient considérés constants ou dynamiques, avec alors des variations temporelles déterministes ou aléatoires. En dehors des premiers travaux post-thèses sur les récepteurs CDMA, nous avons le plus souvent supposé des variations temporelles aléatoires avec une certaine information à priori, comme la connaissance totale ou partielle de la loi de probabilité des paramètres ou processus stochastiques à estimer. On a donc affaire à de l'estimation Bayésienne. Nous avons développé des estimateurs et étudié leurs performances en variance asymptotique, en les comparant aux bornes minimales (bornes de Cramér-Rao).

Quelques autres travaux ont cherché à utiliser la connaissance ou l'estimation de ce "canal" et du schéma d'émission, afin de poursuivre le travail du récepteur dans sa quête à restituer au mieux ou avec une complexité raisonnable le message d'information (tâches de "détection" ou d' "égalisation"). Egalement, quelques travaux ont cherché à proposer et étudier des schémas d'émission / réception robustes pour certains scénarios de canal.

Nous allons donner une brève description des "canaux de communication" et de leurs problèmes potentiels, avant de positionner nos différents travaux en terme de type de canal considéré, puis d'énoncer la répartition en thèmes de nos travaux, ce qui constituera le plan de la synthèse des activités de recherche.

4.2 Contexte par défaut : canaux de communication radio-mobile

4.2.1 Classification des canaux de communications

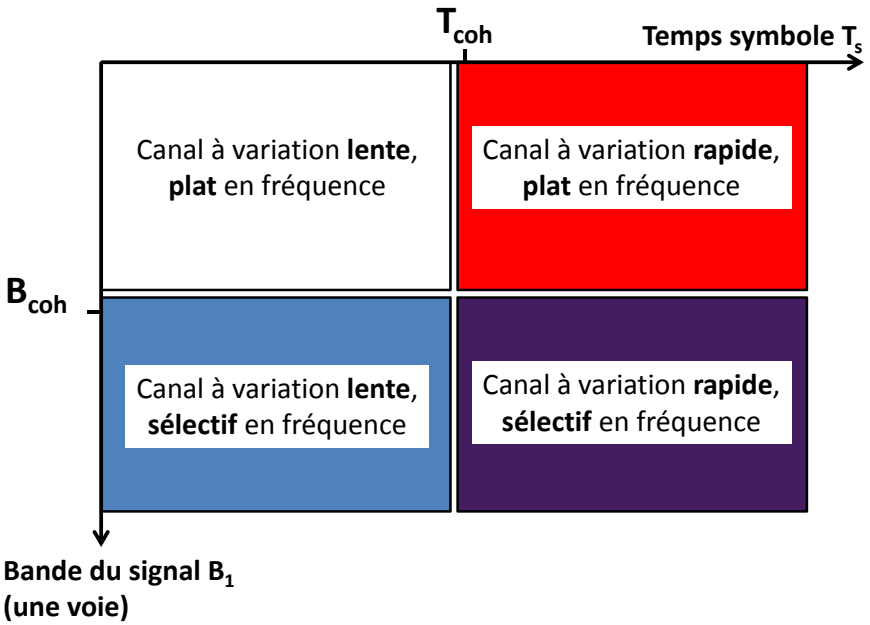


FIGURE 4.1 – Classification des ***canaux*** de ***communication*** en 4 classes selon comment apparait le ***canal*** *de propagation* de Bande de cohérence B_{coh} et Temps de cohérence T_{coh} pour un *système de* ***communication*** de débit symbole $D_s = 1/T_s$ et bande B_1 (pour 1 voie).

L'appellation "canal de communication" suppose l'association d'un système de communication (facteur humain) et d'un canal de propagation (facteur physique). Nous allons rappeler la classification habituelle [Proakis 1995] des "canaux de communication" en 4 classes, présentée figure 4.1. Cette classification dépend de la comparaison de 4 paramètres, dont 2 sont issus du système de communication (le temps symbole T_s et la bande B_1) et deux sont issus du canal de propagation (le temps de cohérence T_{coh} et la bande de cohérence B_{coh}). Pour un canal de propagation donné, le choix des 2 paramètres systèmes positionne le canal de communication en une des 4 classes, et conditionne aussi pour une grande part le type d'effets subit par le système de communication, comme nous le présenterons en figure 4.2, ainsi que dans la table 4.1 pour les cas des systèmes à bande minimale (systèmes les plus courants) et des systèmes à bande large, ces 2 cas couvrant la majorité de nos travaux.

4.2.1.1 Paramètres du système de communication

Le système de communication émet un signal équivalent en bande de base, $x(t)$, éventuellement constitué de la somme de plusieurs signaux dans le cas de K voies de communication, soit $x(t) = \sum_{k=1}^{K} x_k(t)$. Les paramètres qui nous intéressent ici sont :

- ✓ la bande B_1 occupée par le signal de communication d'une voie, x_k, après passage sur porteuse. Dans nos travaux, on peut supposer que chaque voie k utilise une même largeur de bande B_1 (mais pas forcément à la même position fréquentielle).

- ✓ le temps symbole T_s, qui correspond pour 1 voie donnée à l'intervalle de temps entre les émission de 2 signaux porteurs d'information. Il correspond à l'inverse de la rapidité de modulation ou débit symbole de chaque voie, noté $D_s = 1/T_s$.

Le signal de la voie k est ainsi construit selon $x_k(t) = \sum_{m=0}^{+\infty} x_{k[m]}(t - mT_s)$, où $x_{k[m]}(t)$ est le signal de la voie k à émettre à l'instant $m.T_s$, et $m \in Z$ est l'indice symbole. Ce signal est choisi dans un dictionnaire de M signaux, qui définit le type de modulation. Dans le cas des modulations linéaires (multi-voie), largement majoritaires dans mes travaux, le dictionnaire des signaux de chaque voie k est construit à partir d'une même forme d'onde $\phi_k(t)$, pondérée par un symbole d'information M-aire $a_{k[m]}$, soit après normalisation, $x_{k[m]}(t) = T_s.a_{k[m]}.\phi_k(t)$.

Nous savons d'après le critère de Nyquist (établi pour un canal mono-trajet et une modulation linéaire), qu'il faut que la largeur de bande d'une voie B_1 soit supérieure ou égale à une bande minimale B_{min}, sans quoi le système souffrira obligatoirement de la présence d'Interférence Entre Symboles successifs, IES. Cette bande minimum correspond au débit symbole, soit $B_{min} = 1/T_s$. Un autre type d'interférence qui peut exister dans un système multi-voie, est l'interférence entre voies, IEV. Pour un canal mono-trajet et un récepteur opérant par produit scalaire avec le forme d'onde désirée, l'IEV pourra être évitée en utilisant des formes d'ondes orthogonales pour les différentes voies.

Les deux types de systèmes de communication à modulation linéaire multi-voie que nous avons le plus utilisés sont basés sur la technique CDMA pour l'un, et sur la modulation OFDM pour l'autre. Le système CDMA est une technologie large-bande où chacune des voies utilise déjà la bande totale du système B, soit $B_1 \approx B$, alors qu'en OFDM la bande d'une voie (ou sous-porteuse) est relativement étroite, soit $B_1 \approx B/K \approx B_{min}$ (en considérant la moitié du lobe principal de la densité spectrale de puissance d'une voie pour B_1). Nous avons réalisé un travail de formalisation par forme d'ondes et d'illustration de ces deux techniques dans l'article [R3] joint en annexe.

4.2.1.2 Paramètres du canal de propagation

Le signal de communication réel émis sur fréquence porteuse f_0 est $x_{RF}(t) = \Re\{x(t) \times exp(j2\pi f_0 t)\}$. Le canal de propagation relie les signaux émis et reçus. On peut le représenter en bande de base, afin de modéliser le lien entre les signaux (complexes) en bande de base à l'émission, $x(t)$, et après retour en bande de base à la réception, $r(t)$. Il est modélisé comme un filtre linéaire, éventuellement variable au cours du temps t (en raison de la mobilité de l'émetteur, du récepteur, ou de l'environnement) de réponse impulsionnelle (R.I.) $h(\tau, t)$. Pour un canal invariant au cours du temps, $h(\tau)$, la relation entrée/sortie (au bruit près $n(t)$) consisterait en un produit de convolution (noté " * "), selon $r(t) = (h * x)(t) + n(t)$. La relation se complique dans le cas où la R.I. évolue au cours du temps. Dans ce manuscrit, nous considèrerons la plupart du temps un canal à trajets multiples, dont la R.I. court-terme $h(\tau, t)$ et le signal de sortie $r(t)$ sont décrits par :

$$h(\tau, t) = \sum_{l=1}^{L} \alpha_l(t)\delta(\tau - \tau_l) \qquad \text{et} \qquad r(t) = \sum_{l=1}^{L} \alpha_l(t)x(t - \tau_l) \tag{4.1}$$

où les retards τ_l sont ordonnés en ordre croissant pour $l = 1, ..., L$. Les amplitudes complexes sont notées $\alpha_l(t) = \rho_l(t).e^{j\theta_l(t)}$. Il existe différentes manières de caractériser les variations temporelles du canal (ou seulement les variations de ses amplitudes complexes). La plupart du temps, cela se fait dans le cadre établi il y a une cinquantaine d'années par P.A BELLO [Bello 1963], en supposant des variations temporelles de la R.I. aléatoires, sous les hypothèses WSS-US (stationnarité au second ordre, diffuseurs non corrélés). Pour un canal à trajets, il suffit alors de définir la loi de probabilité, ainsi que la fonction de corrélation des amplitudes complexes $\alpha_l(t)$, notée $R_{\alpha_l}(t)$, ou sa transformée de Fourier vis à vis de t, appelée spectre Doppler (ou Densité Spectrale de Puissance) de $\alpha_l(t)$, noté $\Gamma_{\alpha_l}(\nu)$. Le plus souvent, la loi de probabilité retenue en présence de nombreux diffuseurs est, en vertu du théorème central limite, la loi Normale (complexe) centrée (modèle de Rayleigh pour le module $|\alpha_l(t)|$) ou non centrée (modèle de Rice pour le module $|\alpha_l(t)|$). Et la forme du spectre Doppler, en supposant un rayonnement isotrope, a une forme en U (spectre de Jakes, obtenue avec une géométrie en 2 dimensions), ou bien est uniforme (géométrie en 3 dimensions). Nous reviendrons sur ces modèles (plus détaillés en section 6.2.1.2) lorsque nécessaire. Mais en ce qui concerne la classification des canaux, nous avons besoin seulement du couple de paramètres macroscopiques (B_{coh}, T_{coh}) ou d'un couple équivalent comme ($\Delta\tau$, f_d), où :

- ✓ la bande de cohérence B_{coh} : indique le support de corrélation en fréquence statique Δf du canal (support de la fonction d'auto-corrélation temps-fréquence $E\{H(f,t) \times H^*(f - \Delta f, t - \Delta t)\}$, où $H(f,t) = TF_\tau\{h(\tau, t)\}$ est la fonction de transfert du canal à la date t). En vertu des propriétés de la TF, la bande de cohérence est liée à l'inverse de la durée des échos ou "delay spread" en anglais, $\Delta\tau = \tau_L - \tau_1$. On considèrera dans ce manuscrit que $B_{coh} = 1/\Delta\tau$, cette définition étant aussi valable pour un canal constant ou déterministe. De manière pratique, la fonction de transfert du canal $H(f, .)$ est à peu près plate sur une bande $B_1 \leq B_{coh}/100$;

- ✓ le temps de cohérence T_{coh} : indique le support de corrélation temporel du canal (support en temps Δt de la fonction d'auto-corrélation temps-fréquence du canal). On considèrera dans ce manuscrit que $T_{coh} = 1/f_d$, où f_d est l'étalement Doppler (support mono-latéral du spectre Doppler $\Gamma_{\alpha_l}(\nu)$). Dans le cas d'un émetteur fixe et d'un récepteur à la vitesse v_m, on a $f_d = \frac{v_m}{c}.f_0$, où $c = 3.10^8$ m/sec est la célérité de l'onde, et f_0 est la fréquence porteuse. De manière pratique, on peut dire que le canal est à peu près invariant en temps sur une durée $\Delta t \leq T_{coh}/100$.

Ces 2 paramètres sont liées à la physique et dépendent de l'environnement (géométrie du lieu, puissance émise, fréquence porteuse).

Cas du canal "underspread" : la quasi-totalité des communications radio se font sur des canaux de propagation dit "underspread", c'est à dire dont les 2 paramètres physiques vérifient :

$$B_{coh} \times T_{coh} \gg 1. \tag{4.2}$$

Cette hypothèse de canal "underspread" est une condition favorable pour la transmission. Elle revient à dire que l'évolution du canal est lente vis à vis de la durée des échos, puisque $T_{coh} \gg \Delta\tau = \frac{1}{B_{coh}}$. Ou de manière équivalente, on peut dire aussi que la modulation parasite du canal (caractérisée par l'étalement Doppler f_d) est faible comparée à sa bande de cohérence B_{coh}, soit $f_d \ll B_{coh}$.

4.2.1.3 Canaux de communications : classification et effets

Classification : selon comment sont choisis les 2 paramètres du système de communication (temps symbole T_s et bande B_1) en comparaison aux 2 paramètres physiques qui dépendent de l'environnement (T_{coh} et B_{coh}), on obtient la classification du canal de communication présentée figure 4.1, selon 4 zones (en omettant les zones intermédiaires pour simplifier). Cette classification indique finalement comment apparait le canal de propagation à l'échelle du système, selon 2 caractères :

- ✓ Variation temporelle : à l'échelle du temps symbole T_s du système, le canal apparait
  - "lent" si $T_s \ll T_{coh}$,
  - "rapide" sinon (disons pour $T_s \geq T_{coh}/10$).
- ✓ Allure fréquentielle : à l'échelle de la bande B_1 d'une voie du système, le canal apparait
  - "plat" en fréquence si $B_1 \ll B_{coh}$,
  - "sélectif" en fréquence sinon (disons pour $B_1 \geq B_{coh}/10$).

Effets et conséquences possibles : pour traiter des effets et conséquences (négatives ou positives) des canaux sur la communication, on affinera les 4 classes précédentes de canaux de communications issus des caractères (tous binaires, en simplifiant) "variation temporelle" et "allure fréquentielle", en les subdivisant encore par le caractère "IES". On peut alors avoir 8 zones disjointes possibles dans le plan (T_s, B_1), mais seulement 7 pour les canaux "underspread" comme présenté sur la figure 4.2. Cette figure tente de résumer les effets du canal sur le signal de communication, à partir de la présence ou l'absence des 3 phénomènes suivants :

- ✓ "Distorsion fréquentielle" (si le canal de communication est "sélectif en fréquence").
  Aspect négatif : le phénomène d'échos ($\Delta\tau \neq 0$) peut entrainer la perte d'orthogonalité des signaux si plusieurs voies de communication (IEV),
  Aspect positif : diversité fréquentielle ou de trajets.
- ✓ "Distorsion temporelle" (si le canal de communication est à "variation rapide").
  Aspect négatif : la modulation parasite ($f_d \neq 0$) peut entrainer la perte d'orthogonalité si plusieurs voies de communication (IEV), et rend difficile l'estimation du canal/synchronisation,
  Aspect positif : diversité temporelle.
- ✓ Interférences Entre Symboles successifs (IES) : perturbation additive de la variable de décision par des termes provenant des signaux des symboles précédents. Un système sera potentiellement confronté à la présence d'IES si l'on a l'une ou l'autre (ou les deux) conditions :
  1. $B_1 < B_{min}$ avec par définition $B_{min} = 1/T_s$: car alors le critère de Nyquist ne peut pas être satisfait même pour le cas le plus simple d'un canal mono-trajet ($\Delta\tau = 0$).
  2. $T_s \leq$ ou $\approx \Delta\tau$: en effet, pour un canal à étalement des retards $\Delta\tau \neq 0$, on pourra être complètement assuré d'une IES négligeable seulement si l'intervalle de temps entre l'émission des signaux est grand devant la durée des échos ($T_s \gg \Delta\tau$).

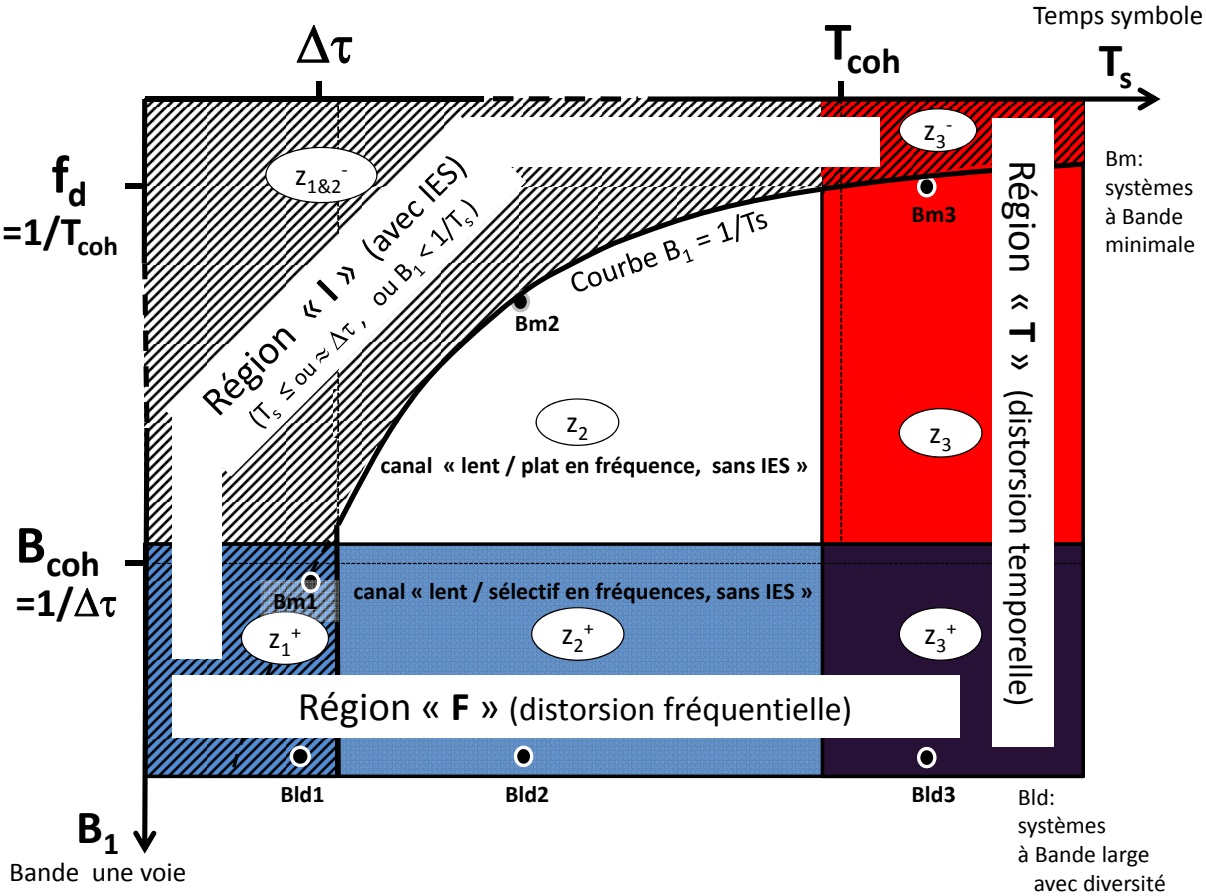


FIGURE 4.2 – Effets d'un canal de *propagation* "underspread" ($\Delta\tau = 1/B_{coh} \ll T_{coh}$) sur un *système* de communication selon les choix du temps symbole T_s et de la bande d'une voie B_1. Classification des effets selon 3 caractères : "T" pour distorsion temporelle (canal rapide à l'échelle de T_s), "F" pour distorsion fréquentielle (canal sélectif en fréquence à l'échelle de B_1), "I" pour présence d'IES.

(Légende annexe à la figure : à partir de la présence ou l'absence des 3 phénomènes T, F, I, on peut partitionner le plan complet Ω en 7 zones élémentaires disjointes $\Omega = \{z^-_{1\&2}, z_1^+, z_2, z_2^+, z_3^-, z_3, z_3^+\}$, telles que en utilisant les notations des ensembles : $z^-_{1\&2} = I \cap \overline{T} \cap \overline{F}$, $z_1^+ = I \cap F$, $z_2 = \overline{I} \cap \overline{T} \cap \overline{F}$, $z_2^+ = \overline{I} \cap \overline{T} \cap F$, $z_3^- = I \cap T$, $z_3 = \overline{I} \cap T \cap \overline{F}$, $z_3^+ = T \cap F$).

La zone du plan T_s-B_1 la plus utilisée pour communiquer est la zone pour laquelle les 3 effets précédents sont absents, avec donc un canal de communication lent, plat en fréquence, et sans effet d'IES, notée zone z_2 sur la figure 4.2. Cependant la zone z_2^+, pour laquelle le canal de communication est lent mais sélectif en fréquence et toujours sans effet d'IES, peut aussi être recherchée. Cela n'est possible que si on travaille avec une large-bande B_1 comparée à B_{min}.

4.2.2 Cas particuliers des systèmes à bande minimale et à bande large

La table 4.1 synthétise, selon le choix du temps symbole T_s (3 plages possibles relativement au $\Delta\tau$ et T_{coh} d'un canal "underspread"), la classe de canal de communication rencontrée ainsi que ses effets, pour le cas particulier de 2 types de systèmes à modulation linéaire couvrant la plus grande partie de nos travaux : les systèmes à bande minimale (Bm), et les systèmes à large bande et diversité (Bld). Les points de fonctionnement de ces systèmes (notés Bm1, Bm2, Bm3 et Bld1, Bld2, Bld3, le numéro indiquant la plage de T_s) ont été reportés dans les zones du plan T_s-B_1 de la figure 4.2.

Systèmes à bande minimale : systèmes majoritaires, utilisant une bande B_1 égale ou légèrement supérieure (excès de bande typique $\leq 50\%$) à la bande minimale découlant du critère de Nyquist, $B_{min} = 1/T_s$. Dans le plan T_s-B_1 d'un canal "underspread", les points de fonctionnement se situent ainsi au voisinage de la courbe d'équation $B_1 = 1/T_s$. Pour un système à bande minimale opérant avec des filtres émissions / réceptions standards (filtres 1/2-Nyquist), la condition d' "absence d'IES" revient à avoir un canal de communication "plat en fréquence" (si $B_1 = \frac{1}{T_s}$, alors $T_s \gg \Delta\tau \Leftrightarrow B_1 \ll B_{coh}$). "Sélectivité en fréquence" devient ainsi dans ce cas synonyme de "présence d'IES" [1].

Systèmes à bande large : systèmes utilisant une bande B_1 large comparée à la bande minimale $B_{min} = 1/T_s$ découlant du critère de Nyquist, soit $B_1 \gg 1/T_s$. Les systèmes à étalement de spectre et CDMA entrent dans cette catégorie. Si de plus la bande est assez large pour rendre le canal de communication "sélectif en fréquence" (avec condition supplémentaire $B_1 \geq B_{coh}$) et amener ainsi de la diversité de fréquence, on parlera de "système à bande large et diversité" (Bld). Contrairement aux systèmes à bande minimale, "sélectivité en fréquence" n'est plus synonyme de "présence d'IES". En effet, la largeur de la bande B_1 n'est plus contrainte par le choix du temps symbole T_s. On pourra ainsi choisir à la fois $T_s \gg \Delta\tau$ (équivalent à $B_{coh} \gg B_{min}$) pour éviter l'IES, et une bande B_1 amenant à un canal de communication "sélectif en fréquence" (si $B_1 \geq B_{coh} \gg B_{min}$, amenant aux zones z_3 et z_3+) ou "plat en fréquence" (si B_1 choisi tel que $B_{coh} \gg B_1 \geq B_{min}$, amenant aux zones z_2 et z_3).

	1ère plage T_s : $T_s \leq \Delta\tau$ $(\ll T_{coh})$	2ème plage T_s : $\Delta\tau \ll T_s \ll T_{coh}$	3ème plage T_s : $(10\Delta\tau \leq)$ $T_{coh}/10 \leq T_s$
	canal de com. : ✓ à variation temporelle **lente**		✓ à variation **rapide**
Bande minimale $B_1 \approx D_s$ $(B_1 \in [D_s; 1.5D_s])$	✓ **sélectif** en fréquence *(système Bm1)* − forte IES − distorsion fréquentielle	✓ **plat** en fréquence $(\Leftrightarrow B_1 \ll B_{coh})$ *(système Bm2)* + pas d'IES ni distorsion, − pas de diversité	✓ **plat** en fréquence *(système Bm3)* + pas d'IES, − distorsion temporelle
Bande large $B_1 \gg D_s$ et diversité $B_1 \geq B_{coh} \overset{\text{def}}{=} \frac{1}{\Delta\tau}$	✓ **très sélectif** en fréq. $(\Leftrightarrow B_1 \gg B_{coh})$ *(système Bld1)* − IES possible, − distorsion fréquentielle	✓ **sélectif** en fréq. $B_1 \geq B_{coh}$ $(\gg D_s)$ *(système Bld2)* + pas d'IES, − distorsion fréquentielle	✓ **sélectif** en fréq. $B_1 \geq B_{coh}$ $(\geq 10D_s)$ *(système Bld3)* + pas d'IES, − distorsion temp. et fréq.
	+ diversité fréquentielle ou de trajets (séparabilité grâce à la résolution temporelle) − mauvaise efficacité spectrale (si 1 seule voie)		

TABLE 4.1 – Classe de canal ("*underspread*") de communication *(selon lent/rapide en temps et plat/sélectif en fréquence)* et inconvénients (−)/avantages (+) selon la plage de temps symbole choisie, pour des systèmes de communication à bande minimale et à bande large (et diversité).

1. On note aussi que pour un système à bande minimale, un canal de communication "underspread" et "rapide" sera plat en fréquence et sans IES (si $B_1 = \frac{1}{T_s}$, alors $\Delta\tau \ll T_{coh} \leq T_s \Rightarrow B_1 \ll B_{coh}$). Le système Bm3 est ainsi dans la zone z_3 (en rouge) et non dans la zone z_3^+ (en violet) sur la figure 4.2.

4.3 Positionnement et plan de la synthèse de mes travaux

Je vais maintenant présenter comment mes travaux de recherche et les différentes thèses co-encadrées s'articulent, d'abord en terme de types de canaux et systèmes de communications traités, puis en terme de catégorie de problème en traitement du signal. Cela me permettra de dégager le plan de la synthèse des travaux.

4.3.1 Répartition selon les types de canaux et systèmes de communication

La table 4.2 positionne chacun de nos travaux parmi les 4 classes de canaux de communication et les 2 types de systèmes (bande minimale et bande large). Cela constitue nos différents *scénarios*, sachant que les problèmes potentiels et forces liés aux différents scénarios viennent d'être rappelés.

La majorité des travaux a été menée pour **la classe des canaux de communication lents et plats en fréquence**, avec des systèmes ne souffrant pas du problème d'IES (zone z_2 du plan T_s-B_1 de la figure 4.2). A l'exception de la thèse de Jordi Vilà-Valls qui traitait d'estimation de canal pour un **système satellite large bande** ($B_1 \gg B_{min}$), les travaux de cette classe de canal considéraient des **systèmes à bande minimale** (point de fonctionnement Bm2 de la zone z_2). Ce scénario de transmission est le plus souvent recherché en pratique, car favorisant l'absence d'interférence et la simplicité du récepteur, tout en ayant une bonne efficacité spectrale. Il est souvent atteint grâce à la technique multi-porteuse OFDM qui permet de convertir un canal large-bande sélectif en fréquence en de multiples canaux plats en fréquence pour chacune des voies. Une bonne partie de nos travaux attachés à ce scénario a tourné autour de l'estimation de canal (deuxième partie de la liste dans la table 4.2), un canal pouvant être constitué d'un lien ou d'une cascade de plusieurs liens émission/réception. Quelques autres travaux (première partie de la liste) ont consisté à proposer des schémas de transmission. Le premier schéma était destiné à apporter de la diversité de modulation pour lutter contre le phénomène de "fading" (évanouissements et forte dispersion de la puissance instantanée reçue au cours du temps) très présent dans ce scénario, à cause de l'absence de diversité fréquentielle. Le deuxième schéma cherchait une flexibilité d'accès multiple au canal en combinant techniques CDMA et OFDM (ce schéma peut d'ailleurs, selon ces paramètres, explorer d'autres zones que z_2 ou devenir large-bande). Enfin, le dernier schéma a pour vocation de travailler à puissance de réception proche des bornes minimales énoncées par la théorie de l'information.

Une autre catégorie de travaux a considéré **la classe des canaux de communication lents mais sélectifs en fréquence** (zone z_2^+, voire z_1^+ dans le plan T_s-B_1), par l'intermédiaire des **systèmes large-bande** à étalement de spectre et à accès multiple CDMA, suite à mes travaux de thèse. Dans ce scénario, on rencontre des problèmes d'interférence entre voies des différents utilisateurs, l'orthogonalité entre les formes d'ondes pouvant être brisée par la distorsion fréquentielle du canal de communication. Essentiellement des travaux d'égalisation et de synchronisation ont été mené dans ce scénario.

Enfin, une dernière catégorie de travaux a été réalisée dans **la classe des canaux de communication rapides et plats en fréquence**, par l'intermédiaire de la technique multi-porteuse OFDM qui opère **à bande minimale**. Ici, le temps de cohérence du canal T_{coh} n'est pas assez grand vis à vis de la durée des échos $\Delta\tau$ (*i.e.* canal pas suffisamment "underspread") pour permettre un temps symbole T_s assurant à la fois l'absence d'IES ($T_s \gg \Delta\tau$) et un canal lentement variable à l'échelle de T_s, à cause des fréquences porteuses ou des vitesses de mobiles trop élevées. On travaille ici plutôt avec $T_s \geq T_{coh}/10$, ce qui provoque des distorsions temporelles des formes d'ondes transmises. Cette distorsion temporelle du canal peut provoquer la perte d'orthogonalité entre les formes d'ondes des différentes voies, et se pose alors le problème d'interférence entre voies (sous-porteuses).

canal de com. :	à variation temporelle **lente** ($T_s \ll T_{coh}$)	à variation **rapide** ($T_s \geq T_{coh}/10$)
plat en fréquence (pour 1 porteuse mais sélectif pour signal global multi-porteuse) ($B_1 \ll B_{coh}$)	*Systèmes à bande minimale* (Bm2) • technique de diversité de trans. : *avec A. Khalighi [R4]* • schémas d'accès OFDM-CDMA : *thèse Y. Nasser [R6, R13]* • trans. à faible puissance reçue : *thèse Y. Roth [C43]* • boucle de poursuite (type PLL) des amplitudes complexes (CATL) des trajets en OFDM (2nd ordre) : *avec H. Hijazi/E. Simon [R19, C27]* • liens entre Kalman asymptotique et boucles de poursuite CATL : *avec E. Simon [C32]* puis extensions (3ème ordre) : *thèse H. Shu [R18, R20, R21, R23]* • estimation de canal multi-bond : *thèse S. Ghandour [R16, C33/39]* • réduction d'auto-interférences dans terminal multi-standard *thèse R. Gerzaguet [R22, R24]* *Système à bande large sans diversité* (z_2) • estimation fractionnée de canal satellite à fort excès de bande : *thèse J. Vilà-Valls [R12, R15]*	*Syst. à bande min.* (Bm3) • estimation canal rapide multi-trajet en OFDM et réduction d'interférence entre sous-porteuses due à l'effet Doppler : *thèse H. Hijazi [R7→R11]* • + estimation conjointe de l'offset de fréquence : *avec E. Simon [R14, R17]* • trans. multi-porteuse en Acoustique Sous-Marine *avec C. Siclet puis postdoc A. Kibangou [C25/28/30]*
sélectif en fréquence ($B_1 \geq$ ou $\approx B_{coh}$)	*Système à bande large et diversité* (Bld) *en étalement de spectre-CDMA* • égalisation (trajets, utilisateurs) : *suite à ma thèse [R1, R3, B1, L1]* • synchronisation phase/retard : *thèse E. Simon [R2, R5]* • détection séq. pseudo-aléatoires : *thèse M. Des Noes [C35/36/38/42]*	

TABLE 4.2 – Répartition de mes principaux travaux de recherche et thèses accompagnées selon les classes de canaux de communication (lent/rapide en temps, plat/sélectif en fréquence), en précisant le type de largeur de bande du système (bande min/large sans ou avec diversité).

4.3.2 Répartition selon les types de problèmes en traitement du signal et plan de la synthèse des travaux de recherche

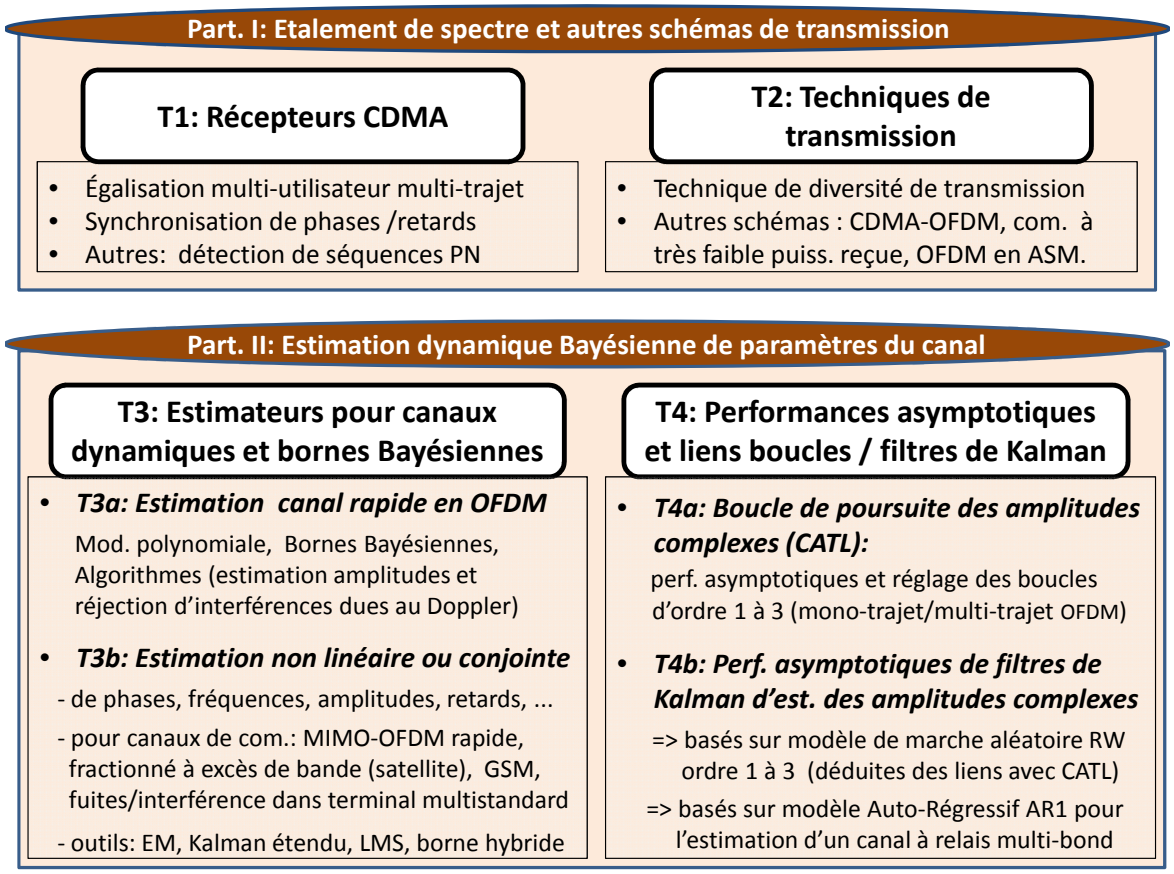


FIGURE 4.3 – Plan de mes travaux de recherche selon 2 parties ou 4 thèmes principaux.

Le plan de la synthèse de mes travaux ne va pas suivre directement la répartition selon les scénarios de transmission qui vient d'être présentée, mais va plutôt mettre en avant les différents types de problèmes abordés ou méthodologies du point de vue du traitement du signal. Le plan de la synthèse selon 2 parties, chacune composée de 2 thèmes principaux, est présenté figure 4.3. La figure 4.4 précise quand à elle les collègues ou étudiants en thèse avec qui ont été menés les travaux des différents thèmes.

Ainsi la première partie intitulée "étalement de spectre et autres schémas de transmission", se focalisera beaucoup sur le problème de la détection (décision concernant les symboles transmis) en jouant sur les schémas de réception ou d'émission / réception. On utilisera ainsi les outils généraux de la détection pour optimiser les récepteurs vis à vis de divers critères (minimisations de probabilité d'erreur, d'erreur quadratique moyenne, ...), sous contrainte de structure (linéaire, imposée selon ...) ou sans contrainte (structure libre). Concernant les problèmes d'estimation rencontrés dans cette partie, ils seront limités au niveau de l'étude théorique, à des hypothèses de paramètres fixes ou déterministes.

Le premier thème (T1) de cette partie englobera tous les travaux concernant les récepteurs pour les signaux à spectre étalé des systèmes d'accès multiple à répartition par codes (CDMA). On a ainsi des systèmes large-bande à fort pouvoir de résolution temporelle et diversité fréquentielle, amenant des degrés de liberté supplémentaires par rapport aux systèmes à bande minimale. On a cherché à exploiter ces spécificités pour mener les tâches d'égalisation et synchronisation en présence de trajets multiples

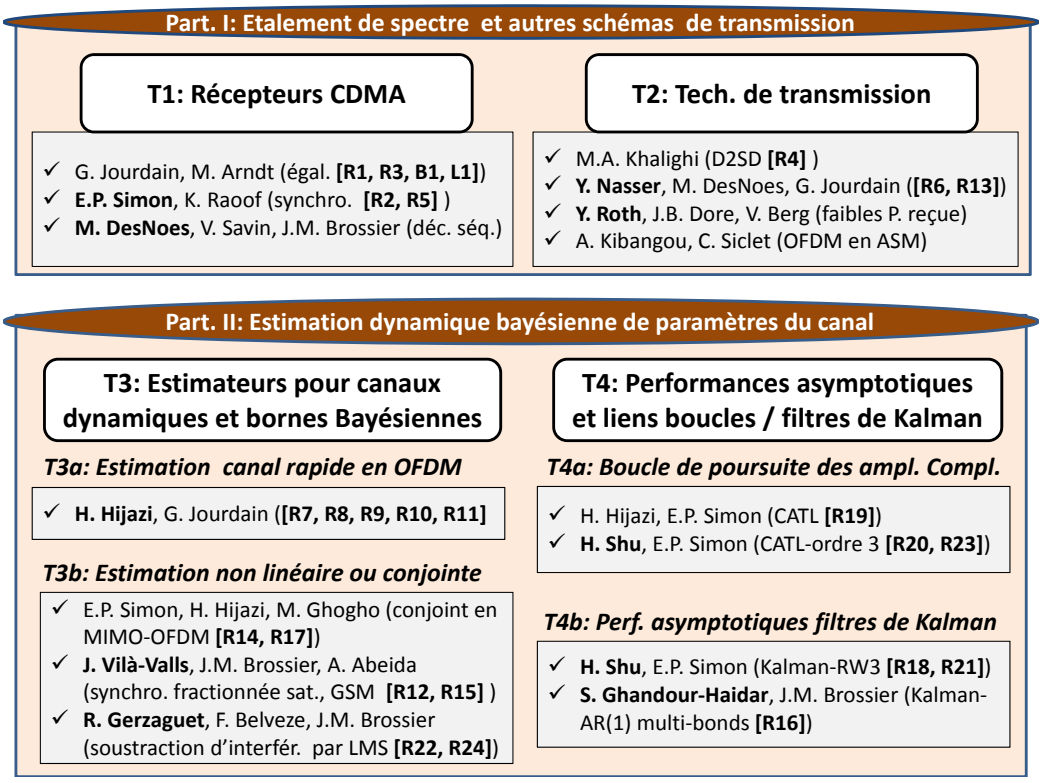


FIGURE 4.4 – Collègues avec qui ont été menés les différents thèmes de recherche.
Légende : un "✓" par sous-thème (ou sous-sous-thème), les noms **en gras** sont ceux des collègues alors étudiants en thèse durant le développement des travaux en question.

et d'utilisateurs multiples, afin par exemple d'avoir des détecteurs efficaces mais plus simples que les récepteurs à maximum de vraisemblance.

Le deuxième thème (T2) de cette première partie a regroupé tous les travaux concernant les "techniques de transmission" en vue d'obtenir des schémas d'émission/réception bien adaptés au contexte visé : techniques de diversité pour lutter contre le canal "flat fading", techniques CDMA-OFDM pour un accès multiple flexible, communications à puissance et énergie par bit proche des bornes minimales énoncées par la théorie de l'information pour un canal BBAG, ...

La seconde partie sera elle consacrée à l' "estimation dynamique Bayésienne de paramètres du canal". Comme son nom l'indique, on s'intéressera ici essentiellement au problème d'estimation (d'amplitudes complexes, phases, retards, décalages de fréquences, ...) en supposant qu'au moins une partie des paramètres à estimer exhibe des variations temporelles aléatoires selon une certaine loi et des propriétés statistiques à priori.

Le premier thème (T3) de cette seconde partie, intitulée "estimateurs pour canaux dynamiques et bornes Bayésiennes" proposera des estimateurs pour différents scénarios et modèles de travail relativement complexes. La complexité des modèles est due à la distorsion temporelle dans le sous-thème T3a, et à la présence de paramètres multiples ou/et de non linéarités dans le sous-thème T3b. Ces modèles et problèmes d'estimation sont tirés d'applications diverses dédiées aux récepteurs MIMO-OFDM à forte mobilité, aux récepteurs à fort excès de bande (type satellite), aux récepteurs GSM, ainsi qu'aux terminaux reconfigurables multi-standards soumis à des auto-interférences.

Le deuxième thème (T4) de cette seconde partie est intitulé "performances asymptotiques et liens

entre boucles de poursuite et filtres de Kalman pour l'estimation des amplitudes complexes du canal". Ce thème se focalise sur un problème d'estimation paramétrique (scalaire ou vectoriel) plus simple que les précédents, découlant d'un modèle d'observation linéaire vis à vis des paramètres à estimer (les amplitudes complexes d'un canal à évolution lente). Notre objectif ici était d'aboutir à des formules analytiques relativement simples et utilisables pour décrire les performances approchées et le réglage des estimateurs. Cela a été fait au départ (sous-thème T4a) pour des estimateurs de faible complexité basés sur des structures imposées proches des boucles à verrouillage de phase numériques, que nous avons dénommés CATL ("Complex Amplitude Tracking Loop"). Puis étant donné les relations de passage que nous avons établis entre ces estimateurs CATL et certains filtres de Kalman (en particulier ceux basés sur des modèles dynamique de type marche aléatoire ou "Random Walk") en mode de poursuite, l'adaptation des travaux précédents a également permis d'établir les formules approchées de performances asymptotiques et réglage de ces filtres de Kalman (sous-thème T4b).

4.4 Conclusion du chapitre et avertissement

Dans la suite, le document va être organisé selon le plan qui vient d'être présenté figure 4.3. Le chapitre "Etalement de spectre et autres schémas de transmission" va résumer la première partie des travaux, dont la plupart ont été menés dans la période d'après thèse, alors que la seconde partie des travaux, présentée dans le chapitre "Estimation dynamique Bayésienne de paramètres du canal", consiste globalement en des travaux plus récents, et plus importants en volume. L'ensemble des travaux a été publié au travers de plus de 80 articles de journaux ou de conférences, et a été mené avec une quinzaine de collègues ou/et au travers du co-encadrement officiel de 8 thèses.

Dans cette synthèse, je donnerai en introduction de chaque thème ou sous-thème une rapide vue d'ensemble de la problématique, des principaux résultats et articles, et du contexte de travail (thèses, collègues associés). Le contenu des différents sous-thèmes sera ensuite parcouru. Typiquement, cela représentera généralement quelques pages par sous-thème ou thèse (de 2 à 7 pages). Quelques sous-thèmes ont cependant été rédigés de manière un peu plus étendue. Cela concerne d'une part les tout premiers travaux sur les récepteurs CDMA suite à mes travaux de thèse, ce qui m'a permis de faire quelques mises à jour. Cela concerne aussi les travaux relativement récents sur les performances asymptotiques des estimateurs de canaux basés sur des boucles de poursuite des amplitudes complexes (CATL), et sur leurs liens avec les filtres de Kalman, présentés dans le thème 4. Ce dernier thème est certainement celui où j'ai été le plus impliqué en tant que chercheur (plutôt que encadrant). J'ai profité de l'occasion de ce manuscrit pour mieux relier l'ensemble des travaux publiés sur ce thème. Chaque thème ou sous-thème se terminera par une rapide conclusion, dont le but sera surtout de pointer les limitations des études. Quelques articles seront joints en annexe pour illustrer les différents thèmes.

Des perspectives à l'ensemble du travail seront présentées dans le dernier chapitre du manuscrit (chapitre 7).

Chapitre 5

Etalement de spectre et autres schémas de transmissions

Sommaire

5.1 Thème 1 : Récepteurs pour systèmes d'accès multiple à répartition par codes à étalement de spectre (CDMA) 46
5.1.1 Introduction et préliminaires 46
5.1.1.1 Introduction et modèle 46
5.1.1.2 Préliminaires : récepteur conventionnel et récepteur(s) Rake(s) 47
5.1.2 Egalisation multi-utilisateur multi-trajet (2001-2004) 49
5.1.2.1 Egalisation multi-utilisateur multi-trajet en lien descendant CDMA par recombinaison indirecte de trajets 49
5.1.2.2 Autres contributions à l'égalisation multi-utilisateur en bref 53
5.1.3 Synchronisation/poursuite en CDMA (2002-2007) 54
5.1.3.1 Synchronisation de retard / phase en contexte mono-trajet CDMA 54
5.1.3.2 Synchronisation des phases d'un récepteur Rake en contexte multi-trajet CDMA 60
5.1.4 Autres en bref : détection de séquences pseudo-aléatoires (2012-2015) 65
5.1.5 Conclusion du thème 1 67
5.2 Thème 2 : Techniques de transmission 68
5.2.1 Introduction 68
5.2.2 Technique de diversité de transmission D2SD (2003-2005) 68
5.2.3 Autres contributions en bref 72
5.2.3.1 Schémas d'accès multiple OFDM-CDMA (2003-2008) 72
5.2.3.2 Communication à très faibles puissance transmise et énergie par bit (2014-2015) 74
5.2.3.3 Communication ASM basée sur l'OFDM (2008-2010) 77
5.2.4 Conclusion du thème 2 78

Ce chapitre 5 regroupe la première partie de nos travaux autour des techniques de transmission en général, et en particulier des techniques à étalement de spectre. Le thème 1 s'intéresse aux traitements de réception des signaux à spectre étalé issus des systèmes d'accès multiple à répartition par les codes (CDMA), tels que les systèmes de troisième génération de téléphonie radio-mobile. Le thème 2 balaie quand à lui d'autres schémas de transmission proposés pour s'adapter à différents contextes, et dont certains sont inspirées par la technique CDMA. Des introductions plus détaillées concernant les outils et approches seront données en introduction de chacun des 2 thèmes.

5.1 Thème 1 : Récepteurs pour systèmes d'accès multiple à répartition par codes à étalement de spectre (CDMA)

5.1.1 Introduction et préliminaires

5.1.1.1 Introduction et modèle

L'essentiel des études et contributions présentées dans ce thème 1 consacré aux récepteurs CDMA (pour "Code-Division Multiple Access") a été réalisé à la suite de mes travaux de thèse, dans la période 2001-2006, à l'exception de la dernière contribution rapidement évoquée dans la section 5.1.4. J'ai d'ailleurs profité de l'occasion de la rédaction de ce manuscrit pour apporter quelques corrections à la présentation de ces travaux d'après thèse, et je m'excuse auprès du lecteur si la rédaction en est un peu moins synthétique que pour les thèmes ultérieurs. La technique CDMA était très populaire dans les années 2000 car au coeur notamment des systèmes de téléphonie mobile de troisième génération, UMTS (pour "Universal Mobile Telecommunications System").

Modèle : mes études ont été menées dans le contexte de la liaison descendante [émission depuis la station de base et réception sur un terminal mobile] en supposant un canal multi-trajet. La R.I. de ce type de canal, pour la version statique est ainsi $h(\tau) = \sum_{l=1}^{L} \alpha_l.\delta(\tau - \tau_l)$. Un synoptique de la transmission est rappelé sur la figure 5.1. La technique d'accès multiple CDMA considérée est une modulation linéaire multi-voie, c'est à dire qu'elle additionne les formes d'ondes des K différentes voies, modulées préalablement par les symboles d'information propres à chaque voie. Le signal émis (représenté en bande de base) est tel que :

$$x(t) = \sum_{k=1}^{K} x_k(t) \quad \text{avec} \quad x_k(t) = T_s \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_{k[m]}.\phi_k(t - m.T_s) \tag{5.1}$$

La particularité du CDMA est que la forme d'onde de chaque voie, ϕ_k, est générée à partir d'un code binaire c_k (ou binaire complexe) composé de Q éléments appelés *chips* $\{c_k[q], q = 0, ..., Q-1\}$, et qu'elle est à spectre étalé (ou de bande large) comparativement à la bande minimum ($B_{min} = \frac{1}{T_s}$ où T_s est la période symbole de chaque voie), chaque forme d'onde occupant généralement toute la bande du système. Le facteur Q est aussi appelé facteur d'étalement. En effet, la période *chip* $T_c = T_s/Q$ étant réduite d'un facteur Q par rapport à la période symbole T_s, la largeur de bande est élargie d'un

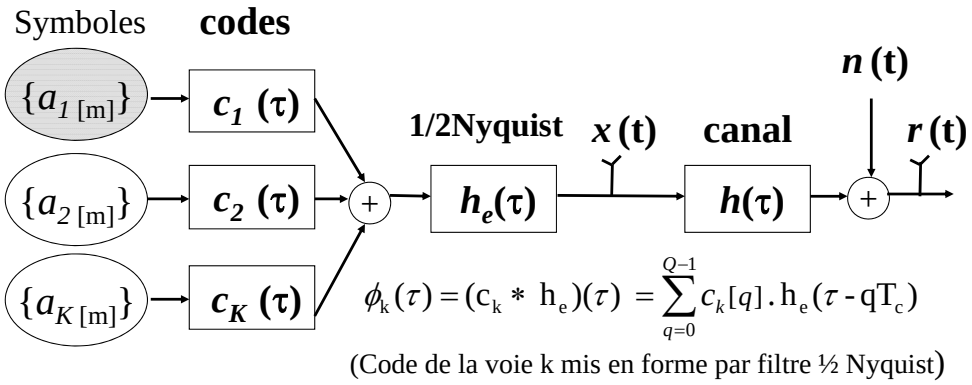


FIGURE 5.1 – Modèle en bande de base de la transmission en lien descendant CDMA [R1]

facteur Q par rapport à la bande symbole $1/T_s$. La bande passante est ainsi de l'ordre de $Q \times B_{min}$, ou un peu plus en raison de l'excès de bande (roll-off) des impulsions de mises en forme des *chips* h_e (le code c_k est mis en forme par l'impulsion $1/2$ Nyquist h_e pour former globalement $\phi_k = c_k * h_e$, Cf figure 5.1). Il est clair que pour tout le thème 1, le système considéré est à bande large, et le plus souvent à diversité fréquentielle, c'est à dire travaillant au point de fonctionnement Bld2 de la zone z_2^+ du plan $T_s - B_1$ de la figure 4.2 (à l'exception du cas mono-trajet qui travaillerait dans la zone z_2 avec $B_1 \gg \frac{1}{T_s}$, mais sans diversité fréquentielle).

Nature de nos contributions : la nature de nos contributions dans ce thème est essentiellement ***l'extension de techniques connues en modulation linéaire mono-utilisateur pour les adapter au contexte particulier du CDMA. Nous avons aussi fait un travail d'interprétation autour de ces adaptations, dans la lignée de mon travail de thèse [R1][C3][M1]. Nous avons ainsi cherché à exploiter les degrés de libertés apportés par les deux échelles de temps T_s et T_c, de même que le fort pouvoir de résolution temporelle (vis à vis du temps symbole T_s) dû à l'étalement de spectre [R3], tout en prenant en compte les nouvelles contraintes liées à la dimension multi-utilisateur, source potentielle d'Interférence d'Accès Multiple, IAM*** (nom privilégié donné en CDMA à l'interférence entre voies, IEV). Les contributions que nous allons résumer concernent le traitement du signal dans les récepteurs CDMA, en particulier la tâche de "détection" des symboles transmis (section 5.1.2), et l'opération cruciale préliminaire de "synchronisation" ou d'estimation des paramètres du canal utiles pour la synchronisation du récepteur (section 5.1.3). Ces contributions reposent en partie sur des améliorations ou des extensions du récepteur Rake, et nous allons au préalable rappeler dans la section suivante (section 5.1.1.2) le principe et les différentes interprétations utiles de ce récepteur.

5.1.1.2 Préliminaires : récepteur conventionnel et récepteur(s) Rake(s)

Rappelons le principe des deux récepteurs les plus classiques pour décoder les symboles portés par un code désiré donné : le récepteur conventionnel, et surtout le récepteur Rake. On qualifie parfois ces récepteurs de "mono-utilisateur", pour signifier que seule est nécessaire la connaissance du code désiré (par exemple d'indice $i = 1$) parmi les K codes modulés et transmis. Le récepteur conventionnel consiste en une simple corrélation (ou produit scalaire) "au bon moment" du signal reçu avec le code mis en forme désiré. Grâce à l'orthogonalité des codes binaires des différentes voies, ce simple récepteur est optimum (probabilité d'erreur minimum pour un rapport E_b/N_0 donné) pour un canal mono-trajet BBAG et une synchronisation (alignement du code) parfaite à la réception, avec des performances identiques à celles d'une transmission mono-voie.

Dans le cas d'un canal multi-trajet, le récepteur Rake complète le récepteur conventionnel pour tirer partie de l'énergie des trajets secondaires, dont les contributions ont pu être temporellement séparées. La bande du signal CDMA étant large par rapport au débit symbole $1/T_s$, on peut en effet s'attendre à pouvoir distinguer plusieurs trajets par période symbole [Cf figure 5.2(a2)]. Formellement, le récepteur Rake consiste en un filtre adapté (FA) à la forme d'onde globale incluant le code désiré mis en forme mais aussi le canal, suivi d'un échantillonnage synchrone [1]. Etant en présence d'une modulation linéaire, ce récepteur à FA/échantillonnage synchrone serait optimal en présence de BBAG et de trajets multiples dans le cas où l'interférence (IES et IAM) serait nulle (ou très négligeable) en sortie du Rake (cette

1. Le filtre de réception du Rake est donc $\Phi_i^{Rx}(t) = (\Phi_i^H * h^H)(t - t_0)$, où la notation $(.)^H$ désigne le transformé Hermitien, tel que $f^H(t) = f^*(-t)$ pour une fonction f. Les instants d'échantillonnages $t = mT_s + t_0$ ont un décalage t_0, calé par convention sur le dernier retard de propagation, ou plutôt son estimé $t_0 = \hat{\tau}_L$.

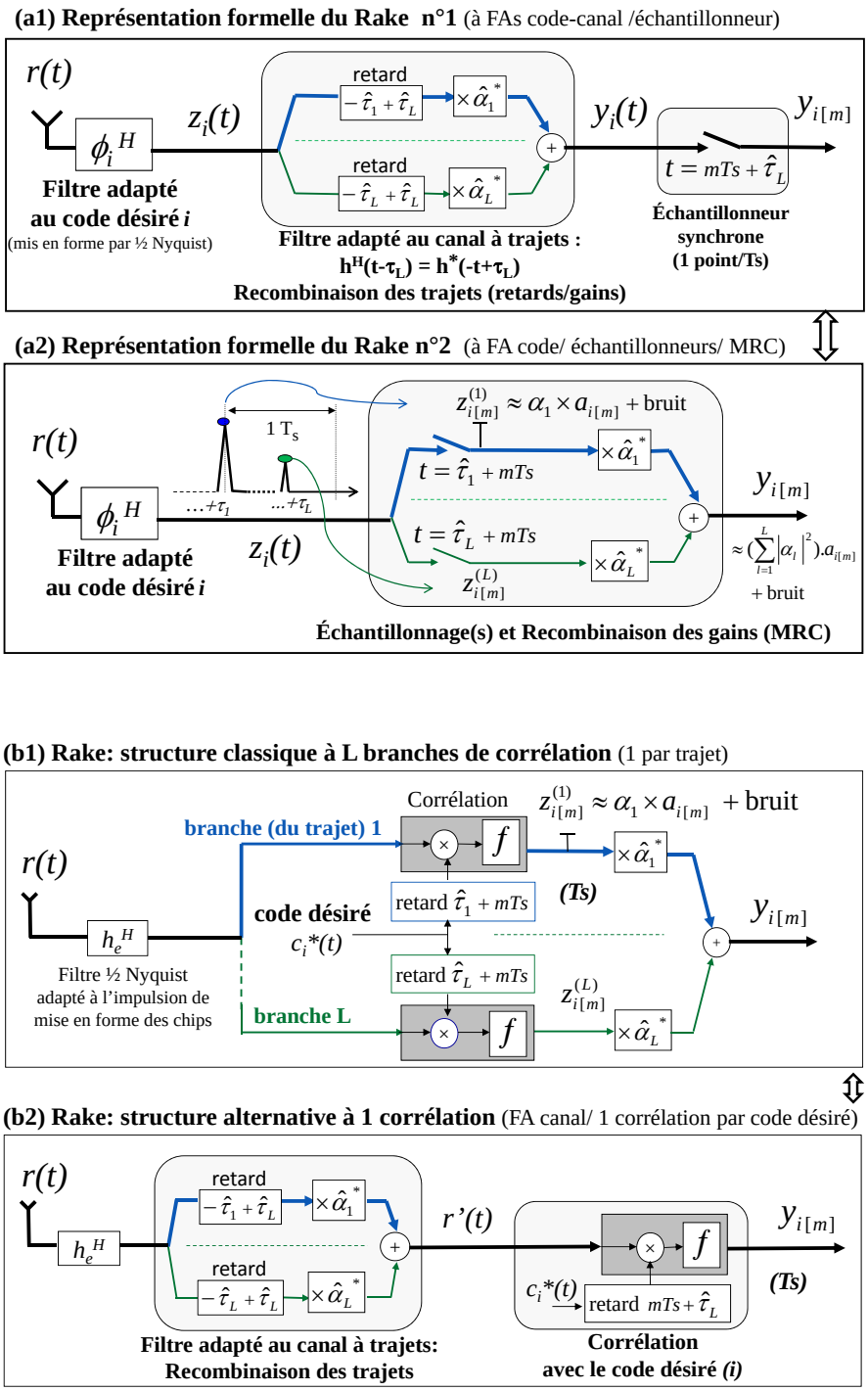


FIGURE 5.2 – Représentations équivalentes du récepteur Rake en CDMA :
En haut deux représentations formelles : (a1) par filtre adapté à la forme d'onde globale incluant code et canal suivi d'un échantillonnage à 1 point par symbole ; (a2) version équivalente faisant apparaitre 1 échantillonneur par trajet en sortie du filtre adapté au code désiré puis la recombinaison des gains des trajets à RSB maximum (Maximum-Ratio-Combining - MRC).
En bas, deux structures proches de la réalisation : (b1) structure classique faisant apparaitre L branches de corrélations, 1 par trajet (calcul seulement des L points ou pics de corrélation "utiles" de la figure (a2)) ; et (b2) structure alternative opérant la recombinaison des trajets en amont, pour ne calculer qu'une seule corrélation au code désiré par période symbole.

hypothèse est souvent trop grossière). Il y a de nombreuses manières de représenter ou interpréter le Rake comme discuté dans le paragraphe 2.1.4 de [M1], ou illustré avec un peu plus de recul sur la figure 5.2. Les différentes possibilités viennent d'une part de la commutativité de la convolution (considérer d'abord les traitements relatifs au code puis au canal comme dans 5.2(a1), 5.2(a2), ou dans l'ordre inverse comme sur la figure 5.2(b2)), d'autre part de la nature discrète du canal à trajets permettant de remplacer le FA au canal par une opération de "recombinaison des trajets" (consistant à additionner les L versions à la fois recalées en temps pour compenser les retards $\hat{\tau}_l$, et pondérées en amplitude par les conjuguées des gains $\hat{\alpha}_l{}^*$ des différents trajets $l = 1, ..., L$, Cf figures 5.2(a1) et 5.2(b2)). Une représentation peut également découler de l'équivalence bien connue entre l'opération formelle "FA au code / prélèvement d'un échantillon à l'instant $\hat{\tau}_l$" et l'opération pratique "corrélation avec le code au retard $\hat{\tau}_l$" (la première opération évaluant le signal complet en sortie du FA pour ne conserver ensuite qu'un échantillon comme sur les figures 5.2(a1) et (a2), alors que la deuxième calcule directement uniquement le point de corrélation utile, comme illustré sur les figures 5.2(b1) et (b2)).

La structure classique de réalisation du Rake est celle présentée figure 5.2(b1), constituée de L branches de corrélations avec le code ou L doigts du Rake (le nom de "Rake" signifiant "râteau" en anglais). La structure de réalisation alternative présentée en figure 5.2(b2) (proposée dans [M1], chapitre III.1) opère la recombinaison des trajets en amont du récepteur conventionnel, ce qui peut amener à une complexité réduite dans certains scénarios, notamment dans le cas multi-code. Quand aux représentations formelles [figures 5.2(a1) et (a2)] basées sur l'utilisation d'échantillonneurs après des opérations de filtrage, un de leur grand intérêt est d'ordre pédagogique car elles facilitent la compréhension et les explications des phénomènes en jeu. Nous avions notamment utiliser à des fins d'interprétations de telles représentations formelles ou leurs généralisations à base de bancs de filtres dans [R3, R1, L1].

Nous allons maintenant résumer ou citer quelques contributions autour des traitements dans les récepteurs CDMA, notamment pour le cas où l'interférence ne peut être négligée en sortie du récepteur Rake, ou encore pour estimer les paramètres (retards, phases, amplitudes) préalables au fonctionnement de ce récepteur.

5.1.2 Egalisation multi-utilisateur multi-trajet (2001-2004)

5.1.2.1 Egalisation multi-utilisateur multi-trajet en lien descendant CDMA par recombinaison indirecte de trajets

Ce travail a été initié durant la fin de ma thèse [M1] soutenue en Décembre 2001, puis valorisé par le brevet France-Télécom [B1] publié en France en 2003 (puis à l'international de 2004 à 2007 selon les pays) ainsi que par un article de conférence au GRETSI [N4] de 2003. On a considéré plus spécifiquement la technique CDMA employée dans le mode TDD (pour "Time Division Dupplex") de l'UMTS, où les codes sont orthogonaux, relativement courts ($Q = 16$ *chips*), et construits à partir de la famille de Walsh-Hadamard et un code d'embrouillage spécifique à chaque cellule ([M1], chapitre I.5). Comme rappelé précédemment, l'utilisation de codes binaires orthogonaux se fait dans l'idée de pouvoir séparer les utilisateurs (récepteurs mobiles ici) par une simple corrélation avec le code désiré à la réception. Malheureusement, si les codes des différents utilisateurs sont bien orthogonaux au niveau de l'émission par la station de base dans la version TDD de l'UMTS, l'orthogonalité peut-être partiellement brisée au niveau de la réception du fait de la présence d'échos. Il s'en suit de l'interférence d'accès multiple (IAM) si on se contente du récepteur conventionnel ou du récepteur Rake. Dans ces récepteurs "mono-utilisateurs", l'interférence est considérée comme un bruit inéluctable inconnu venant renforcer le niveau de bruit thermique, et qui peut dégrader énormément les performances selon le

niveau d'interférence. Une stratégie alternative possible lorsque les codes des différents utilisateurs sont connus au niveau d'un récepteur mobile, est de remplacer ou compléter le récepteur Rake par un récepteur ou égaliseur dit "multi-utilisateur" ou à "détection conjointe", qui exploite la connaissance de tous les codes pour améliorer la réception du code désiré [Verdu 1998]. Une telle approche, beaucoup plus complexe, fait perdre un peu la beauté et la magie du récepteur conventionnel, et n'est par ailleurs envisagé en pratique qu'en présence de codes courts, comme c'est le cas pour le mode TDD de l'UMTS. Après une description rapide du récepteur multi-utilisateur linéaire de référence, nous présenterons nos contributions en la matière.

Du récepteur multi-utilisateur linéaire "théorique" vers les structures de réalisation : pour un scénario de transmission multi-utilisateur (codes actifs connus) dans un lien descendant CDMA au travers d'un canal multi-trajet (supposé bien estimé), il existe de nombreux récepteurs multi-utilisateurs dans la littérature. Si l'on se restreint aux structures linéaires, pouvant initialement s'exprimer sous la forme d'un filtre de RI $l_1(\tau)$ suivi d'un échantillonnage au temps symbole, le récepteur de référence, dit récepteur linéaire "théorique", est celui proposé par S. Verdu (figure 5.3). Ce récepteur linéaire "théorique" peut formellement être décomposé en deux parties successives. La première partie, en tête de réception, est constituée d'un Banc de Filtre Adaptés (BFA) au canal et aux différents codes mis en formes, suivis d'échantillonneurs au temps symbole. La deuxième partie consiste en un banc d'égalisation au temps symbole. Le mot "théorique" provient du fait qu'une telle décomposition formelle du récepteur linéaire découle automatiquement de l'optimisation de la RI globale de départ $l_1(\tau)$ sous différents critères d'optimisation (Minimisation de l'erreur Quadratique moyenne "MMSE", annulation complète de l'interférence "Zero-forcing"), mais sans avoir imposé pour autant de contrainte de réalisation particulière (comme durée finie, causalité, etc ...). Comme vu sur la figure 5.3, ce récepteur

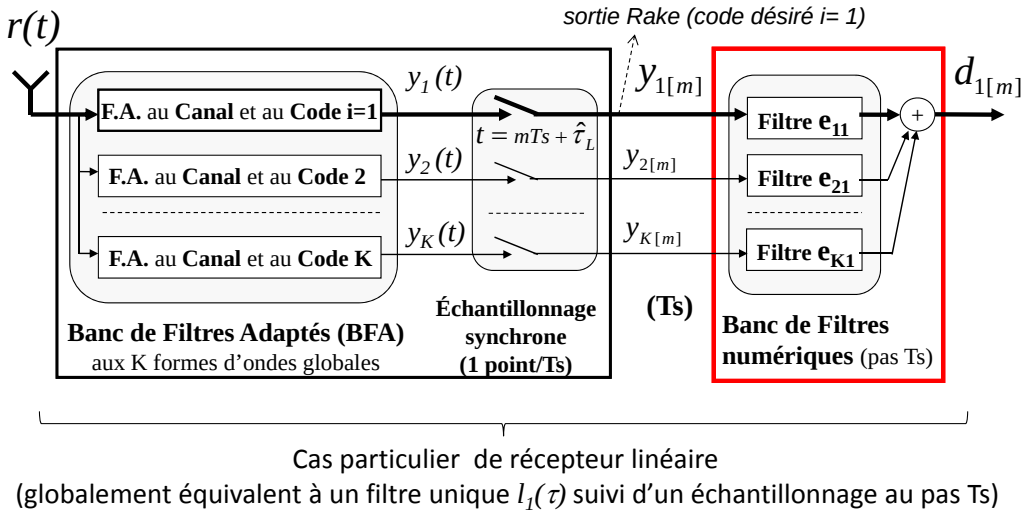


FIGURE 5.3 – Rappel du récepteur linéaire "théorique" multi-utilisateur en CDMA établi par S. Verdu [Verdu 1998] et présenté ici pour le scénario d'un canal sélectif en fréquence [M1][R1].
(Légende annexe : on a ici une représentation formelle où chacune des K branches du "BFA + échantillonnage" [délivrant le signal analogique $y_i(t)$ puis l'échantillon $y_{i[m]}$, pour $i = 1, ..., K$] peut être obtenue par la représentation formelle du Rake de la figure 5.2(a1)).

linéaire "théorique" revient formellement à réaliser en tête non pas seulement le récepteur Rake relatif au code désiré (mettons d'indice $i = 1$) mais aussi les $K - 1$ récepteurs Rake vis à vis des autres codes actifs (codes interférents). La tête de réception délivre ainsi à la cadence symbole, K sorties

discrètes $y_k[m], k = 1, ..., K$ qui représentent (en supposant la connaissance parfaite des paramètres du canal) une statistique suffisante ou un résumé exhaustif du signal reçu $r(t)$ vis à vis du problème de détection, c'est à dire de la prise de décision sur les symboles. On pourrait ainsi retrouver la même tête de réception pour réaliser des récepteurs autres que linéaires, comme le récepteur "multi-utilisateur" à maximum de vraisemblance [Verdu 1998]. Dans le cas particulier du récepteur linéaire "théorique", les échantillons $y_k[m], k = 1, ..., K$ subissent ensuite un simple traitement linéaire, consistant à une recombinaison au travers de K filtres numériques synchrones $\{e_{k1}\}$ travaillant au pas T_s.

Concernant la réalisation pratique d'un récepteur dont la fonction serait proche de celle des récepteurs linaires "théoriques" (critères MMSE ou ZF), nous avions étudié différentes possibilités dans ma thèse, partant de deux structures [C3] brièvement rappelées ici :

- Ts-structure : structure "imposée" qui conserve la forme du "récepteur linéaire théorique" de Verdu constituée d'une tête de réception suivi d'un banc d'égalisation au pas T_s. Mais d'une part, la tête de réception est basée sur la structure de réalisation du Rake alternative proposée de la figure 5.2(b2), qui permet de mettre en commun la recombinaison des trajets, suivie d'une seule corrélation par code et période symbole. Et d'autre part, le banc d'égalisation est réalisé par K filtres transverses (chacun à P coefficients). La Ts-structure a certains avantages : elle exploite la nature discrète du canal, la spécificité des codes (corrélations avec des éléments binaires revient à des additions modulo 2, ...), elle est modulaire vis à vis de l'ajout ou la suppression d'un code actif, elle exploite les 2 échelles de temps (l'entrée de la tête de réception est au pas rapide T_c/S, avec un facteur de sur-échantillonnage $S = 2, 4$, ou 8 typiquement, mais le traitement d'égalisation est au pas lent, $T_s = T_c \times Q$), le passage à l'adaptatif permet de poursuivre directement les paramètres variants du canal (phases, retards, amplitudes) comme proposé dans [C9][N1]. Elle a néanmoins un inconvénient : il est théoriquement impossible de supprimer exactement l'interférence avec une profondeur finie d'égalisation, c'est à dire avec un nombre $P < +\infty$ de coefficients par branche. En pratique pour une profondeur P finie donnée, on n'aura donc pas de garantie sur la performance (qui dépend de la forme et la profondeur du canal, du nombre de codes, ...).
- Tc-structure : structure linéaire "libre", constituée d'un seul filtre transverse fractionné, avec une cadence rapide en entrée (pas T_c/S avec $S = 2$ typiquement) et faible en sortie (pas T_s), initiée notamment par [Madhow 1994], [Tsatsanis 1996], ou [Pigeonnat 1999]. Cette structure est dite "libre" car la variable de décision $d_1[m]$ pour décider du symbole particulier $a_1[m]$ associé au code 1 se fait directement par un seul produit scalaire par période symbole entre les coefficients du filtre transverse l_1 et les échantillons du signal reçu r, au lieu d'imposer une succession d'opérations. Elle perd certains avantages de la Ts-structure (modularité, faible complexité, ..), mais a l'avantage de pouvoir annuler exactement l'interférence à durée finie pour un nombre suffisant et déterminé de coefficients [C3].

Récepteur à recombinaisons indirectes de trajets : en vue de combiner les principaux avantages des 2 structures précédentes, nous avons proposé et étudié dans [B1][N4] une nouvelle structure d'égalisation conjointe pour un récepteur mobile opérant dans un système CDMA et soumis à un canal de propagation multi-trajet. Cette structure nommée RIT-structure pour "Recombinaison Indirecte de Trajets", est présentée figure 5.4.

L'idée est très simple, elle consiste à redonner un peu de degrés de liberté en amont de l'égaliseur de la Ts-structure, afin de fournir à ce dernier la potentialité d'inversibilité à durée finie. Pour cela, la tête de réception est constituée d'un banc de corrélateurs associé aux K codes actifs et opérant une recombinaison des trajets en deux groupes, au lieu de la recombinaison unique dans le BFA de la Ts-structure qui avait pour conséquence de compacter entièrement l'information. Par exemple on

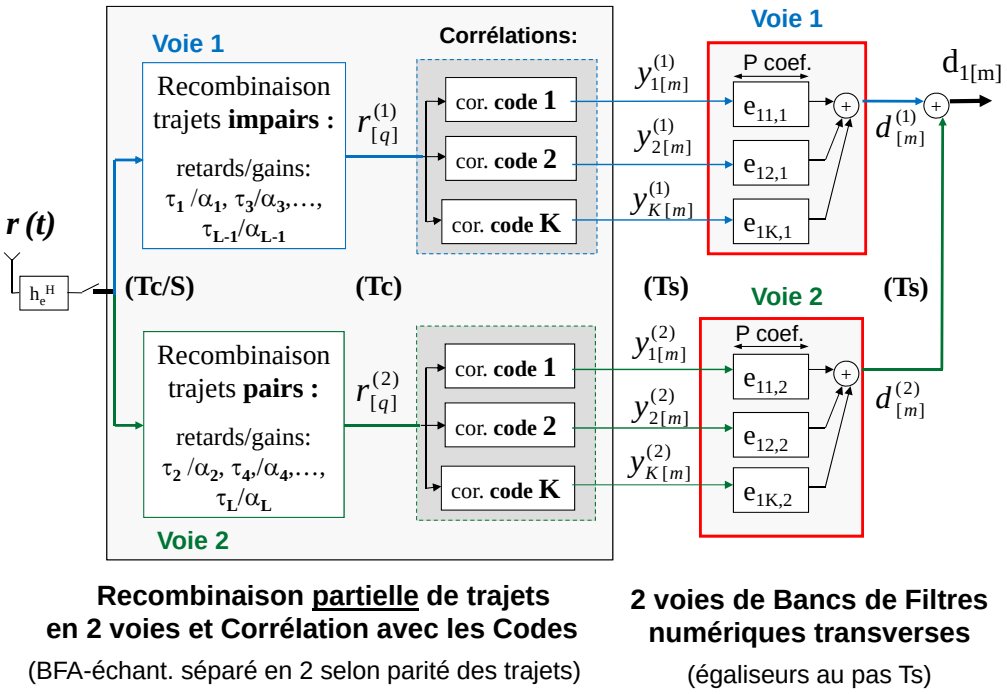


FIGURE 5.4 – Synoptique de la structure de réalisation proposée (Ts/RIT-Structure) pour la détection multi-utilisateur (du code désiré i = 1) par recombinaison indirecte des trajets.
(Légende annexe : la tête de réception peut-être vue, pour chaque branche de code et chaque voie, comme une modification de la structure alternative du Rake de la figure 5.2(b2))).

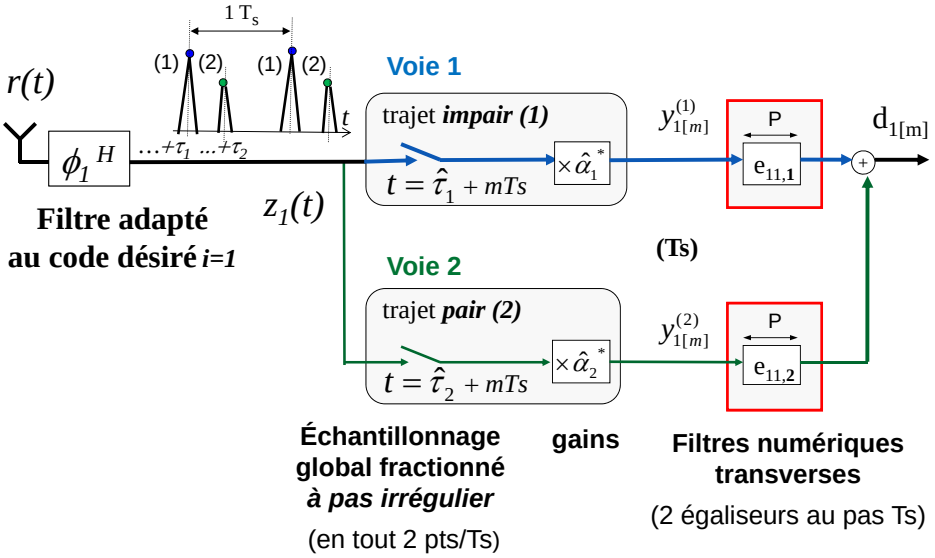


FIGURE 5.5 – Représentation équivalente de la Ts/RIT-structure (pour L=2 trajets, K=1 utilisateur) : échantillonnage à pas irrégulier à L points/symbole après filtre adapté au code.
(Légende annexe : la tête de réception de cette représentation formelle peut-être vue comme une adaptation de la 2ème représentation formelle du Rake présentée sur la figure 5.2(a2)).

aura la recombinaison des trajets pairs dans le groupe 1, et des trajets impairs dans le groupe 2. Ainsi, la tête de réception a une complexité comparable à celle de la Ts-structure. Mais pour chaque code actif k, on dispose désormais de 2 sorties partielles ($y_k^1[m]$ et $y_k^2[m]$) au lieu de la sortie unique du Rake classique ($y_k[m] = y_k^1[m] + y_k^2[m]$). Cet élément nouveau permet de conserver suffisamment de degrés de liberté pour assurer, avec une profondeur finie déterminée P, une annulation complète de l'interférence par un banc d'égalisation constitué de $2K$ filtres transverses (au lieu de K dans la Ts-structure) travaillant au temps symbole. La profondeur de l'égaliseur doit satisfaire $P \geq 2W$, où $W+1$ représente la durée du canal global (incluant canal physique et code mis en forme) exprimée en période symbole. On a donc un nombre de coefficients par voie et par branche, P, qui doit être au moins le double de la durée du canal exprimée en T_s, soit quelques coefficients en pratique. Cette potentialité d'annulation complète de l'interférence à durée finie était déjà acquise dans la Tc-structure. Cependant, la nouvelle structure exploite le caractère discret du canal, l'emploi de corrélations et d'opérations au temps symbole, assurant ainsi une complexité de détection et de calcul des coefficients beaucoup plus faible. De plus, en cas de détection multi-code, seule la partie au temps symbole doit être dupliquée.

Finalement, l'idée exploitée dans la Ts/RIT-structure poursuit celle apparue quelques années auparavant dans le domaine de l'égalisation fractionnée pour un système mono-utilisateur mono-porteuse à excès de bande standard (compris entre 0 et 1). Pour un tel système, un échantillonnage à 2 points/symbole permet de rendre un système linéaire inversible à l'aide d'un égaliseur transverse fractionné de durée finie, par application du théorème de Bezout[2] (le système est également rendu identifiable de manière aveugle à l'ordre 2 [Slock 1994][Tong 1995]), ces propriétés étant non vérifiées en cas d'échantillonnage synchrone à seulement 1 point/symbole. ***Nous avons étendu et adapté ce principe au contexte multi-utilisateur tout en tirant parti des propriétés de corrélation des signaux à spectre étalé, avec un échantillonnage qui se fait après FA au code et de manière irrégulière à l'intérieur d'une période symbole, afin qu'il soit en phase avec les pics de corrélation***. Cette interprétation de la Ts-RIT structure en lien avec l'égalisation fractionnée à pas irrégulier est illustrée sur la figure 5.5 pour le cas mono-utilisateur et 2 trajets. A noter que la profondeur du canal discret équivalent à égaliser n'est pas égale ici à la profondeur du canal physique, mais à peu près au double, en raison des opérations de FA au canal partiel réalisées en amont.

5.1.2.2 Autres contributions à l'égalisation multi-utilisateur en bref

Pour finir cette partie consacrée à l'égalisation multi-utilisateur en CDMA, on peut noter que certaines structures étudiées dans ma thèse (la Ts-structure, modulable, ou ses dérivées) ont été réutilisées ou adaptées pour d'autres travaux. Notamment, nous les avons utilisées dans [C9] pour réaliser la poursuite des phases et amplitudes des trajets conjointement à l'égalisation. Par ailleurs, en dehors et à la suite de mes travaux, l'étude de la Ts-structure a été poursuivie, pour être adaptée à d'autres contextes que le mode mode TDD de l'UMTS et dans une perspective d'implémentation sur une architecture reconfigurable, par David CIBAUD [Cibaud 2004] lors de sa thèse [Cibaud 2006] à France-Telecom R&D Meylan, sous l'encadrement de mes directrices de thèses Marylin ARNDT et Geneviève JOURDAIN.

2. Dit simplement, si on suppose un canal discret équivalent au pas T_s, modélisé par un polynôme $H_1(z)$ à $W+1$ coefficients (où $W \geq 1$) et un filtre égaliseur $L_1(z)$ modélisé par un polynôme à P coefficients, la solution exacte de $H_1(z).L_1(z) = 1$ implique théoriquement un nombre de coefficients P infini (déterminés par $L_1(z) = 1/H_1(z)$). Alors que si on utilise une deuxième voie (un deuxième peigne d'échantillonnage par exemple) impliquant un canal discret équivalent $H_2(z)$ supposé de profondeur $W+1$ et sans zéro commun avec $H_1(z)$, on peut maintenant résoudre de manière exacte $H_1(z).L_1(z) + H_2(z)L_2(z) = 1$ avec des filtres $L_1(z)$ et $L_2(z)$ ayant seulement un nombre fini de coefficients, soit $P \geq W$ coefficients chacun.

5.1.3 Synchronisation/poursuite en CDMA (2002-2007) : algorithmes et étude théorique des performances statiques

Ces contributions ont été principalement réalisées ou initiées lors de la thèse de Eric SIMON [Simon 2004] soutenue en Novembre 2004 sur un sujet de thèse proche et dans la continuité du mien, ce qui nous a amené à collaborer. Ces contributions ont été publiées dans les revues [R5, R2, R3] et conférences [C4, C5, C7, C8, C9, N3] de 2003 à 2007. L'article de synthèse en français [R3] est joint en annexe. L'objectif de la thèse de Eric était l'étude des problèmes de synchronisation dans un environnement multi-utilisateur CDMA, en liaison descendante. En supposant une acquisition grossière de la synchronisation déjà réalisée, seul le régime de poursuite a été abordé, avec des algorithmes aidés par les décisions ("decision directed" en anglais).

Partant d'algorithmes de synchronisation standards initialement conçus pour un contexte mono-utilisateur (ou mono-code), ces travaux ont permis de proposer des améliorations et optimisations pour les rendre plus robustes dans un contexte multi-utilisateur (ou multi-code). ***Les algorithmes ont été développés et étudiés sans exploiter de connaissance à priori sur l'évolution des paramètres à poursuivre (cadre "non-Bayésien"). Au niveau théorique, ce sont ainsi des études de performances statiques qui ont été menées, c'est à dire pour des paramètres (retards, phases) supposés fixes, mais pour une observation en présence de bruit additif. Les variances des estimateurs ont été obtenues en adaptant les outils généraux des boucles d'asservissements [Gardner 1979, Blanchard 1975] au contexte des communications [Mengali 1997, Meyr 1998] et du CDMA***. Les améliorations proposées sont basées sur le concept de pré-filtrage. Cela a consisté à introduire, dans les boucles d'estimation, un pré-filtre conçu selon différents critères en fonction des scénarios visés. Cette démarche étend le concept de pré-filtrage initialement proposé par D'Andrea et Luise dans [D'Andrea 1996] à de nouveaux contextes (l'objectif des travaux initiaux de [D'Andrea 1996] était de réduire la gigue de l'algorithme de récupération d'horloge de Gardner, en modulation QAM mono-porteuse). Nous allons rappeler brièvement les algorithmes standards, afin d'amener les contributions associées au cas des canaux mono-trajet, puis multi-trajet.

5.1.3.1 Synchronisation de retard et de phase en contexte mono-trajet CDMA

On s'intéresse ici aux estimés $\hat{\tau}_0$ et $\hat{\theta}_0$ du retard de propagation τ_0 et de la phase θ_0 du signal reçu en lien descendant (figure 5.1) au travers d'un canal mono-trajet (gain unitaire) :

$$r(t) = T_s e^{j\theta_0} \sum_{k=1}^{K} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_{k[n]} \phi_k(t - nT_s - \tau_0) + n(t) \tag{5.2}$$

avec $T_s = QT_c$ le temps symbole, T_c le temps *chip*, Q le facteur d'étalement, $a_{k[n]}$ les symboles QPSK iid associés au code k, $n(t)$ un bruit BBAG complexe de DSP $2N_0$, $\phi_k(t) = (c_k * h_e)(t)$ la convolution entre le code d'étalement numéro k et le filtre demi-Nyquist d'émission. Les codes sont supposés orthogonaux, soit $\sum_{q=0}^{Q-1} = c_k[q].c_i[q]^* = 0$, pour $k \neq i$.

On suppose la structure relativement générale de détection et synchronisation conjointe présentée figure 5.6. L'étude a démarré avec des algorithmes standards de synchronisation de retard et de phase à l'aide des décisions. Ces algorithmes d'estimation peuvent être obtenus [Simon 2004] par approximation à partir d'un critère de maximum de vraisemblance (ou de minimisation d'EQM associée), en supposant un seul utilisateur, les symboles connus, et en utilisant une structure bouclée (algorithme séquentiel récursif) qui découle de l'algorithme du gradient pour maximiser (ou minimiser) la fonction de cout. De manière plus générale, le principe de l'estimation par structure bouclée consiste à prédire le futur

estimé (pour l'itération $m+1$) à partir de l'estimé actuel (à l'itération m) et d'un signal d'erreur, préalablement filtré. Les relations d'itération de la boucle de retard et de la boucle de phase sont les suivantes [Mengali 1997, Meyr 1998] :

$$\hat{\tau}_{0[m+1]} = \hat{\tau}_{0[m]} \ + \ (g_T * v_T)_{[m]} \tag{5.3}$$

$$\hat{\theta}_{0[m+1]} = \hat{\theta}_{0[m]} \ + \ (g_P * v_P)_{[m]} \tag{5.4}$$

où g_T et g_P sont les R.I. discrètes des filtres de boucle (ou de simples coefficients réels positifs, appelés pas des algorithmes, pour des boucles d'ordre 1). Et $v_{T[m]}$ et $v_{P[m]}$ sont respectivement les signaux d'erreur de retard et de phase [3] calculés à l'itération m. De manière pratique, le choix des signaux d'erreur revient à définir les détecteurs d'erreur de retard ("Timing Error Detector", TED) et de phase ("Phase Error Detector", PED) qui délivrent ces signaux. Ainsi, les algorithmes de synchronisation considérés utilisent les structures classiques d'une boucle à verrouillage de retard (DLL, pour "Delay-Locked Loop") ou de phase (PLL, "Phase-Locked Loop"), mais avec des détecteurs d'erreurs *adéquats*, c'est à dire adaptés au contexte et à la modulation numérique des signaux en présence.

Algorithmes standards : dans la structure formelle de synchronisation présentée figure 5.6, les algorithmes fonctionnent (formellement) à partir de la sortie du filtre adapté au code mis en forme désiré (supposé ici être le numéro 1), c'est à dire à partir du signal $z_1(t) = (r * \phi_1^H)(t)$, qui peut s'exprimer à partir de (5.2) sous la forme :

$$z_1(t) = T_s e^{j\theta_0} \sum_{k=1}^{K} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_{k[n]} \gamma_{k1}(t - nT_s - \tau_0) + \eta_1(t) \tag{5.5}$$

avec $\eta_1(t) = (n * s_1^H)(t)$ le bruit filtré, et $\gamma_{k1}(\tau) = (\phi_k * \phi_1^H)(\tau)$ la fonction d'inter-corrélation déterministe entre les codes k et le code désiré (1). Cette forme d'onde $\gamma_{k1}(\tau)$ s'interprète aussi comme l'impulsion de mise en forme globale émission-réception des symboles de l'utilisateur k après filtre adapté, $\phi_1^H(\tau)$.

Pour la synchronisation du retard, l'algorithme standard en CDMA est donné par la boucle "early-late", représentée figure 5.7. Le signal d'erreur de retard est défini par [R2] :

$$v_{T[m]} = \mathrm{Re}\left\{ \hat{a}^*_{1[m]} e^{-j\hat{\theta}_{0[m]}} \times \left(z_1\left(mT_s + \hat{\tau}_{0[m]} + \frac{T_c}{2} \right) - z_1\left(mT_s + \hat{\tau}_{0[m]} - \frac{T_c}{2} \right) \right) \right\} \tag{5.6}$$

où $z_1(t)$ est donc la sortie du filtre adapté au code mis en forme désiré numéro 1. Le signal d'erreur v_T délivré en sortie du détecteur TED calcule, après compensation de la modulation des symboles (en utilisant les décisions $\hat{a}_{1[m]}$ supposées justes) et de la rotation de phase due au canal (à partir de l'estimé $\hat{\theta}_{0[m]}$), la différence entre les deux échantillons en avance et en retard de $T_c/2$, d'où le nom "early-late". L'étude théorique de la caractéristique de ce détecteur TED a été menée dans [R2][Simon 2004] à l'aide de la S-courbe [4]. L'idée de principe, illustrée sur la figure 5.9, est très simple : si on néglige l'interférence

3. Dans le cas particulier où les signaux d'erreur $v_{T[m]}$ et $v_{P[m]}$ sont construits comme des signaux opposés aux gradients d'erreurs quadratiques instantanées vis à vis de τ et θ respectivement, les équations d'itération (5.3) et (5.4) correspondent (pour des boucles d'ordre 1) à des algorithmes du gradient stochastique ou LMS [Brossier 1997].

4. En pratique, la caractéristique du détecteur représente la valeur (ou moyenne) du signal d'erreur v_T, mesurée en boucle ouverte et sans bruit, en fonction de l'erreur statique de retard $\Delta\tau = \tau_0 - \hat{\tau}_0$. Mathématiquement, elle est définie par la S-courbe [Meyr 1998], qui est l'espérance du signal d'erreur conditionnellement à des valeurs constantes des erreurs de retard, soit $S_T(\Delta\tau) = \mathrm{E}\{v_{T[m]} | \tau_{0[m]} - \hat{\tau}_{0[m]} = \Delta\tau\}$. En boucle ouverte et pour une erreur $\Delta\tau$ donnée, le signal d'erreur se décompose ainsi en $v_{T[m]} = S_T(\Delta\tau) + N_{T[m]}$, où la S-courbe S_T représente la partie déterministe fonction de l'erreur de retard, à laquelle se rajoute une partie aléatoire N_T appelée bruit de boucle (idéalement indépendante de $\Delta\tau$). Pour la boucle "early-late", on obtient $S_T(\Delta\tau) = A^2 T_s . \mathrm{Re}\{\gamma_{11}(-\Delta\tau + T_c/2) \ - \ \gamma_{11}(-\Delta\tau - T_c/2)\}$, qui dépend donc seulement des 2 échantillons "early-late" prélevés sur l'auto-corrélation γ_{11} (Cf figure 5.9).

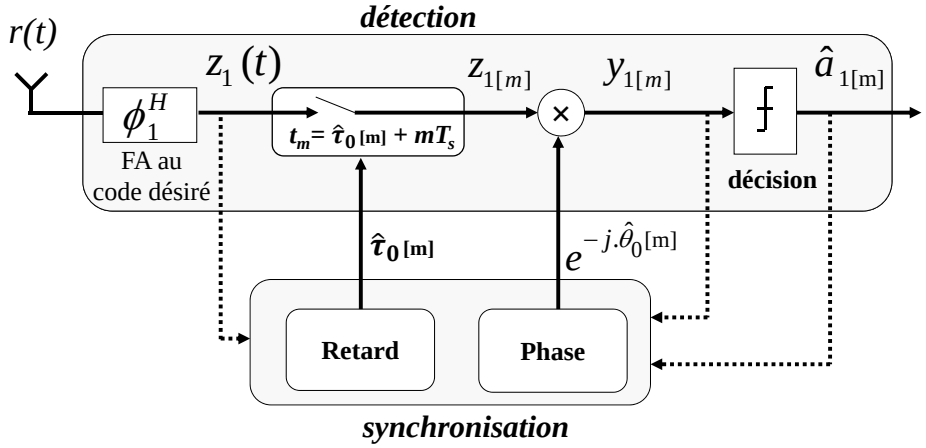


FIGURE 5.6 – Synoptique général (représentation formelle) du récepteur mono-trajet avec synchronisation conjointe de retard et de phase (le code désiré est le code n^{0}1).

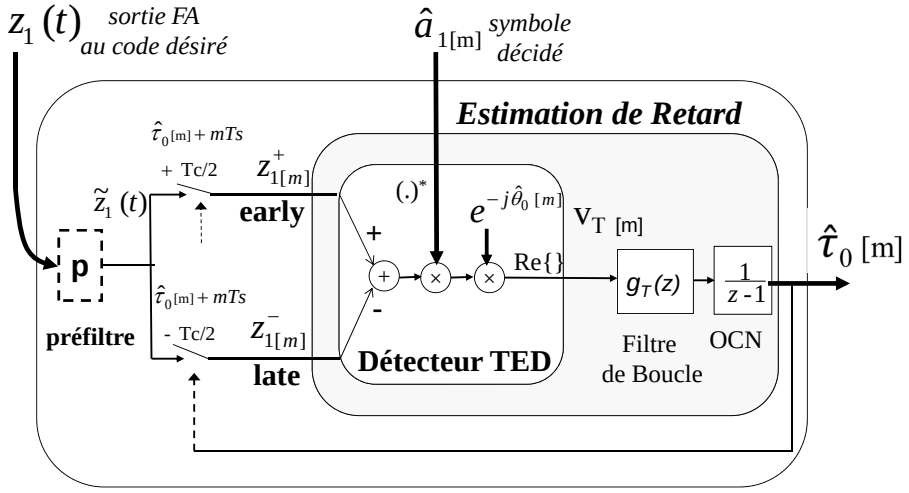


FIGURE 5.7 – Détail de la branche de synchronisation de retard (représentation formelle) : par boucle "early-late" (boucle classique sans le préfiltre p, ou version améliorée avec le préfiltre).

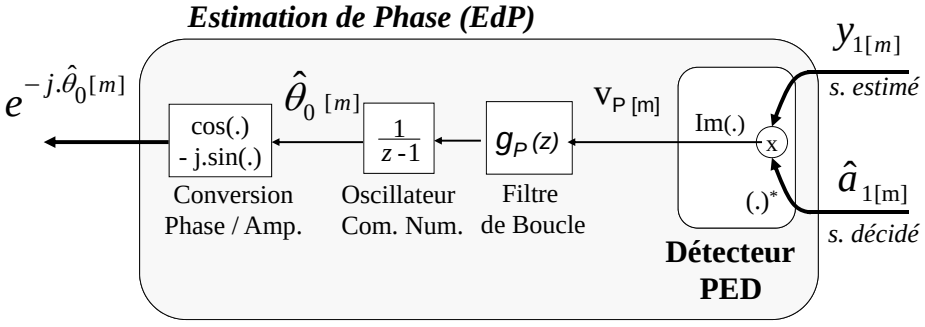


FIGURE 5.8 – Détail de la branche de synchronisation de phase : par boucle à remodulation.

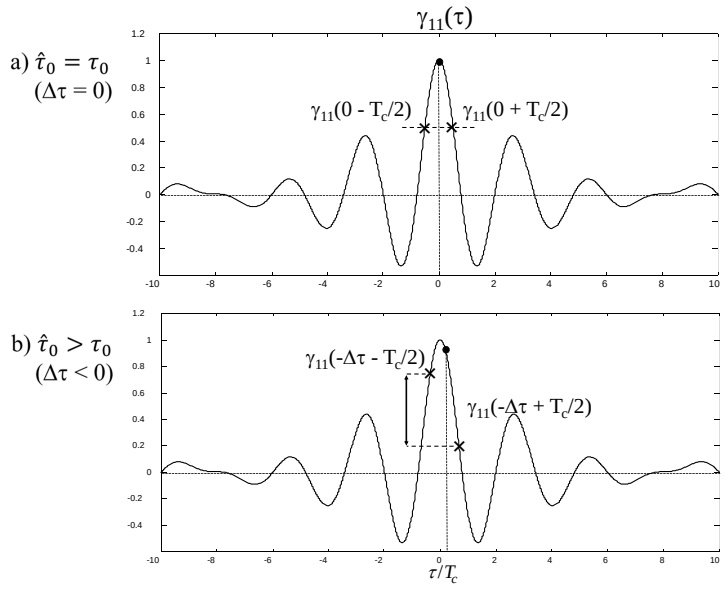


FIGURE 5.9 – Illustration du principe de fonctionnement du détecteur d'erreur de retard de la boucle "early-late" à partir de la fonction d'auto-corrélation ($\gamma_{11}(\tau)$), (a) : sans erreur de synchronisation, (b) : en présence d'une erreur $\Delta\tau = \tau_0 - \hat{\tau}_0 \neq 0$.

(les termes en γ_{k1} dans (5.5)) et le bruit, les deux échantillons "early" et "late" se trouvent de part et d'autre d'un pic de corrélation à symétrie paire (dû à γ_{11} dans (5.5)). En cas d'erreur de synchronisation de retard ($\tau_0 - \hat{\tau}_0 \neq 0$), un déséquilibre entre les deux échantillons va apparaitre, et leur différence va générer un signal d'erreur v_T, approximativement proportionnel à l'erreur de retard $\Delta\tau = \tau_0 - \hat{\tau}_0$. La contre-réaction de la boucle va ainsi contrôler l'interpolateur (ou l'instant d'échantillonnage $\hat{\tau}_0$) pour réduire le signal d'erreur v_T et ainsi l'erreur $\Delta\tau$.

Pour la synchronisation de la phase, un algorithme standard est la boucle à re-modulation, représentée figure 5.8. Le signal d'erreur de phase est défini par [R2] :

$$v_{P[m]} = \mathrm{Im}\left\{\hat{a}^*_{1[m]} e^{-j\hat{\theta}_{0[m]}} \times z_1(mT_s + \hat{\tau}_{0[m]})\right\}. \tag{5.7}$$

Ce détecteur d'erreur de phase (PED) utilise ainsi les échantillons $z_1[m] = z_1\left(mT_s + \hat{\tau}_{0[m]}\right)$ supposés aux bons instants de la période symbole (aux maxima des pics de corrélation) pour calculer le signal d'erreur $v_{P[m]}$. Dans le cas idéal (sans bruit, sans interférence, sans erreur de synchronisation de retard, amenant à $z_1[m] \approx T_s.e^{j\theta_0}\gamma_{11}(0).\hat{a}_{1[m]}$), et sans erreur de décision ($\hat{a}_{1[m]} = a_{1[m]}$), on peut vérifier que ce détecteur délivre un signal d'erreur proportionnel au sinus de l'erreur de phase $\Delta\theta = \theta_0 - \hat{\theta}_0$, avec donc une caractéristique approximativement linéaire pour de faibles erreurs de phase. La nouvelle estimation de la phase $\hat{\theta}_{0[m]}$ est ensuite transmise à la boucle de retard pour corriger le déphasage dû au canal.

Algorithmes améliorés d'estimation conjointe du retard et de la phase : les algorithmes de synchronisation standards qui viennent d'être présentés ont été conçus au départ pour un usage mono-utilisateur (un seul code). En utilisation multi-utilisateur, ils peuvent présenter certaines faiblesses. Considérant les signaux d'erreur (5.6) et (5.7), ainsi que l'expression (5.5) du signal $z_1(t)$ en sortie du filtre adapté, on peut faire la remarque suivante [R2] : si on se place au point d'équilibre où $\hat{\tau}_{0[m]} = \tau_0$ et $\hat{\theta}_{0[m]} = \theta_0$, le signal d'erreur $v_{P[m]}$ de la boucle à remodulation ne présente pas d'interférence d'accès

multiple (ou IAM) car les codes sont orthogonaux au retard nul ($\gamma_{ki}(0) = 0$ pour $k \neq i$). Mais le signal d'erreur de la boucle "early-late" $v_{T[m]}$ utilise quant à lui des échantillons décalés de $\pm T_c/2$. Or en dehors du retard nul, l'orthogonalité des codes n'est plus garantie (en particulier $\gamma_{ki}(\pm T_c/2) \neq 0$ en général), ce qui entraîne l'apparition d'IAM. Les performances de la boucle de retard peuvent être considérablement dégradées par ces interférences qui viennent relever la variance du bruit de boucle. D'où l'intérêt de prévoir un traitement visant à atténuer ces interférences.

La solution proposée pour atténuer les interférences consiste à introduire un préfiltre dans la boucle de retard dont les coefficients sont calculés de manière à minimiser la variance de l'erreur d'estimation du retard. Dans la version formelle de la boucle "early-late" de la figure 5.7, ce préfiltre est inséré entre la sortie du filtre adapté au code désiré et les échantillonneurs de la boucle de retard. Pour la structure de réalisation présentée figure 5.10, ce préfiltre est un filtre discret qui est inséré entre l'interpolateur et le corrélateur. Il a une réponse impulsionnelle réelle symétrique à durée finie $p_{[i]}$, $i = -N, \ldots 0, \ldots, N$, qui travaille au pas $T_c/2$. Ce préfiltre va nous permettre de disposer d'un certain nombre de degrés de liberté pour remettre en forme les intercorrélations $\gamma_{k1}(\tau)$ afin de les optimiser pour la récupération de rythme. Notons que ce préfiltre n'impacte pas directement le chemin de décision, ni le chemin de la boucle de phase.

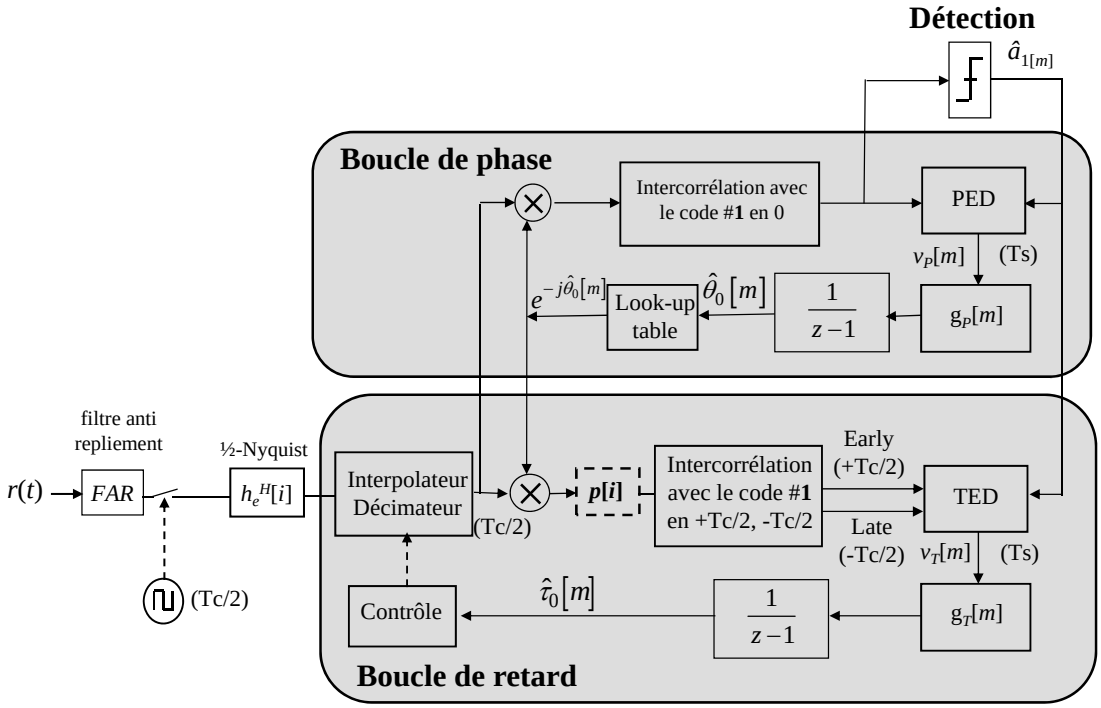


FIGURE 5.10 – Structure de réalisation des algorithmes de synchronisation conjointe classique (sans le préfiltre $p_{[i]}$) ou sa version améliorée (avec le préfiltre) [R2]

Une fois ce préfiltre inséré, le signal d'erreur de la boucle de retard avec préfiltre correspond toujours à l'équation (5.6) mais en remplaçant les échantillons early-late ($z_1\left(mT_s + \hat{\tau}_{0[m]} + \frac{T_c}{2}\right)$; $z_1\left(mT_s + \hat{\tau}_{0[m]} - \frac{T_c}{2}\right)$) par les échantillons préfiltrés ($\tilde{z}_1\left('' + \frac{T_c}{2}\right)$; $\tilde{z}_1\left('' - \frac{T_c}{2}\right)$), où $\tilde{z}_1$ est la version préfiltrée de $z_1(t)$,

$$\tilde{z}_1(t) = \sum_{i=-N}^{N} p_{[i]} z_1(t - i\frac{T_c}{2}). \tag{5.8}$$

Ceci permet, pour le chemin de l'estimation de retard, de remplacer le modèle initial (5.5) de $z_1(t)$ par

$$\tilde{z}_1(t) = T_s e^{j\theta_0} \sum_{k=1}^{K} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_{k[n]} \tilde{\gamma}_{k1}(t - nT_s - \tau_0) \; + \; \tilde{b}(t) \tag{5.9}$$

avec

$$\tilde{\gamma}_{k1}(t) \;\; = \;\; \sum_{i=-N}^{N} p_{[i]} \gamma_{k1}(t - i\frac{T_c}{2}) \tag{5.10}$$

La nouvelle forme d'onde globale $\tilde{\gamma}_{k1}(t)$ dépend maintenant des coefficients du préfiltre. L'action du préfiltre va consister à remettre en forme les corrélations $\gamma_{k1}(t)$ aux instants $\pm T_c/2$ pour réduire le plus possible la variance (gigue) due aux autres utilisateurs intervenant dans la tâche de synchronisation de retard. Le détail du calcul des coefficients est donné dans [R2][Simon 2004]. Ces coefficients ont été obtenus par la résolution d'un problème de minimisation (de variance) sous contrainte (conservation du gain du détecteur d'erreur après pré-filtrage), à partir de la technique des multiplicateurs de Lagrange. Les formules de performances en variance d'estimation statique de retard ou de phase ont été établies (avec ou sans préfiltre) à partir des outils classiques utilisés pour les boucles à verrouillage de phase (S-courbes, linéarisation du problème, fonctions de transfert en boucle fermée, ...). Ces performances sont fonctions des paramètres des filtres (ou pas des coefficients) de boucles g_T ou g_P, par l'intermédiaire des notions de bandes équivalentes de bruit des boucles de retard $B_T T_s$ ou de phase $B_P T_s$. Les variances d'estimation ont été comparées aux bornes de Cramer-Rao, pour des bandes équivalentes de bruit fixées (ou des fenêtres d'observations données).

Exemples illustratifs tirés de [R2], obtenus avec des codes de Walch-Hadamard avec séquence d'embrouillage de longueur $Q = 16$, de l'UMTS mode TDD : pour montrer l'effet du préfiltre sur les IAM, nous avons tracé sur la figure 5.11 les formes d'ondes globales $\gamma_{21}(\tau)$ (inter-corrélations) avant et après préfiltrage (avec un nombre de coefficients $N = 7$) en considérant $K = 2$ utilisateurs et en l'absence de bruit additif. La puissance des IAM étant proportionnelle à $\sum_n \left|\tilde{\gamma}_{21}(nT_s + \frac{T_c}{2}) - \tilde{\gamma}_{21}(nT_s - \frac{T_c}{2})\right|^2$, minimiser l'IAM revient donc à minimiser, pour chaque période symbole, le déséquilibre d'amplitude entre les inter-corrélations décalées de $\pm T_c/2$. La figure 5.11 montre la partie réelle de $\gamma_{21}(t)$ et de $\tilde{\gamma}_{21}(t)$ en mettant en évidence les valeurs obtenues en $\pm\frac{T_c}{2}$, $T_s \pm \frac{T_c}{2}$ et en $-T_s \pm \frac{T_c}{2}$ (repérées par des croix '+'). On observe bien que la forme d'onde globale de l'utilisateur $n^o 2$ filtrée par le préfiltre permet de diminuer la puissance des IAM. En termes de variances d'estimation de retard maintenant, il apparaît sur la figure 5.12 obtenue avec $K = Q = 16$ utilisateurs, que les performances de l'algorithme avec préfiltrage sont meilleures que celles de l'algorithme standard quelque soit la taille du préfiltre. Le gain en performance augmente avec le nombre de coefficients mais atteint un seuil à 7 coefficients (soit environ un 1/4 de la longueur du code).

En conclusion, une nouvelle utilisation du concept de préfiltrage en synchronisation a été introduite, avec un préfiltre qui sert à corriger les formes d'ondes utilisées spécifiquement pour la tâche de synchronisation de retard, indépendamment de la tâche de détection des symboles. Sans correction, la variance d'estimation est élevée car les codes utilisés (codes orthogonaux de Walsh-Hadamard avec séquence d'embrouillage) sont optimaux pour la détection, mais plutôt médiocres pour la synchronisation. L'insertion d'un préfiltre de petite taille dans la boucle de retard a permis d'améliorer les performances des boucles standards de retard dans le récepteur conventionnel mono-trajet [C4, C5]. Il a aussi permis d'améliorer l'estimation conjointe de retard et de phase, étant donné l'interaction entre les deux boucles [R2], et ainsi de se rapprocher des bornes de Cramér-Rao correspondantes.

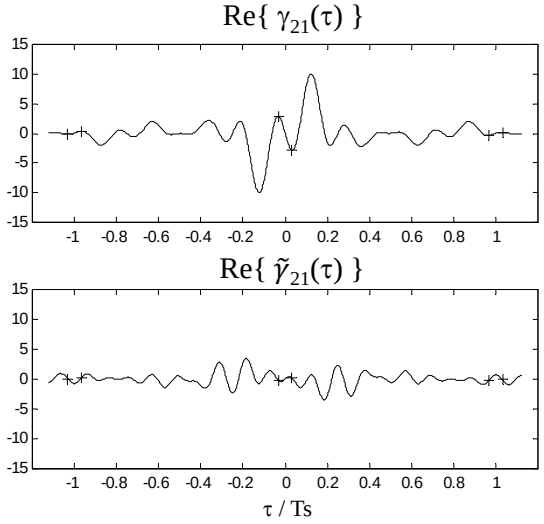


FIGURE 5.11 – Parties réelles des formes d'ondes globales de l'utilisateur $n^o 2$ avant préfiltrage ($\gamma_{21}(\tau)$) et après préfiltrage ($\tilde{\gamma}_{21}(\tau)$) [R2].

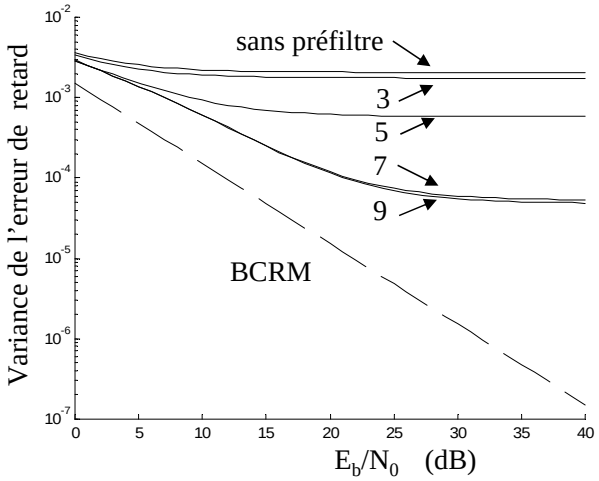


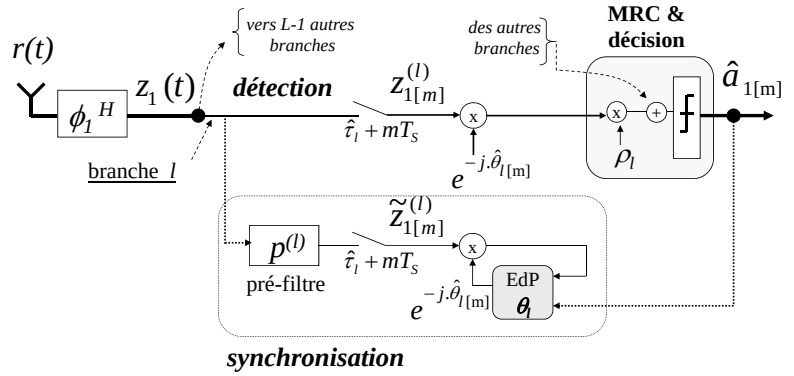
FIGURE 5.12 – Variances théoriques de l'erreur d'estimation du retard normalisé σ_τ^2 en fonction du rapport E_b/N_0 pour un préfiltre de N=3,5,7 et 9 coefficients ($K = 16$, $B_T T_s = 0,01$). La borne de Cramer-Rao modifiée mono-utilisateur est donnée en référence.

5.1.3.2 Synchronisation des phases d'un récepteur Rake en contexte multi-trajet CDMA

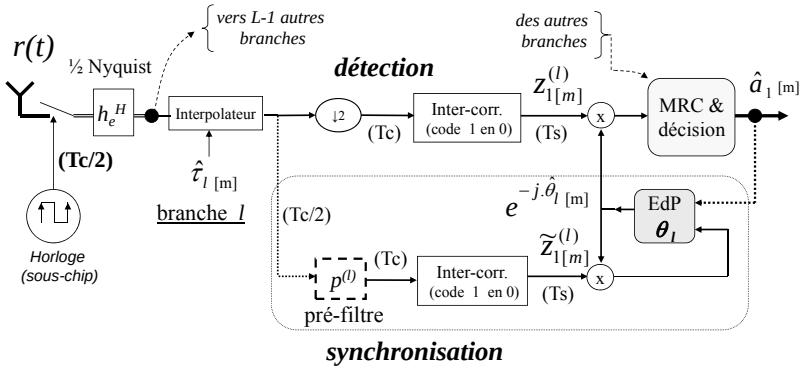
Dans le cas multi-trajet, l'utilisation du récepteur Rake nécessite l'estimation des paramètres (retards, phases, amplitudes) de chaque trajet significatif du canal, comme indiqué en section 5.1.1.2. Grâce au fort pouvoir de résolution temporelle du CDMA (zone z_2^+ du planT_s-B_1 de la figure 4.2), il est tentant de généraliser la stratégie mono-trajet au cas multi-trajet, en vue de poursuivre les retards/phases indépendamment pour chaque trajet. Les boucles d'estimation "mono-trajet" peuvent ainsi être dupliquées pour chaque trajet [R3]. Néanmoins, si les différents trajets ne sont pas complètement "résolus" (séparables temporellement), la boucle concernant un trajet est légèrement influencée par les autres trajets. Cette Interférence résiduelle Entre les différents Trajets (IET) dégrade les per-

formances des boucles standards (biais d'estimation, variance d'estimation augmentée). Nous nous sommes donc attachés à améliorer les performances des boucles standards, à l'aide de préfiltres.

Nous avons tout d'abord cherché à améliorer l'estimation des retards, en introduisant un préfiltre dans la boucle "early-late" de chaque trajet, avec un critère global de minimisation d'erreur quadratique [C7]. Mais l'estimation des retards n'est en réalité pas le problème le plus difficile, en raison de la très faible variation temporelle des retards à l'échelle d'un grand nombre de symboles (une estimation fiable est possible à partir de méthodes blocs travaillant sur un bloc d'observation de grande taille). Le problème plus crucial sur lequel nous nous sommes ensuite focalisés est celui de l'estimation des phases des trajets [R5][R3], car les phases peuvent au contraire avoir une variation significative durant un temps symbole T_s, en raison de la valeur élevée du produit fréquence porteuse-période symbole (par exemple $f_0.T_s = 8000$ en UMTS mode TDD) [5]. L'étude a été menée en supposant une estimation préalable des retards. L'introduction d'un préfiltre dans la boucle de phase de chaque trajet (Cf figure 5.13), a permis d'annuler le biais d'estimation et de diminuer la variance. Nous allons résumer le principe et le modèle en jeu ci-dessous (voir l'article [R5] pour plus de détail). Une discussion plus générale sur l'utilisation de la boucle à remodulation dans un contexte multi-trajet a également été menée dans l'article [R3] annexé (avec application à l'OFDM et au CDMA).



(a) : structure formelle



(b) : structure de réalisation

FIGURE 5.13 – Récepteur Rake (l^{eme} branche détaillée) utilisant un préfiltre dans la boucle de synchronisation de phase, (a) : structure formelle, (b) : structure de réalisation [R3].

5. En supposant une dérive linéaire de retard de $\delta\tau$ durant une période symbole (soit $\delta\tau = \frac{v_m}{c}.T_s$), la variation de phase $\delta\theta$ engendrée dans la même période est telle que $|\delta\theta/2\pi| = |\delta\tau/T_s| \times f_0.T_s$. Une dérive relative de retard est donc amplifiée par le ratio fréquence porteuse à débit symbole, f_0/D_s, pour donner la dérive relative de phase.

On considère désormais que le signal émis $x(t)$ défini en (5.1) est transmis au travers d'un canal complet à L trajets de retards connus τ_l et d'amplitudes complexes $\alpha_l(t) = \rho_l(t).e^{j\theta_l(t)}$. Le signal reçu en bande de base est : $r(t) = \sum_{l=1}^{L} \alpha_l(t).x(t-\tau_l) + n(t)$. D'après la description formelle du Rake introduite en figure 5.2(a2) et reprise en figure 5.13(a), la tête de réception réalise toujours le filtre adapté au code mis en forme numéro 1, délivrant $z_1(t) = (r * \phi_1^H)(t)$, qui s'écrit dorénavant :

$$z_1(t) = T_s \sum_{k=1}^{K} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_{k[m]} \cdot \chi_{k1}(t - mT_s) + \eta_1(t) \tag{5.11}$$

$$\text{avec } \chi_{k1}(\tau) = (\gamma_{k1} * h)(\tau) = \sum_{l=1}^{L} \alpha_l(\tau).\gamma_{k1}(\tau - \tau_l) \tag{5.12}$$

Le modèle (5.11) est similaire au modèle mono-trajet (5.5) en remplaçant $\gamma_{k1}(t-\tau_0).e^{j\theta_0}$ par $\chi_{k1}(t)$, qui représente la forme d'onde globale "Emission/Canal/Réception", de la voie k vers la voie 1.

Le récepteur Rake fonctionne ensuite avec L branches, une par trajet. Sur la branche relative au trajet l, il travaille avec les échantillons $z_{1[m]}^{(l)} = z_1(\tau_l + mT_s)$ obtenus en échantillonnant $z_1(t)$ aux périodes symboles $t_m = \tau_l + m.T_s$, en phase avec le trajet visé (le retard τ_l est supposé bien estimé). La partie *synchronisation* du récepteur duplique pour chacune des L boucles, le schéma standard en construisant un signal d'erreur $v_{\epsilon[m]}^{(l)}$ conforme à celui de la boucle à remodulation (5.7), mais en remplaçant $z_{1[m]}$ par $z_{1[m]}^{(l)}$. La partie *"détection"* du récepteur Rake forme la variable de décision $y_{1[m]}$ de la voie 1 en faisant une Recombinaison cohérente à Rapport Signal à bruit Maximum (MRC) des échantillons $z_{1[m]}^{(l)}$ en sortie des L branches, soit $y_{1[m]} = \sum_{l=1}^{L} z_{1[m]}^{(l)} . \rho_l . exp(-j\hat{\theta}_{l[m]})$.

Revenons sur l'échantillon prélevé sur la branche relative au trajet $\#l$ de l'utilisateur $\#1$:

$$\begin{aligned} z_{1[m]}^{(l)} = & \underbrace{a_{1[m]}.T_s\chi_{11}(\tau_l)}_{\textbf{du au symbole utile}} + \underbrace{\eta_{1[m]}}_{bruit} \\ & + \underbrace{T_s \sum_{n \neq m} a_{1[n]} \cdot \chi_{11}(\tau_l + (m-n)T_s)}_{IES_1} + \underbrace{T_s \sum_{n} \underbrace{\sum_{k \neq 1} a_{k[n]} \cdot \chi_{k1}(\tau_l + (m-n)T_s)}_{IAM_1\{m-n\}}}_{IAM_1} \end{aligned} \tag{5.13}$$

L'échantillon $z_{1[m]}^{(l)}$ contient des termes d'interférence provenant de la même voie $\#1$, notés IES_1, ou provenant des voies autres que $\#1$, notés IAM_1. Ces termes apparaissent par l'intermédiaire des coefficients $\chi_{k1[n]} = T_s\chi_{k1}(\tau_l + nT_s)$ qui dépendent toujours des formes d'onde des équipements Emission/Réception (E/R), mais également du canal dorénavant. Le 1^o terme de droite dans l'équation (5.13) est le seul construit à partir du symbole désiré, pondéré par le coefficient $\chi_{11}(\tau_l)$: il représente la partie "utile" pour la détection, les 3 autres termes étant des termes de perturbations.

En terme de "synchronisation", la boucle à remodulation de la branche l utilise le signal d'erreur $v_{P[m]}^{(l)} = \text{Im}\{e^{-j\hat{\theta}_{l[m]}} \hat{a}_{1[m]}^* z_{1[m]}^{(l)}\}$, construit à partir des échantillons $z_{1[m]}^{(l)}$. La caractéristique du détecteur d'erreur de phase est décrite par la S-courbe, $S_P^{(l)}(\Delta\theta) = \text{E}\{v_{P[m]}^{(l)} \mid \theta_l - \hat{\theta}_l = \Delta\theta\}$, qui représente l'espérance de $v_P^{(l)}$ conditionnellement à des valeurs fixes de l'erreur de phase. A partir de l'échantillon décrit en (5.13), on constate que seul le premier terme de droite (partie utile pour la détection) intervient dans la S-courbe. En effet, les symboles et le bruit étant décorrélés et centrés, les termes de bruit et d'interférence (IES_1 et IAM_1) ne génèrent que du bruit de boucle (composante aléatoire du signal d'erreur).

La S-courbe relative au trajet l est ainsi :

$$S_P^{(l)}(\theta_l - \hat{\theta}_l) = A^2 T_s.\mathrm{Im}\{\ \chi_{11}(\tau_l).e^{-j\hat{\theta}_l}\ \} \tag{5.14}$$

La forme de la S-courbe dépend donc uniquement du coefficient $\chi_{11}(\tau_l)$, qui représente l'échantillonnée de la mise en forme émission-réception convoluée par le canal, et regroupe donc les contributions des différents trajets, selon (5.12). Le point d'équilibre stable (obtenu pour $S_P^{(l)} = 0$) est atteint lorsque la phase estimée $\hat{\theta}_l$ coïncide avec la phase qui affecte les symboles désirés de la voie 1, soit $\hat{\theta}_{eq} = \mathrm{Arg}\{\chi_{11}(\tau_l)\}$. Idéalement, il faudrait donc que $\mathrm{Arg}\{\chi_{11}(\tau_l)\}$ soit égal à θ_l pour éviter un biais d'estimation. Or le coefficient $\chi_{11}(\tau_l)$ est donné par

$$\chi_{11}(\tau_l) = \rho_l.e^{j\theta_l}.\gamma_{11}(0) \quad + \quad \sum_{i \neq l} \rho_i.e^{j\theta_i}.\gamma_{11}(\tau_l - \tau_i). \tag{5.15}$$

On voit donc que le déphasage affectant le symbole utile (argument de $\chi_{11}(\tau_l)$) n'est égal au déphasage du trajet l seulement si l'approximation habituelle en CDMA, $\gamma_{11}(\tau_l - \tau_i) \simeq 0\ , i \neq l$, est valable. Elle le sera si les trajets voisins sont suffisamment "résolus", ou espacés vis à vis du temps *chip*, du moins pour des codes ayant de bonnes propriétés d'auto-corrélation, proches du "Dirac". Dans ce cas, les L boucles à re-modulation standards permettront de bien suivre les phases des trajets [avec une variance d'estimation néanmoins supérieure au cas mono-trajet, à cause de l'interférence (IES, IAM) qui renforce le bruit de boucle]. Cependant, dans le cas de trajets non résolus (ou encore de codes ayant des fonctions d'auto-corrélations médiocres) le point d'équilibre stable de la boucle est influencé par les autres trajets et un terme de biais apparait, comme le montre l'expression de la S-courbe :

$$S_P^{(l)}(\theta_l - \hat{\theta}_l) = A^2.T_s.\rho_l\gamma_{11}(0).\sin(\theta_l - \hat{\theta}_l) \quad + \quad \underbrace{Im\{A^2.T_s.\sum_{i \neq l} \rho_i.e^{j(\theta_i - \hat{\theta}_l)}\gamma_{11}(\tau_l - \tau_i)\}}_{IET} \tag{5.16}$$

Dans ce cas en effet, $S_P^{(l)}(0) \neq 0$, à cause du terme d'interférence entre les trajets "IET", indiqué en (5.16). Le point d'équilibre stable pour la boucle l est alors donné par : $\hat{\theta}_{eq} = \theta_l - \Delta\theta_{eq}$, où le biais $\Delta\theta_{eq}$ peut se calculer à partir de la S-courbe $S_P^{(l)}$.

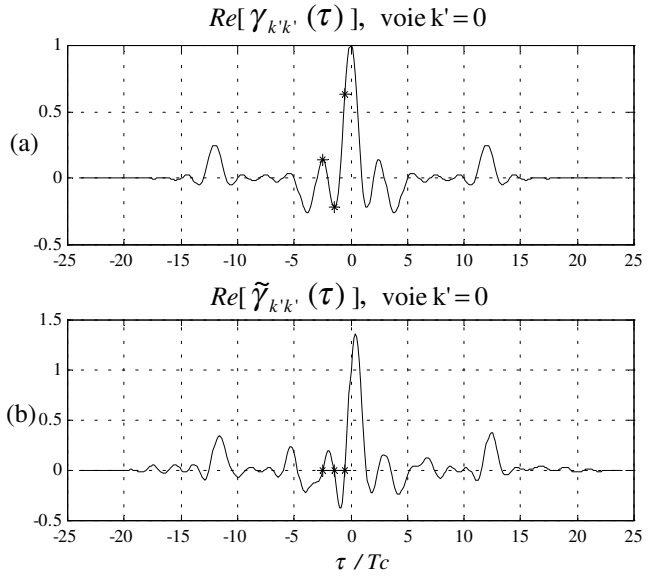
Pour répondre aux situations où l'on doit suivre de rapides variations de phases du canal, avec des trajets qui ne sont pas tous complètement résolus, nous avons adopté une stratégie originale [R5][C8]. L'originalité vient du fait que la correction "introduite" ne nécessite aucune adaptation au cours du temps lorsque les délais sont fixes (sur la durée du bloc de traitement ou "slot"), contrairement aux travaux de la littérature (répertoriés dans [R5]). La correction consiste en un pré-filtre statique inséré dans la boucle de phase, et dont le but est de maintenir à zéro le terme d'IET, indépendamment des variations de phases et d'amplitudes des trajets.

Le signal d'erreur $v_{\epsilon[m]}^{(l)}$ est conforme à celui de la boucle à remodulation (5.7), mais en remplaçant l'échantillon $z_1^{(l)}$ par l'échantillon pré-filtré $\tilde{z}_1^{(l)}$. Ainsi, formellement, c'est toujours (au travers du canal) la forme d'onde E/R $\gamma_{11}(\tau)$ qui conditionne la détection, mais c'est une forme d'onde E/R/P $\tilde{\gamma}_{11}(\tau)$ corrigée par le Préfiltre p qui conditionne la synchronisation, avec $\tilde{\gamma}_{11}(\tau) = (\gamma_{11} * p)(\tau)$. Cela donne des degrés de liberté dans l'optimisation des 2 tâches. Plusieurs critères sont possibles pour calculer les coefficients du préfiltre. Dans tous les cas, pour annuler le biais, il faut contraindre la nouvelle S-courbe, donnée en (5.16) en remplaçant $\gamma_{11}(\tau)$ par $\tilde{\gamma}_{11}(\tau)$, à passer par zéro pour $\tau_l - \hat{\tau}_l = 0$, soit

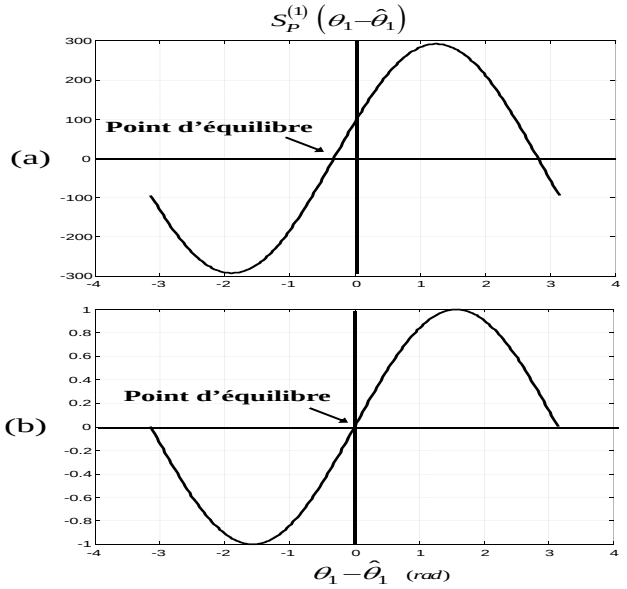
$S_P^{(l)}(0) = 0$. Cette condition nécessite de forcer à zéro le terme d'IET dans (5.16). Si on veut de plus que cette annulation soit indépendante des variations des phases ou amplitudes, il faut contraindre la forme d'onde corrigée (E/R/P) de telle sorte qu'elle présente une valeur nulle aux positions de chaque trajet adjacent, soit $\tilde{\gamma}_{11}(\tau_l - \tau_i) = 0, \quad \forall i \neq l$. Le calcul des coefficients du pré-filtre est détaillé dans [R5], pour différents critères utilisant ou non la connaissance des codes des interférents (approches mono-utilisateur ou multi-utilisateur), ainsi que les variances d'estimation obtenues.

Illustration du principe à partir de l'auto-corrélation et de la S-courbe.
La figure 5.14 (gauche) illustre l'effet du préfiltre pour un canal en lien descendant composé de 4 trajets avec les délais relatifs de 0, $0.5T_c$, $1.5T_c$ et $2.5T_c$, et des amplitudes de $0dB$, $-0.9dB$, $-4.9dB$ et $-8dB$. L'effet est montré sur la partie gauche de la figure 5.14 sur la partie réelle de la fonction d'auto-corrélation normalisée $\gamma_{k'k'}$. Sans le préfiltre la partie (a) de la figure montre que la fonction E/R initiale, construite à partir d'une séquence de Walsh-Hadamard (embrouillée), n'est pas très performante du point de vue de la synchronisation : les valeurs d'auto-corrélations non négligeables aux retards *chips* non nuls, induiront clairement de l'interférence entre trajets importante avec de tels trajets. Pour le trajet désiré $l = 1$, la partie (b) de la figure 5.14 (gauche) montre l'effet du préfiltre (de longueur 11 coefficients, soit une durée d'environ $T_s/3$), qui force à zero la forme d'onde préfiltrée (E/R/P) aux points $\tau_1 - \tau_2$, $\tau_1 - \tau_3$ et $\tau_1 - \tau_4$ (indiqués par une '*' sur la figure).

La figure 5.14 (droite) montre la S-courbe du PED optimisé (partie (b)), en comparaison avec la S-courbe du PED standard (partie (a)). Pour le PED standard, on note que le passage à zéro de la S-courbe ne se fait pas à l'origine, mais à $(\theta_l - \hat{\theta}_l) \approx -0.3\ rad$. Il y aura en conséquence un biais statique sur l'estimation de phase (pour un scénario statique du canal), dû à la présence des trajets adjacents. Pour la S-courbe du PED optimisé grâce au préfiltre, le passage à zéro est ramené à l'origine, permettant une estimation sans biais.



formes d'onde E/R



S-courbe

FIGURE 5.14 – forme d'onde Emission/Réception $\gamma_{k'k'}$ (à gauche) et S-courbe résultante pour détecter la phase du trajet $l = 1$ (à droite). (a) : cas standard, et (b) : version avec préfiltre.

Par ailleurs, les performances en poursuite ont été testées par simulation dans [C8][R5] pour des boucles du 2nd ordre. On a supposé des modèles de variation déterministes sinusoïdaux pour les phases des différents trajets, tel que $\theta_l(t) = \Delta\theta_l \sin(2\pi f_g^{(l)} t)$, où les paramètres $f_g^{(l)}$ et $\Delta\theta_l/2\pi$ sont la fréquence

et l'amplitude de gigue. Les décalages Doppler varient de manière sinusoïdale au cours du temps (avec $f_d^{(l)} = \Delta\theta_l f_g^{(l)}$ au voisinage de zéro), et les paramètres ont été choisis pour "balayer" des scénarios possibles en UMTS pour un mobile de vitesse $v_m = 120$ Km/h (*i.e.* $f_d \in [-220Hz; +220Hz]$). Les résultats de simulation (voir figures 14 et 15 de l'article [R3] joint en annexe) montrent pour des trajets non-résolus le bon fonctionnement de la boucle améliorée et l'échec de boucle standard (présence de biais évolutifs).

En conclusion, cette étude menée durant la thèse de Eric SIMON, a permis de proposer des améliorations aux structures standards de synchronisation mono-trajet mono-utilisateur (boucle "early-late" pour le retard, boucle "à re-modulation" pour la phase) afin de les adapter au contexte multi-utilisateur (ou /et multi-trajet). Les améliorations ont consisté à introduire, dans chaque boucle d'estimation, un pré-filtre conçu selon différents critères en fonction des scénarios visés. Une telle stratégie permet de donner des degrés de liberté à la tâche de synchronisation, relativement à celle de détection, et permet de tolérer l'utilisation de codes peu performants du point de vue de la synchronisation (notamment en présence de trajets multiples) mais plus intéressants pour la détection. En particulier, l'insertion d'un préfiltre exploitant la non-variation des délais des trajets adjacents (sur un bloc de données) peut apporter une solution à la poursuite de variations rapides de phase, qui ne souffre plus de problème de biais d'estimation. Une telle stratégie peut-être utilisée tant que le nombre de trajets reste faible. En perspective, la poursuite améliorée des phases peut-être aussi couplée à la poursuite des amplitudes des trajets. On peut ainsi réaliser l'estimation adaptative des paramètres du canal. On profite en effet du fait que le pré-filtre rend l'estimation relative à un trajet quasi indépendante vis à vis des autres trajets. Cette estimation des paramètres du canal peut aussi servir d'autres détecteurs plus sophistiqués que le Rake, du moment que ceux-ci ont une utilisation explicite des retards, phases (et amplitudes) des trajets. Notamment, nous avons explorés quelques-unes de ces perspectives dans [C9] avec l'estimation adaptative du canal, couplée à un récepteur linéaire multi-utilisateur proposé dans ma thèse.

5.1.4 Autres en bref : détection de séquences pseudo-aléatoires (2012-2015)

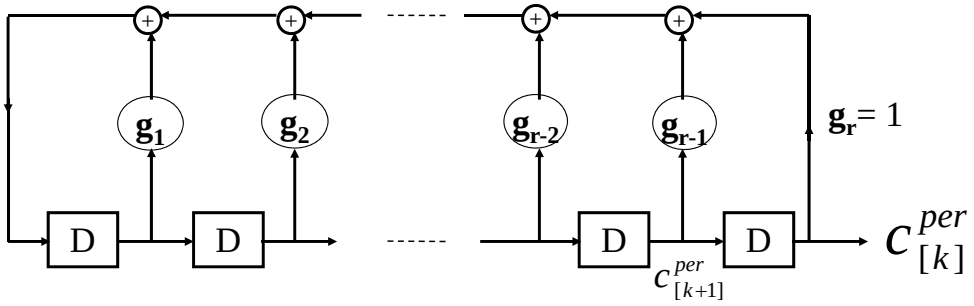


FIGURE 5.15 – Générateur de séquence LFSR (représentation de Fibonacci)

J'évoque ici rapidement des contributions liées à une partie du travail de thèse de Mathieu des NOES, thèse qui vient d'être soutenue [Des Noes 2015]. Mathieu est un collègue du CEA-LETI avec qui je collabore depuis de nombreuses années, notamment depuis l'encadrement commun de la thèse de Youssef NASSER (soutenue en 2006). Il a obtenu en 2012 un dégagement de temps par son employeur pour réaliser une thèse en parallèle de son travail de chercheur sénior au CEA-LETI. Nous avons été heureux, Jean-Marc BROSSIER et moi-même d'être associé au suivi (plutôt que l'encadrement vu le contexte ...) de son travail pour le coté universitaire. Ces contributions ont commencé à être publiées, notamment depuis 2013 dans les conférences majeures en communications [C35, C36, C38, C42].

Ce travail s'intéresse à la problématique de la détection de la présence d'une séquence pseudo-aléatoire (de mécanisme générateur connu) dans un signal reçu, ainsi que de l'estimation de son état initial. Cet état estimé peut permettre d'estimer quelle séquence a été émise parmi un ensemble possible. Il peut également être utilisé à des fins d'acquisition de synchronisation temporelle du récepteur si la séquence est complètement connue à l'émission. Ce genre de problématique, qui peut se formuler comme un problème de détection et de décodage conjoint, se pose dans de nombreuses applications. Dans les télécommunications cellulaires basés sur le CDMA (systèmes UMTS, CDMA2000, ...), on peut citer la recherche de cellule (généralement une séquence d'embrouillage particulière est associée à une cellule), ou l'identification de la séquence d'embrouillage d'un interférent puissant en vue de mettre en oeuvre la détection multi-utilisateur. Egalement, l'acquisition de séquences pseudo-aléatoires est une tâche fondamentale des systèmes de localisation (systèmes GPS et Galileo) qui sont basés sur l'évaluation de temps d'arrivée. On pourrait aussi citer le domaine de la cryptographie.

Les séquences pseudo-aléatoires sont très majoritairement construites à partir de registres à décalage rebouclés, d'où leur nom en anglais : Linear Feedback Shift Register sequence (LFSR). Comme montré sur la figure 5.15, on a r registres à décalage en série, et la sortie de chaque registre peut être rebouclée (selon poids 0 ou 1 des coefficients $\{g_i, i = 1, ..., r\}$ du polynôme générateur g(x) de la séquence) pour être additionnée modulo 2 en entrée du premier registre. Les séquences LFSR possèdent de bonnes propriétés stochastiques si leur polynôme générateur est irréductible. Dans ce cas, la séquence binaire générée, $c_{[k]}^{per}$ est périodique, et possède la période la plus grande possible, $n = 2^r - 1$ *chips*, et on parle de m-séquence pour "séquence à longueur maximale". On cherche par ce mécanisme à générer une séquence ayant les propriétés proches d'un bruit blanc, avec en particulier une fonction d'auto-corrélation proche d'un Dirac à temps discret, ce qui facilitera la synchronisation temporelle.

La méthode conventionnelle de synchronisation temporelle consiste à réaliser une corrélation entre le signal reçu et la séquence de référence générée localement, pour différents décalages possibles. La synchronisation est dite acquise si la corrélation dépasse un seuil prédéfini. Cette méthode est très efficace si la séquence est relativement courte. Mais dans le cas d'une séquence longue, cette méthode peut ne plus être directement applicable. On peut alors travailler sur des corrélations partielles, ce qui dégrade les performances et surtout augmente le temps de synchronisation. Mathieu a étudié des méthodes alternatives, s'appuyant sur les techniques de codage/décodage canal. L'idée principale est de regarder une m-séquence de longueur $n = 2^r - 1$ comme un mot-code, associé à un mot d'information de longueur r bits. Le mot d'information (ou message à coder) est constitué des r bits chargés initialement dans les registres LFSR, et qui constituent l'état initial des registres de la m-séquence (registres par ailleurs cablés selon le polynôme générateur $g(x)$ de degré r de la séquence). Plus précisément, on peut montrer que une m-séquence est un élément d'un code linéaire cyclique $[n = 2^r - 1, k = r]$ (appelé code simplex) de très faible rendement $k/n = \frac{r}{2^r-1}$, et qui a pour polynôme de contrôle $g(x)$ [MacWilliams 1981]. L'idée est donc d'appliquer des méthodes de décodage canal au mot-reçu, afin de déterminer l'état initial des registres. L'état des registres peut être interprété comme l'image du décalage temporel de la m-séquence reçue (problème de synchronisation/acquisition si on suppose connue la m-séquence émise), ou bien comme l'identifiant de la m-séquence reçue (problème d'identification de m-séquences si on suppose connus seulement le polynôme générateur, ainsi que la synchronisation temporelle).

Le principe développé pour le décodage des m-séquences est de créer une matrice de parité $\mathbf{H}$ et d'appliquer un algorithme de décodage par passage de messages sur le graphe de Tanner induit [Chugg 2005] (algorithme somme-produit, ou par passage de croyance, ou "belief progation" en anglais), permettant de retrouver l'état initial. Cette méthode a été notamment adaptée avec succès dans deux applications, la détection aveugle des codes d'embrouillages (construits à partir de 2 m-séquences) des liaisons montantes des systèmes WCDMA [C35] et CDMA2000 [C36]. Dans ces travaux, une étape de

pré-traitement permet d'abord d'éliminer la modulation des données en exploitant les caractéristiques connues de transmission de chaque système (mise en trame, méthode d'étalement, multiplexage des canaux), afin que le signal résultant ne dépende que du code d'embrouillage recherché (à un bruit résiduel près). On met alors en oeuvre les techniques de décodage itératif pour estimer l'état des registres des m-séquences utilisées pour générer ce code d'embrouillage, ce qui permet de l'identifier (identifiant sur 24 bits pour le système WCDMA). Par ailleurs, la manière de construire la matrice de parité **H**, afin qu'elle présente de bonnes propriétés vis à vis du décodage itératif (sélection des équations de parité, ...), a été aussi étudiée pour les m-séquences dans [C38] et pour les séquences de Gold dans [C42]. Mathieu a apporté d'autres contributions théoriques dans sa thèse, liées aux probabilités de détection et de fausse alarme des mécanismes.

5.1.5 Conclusion du thème 1

Les signaux de communications à spectre étalé issus des systèmes d'accès multiple à répartition par codes (CDMA) offrent des degrés de liberté supplémentaires par rapport aux systèmes travaillant à bande minimale. Nos contributions (davantage développées dans l'introduction de ce thème) ont surtout consisté à étendre des concepts utilisés en communication classiques pour les adapter aux spécificités des signaux large-bande. Dans le cadre de l'égalisation multi-utilisateur, nous avons notamment exploité la diversité de trajets apportée par la largeur de bande pour pouvoir annuler l'interférence multi-utilisateur à durée finie après un échantillonnage à pas irrégulier à l'intérieur d'une période symbole. Cela était une sorte d'extension du concept d'égaliseur fractionné introduit initialement pour annuler l'IES en communication mono-utilisateur classique. Dans le cadre de la synchronisation, c'est le concept de pré-filtrage qui a été revisité. L'insertion de pré-filtres dans les boucles de synchronisation des estimateurs de retards ou de phases a permis d'améliorer les performances (minimiser la variance statique, ou diminuer le biais, ou améliorer la capacité en poursuite en cas de variation des paramètres) des estimateurs classiques (conçus initialement pour le cas mono-trajet mono-utilisateur).

On peut pointer des limitations à ces travaux, ou/et des décalages avec les recherches récentes en téléphonie mobile. Tout d'abord, au niveau applicatif, la limitation est évidente étant donné que nos algorithmes avaient été développés pour des schémas d'émission typique des systèmes de 3ème génération de téléphonie mobile, alors que les chercheurs des réseaux cellulaires préparent aujourd'hui la 5ème génération, basée sur des formes d'ondes et modèles très différents. Aussi au niveau du modèle, nos travaux sur l'égalisation / synchronisation n'ont pas considéré l'interférence entre les cellules (en dehors des travaux de thèse de Mathieu des Noes évoqués en dernier). Egalement, nous avons privilégié la simplicité d'algorithmes en ligne, qui sont mis à jour séquentiellement à la réception d'un nouveau symbole, alors que sont plutôt privilégiés aujourd'hui les traitements d'un bloc complet de symboles. Bref, nos travaux ne seront pas utiles pour les futurs réseaux cellulaires de téléphonie mobile, mais les concepts développés restent valables pour les communications à étalement de spectre CDMA.

Comme limitation plus intrinsèque de nos travaux, on peut certainement évoquer les restrictions d'utilisation au cas d'un canal avec un nombre de trajets limité (car on a souvent utilisé une branche de traitement par trajet) et aussi avec un nombre d'utilisateur et facteur d'étalement limités (car certains traitements incluent des inversions matricielles dépendant de ces dimensions). Enfin au niveau de l'analyse, les performances théoriques des estimateurs ou des détecteurs n'ont été obtenues que pour des paramètres de canal fixes ou déterministes.

5.2 Thème 2 : Techniques de transmission

5.2.1 Introduction

Dans ce thème 2, intitulé "techniques de transmission", j'ai regroupé la partie de mes travaux qui propose de jouer aussi sur le schéma d'émission (en plus du schéma de réception correspondant), pour essayer de s'adapter au mieux à un type de canal donné, ou à un scénario de transmission donné. Ces travaux ne reposent pas sur un modèle unique, comme c'était le cas pour le thème 1 (où le schéma d'émission était conforme à la technique CDMA, avec par défaut les paramètres du mode TDD de l'UMTS), et les natures et contributions de ces travaux sont ainsi un peu plus disparates. Certaines contributions ont néanmoins pu bénéficier des savoir-faire que j'ai préalablement acquis au cours du thème 1 (CDMA et modulations linéaires multi-voie).

Nous avons vu que pour un canal physique donné, on pouvait, selon le schéma et les paramètres de transmission, être confronté au problème d'interférence (entre symboles, entre voies, ...) ou/et au problème d'évanouissements ("fading"). Le premier travail du thème 2 considère le scénario particulier du canal "flat fading" à variations lentes à l'échelle de la période symbole (point de fonctionnement Bm2 de la zone z_2 de la figure 4.2). Ici, il n'y a pas de problème d'interférence lorsque l'on utilise le schéma de transmission standard, mais la performance résultante est alors très médiocre à cause de la forte probabilité d'évanouissements. Nous avons proposé et étudié un schéma introduisant de la diversité temporelle à l'émission sans perte de débit utile. Un tel schéma accepte une certaine forme possible d'interférence afin de réduire l'effet des évanouissements, ce qui permet globalement une amélioration significative des performances [R4][C6][T8]. Nous évoquerons ensuite plus brièvement d'autres travaux. Le travail de thèse de Youssef NASSER a considéré un schéma d'accès multiple qui était candidat (non retenu) pour la suite de l'UMTS, et qui combinait CDMA et OFDM avec des paramètres systèmes flexibles (permettant d'explorer différentes zones de la figure 4.2). Les performances théoriques de ce schéma ont été évaluées pour différents scénarios de canaux radio-mobiles, et notamment en présence d'erreurs de synchronisation [R6, R13][C10-C14]. Le travail de thèse de Yoann ROTH, démarré il y a un peu plus d'un an, s'intéresse à une autre problématique, celle de la transmission (pour l'instant au travers d'un canal BBAG) à très faible sensibilité (puissance utile à l'entrée du récepteur) et très faible énergie par bit. La contrainte n'est donc pas ici sur la bande passante ou l'efficacité spectrale, mais sur l'efficacité énergétique. Un schéma combinant modulations orthogonales et turbo-codage a été proposé et semble prometteur [C43]. Je citerais enfin de manière beaucoup plus anecdotique les travaux menés durant le post-doc de Alain KIBANGOU, cherchant à utiliser les modulations multi-porteuses dans le cadre d'un canal non pas radio, mais acoustique sous-marin (ASM) [C25][C28][C30].

5.2.2 Technique de diversité de transmission D2SD (2003-2005)

Ce travail a été mené avec M. Ali KHALIGHI, ancien collègue ayant aussi réalisé sa thèse sous la direction de Geneviève JOURDAIN, à peu près à la même période que la mienne [Khalighi 2002a]. Cette collaboration informelle de période post-thèses nous avait permis de mettre en commun nos savoir-faire respectifs pour proposer un schéma de transmission permettant de réduire l'effet d'un canal "flat fading" lorsque nous ne disposons que d'une antenne à l'émission et à la réception. Cette technique, appelée D2SD (Delayed two-Streams Division), est une technique de transformation des symboles à l'émission, permettant d'obtenir une diversité temporelle d'ordre 2. Elle a d'abord fait l'objet de la présentation dans une conférence [C6] en juin 2003, puis de la publication dans la revue *Elsevier Signal Processing* jointe en annexe [R4], et d'un rapport technique un peu plus complet [T8]. Avant de résumer l'idée, la

performance et le positionnement de la technique D2SD, nous rappelons brièvement la problématique de la transmission au travers d'un canal "flat fading" et la nécessité d'introduire de la diversité.

Problématique de la transmission sous un canal "flat fading" : Dans ce scénario, un schéma de transmission standard amène à un modèle d'observation sans interférence au temps discret $n.T_b$, de type $r[n] = \alpha[n].a[n] + \eta[n]$, où $a[n]$ est le symbole d'information (à 2 états équiprobables $\in \{-1; +1\}$), et $\eta[n]$ est le bruit modélisé par une variable aléatoire de loi Complexe Gaussienne, notée $\mathcal{CN}\left(0;\ \sigma_\eta^2 = \frac{N_0}{T_b}\right)$. Pour une amplitude complexe du canal $\alpha[n]$ connue et fixée (et ainsi une énergie par bit fixée à $E_b = \frac{1}{2}.|\alpha|^2$), la décision par signe après correction de phase, $\hat{a}[n] = \text{sgn}\{r[n] \times \alpha[n]^*\}$, amène à la probabilité d'erreur du canal Gaussien pour des symboles binaires antipodaux, $Pe = \mathcal{Q}\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$, où la fonction $\mathcal{Q}(.)$ est le complément à 1 de la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite. La probabilité d'erreur du canal BBAG "sans fading" est ainsi une fonction quasiment exponentiellement décroissante avec le rapport $\frac{E_b}{N_0}$, du moins lorsque $\frac{E_b}{N_0} \gg 1$. Mais pour le canal "flat fading", l'amplitude complexe du canal varie au cours du temps. A l'instant n, $\alpha[n]$ est modélisé (pour un canal de Rayleigh) par une variable aléatoire complexe Gaussienne circulaire $\alpha[n] \sim \mathcal{CN}\left(0;\ \sigma_\alpha^2\right)$. Il s'en suit qu'à la réception, l'énergie par bit E_b ou la puissance instantanée $P_x = E_b/T_b$ varient au cours du temps, et sont modélisés, à 1 instant donné, par des variables aléatoires qui suivent une loi du Chi2 à deux degrés de liberté, qui correspond à la loi exponentielle. Une telle loi implique que la valeur la plus probable de la puissance instantanée est zéro (position du maximum de la loi exponentielle), et donc que la probabilité d'un évanouissement "profond" (puissance instantanée proche de zéro) est non négligeable, ce qui va avoir un impact très dommageable sur les performances de la transmission. Si on regarde les choses en moyenne (en moyennant donc selon la loi de E_b, Chi2 à 2 degrés de liberté, de moyenne $\overline{E_b} = \text{E}\{E_b\}$), les performances de probabilité d'erreur moyenne $\overline{Pe} = \text{E}\{Pe\} = \text{E}\{\mathcal{Q}\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)\}$ peuvent s'exprimer en fonction du rapport (moyen) $\frac{\overline{E_b}}{N_0}$ par [Proakis 1995] :

$$\overline{Pe} = \frac{1}{2}.\left(1 - \sqrt{\frac{\frac{\overline{E_b}}{N_0}}{1 + \frac{\overline{E_b}}{N_0}}}\right) \approx \frac{1}{4}.\left(\frac{\overline{E_b}}{N_0}\right)^{-1} \quad \text{pour} \quad \frac{\overline{E_b}}{N_0} \gg 1. \tag{5.17}$$

La probabilité d'erreur du canal flat "fading" a donc une décroissance asymptotique avec le rapport E_b/N_0 moyen qui est très lente (décroissance inverse) comparativement au cas du canal Gaussien (décroissance quasi exponentielle). Notamment, pour une probabilité d'erreur (moyenne) cible de 10^{-4}, la pénalité en E_b/N_0 (moyen) est de l'ordre de 25 dB. Ce canal "flat fading" permet donc une transmission sans interférence avec un schéma standard, mais avec de très mauvaises performances comparées à celles obtenues avec un canal mono-trajet "sans fading".

Motivation, principe et performances de la technique D2SD : Comme pour toute technique de diversité, l'idée est de pouvoir disposer à la réception de plusieurs observations indépendantes de la même information. Cela permet de parvenir à un canal équivalent, après traitement préalable à la réception, qui moyenne la loi de la puissance instantanée normalisée du canal de départ (loi du Chi2 à 2 degrés de libertés de moyenne 1 et variance 1) pour réduire sa dispersion et ainsi la probabilité des évanouissements profonds (typiquement selon la loi du Chi 2 à $2 \times L$ degrés de liberté pour une diversité d'ordre L, de moyenne 1 et variance $1/L$). Le plus grand gain pouvant être obtenu lors du passage de $L = 1$ à $L = 2$ branches de diversité, nous avons mené l'étude pour le cas $L = 2$. Ali connaissait bien les schémas de diversité à base d'antennes multiples (Multiple Input Multiple Output, MIMO), objet de sa thèse. Spatialement, on peut obtenir une diversité d'ordre 2 en réceptionnant le

signal émis sur 2 antennes ("Single Input Multiple Output") suffisamment espacées, ou bien encore en utilisant 2 antennes à l'émission combinées à un codage spatio-temporel (technique d'Alamouti).

Cependant, lorsque l'on ne dispose pas de source de diversité spatiale (une seule antenne à l'émission et une seule antenne à la réception), on peut chercher à exploiter la diversité temporelle. La manière la plus simple serait de répéter le même symbole d'information a à 2 instants suffisamment espacées vis à vis du temps de cohérence du canal. Mais en réservant deux instants temporels pour un même symbole unique, il y a une perte d'un facteur 2 en efficacité spectrale (bit/s/Hz). Cette perte d'efficacité spectrale peut-être évitée si on est prêt à accepter une certaine dose d'interférence. Une première étude menée par Ali [Khalighi 2002b] avait consisté à introduire artificiellement de la dispersion temporelle (ou sélectivité fréquentielle) sur le train de symboles émis, par la convolution avec un canal artificiel connu introduit au niveau de l'émetteur. Le récepteur devait alors égaliser le signal reçu pour réduire l'IES artificiellement introduite dès l'émission. L'idée derrière cela était finalement de reconnaitre que pour certains scénarios, l'"interférence est à préférer aux évanouissements" en terme de pénalité induite (Cf conclusion de la partie II de ma thèse [M1]). Cependant la technique mono-voie proposée par Ali se frottait aux problèmes habituels de réalisation des égaliseurs synchrones (horizon infini, ...). Tous ces problèmes pouvaient être évités en travaillant sur 2 voies au lieu d'une (avec alors potentiellement de l'interférence entre voies se substituant à l'interférence entre symboles successifs), à l'image de la technique CDMA à Q=2 *chips*, ou encore à l'image d'un égaliseur fractionné qui disposerait de 2 échelles de temps pour mener une égalisation à horizon fini (Cf section 5.1.2.1). Voila les ingrédients qui nous ont amené à construire la technique D2SD.

La technique "delayed two-streams division" (D2SD) opère une transformation par pré-codage des symboles à l'émission, permettant d'obtenir une diversité temporelle d'ordre 2. Dans cette technique, 2 symboles binaires de la source a_1 et a_2 (à valeurs dans $\{-1;+1\}$) sont transformés de manière orthogonale en 2 éléments :

$$b^+ = a_1 + \mu.a_2 \quad \text{et} \quad b^- = \mu.a_1 - a_2$$

Chaque élément est une combinaison linéaire des 2 symboles initiaux, et a ainsi 4 états possibles. Le coefficient μ est un coefficient réel de mélange compris entre 0 (pas de mélange) et 1 (on transmet dans ce cas la somme des symboles de départ dans b^+, puis la différence dans b^-, avec des éléments transmis à seulement 3 états). Notons que pour $\mu = 0.5$, les éléments sont à 4 états équidistants. Les éléments b^+ et b^- sont ensuite transmis au travers du canal "flat fading", en insérant un délai connu entre les 2 éléments (suffisamment grand devant le temps de cohérence), qui devra être compensé à la réception. Le schéma de la transmission est donné en figure 5.16, et une représentation polyphase équivalente peut être trouvée en Fig.3 de l'article annexé [R4].

Les deux observations sont ainsi :

$$r^+ = \alpha^+(a_1 + \mu.a_2) \; + \; n^+ \tag{5.18}$$

$$r^- = \alpha^-(\mu.a_1 - a_2) \; + \; n^- \tag{5.19}$$

où α^+, n^+ sont respectivement le gain complexe du canal et le bruit pour l'élément reçu $r+$ (notation similaires pour r^-). Quelques cas particuliers permettent de voir rapidement l'intérêt du précodage. Si $\alpha^+ = \alpha^-$ (gains équilibrés), le simple filtre adapté aux codes permet de retrouver sans interférence les symboles de départ. Si $\alpha^+ \neq 0$ et $\alpha^- = 0$ (gains déséquilibrés, avec un évanouissement total), les 2 symboles binaires de départ peuvent encore être décodés sans interférence, car la variable survivante b^+ est à 4 états. Et pour les cas intermédiaires les plus fréquents, la matrice de mélange incluant le canal (permettant de passer de $[a_1, a_2]^T$ à $[r^+, r^-]^T$) n'est plus orthogonale. La réception se fait alors en présence d'interférence. Le décodage des symboles peut se faire avec la structure très simple du détecteur à Maximum de Vraisemblance que nous avons dérivée, et qui est présentée figure 5.17. Nous

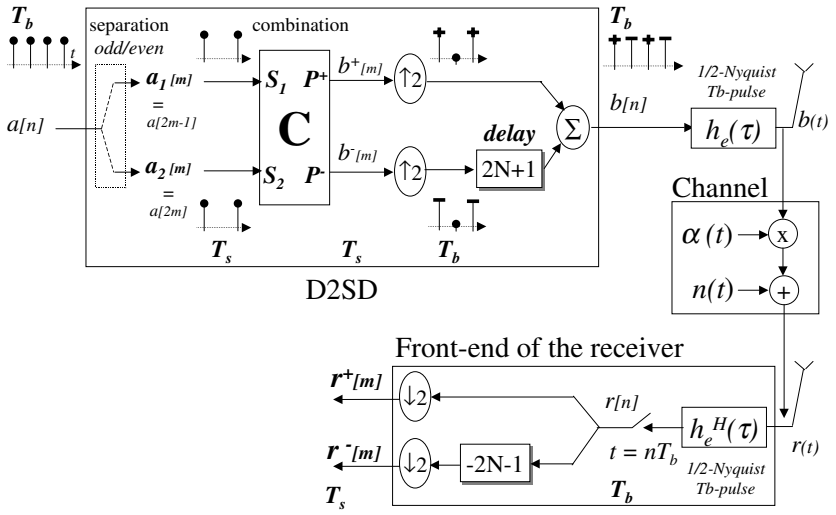


FIGURE 5.16 – Schéma synoptique de la transmission D2SD.

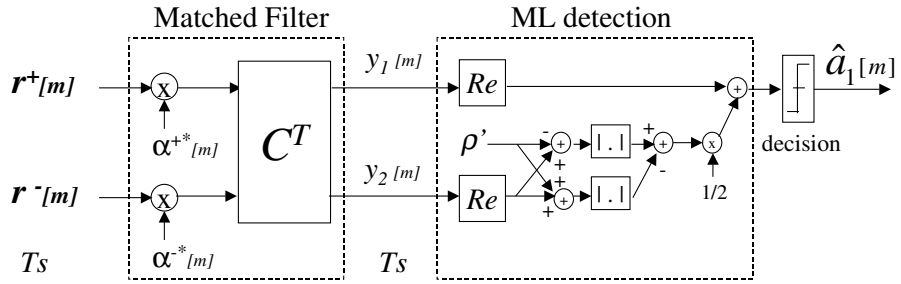


FIGURE 5.17 – Schéma synoptique du détecteur à Maximum de Vraisemblance.

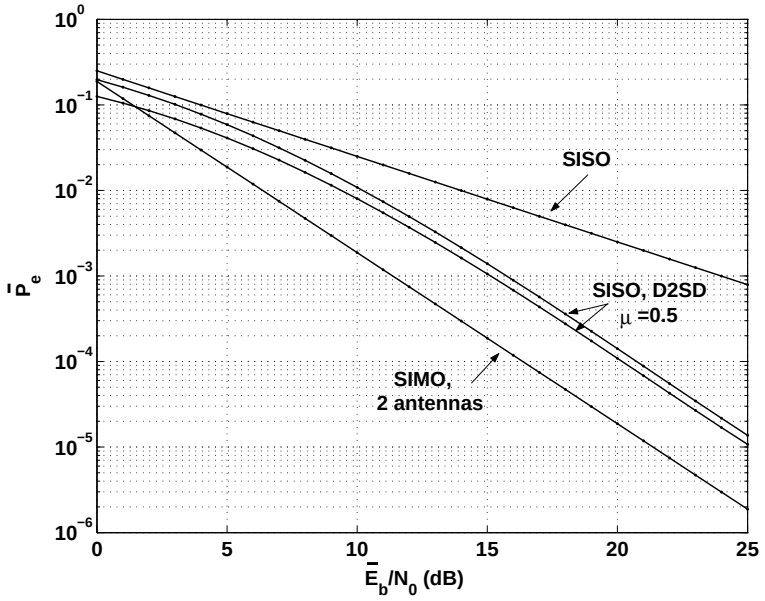


FIGURE 5.18 – Probabilité d'erreur moyenne sous un canal de Rayleigh pour la technique D2SD (bornes minimum et maximum), la technique standard (SISO), et la technique SIMO à 2 antennes en réception.

avons aussi dérivé des bornes de performance en probabilité d'erreur pour tous les cas particuliers du rapport α^+/α^-, comme détaillé dans [R4] et [T8]. Ces formules ont ensuite été étendues aux cas des canaux aléatoires (Rayleigh et Rice). Par exemple pour le cas du canal de Rayleigh (où α^+ et α^- sont des variables aléatoires complexes Gaussiennes centrées circulaires indépendantes et de même variance), nous avons pu exprimer une borne supérieure assez précise de la probabilité d'erreur moyenne en fonction de la valeur de μ et du rapport (moyen) $\frac{\overline{E_b}}{N_0}$. Sa valeur asymptotique est donnée par :

$$\overline{Pe} \approx \frac{1}{4}.(\mu^{-2} + (1-\mu^2)^{-2})(1+\mu^2)^2.\left(\frac{\overline{E_b}}{N_0}\right)^{-2} \quad \text{pour} \quad \frac{\overline{E_b}}{N_0} \gg 1. \tag{5.20}$$

La variation de $\overline{Pe}$ avec μ est représentée Fig.6 de l'article annexé [R4]. La valeur optimale du coefficient de mélange est autour de $\mu = 0.55$ pour un canal de Rayleigh (et μ doit être réglé à une valeur supérieure pour le cas du canal de Rice, où les variables α^+ et α^- ont une valeur moyenne non nulle). Cette formule de probabilité d'erreur moyenne témoigne bien d'une diversité d'ordre $L = 2$ (pente -L dans une échelle dB/Log). La figure 5.18 confirme que la technique D2SD présente une évolution (pente) de performance avec $\frac{\overline{E_b}}{N_0}$ qui est similaire à celle de la technique SIMO à L=2 antennes en réception (avec un recul d'environ 3,5 dB due à la présence de l'interférence entre voies), et montre également l'amélioration significative par rapport au schéma standard sans diversité (qui a une pente -1 en échelle dB/Log).

Positionnement de la technique D2SD par rapport à la littérature : la technique D2SD est une technique de précodage qui peut-être interprétée comme une technique CDMA à $K = 2$ voies avec des codes orthogonaux à $Q = 2$ éléments non binaires, en insérant un délai entre les 2 *chips* du signal étalé (les 2 codes sont respectivement $[1, +\mu]$ et $[\mu, -1]$). Elle peut être aussi vue comme un cas particulier (à dimension 2) des techniques dites à "constellations tournées" ou à diversité de modulation introduites par Boutros et Viterbo [Boutros 1998] pour lutter contre le "fading" (ou encore par [Rainish 1996]). N'ayant pas eu connaissance de ces travaux antérieurs (avant que des "reviewers" ne nous les signalent ...), notre étude indépendante a permis d'apporter quelques éléments nouveaux pour le cas L=2 : récepteur optimal spécifique au lieu du récepteur sphérique universel, formules analytiques de performances pour le canal de Rice, en plus du canal de Rayleigh, et études de cas.

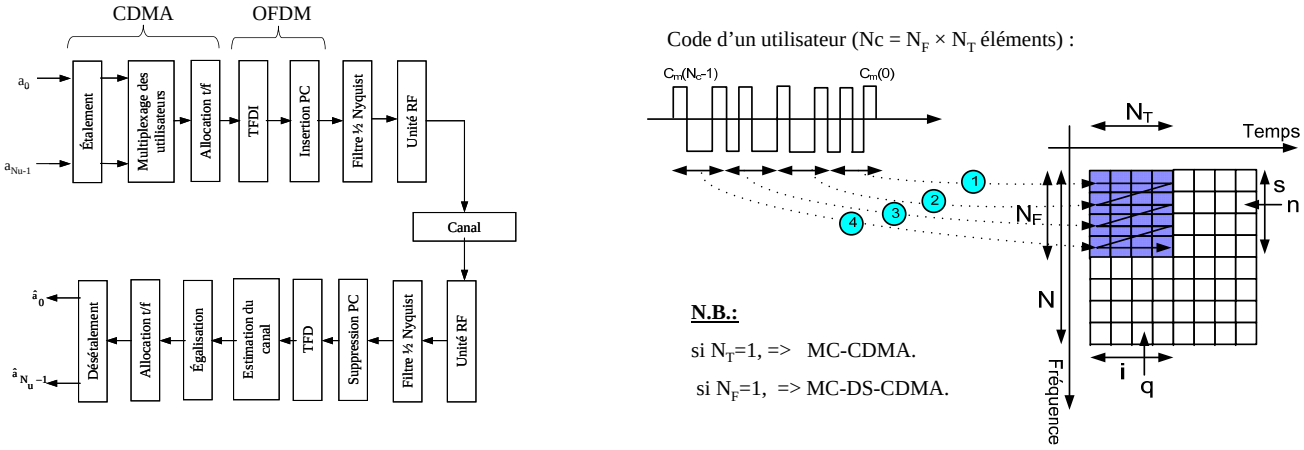
En conclusion, la technique D2SD permet la transmission au travers d'un canal "flat fading" avec de meilleures performances à rapport E_b/N_0 donné comparativement au schéma standard. Elle permet de réduire l'effet d'évanouissement en introduisant une diversité temporelle d'ordre 2, avec seulement une faible complexité rajouté au système, et sans perte d'efficacité spectrale.

5.2.3 Autres contributions en bref

5.2.3.1 Schémas d'accès multiple OFDM-CDMA (2003-2008)

J'évoque ici rapidement les contributions liées au travail de thèse de Youssef Nasser [Nasser 2006], dont les contributions majeures ont été publiées dans les journaux [R6, R13]. La thèse de Youssef, soutenue le 04 Octobre 2006, s'est déroulée au CEA-LETI, sous l'encadrement de Mathieu des NOES, et nous avions assuré avec Geneviève JOURDAIN le suivi universitaire. Dans le cadre des études en vue de la 4ème génération des systèmes de téléphonie radio-mobile, les systèmes "OFDM-CDMA" qui combinent à la fois un accès multiple par précodage à l'aide de codes binaires (couche CDMA) et la technique multi-porteuse (couche OFDM), étaient alors de sérieux candidats. Ces systèmes, présentés en 2002 par Persson et Ottosson [Persson 2002] comme extension et généralisation des travaux initiaux de Linnartz en 1993 sur la technique MC-CDMA (pour Multi-Carrier-CDMA [Yee 1993]), consistent à

faire conjointement de l'étalement temporel et fréquentiel. Cela peut permettre de gagner de la diversité tout en maitrisant le bruit des utilisateurs interférents et en profitant surtout de la simplicité de mise en oeuvre des techniques multi-porteuses sous les canaux sélectifs en fréquence.



(a) synoptique du schéma E/R

(b) principe de l'étalement dans le plan 2D

FIGURE 5.19 – Principe de l'accès multiple OFDM-CDMA.

Différentes stratégies de combinaison sont possibles. Comme montré sur la figure 5.19, les symboles de données de chaque utilisateur sont d'abord étalés par un code de taille N_c *chips* propre à chaque utilisateur, puis les *chips* des différents utilisateurs sont ajoutés terme à terme (accès multiple). Les N_c *chips* additionnés sont alors réparties sur un plan temps-fréquence de taille $N_T \times N_F$ où N_F représente la taille de l'étalement fréquentiel et N_T la taille de l'étalement temporel [6]. Puis le processus est réitéré aux sous-bandes voisines à partir des symboles étalés suivants jusqu'à occupation de toute la bande, soit N sous-porteuses, où N est multiple de N_F. L'ensemble des N *chips* d'une colonne de la représentation temps-fréquence est alors transmis vers le domaine temporel via la Transformée de Fourier Discrète Inverse (TFDI), avec ajout d'un intervalle de garde pour former un symbole OFDM, puis le processus est réitéré pour l'envoi des colonnes suivantes. Ce système "OFDM-CDMA" généralise deux cas particuliers préalablement connus. D'une part, pour N_T=1, le système correspond en effet au MC-CDMA, qui utilise le code pour faire de l'étalement de spectre, amenant ainsi la diversité de fréquence manquante au schéma OFDM (tout comme le système concurrent Coded-OFDM). D'autre part, pour N_F=1, le système est équivalent à la technique "Multi Carrier Direct Sequence CDMA" (MC-DS-CDMA) qui utilise le code pour réaliser de l'étalement temporel avant la couche multi-porteuse. Ce schéma n'amène pas de diversité fréquentielle, mais il peut amener de la diversité temporelle et s'avérer plus robuste vis à vis du bruit d'accès multiple. La généralisation de l'étalement aux 2 dimensions, temporelle et fréquentielle, offrait une flexibilité pour l'accès multiple, et un degré de liberté supplémentaire pour l'optimisation des performances en fonction de la position du mobile dans la cellule ou des divers scénarios (type de canal, vitesse du mobile, taille de la constellation, rendement du codage, charge du système, ...).

Il est bien connu que les systèmes à base de porteuses multiples sont sensibles aux imperfections de synchronisation. Une contribution majeure de la thèse a été de mener une étude théorique sur la modélisation et la dégradation des performances liées aux erreurs de synchronisation des systèmes OFDM-CDMA en liaison descendante, dont la synthèse a été publiée dans la revue [R6]. Plus particu-

6. Un paquet de N_T *chips* est d'abord alloué sur une fréquence, puis une deuxième sur la fréquence voisine, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'on ait N_F paquets de N_T *chips* chacun.

lièrement, des formules de performances en Rapport Signal à Interférence plus Bruit (RSIB) en sortie du détecteur ont été établies en tenant compte de l'orthogonalité entre les codes d'étalement pour divers défauts en présence : erreur de synchronisation de la fenêtre temporelle (fenêtre FFT) [C10], offset de fréquence porteuse [C12], et offset de fréquence d'horloge [C11]. Pour des systèmes a étalement suffisamment large (facteur de l'ordre de 32), les performances obtenues sont quasi indépendantes des codes utilisés, et ont été obtenues à l'aide des outils asymptotiques de la théorie des matrices aléatoires. Les sensibilités au bruit de phase des oscillateurs [C13] et à l'étalement Doppler [C14] ont aussi été étudiées. Une autre contribution de Youssef publiée dans la revue [R13] a été d'évaluer les performances de ces systèmes en terme du Probabilité d'Erreur Binaire (Pe) en sortie du décodeur en faisant le lien entre le RSIB en sortie du détecteur et la Pe en sortie du décodeur.

Ce travail a permis de tirer des limites tolérables sur les imperfections de synchronisation des systèmes "OFDM-CDMA". Même si ces systèmes n'ont finalement pas été retenus par les instances de standardisation, cela a été l'occasion de manipuler les outils liés aux modèles de pollution que l'on retrouve dans la plupart des systèmes à base de porteuses multiples.

5.2.3.2 Communication à très faibles puissance transmise et énergie par bit (2014-2015)

Ce travail, beaucoup plus récent, a démarré avec la thèse de Yoann ROTH, en juin 2015, et a déjà été présenté à la conférence internationale SPAWC'2015 [C43] et au Gretsi [N12]. La thèse de Yoann se déroule au CEA-LETI, sous l'encadrement de Jean-Baptise DORE et Vincent BERG, et j'assure l'encadrement universitaire. Dans le contexte des communications dites Machine-to-Machine (M2M) et de l'Internet des Objets, une des problématiques concerne la définition d'une nouvelle couche physique robuste et fonctionnelle qui soit à longue portée et basse consommation au niveau d'un terminal. Les scénarios envisagés sont en revanche très bas débits (réseau à très grand nombre de noeuds émettant chacun de façon sporadique), ce qui peut amener à relâcher un peu la contrainte d'efficacité spectrale de tels systèmes, en comparaison aux systèmes sans fils à haut débit. On a ainsi défini un schéma de transmission robuste à faible puissance transmise et faible énergie par bit, avec une émetteur simple au niveau d'un terminal, et en déportant la complexité au niveau du récepteur sur la station de base.

Problématique de la transmission à faible sensibilité ou/et faible énergie par bit : la sensibilité d'un récepteur représente la puissance utile minimale d'entrée P_{min} pour atteindre une performance donnée, c'est à dire une Probabilité d'erreur cible maximum après décodage. Baisser le niveau de sensibilité d'un récepteur permet d'augmenter la portée. Etant donné que $P_{min} = E_{b\ min}.D_b$ [où $E_{b\ min}$ est l'énergie par bit minimale avec la technique de transmission utilisée pour garantir la performance visée, et D_b est le débit binaire], la première manière évidente de baisser le niveau de sensibilité est de travailler à très bas débit. Mais il est également possible d'élaborer des techniques de transmission capables de travailler de manière intrinsèque à plus bas niveau de $E_{b\ min}$, à des niveaux proches des bornes minimales de la théorie de l'information.

Les solutions industrielles longue portée / basse consommation actuelles travaillent à très bas débits (par exemple une centaine de bit/sec). Les solutions les plus courantes atteignent de faibles niveaux de sensibilité soit en travaillant avec des bandes très étroites (une centaine de Hz pour le système SigFox), soit en utilisant la technique de répétition avec des bandes plus larges (une ou quelques centaines de kHz). Partant d'une technique de modulation primaire à M états (et donc d'un dictionnaire à M signaux), la répétition au niveau de l'émission par un facteur λ de chacun des M signaux permet, pour une même performance de décodage en présence de BBAG, de diminuer le rapport signal à bruit (SNR) requis en entrée du récepteur d'un facteur λ (grâce au gain de traitement d'un facteur λ obtenue sur le SNR après moyennage d'un facteur λ en tête de réception). Ainsi pour une performance donnée, si

on note SNR_1 le SNR d'entrée requis pour la technique primaire (ou sans étalement, $\lambda = 1$), le SNR d'entrée requis en utilisant un facteur d'étalement (noté SNR_λ) peut être diminué selon :

$$\mathrm{SNR}_\lambda = \frac{\mathrm{SNR}_1}{\lambda}. \tag{5.21}$$

Cependant, si la technique de répétition permet bien une diminution du SNR requis, elle ne permet aucune diminution en terme d'énergie dépensée par bit, E_b, c'est à dire en terme de rapport E_b/N_0 requis à l'entrée du récepteur (à DSP mono-latérale de bruit, N_0 fixée). Si la technique primaire est une modulation linéaire (symboles d'alphabet M-aire mise en forme par une unique forme d'onde), la technique de répétition revient d'ailleurs simplement à changer la forme d'onde initiale (par la forme d'onde étalée), tout comme en CDMA, or les performances en probabilité d'erreur Pe vs E_b/N_0 d'une modulation linéaire dépendent seulement de l'alphabet des symboles, et non de la forme d'onde (pour un canal BBAG sans interférence après filtre adapté). Plus généralement, le rapport E_b/N_0 et le SNR mesurés en entrée du récepteur sont reliés par :

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{\mathrm{SNR}}{\eta}, \tag{5.22}$$

où η est l'efficacité spectrale normalisée, en bit/s/Hz. Du moment qu'un facteur d'étalement est utilisé, η est divisé par λ, et ainsi $\eta_\lambda = \eta_1/\lambda$, où η_1 (resp. η_λ) est l'efficacité spectrale de la technique primaire (resp. utilisant la répétition par λ). Les équations eq. (5.21) et (5.22) montrent que le gain en SNR obtenu avec un facteur d'étalement est transparent en terme de E_b/N_0. La technique de répétition, bien que souvent considérée en contexte M2M, ne permet donc pas de réduire l'énergie par bit E_b, et donc la puissance transmise $P = E_b \times D_b$ pour un débit d'information D_b fixé. Autrement dit, la réduction de puissance par les techniques de répétition ne peut se faire que si le débit d'information binaire D_b est réduit d'autant.

Pour mesurer correctement l'efficacité énergétique d'un schéma de transmission, il faut le confronter aux valeurs limites qui découlent du théorème de la capacité d'un canal BBAG énoncées par Claude SHANNON. La capacité limite de Shannon [Shannon 1948] est le débit maximum d'information permettant l'existence d'une transmission fiable (probabilité d'erreur arbitrairement faible), pour un certain SNR et une certaine bande passante B. La limite peut se reformuler en terme d'efficacité spectrale maximum permise, ou en terme de E_b/N_0 minimum requis, selon :

$$\eta \;\leq\; \log_2(1 + \mathrm{SNR}) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{E_b}{N_0} \;\geq\; \frac{2^\eta - 1}{\eta}. \tag{5.23}$$

La figure 5.20 montre cette limite. Elle positionne aussi les performances (E_b/N_0 requis pour Pe $= 10^{-5}$) de divers systèmes : modulations linéaires de type Phase-Shift-Keying à M états (M-PSK), modulation Binary-PSK (M=2) combinée à un facteur d'étalement, et modulation orthogonale M-aire. Cette figure rappelle et illustre que [Proakis 1995] :

- l'augmentation de l'efficacité énergétique vers la limite minimum atteignable (E_b/N_0 minimum de ln2, soit -1.6 dB) n'est possible qu'au prix d'une efficacité spectrale modeste ($\eta << 1$ bit/s/Hz).
- pour une modulation linéaire, augmenter M (M-PSK pour M=2, 4, 8, ...) permet d'améliorer l'efficacité spectrale, mais diminue l'efficacité énergétique.
- la technique de répétition, comme déja discuté, ne permet pas de se rapprocher de la limite de Shannon en E_b/N_0 (écart ≈ 11 dB pour des efficacités spectrales très faibles).
- en revanche pour une modulation non linéaire à dictionnaire orthogonal, augmenter la taille d'alphabet M diminue l'efficacité spectrale mais permet d'améliorer l'efficacité énergétique et de se rapprocher de la limite de Shannon . En effet, la probabilité d'erreur par symbole d'une telle modulation est bornée supérieurement par $P_M < 2\exp\left(-\log_2(M)\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} - \sqrt{\ln(2)}\right)^2\right)$ pour $\ln(2) \leq \frac{E_b}{N_0} \leq 4\ln(2)$, et tend ainsi vers zéro lorsque M augmente à l'infini, tant que $\frac{E_b}{N_0} \geq \ln(2)$.

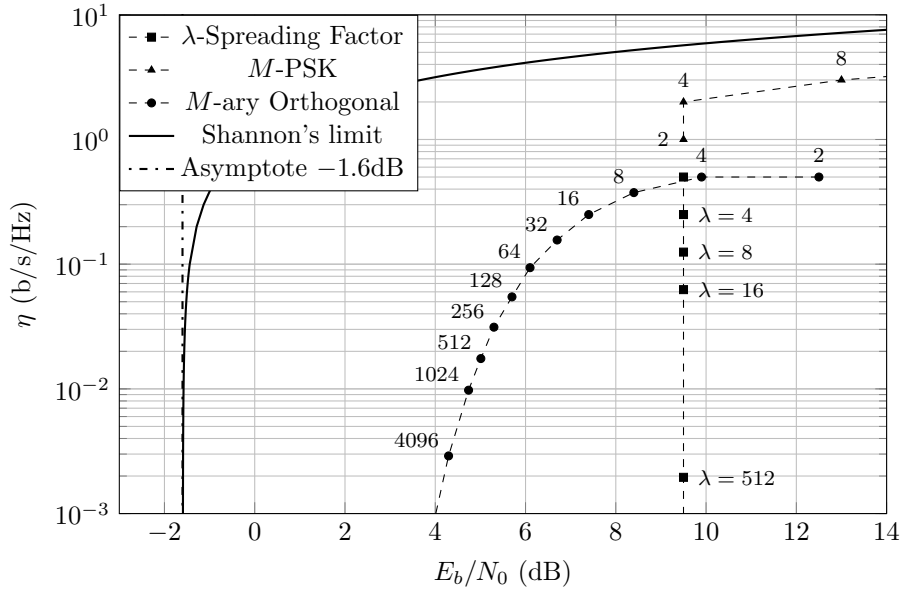
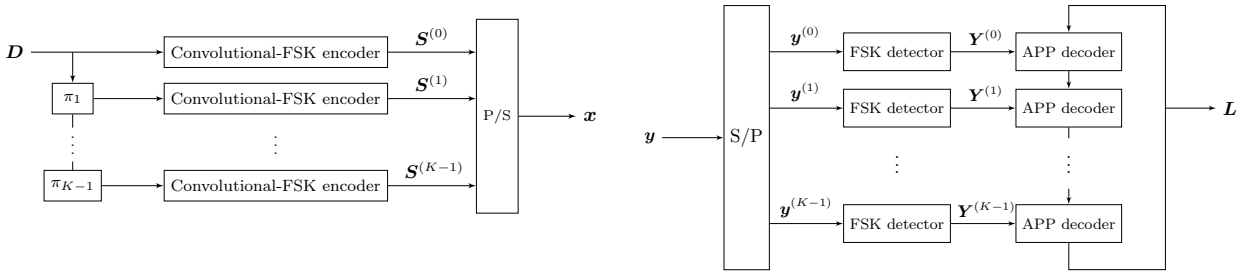


FIGURE 5.20 – Efficacité spectrale vs E_b/N_0, pour différentes modulations et Pe = 10^{-5} [C43].

Principe du schéma de transmission "Turbo-FSK" proposé : Nous venons de rappeler que les modulations orthogonales d'ordre M élevé sont de bons candidats pour les communications bas débit contraintes en énergie. Efficace énergétiquement, elles peuvent même atteindre la limite théorique de la capacité, énoncée par Claude Shannon, pour une taille d'alphabet M infini, et donc des périodes de forme d'onde $\frac{\log_2(M)}{D_b}$ infinies (mais avec alors une efficacité spectrale η qui tendrait vers zéro). Ceci n'étant pas réalisable, ni souhaitable en terme de bande passante, une alternative connue pour améliorer l'efficacité énergétique de la transmission est le codage canal, et l'utilisation du principe turbo pour le décodage.



(a) schéma d'émission

(b) schéma de réception

FIGURE 5.21 – Synoptique du schéma d'émission-réception du modem Turbo-FSK.

Le schéma nommé "Turbo-FSK" proposé durant la thèse de Yoann et détaillé dans [C43], combine à la fois l'utilisation des modulations orthogonales (de type Frequency-Shift-Keying, FSK) et le traitement de type "Turbo" pour se rapprocher de la limite de Shannon avec une taille raisonnable d'alphabet. Coté émission, il peut être vu comme un schéma de modulation codée, qui remplace le schéma traditionnel "codage binaire puis modulation" par une opération conjointe. Il s'appuie sur le principe du modem Turbo-Hadamard proposé dans [Ping 2003], en remplaçant les mot-codes binaires orthogonaux de Hadamard par des formes d'ondes orthogonales de type FSK (exponentielles complexes de fréquences multiples de $1/T_s$ sur une durée symbole T_s).

Le schéma de l'émetteur turbo-FSK est résumé figure 5.21(a). Il travaille par blocs de $P \times r$ bits d'information, et le codeur est composé d'un schéma de codage à concaténation parallèle à K étages,

chaque étage traitant une version entrelacée différente des bits d'information de départ. Sur chacun des étages, les bits sont découpées par mots de r bits d'information, pour lesquels 1 bit de redondance est d'abord ajouté (codage différentiel entre les parités des mots actuel et précédent, qui permet de lier l'information entre les différents mots). Dans la version de base du modem (plusieurs variantes ont ensuite été déclinées), chacun des mots de $r+1$ bits est associé à 1 mot-code FSK de $M = 2^{r+1}$ échantillons, et l'ensemble des KP mot-codes FSK d'un bloc sont émis successivement (un par un). L'efficacité spectrale de la version de base est ainsi $\eta = r/(K \times 2^{r+1})$ bit/s/Hz.

Le récepteur (sur la station de base), schématisé sur la figure 5.21(b), procède à un turbo-décodage spécifique aux formes d'ondes FSK. Il peut se formuler à l'aide d'une tête de réception basée sur la Transformée de Fourier Discrète (ou sa version rapide FFT comme dans un récepteur OFDM), suivie par un décodeur itératif détaillé dans [C43].

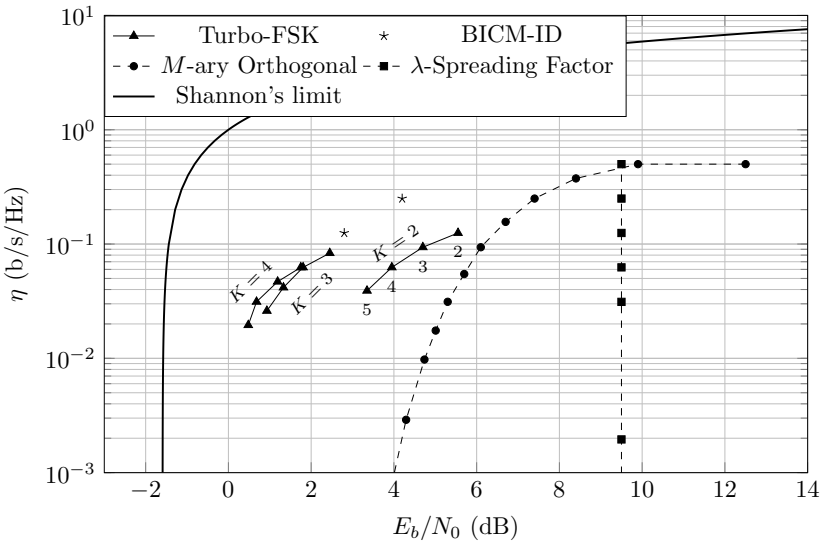


FIGURE 5.22 – Efficacité spectrale en fonction de $\frac{E_b}{N_0}$ pour Pe $= 10^{-5}$, avec des blocs de taille $N = P \times r \simeq 1024$ pour différents paramètres (K et r) du modem FSK.

En plus d'être orthogonale, la modulation de fréquence FSK est un choix intéressant du fait de son enveloppe constante, de sa robustesse aux canaux sélectifs en fréquence, de la simplicité du modulateur et du démodulateur. La modulation FSK a d'ailleurs été utilisée dans la littérature dans un schéma de codage particulier, la Bit-Interleaved-Coded-Modulation avec décodage itératif (BICMID), où les étapes de codage canal puis de modulation sont séparées, contrairement à notre schéma. Le schéma proposé "Turbo-FSK" est finalement une sorte de modulation codée, émettant avec redondance des formes d'onde FSK, qui seront interprétées à la réception comme des mot-codes. Les résultats de simulations comparés à des modulations connues utilisant un facteur d'étalement, ou encore au schéma BICMID, démontrent qu'un gain significatif est obtenu même avec des petites tailles de blocs de l'ordre de $P \times r = 1000$ bits, comme montré sur la figure 5.22.

En conclusion, nous avons un schéma de transmission robuste à très faible énergie par bit et faible complexité à l'émission (la complexité étant déportée au niveau du récepteur), tout en travaillant avec de petites tailles de blocs comparées aux schémas turbo usuels.

5.2.3.3 Communication ASM basée sur l'OFDM (2008-2010)

Je cite ici un travail auquel j'ai participé de manière anecdotique et qui ne concernait pas les communications radio mais les communications Acoustique-Sous-Marine (ASM). Il a été mené principalement

au cours du post-doctorat de Alain KIBANGOU (devenu depuis un collègue du Gipsa-lab), et du stage M2R de Moctar Mossi IDRISSA (http ://www.gipsa-lab.grenoble-inp.fr/projet/connect/reports.php), encadrés par mon collègue Cyrille SICLET et moi-même.

Partant de la bibliographie, nous avions mené une petite étude, assez indépendante du reste du projet CONNECT, concernant l'utilisation des modulations multi-porteuse en milieu sous-marin, et en particulier pour la communication "horizontale" de moyenne portée (200 m à quelques kms) entre 2 engins sous-marins. La transmission sur un tel canal peut s'avérer très difficile à cause des effets combinés de la non validité de l'hypothèse bande-étroite (le rapport $\frac{f_0}{B}$ entre la porteuse acoustique et la bande peut être seulement de l'ordre de l'unité, avec par exemple $f_0 = 10$ kHz), l'étalement important des délais ($\Delta\tau$ peut durer jusque une centaine de msec), une forte variation du canal à l'échelle de la durée des échos à cause de la mobilité des engins. Par exemple, pour une vitesse maximale des engins de $v_m = 3$ m/sec, le temps de cohérence T_{coh} peut être de l'ordre de 50 msec ($\approx \frac{c}{f_0 v_m}$, avec la célérité du son dans l'eau $c = 1500$ m/sec). Le canal ne peut donc pas être ici considéré comme "underspread", contrairement à nos hypothèses générales ayant menées à la représentation de la figure 4.2 (*i.e.* hypothèse $\Delta\tau << T_{coh}$ n'est pas valable ici). Contrairement aux hypothèses courantes en Radio-Fréquence, il est alors nécessaire de considérer le phénomène de compression/dilatation associé à l'effet Doppler, au lieu de considérer seulement le décalage de fréquence en milieu de bande (ici les écarts de fréquence Doppler $f_d = f.\frac{v_m}{c}$ sont importants entre les fréquences f extrêmes de la bande B ($f_d \in [10\text{Hz}; 30\text{Hz}]$ pour $f \in [5\text{kHz}; 15\text{kHz}]$ par exemple).

Ces études ont supposé des modèles déterministes de variations du canal (variation linéaire des retards, selon $\tau_l(t) = \tau_l - a.t$). Des estimateurs des paramètres déterministes du canal, en particulier du paramètre de dilatation/compression Doppler (paramètre a), ont été étudiés. Durant son post-doc, Alain a considéré différentes structures de trames (nature et place des signaux pilotes, ...) en vue de faciliter l'estimation du canal ASM, et permettre une meilleure détection des données [C25][C28][C30].

5.2.4 Conclusion du thème 2

Ce thème 2 regroupait des travaux un peu disparates mais proposant tous de jouer sur le schéma d'émission (en plus du schéma de réception correspondant), pour essayer de s'adapter au mieux à une problématique de transmission donné (évanouissements lents et plats en fréquence, accès multiple, puissance utile limitée à la réception, canaux non "underspread" à Doppler déterministes, ...). Nos contributions ont permis de compléter quelque peu des travaux de la littérature concernant des formules de performances des détecteurs (la probabilité d'erreur moyenne d'un schéma à diversité temporelle d'ordre 2, le RSIB des systèmes OFDM-CDMA et sa sensibilité aux erreurs de synchronisation, ...). Le sujet en cours concernant les transmissions à haute efficacité énergétique (c'est à dire à faible E_b/N_0, en sacrifiant un peu l'efficacité spectrale) est bien sûr d'actualité, et devra être poursuivi pour mieux situer le modem Turbo-FSK par rapport à d'autres schémas itératifs existants, et mieux préciser sa faisabilité (notamment concernant la synchronisation à très faible RSB).

Voila terminé ce chapitre consacré à l'étalement de spectre et autres schémas de transmissions. Les études théoriques portaient finalement surtout sur les performances de détection des récepteurs. Les performances d'estimation ayant été cantonnées à l'estimation de paramètres de synchronisation (phases / retards) supposés fixes ou déterministes. La suite des travaux sera au contraire consacrée à l'estimation dynamique, en considérant qu'au moins une partie des paramètres à estimer présente des variations aléatoires.

Chapitre 6

Estimation dynamique Bayésienne de paramètres d'un canal aléatoire

Sommaire

Introduction au chapitre 79
6.1 Thème 3 : Estimateurs pour canaux dynamiques et bornes Bayesiennes . . . 82
6.1.1 Sous-thème 3a : Estimation de canal radio-mobile rapide en modulation multi-porteuse (2005-2010) 82
6.1.2 Sous-thème 3b : Estimation dynamique non-linéaire ou conjointe (2009-2015) . . . 89
6.1.2.1 Estimation conjointe d'offset de fréquence et de canal radio-mobile rapide en OFDM (2010-2012) 90
6.1.2.2 Estimation non-linéaire de retard, phase, fréquence pour récepteur fractionné de signaux (type satellite) à fort excès de bande (2007-2011) . . . 92
6.1.2.3 Estimation conjointe de temps d'arrivée et de gain d'un canal radio-mobile GSM en modulation à phase continue (2008-2010) 94
6.1.2.4 Estimation adaptative avec référence bruit pour la soustraction d'auto-interférence dans un terminal multi-standard (2012-2015) 95
6.1.3 Conclusion du thème 3 98
6.2 Thème 4 : Performances asymptotiques et liens entre boucles de poursuite et filtres de Kalman pour l'estimation des amplitudes complexes du canal . . 99
6.2.1 Introduction au thème 4 et modèles 99
6.2.1.1 Introduction et synthèse des contributions 99
6.2.1.2 Modèle d'observation et objectifs 101
6.2.2 Sous-thème 4a : Boucles de poursuite des amplitudes complexes "CATL" (2009-2015) 103
6.2.2.1 Structure de la CATL (cas multi-trajet multi-porteuse) 103
6.2.2.2 Formules approchées de performance et de réglage des CATLs 106
6.2.3 Sous-thème 4b : Performances asymptotiques de filtres de Kalman pour l'estimation des amplitudes complexes (2011-2015) 111
6.2.3.1 Filtres de Kalman basés sur un modèle de marche aléatoire (RW-Kalman) 111
6.2.3.2 Filtre de Kalman basé sur un modèle autoregressif d'ordre 1 (AR1-Kalman) pour l'estimation d'un canal à relais multi-bond 115
6.2.4 Conclusion et discussion autour du thème 4 120

Introduction au chapitre

Ce chapitre est consacrée à l'estimation dynamique de paramètres du canal de communication. On prend ainsi en compte la variation temporelle de certains paramètres, qui sont le plus souvent

l'amplitude complexe des trajets du canal, ou seulement la phase, c'est à dire l'argument de l'amplitude complexe. La variation temporelle des paramètres est modélisée par des séquences de variables aléatoires stationnaires de densité de probabilité et de fonction de corrélation données. Le thème 3 présentera nos contributions au problème d'estimation pour les modèles les plus complexes que nous avons traités (incluant distorsion temporelle, non linéarité, estimation conjointe de paramètres, ...). Ces contributions concerneront le plus souvent la modélisation du problème, la proposition d'estimateurs et la confrontation de leurs performances (obtenues le plus souvent par simulation ici) par rapport aux bornes minimales Bayésiennes que nous avons dérivées. Le thème 4 se focalisera sur un problème d'estimation plus simple, celui de la poursuite de l'amplitude complexe (ou des amplitudes complexes des composantes multi-trajets) d'un canal de communication lent, pour lequel nous avons proposé des estimateurs, et établi les formules analytiques des performances asymptotiques.

En estimation Bayésienne, au moins un des paramètres à estimer est supposé aléatoire. Les bornes minimales de performance qui nous ont servi de référence pour juger de la qualité des estimateurs sont les Bornes de Cramer-Rao Bayésiennes, BCRB ([Vilà Valls 2010][Hijazi 2008]). Ces bornes généralisent pour le cas de paramètres aléatoires les bornes de Cramer-Rao standards établies pour le cas de paramètres déterministes. La suite du paragraphe d'introduction illustre le concept de bornes Bayésiennes avec l'exemple simple d'estimation d'une amplitude complexe aléatoire α_k observée en présence d'un bruit blanc Gaussien complexe centré w_k, de variance σ_w^2. On suppose qu'à l'instant k on dispose de l'observation courante

$$y_k = \alpha_k + w_k,$$

ainsi que des observations passées. Le vecteur d'observation est ainsi $\mathbf{y} = [y_1, y_2, ..., y_k]^T$. On peut considérer deux cas d'estimation :

- estimation en-ligne : on construit un estimateur $\hat{\alpha}_k$ du paramètre α_k à l'instant courant k à partir des observations courante et passées, contenues dans $\mathbf{y}$,
- estimation hors ligne (ou par bloc) : on attend la réception de tout le bloc $\mathbf{y}$ pour estimer le bloc de paramètres $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_k]^T$ par le vecteur $\hat{\boldsymbol{\alpha}} = [\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, ..., \hat{\alpha}_k]^T$.

Van Trees [Van Trees 1968] a montré que l'EQM [1] de tout estimateur $\boldsymbol{\alpha}$ admettait une borne minimale, selon l'inégalité [2] matricielle suivante :

$$\mathrm{E}_{\mathbf{y},\boldsymbol{\alpha}}\left[(\hat{\boldsymbol{\alpha}} - \boldsymbol{\alpha})(\hat{\boldsymbol{\alpha}} - \boldsymbol{\alpha})^H\right] \geq \mathbf{BCRB}, \quad \text{avec} \quad \mathbf{BCRB} = \mathbf{B}^{-1} \tag{6.1}$$

$$\text{où} \quad \mathbf{B} = \mathrm{E}_{\boldsymbol{\alpha}}\big[\mathbf{F}(\boldsymbol{\alpha})\big] + \mathrm{E}_{\boldsymbol{\alpha}}\big[-\Delta_{\boldsymbol{\alpha}}^{\boldsymbol{\alpha}} \ln\big(p(\boldsymbol{\alpha})\big)\big], \tag{6.2}$$

$$\text{avec} \quad \mathbf{F}(\boldsymbol{\alpha}) = \mathrm{E}_{\mathbf{y}|\boldsymbol{\alpha}}\big[-\Delta_{\boldsymbol{\alpha}}^{\boldsymbol{\alpha}} \ln\big(p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\alpha})\big)\big].$$

La BCRB est l'inverse de la Matrice Bayesienne d'Information, notée ici $\mathbf{B}$, qui contient deux termes, calculés en moyennant selon la loi du paramètre α.

Le premier terme de $\mathbf{B}$ est obtenu à partir de la Matrice d'Information de Fisher standard $\mathbf{F}$, calculée à partir de la dérivée seconde [3] de la vraisemblance de l'observation vis à vis des paramètres à estimer (densité de probabilité conditionnelle de $\mathbf{y}$ sachant $\boldsymbol{\alpha}$, notée $p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\alpha})$). Ce premier terme peut être interprété comme l'information moyenne fournie par les observations $\mathbf{y}$.

1. L'EQM minimale est ainsi donnée par la trace de la matrice **BCRB** pour le cas "hors ligne", et par le dernier (k-ème) élément de sa diagonale pour le cas en ligne.

2. l'inégalité matricielle $\mathbf{X} \geq \mathbf{Y}$ est interprétée dans le sens que $\mathbf{X} - \mathbf{Y}$ est une matrice semi-définie positive.

3. $\Delta_{\mathbf{y}}^{\mathbf{x}}$ est l'opérateur de dérivée partielle du second ordre, *i.e.* sa composante en ligne k et colonne m est donnée par $\left[\Delta_{\mathbf{y}}^{\mathbf{x}}\right]_{k,m} = \frac{\partial^2}{\partial[\mathbf{y}]_k^* \partial[\mathbf{x}]_m}$

Le deuxième terme de $\mathbf{B}$, quand à lui, ne dépend que de la densité de probabilité à priori du paramètre aléatoire à estimer, notée $p(\boldsymbol{\alpha})$. Ce deuxième terme peut s'interpréter comme l'information moyenne fournie par la connaissance à priori des amplitudes complexes $\boldsymbol{\alpha}$ (loi et corrélation temporelle). Nous rappelons que la Borne de Cramér-Rao standard (c'est à dire non Bayésienne) est directement l'inverse de la Matrice d'Information de Fisher $\mathbf{F}$, *i.e.*, qu'elle n'utilise pas l'information à priori.

Pour le problème donné en exemple, si on suppose que le vecteur d'amplitudes complexes $\boldsymbol{\alpha}$ est un vecteur Gaussien complexe centré corrélé, de matrice de corrélation $\mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}} = \mathrm{E}\{\boldsymbol{\alpha}.\boldsymbol{\alpha}^H\}$, les premier et deuxième termes de la matrice Bayésienne d'information $\mathbf{B}$ sont donnés par :

$$\mathrm{E}_{\boldsymbol{\alpha}}\big[\mathbf{F}(\boldsymbol{\alpha})\big] = \frac{1}{\sigma_w^2}.\mathbf{I}_k \quad \text{et} \quad \mathrm{E}_{\boldsymbol{\alpha}}\big[-\Delta_{\boldsymbol{\alpha}}^{\boldsymbol{\alpha}} \ln\big(p(\boldsymbol{\alpha})\big)\big] = \mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}}^{-1}$$

où $\mathbf{I}_k$ est la matrice d'identité de taille k. La matrice de BCRB est ainsi :

$$\mathbf{BCRB} = \left[\frac{1}{\sigma_w^2}.\mathbf{I}_k \quad + \quad \mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}}^{-1}\right]^{-1}$$

On pourra ainsi en déduire la borne minimale en EQM des estimateurs à partir de la matrice de corrélation $\mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}}$. Dans le pire cas où les amplitudes complexes seraient indépendantes d'un instant à l'autre ($\mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}} = \sigma_\alpha^2.\mathbf{I}_k$), la borne minimale en EQM serait alors $\sigma_w^2.(1 - \frac{\sigma_w^2}{\sigma_w^2+\sigma_\alpha^2})$, soit de l'ordre de la variance du bruit d'observation σ_w^2 dans le cas de fort rapport signal à bruit ($\sigma_\alpha^2 \gg \sigma_w^2$). Mais la borne minimale sera généralement bien inférieure, en raison des propriétés de corrélation des amplitudes complexes. Comme nous le verrons (voir par exemple section 6.2.1.2), nous supposerons le plus souvent que $\mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}}$ est construite à partir de la fonction de Bessel (dans le modèle de Jakes ou environnement 2D), ou à partir d'un sinus cardinal (dans le modèle d'environnement 3D).

6.1 Thème 3 : Estimateurs pour canaux dynamiques et bornes Bayesiennes

6.1.1 Sous-thème 3a : Estimation de canal radio-mobile rapide en modulation multi-porteuse (2005-2010)

Ce premier sous-thème, d'estimation de canal rapide et réduction d'interférence en modulation multi-porteuse OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplex), a été abordé à l'occasion de la thèse de Hussein HIJAZI [Hijazi 2008] soutenue le 25 Novembre 2008 (co-encadrement avec Geneviève JOURDAIN, décédée en fin de première année). La thèse était axée sur l'étude d'algorithmes de réception en voie descendante OFDM, avec la problématique de forte mobilité. Dans cette problématique, les récepteurs standards sont parfois inopérants à cause de l'effet Doppler combiné au phénomène de trajets multiples (canal à variation rapide à l'échelle d'un temps symbole OFDM, point de fonctionnement Bm3 dans la zone z_3 de la figure 4.2). De nombreuses contributions ont été publiées sur les algorithmes d'estimation de canal et compensation (revues [R8], [R10], ainsi que [R11] jointe en annexe, et conférences [C15-C17], [C20]), ainsi que sur les bornes d'estimation (revues [R7], [R9] et conférences [C19], [C22]). Nous allons à la suite préciser un peu mieux la problématique ainsi que nos contributions.

Problématique de la transmission en modulation OFDM sous un canal rapide La modulation à base de porteuses orthogonales OFDM connaît un attrait considérable depuis quelques années, et a fait son apparition dans la plupart des nouveaux standards de radio-communication (WIFI, WIMAX, 4G, ...) ou de radio-diffusion (TNT, DVB-H, ...). Un de ses gros atouts est qu'elle permet de transformer un canal sélectif en fréquence en de multiple canaux plats en fréquence en parallèle, du moins tant que le canal à trajets multiples a des variations temporelles négligeables à l'intérieur d'un symbole OFDM de durée T (dans cette partie le temps symbole T_s est ainsi noté T, comme dans les articles associés). En effet, l'utilisation de la base orthogonale des fonctions exponentielles et du préfixe cyclique permet de préserver l'orthogonalité au travers d'un canal à trajets multiples statique. En revanche, la modulation OFDM est à priori moins robuste dans un scénario de communication à grande mobilité, où l'effet Doppler (vitesse élevée du récepteur ou/et fréquence porteuse élevée) joue un rôle important. Si le canal a des variations non négligeables sur la durée T des sous-porteuses, l'orthogonalité entre les sous-porteuses est brisée par le canal, ce qui génère de l'Interférence Entre Voies (IEV), appelées ici Interférence Entre Porteuses IEP, ou ICI en anglais, pour Inter-Carrier-Interference (formules de puissance d'ICI exprimées dans [Hijazi 2008], ch. I).

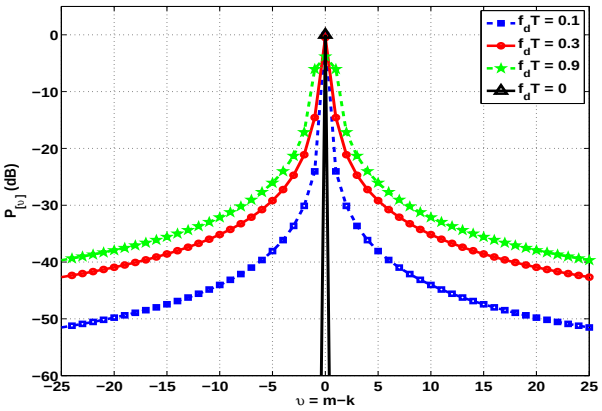


FIGURE 6.1 – Distribution de la puissance d'une sous-porteuse sur les différentes sous-porteuses voisines à la réception (canal de Rayleigh à spectre de Jakes) [Hijazi 2008]

Le caractère variable du canal peut être mesuré par le produit $f_d.T$ appelé étalement Doppler normalisé. Plus ce produit est grand, plus le canal varie rapidement durant un symbole. On considère en général la puissance d'ICI négligeable tant que $f_dT \leq 10^{-2}$. En revanche, un canal ayant $f_dT \geq 0.1$ sera considérée comme très rapide (à l'échelle du temps symbole OFDM, T), avec une ICI conséquente, comme le montre la figure 6.1. Dans de tels scénarios, l'ICI dégrade fortement les performances d'un récepteur classique, ou même le rend inopérant. La problématique de la forte mobilité en OFDM est ainsi un enjeu important, les récepteurs OFDM standards ne fonctionnant pas au dela d'une certaine vitesse, à cause de l'effet Doppler combiné au phénomène de trajets multiples. Des discussions en début de thèse avec des industriels R&D du domaine (comme Olivier ISSON, à l'époque chez ST-Micro-electronics) nous avaient en particulier motivé à contribuer à la résolution de ce problème, afin de repousser les limites de vitesse de fonctionnement des récepteurs OFDM.

Démarche d'estimation et modèle : Notre démarche a consisté tout d'abord à estimer directement les paramètres variables du ***canal physique***, au lieu d'estimer le canal à temps discret équivalent, ou sa fonction de transfert en fréquence, comme dans les méthodes conventionnelles. Les paramètres du canal physique sont les retards de propagation et les gains complexes du canal à trajet multiples. Comme déjà mentionné dans la section 5.1.3.2 (voir la note de bas de page), étant donné la fréquence porteuse élevée comparée au débit symbole, on pourra avoir des retards quasi fixes à l'échelle d'un temps symbole (en raison du ratio très faible entre vitesse du mobile v_m et célérité de l'onde c), mais des gains complexes des trajets ayant des variations non négligeables (en particulier des variations de phases) pour des vitesses élevées du mobile. Nous ne nous sommes ainsi quasiment pas intéressés à l'estimation des retards, qui peut théoriquement être menée à bien pour l'ensemble d'un "slot" de communication sans trop de problème [4] (si ce n'est la complexité calculatoire en cas d'utilisation d'algorithmes à haute résolution). Nous nous sommes plutôt intéressés à l'estimation des variations temporelles des gains complexes à l'intérieur d'un symbole OFDM, en supposant les délais fixes et bien estimés. Cette démarche revient à poursuivre directement les paramètres variables, plutôt qu'une fonction de ces paramètres. C'est d'ailleurs la démarche que l'on retrouve dans quasiment toutes les méthodes d'estimation de canal présentées dans ce document de HDR [5].

Les équations d'observation (en sortie de la TFD du récepteur OFDM), pour un système OFDM comprenant N sous-porteuses et un préfixe cyclique de longueur N_g au travers d'un canal à L trajets de délais τ_l supposés fixes et connus, sont données par (6.3) :

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{(n)} &= \mathbf{H}_{(n)}\ \mathbf{x}_{(n)} + \mathbf{w}_{(n)} \\ \left[\mathbf{H}_{(n)}\right]_{k,m} &= \frac{1}{N}\sum_{l=1}^{L}\left[e^{-j2\pi(\frac{m-1}{N}-\frac{1}{2})\frac{\tau_l}{T_c}}\sum_{q=0}^{N-1}\alpha_l^n(qT_c)e^{j2\pi\frac{m-k}{N}q}\right] \end{aligned} \tag{6.3}$$

où $\mathbf{x}_{(n)}$ est le n-ème symbole OFDM à transmettre (vecteur comprenant N symboles QAM élémentaires), $\mathbf{y}_{(n)}$ est le n-ème symbole OFDM reçu, $\mathbf{w}_{(n)}$ est le bruit blanc complexe Gaussien centré de matrice de covariance $\sigma^2\mathbf{I}_N$, et $\mathbf{H}_{(n)}$ est la matrice du canal durant le n-ème symbole OFDM. La matrice serait diagonale si les gains complexes des différents trajets étaient constants durant le temps symbole OFDM [soit $\alpha_l^n(qT_c) = \alpha_l^n,\ \ \forall q = -N_g, ..., N-1$, où $T_c = T/(N+N_g)$ est le pas échantillon]

4. L'estimation des retards peut être obtenue avec une précision suffisante par l'algorithme "Maximum Description Length" estimant le nombre de trajets, puis par l'algorithme "ESPRIT" estimant les positions des trajets, comme montré dans [R8])

5. Un certain nombre de méthodes développées au départ pour l'estimation des paramètres du canal physique ont ensuite été adaptées pour estimer le canal discret équivalent ou la fonction de transfert (par exemple [R14]-sections II.A, [C26]-section II.A et V, [R21]-Appendix A), mais elles ne seront pas présentées dans ce document.

et représenterait la fonction de transfert du canal aux fréquences des différentes sous-porteuses (comme dans la section 6.2.1.2 du thème 4). Dans le cas contraire de variation rapide, la diagonale de la matrice ne donne que la moyenne temporelle de la fonction de transfert évaluée sur le symbole courant, et la présence d'éléments non diagonaux va amener de l'ICI. Il convient ainsi d'estimer les variations temporelles des gains complexes à l'intérieur du temps symbole OFDM, $\alpha_l^n(qT_c), \quad \forall q = -N_g, ..., N-1$, afin de pouvoir reconstruire la matrice du canal en vue de supprimer l'ICI. Dans cette étude, nous avons supposé de plus que chacun des gains complexes des différents trajets suivait à priori le modèle de Rayleigh à spectre de Jakes.

Modélisation polynomiale des variations, et Bornes : Durant chaque symbole OFDM nous devons estimer (à partir de N observations) un nombre relativement large d'échantillons de gains complexes, égal à $L \times v$ (où $v = N + N_g$, et L est le nombre de trajets). Nous avons proposé un modèle plus compact de représentation de ces échantillons à seulement $L \times N_c$ paramètres, où $N_c \ll v$. Ce modèle est basé sur ***l'approximation polynomiale des variations temporelles des gains complexes de Rayleigh-Jakes*** à l'intérieur d'un symbole OFDM (ou durant plusieurs symboles). Ainsi, les échantillons $\alpha_l^{(n)}(qT_c)$ du gain complexe aux instants $q \in [-N_g, N-1]$, et la forme vectorielle associée $\boldsymbol{\alpha}_l^{(n)} = \left[\alpha_l^{(n)}(-N_g T_c), ..., \alpha_l^{(n)}\big((N-1)T_c\big)\right]^T$ s'expriment à l'aide d'un polynôme, à une erreur additive de modélisation près :

$$\begin{aligned} \alpha_l^{(n)}(qT_c) &= \sum_{d=0}^{N_c-1} c_{d,l}^{(n)}\, q^d \;+\; \xi_l^{(n)}[q], \\ \boldsymbol{\alpha}_l^{(n)} &= \boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{pol}_l}^{(n)} \;+\; \boldsymbol{\xi}_l^{(n)} \qquad \text{avec} \;\; \boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{pol}_l}^{(n)} = \mathbf{Q}^T \mathbf{c}_l^{(n)}. \end{aligned} \tag{6.4}$$

Le vecteur $\mathbf{c}_l^{(n)} = \left[c_{1,l}^{(n)}, ..., c_{N_c,l}^{(n)}\right]^T$ regroupe les N_c coefficients d'un polynome de degré $N_c - 1$, le vecteur $\boldsymbol{\xi}_l^{(n)} = \boldsymbol{\alpha}_l^{(n)} - \boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{pol}_l}^{(n)} = \left[\xi_l^{(n)}[-N_g], ..., \xi_l^{(n)}[N-1]\right]^T$ représente l'erreur du modèle, et $\mathbf{Q}$ est une matrice de passage entre les coefficients et la représentation temporelle du polynôme, dont les $N_c \times v$ éléments sont $[\mathbf{Q}]_{k,m} = (m - N_g - 1)^{(k-1)}$.

En considérant le polynôme issu de la régression linéaire (coefficients $\mathbf{c}_l^{(n)} = \left(\mathbf{Q}\mathbf{Q}^T\right)^{-1}\mathbf{Q}.\boldsymbol{\alpha}_l^{(n)}$) et la fonction de corrélation du processus de Jakes (matrice $\mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}_l}^{(p)} = \mathrm{E}\{\boldsymbol{\alpha}_l^{(n)} \boldsymbol{\alpha}_l^{(n-p)H}\}$ à $v \times v$ éléments donnés par $\left[\mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}_l}^{(p)}\right]_{k,m} = \sigma_{\alpha_l}^2 J_0[2\pi f_d T(k - m + pv)]$), nous avons exprimé l'erreur quadratique moyenne de l'approximation. On a pu conclure en [R7] que pour des vitesses très élevées telles que $f_d T \leq 0.5$, l'EQM de l'approximation polynomiale était négligeable ($< 4.10^{-7}$) avec $N_c = 5$ coefficients, comme montré sur la figure 6.2. Et pour des étalements Doppler plus modérés tels que $f_d T \leq 0.1$, des polynômes à seulement $N_c = 2$ ou 3 coefficients peuvent être suffisants selon la précision recherchée, comme illustré sur la figure 6.3.

Cette étude sur l'approximation polynomiale a été utile pour donner des indicateurs nouveaux sur la caractérisation du processus de Rayleigh-Jakes et pour la mise en place d'algorithmes (en particulier le troisième proposé dans la thèse de Hussein [Hijazi 2008][R11], qui consiste à poursuivre seulement les coefficients des polynômes). Mais nous avons aussi exploité l'approximation polynomiale pour mener un premier calcul approché des Bornes de Cramer Rao Bayésienne (BCRB) de l'estimation des gains complexes d'un canal de Rayleigh-Jakes en OFDM à délais connus, sous la contrainte d'utilisation de l'approximation polynomiale [R9][C22]. Cette première formule approchée donnait ainsi une borne pour les algorithmes utilisant l'approximation polynomiale, mais elle s'est révélée quasiment correspondre à la BCRB exacte sans contrainte polynomiale, obtenue quelques années plus tard ([R17]-sections IV, cas particulier sans CFO). Les Bornes ont été données pour différents cas : symboles connues totalement

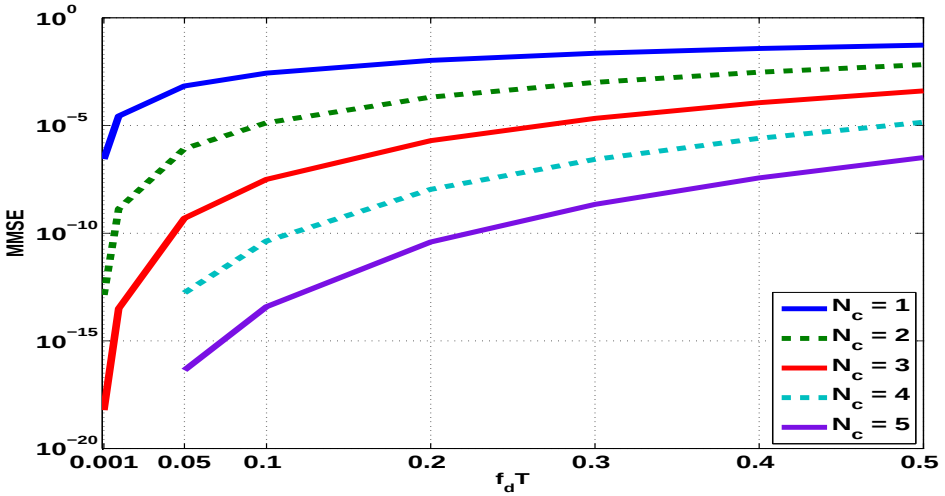


FIGURE 6.2 – EQM de l'approximation polynomiale (canal à puissance unitaire à $L = 6$ trajets, $v = 144$, $N = 128$, $N_g = 16$) [R7]

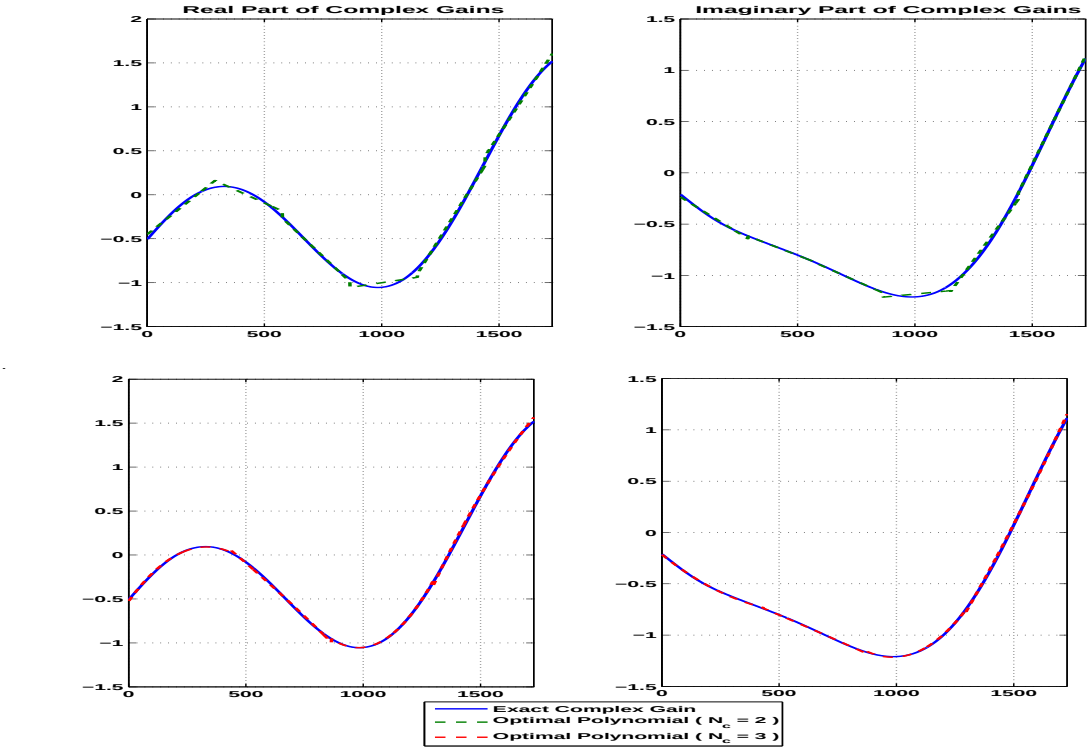


FIGURE 6.3 – Exemple de variation temporelle d'un gain complexe et de son approximation polynomiale pour $f_dT = 0.1$, et $N_c = 2$ (haut) ou $N_c = 3$ coefficients (bas), durant $12T$.

(DA pour "Data-Aided") ou partiellement (pilotes), ou symboles inconnus (NDA pour "Non Data-Aided"). Nous avions aussi considéré préalablement dans [R7][C19] le scénario plus simple d'un canal lent (sans variation à l'intérieur d'un symbole OFDM, modélisation polynomiale alors non nécessaire). Des exemples de BCRB approchées issues de [R9] sont présentées figure 6.4. La figure de gauche montre comment l'exploitation des observations passées (ou futures) peut améliorer l'estimation sur le symbole courant. La figure de droite, qui représente la BCRB approchée pour un canal très rapide ($f_dT = 0.5$) en fonction du nombre de coefficients de l'approximation polynomiale, montre que l'utilisation de N_c= 5 coefficients n'est utile qu'à fort RSB, et que $N_c = 3$ coefficients sont suffisants avec un RSB < 15 dB.

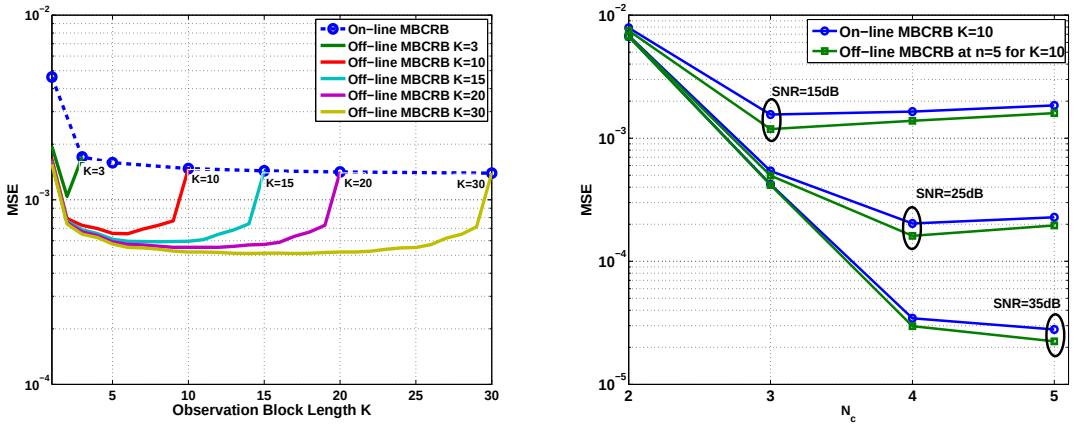


FIGURE 6.4 – Borne de Cramer-Rao Bayesienne (modifiée, contexte NDA, 4-QAM) [R9] :
- à gauche : en fonction du nombre d'observations K pour RSB = 10 dB, $f_dT = 0.1$ et $N_c = 2$,
- à droite : en fonction de N_c pour $f_dT = 0.5$.

Principe des trois algorithmes proposés : Pour pallier au problème de l'interférence entre sous-porteuses lié à la forte mobilité, les méthodes de compensation proposées dans la thèse de Hussein consistent globalement en :

- l'estimation du canal à variation rapide (variations à l'intérieur d'un symbole OFDM),
- la reconstruction et l'annulation des termes d'interférence (égalisation).
- un processus itératif entre les deux tâches précédentes (la première estimation n'utilisant généralement que les symboles des sous-porteuses pilotes, alors que les estimations suivantes peuvent utiliser aussi les symboles décidées relatifs aux sous-porteuses de données).

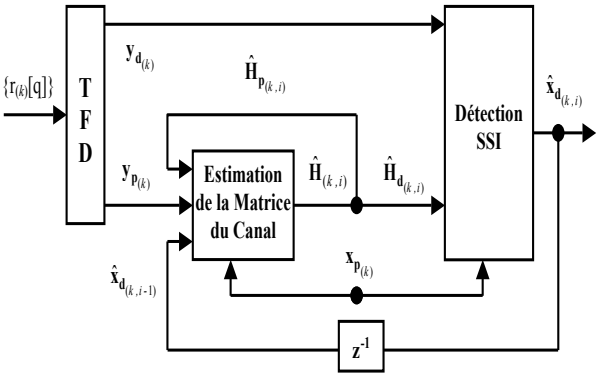


FIGURE 6.5 – Diagramme général des algorithmes itératifs d' "estimation de canal" et "Suppression d'interférence" pour $f_dT \leq 0.1$ [R10][R8].

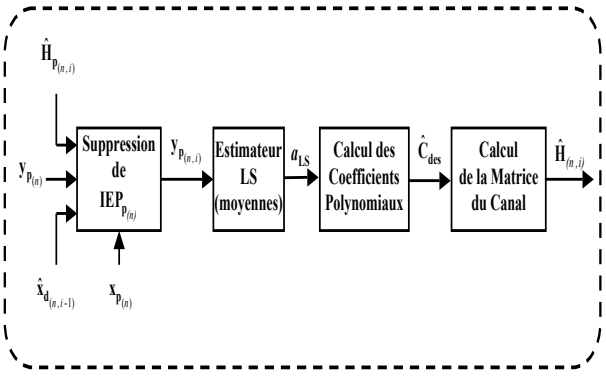


FIGURE 6.6 – Détail du bloc d' "estimation de canal" pour le deuxième algorithme [R8].

Tout d'abord, dans le cas d'un canal modérément rapide (i.e. $f_d.T < 0.1$), les deux algorithmes proposés ont la même structure générale présentée figure 6.5. Ils peuvent être vus comme des extensions d'algorithmes paramétriques de la littérature [Yang 2001] qui délivrent une valeur par période symbole du gain complexe de chaque trajet, à partir de la connaissance des délais, et de symboles pilotes régulièrement espacés en fréquence. Cette valeur estimée (par un estimateur LS, pour "Least Square") correspond dans notre scénario d'évolution, à la valeur temporelle moyenne. A partir de cette première étape d'estimation des valeurs moyennes des gains complexes durant chaque symbole (pas T), nos deux algorithmes délivrent une estimation des variations temporelles avec un pas beaucoup plus fin (pas échantillon $T_c = \frac{T}{v}$) par interpolation, comme schématisé sur la figure 6.6 (concerne l'algorithme 2). Le premier algorithme [R10][C15, C16] utilise le fait que la valeur moyenne d'un processus de Rayleigh-Jakes sur une durée T est extrêmement proche de la valeur centrale en T/2 pour des vitesses modérées, comme montré théoriquement dans [R10]. Ainsi, une interpolation passe-bas classique de ces valeurs moyennes dans le domaine temporel délivre les variations des gains complexes au pas échantillon. La matrice globale du "canal équivalent" (incluant les coefficients d'IEP) peut ainsi être formée, puis les symboles de données sont détectés grâce à un égaliseur à Suppression Successive d'Interférence (SSI). Un processus itératif entre l' "estimation de la matrice du canal" et la "détection SSI" permet d'améliorer les deux opérations.

Afin de diminuer la complexité du premier algorithme avec quasiment les mêmes performances, un deuxième algorithme [R8][C17] remplace l'interpolation passe-bas classique par une interpolation polynomiale d'ordre N_c (pour un bloc de N_c symboles OFDM). Pour les vitesses considérées, les coefficients des polynômes peuvent en effet être obtenus avec une qualité suffisante à partir seulement de l'observation des *valeurs moyennes* des gains complexes sur chaque symbole, comme montré dans l'article [R8] (Cf Fig. 1). L'approximation polynomiale (ici par bloc) facilite l'interpolation et les manipulations sur la matrice du canal.

Lorsque le canal présente de plus fortes variations temporelles (*i.e.* $0.1 < f_d.T < 0.5$), un troisième algorithme a été proposé (article [R11] annexé, [C20]). En cas de forte variation temporelle à l'échelle d'un symbole, il n'est en effet plus forcément pertinent de réaliser l'estimation globale seulement à partir des moyennes estimées. Nous avons alors cherché à faire l'estimation dans le cadre du filtre de Kalman. Pour cela, nous avions besoin d'un modèle dynamique au moins approché des processus de Rayleigh-Jakes. Il a été construit à partir d'un modèle auto-régressif (AR) combiné à l'approximation polynomiale (équation 6.4).
L'approximation polynomiale permet d'une part de modéliser les variations temporelles des gains complexes à l'intérieur d'un symbole, et de re-écrire le modèle d'observation (6.3) pour le n-ème symbole OFDM comme une fonction linéaire (au bruit additif près) des coefficients :

$$\mathbf{y}_{(n)} = \boldsymbol{\mathcal{K}}_{(n)}\ \mathbf{c}_{(n)} \quad + \boldsymbol{\epsilon}_{(n)} + \mathbf{w}_{(n)} \tag{6.5}$$

où $\mathbf{c}_{(n)} = [\mathbf{c}_1^{(n)^T}, ..., \mathbf{c}_L^{(n)^T}]^T$ contient les coefficients des polynômes de tous les L trajets, et $\boldsymbol{\mathcal{K}}_{(n)}$ est une matrice qui dépend des symboles et des retards des trajets. Le vecteur $\boldsymbol{\epsilon}_{(n)}$ contient les termes d'erreurs du à l'approximation polynomiale, et sera négligé dans l'algorithme.
D'autre part, l'évolution dynamique des coefficients des polynômes $\mathbf{c}_l^{(n)}$ d'un symbole OFDM à l'autre a été approchée par des processus AR d'ordre p (des ordres de 1 à 5 ont été testés) :

$$\tilde{\mathbf{c}}_l^{(n)} \quad = \quad -\sum_{i=1}^{p} \mathbf{A}_l^{(i)} \tilde{\mathbf{c}}_l^{(n-i)} + \mathbf{u}_l^{(n)} \tag{6.6}$$

où les matrices $\mathbf{A}_l^{(1)}, ..., \mathbf{A}_l^{(p)}$ et $\mathbf{U}_l$ (covariance du vecteur de bruit d'état complexe Gaussien $\mathbf{u}_l^{(n)}$), de taille $N_c \times N_c$, sont les paramètres du modèle AR, obtenus par la résolution des équations de Yule-Walker.

La suppression d'interférence a été faite avec un égaliseur utilisant la décomposition QR de la matrice du canal estimée (Q est une matrice orthogonale, et R est une matrice triangulaire supérieure). Le processus itératif entre estimation de canal et détection des symboles est opéré à chaque nouveau temps symbole OFDM. Un exemple du résultat de l'estimation de canal est donné figure 6.7. On a au final, pour des scénarios à vitesse très élevées, un récepteur fonctionnel et une amélioration significative des performances d'estimation de canal et de détection des symboles, comparé aux algorithmes précédents, comme montré sur la figure 6.8.

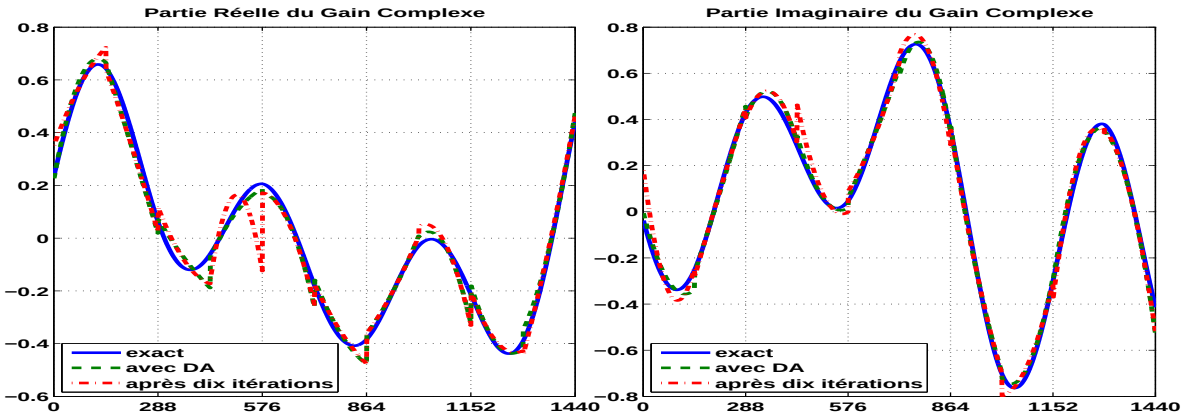


FIGURE 6.7 – Exemple d'estimation d'un gain complexe (2ème trajet) par filtre de Kalman au cours de 10 symboles OFDM ($f_d.T = 0.3$, $N_c = 3$, RSB = 20 dB, $\nu = 144$) [Hijazi 2008].

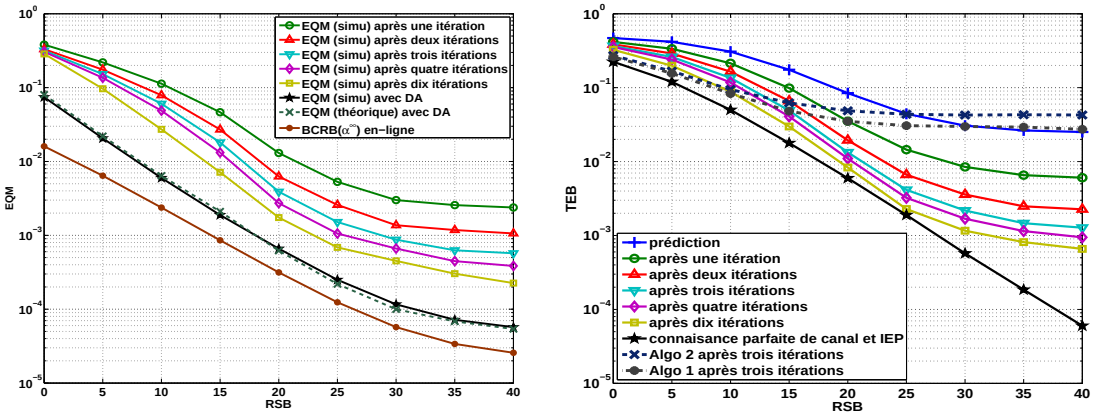


FIGURE 6.8 – Performances de l'algorithme de Kalman / détection QR ($N_c = 3$, $f_dT = 0.3$, taux pilotes = 1/4, AR d'ordre p = 1) : en terme d'EQM (gauche) avec pour référence la borne BCRB, et en terme de TEB (droite) avec pour référence la performance avec canal connu [Hijazi 2008].

Conclusion et perspectives du sous-thème 3a : Les travaux de thèse de Hussein ont contribué à la problématique de forte mobilité en OFDM, par l'étude de l'approximation polynomiale du processus de Rayleigh-Jakes, des bornes de performances sur l'estimation paramétrique des gains du canal sous un modèle à priori Rayleigh-Jakes à retards connus, et la proposition de 3 méthodes d'estimation de canal et suppression d'interférence. Les premières méthodes sont relativement simples mais ne sont adaptées que pour des variation modérées (interpolation linéaire ou polynomiale des valeurs moyennes des paramètres estimés sur chaque symbole OFDM, appliquées par bloc de symboles OFDM). La dernière méthode proposée, plus complexe, est plus adéquate aux très fortes variations de canal (modélisation polynomiale des variations des paramètres, modélisation Auto-Régressive des coefficients des polynômes, filtrage de Kalman au rythme symbole OFDM, couplé à un égaliseur QR). Hussein a

obtenu le prix de thèse de Grenoble-INP pour ces travaux, et les algorithmes basés sur l'estimation polynomiale (algorithmes 2 [R8] et 3 [R11]) ont été relativement bien cités dans la littérature. Dans les perspectives à court terme de ce travail, les algorithmes d'estimation de canal ont été étendus pour traiter conjointement la synchronisation de porteuse, comme cela sera discuté brièvement dans la sous-partie 3b du même thème.

Par ailleurs, quelques points autour de ce travail m'ont à la fois moins satisfait et motivé à changer un peu de direction : la complexité et le formalisme des algorithmes sont relativement lourds, les formules de performance ou le réglage des algorithmes ne sont pas facilement interprétables car ils ne font pas apparaitre de manière simple les paramètres physiques en jeu (fréquence Doppler, distribution de retards, RSB). L'étude s'est bien attachée à donner des formes analytiques, mais à base de produit de grosses matrices blocs au travers desquelles se cachent les paramètres physiques. Aussi, l'idée d'estimer la pente ou la courbure du processus évolutif de Rayleigh-Jakes devait pouvoir se faire de manière plus simple que celle utilisée ici (un modèle AR-p pour chaque coefficient polynomial), à l'image de ce qui se fait dans les boucles de phase (en jouant simplement sur l'ordre des boucles). Une partie de la lourdeur vient de la problématique de forte mobilité (présence d'ICI, ...). Aussi, j'ai eu envie d'étudier, déjà dans le cas plus simple de mobilité réduite (qui concerne tout de même la majorité des systèmes ...), si on pouvait arriver à des estimateurs plus simples mais tout aussi proches (voir plus proches) des bornes minimales, et surtout à des formules de performances plus interprétables et exploitables. Ce sont toutes ces raisons qui m'ont amenées à m'intéresser au 4-ème et dernier thème de ce mémoire (étude des performances asymptotiques des boucles de poursuite et des algorithmes de Kalman, pour les canaux à vitesses modérées). Mais avant cela sera abordé rapidement le deuxième sous-thème du thème actuel.

6.1.2 Sous-thème 3b : Estimation dynamique non-linéaire ou conjointe (2009-2015)

Dans ce sous-thème, on s'est particulièrement intéressé au problème d'estimation d'un processus dynamique (comme les gains complexes ou le bruit de phase d'un canal à variations temporelles aléatoires) conjointement à l'estimation d'un autre paramètre (ou d'un jeu de paramètres) supposé constant sur le bloc de traitement. Dans nos études, cela a concerné essentiellement les tâches conjointes d'estimation de canal (dynamique) et de synchronisation. Le ou les paramètres constants sont des paramètres de synchronisation tels que le résidu de fréquence porteuse ou CFO (Carrier Frequency Offset), ou le temps d'arrivée/offset temporel (permettant de synchroniser la fenêtre du temps symbole). Le modèle d'observation est non linéaire vis à vis de ce(s) paramètre(s) constant(s), alors qu'il peut être linéaire vis à vis du processus dynamique (ou linéarisé après approximation, typiquement pour de faibles variations de phase $\Delta\theta$ selon $e^{j\Delta\theta} \approx 1 + j.\Delta\theta$). Il existe différentes approches pour traiter de tels problèmes en traitement du signal. Tout d'abord, le problème peut être formulé à l'aide d'un système dynamique Bayésien, avec des états cachés qui sont les gains complexes (ou phases) variables du canal au cours du bloc d'observation. L'évolution temporelle du processus est approchée par un modèle récursif adéquat (modèle auto-régressif, modèle Brownien ou de marche aléatoire ...). Afin de pouvoir estimer le jeu de paramètres constants (CFO, temps d'arrivée, délai), les états du modèle dynamique ont aussi besoin d'être estimés (gains complexes, phases aléatoires). Nous sommes dans un cadre qui se prête à l'utilisation de deux approches classiques que nous avons adoptées, en ce qui concerne les algorithmes :

1. Filtrage ou lissage. Dans cette optique, nous avons utilisé le filtrage de Kalman étendu ([R14], [R12], [C29], [C31], [C21]), ou bien simplement des algorithmes adaptatifs conjoints ([R24], [C41]).
2. Algorithme Expectation-Maximisation (EM). Plusieurs de nos contributions d'estimation conjointe ont utilisé ou ont été inspirées par l'algorithme EM ([R17], [R15], [C23]). Cet algorithme EM avait été notamment introduit dans la littérature en combinaison avec un lisseur de Kalman

pour estimer les paramètres d'un système de reconnaissance vocale en présence d'états inconnus [Digalakis 1993], avant d'être utilisé pour de nombreux autres problèmes d'estimation et d'apprentissage (Cf [T10], [C23] pour les références bibliographiques).

Et en ce qui concerne les bornes de variance minimale d'estimation des algorithmes conjoints, elles ont été obtenues grâce aux outils des bornes de Cramer-Rao Hybrides ([C24], [R17]), prenant en compte la co-existence de paramètres aléatoires et de paramètres déterministes. A la suite, nous allons surtout préciser les différents contextes applicatifs de nos contributions.

6.1.2.1 Estimation conjointe d'offset de fréquence et de canal radio-mobile rapide en OFDM (2010-2012)

Le travail autour de la problématique des récepteurs OFDM à forte mobilité, initié lors de la thèse de Hussein HIJAZI (Cf sous-thème précédent), a ensuite été poursuivi avec Hussein devenu enseignant-chercheur au Liban et avec mon collègue de Lille, Eric SIMON. Les travaux initiaux ont été complétés pour considérer le cas d'antennes multiples, et surtout traiter le problème de l'estimation conjointe de canal rapidement variable et de l'offset de fréquence. Le facteur commun de ces travaux est une approximation de la variation des L gains complexes du canal à l'intérieur d'un symbole par projection sur des fonctions de base BEM (Basis Expansion Model) de type polynomiale (d'autres bases BEM de la littérature comme "Karhunen-Loeve", "prolate spheroidal", "complex exponential" ont également été testées avec des résultats assez proches de la base polynomiale). La dynamique de chaque coefficient de la base est ensuite modélisée par un processus AR (comme cela avait été initié dans [R11], et présenté dans le sous-thème 3a, algorithme 3). Mais à cause de la présence de l'offset de fréquence ν, les modèles d'observation initiaux (6.3) ou (6.5) après approximation polynomiale, ont cette fois des matrices de canal $\mathbf{H}_{(n)}$ ou de mélange $\boldsymbol{\mathcal{K}}_{(n)}$ qui dépendent de l'offset de fréquence ν, et de manière non linéaire (voir équation (8)-(12) de l'article [R17] annexé, ou eq. (4)-(5) de [R14]).

Le modèle d'observation du $n$ème symbole MIMO-OFDM $\mathbf{y}_n$ en sortie de démodulation, après transmission dans un canal MIMO multi-trajet $\mathbf{H}_n$ à N_T antennes d'émission et N_R antennes de réception, devient [6] :

$$\mathbf{y}_n = \mathbf{H}_n\ \mathbf{x}_n + \mathbf{w}_n \quad \text{avec} \quad \mathbf{H}_n = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_n^{(1,1)} & \cdots & \mathbf{H}_n^{(1,N_T)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{H}_n^{(N_R,1)} & \cdots & \mathbf{H}_n^{(N_R,N_T)} \end{bmatrix} \tag{6.7}$$

où cette fois, un terme de CFO $\nu^{(r,t)}$ apparait pour chacune des branches MIMO (r,t) de la matrice du canal :

$$[\mathbf{H}_n^{(r,t)}]_{k,m} = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{L_{(r,t)}-1} \left[e^{-j2\pi(\frac{m}{N}-\frac{1}{2})\tau_l^{(r,t)}} \sum_{q=0}^{N-1} e^{j2\pi\frac{\nu^{(r,t)}q}{N}} \alpha_{l,n}^{(r,t)}(qT_c) e^{j2\pi\frac{m-k}{N}q} \right] \tag{6.8}$$

En utilisant l'approximation polynomiale (6.4), (6.5), le vecteur d'état $\boldsymbol{\mu}_n = \left[\mathbf{c}_n^T,\ \boldsymbol{\nu}_n^T\right]^T$ à estimer à l'instant n contient le vecteur de coefficients polynomiaux $\mathbf{c}_n$ et le vecteur de CFO $\boldsymbol{\nu}_n$. Le modèle d'observation (6.7) peut se re-écrire :

$$\mathbf{y}_n = g\left(\boldsymbol{\mu}_n\right) + \mathbf{w}_n \tag{6.9}$$

où la fonction non-linéaire g du vecteur d'état $\boldsymbol{\mu}_n$ est définie par $g\left(\boldsymbol{\mu}_n\right) = \boldsymbol{\mathcal{K}}_n(\boldsymbol{\nu}) \cdot \mathbf{c}_n$. La matrice $\boldsymbol{\mathcal{K}}_n$ dépends des données et des retards de propagation, comme expliqué dans le sous-thème précédent

6. le vecteur $\mathbf{y}_n$ de taille $N_R \times N$ concatène les observations des N sous-porteuses pour chacune des N_R antennes de réception

(eq. (6.5)), mais également du vecteur de CFO $\boldsymbol{\nu}_n$, et de manière non linéaire. La non linéarité dans l'équation d'observation (6.9) est ainsi causée par les CFOs. Par contre, les coefficients polynomiaux sont toujours reliés linéairement à l'observation. Généralisant ce qui avait été fait précédemment, la dynamique de chacun des N_c coefficients polynomiaux $\mathbf{c}_n$ est approchée par un modèle auto-régressif, selon (dans le cas du premier ordre) :

$$\mathbf{c}_n = \boldsymbol{\mathcal{A}}_{\mathbf{c}} \cdot \mathbf{c}_{n-1} + \mathbf{u}_{\mathbf{c}n} \tag{6.10}$$

où $\boldsymbol{\mathcal{A}}_{\mathbf{c}}$ est une matrice bloc diagonale de taille $LN_c \times LN_c$ et $\mathbf{u}_{\mathbf{c}n}$ est un vecteur Gaussien complexe.

Deux approches ont été développées pour faire l'estimation conjointe (du vecteur $\boldsymbol{\mu}_n$).

Approche par Kalman étendu [R14] : Afin d'utiliser le filtre de Kalman étendu, nous avons également approché l'évolution des CFOs $\boldsymbol{\nu}_n$ par un modèle AR(1) (même si en principe les CFOs peuvent être considérés comme constant sur un bloc d'observation) :

$$\boldsymbol{\nu}_n = \boldsymbol{\mathcal{A}}_{\boldsymbol{\nu}} \cdot \boldsymbol{\nu}_{n-1} + \mathbf{u}_{\boldsymbol{\nu}n} \tag{6.11}$$

où la matrice de transition $\boldsymbol{\mathcal{A}}_{\boldsymbol{\nu}} = a\mathbf{I}_{N_R N_T}$ est proche de l'identité (a choisi typiquement entre 0.99 et 0.9999), puisque les CFOs sont quasiment constants sur un bloc d'observation. Ainsi, le vecteur d'état global $\boldsymbol{\mu}_n = \left[\mathbf{c}_n^T,\ \boldsymbol{\nu}_n^T\right]^T$ à l'instant n présente une équation d'état linéaire

$$\boldsymbol{\mu}_n = \boldsymbol{\mathcal{A}} \cdot \boldsymbol{\mu}_{n-1} + \mathbf{u}_n \tag{6.12}$$

où $\boldsymbol{\mathcal{A}} = \text{blkdiag}\left\{\boldsymbol{\mathcal{A}}_{\mathbf{c}},\ \boldsymbol{\mathcal{A}}_{\boldsymbol{\nu}}\right\}$ représente la matrice de transition globale, et $\mathbf{u}_n = \left[\mathbf{u}_{\mathbf{c}n}^T,\ \mathbf{u}_{\boldsymbol{\nu}n}^T\right]^T$ est le vecteur de bruit d'état. A partir de l'équation d'observation (6.9) et de l'équation d'état (6.12) le filtre de Kalman étendu peut être appliqué. Comme dans le sous-thème précédent, l'algorithme peut-être initialisé à partir de données pilotes, puis on peut faire des itérations en utilisant les décisions via un égaliseur adéquat.

Approche par algorithme EM [R17] (article joint en annexe) : Dans cette approche, nous considérons un traitement par bloc plutôt qu'un traitement en ligne comme avec l'algorithme de Kalman étendu. Dans le problème de l'acquisition qui nous intéresse ici, les symboles transmis $\mathbf{x}_n$ durant le bloc sont supposés connus. Ainsi, nous considérons un bloc d'observation de K symboles observés $\mathbf{y} = [\mathbf{y}_0{}^T, ..., \mathbf{y}_{K-1}{}^T]^T$ afin d'estimer les coefficients polynomiaux des gains complexes $\mathbf{c} = [\mathbf{c}_0{}^T, ..., \mathbf{c}_{K-1}{}^T]^T$ et le CFO ν (cas mono-antenne). L'estimation directe par Maximum de Vraisemblance (MV) de ν est très délicate en raison de la non connaissance des gains complexes. L'algorithme EM est une méthode itérative pour trouver l'estimateur MV d'un paramètre constant en présence de paramètres inconnus (dits de nuisance ou inobservés). Il est constitué de 2 étapes : l'étape de moyennage ("expectation", ou E-step) et l'étape de maximisation (M-step). Pour décliner l'algorithme EM, nous considérons les données reçues $\mathbf{y}$ comme des donnés incomplètes, et définissons les données complètes comme étant $\mathbf{z} = \left[\mathbf{y}^T, \mathbf{c}^T\right]^T$. Puisque l'état est décrit par un modèle Markovien du premier ordre (AR(1)), la fonction de vraisemblance des données complètes est :

$$p(\mathbf{z}; \nu) = p(\mathbf{c}_0) \prod_{n=0}^{K-1} p(\mathbf{c}_n|\mathbf{c}_{n-1}) \prod_{n=0}^{K-1} p(\mathbf{y}_n|\mathbf{c}_n; \nu)$$

Et la fonction de log-vraisemblance des données complètes est :

$$\ln\left(p(\mathbf{z}; \nu)\right) = C - \frac{1}{\sigma^2} \sum_{n=0}^{K-1} \left(\mathbf{y}_n - \mathbf{m}_{n(\nu)}\right)^H \left(\mathbf{y}_n - \mathbf{m}_{n(\nu)}\right) + \ln p(\mathbf{c}_0) + \sum_{n=0}^{K-1} \ln p(\mathbf{c}_n|\mathbf{c}_{n-1}) \tag{6.13}$$

où C est une constante. Chaque itération $i = 0, 1, \ldots$ de l'algorithme EM pour l'estimation de ν à partir de $\mathbf{y}$ consiste en 2 étapes :

E-step : à partir de l'observation $\mathbf{y}$ et du dernier estimé $\hat{\nu}^{(i)}$ délivré à l'itération i précédente, nous calculons la moyenne conditionnelle de la log-vraisemblance, soit la fonction Q :

$$Q(\nu, \hat{\nu}^{(i)}) = \mathbb{E}_{\mathbf{c}|\mathbf{y},\hat{\nu}^{(i)}} \left[\ln p(\mathbf{z}; \nu)\right] \tag{6.14}$$

Comme détaillé dans l'article [R17] joint en annexe, le calcul de la fonction Q peut se faire de manière relativement simple étant donné la nature Gauss-Markovienne du problème : la fonction Q se calcule à partir des coefficients des polynômes estimés $\hat{\mathbf{c}}_{n|K}^{(i)}$ par lissage de Kalman sur tout le bloc $n = 0, \ldots, K-1$ en utilisant la valeur de ν délivrée à l'itération i précédente, et à partir aussi de la variance correspondante $\mathbf{S}_{n|K}^{(i)}$. Lorsque l'on suppose ν connu, le problème d'estimation des coefficients polynomiaux redevient en effet un problème linéaire Gaussien, qui se résout par lissage de Kalman (filtrage aller-retour sur le bloc). L'étape E-step est ainsi une étape d'estimation des coefficients $\mathbf{c}_n$.

M-step : cette étape délivre le nouvel estimé $\hat{\nu}^{(i+1)}$, qui correspond à la valeur de ν qui maximise $Q(\nu, \hat{\nu}^{(i)})$:

$$\hat{\nu}^{(i+1)} = \text{argmax}_{\nu} Q(\nu, \hat{\nu}^{(i)}) \tag{6.15}$$

Elle délivre ainsi un estimé de ν en supposant les coefficients polynomiaux connus.

La procédure d'itération entre les 2 étapes est répétée jusqu'à ce que la séquence $\hat{\nu}^{(0)}, \hat{\nu}^{(1)}, \ldots$ converge, ce qui peut prendre 2, 3, ou plus de 50 itérations selon les scénarios (bruit, Doppler, canal, ...), comme vu sur les figures 1,2,3 de [R17] joint. Cet algorithme EM permet de formaliser ou de justifier formellement des procédés itératifs déjà intuitivement utilisés pour l'estimation conjointe (turbo égalisation, ...). L'article [R17] présente aussi le calcul des bornes de Cramer-Rao hybrides concernant l'estimation conjointe du CFO constant et des gains dynamiques du canal.

6.1.2.2 Estimation non-linéaire de retard, phase, fréquence pour récepteur fractionné de signaux (type satellite) à fort excès de bande (2007-2011)

Nous nous sommes intéressés au travers de la thèse de Jordi VILA-VALLS [Vilà Valls 2010], co-encadrée avec J.M. BROSSIER, au problème de la synchronisation de retard, phase, fréquence à faible Rapport Signal à Bruit pour des récepteurs satellites mobile de radio-localisation tels que Galiléo. Dans les communications numériques traditionnelles basées sur des filtres 1/2Nyquist à très faible excès de bande, un échantillonnage à 1 ou 2 points par éléments (*chips*, au débit $1/T_c$) en sortie du filtre adapté à la mise en forme est généralement suffisant pour capter toute l'information nécessaire aux différents traitements (estimation, détection). Mais dans le contexte satellite, les formes d'ondes utilisées présentent en pratique un très fort excès de bande par rapport à la bande minimum de Nyqusit $B_{min} = 1/T_c$. Pour Galiléo, la bande est même infinie en théorie, étant donné que les impulsions bi-phases utilisées de type BOC (pour *Binary Offset Carrier modulation*) sont à durée limitée à un temps *chip* T_c, comme on peut le voir sur la figure 6.9. Nous nous sommes alors en particulier intéressés à quantifier l'amélioration des performances d'estimation en fonction du facteur de sur-échantillonnage (en contexte supervisé ou "Data-Aided"). Pour un facteur de sur-échantillonnage supérieur à 1 vis à vis du temps *chip*, le signal observé (après filtre adapté à la mise en forme BOC) n'est pas stationnaire mais cyclo-stationnaire (Cf figure 6.10), et le bruit coloré. On sort ainsi un peu des hypothèses les plus courantes (observation discrète stationnaire à bruit blanc), et un travail de formalisation a d'abord été nécessaire afin d'arriver aux équations d'états.

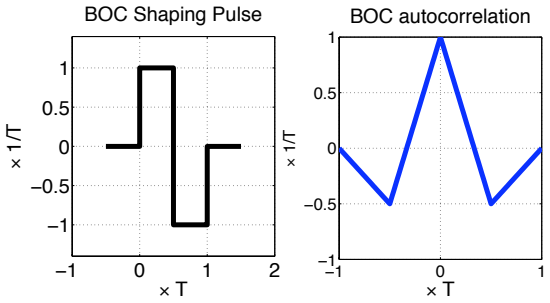


FIGURE 6.9 – Forme d'onde BOC et sa fonction d'auto-corrélation [R12]

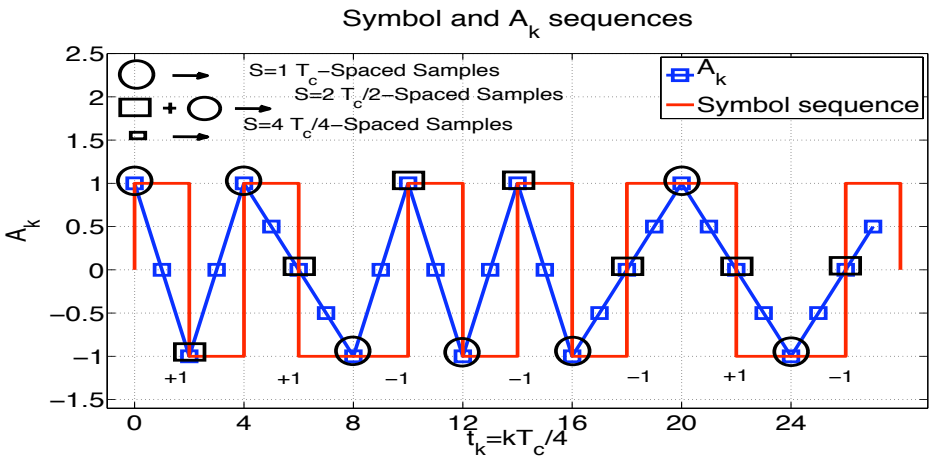


FIGURE 6.10 – Signal émis et signal après filtre adapté à la réception (canal idéal et sans bruit), et échantillons avec facteur de sur-échantillonnage S=1,2,4 échantillons par *chip* [R12].

En particulier, après quelques manipulations du modèle initial, le modèle (simplifié) d'observation fractionné à temps discret au pas T_c en sortie du filtre adapté BOC peut se formuler :

$$y_k = A_k(\tau)e^{j\theta_k} \; + \; b'_k \tag{6.16}$$

où b'_k est le bruit coloré, θ_k est le bruit de phase du canal, et A_k est le signal utile à temps discret qui dépend des *chips* émis, du facteur de sur-échantillonnage S, de la forme d'onde BOC, et du retard de propagation τ, et qui a une puissance non stationnaire (mais cyclo-stationnaire). On parle de synchronisation fractionnée pour le problème d'estimation à partir du signal fractionné y_k.

Jordi a d'abord traité le problème initial de l'estimation dynamique non linéaire de la phase [R12], en supposant un modèle d'évolution Brownien selon :

$$\theta_k = \theta_{k-1} + w_k, \qquad \text{avec} \;\; w_k \sim \mathcal{N}\{0; \sigma_w^2/S\}, \text{ séquence iid Gaussienne.}$$

Il a dérivé les bornes de Cramer-Rao Bayesiennes [C18] ainsi que l'algorithme d'estimation basé sur le filtre de Kalman étendu [C18], qui a montré des performances proche des bornes pour des vitesses raisonnables d'évolution du bruit de phase. Ces performances se sont révélées également très comparables à celles de méthodes Bayésiennes beaucoup plus complexes, comme le filtrage particulaire. Le travail a ensuite été étendu pour traiter l'estimation conjointe de la phase Brownienne et de l'offset de fréquence, en dérivant notamment les bornes hybrides dans [C24]. Le modèle de phase Brownienne

θ_k à dérive constante δ (matérialisant l'offset de fréquence) suivant a alors été considéré pour compléter le modèle précédent :

$$\begin{aligned} \theta_k &= \theta_{k-1} + \delta_{k-1} + w_k \\ \delta_k &= \delta_{k-1} \end{aligned}$$

Enfin, dans une problématique de localisation, il faut pouvoir estimer précisément le temps d'arrivée en présence des variations de phase. Nous avons alors considéré dans l'article [R15] joint en annexe le problème de l'estimation de ce temps d'arrivée τ (supposé constant sur un bloc de traitement), conjointement à l'estimation dynamique de la phase θ_k et de l'offset de fréquence δ_k. L'algorithme proposé, schématisé sur la figure 6.11, est proche de l'algorithme EM : il combine un lisseur de Kalman étendu pour la poursuite de la phase et de l'offset de fréquence (vus comme les paramètres de nuisance), et la maximisation d'une fonction Q pour estimer itérativement le retard (considéré comme le paramètre d'intérêt).

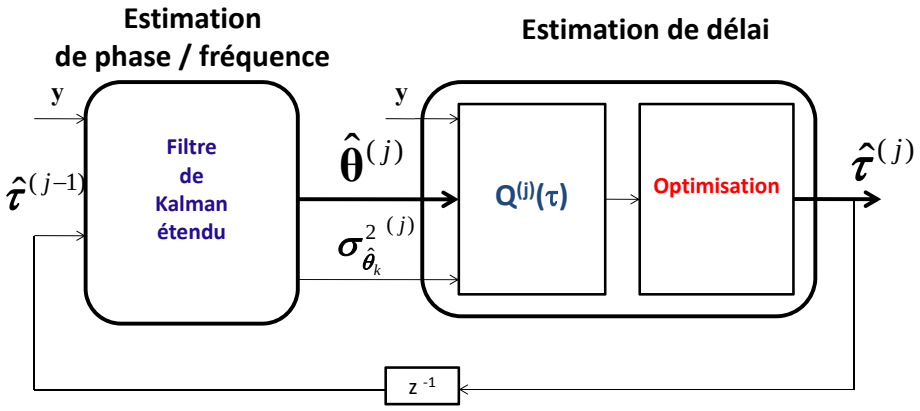


FIGURE 6.11 – Synoptique de l'estimation conjointe de phase-fréquence et de retard

En conclusion de cette étude, on a pu montrer qu'il n'est pas nécessaire d'utiliser des techniques sophistiquées pour résoudre des problèmes faiblement non linéaires, comme celui de l'estimation de phase. Les performances obtenues avec la méthode sous-optimale du filtre de Kalman étendu sont proches des bornes Bayésiennes minimales de performances. On a pu observer aussi que la synchronisation fractionnée (*i.e.* à partir d'un sur-échantillonnage du signal reçu vis à vis du temps chip) s'est révélée intéressante surtout à bas RSB, ce qui est le contexte habituel des communications par satellite.

6.1.2.3 Estimation conjointe de temps d'arrivée et de gain d'un canal radio-mobile GSM en modulation à phase continue (2008-2010)

Je dirais juste quelques mots de cette étude associée au projet ANR LURGA ([T10], [C23]). Si le domaine applicatif est différent de la thèse de Jordi, la méthodologie reste très proche. Notre contribution dans ce projet a consisté au calcul de bornes théoriques et au développement de méthodes d'estimation de temps d'arrivée à partir des séquences d'apprentissage des signaux GSM, en supposant un canal radio-mobile à évolution lente et de type Rayleigh-Jakes.

L'estimateur optimal de retard pour un signal déterministe noyé dans un bruit blanc Gaussien est basé sur le filtre adapté. Il consiste à calculer la fonction d'inter-corrélation entre le signal bruité reçu

et le signal attendu suivi de la recherche de la position du maximum de cette inter-corrélation. Lorsque le signal reçu est affecté d'un offset fréquentiel dû au Doppler ou aux imprécisions des oscillateurs, cette méthode se généralise en remplaçant la fonction d'inter-corrélation par une inter-ambigüité. Cette approche classique est optimale lorsque les paramètres de nuisance (ici, les valeurs des gains complexes du canal au fil du temps) sont constants sur l'échantillon dont dépend l'estimateur. Dans le cas contraire, la perte de cohérence entre le signal reçu et son modèle a priori dégrade l'estimation. Une stratégie d'amélioration peut consister alors à adjoindre au traitement classique un pré-traitement destiné à rétablir autant qu'il est possible cette cohérence, en estimant, pour les compenser, les évolutions des amplitudes complexes du canal. Cela peut encore se faire de manière itérative, au travers de l'algorithme EM. En effet, la formulation globale du problème d'estimation du retard τ en présence de nuisances provenant des fluctuations de phase et d'amplitude (c'est-à-dire amplitudes complexes) amène à un modèle d'observation proche de (6.16), en remplaçant cette fois le déphasage $e^{j\theta_k}$ par un gain complexe α_k. Le modèle est alors linéaire vis à vis des paramètres de nuisance α_k. Le signal utile sur-échantillonné $A_k(\tau)$ a une expression et des propriétés différentes de ce que l'on avait avec la modulation BOC, due à la modulation GMSK qui est à enveloppe quasi-constante et à faible excès de bande. La dynamique d'évolution à priori des α_k est différente de celle des $e^{j\theta_k}$, mais peut être approché classiquement par un modèle AR. Une des méthodes développée dans le postdoc de H. ABEIDA pour le projet LURGA était ainsi basée sur l'algorithme EM, de manière similaire au schéma de la figure 6.11, en remplaçant le lisseur de Kalman étendu d'estimation des phases par un lisseur de Kalman d'estimation des amplitudes complexes α_k (similairement aussi à ce qui a été présenté pour l'estimation du CFO dans la section 6.1.2.1).

On a ainsi pu chiffrer l'apport significatif de cette méthode dynamique d'estimation conjointe du retard et de l'amplitude complexe, par rapport à une recherche classique de maximum sur la fonction d'ambiguïté. On peut noter néanmoins que contrairement à l'étude précédente avec la modulation BOC, le sur-échantillonnage n'amène quasiment pas d'amélioration sur l'estimation étant donné les propriétés de la modulation GMSK (enveloppe quasi-constante, quasi-stationnarité).

6.1.2.4 Estimation adaptative avec référence bruit pour la soustraction d'auto-interférence dans un terminal multi-standard (2012-2015)

Ce travail a été mené durant la thèse de Robin GERZAGUET [Gerzaguet 2015], qui était sous contrat CIFRE entre la société ST (sous l'encadrement de Fabrice BELVEZE) et notre laboratoire Gipsa-lab (directeur de thèse : Jean-Marc BROSSIER, co-encadrant : moi-même), avec un temps à peu près partagé entre les deux entités. Le sujet concernait la problématique de "radio sale" (ou "dirty-RF" en anglais) au niveau des terminaux multi-standards, combinant traitement du signal adaptatif en lien avec la réalité des composants utilisés en communications numériques (entre-autre les défauts des composants Radio-Fréquence). A partir d'une problématique industrielle amenée par ST, Robin a pu formaliser théoriquement le problème et les solutions apportées. Cette collaboration fructueuse a permis à la fois des publications académiques dans des revues [R22][R24] et conférences [C41][N9],[N10], [N11] mais également une validation expérimentale des algorithmes sur une plateforme radio-logicielle (acquise en cours de thèse par le laboratoire GIPSA), et à partir de signaux réels issus des puces de ST. Après une description rapide de la problématique, nous préciserons l'objet des algorithmes d'estimation conjointe développés. Toutes les illustrations de cette section sont issues d'expérimentations.

Problématique de la "dirty-RF" et nature des algorithmes proposés pour la réduction des auto-interférences : Les émetteurs-récepteurs actuels tendent à faire cohabiter plusieurs standards de communication sur une même puce. Ces puces sont ainsi amenées à traiter des signaux de formes

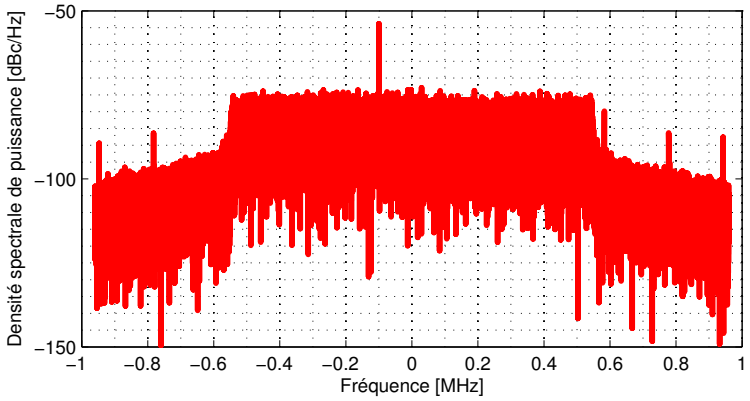


FIGURE 6.12 – Spectre bande de base d'un signal OFDM reçu (fréq. porteuse 800.1 MHz, fréq. echant. 1.92 MHz) sur une carte USRP-N210 montrant une spur autour de -100 kHz (fréquence à priori provenant de la 8ème harmonique d'une horloge de 100 MHz) [N11].

très différentes, et les composants analogiques subissent de fortes contraintes d'encombrement et de conception liées aux différentes normes supportées. Les auto-interférences, c'est à dire les interférences générées par le système lui-même, sont ainsi de plus en plus présentes dans les architectures actuelles. Notamment dans les puces de ST, les signaux de faible niveau reçus peuvent être pollués par des signaux parasites émanant de fuites d'horloges (phénomènes de *"spurs"*, Cf figure 6.12), ou par des images non-linéaire du signal émis (phénomène de "Tx leakage"). Plutôt que de mettre des contraintes fortes sur les parties analogiques, le concept de "dirty-RF" consiste à accepter une pollution partielle du signal d'intérêt et à réaliser, par l'intermédiaire d'algorithmes de traitement numérique du signal, une atténuation de l'impact de ces pollutions auto-générées.

La société ST était attachée à ce que les algorithmes de compensation puissent travailler "en ligne" (excluant les méthodes de type bloc) avec une complexité raisonnable, et qu'ils aient une certaine capacité de réaction auto-adaptative en cas de re-configuration brusque d'un des nombreux paramètres du terminal (comme ceux utilisés pour la commande automatique de gain, la synthèse de fréquences ...). Etant donné que l'on dispose généralement d'une connaissance à priori des pollueurs (fréquence approximative des *spurs*, signaux émis à la source), les algorithmes devaient pouvoir utiliser des références "bruit", plus ou moins précises. L'utilisation de méthodes adaptatives à soustraction de bruit basées sur l'algorithme LMS ("Least-Mean Squares") s'est alors imposée, avec les contributions suivantes :

Estimation conjointe de gain/retard pour la réduction du Tx-Leakage [R24][C41][C45] : L'étude des imperfections RF a montré qu'une image non-linéaire (essentiellement module carré) du signal large-bande émis en bande de base se retrouvait dans la chaine de réception, à un retard analogique près (voire aussi filtrage dû au duplexeur) et à une atténuation près (éventuellement lentement variable au cours du temps). La référence utilisée est ainsi une version numérique de l'image du signal émis en bande de base, qu'il sera nécessaire de recaler en amplitude et retard en vue d'être soustraite au niveau de la chaine de réception en bande de base. Le problème est ainsi similaire à un problème d'estimation conjointe de retard et d'amplitude complexe, qui aurait pu être abordé par un traitement bloc de type EM. Mais il a donc ici été traité en ligne, à l'aide de deux algorithmes LMS imbriqués (un pour le retard, l'autre pour l'amplitude). Dans l'article [R24] joint en annexe, des formules de performance en "Signal to Interference Ratio" des algorithmes de réduction d'interférence ont été établies en fonction des pas des algorithmes. Ces formules dépendent des variances des estimateurs d'amplitudes complexes et de retard, dont les formules ont aussi été établies. A noter que pour une atténuation connue, le problème est similaire à celui de la synchronisation de retard à partir d'une séquence d'ap-

prentissage. L'étude de la S-courbe du détecteur de retard équivalent a été dérivée, ce qui a permis d'établir les formules de variance de l'estimation de retard à l'aide des outils dédiés aux performances asymptotiques des boucles de poursuite dans [C45] (élu "Best Paper" de la conférence Crowncom 2016).

Estimation conjointe de l'amplitude complexe et de l'offset de fréquence pour la réduction de *spurs* : Contrairement au problème précédent du Tx-leakage, la référence pour le problème des *spurs* est un signal bande étroite (exponentielle complexe de fréquence pure à priori connue), et il n'y a donc pas à estimer de retard, mais seulement les corrections d'amplitude/phase à appliquer à la référence numérique en vue de la soustraction. Les performances ont été établies [R22][N9][N10] en supposant que la phase des *spurs* était à évolution Brownienne et entachée d'un offset de fréquence dues respectivement au bruit de phase et à l'imprécision des oscillateurs réels. Mais en présence d'un offset non négligeable entre fréquence de *spur* à priori et réelle, l'estimation de ce dernier, conjointement aux amplitudes/phases des *spurs* , s'est avérée nécessaire [N11] et efficace, comme illustré sur la figure 6.13.

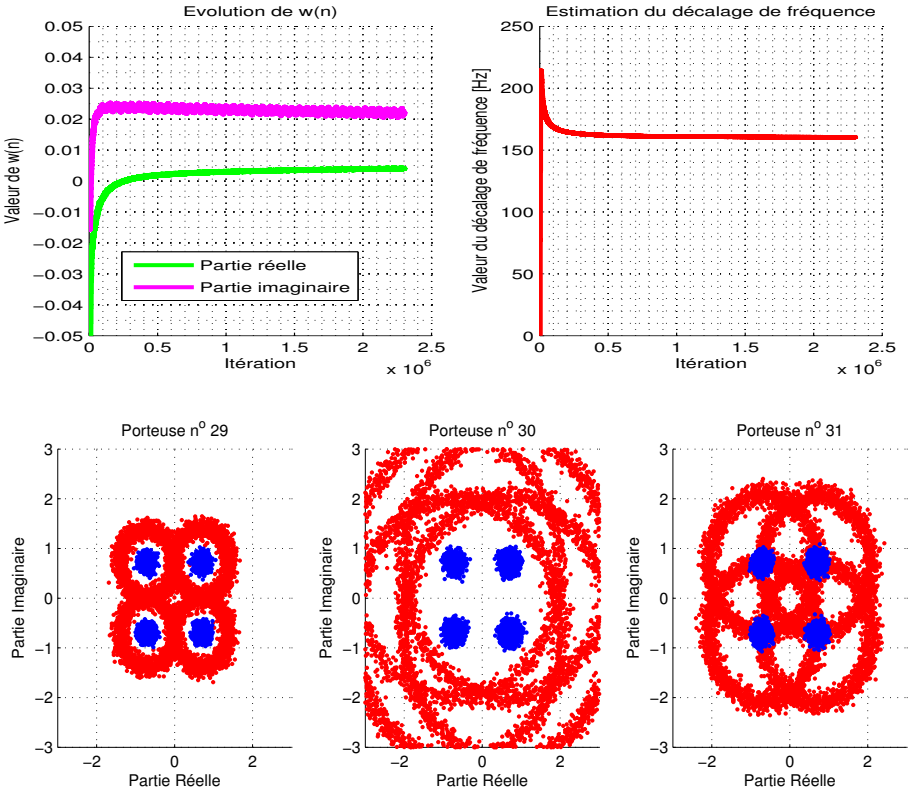


FIGURE 6.13 – Exemple de résultats d'expérimentation [N11] obtenus avec l'algorithme d'estimation conjointe de suppression de *spur* appliqué au signal OFDM de la Fig. 6.12 :
- haut : estimation de l'amplitude complexe (gauche) et de l'offset de fréquence (droite),
- bas : effet sur les constellations QPSK des porteuses autour de la *spur* polluante sans (en rouge) et avec (en bleu) application de l'algorithme.

Surcouche-adaptative Enfin une sur-couche adaptative à l'algorithme LMS a été proposé pour faire évoluer le pas de l'algorithme au cours des itérations. Le but est d'améliorer la vitesse et la réactivité de l'algorithme comparativement à un LMS à pas μ constant, tout en maintenant des performances asymptotiques prédictibles et paramétrables. Cela permet notamment de faire face à de soudaines reconfigurations des paramètres du terminal. Dans cette surcouche adaptative nommée MUFF pour "Multiplicative Update combined with a Forgetting Factor", le pas μ_n est mis à jour de manière mul-

tiplicative et avec un facteur d'oubli, selon (dans le cas de l'estimation $\hat{\alpha}_n$ d'un paramètre scalaire) :

$$\mu_{n+1} = [\ \mu_n \times (\gamma + \varepsilon|G(n)|)\ ]_{\mu_{\min}}^{\mu_{\max}}\ , \tag{6.17}$$

où $0 < \gamma < 1$ est le facteur d'oubli, $\varepsilon > 0$ est un facteur d'échelle, et $[\bullet]_{\mu_{\min}}^{\mu_{\max}}$ signifie que la valeur du pas est limitée entre une valeur maximum $\mu_{\max}$ (afin d'assurer la stabilité) et une valeur minimum $\mu_{\min}$ (choisie pour assurer les performances asymptotiques optimales). $G(n) = \frac{\partial \hat{\alpha}_n}{\partial \mu}$ est une fonction de charge qui peut s'exprimer récursivement. En mode de poursuite, la valeur attendue de $|G(n)|$ est proche de zéro, ce qui entraine une décroissance géométrique (de raison γ) du pas vers $\mu_{\min}$, alors qu'en cas de reconfiguration, la forte valeur attendue de $|G(n)|$ provoque une augmentation du pas selon $\mu_{n+1} = K(n) \times \mu_n$, avec $K(n) = \gamma + \varepsilon|G(n)| \gg 1$. Cette surcouche a été appliquée avec succès pour accélérer la convergence de différents algorithmes de soustraction de bruit comme celui de suppression des *spurs* [R22][N10], mais aussi dans d'autres contextes comme celui de l'estimation d'un canal de Rayleigh flat fading [C37].

6.1.3 Conclusion du thème 3

Les travaux regroupés sous le titre "Estimateurs pour canaux dynamiques et bornes Bayésiennes" avaient en commun un problème d'estimation dynamique (au moins un des paramètres à estimer varie au cours du temps de manière aléatoire) et un modèle d'observation relativement complexe. La complexité était due au scénario de canal de communication (rapide à l'échelle du temps symbole, générant distorsion temporelle par effet Doppler, et interférences entre sous-porteuses pour un système OFDM), ou/et à une observation non-linéaire vis à vis d'un des paramètres à estimer, éventuellement conjointement à d'autres paramètres.

La plupart de ces travaux ont nécessité un effort de formalisation ou d'approximation du problème (approximation polynomiale, approximation de la dynamique du vrai processus par un modèle séquentiel plus simple, ...). Les algorithmes d'estimation ont alors pu reposer sur des outils classiques d'estimation (algorithme de Kalman ou Kalman étendu, algorithme Expectation-Maximization, algorithme du gradient stochastique LMS), et des calculs de bornes ont pu être menés.

Les limitations ou insatisfactions que je ressens le plus pour ces travaux sont liées au non aboutissement, la plupart du temps, à des formules analytiques simples de performances (éventuellement après approximation). Plus précisément, concernant les bornes Bayésiennes du problème d'estimation, les formules théoriques de variances minimales ont la plupart du temps pu être établies mais sous des formes complexes (incluant des inversions de grosses matrices, etc..). Ces formules de bornes (non reproduites dans ce document) peuvent être tout de même tracées pour fournir des abaques de référence pour les estimateurs, mais elles ne s'interprètent pas ou ne s'exploitent pas facilement. Concernant maintenant les estimateurs, les performances analytiques n'ont la plupart du temps pas été établies mais ont seulement été mesurées par simulation (à l'exception d'une partie du travail de thèse de Robin Gerzaguet qui a fourni des formules analytiques de performances pour l'estimation des amplitudes complexes des *spurs* [R22], ou des amplitudes/retards du Tx-leakage [R24][C45], et qui aurait pu être placée dans le thème 4).

6.2 Thème 4 : Performances asymptotiques et liens entre boucles de poursuite et filtres de Kalman pour l'estimation des amplitudes complexes du canal

6.2.1 Introduction au thème 4 et modèles

6.2.1.1 Introduction et synthèse des contributions

Ce dernier thème présente les travaux d'estimation de canal (cas mono-trajet mono-porteuse ou multi-trajet multi-porteuse) pour lesquels nous avons pu obtenir des formules analytiques approchées très simples de performance et de réglage des paramètres des algorithmes, directement en fonction des paramètres du modèle physiques du canal (RSB, étalement Doppler, étalement des délais), contrairement aux travaux du thème 3. La synthèse présentée est un peu plus fournie que dans les deux thèmes précédents, peut-être parce que j'ai davantage participé directement à ces développements, et qu'il sont aussi globalement plus récents. Les canaux de communication considérés sont ici à variations lentes ou modérées (*i.e.* négligeables durant une période symbole, soit $f_d T \leq 10^{-2}$) et sans IES, ce qui représente le cas le plus fréquent des systèmes opérationnels (zone z_3 du plan T_s-B_1 de la figure 4.2). Les algorithmes considérés sont soit basés sur le filtre de Kalman construit à partir d'un modèle d'état récursif (marche aléatoire "RW" pour "Random Walk" en anglais, ou modèle Auto-Régressif AR) approchant le "vrai" modèle (supposé) de canal, soit basés sur des boucles de poursuite des amplitudes complexes dénommées "CATL" (pour "Complex Amplitude Tracking Loop" en anglais), qui sont des filtres adaptatifs récursifs à coefficients constants, exhibant une complexité modérée par rapport aux filtres de Kalman. La structure bouclée des CATLs est inspirée par celle des boucles à verrouillage de phase numériques, DPLL (pour "Digital PLL"), ou encore par le principe de prédiction / correction d'un filtre de Kalman qui agirait en mode asymptotique (c'est à dire après convergence de ses coefficients).

Chronologiquement, j'ai d'abord mené les travaux sur les CATLs avec Hussein HIJAZI et Eric SIMON en vue de simplifier et rendre plus exploitables les algorithmes basés sur le filtre de Kalman développés par Hussein dans sa thèse (et pour lesquels nous n'avions pas de formule simple de performance). L'utilisation des CATLs d'ordre $r = 2$ pour l'estimation vectorielle d'un canal multi-trajet en OFDM a ainsi été proposée dans [C27], révélant par simulation de bonnes performances asymptotiques par rapport aux algorithmes courants de la littérature. Nous avons alors dérivé dans [T11] et [R19] (joint en annexe) les performances analytiques des CATLs vectorielles d'ordre $r = 1$ et 2, à partir d'une analyse d'EQM Asymptotique (AMSE) dans le domaine fréquentiel et de certaines approximations. Si le point de départ de ces études était bien l'adaptation théorique, pour de nouveaux problèmes d'estimation vectorielle, d'anciens outils scalaires dédiés aux DPLL que j'avais appris à manipuler dans mon passé industriel, la valorisation en terme de publication dans les revues n'a pas pu se faire directement sous cet angle. Cela explique la publication de nombreux résultats intermédiaires ou connexes. En effet, certains reviewers de la communauté traitement du signal, pas forcément spécialistes de PLL, doutaient du fait que les performances asymptotiques des CATLs puissent surpasser ou rivaliser avec des algorithmes de référence de la littérature basés sur le filtre de Kalman. Nous avons du alors mieux positionner théoriquement les CATL vis à vis des filtres de Kalman. C'est ainsi que, s'inspirant de liens établis dans les années 90 entre certains filtres de Kalman et les PLL numériques d'ordre $r = 2$ [Patapoutian 1999][Christiansen 1994], nous avons d'une part présenté nos algorithmes CATL dans le cas scalaire mono-porteuse mono-trajet comme pouvant dériver de filtres de Kalman en mode asymptotique (Cf [R20]-ch III-A, [R19]-Appendix B) avant de présenter le cas vectoriel multi-porteuse multi-trajet. Et d'autre part, nous avons mené dans la foulée d'autres études focalisées sur les performances asymptotiques des filtres de Kalman (beaucoup plus facilement valorisables que les

TABLE 6.1 – Table extraite et complétée de l'article de synthèse [R23] précisant le contexte de nos contributions majeures sur la CATL et les liens avec le filtre de Kalman (*Random-Walk*) asymptotique

Paper	algo type	model /order	modulation / channel	Doppler	optimization type	comments
Ros et al., 2010 (conf. [C27])	CATL	RW 1, 2	OFDM multipath	Jakes	global numeric	CATL 1st proposition, no AMSE formula
Ros et al., 2014 (journal [R19])	CATL	RW 1,2	OFDM multipath	Jakes	global theory/numeric	$f_nT_{(\text{Jakes})}$: theory ζ : numeric
Ros et al., 2011 (conf. [C32])	KF	RW 2	single-carrier single-path	Jakes	global theory	asympt. RW2-KF (var. σ_u^2) seen as CATL ($\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $f_nT \approx \frac{1}{2\pi}(\frac{\sigma_u}{\sigma_{LS}})^{\frac{1}{2}}$)
Shu et al., 2012 (conf. [C34])	CATL	PLL 3	single-carrier single-path	Jakes	constrained theory/numeric	$f_nT_{(\text{Jakes})}$: theory $m \approx 3, \zeta \approx 0.37$: numeric
Shu et al., 2014 (journal [R20])	CATL	RW 3	single-carrier single-path	Jakes	constrained theory	$f_nT_{(\text{Jakes})}$, $m \approx 3.19$, $\zeta \approx 0.39$: theory
Shu et al., 2013 (journal [R18])	KF	RW 3	single-carrier single-path	General, Jakes	global theory	asympt. RW3-KF (var. σ_u^2) seen as CATL ($m = 2$, $\zeta = \frac{1}{2}$, $f_nT \approx \frac{1}{2\pi}(\frac{\sigma_u}{\sigma_{LS}})^{\frac{1}{3}}$)
Shu et al., 2015 (journal [R23])	CATL	RW 1,2,3	OFDM multipath	General, Jakes, 3D	global theory	$f_nT_{(\text{opt})}$ and AMSE w.r.t. S_α. $\zeta_{(\text{opt})}$, $m_{(\text{opt})}$ for a given r
Shu et al., 2015 (journal [R21])	KF (per path)	RW 1,2,3	OFDM multipath	Jakes	global theory	simplified per-path KF vs the joint multipath KF

études très voisines sur nos CATLs ...).

Plus précisément, le stage de Master recherche de Soukayna GHANDOUR-HAIDAR a d'abord fourni les performances asymptotiques approchées d'un algorithme de référence de la littérature pour l'estimation scalaire du canal de "Rayleigh-Jakes", qui est un filtre de Kalman basé sur un modèle AR1 et optimisé avec un critère "Correlation Matching", CM [Ghandour-Haidar 2010]. Nous avons montré que le réglage de cet algorithme (dénommé AR1$_{CM}$-KF) pourtant couramment utilisé dans la littérature, n'était finalement pas très bon dans le cas de variations temporelles lentes, et qu'il pouvait être largement amélioré [R21] (par exemple en utilisant un critère de variance au lieu du critère CM). Il n'y avait donc pas de contradiction à ce que les performances asymptotiques de cet algorithme de référence (mais finalement "mal réglé" par le critère CM de la littérature ...) soient largement surpassés par celles d'autres algorithmes, tels nos CATLs bien réglées.

Toujours dans le cas scalaire, nous avons ensuite exploité des relations de passage approchées en mode asymptotique entre filtres de Kalman basés sur un modèle RW (notés filtres RW-Kalman) et CATL, afin d'adapter l'analyse des CATLs pour mener au réglage optimal et aux performances analytiques approchées des filtres RW-Kalman [C32]. Ces travaux ont ensuite été poursuivis durant la thèse de Huaquiang SHU [Shu 2013] (co-encadrée avec Eric SIMON), pour notamment étendre à l'ordre $r = 3$ l'étude des CATLs ([R20][C34]) et du RW-Kalman ([R18] joint en annexe) en contexte mono-trajet, puis pour généraliser ou exploiter ces résultats en contexte vectoriel multi-porteuse multi-trajet ([R23], et [R21] joint en annexe). La table 6.1 synthétise nos publications majeures autour de la

CATL et du filtre RW-Kalman.

Par ailleurs, durant la thèse de Soukayna GHANDOUR-HAIDAR [Ghandour-Haidar 2014] (co-encadrée avec Jean-Marc BROSSIER), l'optimisation du filtre de Kalman basé sur un modèle AR1 a été poursuivie pour des scénarios d'estimation de canal où le spectre Doppler diffère des cas usuels : canal avec à la fois l'émetteur et le récepteur mobiles [C39], et canal avec relais multi-bond [C33].

Nous allons dans la suite détailler un peu plus le sous-thème 4a consacré aux contributions sur les CATLs, puis le sous-thème 4b concernant les contributions sur le filtre de Kalman. Mais avant cela, nous précisons brièvement le modèle d'observation considéré dans ce thème 4.

6.2.1.2 Modèle d'observation et objectifs

Les modèles présentés correspondent à un seul bond de communication, d'un émetteur fixe vers une récepteur mobile (scénario par défaut, hormis en section 6.2.3.2).

Modèle à priori de canal et objectif d'estimation : toutes les contributions de ce thème s'intéressent à la poursuite des amplitudes complexes du canal, supposés WSS-US et à spectre Doppler borné, de fréquence maximale f_d. Plus précisément, les L amplitudes complexes du canal multi-trajet $\alpha_{(k)}^{(l)}$ sont des variables aléatoires indépendantes, par défaut Gaussiennes complexes circulaires (modèle de Rayleigh, ainsi nommé en raison de la loi de Rayleigh suivie par les modules $|\alpha_{(k)}^{(l)}|$). De plus, les processus $\alpha_{(k)}^{(l)}$ sont supposés stationnaires au second-ordre au cours du temps d'indice symbole k, avec une Densité Spectrale de Puissance DSP (ou spectre Doppler) à bande limitée dans l'intervalle $[-f_d; +f_d]$. L'utilisation des CATLs ne nécessite pas de connaissance à priori supplémentaire. Toutefois, les formules de performance seront en particulier appliquées pour 2 modèles à priori courants de spectre Doppler :

- **Spectre Doppler de Jakes (ou 2D) :** dans ce modèle [Jakes 1974] qui est le plus courant et qui correspond à un rayonnement angulaire isotrope dans un plan (donc à 2 Dimensions) autour du récepteur mobile, le spectre Doppler a une forme en 'U' définie par

$$\Gamma_{\alpha^{(l)}(Jakes)}(f) = \begin{cases} \frac{\sigma^2_{\alpha^{(l)}}}{\pi f_d \sqrt{1-\left(\frac{f}{f_d}\right)^2}}, & \text{si} \quad |f| < f_d \\ 0, & \text{si} \quad |f| \geq f_d, \end{cases} \tag{6.18}$$

et les coefficients de corrélation à l'indice de retard q sont donnés par

$$\mathrm{R}^{(q)}_{\alpha^{(l)}(Jakes)} = \sigma^2_{\alpha^{(l)}} \times J_0(2\pi f_d T q), \tag{6.19}$$

où J_0 est la fonction de Bessel d'ordre 0 du premier ordre, et T est le pas temporel (temps symbole).

- **Spectre Doppler du modèle 3D :** Clark et al. [Clarke 1997] ont montré que dans un environnement intérieur, un rayonnement isotrope volumique pouvait être plus adéquat, ce qui amène au modèle 3D, caractérisé par un spectre Doppler constant sur $[-f_d; +f_d]$:

$$\Gamma_{\alpha^{(l)}(3D)}(f) = \begin{cases} \frac{\sigma^2_{\alpha^{(l)}}}{2f_d} & \text{si} \quad |f| \leq f_d, \\ 0 & \text{si} \quad |f| > f_d, \end{cases} \tag{6.20}$$

avec les coefficients de corrélations définis par

$$\mathrm{R}^{(q)}_{\alpha^{(l)}(3D)} = \sigma^2_{\alpha^{(l)}} \times \mathrm{sinc}(2 f_d T q). \tag{6.21}$$

Modèle de la transmission pour le canal paramétrique multi-trajet (à retards fixes connus) en modulation multi-porteuse : le modèle multi-trajet OFDM est similaire à (6.3), mais simplifié car cette fois la matrice du canal $\mathbf{H}_{(k)}$ est diagonale ($\mathbf{H}_{(k)} = \text{diag}\{\tilde{\boldsymbol{h}}_{(k)}\}$), étant donné que les amplitudes complexes des L différents trajets sont supposées constantes durant un temps symbole OFDM. Le modèle d'observation sur les N sous-porteuses après transmission dans le canal multi-trajet et démodulation par FFT et suppression du préfixe cyclique est ainsi :

$$\mathbf{y}_{(k)} = \text{diag}\{\tilde{\boldsymbol{h}}_{(k)}\} \cdot \mathbf{x}_{(k)} + \mathbf{w}_{(k)}, \tag{6.22}$$

$$= \text{diag}\{\mathbf{x}_{(k)}\} \cdot \tilde{\boldsymbol{h}}_{(k)} + \mathbf{w}_{(k)}, \tag{6.23}$$

$$\text{avec} \quad \left[\tilde{\boldsymbol{h}}_{(k)}\right]_n = \sum_{l=1}^{L} \left[\alpha_{(k)}^{(l)} \cdot e^{-j2\pi(\frac{n-1}{N}-\frac{1}{2})\tau^{(l)}}\right] \tag{6.24}$$

où le vecteur $\tilde{\boldsymbol{h}}_{(k)}$ contient les éléments d'indice $n = 1, ..., N$ de la réponse en fréquence du canal pour le $k$ème symbole, évalués respectivement aux fréquences des sous-porteuses $f = -\frac{N}{2}.\Delta f + (n-1)\Delta f$, où $\Delta f = \frac{1}{NT_s}$ est l'écart inter-porteuse, comme indiqué en (6.24). Le vecteur $\tilde{\boldsymbol{h}}_{(k)}$ peut ainsi être réécrit comme un produit scalaire $\tilde{\boldsymbol{h}}_{(k)} = \mathbf{F}\ \boldsymbol{\alpha}_{(k)}$ entre une matrice de Fourier $[\mathbf{F}]_{k,l} = e^{-j2\pi(\frac{k-1}{N}-\frac{1}{2})\tau^{(l)}}$ qui dépend seulement de la distribution des retards, et le vecteur contenant les L amplitudes complexes à estimer $\boldsymbol{\alpha}_{(k)} = [\alpha_{(k)}^{(1)}\ ...\ \alpha_{(k)}^{(L)}]^T$. En insérant cette écriture de $\tilde{\boldsymbol{h}}_{(k)}$ dans (6.23), on exprime l'observation $\mathbf{y}_{(k)}$ comme une fonction linéaire bruitée (par le vecteur de bruit $\mathbf{w}_{(k)}$) des paramètres à estimer, $\boldsymbol{\alpha}_{(k)}$, similairement au résultat de l'approximation polynomiale (6.5) mais avec ici un seul coefficient/polynôme, et un modèle exact (matrice de mélange $\text{diag}\{\mathbf{x}_{(k)}\}\mathbf{F}$). Et si l'estimation est faite seulement à partir de N_p sous-porteuses pilotes supposés régulièrement espacées toutes les L_f sous-porteuses aux positions $\mathcal{P} = \{n_p | n_p = (p-1)L_f + 1,\ p = 1, ..., N_p\}$, le modèle d'observation devient :

$$\mathbf{y}_{\mathbf{p}(k)} = \boldsymbol{\mathcal{K}}_{(k)}\boldsymbol{\alpha}_{(k)} + \mathbf{w}_{\mathbf{p}(k)} \tag{6.25}$$

avec $\boldsymbol{\mathcal{K}}_{(k)} = \text{diag}\{\mathbf{x}_{\mathbf{p}(k)}\}\mathbf{F}_{\mathbf{p}}$. Les vecteurs $\mathbf{x}_{\mathbf{p}}$, $\mathbf{y}_{\mathbf{p}}$ et $\mathbf{w}_{\mathbf{p}}$, de taille N_p, correspondent respectivement aux symboles pilotes transmis, aux symboles après démodulation, et au bruit sur les sous-porteuses pilotes. La matrice $\mathbf{F}_{\mathbf{p}}$ de taille $N_p \times L$ est la matrice de Fourier pour les sous-porteuses pilotes, avec des éléments définis comme précédemment (égaux donc à $[\mathbf{F}_{\mathbf{p}}]_{n_p,l} = e^{-j2\pi(\frac{n_p-1}{N}-\frac{1}{2})\tau^{(l)}}$, où $n_p \in \mathcal{P}$).

Modèle de la transmission pour le cas mono-trajet mono-porteuse : afin d'étudier les briques de base, une partie de nos travaux a considéré le modèle "flat fading" à $L = 1$ seul trajet pour lequel le modèle d'observation (6.25) devient scalaire et se simplifie (à un facteur éventuel de gain près) en :

$$y_{(k)} = \alpha_{(k)} + \text{w}_{(k)}. \tag{6.26}$$

6.2.2 Sous-thème 4a : Boucles de poursuite des amplitudes complexes "CATL" (2009-2015)

Comme dit précédemment (Cf table 6.1), la CATL a été étudiée pour le cas mono-trajet mono-porteuse et pour le cas multi-trajet OFDM, et pour différents ordres $r = 1, 2, 3$ de l'algorithme. L'algorithme scalaire pour le cas mono-trajet mono-porteuse (dénommé RWr-CATL dans la suite) peut-être vu comme une brique de base de l'algorithme vectoriel du cas multi-trajet multi-porteuse (dénommé RWr-LS-CATL dans la suite). Nous allons dans la suite présenter directement le cas multi-trajet OFDM tel que traité dans les premiers travaux [R19][C27], et en suivant la trame du dernier article de synthèse sur les CATLs [R23]. La CATL est vue ici comme une structure imposée inspirée par la DPLL (la dérivation et le lien avec le filtre RW-Kalman en canal mono-trajet seront abordés ultérieurement, dans le sous-thème 4b, section 6.2.3.1).

6.2.2.1 Structure de la CATL (cas multi-trajet multi-porteuse)

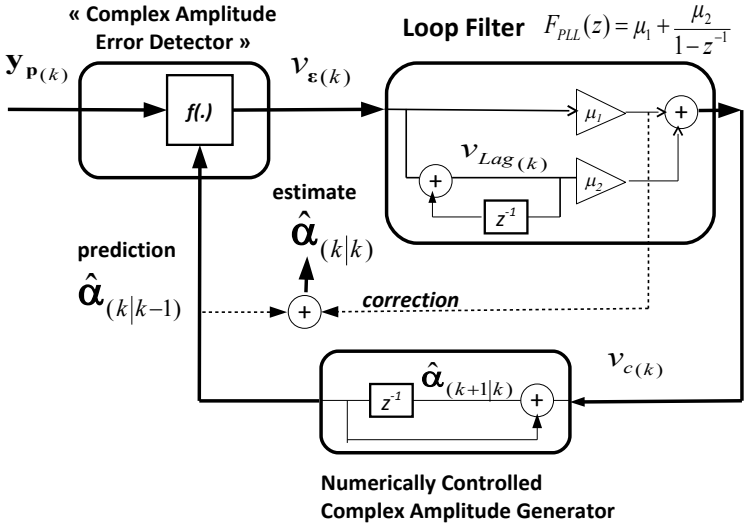


FIGURE 6.14 – Structure de la CATL inspirée de la DPLL (cas de la boucle d'ordre $r = 2$) [R19].

Le schéma initial de la CATL en OFDM multi-trajet est présenté figure 6.14. On a une structure imposée récursive qui délivre à l'instant k l'estimé vectoriel $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(k|k)}$ des amplitudes complexes $\boldsymbol{\alpha}_{(k)}$, selon les équations (pour l'ordre $r = 3$) ci-dessous :

Signal d'erreur (détecteur) :
$$\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{\epsilon}(k)} = f\left\{\mathbf{y}_{\mathbf{p}(k)}; \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(k|k-1)}\right\}, \tag{6.27}$$

Estimation finale :
$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(k|k)} = \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(k|k-1)} + \mu_1 \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{\epsilon}(k)}. \tag{6.28}$$

Filtre de boucle :
$$\boldsymbol{v}_{\mathbf{Lag1}(k)} = \boldsymbol{v}_{\mathbf{Lag1}(k-1)} + \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{\epsilon}(k)}, \tag{6.29}$$
$$\boldsymbol{v}_{\mathbf{Lag2}(k)} = \boldsymbol{v}_{\mathbf{Lag2}(k-1)} + \boldsymbol{v}_{\mathbf{Lag1}(k)}, \tag{6.30}$$
$$\boldsymbol{v}_{\mathbf{c}(k)} = \mu_1 \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{\epsilon}(k)} + \mu_2 \boldsymbol{v}_{\mathbf{Lag1}(k)} + \mu_3 \boldsymbol{v}_{\mathbf{Lag2}(k-1)}, \tag{6.31}$$

Générateur commandé :
$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(k+1|k)} = \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(k|k-1)} + \boldsymbol{v}_{\mathbf{c}(k)}, \tag{6.32}$$

La structure de la CATL est similaire à celle d'une DPLL incluant les éléments détecteur d'erreur, filtre de boucle Proportionnel-(double) Intégral, générateur commandé [Mengali 1997][Meyr 1998]. Elle est contrôlée par les r coefficients réels positifs du filtre de boucle, soit μ_1, μ_2 et μ_3 pour une boucle d'ordre $r = 3$. Quelques différences avec la DPLL : on traite ici des grandeurs complexes (amplitudes) au lieu de réelles (phases modulo 2π), les éléments sont vectoriels (L trajets) et non scalaires. Egalement on délivre en (6.28) l'estimation finale $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(k|k)}$ à l'instant k par *correction,* à partir de l'observation courante (*mesure*), de la *prédiction* $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(k|k-1)}$ obtenue à l'instant précédent $k-1$, alors que la sortie d'une DPLL serait directement la valeur prédite. On peut donner une structure équivalente de type "prédiction/correction" de la CATL représentée figure 6.15.

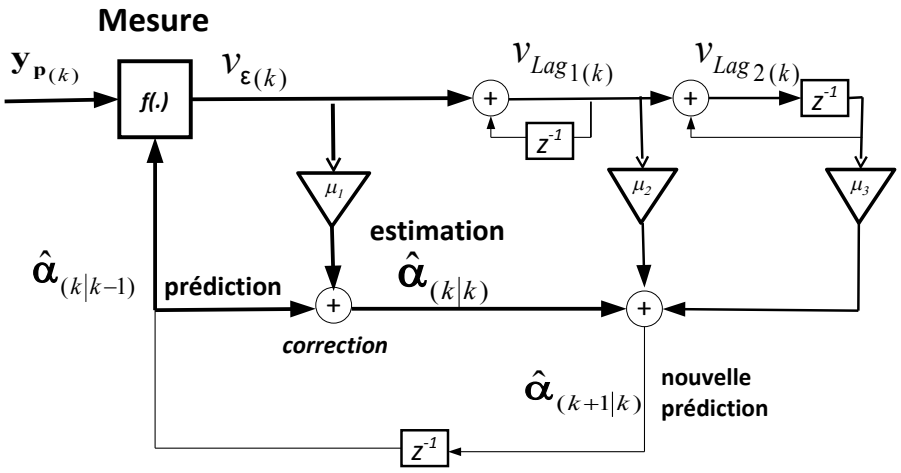


FIGURE 6.15 – Structure équivalente de type "prédiction/correction" de la CATL (pour l'ordre $r = 3$).

Dans cette structure, les éléments Générateur commandé, Filtre de boucle et Estimation finale ont été combinés pour faire apparaitre directement l'équation de *prédiction* :

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(k+1|k)} \;=\; \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(k|k)} \;+\; \mu_2 \boldsymbol{v}_{\mathbf{Lag1}(k)} \;+\; \mu_3 \boldsymbol{v}_{\mathbf{Lag2}(k-1)}, \tag{6.33}$$

ce qui amène à l'estimation finale par une équation de récurrence plus compacte équivalente aux équations (6.28)(6.31)(6.32) de la CATL :

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(k|k)} \;=\; \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(k-1|k-1)} \;+\; \mu_1 \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{\epsilon}(k)} \;+\; \mu_2 \boldsymbol{v}_{\mathbf{Lag1}(k-1)} \;+\; \mu_3 \boldsymbol{v}_{\mathbf{Lag2}(k-2)}. \tag{6.34}$$

On en déduit que l'estimation finale résulte d'un filtrage récursif du signal d'erreur selon :

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(k|k)} \;=\; \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(k-1|k-1)} \;+\; \mathcal{F}\{\; \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{\epsilon}(k)} \;\}, \tag{6.35}$$

où $\mathcal{F}\{\ .\ \}$ est l'opération de filtrage appliquée à chaque composante du signal d'erreur, et qui s'exprime dans le domaine des Z par :

$$\mathcal{F}(z) \;=\; \mu_1 \;+\; \mu_2 \times \frac{z^{-1}}{1-z^{-1}} \;+\; \mu_3 \times \frac{z^{-2}}{(1-z^{-1})^2}. \tag{6.36}$$

La structure CATL étant posée, il faut choisir un signal d'erreur $\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{\epsilon}(k)}$ en (6.27) pour piloter la boucle, à partir d'une fonction $f\{\cdot\}$ de l'observation courante des sous-porteuses pilotes $\mathbf{y}_{\mathbf{p}(k)}$ et de la prédiction précédente $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(k|k-1)}$. Dans [C27], nous avions considéré deux signaux d'erreurs, visant à minimiser l'erreur quadratique instantanée (pour le symbole courant k) entre les pilotes observés $\mathbf{y}_{\mathbf{p}(k)}$ et le modèle non bruité prédit $\boldsymbol{\mathcal{K}}_{(k)}\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(k|k-1)}$ [soit la fonction de coût $S(\hat{\boldsymbol{\alpha}}) = (\mathbf{y}_\mathbf{p} - \mathcal{K}\hat{\boldsymbol{\alpha}})^H(\mathbf{y}_\mathbf{p} - \mathcal{K}\hat{\boldsymbol{\alpha}})$].

Nous allons retenir ici le premier signal d'erreur, de type LS (Least-Square), qui minimise directement $S(\hat{\boldsymbol{\alpha}})$ pour le symbole en cours. Le deuxième signal d'erreur proposé dans [C27], visait quand à lui à minimiser $S(\hat{\boldsymbol{\alpha}})$ de manière séquentielle d'un symbole à l'autre par descente de gradient, ce qui rendait la CATL strictement équivalente dans le cas d'une boucle d'ordre 1 à l'algorithme LMS de pas μ_1. Mais ce signal d'erreur souffrait généralement d'Interférence Entre les composantes des différents Trajets, à moins de cas particuliers de canaux (canal avec délais espacés de multiples de la période d'échantillonnage, ou canal mono-trajet) [7]. Le signal d'erreur de type LS retenu ici, qui ne souffre pas d'IET et amène à l'algorithme dénommé RWr-LS-CATL, est défini en remplaçant (6.27) par :

$$\textbf{Signal d'erreur LS :}\quad \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{\epsilon}(k)} \;=\; \underbrace{\mathbf{G}_{(k)}\mathbf{y}_{\mathbf{p}(k)}}_{\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\mathbf{LS}(k)}} - \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(k|k-1)} \qquad \text{avec } \mathbf{G}_{(k)} = \left(\boldsymbol{\mathcal{K}}_{(k)}^H \boldsymbol{\mathcal{K}}_{(k)}\right)^{-1} \boldsymbol{\mathcal{K}}_{(k)}^H \tag{6.37}$$

L'intérêt de ce signal d'erreur (détecteur) est que l'opérateur LS, $\mathbf{G}_{(k)}$, produit une première estimation instantanée non biaisée et sans IET,

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\mathbf{LS}(k)} = \boldsymbol{\alpha}_{(k)} \;+\; \mathbf{w}_{\mathbf{LS}(k)}, \tag{6.38}$$

qui sera ensuite affinée par le filtrage temporel opéré par la boucle.

Dans (6.38), $\mathbf{w}_{\mathbf{LS}(k)}$ représente le bruit de boucle centré de variance $\sigma^2_{\mathbf{LS}}$. Ainsi l'opérateur LS délivre un modèle d'observation vectoriel des amplitudes complexes bruitées, équivalent, pour chacune des composantes au cas mono-trajet mono-porteuse (6.26). Il en découle la représentation de la figure 6.16 de la RWr-LS-CATL, comme la juxtaposition parallèle de L RWr-CATLs mono-trajet mono-porteuse, opérant après l'opérateur LS de tête. L'étude et les performances de la CATL vectorielle sont donc liées à celles de la CATL mono-trajet mono-porteuse. Notons que si l'opérateur LS réalise un forçage à zéro de l'interférence entre trajets par l'opérateur pseudo-inverse en (6.37), ce dernier peut en contre-partie produire une amplification du bruit. En effet, la variance moyenne du bruit de boucle par trajet ($\sigma^2_{\mathbf{LS}} = \frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L} \sigma^2_{\mathbf{LS}^{(l)}}$) est liée au bruit d'observation σ^2_{w} d'entrée par :

$$\sigma^2_{\mathbf{LS}} = \lambda \cdot \frac{\sigma^2_{\mathrm{w}}}{N_p}, \quad \text{avec} \;\; \lambda = \frac{N_p}{L} \cdot \mathrm{Trace}\left\{(\mathbf{F}_{\mathbf{p}}^H \mathbf{F}_{\mathbf{p}})^{-1}\right\}, \tag{6.39}$$

où le facteur d'amplification $\lambda \geq 1$ dépend de la distribution des retards des trajets. Ce facteur est minimum (égal à 1) si $\mathbf{F}_{\mathbf{p}}^H \mathbf{F}_{\mathbf{p}}$ est une matrice diagonale égale à $N_p \mathbf{I}_L$, ce qui se produit seulement si les retards sont multiples de la période d'échantillonnage (*i.e.* si $\tau^{(l)}$ sont entiers).

A partir de ce signal d'erreur, l'étude de la boucle vectorielle se résume ainsi à celle de la boucle scalaire. En effet, en combinant (6.37) et (6.28) on peut exprimer le signal d'erreur selon $\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{\epsilon}(k)}(1-\mu_1) = \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\mathbf{LS}(k)} - \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(k|k)}$, ce qui injecté dans (6.35) permet avec (6.38) d'obtenir la relation entrée-sortie de la boucle :

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(k|k)} \;=\; \mathcal{L}\{\, \underbrace{\boldsymbol{\alpha}_{(k)} \;+\; \mathbf{w}_{\mathbf{LS}(k)}}_{\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\mathbf{LS}(k)}} \,\} \quad \text{avec} \quad \mathcal{L}(z) = \frac{\mathcal{F}(z)}{(1-z^{-1})(1-\mu_1) \;+\; \mathcal{F}(z)}, \tag{6.40}$$

qui correspond à une opération de filtrage par la fonction de transfert en boucle fermée $\mathcal{L}$, dont on a donné l'expression dans le domaine des Z en fonction du filtre de boucle $\mathcal{F}(z)$, défini en (6.36).

---

7. Le deuxième signal d'erreur non retenu, de type descente de gradient $\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{\epsilon}} = -\frac{1}{2}.\boldsymbol{\nabla}_{\hat{\boldsymbol{\alpha}}}(S(\hat{\boldsymbol{\alpha}}))$, conduit à $\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{\epsilon}(k)} = \boldsymbol{\mathcal{K}}_{(k)}^H.\left(\mathbf{y}_{\mathbf{p}(k)} - \boldsymbol{\mathcal{K}}_{(k)}\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(k|k-1)}\right)$. Cette expression montre la présence d'IET, à moins que la matrice $\boldsymbol{\mathcal{K}}_{(k)}^H.\boldsymbol{\mathcal{K}}_{(k)}$ soit diagonale, auquel cas ce 2ème signal d'erreur coïnciderait avec le signal d'erreur LS (6.37) que nous avons retenu.

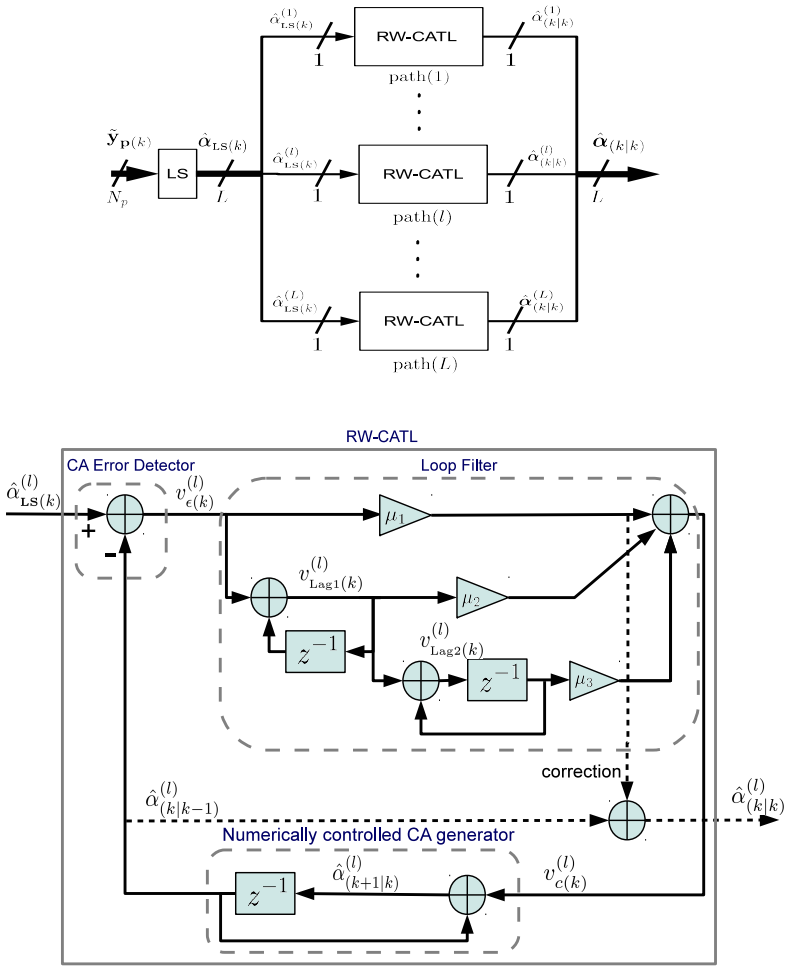


FIGURE 6.16 – Structure globale de la RW-LS-CATL à L trajets (haut) et détail de la branche ou boucle associée au trajet l (bas) [R23].

6.2.2.2 Formules approchées de performance et de réglage des CATLs

L'erreur quadratique moyenne asymptotique (AMSE) $\sigma_\epsilon^2 = \frac{1}{L} \cdot E\left\{||\boldsymbol{\alpha}_{(k)} - \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(k|k)}||^2\right\}$ peut être décomposée en une composante dynamique $\sigma_{\epsilon\alpha}^2$ qui dépend de α, et une composante statique $\sigma_{\epsilon\mathrm{w}}^2$ qui dépend du bruit de boucle $\mathrm{w_{LS}}$, selon

$$\sigma_\epsilon^2 = \sigma_{\epsilon\alpha}^2 + \sigma_{\epsilon\mathrm{w}}^2. \tag{6.41}$$

Les valeurs de ces composantes dépendent de la fonction de transfert en boucle fermée de la CATL, $\mathcal{L}(z)$. Elles peuvent s'exprimer assez facilement à partir d'une formulation dans le domaine fréquentiel. L'étude générale des boucles montre (Cf (6.40)) d'une part que l'erreur dynamique $\sigma_{\epsilon\alpha}^2$ résulte du filtrage passe-haut par $1-\mathcal{L}(z)$ des amplitudes complexes (qui ont une largeur de bande mono-latérale f_d et une DSP moyenne $\Gamma_\alpha(f) = \frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L}\Gamma_{\alpha^{(l)}}(f)$) :

$$\sigma_{\epsilon\alpha}^2 = \int_{-\frac{1}{2T}}^{+\frac{1}{2T}} \Gamma_\alpha(f) \cdot |1 - \mathcal{L}(e^{j2\pi fT})|^2 df. \tag{6.42}$$

Mais d'autre part, l'erreur statique $\sigma_{\epsilon\mathrm{w}}^2$ résulte du filtrage du bruit blanc de boucle (de variance $\sigma_{\mathbf{LS}}^2$), issu du bruit d'observation, par le filtre passe-bas $\mathcal{L}(z)$ (qui est complémentaire au précédent $1-\mathcal{L}$) :

$$\sigma_{\epsilon\mathrm{w}}^2 = \sigma_{\mathbf{LS}}^2 \cdot T \int_{-\frac{1}{2T}}^{+\frac{1}{2T}} |\mathcal{L}(e^{j2\pi fT})|^2 df. \tag{6.43}$$

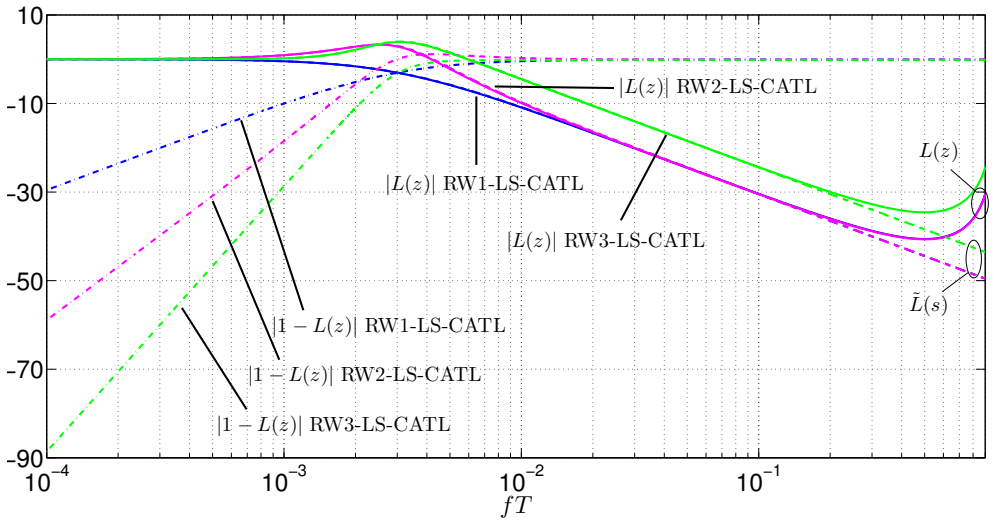


FIGURE 6.17 – Modules (dB) en fréquence normalisée des fonctions de transfert exacte $\mathcal{L}$ et approché $\tilde{\mathcal{L}}$, ainsi que de $1-\mathcal{L}$ pour la RWr-LS-CATL optimisée pour $f_dT = 3\cdot 10^{-3}$ [R23]

On retrouve donc le compromis habituel entre vitesse et précision selon le réglage du filtre de boucle $\mathcal{L}$. La table 6.2 synthétise les résultats généraux de l'estimation par CATL, pour les différents ordres $r = 1, 2, 3$. La première partie de la table donne l'expression de la fonction de transfert exacte $\mathcal{L}$ exprimée dans le domaine des z, en fonction des coefficients de boucle μ_1, μ_2, μ_3. Elle donne aussi l'approximation basse-fréquence $\tilde{\mathcal{L}}$ telle que $\mathcal{L}(e^{sT}) \approx \tilde{\mathcal{L}}(e^{sT})$ pour $fT \ll 1$ (obtenue dans le domaine de Laplace en utilisant l'approximation $e^{-sT} \approx 1 - sT$), utilisée pour faciliter l'analyse et l'interprétation physique. Après approximation, l'expression de la fonction de transfert $\tilde{\mathcal{L}}$ coïncide avec celle d'une PLL analogique, traditionnellement paramétrée par la fréquence naturelle f_n (ou la pulsation naturelle $\omega_n = 2\pi f_n$) qui est liée à la fréquence de coupure de $\tilde{\mathcal{L}}$, le facteur d'amortissement ζ (pour un ordre $r \geq 2$), et le ratio de capacité m (pour un ordre $r = 3$). Le lien entre les r coefficients de boucle μ_1, μ_2, μ_3 et les r paramètres physiques f_n, ζ, m est aussi donné dans la table. Les représentations en fréquence f des modules des différentes fonctions de transfert (obtenues pour $z = e^{j2\pi fT}$) sont illustrées sur la figure 6.17, montrant le caractère passe-bas de $\mathcal{L}$.

La deuxième partie de la table 6.2 présente les formules approchées de performance pour $\sigma^2_{\epsilon\alpha}$ et $\sigma^2_{\epsilon\mathrm{w}}$, ainsi que la valeur minimale de leur somme, $\sigma^2_{\epsilon\,\min}$, et les paramètres de boucle qui permettent d'atteindre ce minimum de variance d'estimation, notés avec un indice "(opt)". Les approximations sont valables pour $f_dT \ll 1$, rendant possible un choix de fréquence propre de la boucle f_nT à la fois faible devant 1 (boucle sur-échantillonnée) et supérieur ou égale à f_dT (pour assurer le suivi des variations des amplitudes complexes). L'expression approchée [8] de la composante dynamique $\sigma^2_{\epsilon\alpha}$ est proportionnelle au moment d'ordre $2r$ du spectre Doppler, $S_{\alpha(\mathrm{general})}$, et est inversement proportionnel à la puissance $2r$ de la fréquence propre de la boucle f_n :

$$\sigma^2_{\epsilon\alpha} = \frac{S_{\alpha(\mathrm{general})}}{(f_nT)^{2r}} \cdot K_r, \quad \text{avec} \quad S_{\alpha(\mathrm{general})} = \int_{-\frac{1}{2T}}^{+\frac{1}{2T}} \Gamma_\alpha(f) \cdot (fT)^{2r} df. \tag{6.44}$$

où K_r est une constante égale à $K_r = 1$ pour $r = 1$ and 2, et $K_3 = 1/(m\zeta)^2$ pour $r = 3$.

L'expression approchée [9] de la composante statique $\sigma^2_{\epsilon\mathrm{w}}$ est quand à elle proportionnelle à la variance

8. Cette première approximation est obtenue en remplaçant $\mathcal{L}$ par $\tilde{\mathcal{L}}$ dans (6.42), puis en approchant $|1-\tilde{\mathcal{L}}(e^{j2\pi fT})|^2$ par une fonction linéaire de $(f/f_n)^{2r}$ (asymptote) en basses fréquences ($f \ll f_n$), soit $|1-\tilde{\mathcal{L}}(e^{j2\pi fT})|^2 \approx K_r \cdot \left(\frac{f}{f_n}\right)^{2r}$ pour $f \ll f_n$ (voir partie gauche de la figure 6.17).

9. Cette seconde approximation consiste à négliger les puissances élevées de ω_nT, sous l'hypothèse $f_nT \ll 1$.

TABLE 6.2 – Paramètres de la RWr-LS-CATL (1ère partie) et formules résultantes de l'optimisation MMSE asymptotique (2nde partie), pour $f_dT \leq f_nT \ll 1$ [R23]

		RW1-LS-CATL	RW2-LS-CATL	RW3-LS-CATL
Trans. func.	$\mathcal{L}(z)$ (exact)	$\frac{\mu_1}{(1-\mu_1)(1-z^{-1})+\mu_1}$	$\frac{(\mu_1-\mu_2)(1-z^{-1})+\mu_2}{[(1-\mu_1)(1-z^{-1})^2+(\mu_1-\mu_2)(1-z^{-1})+\mu_2]}$	$\frac{(\mu_1-\mu_2)(1-z^{-1})^2+(\mu_2-\mu_3)(1-z^{-1})+\mu_3}{[(1-\mu_1)(1-z^{-1})^3+(\mu_1-\mu_2)(1-z^{-1})^2+(\mu_2-\mu_3)(1-z^{-1})+\mu_3]}$
Trans. func.	$\tilde{\mathcal{L}}(e^{sT})$ (approx.)	$\frac{\omega_n}{s+\omega_n}$	$\frac{2\zeta\omega_n\cdot s+\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n\cdot s+\omega_n^2}$	$\frac{(m+2)\zeta\omega_n\cdot s^2+(1+2m\zeta^2)\omega_n^2\cdot s+m\zeta\omega_n^3}{s^3+(m+2)\zeta\omega_n\cdot s^2+(1+2m\zeta^2)\omega_n^2\cdot s+m\zeta\omega_n^3}$
	with :	$\omega_nT=\frac{\mu_1}{1-\mu_1}$	$2\zeta\cdot(\omega_nT)=\frac{\mu_1-\mu_2}{1-\mu_1}$ $(\omega_nT)^2=\frac{\mu_2}{1-\mu_1}$	$(m+2)\cdot\zeta\omega_nT=\frac{\mu_1-\mu_2}{1-\mu_1}$ $(1+2m\zeta^2)\cdot(\omega_nT)^2=\frac{\mu_2-\mu_3}{1-\mu_1}$ $m\zeta\cdot(\omega_nT)^3=\frac{\mu_3}{1-\mu_1}$
Loop filter coefficients		$\mu_1=\frac{\omega_nT}{1+\omega_nT}$	$\mu_1=\frac{2\zeta\omega_nT+(\omega_nT)^2}{1+2\zeta\omega_nT+(\omega_nT)^2}$ $\mu_2=\frac{(\omega_nT)^2}{1+2\zeta\omega_nT+(\omega_nT)^2}$	$\mu_1=\frac{(m+2)\zeta\omega_nT+(1+2m\zeta^2)(\omega_nT)^2+m\zeta(\omega_nT)^3}{1+(m+2)\zeta\omega_nT+(1+2m\zeta^2)(\omega_nT)^2+m\zeta(\omega_nT)^3}$ $\mu_2=\frac{(1+2m\zeta^2)(\omega_nT)^2+m\zeta(\omega_nT)^3}{1+(m+2)\zeta\omega_nT+(1+2m\zeta^2)(\omega_nT)^2+m\zeta(\omega_nT)^3}$ $\mu_3=\frac{m\zeta(\omega_nT)^3}{1+(m+2)\zeta\omega_nT+(1+2m\zeta^2)(\omega_nT)^2+m\zeta(\omega_nT)^3}$
Condition of Stability		$0<\mu_1<2$	$0<\mu_1<2$ $0<\mu_2<4-2\mu_1$	$0<\mu_1<2$ $0<\mu_3<\mu_1\mu_2$ $4\mu_1+2\mu_2+\mu_3<8$
S_α(general)		$\int_{-\frac{1}{2T}}^{+\frac{1}{2T}}\Gamma_\alpha(f)\cdot(fT)^2df$	$\int_{-\frac{1}{2T}}^{+\frac{1}{2T}}\Gamma_\alpha(f)\cdot(fT)^4df$	$\int_{-\frac{1}{2T}}^{+\frac{1}{2T}}\Gamma_\alpha(f)\cdot(fT)^6df$
$\sigma^2_{\epsilon\alpha}$		$\frac{S_\alpha}{(f_nT)^2}$	$\frac{S_\alpha}{(f_nT)^4}$	$\frac{S_\alpha}{(m\zeta)^2(f_nT)^6}$
$\sigma^2_{\epsilon\mathrm{w}}$		$\pi f_nT\sigma^2_{\mathbf{LS}}$	$2\pi f_nT(\zeta+\frac{1}{4\zeta})\sigma^2_{\mathbf{LS}}$	$2\pi f_nT\mathcal{B}(m,\zeta)\sigma^2_{\mathbf{LS}}$
$f_nT_{(\mathrm{opt})}$		$\left(\frac{2S_\alpha}{\pi\sigma^2_{\mathbf{LS}}}\right)^{\frac{1}{3}}$	$\left(\frac{2S_\alpha}{\pi\sigma^2_{\mathbf{LS}}(\zeta+\frac{1}{4\zeta})}\right)^{\frac{1}{5}}$	$\left(\frac{3S_\alpha}{(m\zeta)^2\pi\sigma^2_{\mathbf{LS}}\mathcal{B}(m,\zeta)}\right)^{\frac{1}{7}}$
D_r		$\frac{3}{4}(4\pi)^{\frac{2}{3}}$	$\frac{5}{4}[2\sqrt{2}\pi(\zeta+\frac{1}{4\zeta})]^{\frac{4}{5}}$	$\frac{7}{3}\left(\frac{3}{(m\zeta)^2}\right)^{\frac{1}{7}}(\pi\mathcal{B}(m,\zeta))^{\frac{6}{7}}$
$\sigma^2_{\epsilon\ \min}$		$D_1(\sigma^2_{\mathbf{LS}})^{\frac{2}{3}}(S_\alpha)^{\frac{1}{3}}$	$D_2(\sigma^2_{\mathbf{LS}})^{\frac{4}{5}}(S_\alpha)^{\frac{1}{5}}$	$D_3(\sigma^2_{\mathbf{LS}})^{\frac{6}{7}}(S_\alpha)^{\frac{1}{7}}$
$m_{(\mathrm{opt})}$		-	-	14.3
$\zeta_{(\mathrm{opt})}$		-	0.5	0.16
$\mathcal{B}(m,\zeta)_{(\mathrm{opt})}$		-	1	1.99

de bruit de boucle σ^2_{LS} et à la fréquence propre de la boucle f_n, avec un coefficient de proportionnalité qui dépend des paramètres secondaires m et ζ. Il résulte un compromis sur la variance globale $\sigma^2_\epsilon = \sigma^2_{\epsilon\alpha}+\sigma^2_{\epsilon\mathrm{w}}$, en fonction du choix de f_n. La minimisation de σ^2_ϵ consiste à annuler les dérivées partielles vis à vis de chacun des r paramètres, i.e., f_n, ζ, et m pour $r=3$. Un résultat remarquable de l'optimisation globale est que seul le paramètre fréquence naturelle normalisée $f_nT_{(opt)}$ dépend des paramètres de transmission, c'est à dire d'une part du spectre Doppler via son moment S_α, et d'autre part du RSB et de la distribution des retards via le bruit de boucle σ^2_{LS} (Cf (6.39)). En conséquence, seul le paramètre

f_n a besoin d'être réglé [10], les $r-1$ paramètres restants m et ζ pouvant être fixés quelque-soit le canal aux valeurs données dans la table 6.2, soit $\zeta_{(opt)} = 0.5$ pour $r = 2$, ou $\zeta_{(opt)} = 0.16$ et $m_{(opt)} = 14.3$ pour $r = 3$. Nous indiquons néanmoins les expressions de $f_n T_{(opt)}$ et de variance minimale $\sigma^2_{\epsilon\ min}$ obtenues en imposant d'autres valeurs pour ζ et m. Elles seront utiles pour établir les performances de filtres de Kalman (sous-thème 4b), mais aussi dans l'éventualité d'autres choix de valeurs pour ζ, m. En effet, comme montré dans [R20][C34][R23], il existe dans le plan ζ, m une "vallée" de niveaux proches de la variance minimale absolue, à quelques pouillèmes de dB. De nombreux autres couples de valeurs de (ζ, m) peuvent ainsi convenir (notamment le couple $(\zeta \approx 0.4; m \approx 3)$ avait été trouvé initialement dans [C34][R20] en imposant une contrainte supplémentaire pour faciliter l'optimisation).

La table 6.3 applique ensuite ces formules générales au cas particuliers les plus usuels de spectre Doppler : le spectre de Jakes et le spectre issu du modèle 3D. Pour ces 2 cas, on voit que le moment d'ordre $2r$ du spectre Doppler, $S_{\alpha(\text{general})}$ prend la même forme, proportionnelle à la puissance $2r$ de la fréquence Doppler (avec un coefficient de proportionnalité qui dépend de l'ordre et du spectre choisi). C'est cette propriété qui explique que l'algorithme d'estimation RWr-LS-CATL présente le même comportement pour ces deux spectres (à un léger décalage près, quantifié par les coefficients de proportionnalité), avec des variances asymptotiques minimales ($\sigma^2_{\epsilon\ \text{min (Jakes)}}$ et $\sigma^2_{\epsilon\ \text{min (3D)}}$) proportionnelles à la puissance $\frac{2r}{2r+1}$ du produit entre fréquence Doppler normalisée $f_d T$ et bruit de boucle $\sigma^2_{\mathbf{LS}}$ (soit les puissances $2/3, 4/5$, et $6/7$ respectivement pour $r = 1, 2$, et 3).

TABLE 6.3 – Application des formules d'optimisation MMSE donnant le réglage et les performances optimales pour les cas particuliers des spectres Doppler de Jakes et 3D [R23]

	RW1-LS-CATL	RW2-LS-CATL	RW3-LS-CATL
$S_{\alpha(\text{Jakes})}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma^2_\alpha}{L} \cdot (f_d T)^2$	$\frac{3}{8} \cdot \frac{\sigma^2_\alpha}{L} \cdot (f_d T)^4$	$\frac{5}{16} \cdot \frac{\sigma^2_\alpha}{L} \cdot (f_d T)^6$
$S_{\alpha(3D)}$	$\frac{1}{3} \cdot \frac{\sigma^2_\alpha}{L} \cdot (f_d T)^2$	$\frac{1}{5} \cdot \frac{\sigma^2_\alpha}{L} \cdot (f_d T)^4$	$\frac{1}{7} \cdot \frac{\sigma^2_\alpha}{L} \cdot (f_d T)^6$
$f_n T_{(\text{Jakes})}$	$\left(\frac{1}{\pi L} \frac{\sigma^2_\alpha}{\sigma^2_{\mathbf{LS}}}\right)^{\frac{1}{3}} (f_d T)^{\frac{2}{3}}$	$\left(\frac{3}{4\pi L} \frac{\sigma^2_\alpha}{\sigma^2_{\mathbf{LS}}}\right)^{\frac{1}{5}} (f_d T)^{\frac{4}{5}}$	$0.6 \cdot \left(\frac{1}{L} \frac{\sigma^2_\alpha}{\sigma^2_{\mathbf{LS}}}\right)^{\frac{1}{7}} (f_d T)^{\frac{6}{7}}$
$f_n T_{(3D)}$	$\left(\frac{2}{3\pi L} \frac{\sigma^2_\alpha}{\sigma^2_{\mathbf{LS}}}\right)^{\frac{1}{3}} (f_d T)^{\frac{2}{3}}$	$\left(\frac{2}{5\pi L} \frac{\sigma^2_\alpha}{\sigma^2_{\mathbf{LS}}}\right)^{\frac{1}{5}} (f_d T)^{\frac{4}{5}}$	$0.54 \cdot \left(\frac{1}{L} \frac{\sigma^2_\alpha}{\sigma^2_{\mathbf{LS}}}\right)^{\frac{1}{7}} (f_d T)^{\frac{6}{7}}$
$\sigma^2_{\epsilon\ \text{min (Jakes)}}$	$3.2 \cdot \left(\frac{\sigma^2_\alpha}{L}\right)^{\frac{1}{3}} (f_d T \sigma^2_{\mathbf{LS}})^{\frac{2}{3}}$	$5.9 \cdot \left(\frac{\sigma^2_\alpha}{L}\right)^{\frac{1}{5}} (f_d T \sigma^2_{\mathbf{LS}})^{\frac{4}{5}}$	$8.7 \cdot \left(\frac{\sigma^2_\alpha}{L}\right)^{\frac{1}{7}} (f_d T \sigma^2_{\mathbf{LS}})^{\frac{6}{7}}$
$\sigma^2_{\epsilon\ \text{min (3D)}}$	$2.8 \cdot \left(\frac{\sigma^2_\alpha}{L}\right)^{\frac{1}{3}} (f_d T \sigma^2_{\mathbf{LS}})^{\frac{2}{3}}$	$5.2 \cdot \left(\frac{\sigma^2_\alpha}{L}\right)^{\frac{1}{5}} (f_d T \sigma^2_{\mathbf{LS}})^{\frac{4}{5}}$	$7.8 \cdot \left(\frac{\sigma^2_\alpha}{L}\right)^{\frac{1}{7}} (f_d T \sigma^2_{\mathbf{LS}})^{\frac{6}{7}}$

Les performances sont tracées sur la figure 6.18, en fonction du RSB (gauche), puis en fonction de $f_d T$ (droite). On voit une amélioration avec l'ordre de la boucle, surtout lorsque l'on passe de $r = 1$ à $r = 2$, et une proximité des bornes BCRB. Utiliser un modèle d'ordre 2 ou 3 plutôt que d'ordre 1 permet en effet, en insérant une ou deux intégrations dans la boucle, de mieux prendre en compte la forte tendance (pente et courbure) de l'évolution des gains complexes qui apparait sur plusieurs périodes symbole lorsque $f_d T \ll 1$. On constate également que les performances asymptotiques de la CATL

10. On peut dire que notre structure imposée à r paramètres semble sur-paramétrée pour l'estimation des amplitudes complexes puisque un seul paramètre n'a besoin finalement d'être adapté aux conditions du canal. Cela n'enlève rien au fait que l'utilisation de boucles d'ordre r supérieur à 1 (usant donc d'intégration(s) du signal d'erreur) a elle bien un intérêt par rapport aux boucles d'ordre 1 en termes de performance. On retrouvera d'ailleurs ces idées avec les filtres RW-Kalman du thème 4b, établis pour les ordres $r = 1$ à 3 mais réglés par un seul paramètre.

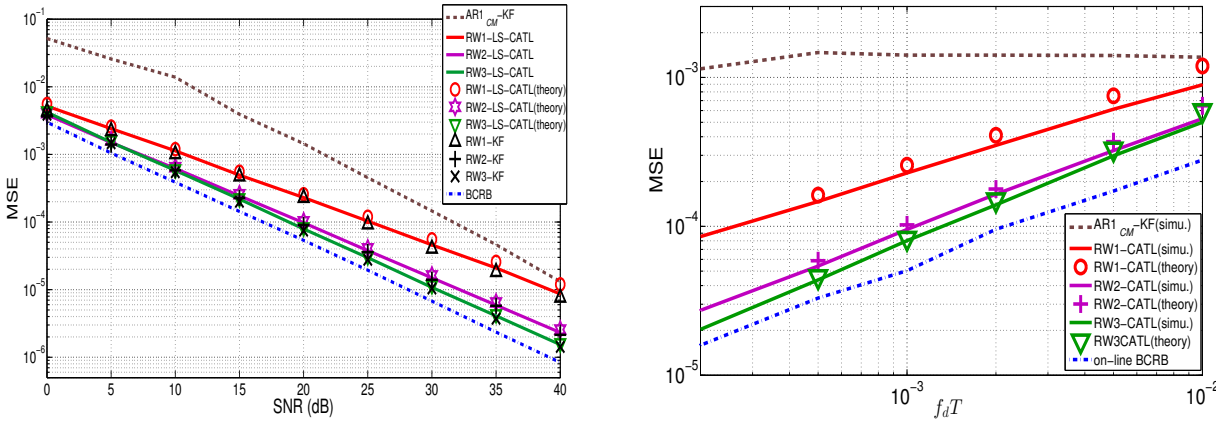


FIGURE 6.18 – Performances comparatives des CATL en AMSE *versus* le SNR pour $f_dT = 10^{-3}$ (gauche), puis *versus* f_dT pour SNR =20 dB (droite), avec $N_p = 16$, canal GSM [R23].

surpassent largement les performances de l'algorithme de Kalman de la littérature ($\mathrm{AR1}_{CM} - KF$) évoqué dans l'introduction. Les performances asymptotiques de la CATL sont par contre très voisines, pour un même ordre r, de celles obtenues avec le filtre RWr-Kalman appliqué au modèle complet multi-trajet multiporteuse (filtre "joint multi-path KF" qui sera un peu plus discuté en thème 4b, section 6.2.3.1-B). On vérifie aussi en comparant résultat de simulation et formules théoriques approchées que les approximations que nous avons faites sont moins précises lorsque le RSB diminue ou lorsque f_dT augmente, et également lorsque l'ordre r de la boucle augmente (la généralisation des formules à l'ordre $r = 4$ ne serait certainement valable que pour une plage très limitée de fonctionnement).

Dans les documents [T11] et [R19] annexé (ainsi que [R20][R23]), nous avons aussi testé les limites de la CATL (précisions nécessaires sur les connaissances à priori) et mené des comparaisons à de nombreuses autres méthodes, en termes de performance d'estimation de canal ou de TEB obtenu après égalisation. Notamment, nous avons mesuré le gain potentiel significatif des méthodes qui exploitent la connaissance des retards (avec une précision spécifiée raisonnable), en comparaison aux méthodes plus conventionnelles en OFDM, qui calculent directement la fonction de transfert du canal par interpolation des valeurs du canal estimées aux fréquences pilotes.

Conclusion du sous-thème 4a sur les CATL : nous avons proposé de poursuivre les amplitudes complexes des trajets de propagation par des algorithmes adaptatifs ayant une structure proche des boucles à verrouillage de phase numériques (DPLL). En utilisant des boucles récursives d'ordre $r = 2$ ou 3, ces algorithmes permettent de bien exploiter la corrélation temporelle du canal, mais avec une faible complexité comparée à des algorithmes de type Kalman. Ces algorithmes CATL sont plus lents à converger que les algorithmes de type Kalman mais peuvent avoir les mêmes performances asymptotiques. Quelques travaux de la littérature comme [Gazor 1999, Lindbom 2001] avaient déjà proposé des algorithmes adaptatifs du second ordre avec des structures proches des CATL (algorithmes LMS avec prédiction/intégration, ou Wiener-LMS) pour l'estimation de canal. Si nos travaux peuvent être vus comme des extensions de tels travaux de la littérature, en considérant des modèles plus complets d'observation (modèle paramétrique vectoriel multi-trajet multi-porteuse), ils apportent surtout de nouvelles formules de performances asymptotiques approchées, qui s'expriment très simplement en fonction de l'état du canal (RSB, moment d'ordre 2 du spectre Doppler, profil des retards).

6.2.3 Sous-thème 4b : Performances asymptotiques de filtres de Kalman pour l'estimation des amplitudes complexes (2011-2015)

6.2.3.1 Filtres de Kalman basés sur un modèle de marche aléatoire (RW-Kalman)

Dans cette section, les filtres de Kalman considérés sont construits sur un modèle d'état de type marche aléatoire (intégrée d'ordre r), encore appelé modèle Brownien. Ces filtres de Kalman sont notés RW-Kalman, pour *Random Walk*-Kalman.

A- Cas mono-trajet, relations de passage entre filtres RW-Kalman en mode asymptotique (ou "steady state") et boucles CATL spécifiques

Nous allons présenter la démarche pour établir les relations de passage entre les filtres RW-Kalman asymptotiques d'ordres r = 1,2,3 et nos algorithmes de type CATL, pour le cas mono-trajet. Ce travail a revisité et étendu pour l'estimation de canal des résultats établis dans les années 1990 pour les PLLs d'ordre 2. Nous allons d'abord partir d'un sous-ensemble des équations du RW-Kalman pour montrer l'équivalence asymptotique avec une structure de filtrage de type CATL (paragraphe A1). Puis, nous verrons (paragraphe A.2) que les équations de Kalman restantes, dites équations de Ricatti, imposent certaines contraintes sur la paramétrisation des éléments de la structure de ce filtre. Finalement l'ensemble des relations de passage permet de s'appuyer sur l'étude des CATLs pour arriver au réglage optimal et performances analytiques approchées des filtres RW-Kalman, dans le cas mono-trajet.

A1- filtre RW-Kalman et sa structure de boucle CATL en mode asymptotique [R20]

• **Modèle de marche aléatoire d'ordre $r = 3$ et filtre de Kalman RW3-KF :** soit un modèle dynamique de type "Random-Walk" intégré d'ordre 3 (RW3) pour approcher à l'itération n l'évolution du gain complexe $\alpha_{(n)}$ par un processus complexe $\tilde{\alpha}_{(n)}$:

$$\tilde{\alpha}_{(n)} = \tilde{\alpha}_{(n-1)} + \delta_{(n-1)} + \frac{1}{2}\xi_{(n-1)}, \tag{6.45}$$

$$\delta_{(n)} = \delta_{(n-1)} + \xi_{(n-1)}, \tag{6.46}$$

$$\xi_{(n)} = \xi_{(n-1)} + u_{(n)}, \tag{6.47}$$

où $u_{(n)}$ est une variable complexe circulaire Gaussienne de variance σ_u^2. L'équation (6.45) peut-être vue comme la version discrète du développement en série de Taylor d'un signal continu, où $\delta_{(n)}$ et $\xi_{(n)}$ approchent respectivement les premières et deuxièmes dérivées de ce signal. L'équation d'observation mono-trajet mono-porteuse, $y_{(n)} = \alpha_{(n)} + \mathrm{w}_{(n)}$ (6.26), et les équations d'états (6.45)∼(6.47) peuvent être reformulées sous forme matricielle selon :

$$y_{(n)} = \mathbf{S}\boldsymbol{a}_{(n)} + \mathrm{w}_{(n)}, \tag{6.48}$$

$$\boldsymbol{a}_{(n)} = \mathbf{M}\boldsymbol{a}_{(n-1)} + \mathbf{u}_{(n)}, \tag{6.49}$$

où $\mathbf{S} = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\end{bmatrix}$ est un vecteur de sélection, $\boldsymbol{a}_{(n)} \overset{\text{def}}{=} \begin{bmatrix}\tilde{\alpha}_{(n)} & \delta_{(n)} & \xi_{(n)}\end{bmatrix}^T$ est le vecteur d'état, $\mathbf{u}_{(n)} = \begin{bmatrix}0 & 0 & u_{(n)}\end{bmatrix}^T$ est le vecteur de bruit d'état, et $\mathbf{M} = \begin{bmatrix}1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$ est la matrice d'évolution. La table I de l'article [R21] annexé actualise cette matrice de taille $r \times r$ pour le cas d'un modèle d'ordre $r = 1$, 2, ou 3, ainsi que les vecteurs précédents de taille r. A partir de l'équation d'observation (6.48) et de

l'équation d'évolution de l'état (6.49), on peut construire le filtre de Kalman associé, qui est composé de 2 étages :

Equations de Prédiction :

$$\hat{\boldsymbol{a}}_{(n|n-1)} = \mathbf{M}\hat{\boldsymbol{a}}_{(n-1|n-1)}, \tag{6.50}$$

$$\mathbf{P}_{(n|n-1)} = \mathbf{M}\mathbf{P}_{(n-1|n-1)}\mathbf{M}^T + \mathbf{U}, \tag{6.51}$$

Equations de Correction :

$$\mathbf{K}_{(n)} = \frac{\mathbf{P}_{(n|n-1)}\mathbf{S}^T}{\mathbf{S}\mathbf{P}_{(n|n-1)}\mathbf{S}^T + \sigma_{\mathrm{w}}^2}, \tag{6.52}$$

$$\hat{\boldsymbol{a}}_{(n|n)} = \hat{\boldsymbol{a}}_{(n|n-1)} + \mathbf{K}_{(n)}(y_{(n)} - \mathbf{S}\hat{\boldsymbol{a}}_{(n|n-1)}), \tag{6.53}$$

$$\mathbf{P}_{(n|n)} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{(n)}\mathbf{S})\mathbf{P}_{(n|n-1)}, \tag{6.54}$$

où $\hat{\boldsymbol{a}}_{(n|n-1)} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix}\hat{\alpha}_{(n|n-1)} & \hat{\delta}_{(n|n-1)} & \hat{\xi}_{(n|n-1)}\end{bmatrix}^T$ et $\hat{\boldsymbol{a}}_{(n|n)} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix}\hat{\alpha}_{(n|n)} & \hat{\delta}_{(n|n)} & \hat{\xi}_{(n|n)}\end{bmatrix}^T$ sont respectivement les vecteurs de prédiction et d'estimation de l'état, $\mathbf{U} = \begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & \sigma_u^2\end{bmatrix}$ est la matrice de bruit d'état, $\mathbf{K}_{(n)}$ est le vecteur de gain de Kalman de taille $r = 3$, $\mathbf{P}_{(n|n-1)}$ et $\mathbf{P}_{(n|n)}$ sont respectivement les matrices (de taille $r \times r$) de covariance de l'erreur de prédiction et de l'erreur d'estimation.

Afin de faire le lien avec les boucles CATL, nous définissons le signal d'erreur :

$$\begin{aligned} v_{\epsilon(n)} &= y_{(n)} - \mathbf{S}\hat{\boldsymbol{a}}_{(n|n-1)} \\ &= y_{(n)} - \hat{\alpha}_{(n|n-1)}. \end{aligned} \tag{6.55}$$

• **Structure du filtre de Kalman RW3-KF en mode de poursuite (*steady-state*) et boucle RW3-CATL :** avec un modèle linéaire tel (6.49)(6.48), un régime asymptotique est rapidement atteint [Kay 1993], pour lequel le gain de Kalman $\mathbf{K}_{(n)}$ et les éléments des 2 matrices de co-variance convergent vers un état constant. Ainsi, lorsque n est suffisamment grand, on a :

$$\mathbf{K}_{(n)} = \mathbf{K}_{(n+1)} = \mathbf{K}_{(\infty)} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix}k_1 & k_2 & k_3\end{bmatrix}^T. \tag{6.56}$$

En combinant le sous-ensemble d'équations (6.56),(6.50), (6.53), et (6.56) on obtient les équations de mise à jour de $\hat{\alpha}$ par le filtre *steady-state* RW3-KF à coefficients constants k_1, k_2, k_3 :

Equations de Mesure :

$$v_{\epsilon(n)} = y_{(n)} - \hat{\alpha}_{(n|n-1)} \tag{6.55}$$

et Correction :

$$\hat{\alpha}_{(n|n)} = \hat{\alpha}_{(n|n-1)} + k_1 v_{\epsilon(n)}, \tag{6.57}$$

$$\hat{\delta}_{(n|n)} = \hat{\delta}_{(n|n-1)} + k_2 v_{\epsilon(n)}, \tag{6.58}$$

$$\hat{\xi}_{(n|n)} = \hat{\xi}_{(n|n-1)} + k_3 v_{\epsilon(n)}, \tag{6.59}$$

Equations de Prédiction :

$$\hat{\alpha}_{(n+1|n)} = \hat{\alpha}_{(n|n)} + \hat{\delta}_{(n|n)} + \frac{1}{2}\hat{\xi}_{(n|n)}, \tag{6.60}$$

$$\hat{\delta}_{(n+1|n)} = \hat{\delta}_{(n|n)} + \hat{\xi}_{(n|n)}, \tag{6.61}$$

$$\hat{\xi}_{(n+1|n)} = \hat{\xi}_{(n|n)}, \tag{6.62}$$

L'estimé final $\hat{\alpha}$ consiste ainsi en une version filtrée du signal d'erreur v_ϵ, comme dans la CATL. En réalité, comme développé dans [R20] le sous-ensemble d'équations (6.57)-(6.62) du *steady-state* RW3-KF sont strictement équivalentes à celles de la boucle RW3-CATL pour $L = 1$ trajet présentées en

(6.28)-(6.32) ou (6.29),(6.30),(6.34), en posant :

$$\mu_1 = k_1; \quad \mu_2 = k_2 + \frac{1}{2}k_3; \quad \mu_3 = k_3. \tag{6.63}$$

Cette équivalence entre structure de filtrage du *steady-state* RW-KF et CATL peut s'obtenir en remarquant d'une part que la première accumulation du signal d'erreur (dénommée v_{Lag1} en section 6.2.2), est reliée à l'estimation (et la prédiction) de la courbure ξ du gain complexe selon

$$\hat{\xi}_{(n|n)} = \hat{\xi}_{(n+1|n)} = \mu_3.v_{Lag1(n)}, \tag{6.64}$$

afin de rendre les équations (6.59) et (6.62) du KF équivalentes à l'équation (6.29) de la CATL. D'autre part, l'incrément pour passer de l'estimé à la prédiction du gain complexe, $\hat{\alpha}_{(n+1|n)} - \hat{\alpha}_{(n|n)}$, doit être le même pour le *steady-state* KF (6.60) et la CATL (6.33), ce qui impose $\hat{\delta}_{(n|n)} + \frac{1}{2}\hat{\xi}_{(n|n)} = \mu_2 \boldsymbol{v_{Lag1}}_{(n)} + \mu_3 \boldsymbol{v_{Lag2}}_{(n-1)}$, soit une estimation de la pente δ du gain complexe dans la CATL par :

$$\hat{\delta}_{(n|n)} = (\mu_2 - \frac{1}{2}\mu_3).v_{Lag1(n)} + \mu_3.v_{Lag2(n-1)}. \tag{6.65}$$

Ainsi, en utilisant (6.63), (6.64), et (6.65), l'équivalence complète entre structures de filtrage du *steady-state* RW-KF paramétrée par k_1, k_2, k_3 et CATL paramétrée par μ_1, μ_2, μ_3 est facilement établie.

Par ailleurs, une version plus compacte (ne faisant plus apparaitre les prédictions) équivalente des équations de mise à jour (6.57)-(6.62) du *steady-state* RW3-KF est donnée par :

$$\hat{\alpha}_{(n|n)} = \hat{\alpha}_{(n-1|n-1)} + \hat{\delta}_{(n-1|n-1)} + \frac{1}{2}\hat{\xi}_{(n-1|n-1)} \quad + k_1 v_{\epsilon(n)}, \tag{6.66}$$

$$\hat{\delta}_{(n|n)} = \hat{\delta}_{(n-1|n-1)} + \hat{\xi}_{(n-1|n-1)} \quad + k_2 v_{\epsilon(n)}, \tag{6.67}$$

$$\hat{\xi}_{(n|n)} = \hat{\xi}_{(n-1|n-1)} \quad + k_3 v_{\epsilon(n)}, \tag{6.68}$$

où le signal d'erreur $v_{\epsilon(n)}$ est toujours défini par (6.55). En recombinant les équations (6.66)-(6.68) du *steady-state* KF, et en passant dans le domaine des Z, on fait apparaitre les accumulations simple (v_{Lag1}) et double (v_{Lag2}) du signal d'erreur selon

$$\hat{\alpha}(z)(1-z^{-1}) \;=\; k_1 \times v_\epsilon(z) \;+\; (k_2 + \frac{1}{2}k_3) \times \underbrace{\frac{v_\epsilon(z)}{1-z^{-1}}}_{v_{Lag1}(z)}.z^{-1} \;+\; k_3 \times \underbrace{\frac{v_\epsilon(z)}{(1-z^{-1})^2}}_{v_{Lag2}(z)}.z^{-2}, \tag{6.69}$$

ce qui confirme une relation de récurrence d'estimation équivalente à l'équation (6.34) de la CATL.

Dans le cas particulier d'une boucle d'ordre $r = 2$ (c'est à dire avec $\mu_3 = 0$ et $\mu_2 \neq 0$, et ainsi sans estimation de courbure, soit $\hat{\xi}_{(n+1|n)} = \hat{\xi}_{(n|n)} = 0$), l'équivalence entre *steady-state* KF et CATL est établie (Cf [R19]-Appendix B annexée) pour $\mu_1 = k_1$ et $\mu_2 = k_2$, avec une estimation (et prédiction) de la pente dans la CATL d'ordre 2 par $\hat{\delta}_{(n|n)} = \hat{\delta}_{(n+1|n)} = \mu_2.v_{Lag1(n)}$.

La fonction de transfert du *steady-state* Kalman correspond donc à celle de la CATL, $\mathcal{L}(z)$, de fréquence propre normalisée f_nT (expression de $\mathcal{L}(z)$ donnée en haut de la table 6.2. Cependant, contrairement à la RW3-CATL où la boucle est réglée par le choix des 3 coefficients μ_1, μ_2, μ_3, les 3 coefficients k_1, k_2, k_3 du *steady-state* RW3-Kalman ne sont pas librement choisis. Ces 3 coefficients liés représentent les états de convergence du gain de Kalman, qui sont contrôlés en réalité par un seul paramètre, la variance du bruit d'état σ_u^2. Il nous reste à voir ce que cela impose sur les valeurs des paramètres de la fonction de transfert $\mathcal{L}(z)$.

A2- Contrôle du gain du *steady-state* Kalman et équations de Ricatti [R18]

En supposant la convergence atteinte, le sous-ensemble d'équations (6.50) et (6.53) du *steady-state* RW3-KF nous a permis de révéler une fonction de filtrage $\mathcal{L}(z)$ équivalente à celle de la RW3-CATL, et qui dépend des $r = 3$ constantes k_1, k_2, k_3 résultantes de la convergence du gain de Kalman (6.56). Cependant, les 3 équations (6.51),(6.52) et (6.54) supplémentaires du filtre de Kalman, appelées équations de Ricatti, imposent des liens entre les r constantes du gain de Kalman, les $2 \times r^2$ éléments constants des matrices de covariance (prédiction et estimation), la variance du bruit d'observation σ_w^2, ainsi que de la variance du bruit d'état σ_u^2. Ce dernier paramètre σ_u^2 est finalement le seul paramètre externe que peut régler l'utilisateur du filtre RWr-KF (contre r paramètres réglables dans la CATL). L'étude de la résolution exacte et approchée des équations de Ricatti a été menée dans [C32] pour l'ordre $r = 2$, et dans [R18] (en annexe) pour l'ordre $r = 3$. En supposant un Doppler lent ($f_d T \ll 1$) et une évolution du filtre suffisamment lente (choix de $\sigma_u^2 \ll \sigma_w^2$, permettant $f_d T \leq f_n T \ll 1$), on peut montrer que l'on a $0 < k_3 \ll k_2 \ll k_1 < 1$. On en déduit une fréquence propre normalisée $f_n T$ proportionnelle à la première composante du gain de Kalman, k_1, ainsi que des approximations des composantes du gain de Kalman directement fonctions du rapport des écarts-types du bruit d'état σ_u (paramètre à régler) et du bruit d'observation σ_w, selon :

$$
\begin{array}{lllllll}
\textbf{RW1 :} & 2\pi f_n T \approx k_1; & \text{et} & k_1 & \approx & \dfrac{\sigma_u}{\sigma_w}; & \\
\textbf{RW2 :} & 2\pi f_n T \approx k_1/\sqrt{2}; & \text{et} & k_1 & \approx & 2(\dfrac{\sigma_u}{\sigma_w})^{\frac{1}{2}}, \quad k_2 \approx \dfrac{\sigma_u}{\sigma_w}; & \\
\textbf{RW3 :} & 2\pi f_n T \approx k_1/2; & \text{et} & k_1 & \approx & 2(\dfrac{\sigma_u}{\sigma_w})^{\frac{1}{3}}, \; k_2 \approx 2(\dfrac{\sigma_u}{\sigma_w})^{\frac{2}{3}}, \quad k_3 \approx \dfrac{\sigma_u}{\sigma_w}; &
\end{array}
\tag{6.70}
$$

Etant donné d'une part ces liens imposés entre les r composantes du gain de Kalman (par exemple $k_2 \approx k_1^2/4$ pour $r = 2$, $k_2 \approx k_1^2/2$ et $k_3 \approx k_1^2/8$ pour $r = 3$), et d'autre part les relations entre paramètres physiques f_n, ζ, m et coefficients des fonctions de transfert de boucle μ_1, μ_2, μ_3 (donnés en table 6.2 et (6.63)), on en déduit que les valeurs des paramètres physiques secondaires des RWr-KF sont imposées à :

$$
\begin{array}{lllll}
\textbf{RW2 :} & \zeta & \approx & \dfrac{\sqrt{2}}{2}; & \\
\textbf{RW3 :} & \zeta & \approx & \dfrac{1}{2} \;\; \text{et} \;\; m \approx 2; &
\end{array}
$$

A noter que ces valeurs de paramètres secondaires imposées pour le filtre RW-KF sont différentes des valeurs optimales de réglage des CATLs données dans la table 6.2, mais permettent de rester dans la "vallée" de très faibles variances d'estimation, à quelques pouillèmes de dB au dessus de la variance minimale (Voir figure 2 de [R23]). Seul le paramètre physique primaire $f_n T$ pourra finalement être réglé, via la variance du bruit d'état σ_u^2, selon les équations (6.70). Les formules de performances de la CATL du sous-thème 4a peuvent alors être appliquées (ou des dérivations très voisines) pour ces valeurs (ζ, m) spécifiques, afin de fournir l'expression approchée de la variance d'estimation minimale du filtre RW-Kalman, $\sigma^2_{\epsilon\ \min}$, ainsi que du bruit d'état correspondant $\sigma^2_{u\ \text{opt}}$ (via la fréquence naturelle optimale $f_n T_{(\text{opt})}$ de la table 6.2). Les formules obtenues pour le filtre de Kalman RWr-KF, en fonction du Doppler et du RSB, sont présentées dans la table II de l'article [R21] annexé. Elles sont bien sur similaires aux formules des boucles CATL.

B- Cas multi-trajet OFDM, filtre RW-Kalman simplifié opérant par trajet [R21]

L'étude du filtre de Kalman RWr-KF étant ficelée pour le cas mono-trajet mono-porteuse, qu'en est-il du cas multi-trajet multi-porteuse ? En fait, si on cherche à appliquer les équations globales du filtre de Kalman directement au modèle d'observation complet (6.25), on obtient un filtre (présenté dans [R21] annexé, section III.A et dénommé "joint-multipath KF") à complexité élevée, en $O(N_p^3)$ où N_p est le nombre de sous-porteuses pilotes (voir Table III de [R21]). Notamment, le gain de Kalman, qui nécessite des inversions matricielles à chaque itération, est ici une matrice de dimension $rL \times N_p$ pour un canal à L trajets, et un modèle RW de dimension r ($= 1, 2$ ou 3 dans nos études).

Une de nos contributions a été de montrer d'abord à l'aide des identités de Woodbury dans [R21] que ce filtre "joint-multipath KF" à haute complexité admet une structure équivalente exacte moins complexe composée d'un "opérateur LS" en tête, suivie d'un deuxième étage de traitement conjoint des amplitudes complexes des différents trajets. La tête de réception est identique à celle que nous avions adoptée pour la RWr-LS-CATL, composée de l'opérateur LS qui transforme l'observation fréquentielle initiale (N_p sous-porteuses) en une première estimation instantanée des L amplitudes complexes. Le deuxième étage affine le filtrage des amplitudes complexes par un filtre de Kalman de dimension réduite (matrice du gain de Kalman de taille $rL \times L$), mais prenant en compte des traitements inter-trajets.

Nous avons dans un deuxième temps proposer de simplifier le traitement du deuxième étage, en omettant les traitements inter-trajets, à l'image donc des boucles RWr-LS-CATL (une boucle indépendante par trajet), dont les performances asymptotiques se sont montrées très compétitives (Cf figure 6.18). Le deuxième étage consiste alors en L branches de filtres de Kalman RW-KF mono-trajet opérant indépendamment d'un trajet à l'autre (ce qui revient à approcher la matrice du gain de Kalman par une matrice bloc diagonale). Le filtre global, appelé "per path RW-KF" est schématisé en Fig. 1 de [R21]. Il a seulement une complexité en $O(N_p.L)$, où L est le nombre de trajets, ce qui permet d'économiser plus de 95% de la complexité dans la plupart des configurations (voir tables IV et V de [R21]) comparativement au "joint-multipath KF" (dans sa structure initiale). Le filtre "per-path KF" peut ainsi être vu comme une simplification (ou approximation) du filtre "joint-multipath KF", mais avec des performances très similaires, ou même équivalentes dans certains cas particuliers de canal, comme établi dans [R21]. Les performances théoriques approchées et le réglage optimal sont entièrement déterminées (Cf eq. (43) et (44) de [R21]) à partir d'une part des performances de l'opérateur LS (déjà évaluées dans la structure RW-LS-CATL, équation (6.39)), et d'autre part des performances des filtres de Kalman RW-KF mono-trajet ([R21], table II).

Les interprétations et évolutions des performances asymptotiques en fonction de f_dT et du RSB du filtre de Kalman simplifié opérant indépendamment par trajet sont sensiblement les mêmes que pour l'algorithme à base de boucles, RW-LS-CATL.

6.2.3.2 Filtre de Kalman basé sur un modèle autoregressif d'ordre 1 (AR1-Kalman) pour l'estimation d'un canal à relais multi-bond

Cette dernière contribution sur les performances asymptotiques d'estimation de canal par filtre de Kalman, est relative au travail de stage de master-recherche puis de thèse de Soukayna GHANDOUR-HAIDAR [Ghandour-Haidar 2014] (toutes les figures de la section sont issues de la thèse de Soukayna). Contrairement aux travaux précédents (boucles et RW-KF), le filtre de Kalman est ici basé sur une approximation auto-régressive du canal [Baddour 2005], plus courante dans la littérature d'estimation de canal que le modèle de marche aléatoire "Random-Walk". Une autre différence importante concerne le contexte du canal, qui est ici constitué d'une cascade en série de plusieurs liens (ou bonds), utilisant des

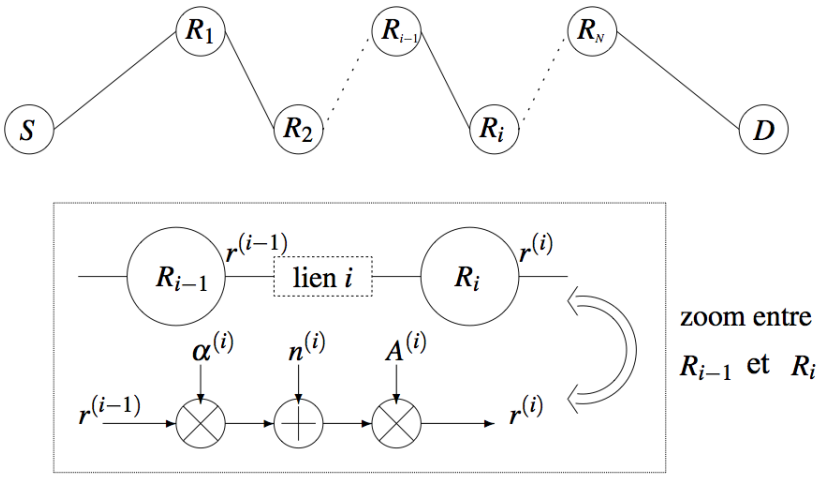


FIGURE 6.19 – Diagramme d'un canal multi-bond à N relais "Amplify and Forward"

relais qui amplifient et re-émettent le signal (Amplify-and-Forward, A&F), avec des liens qui peuvent être mobile-mobile, alors que nos travaux précédents étaient focalisés sur un seul lien fixe-mobile. Un schéma de la transmission est donné figure 6.19. Dans un cadre applicatif, ce canal multi-bond peut représenter un des chemins d'un système de communication coopérative. Sur chaque lien, on a considéré deux modes de diffusion, l'environnement 2D isotrope (amenant le spectre Doppler de "Jakes" pour un canal fixe-mobile) ou l'environnement 3D (amenant un spectre Doppler plat pour un canal fixe-mobile).

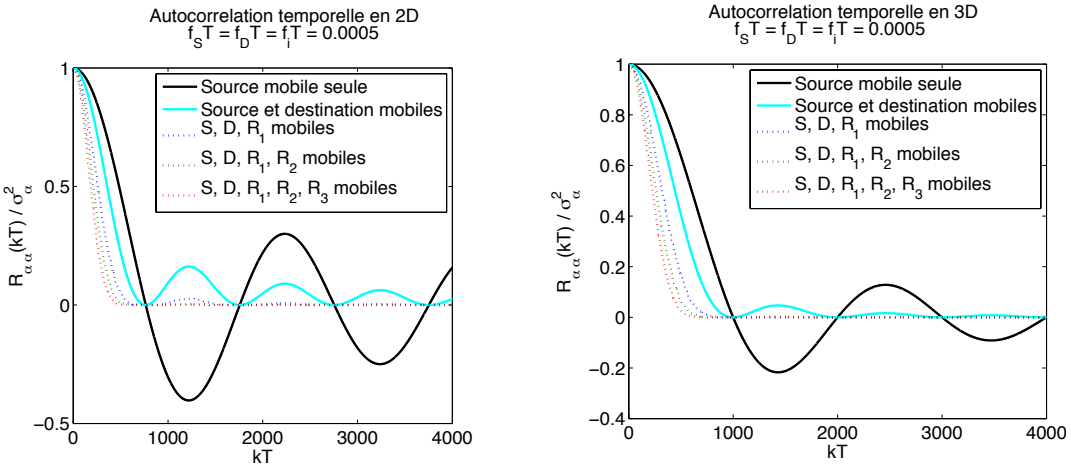


FIGURE 6.20 – Auto-corrélation temporelle normalisée pour différents nombre de relais, en supposant chaque élément mobile avec $f_d T = 5.10^{-4}$: en $2D$ (à gauche), et en $3D$ (à droite).

Au niveau du modèle mathématique (et dans le cas mono-trajet), on peut encore représenter le lien global entre la source et la destination selon (6.26), mais d'une part le bruit additif global, w, n'est plus Gaussien, et d'autre part le gain global du canal équivalent, α, résulte cette fois du produit des gains élémentaires (supposés chacun Gaussiens complexes). Il en résulte une distribution de probabilité du gain global qui n'est plus Gaussienne, et des caractéristiques à l'ordre 2 (auto-corrélations ou spectre Doppler) différentes du cas 1 bond fixe-mobile. La fonction d'auto-corrélation du gain global s'exprime à partir du produit des fonctions d'auto-corrélations des gains élémentaires (Cf figure 6.20), et donc le

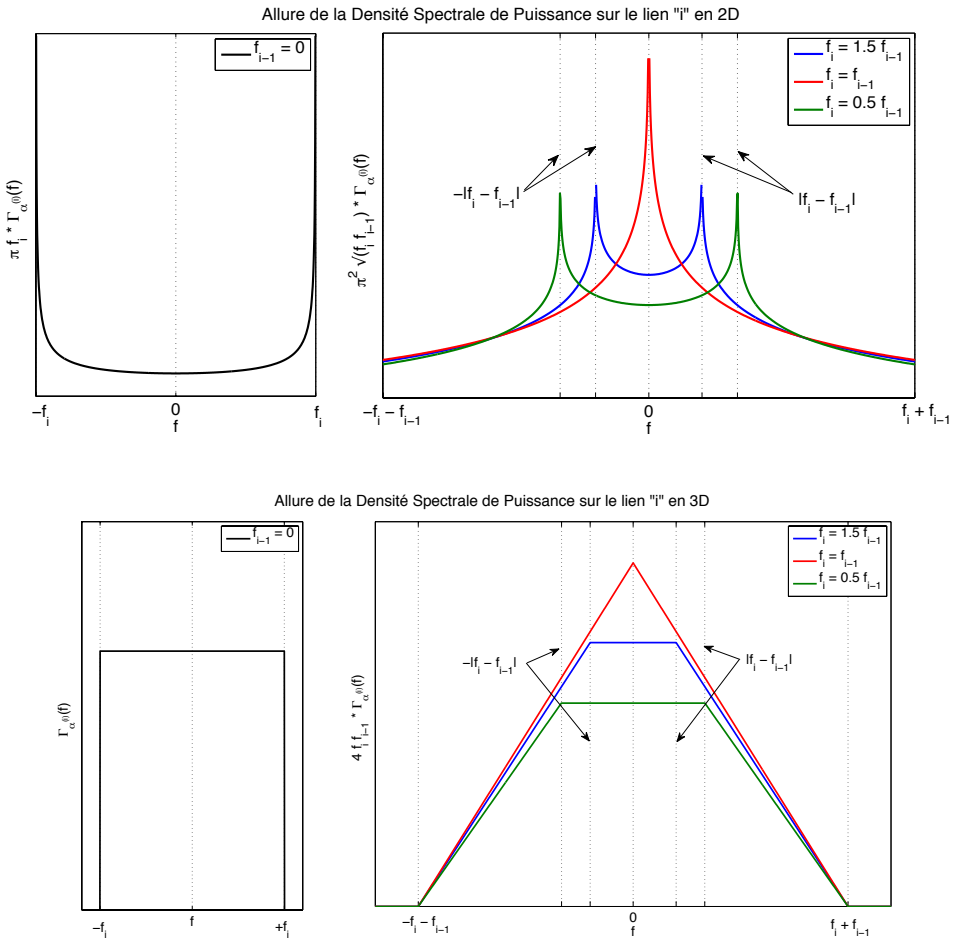


FIGURE 6.21 – Spectre Doppler normalisé sur le lien "i" en environnement 2D (en haut) et 3D (en bas) pour 2 scénarios : lorsque R_i bouge et R_{i-1} est fixe (à gauche) et lorsque R_i et R_{i-1} bougent (à droite) pour différents rapports entre les fréquences Doppler f_i et f_{i-1}.

spectre Doppler global est le produit de convolution des spectres Doppler élémentaires de chaque lien. A noter que dans un lien mobile-mobile, le spectre Doppler peut s'exprimer comme la convolution de deux spectres élémentaires, mobile-fixe et fixe-mobile. Ainsi, les spectres Doppler pour un bond mobile-mobile sont déduits par convolution sur la figure 6.21, dans les cas d'un modèle 2D et d'un modèle 3D. Pour un nombre important de bonds, la forme du spectre aurait tendance à devenir Gaussienne, comme développé dans la thèse de Soukayna.

Plusieurs contributions intéressantes ont émané de ce travail, nous allons résumer les 2 principales. La première contribution concerne l'éclairage d'un point "obscur" de la littérature concernant le réglage du filtre AR1-KF. Le modèle d'état AR1 utilisé pour approcher la dynamique du gain complexe est :

$$\tilde{\alpha}_k = a.\tilde{\alpha}_{k-1} \ + \ u_k$$

où u_k est le bruit d'état Gaussien complexe de variance σ_u^2. Contrairement au modèle RWr, le modèle AR est stationnaire, et le réglage du filtre AR1-KF se fait par l'intermédiaire du choix de la valeur du paramètre $a \in]0;1[$ (la variance du bruit d'état étant fixée par celle du processus $\tilde{\alpha}$ et par la valeur de a, selon $\sigma_u^2 = \sigma_{\tilde{\alpha}}^2(1-a^2)$). Dans la littérature, le paramètre a du modèle AR1 est généralement fixé par un critère de coïncidence de corrélation (CM), comme dans [Komninakis 2002] (voir [R16], [R19]-appendix A1 pour de nombreuses autres références). Cela signifie que les valeurs des coefficients de corrélation

du processus approché $\tilde{\alpha}$ coïncident avec celles du processus exact α pour les retards 0 et T, où T est la période de travail du processus discret. Il en résulte que le paramètre a prend la valeur de la fonction de corrélation normalisée du vrai processus au retard T. Par exemple, pour le canal 1 lien 2D fixe-mobile, le paramètre du modèle AR1 est fixé à $a_{CM} = J_0(2\pi f_d T)$. La première contribution a été de montrer analytiquement un phénomène que nous avions observé : le choix du critère CM, couramment utilisé dans la littérature pour fixer le paramètre du modèle AR1 en fonction de la fréquence Doppler f_d, donne des performances très pauvres comparées aux bornes minimales atteignables pour les cas particuliers de vitesses lentes $f_d T \ll 1$ ou/et RSB important. La variance d'estimation peut en fait être nettement diminuée en abaissant la valeur du paramètre a déduite du critère CM (voir figure 6.22). Nous avons établi une nouvelle expression analytique du paramètre a, optimale au sens du critère de minimisation de la variance d'estimation (critère MAV, pour "Minimisation of Asymptotic Variance"), à la place du critère CM (d'abord pour le cas 1 bon Fixe-Mobile 2D dans [R16], puis pour un bond mobile-mobile 3D dans [C39], et un canal à 2 bonds dans [C33]).

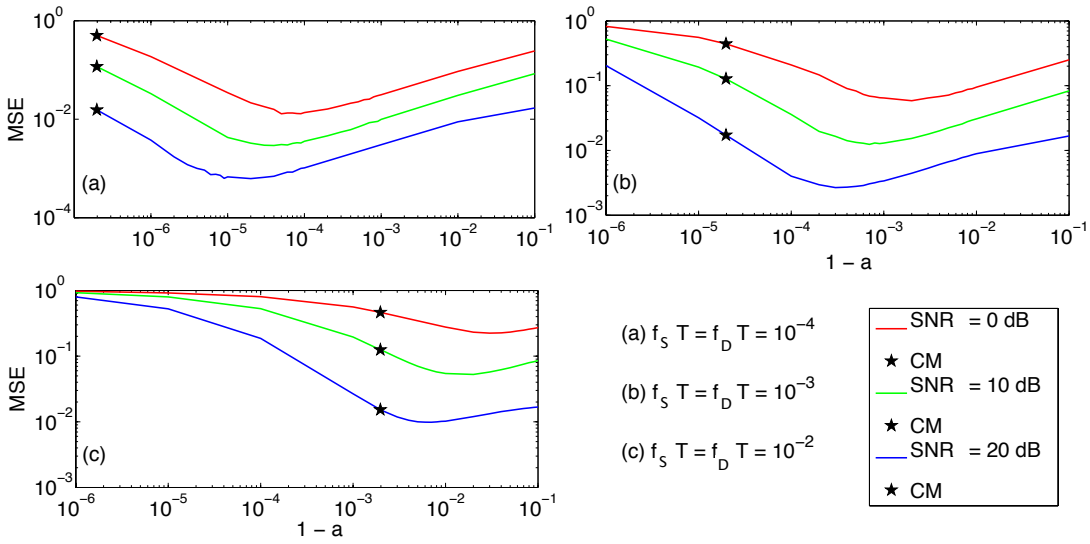


FIGURE 6.22 – Variation de la variance d'erreur d'estimation σ_ϵ^2 en fonction du paramètre a du modèle AR1 pour un canal Mobile-Fixe-Mobile en $2D$ [C33]. Les points de réglage $\star$ par critère CM de la littérature ne permettent clairement pas de minimiser l'erreur.

Une autre contribution majeure de la thèse a été de montrer que les performances analytiques approchées d'estimation d'un canal multi-bond pouvaient s'exprimer, dans le cas 2D et 3D, indépendamment du nombre de bonds ou des valeurs des fréquences Doppler élémentaires sur chaque lien f_i, comme une fonction d'une fréquence Doppler équivalente du canal f_{eq}, telle que :

$$f_{eq}^2 = f_S^2 + 2\sum_{i=1}^{N} f_i^2 + f_D^2,$$

où f_S et f_D sont respectivement les fréquences Doppler de la source et de la destination, et N est le nombre de bonds. La fréquence Doppler équivalente est donc déduite de la somme des carrés des fréquences élémentaires. Le facteur 2 dans la formule transcrit le fait que la mobilité affecte chaque relais à la fois à la réception et à la re-émission (hormis à la source et à la destination). Une fois que l'on utilise la fréquence Doppler équivalente, les développements et formules de performances obtenues avec le filtre de Kalman AR1-KF basé sur un modèle auto-régressif du premier ordre (avec le paramètre a du modèle AR1 bien réglé et noté a_{MAV}) sont similaires à ceux obtenus avec le modèle marche aléatoire

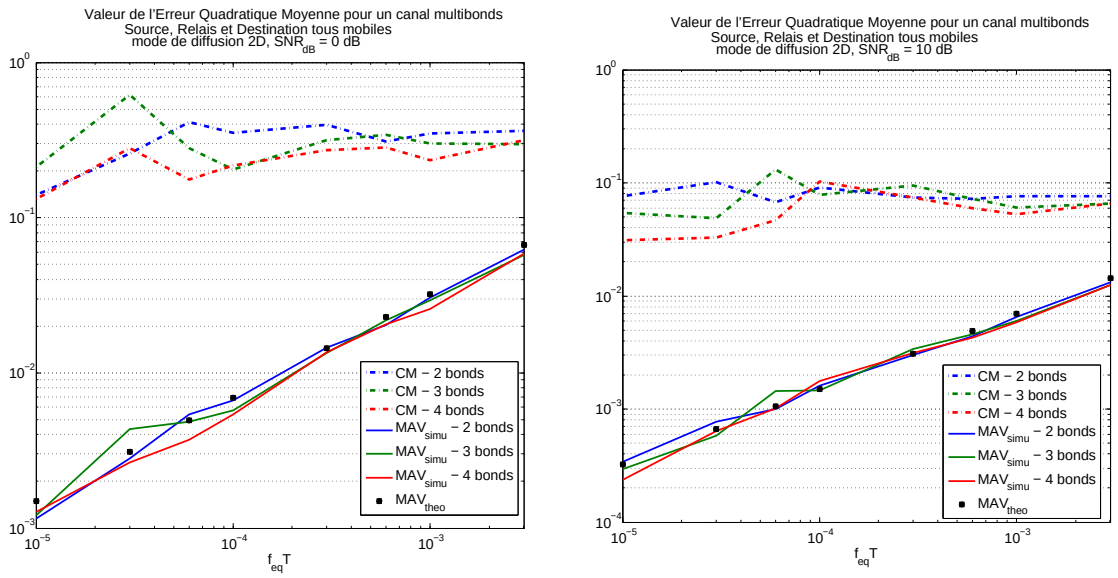


FIGURE 6.23 – Variance d'estimation σ_ϵ^2 versus f_{eq} pour différents nombre de bonds pour les cas CM et MAV en mode $2D$, avec $SNR = 0$ dB (gauche) et $SNR = 10$ dB (droite).

d'ordre 1 (version Kalman RW1-KF ou boucle RW1-CATL), avec une variance d'estimation qui varie comme la puissance 2/3 du produit fréquence Doppler × variance de bruit d'observation :

– Dans un mode de diffusion $3D$:

$$\sigma^2_{\epsilon\,\min} \approx \sqrt[3]{\frac{9}{16}\sigma_\alpha^2(2\pi f_{eq}T\sigma_w^2)^2}, \quad \text{pour} \quad a_{MAV} = \sqrt{1 - \sqrt[3]{\frac{16}{9}\frac{\sigma_w^2}{\sigma_\alpha^2}(2\pi f_{eq}T)^4}} \tag{6.71}$$

– Dans un mode de diffusion $2D$:

$$\sigma^2_{\epsilon\,\min} \approx \sqrt[3]{\frac{27}{32}\sigma_\alpha^2(2\pi f_{eq}T\sigma_w^2)^2}, \quad \text{pour} \quad a_{MAV} = \sqrt{1 - \sqrt[3]{4\frac{\sigma_w^2}{\sigma_\alpha^2}(2\pi f_{eq}T)^4}} \tag{6.72}$$

Ces approximations ne sont valables que si f_{eq} reste relativement faible, telle que $f_{eq}T \ll 1$, et pour une variance de bruit d'état σ_u^2 faible comparée à celle du bruit d'observation σ_w^2. La figure 6.23 confirme par simulation que la variance d'estimation dépend de la fréquence Doppler équivalente plutôt que des fréquences élémentaires. Cette figure montre aussi l'amélioration considérable en utilisant le critère MAV à la place du critère CM.

En termes d'interprétation, le fait que les performances puissent s'exprimer seulement à partir de la fréquence Doppler équivalente s'explique assez facilement. Les développements théoriques de la variance d'erreur d'estimation sont en effet très similaires à ceux développés pour le RW1-KF (donc pour la RW1-CATL, puis en rajoutant les équations de Riccati), et font intervenir comme vu pour les CATLs en section 6.2.2.2 le moment d'ordre 2 (S_α, ou I_α en le normalisant ici par $1/(2\pi T)^2$) du spectre Doppler global $\Gamma(f)$, selon :

$$\sigma^2_{\epsilon\,\min} \approx \left[\frac{27}{16}\sigma_w^4 I_\alpha\right]^{1/3} \quad \text{pour} \quad a_{MAV} = \sqrt{1 - \sqrt[3]{\frac{16\sigma_w^2 I_\alpha^2}{\sigma_\alpha^6}}} \tag{6.73}$$

$$\text{avec :} \quad I_\alpha = \int_{-f_{max}}^{+f_{max}} (2\pi fT)^2 \Gamma_\alpha(f)\mathrm{d}f = (2\pi)^2 \times S_\alpha. \tag{6.74}$$

Ainsi, pour calculer les performances globales, il suffit de savoir calculer le moment d'ordre 2 normalisé de la DSP $\Gamma_\alpha(f)$ du gain global, I_α. Sachant que le moment d'ordre 1 est nul et que la DSP s'exprime comme un produit de convolution des DSP élémentaires $\Gamma_\alpha(f) = \Gamma_{\alpha^{(1)}}(f) \otimes \Gamma_{\alpha^{(2)}}(f) \otimes ....$, le moment d'ordre 2 global peut s'exprimer comme la somme des moments d'ordre 2 des gains élémentaires [11], soit $I_\alpha = I_{\alpha^{(1)}} + I_{\alpha^{(2)}} + ...$ où $I_{\alpha^{(i)}} = \int_{\mathbb{R}} (2\pi f T)^2 \Gamma_{\alpha^{(i)}}(f) \mathrm{d}f$. Il suffit donc finalement de savoir calculer le moment d'ordre 2 des spectres élémentaires fixe-mobile de fréquence Doppler f_i. Or, que ce soit pour le modèle 2D ou le modèle 3D, le moment d'ordre 2 élémentaire $I_{\alpha^{(i)}}$ est proportionnel à $(f_i T)^2$. On en déduit que le moment global I_α est proportionnel à la somme des carrés des fréquences élémentaires, c'est à dire au carré de la fréquence Doppler équivalente. En procédant ainsi on obtient $I_\alpha = \sigma_\alpha^2 \frac{(2\pi f_{eq} T)^2}{3}$ pour le mode 3D, et $I_\alpha = \sigma_\alpha^2 \frac{(2\pi f_{eq} T)^2}{2}$ pour le mode 2D, que l'on peut injecter dans (6.73) pour en déduire les performances d'estimation (6.71) et (6.72).

En conclusion de ce sous-thème 4b, les travaux consacrés aux performances asymptotiques de filtres de Kalman pour l'estimation des amplitudes complexes de canal ont été menés de manière assez semblable à ceux concernant les boucles CATL. En effet, en mode asymptotique, le gain de Kalman converge et les équations de filtrage deviennent similaires à celles de boucles de poursuite, avec des coefficients de boucle fonctions de la variance du bruit d'état d'entrée du filtre de Kalman (via les équations de Riccati liant les composantes du gain de Kalman). Ainsi, l'étude des filtres RW-Kalman, basés sur des modèles de marche aléatoire d'ordre $r = 1, 2$, ou 3, a permis d'obtenir des tables de formules de performances approchées similaires à celles que nous avions donnés pour les CATLs. L'étude des filtres AR1-Kalman, basés sur un modèle AR(1), a quand à elle permis de proposer un réglage du filtre bien meilleur (pour les canaux lents) que celui utilisé fréquemment dans la littérature. S'appuyant sur le rôle important du moment d'ordre 2 du spectre Doppler du paramètre à estimer, l'étude a aussi mis en lumière le rôle fondamental d'une fréquence Doppler équivalente du canal multi-bond, qui conditionne les performances d'estimation.

6.2.4 Conclusion et discussion autour du thème 4

Le thème 4 traitait de l'estimation des amplitudes complexes d'un canal de propagation radio-mobile WSS-US de spectre Doppler borné, par des algorithmes récursifs à base de filtre de Kalman ou à coefficients constants (boucles de poursuite, CATL). Il se focalisait sur les performances asymptotiques pour divers scénarios (environnements 2D, 3D, liens fixe-mobile, mobile-mobile, multi-bond).

Une première étape dans la mise en place de tels algorithmes adaptatifs peut consister à choisir un modèle d'évolution récursif $\tilde{\alpha}_k$ pour approcher la vraie dynamique du processus α_k [Brossier 1997] [Lindbom 2001]. Le modèle d'approximation de type AR est certainement le plus utilisé dans la littérature pour approcher des gains complexes. Nous avons d'ailleurs proposé une amélioration concernant le réglage du modèle AR d'ordre 1, qui permet de diminuer nettement la variance d'estimation pour les canaux à variations lentes ou modérées. Mais dans la plus grande partie de nos contributions, ce sont les modèles d'approximation non stationnaires de type marche aléatoire ("Random Walk" RW) ou marche aléatoire intégrée qui ont été sous-jacents de nos algorithmes adaptatifs d'estimation des gains complexes. On peut se demander la raison d'un tel choix, qui peut sembler éloigné des bonnes habitudes du domaine de l'estimation (qui guiderait plutôt vers une modèle d'approximation, $\tilde{\alpha}$, stationnaire et de fonctions de corrélation/spectrale proches de celles du modèle exact à priori, α) ?

11. Ce résultat se comprend facilement par analogie avec la somme de variables aléatoires centrées et indépendantes $X = X_1 + X_2 + ...$, dont la densité de probabilité globale est $\Gamma_X = \Gamma_{X_1} \otimes \Gamma_{X_2} \otimes .....$ On sait alors que la variance (moment d'ordre 2) de la somme est égale à la somme des variances élémentaires.

Tout d'abord, même si nous avons établi les formules de performance pour des modèles exacts (à priori) particuliers (spectres Doppler 2D et 3D), nous voulions des algorithmes qui ne soient pas dédiés seulement à un type de canal, mais aptes à s'adapter assez largement. C'est d'abord la connaissance des boucles de phase et de leur souplesse d'adaptation, héritée de mon passé industriel, qui m'a donné l'envie de les revisiter pour proposer la CATL comme structure imposée d'estimation. Le modèle RW s'est ensuite imposé dans notre travail du fait que les structures des CATLs (ou initialement des boucles à verrouillage de phase numérique, DPLL) coïncident en mono-trajet avec celles de filtres de Kalman asymptotique construits à partir d'un modèle d'état de type RW (le modèle RW est ainsi ainsi plutôt utilisé dans la littérature pour l'estimation de phase ou /et de fréquence).

Un autre argument en faveur du modèle RW, à priori plus objectif, découle des vertus de l'algorithme du gradient stochastique (LMS). En effet, l'algorithme LMS, universellement utilisé pour sa simplicité et sa capacité à fonctionner lorsque l'on a peu d'à priori sur le modèle exact, peut être vu (pour le cas mono-trajet) comme un filtre de Kalman asymptotique bâti pour un modèle d'état RW d'ordre 1 [Lindbom 2002]. On peut donc dire que ce modèle RW1 est quelque-part sous-jacent de l'algorithme universel LMS. Et l'extension aux modèles RW d'ordre supérieur (2 ou 3) permet simplement de mieux exploiter les tendances prononcées (dérives et courbures) qui apparaissent dans l'évolution des gains. On peut aussi rappeler de manière connexe (Cf section 6.2.2.1) que l'algorithme LMS correspond à une CATL d'ordre 1 dans le cas scalaire mono-trajet. Et dans le cas vectoriel multi-trajet, algorithme LMS et CATL d'ordre 1 peuvent aussi coïncider, mais pour un choix particulier de signal d'erreur de la CATL (choix que nous n'avons pas préconisé afin d'éviter l'interférence entre trajets dont souffre l'algorithme LMS dans le cas vectoriel).

Finalement, même si le modèle RW d'ordre $r \leq 3$ ne constitue pas en soit une bonne modélisation du processus exact à estimer (il ne reflèterait pas l'évolution sur le long terme du gain complexe, ou son spectre), son utilisation pour l'estimation récursive semble à postériori pertinente, vu que les performances d'estimation sont très proches des bornes Bayesiennes minimales (en environnements 2D et 3D). Autrement dit, un modèle Markovien de faible ordre est suffisant pour capturer la dynamique des gains complexes dans une perspective d'estimation en présence de bruit, mais un ordre beaucoup plus élevé serait nécessaire dans une perspective finale de modélisation (une représentation fidèle du spectre de Jakes avec un modèle AR(p) peut nécessiter des ordres p de l'ordre de 25 ou 50 [Baddour 2005]).

Notre contribution la plus importante a été de fournir, en fonction des paramètres physiques du canal (modèle exact qui affecte le signal émis), des formules approchées simples de performances et réglage des algorithmes (basés eux sur le modèle approché de type RW-r, pour $r = 1, 2,$ ou 3).

On peut discuter des limites de ces travaux. Je ne reviens pas sur la simplicité assumée du modèle d'observation (linéaire Gaussien). Par contre, rappelons que nos formules ont été établies en supposant des variations de canal lentes à l'échelle du temps symbole ($f_d T \leq 0.01$). Pour des variations plus rapide, les algorithmes peuvent être utilisés, mais nos formules ne sont plus valables. Egalement, nous n'avons pas fait l'étude théorique de la convergence initiale des algorithmes, mais seulement des performances asymptotiques. On sait cependant que les algorithmes de type RW-Kalman sont beaucoup plus rapides dans la phase de convergence que ceux de type boucle CATL (réglés pour une même performance asymptotique). On peut ainsi tout à fait envisager de démarrer avec un algorithme RW-Kalman dans la phase d'acquisition, puis de cesser l'adaptation des coefficients du gain de Kalman, ce qui revient à commuter en mode CATL. On peut aussi reprocher que le réglage optimum des algorithmes via les formules suppose la connaissance de l'état du canal. Cependant, tout comme pour l'algorithme LMS, les boucles CATL peuvent se régler de manière auto-adaptative, ce que nous avons pu sommairement vérifier dans des travaux préliminaires [N8][C37], pour l'ordre $r = 1$.

Voila terminé le chapitre consacrée à l'estimation dynamique Bayésienne, il ne nous reste plus qu'à donner une conclusion générale et des perspectives à notre travail de recherche.

Chapitre 7

Conclusion et Perspectives

7.1 Conclusion

Les travaux de recherche présentés dans ce mémoire, menés avec 8 doctorants et quelques collègues, avaient pour fil conducteur le *traitement du signal* pour les *communications numériques*. Le but de ce *traitement du signal* est finalement de permettre une communication robuste, malgré la transmission au travers d'un canal dynamique et bruité, tel que le canal radio-mobile. C'est un domaine très vaste, avec des problématiques de science appliquée très variées, qui occupe un grand nombre d'acteurs de la recherche académique et industrielle (cette dernière préparant notamment les normes puis équipements des réseaux de télécommunications à venir).

Nos travaux ne concernent qu'une infime partie de ce domaine, essentiellement choisie autour de l'estimation de canal, la synchronisation, et dans une moindre mesure l'égalisation (ou réjection d'interférence) et la proposition et l'analyse de nouveaux schémas de transmission. Je peux ainsi regretter de n'avoir que très peu abordé à ce jour, d'un point de vue théorique, des sujets que je trouve très intéressants, comme celui du codage canal et décodage itératif. Je peux aussi évoquer rapidement d'autres sujets du domaine des communications que j'ai peu abordés. Au fil des années d'après thèse, je me suis de moins en moins focalisé sur les spécificités des réseaux cellulaires de téléphonie mobile, dont les sujets dominants ont pu être : allocation de ressources, gestion de l'interférence dans les cellules, "massive MIMO" (j'avais d'ailleurs évoqué [au chapitre 1.3.5 de ma thèse] comme naturelle et prometteuse cette idée, visant à diriger les faisceaux de la station de base uniquement en direction des mobiles d'intérêt, ce qui devient envisageable aujourd'hui en terme de moyens). Mes activités n'ont pas été au coeur de sujets en effervescence comme la radio-logicielle / radio-intelligente, les communications coopératives ou les réseaux de capteurs, même si certains travaux ont eu une intersection avec ces sujets. Notamment la thèse de Robin Gerzaguet sur l'annulation des interférences dans les récepteurs multi-standards traitait de la problématique de la "dirty RF", qui est liée à la radio-logicielle. Et la thèse de Soukayna Ghandour-Haidar sur l'estimation de canaux multi-bonds, peut être vue comme une brique de base pour les communications coopératives, elles même pouvant servir dans les réseaux de capteurs.

Je ne re-liste pas ici l'ensemble de nos contributions (synthétisées dans les introductions/conclusions de chaque thème), mais en pointe quelques unes autour de l'estimation de canal. Nos contributions les plus citées dans la littérature sont celles menées avec Hussein Hijazi et Eric Simon sur les algorithmes d'estimation et compensation de canaux rapides affectées d'effet Doppler en modulation multi-porteuse, certainement en raison de l'actualité du sujet (nécessité de communication robuste à vitesse de mobile élevée malgré l'augmentation des fréquences porteuses). D'autres contributions qui nous tiennent à coeur ont consisté à adapter ou revisiter des outils relativement anciens d'estimation (notamment les boucles à verrouillage de phase et le filtre de Kalman, qui ont été initiés respectivement dans les années 1930 et 1960 ...) pour des problèmes d'estimation actuels. Cela nous a permis de construire des estimateurs récursifs de bonnes performances asymptotiques et à complexité raisonnable. Nous

avons surtout pu établir dans certains cas des formules théoriques approchées de performances, que l'on pourra espérer utiles, et qui sont en tout cas facilement utilisables (fonctions relativement simples des paramètres physiques du canal). Ce dernier point concerne les travaux du thème 4 sur les boucles de poursuite CATL et les filtres de Kalman asymptotiques pour l'estimation de canal à 1 ou plusieurs bonds, et également une bonne partie des travaux de thèse de Robin Gerzaguet, qui permettent de prévoir et dimensionner des algorithmes LMS pour la soustraction d'interférence dans les récepteurs multi-standard (fuites d'horloges affectées de décalage de fréquences et bruit de phase, ou *Tx-Leakage*).

De manière générale, une de mes aspirations était d'arriver à une analyse théorique (performance, réglage) des estimateurs ou techniques proposées, quitte parfois à ne traiter qu'une part du problème ou à considérer des modèles simplifiés. J'ai ainsi cherché à rompre avec un type de travail consistant à mesurer les performances d'une chaine complète et complexe (c'est-à-dire incluant un grand nombre de blocs et de nombreux paramètres) uniquement par simulation, même si je conçois l'utilité majeure d'un tel travail d'un point de vue applicatif ou industriel (ou lorsque la théorie est trop complexe ...).

7.2 Perspectives

Je vais maintenant énoncer quelques perspectives à ces travaux de recherche, et je voudrais le faire de manière assez pragmatique. L'encadrement ou co-encadrement d'étudiants en thèse est une activité que j'ai eu à coeur de pratiquer de manière quasi-continue depuis ma thèse. C'est un des cotés du métier d'enseignant-chercheur que j'ai beaucoup apprécié. Ces encadrements ont pu être faits la plupart du temps dans de bonnes conditions concernant le thème et le nombre d'étudiants (idéalement pas plus de deux étudiants encadrés en parallèle). Jusqu'à présent, environ quasi la moitié de mes encadrements de thèse (Hussein, Jordi, Huaqiang, Soukayna) ont été réalisés sur des sujets que j'ai construit en concertation avec un collègue universitaire. Et donc un peu plus de la moitié des sujets de thèse ont été amenés par la R&D des entreprises environnantes, essentiellement le CEA-LETI et ST (Youssef, Robin, Mathieu, Yoann, et tout récemment Marguerite). Je dois dire que cette combinaison m'a très bien convenue et a été enrichissante, et je ne vois donc pas de raison d'en changer. La première composante (thèses purement universitaires) m'a permis de faire avancer des sujets sur l'estimation de canal qui me tenaient à coeur, la deuxième composante (thèses extérieures) m'a permis de m'ouvrir à d'autres sujets, plus en lien avec les préoccupations actuelles des télécoms, et de garder un contact avec le monde de la R&D. L'encadrement de thèses extérieures présente à priori une prise de risque plus grande car au départ je maitrise moins le sujet et mon intérêt vis à vis de ce sujet. Je dois dire que cela s'est unanimement bien passé jusqu'à présent, avec des sujets qui rentraient suffisamment bien dans mon champs de compétence, et qui ont permis des échanges et apports réciproques avec les encadrants et étudiants en thèse extérieurs. En tant qu'universitaire, j'ai notamment veillé à la bonne formalisation et analyse théorique des problèmes, ainsi qu'à la valorisation par la rédaction d'articles scientifiques.

Dans la suite, je souhaite donc poursuivre ces deux types d'encadrement de thèses, universitaire et extérieure. Une partie des thèmes de recherche à venir découleront ainsi des opportunités de projets extérieurs qui me paraitront intéressants et entrer dans mes cordes. Par ailleurs, je peux déjà lister des thèmes qui correspondent à la poursuite de mes travaux, ou à des travaux de thèses extérieures avec le CEA-LETI déjà enclenchés. Enfin j'espère aussi avoir l'opportunité et la curiosité intellectuelle de m'ouvrir à d'autres thèmes beaucoup moins en lien avec mes travaux réalisés aujourd'hui.

7.2.1 Perspectives à l'estimation dynamique de canal et compensations

Nous avons développé des formules de performance et de réglage d'algorithmes de poursuite des amplitudes complexes d'un canal à évolution lente (de type boucles de poursuite ou filtres de Kalman, d'ordre $r = 1, 2, 3$) qui sont fonctions de l'état macroscopique du canal : rapport signal à bruit d'entrée, profil de Doppler (au travers du moment d'ordre $2r$ du spectre Doppler), et profil de distribution des retards des trajets (susceptible d'amplifier la variance du bruit de boucle).

Des perspectives à ces travaux pourraient d'abord consister à étendre le champs d'application des algorithmes. Tout d'abord, une perspective assez immédiate serait d'obtenir des algorithmes auto-adaptatifs, c'est à dire qui peuvent se régler sans connaissance à priori sur l'état du canal (ou avec une connaissance minime). Cette perspective a déjà été entamée dans [N8][C37] pour l'ordre $r = 1$, elle pourrait être approfondie et envisagée pour des ordres supérieurs.

Nos algorithmes et formules ont été développés pour des ordres (du modèle dynamique) allant de $r = 1$ à 3. En particulier, la théorie pour les algorithmes basés sur des boucles d'ordre 3 a été développée dans la thèse de Huaqiang Shu. Mais dans l'application originelle visée (estimation de canaux radio-mobiles lents de type WSS-US), le gain en performance obtenue en passant d'un ordre 2 à 3 s'est avéré très faible, puisque les performances sont déjà bonnes avec un ordre 2. Peut-être pourrait-on trouver un autre domaine d'application où le besoin d'algorithmes d'ordre 3 et l'adaptation de leur théorie s'avèreraient plus utiles. Cela pourrait être le cas de canaux davantage soumis à des dérives de fréquence Doppler (qui pourraient être liées à des accélérations de l'émetteur ou du récepteur, comme dans les applications satellite) ou à d'autres évolutions.

On pourrait aussi chercher à adapter les algorithmes de type boucle de poursuite d'ordre r au cas de canaux rapides. Sur le principe, ces algorithmes devraient fonctionner mais il resterait deux points à investiguer. Tout d'abord, les formules de performance et de réglage que nous avons établies ne sont valables que dans le cas de canaux lents (sous l'hypothèse $f_d T \leq 10^{-2}$, le système est très sur-échantillonné, et les calculs ont pu quasiment être menés comme en analogique). Dans le cas d'un canal rapide, il pourrait être intéressant d'étendre nos formules de performance, même si ces dernières doivent forcément avoir une forme moins simple. Ensuite, l'algorithme d'estimation à la cadence symbole des (moyennes temporelles des) amplitudes complexes devrait être complété pour prendre en compte l'interférence entre sous-porteuses comme dans le thème 3a, mais en s'appuyant cette fois sur les r paramètres estimés par la boucle (pour estimer la variation du canal à l'intérieur d'une période symbole, et reconstruire l'interférence).

Egalement, ces algorithmes considéraient le plus souvent des formes d'ondes mono-porteuses ou multi-porteuses de type OFDM avec préfixe cyclique et schémas de pilotes de type régulier (*comb-type pilot*). Dans les systèmes de 5ème génération de téléphonie mobile à venir, de nouvelles formes d'ondes plus ou moins basées sur une généralisation de l'OFDM devraient être utilisées. On pourrait essayer d'adapter nos algorithmes d'estimation de canal ou en étudier de nouveaux, plutôt de type bloc. Egalement pour ces nouvelles formes d'ondes, l'impact théorique de la mobilité et de l'effet Doppler pourrait être étudié en terme de puissance d'interférence inter-porteuses, à l'image de ce que nous avions fait dans la thèse de Hussein Hijazi (chapitre 1.2 de sa thèse). Nos algorithmes de réduction d'interférence entre sous-porteuses pourraient aussi-être adaptés.

En s'éloignant maintenant davantage de nos travaux et champs de compétence, une première perspective serait de s'appuyer non pas sur nos algorithmes mais simplement sur nos formules de variance d'estimation de canal, dans la perspective d'une aide à la décision. Par exemple dans un réseau composé de plusieurs noeuds, la précision permise sur l'estimation de canal de chaque noeud pourrait permettre

d'affiner les optimisations de l'allocation de ressources, ou des choix des noeuds à utiliser comme relais, ... Egalement, on pourrait chercher à compléter notre travail sur l'estimation de canal dans une perspective de prédiction de l'état du canal, qui est une tâche importante pour la planification des réseaux.

Une autre perspective non immédiate de nos travaux mais très intéressante serait de prendre en compte le codage canal et l'information souple au niveau du décodage pour améliorer itérativement les performances d'estimation et de synchronisation, idéalement en continuant de maitriser théoriquement les performances (au moins approximativement). De manière plus générale et plus vague, l'idée de travaux théoriques inter-disciplinaires revisitant des problème classiques de théorie de l'information/codage mais adaptés au contexte de canaux et estimation dynamiques me parait intéressante. En effet, beaucoup de théories concernant le codage/décodage ont été élaborées et optimisées pour un cadre purement statique.

7.2.2 Perspectives aux thèmes liés aux schémas de transmission

La première partie de mes travaux (thèmes 1 et 2) était consacrée à l'étalement de spectre et autres schémas de transmission. Concernant les systèmes à étalement de spectre, ils ont eu leur heure de gloire pour les systèmes de téléphonie cellulaires de 3ème génération, mais ne sont pas directement retenus dans les systèmes envisagés pour la 5ème génération. Ils continuent par contre à opérer dans de nombreux autres systèmes comme dans les systèmes de radio-localisation, notamment par satellite (GPS, Galileo). Etant donné aussi leur capacité à travailler à des niveaux de RSB extrêmement faibles, le concept des systèmes à étalement demeure presque incontournable lorsque l'on a besoin de discrétion ou lorsque l'on s'intéresse à la sécurité de la couche physique. Même si je peux être amené à travailler sur de tels sujets, je ne mentionnerai pas de perspective directement liée à mes travaux sur l'étalement de spectre (thème 1). Mais les concepts de l'étalement de spectre continuent à être présents dans les deux travaux à venir mentionnés.

7.2.2.1 Schémas de transmission à haute efficacité énergétique

Le nombre de communications sans fil a explosé ces dernières années, et ce n'est pas près de s'arrêter puisque après les personnes, ce sont maintenant les objets qui communiquent (communication M2M pour "Machine-to-Machine", IoT pour "Internet-of-Things, ...). Un enjeu très important est de pouvoir définir des systèmes de communications à haute efficacité énergétique, et de limiter l'impact sur l'environnement ("Green Telecom"). Je travaille sur ce thème de transmission à haute efficacité énergétique depuis un an et demi, grâce à l'encadrement de la thèse "extérieure" de Yoann Roth au CEA-LETI, qui est encadré sur place par Jean-Baptise Doré et Vincent Berg. La problématique de la communication des objets est assez différente de la téléphonie mobile, puisque les débits de transmission peuvent être nettement réduits, et c'est surtout l'autonomie des objets qui importe, et leur longue portée de transmission. Pour certains applications, le besoin de définir une nouvelle couche physique pour ce nouveau réseau ["Low Power Wide Area (LPWA) network"] se fait sentir. Certains standards (IEEE 802.15.4k) ou solutions industrielles existent déjà. On peut citer le système propriétaire opérationnel dénommé LoRa (Long Range) [Seller 2014], développé par la société Semtech, et qui est expérimenté en ce moment sur la place grenobloise. Ce système semble être de longue portée et basse consommation, et repose en grande partie sur la technique d'étalement de spectre (non pas ici par séquence directe et modulation linéaire multi-voie, mais comme une modulation non linéaire à base d'un dictionnaire de séquences orthogonales) couplée à un code correcteur d'erreurs.

De notre coté, le travail de thèse de Yoann a déjà permis de proposer un premier schéma nommé Turbo-FSK (Cf section 5.2.3.2 et [C43][N12]) qui combine modulations orthogonales de type FSK et codage, en s'appuyant sur le principe turbo à la réception. Ce schéma déporte la complexité sur la station de base en réception, et permet d'approcher les limites minimales atteignables de la théorie de l'information en terme d'énergie par bit pour un canal à bruit blanc additif Gaussien, avec des tailles de bloc raisonnables. Nous allons poursuivre l'étude de ce schéma et de ces variantes pour mieux les comparer aux schémas existants, les confronter à des scénarios plus réalistes de canal, ainsi que traiter le problème de la synchronisation (souple ?) à très bas RSB.

7.2.2.2 Acquisition intelligente compressée dans les récepteurs radio-fréquence

Un sujet encore très intéressant sur lequel je vais travailler, grâce à l'encadrement de la thèse extérieure de Marguerite Marnat qui démarre au CEA-LETI (encadrement Michaël Pélissier au CEA, et Olivier Michel et moi-même du coté universitaire), et dont le titre est "Récepteur radio-fréquence basé sur l'échantillonnage parcimonieux pour les applications de communication radio versatile et adaptative". On s'intéresse ici à un "récepteur intelligent", capable de faire un sondage de son environnement afin d'extraire un certain nombre d'informations à partir du signal d'entrée (comme la détection de la présence d'un interférent, les positions des bandes occupées, peut-être aussi des caractéristiques des signaux dans ces bandes, ...). Cela pourrait bien sur être fait théoriquement par numérisation et traitement numérique du signal (calcul de Transformée de Fourier rapide par exemple en cas de sondage de spectre), mais alors avec une consommation et une complexité prohibitive (fréquence d'échantillonnage énorme, etc ...). On veut au contraire réduire cette complexité et faire un sondage quasi analogique en profitant de la parcimonie du signal dans le domaine des fréquences (de nombreuses bandes ne sont pas utilisées en même temps) pour extraire l'information utile à moindre complexité. Cela pourrait se faire par exemple en mesurant en parallèle quelques points de corrélation analogique du signal d'entrée avec des séquences binaires pseudo-aléatoires [Mishali 2010] (cette acquisition peut s'interpréter encore comme un récepteur à étalement de spectre multi-code ...). On parle alors de « analog to information converter » plutôt que de « analog to digital converter » dans la mesure où l'on s'attache à capturer l'information désirée plutôt que le signal brut complet. C'est l'idée générale du "compressive sensing". Sauf que l'on ne cherchera pas ici à reconstruire tout le signal à partir des points de mesure acquis (problème complexe de la reconstruction) mais seulement à extraire quelques informations, ce qui peut se résumer à un problème de détection ou de classification. Dans les applications du CEA-LETI, les informations extraites pourraient être utiles à différentes fins, en particulier pour optimiser la configuration de la chaîne de réception principale analogique (étages d'amplificateurs, filtres de tête ...) jusqu'au numérique (nombre de bits et fréquences des convertisseurs analogiques numériques).

En dehors de ces 2 thèmes déjà entamés, je serais certainement amené à d'autres études concernant les schémas de transmission, en lien avec les travaux d'autres collègues (notamment sur la conception de formes d'ondes, les communications optiques, ...).

7.2.3 Ouverture(s)

J'ai listé un certain nombre de sujets prospectifs vis-à-vis de mes travaux antérieurs ou liés à des projets de recherche qui démarrent. Enfin j'espère aussi avoir l'opportunité et la curiosité intellectuelle de m'ouvrir à d'autres thèmes beaucoup moins en lien avec mes travaux réalisés aujourd'hui. Je n'ai pas d'idée arrêtée à ce jour, mais cela pourrait se faire au grès des rencontres humaines ou disciplinaires.

Bibliographie

[Baddour 2005] K.E. Baddour et N.C. Beaulieu. *Autoregressive modeling for fading channel simulation.* IEEE Trans. Wireless Commun., vol. 4, no. 4, pages 1650–1662, July 2005. (Cité en pages 115 et 121.)

[Bello 1963] P.A. Bello. *Characteriwation of randomly time-variant linear channels.* IEEE transactions on communications and systems, vol. 11(4), pages 360–393, 1963. (Cité en page 36.)

[Blanchard 1975] A. Blanchard. Techniques des boucles d'asservissement de phase,. École Supérieure d'Électricité, 1975. (Cité en page 54.)

[Boutros 1998] J. Boutros et E. Viterbo. *Signal space diversity : a power-and-bandwidth-efficient diversity technique for the Rayleigh fading channel.* IEEE Trans. Infor. Theory, vol. 44, no. 4, pages 1453–1467, July 1998. (Cité en page 72.)

[Brossier 1997] J.M. Brossier. Signal et communication numérique : égalisation et synchronisation. Hermes, 1997. (Cité en pages 55 et 120.)

[Christiansen 1994] G.S. Christiansen. *Modeling of PRML timing loop as a Kalman filter.* In IEEE Global Telecommunications Conference GLOBECOM, volume 2, pages 1157–1161 vol.2, 1994. (Cité en page 99.)

[Chugg 2005] K.M. Chugg et M. Zhu. *A new approach to rapid PN code acquisition using iterative message passing techniques.* IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol. 23, no. 5, pages 884–897, May 2005. (Cité en page 66.)

[Cibaud 2004] D. Cibaud, G. Jourdain et M. Arndt. *Functional study of FDD equalizer in the context of TDD reconfiguration.* In Proc. Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, PIMRC'2004, volume 2, pages 1292–1296, Sept. 2004. (Cité en page 53.)

[Cibaud 2006] D. Cibaud. Etude d'implémentation d'un récepteur reconfigurable pour un terminable bi-mode tdd et fdd de l'umts. Thèse de doctorat de l'INPG, 2006. (Cité en page 53.)

[Clarke 1997] R.H. Clarke et Wee Lin Khoo. *3-D mobile radio channel statistics.* IEEE Trans. Veh. Technol., vol. 46, no. 3, pages 798 –799, aug 1997. (Cité en page 101.)

[D'Andrea 1996] A.N. D'Andrea et M. Luise. *Optimization of symbol timing recovery for QAM data demodulators.* IEEE trans. Commun., vol. 44, no. 3, pages 399–406, March 1996. (Cité en page 54.)

[Des Noes 2015] M. Des Noes. *Détection itérative des séquences pseudo-aléatoires.* PhD thesis, doctorat de l'Université de Grenoble, 15 Octobre 2015. (Cité en page 65.)

[Digalakis 1993] V. Digalakis, J. R. Rohlicek et M. Ostendorf. *ML Estimation of a Stochastic Linear System with the EM Algorithm and Its Application to Speech Recognition.* IEEE Trans. on Speech and Audio Processing, vol. 1, no. 4, pages 431–442, 1993. (Cité en page 90.)

[Gardner 1979] F.M. Gardner. Phaselock techniques. Wiley ; second edition, 1979. (Cité en page 54.)

[Gazor 1999] S. Gazor. *Prediction in LMS-type adaptive algorithms for smoothly time varying environments.* Signal Processing, IEEE Transactions on, vol. 47, no. 6, pages 1735 –1739, jun 1999. (Cité en page 110.)

[Gerzaguet 2015] R. Gerzaguet. *Méthodes de Traitement Numérique du Signal pour la Réduction d'Auto-Interférences dans un Terminal Mobile.* PhD thesis, doctorat de l'Université de Grenoble, 26 Mars 2015. (Cité en page 95.)

[Ghandour-Haidar 2010] S. Ghandour-Haidar. *Estimation de canal à évanouissements lents pour les communications radio-mobiles.* Rapport technique, rapport de stage de master recherche, 25 Juin 2010. (Cité en page 100.)

[Ghandour-Haidar 2014] S. Ghandour-Haidar. *Estimation de canal à évanouissements plats pour les communications sans fil à relais multi-bonds.* PhD thesis, doctorat de l'Université de Grenoble, 12 Décembre 2014. (Cité en pages 101 et 115.)

[Hijazi 2008] H. Hijazi. *Estimation de canal radio-mobile à évaluation rapide dans les systèmes à modulation OFDM.* PhD thesis, doctorat de l'Institut polytechnique de Grenoble, spécialité "signal, Image, Parole, Télécoms", 25 Novembre 2008. (Cité en pages vii, 80, 82, 84 et 88.)

[Jakes 1974] W.C. Jakes. Microwave mobile communications. New-York : John Wiley, 1974. (Cité en page 101.)

[Kay 1993] S. Kay. Fundamentals of statistical signal processing : Estimation theory. Prentice Hall PTR, April, 1993. (Cité en page 112.)

[Khalighi 2002a] M.A. Khalighi. Etude des systèmes de communication multi-antennes : capacité de canal et détection itérative. Thèse de doctorat de l'INPG, 2002. (Cité en page 68.)

[Khalighi 2002b] M.A. Khalighi, K. Raoof et Jourdain G. *A simple prefiltering to increase the capacity of fading channels.* In IEEE International Conference on Telecommunications, Beijing, CHINA, 2002. (Cité en page 70.)

[Komninakis 2002] C. Komninakis, C. Fragouli, A.H. Sayed et R.D. Wesel. *Multi-input multi-output fading channel tracking and equalization using Kalman estimation.* IEEE Trans. Signal Process., vol. 50, no. 5, pages 1065–1076, May 2002. (Cité en page 117.)

[Lindbom 2001] L. Lindbom, M. Sternad et A. Ahlen. *Tracking of time-varying mobile radio channels .1. The Wiener LMS algorithm.* Communications, IEEE Transactions on, vol. 49, no. 12, pages 2207 –2217, dec 2001. (Cité en pages 110 et 120.)

[Lindbom 2002] L. Lindbom, A. Ahlen, M. Sternad et M. Falkenstrom. *Tracking of time-varying mobile radio channels. II. A case study.* IEEE Trans. Commun., vol. 50, no. 1, pages 156–167, Jan 2002. (Cité en page 121.)

[MacWilliams 1981] F.J. MacWilliams et N.J.A. Sloane. The theory of error-correcting codes. North-Holland/Elsevier Science Publishers, 1981. (Cité en page 66.)

[Madhow 1994] U. Madhow et M.L. Honig. *MMSE interference suppression for direct-sequence spread-spectrum CDMA.* IEEE Trans. on Communications, vol. 42, no. 12, pages 3178–3188, Dec 1994. (Cité en page 51.)

[Mengali 1997] U. Mengali et A.N. D'Andrea. Synchronization techniques for digital receivers (applications of communications theory). Springer ; 1997 edition, 1997. (Cité en pages 54, 55 et 104.)

[Meyr 1998] H. Meyr, M. Moeneclaey et S.A. Fechtel. Digital communications receveirs. synchronization, channel estimation, and signal processing. Wiley, 1998. (Cité en pages 54, 55 et 104.)

[Mishali 2010] M. Mishali et Y. C. Eldar. *From theory to practice : Sub-Nyquist sampling of sparse wideband analog signals.* IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, vol. 4, no. 2, pages 375–391, 2010. (Cité en page 126.)

[Nasser 2006] Y. Nasser. *Sensibilité des Systèmes OFDM-CDMA aux erreurs de synchronisation en réception radio-mobile.* PhD thesis, doctorat de l'INPG, spécialité "signal, Image, Parole, Télécoms", 04 Octobre 2006. (Cité en page 72.)

[Patapoutian 1999] A. Patapoutian. *On phase-locked loops and Kalman filters.* IEEE Trans. Commun., vol. 47, no. 5, pages 670–672, May, 1999. (Cité en page 99.)

[Persson 2002] A. Persson, T. Ottosson et E. Strom. *Time-frequency localized CDMA for downlink multi-carrier systems.* IEEE International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications, vol. 1, pages 118–122, 2002. (Cité en page 72.)

[Pigeonnat 1999] Y. Pigeonnat. *Joint detection for UMTS : complexity and alternative solutions.* In Proc. Vehicular Technology Conference, VTC'99, Houston, U.S.A., volume 1, pages 546–550, May 1999. (Cité en page 51.)

[Ping 2003] L. Ping, W. Leung et K.Y. Wu. *Low-rate turbo-Hadamard codes.* page 3213–3224, Dec, 2003. (Cité en page 76.)

[Proakis 1995] J.G. Proakis. Digital communications. McGraw-Hill, third edition, 1995. (Cité en pages 35, 69 et 75.)

[Rainish 1996] D. Rainish. *Diversity transform for fading channels.* IEEE Trans. Commun., vol. 44, no. 12, pages 1653–1661, Dec. 1996. (Cité en page 72.)

[Seller 2014] O. Seller et N. Sornin. *Low power long range transmitter.* US Patent 20140219329 A1, vol. 4, Aug. 2014. (Cité en page 125.)

[Shannon 1948] C. Shannon. *A mathematical theory of communication.* page 379–423, July, 1948. (Cité en pages 33 et 75.)

[Shu 2013] H. Shu. *Algorithmes de poursuite pour l'estimation de canal radio-mobile et performances asymptotiques : application pour les systèmes OFDM.* PhD thesis, doctorat de l'Université des Sciences et Technologies de Lille, 6 Novembre 2013. (Cité en page 100.)

[Simon 2004] E.P. Simon. *Synchronisation de signaux CDMA dans un environnement multi-utilisateur.* PhD thesis, doctorat de l'INPG, spécialité "signal, Image, Parole, Télécoms, 30 Nov. 2004. (Cité en pages 54, 55 et 59.)

[Slock 1994] D.T.M. Slock. *Blind fractionally-spaced equalization, perfect-reconstruction filter banks and multichannel linear prediction.* In Proc. International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, ICASSP'94, volume 4, pages 585–588, April 1994. (Cité en page 53.)

[Tong 1995] L. Tong, X. Guanghan, B. Hassibi et T. Kailath. *Blind channel identification based on second-order statistics : a frequency-domain approach.* IEEE Trans. on Information Theory, vol. 41, no. 1, pages 329–334, Jan 1995. (Cité en page 53.)

[Tsatsanis 1996] M.K Tsatsanis et G.B. Giannakis. *Optimal decorrelating receivers for DS-CDMA systems : a signal processing framework.* IEEE Trans. on Signal Processing, vol. 44, no. 12, pages 3044–3055, Dec 1996. (Cité en page 51.)

[Van Trees 1968] H.-L. Van Trees. Detection, estimation, and modulation theory : Part i. John Wiley, New-York, 1968. (Cité en page 80.)

[Verdu 1998] S. Verdu. Multi-user detection. Cambridge University Press, first edition, 1998. (Cité en pages 50 et 51.)

[Vilà Valls 2010] J. Vilà Valls. *Estimation dynamique non-linéaire de canaux de transmission pour récepteurs satellite mobiles.* PhD thesis, doctorat de l'Institut polytechnique de Grenoble, spécialité "signal, Image, Parole, Télécoms", 29 Mars 2010. (Cité en pages 80 et 92.)

[Yang 2001] B. Yang, K. B. Letaief, R.S. Cheng et Z. Cao. *Channel estimation for OFDM transmission in multipath fading channels based on parametric channel modeling.* IEEE Trans. Commun., vol. 49, no. 3, pages 467–479, 2001. (Cité en page 87.)

[Yee 1993] N. Yee, J-P. Linnartz et G. Fetteweis. *Multi-Carrier CDMA in Indoors wireless radio networks.* In IEEE Personal Indoor and Mobile Radio Communications, pages 109–113, 1993. (Cité en page 72.)

Annexes : quelques articles joints

Quelques articles sont joints à la suite pour illustrer en partie les différents thèmes (tous mes autres articles sont accessibles en ligne) :

- **pour généralités (modulations linéaires) et thème 1 (Récepteurs CDMA) :**
  - **[R3]** L. Ros, E. Simon, Y. Nasser, "Revue de la boucle à re-modulation pour la synchronisation de phase en modulation linéaire multi-voie avec trajets multiples : application en CDMA et OFDM", Revue de l'Electricité et de l'Electronique (REE), $n^0$4, pp. 55-68, Avril 2005.

- **pour le thème 2 (Techniques de transmission) :**
  - **[R4]** M.A. Khalighi, L. Ros, "Delayed Two-Streams Division, A Diversity Technique To Improve Signal Transmission In Relatively Fast Flat Fading Channels", Elsevier Signal Processing, in vol. 85/4, pp. 705-715, April 2005.

- **pour le thème 3/3a (Estimation de canal rapide en OFDM) :**
  - **[R11]** H. Hijazi, L. Ros, "Joint data QR-Detection and Kalman estimation for OFDM time-varying Rayleigh channel complex gains", IEEE Transactions on Communications, vol. 58, $n^0$1, pages 170-178, January 2010.

- **pour le thème 3/3b (Estimation dynamique non-linéaire ou conjointe) :**
  - **[R17]** E.P. Simon, L. Ros, H. Hijazi, M. Ghogho, "Joint Carrier Frequency Offset and Channel Estimation for OFDM Systems via the EM Algorithm in the Presence of Very High Mobility", IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 60, $n^0$2, pages 754-765, Feb. 2012.
  - **[R15]** J. Vilà-Valls, L. Ros, J.M. Brossier, "Joint oversampled carrier and time-delay synchronization in digital communications with large excess bandwidth", Elsevier Signal Processing, Volume 92, Issue 1, Pages 76-88, January 2012.
  - **[R24]** R. Gerzaguet, L. Ros, F. Belvèze, J.M. Brossier, "Performance of a Digital Transmitter Leakage LMS-Based Cancellation Algorithm for Multi-Standard Radio-Frequency Transceivers", Elsevier Digital Signal Processing , vol. 51, pages 35-46, January 2016.

- **pour le thème 4/4a (Boucles de poursuites CATL) :**
  - **[R19]** L. Ros, H. Hijazi, E.P. Simon, "Complex Amplitudes Tracking Loop for multipath channel estimation in OFDM systems under slow to moderate fading", Elsevier Signal Processing, vol.97, pages 134-145, April 2014.

- **pour le thème 4/4b (Performances asymptotiques de filtres de Kalman) :**
  - **[R18]** H. Shu, E.P. Simon, L. Ros, "Third-order Kalman Filter : tuning and steady-state performance", IEEE Signal Processing Letter, vol. 20, $n^0$11, Nov. 2013.
  - **[R21]** H. Shu, L. Ros, E.P. Simon, "Simplified Random-Walk-Model-Based Kalman Filter for Slow to Moderate Fading Channel Estimation in OFDM Systems", IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 62, $n^0$15, pages 4006-4017, August 2014.
  - **[R16]** S. Ghandour-Haidar, L. Ros, J.M. Brossier , "On the use of first-order autoregressive modeling for Rayleigh flat fading channel estimation with Kalman filter", Elsevier Signal Processing (fast com.), vol. 92, Issue 2, pages 601-606, Feb. 2012.

Revue de la boucle à remodulation pour la synchronisation de phase en modulation linéaire multi-voie avec trajets multiples Application en CDMA et OFDM

Mots clés

Synchronisation de phase, OFDM, CDMA, Trajets multiples, Pré-filtre

Par Laurent ROS [1], Eric SIMON [1], Youssef NASSER [2]

[1] *Laboratoire des Images et des Signaux (LIS, UMR5083), Grenoble,*

[2] *Laboratoire d'Electronique et de Technologies de l'Information, (CEA/LETI), Grenoble*

1. Introduction

Dans cet article (issu de la communication [8]), nous traitons de la synchronisation de phase au niveau du récepteur d'une voie descendante de radio-communication, lorsque les trajets multiples du canal de propagation sont soumis à des variations de phase, mais avec des délais quasi-constants sur la durée d'un bloc de données. Ce scénario correspond à une situation typique en communication radio-mobile par mode "Burst". Par exemple, dans le mode TDD de l'UMTS, la fréquence porteuse est autour de $2\ GHz$, le débit "chip" $\frac{1}{T_c}$ est de l'ordre de $4\ Mchip/s$ et le "slot" dure $T_{slot} = 666\ \mu s$. La variation maximale possible de phase, " $360° \Delta f_d T_{slot}$ ", est d'environ 55° à 120 km/h, avec $\Delta f_d = \frac{v_m}{v_0} f_0$ l'étalement doppler, v_m la vitesse du mobile et v_o la célérité de l'onde. En ce qui concerne la variation maximale du retard de propagation, " $\frac{v_m}{v_0} T_{slot}$ ", on vérifie qu'elle est négligeable durant un "slot", de l'ordre de 3.10^{-4} par rapport à la durée d'un chip. On considère un système d'émission assez général, avec un débit global à transmettre au travers d'une largeur de bande W. On suppose que le débit global est partagé de manière uniforme en K voies parallèles de symboles. A chaque voie (ou train numérique) est associée une forme d'onde particulière pour la mise en forme de

L'ESSENTIEL

Cet article traite de la synchronisation de phase pour un récepteur radio-mobile en voie descendante, lorsque les trajets multiples du canal de propagation sont soumis à des variations de phases, mais avec des délais quasi-constants sur la durée d'un bloc de données (mode " burst "). On suppose un système assez général de modulation linéaire multi-voie, englobant notamment les cas des modulations CDMA et OFDM. Nous proposons une discussion générale du problème s'appuyant sur un formalisme par formes d'ondes. Pour cela, nous partons de la boucle à remodulation ("Decision-Directed-Loop") standard utilisée en contexte mono-trajet et mono-utilisateur, et discutons de son utilisation en contexte à L trajets et K voies. L'extension de l'algorithme et les difficultés associées apparaissent ainsi de nature complètement différentes en CDMA et en OFDM, malgré un formalisme de modulation identique. Cela est mis en évidence à l'aide d'illustrations s'appuyant sur les formes d'ondes spécifiques à chaque modulation (large-bande en CDMA, bande-étroite en OFDM, mais avec une absence d'interférence préservée en présence de trajets multiples). Pour finir, nous présentons, pour le cas CDMA, une amélioration de la boucle standard, qui permet de fonctionner en présence de trajets non résolus, et de suivre de rapides variations de phases. L'amélioration consiste à insérer un pré-filtre dans la boucle de phase de chaque trajet, afin de corriger les formes d'ondes et rendre l'estimation indépendante (à retards constants) des autres trajets.

SYNOPSIS

In this paper, we study phase synchronization for downlink radio-mobile receiver, in a multi-path channel with phases variations, but quasi-invariant delays during one slot ("burst" mode). We assume a general multi-channel (division multiplexing) system with linear modulation, including CDMA and OFDM systems. Our spot consists mainly in a general discussion of the problem, using waveform representation and some related illustrations. First, from the standard Decision-Directed Loop used in single-path single user scenario, we study the possibilities of extensions with multi-path multi-user scenario. In spite of a common modulation formulation, the perspectives are shown very different for CDMA and OFDM systems, due to different waveforms properties. At the end, we present, for the CDMA case, a new version of the standard loop, recently proposed [13], that can cope with unresolvable paths and rapid phases variations. The optimisation consists in inserting a pre-filter in the phase loop of each one path in order to make the estimation independent of the other paths.

ses symboles. Un tel formalisme de modulation linéaire englobe notamment les systèmes de type CDMA ou OFDM. La modulation considérée pour les symboles est de type QPSK. Nous ne traitons pas ici de la compensation des décalages de fréquence dus aux oscillateurs ni de l'estimation du retard de propagation (Cf [3]), que nous supposons préalablement réalisés dans une phase d'acquisition. Les objectifs de l'article sont :

- de décrire les techniques CDMA et OFDM à partir d'un formalisme commun de représentation par formes d'ondes. Cette représentation "analogique'', certes assez éloignée de la réalisation effective des équipements, permet de mettre en évidence et d'interpréter facilement les effets du canal
- de discuter de l'utilisation en contexte multi-trajet multi-voie, d'un algorithme de base standard [1] de poursuite de phase à l'aide des décisions (boucle à re-modulation) conçu initialement pour un contexte mono-trajet et mono-utilisateur, avec application au cas CDMA et OFDM
- de présenter, pour le cas CDMA, une amélioration possible [6] de l'algorithme standard qui permet de suivre de rapides variations des phases des trajets, tout en restant robuste vis-à-vis des trajets non résolus.

Après une description du modèle de la transmission puis de l'algorithme standard de synchronisation, nous étudierons son comportement en situation mono-trajet puis multi-trajet, avant de présenter l'algorithme amélioré.

2. Modèle de la transmission

2.1. Modèle du canal

On considère un canal en lien descendant composé de L trajets, de R.I. équivalente en bande de base :

$$h(\tau,t)=\sum_{l=0}^{L-1}\alpha_l(t)\delta(\tau-\tau_l) \qquad (1)$$

où les retards τ_l sont ordonnés en ordre croissant pour $l = 0,...,L - 1$. Les amplitudes complexes sont notées $\alpha_l(t)=\rho_l(t).e^{j\theta_l(t)}$. Le signal reçu en bande de base est :

$$r(t)=(h*x)(t)+n(t) \qquad (2)$$

où $n(t)$ est un bruit blanc additif gaussien, complexe. On suppose les retards tels que $\Delta\tau << T_s$, typiquement contenus dans 1/4 de T_s par exemple. Le canal étant à bande limitée W, on peut considérer un modèle dont l'espacement entre les trajets n'est pas négligeable relativement à $1/W$. De plus on suppose les amplitudes complexes quasiment invariantes sur 2 symboles voisins.

2.2. Construction du signal émis

2.2.1. Modèle général (modulation linéaire)

On suppose que le débit global à émettre est partagé en K sous-débits égaux, et que la bande passante disponible est de W Hz. L'équivalent complexe en bande de base du signal émis (multiplex global) est modélisé par :

$$x(t)=\sum_{k=0}^{K-1}x_k(t) \qquad (3)$$

où $$x_k(t)=T_s\sum_{m=0}^{+\infty}a_{k[m]}.\phi_k(t-mT_s)$$

avec :
- $\phi_k(\tau)$: la forme d'onde d'émission associée à la voie (sous-débit) numéro k,
- $a_{k[m]}$: les symboles QPSK de la voie # k, transmis aux instants "mT_s", où m $\in$ Z, et T_s est le temps-symbole. Les symboles sont décorrélés, centrés, et de variance A^2.

2.2.2 Cas du CDMA

En CDMA (Coded Division Multiple Access), chaque forme d'onde $\phi_k(\tau)$ est construite à partir d'un code qui lui est propre, et utilise toute la bande W. Les Q éléments binaires (« chips », éventuellement complexes) $\{C_{k[q]},\ q = 0... Q-1\}$ du code # k, sont distribués sur toute la durée symbole, et mis en forme par un filtre $^1/_2$ Nyquist $(h_c(\tau)\ )$ en racine de cosinus surélevé :

$$\phi_k(\tau)=\sum_{q=0}^{Q-1}c_{k[q]}.h_e(\tau-qT_c) \qquad (4)$$

où :
- $T_c = T_s/Q$ désigne le temps chip, qui est donc de l'ordre de $1/W$ secondes. Plus précisément, $W = (1 + r_{off})/T_c$, où r_{off} désigne l'excès de bande de $h_e(\tau)$.
- Le nombre de sous-débits, K, est inférieur ou égal au facteur d'étalement, Q.

La technique CDMA étant une technique d'accès multiple, les sous-débits peuvent appartenir à différents utilisateurs.

On suppose les K codes orthogonaux, ce qui se traduit par $\underline{\underline{C}}^H.\underline{\underline{C}}=\underline{\underline{I}}_K$, où $\underline{\underline{I}}_K$ est la matrice identité (taille K x K), $\underline{\underline{C}}$ est la matrice des codes (taille Q x K), $(.)^H$ désigne le transposé hermitien pour une matrice (ou le filtre adapté pour une fonction $(x^H(\tau) = x^*(-\tau))$. Il en résulte que les K formes d'ondes sont orthogonales :

$$T_s.<\phi_k(\tau),\phi_{k'}(\tau)>=\delta_{k,k'} \qquad (5)$$

où par définition : $\delta_{k,k'} = 1$ si $k = k'$, 0 sinon,

et $<\phi_k(\tau),\phi_{k'}(\tau)> \stackrel{\Delta}{=} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi_k(\tau).\phi_k^*(\tau)d\tau$

L'orthogonalité peut aussi s'exprimer en fréquence [7].

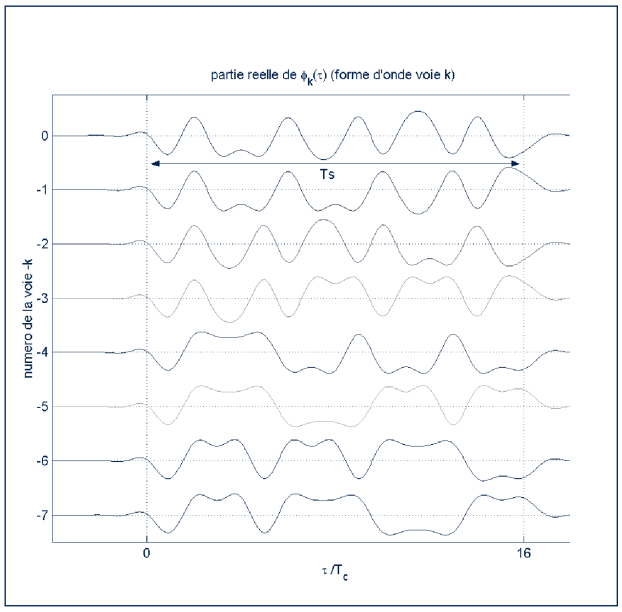


Figure 1. Formes d'ondes $\phi_k(\tau)$ en CDMA (Q = 16).

***Illustration** : la figure 1 présente des formes d'ondes orthogonales, $\phi_k(\tau)$, construites à partir de jeux de codes orthogonaux de longueur Q = 16 . Les codes sont construit à partir des séquences orthogonales de Walsh-Hadamard, pondérées par une séquence d'embrouillage unique [-1 +1 -1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 -1 +1 +1 -1 +1 -1 -1 1], issue de la norme UMTS et qui permet d'améliorer les propriétés d'auto-corrélation des séquences initiales. Notons que le code # 0 correspond à la séquence d'embrouillage. L'illustration est réalisée avec des codes réels, mais on a généralement intérêt à rendre les codes complexes. L'excès de bande du filtre $^1/_2$ Nyquist est r_{off} = 022.*

2.2.3. Cas de l'OFDM

La technique OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) utilise un multiplexage des sous-débits à l'aide de *N* sous-porteuses complexes orthogonales [2], réparties dans la bande *W*, et espacées de $\Delta f = W/N$. Le nombre de voies (ou sous-débits), *K*, est inférieur ou égal au nombre de sous-porteuses, *N*. On supposera par défaut $K = N$. L'obtention d'un "symbole OFDM" à partir des symboles de l'ensemble des voies est généralement présentée (et réalisée) au moyen d'une Transformée de Fourier Discrète Inverse (TFDI) de taille *N*, suivie du rajout d'un préfixe cyclique (PC), puis d'une mise en forme analogique (Cf partie émission de la figure 6). Nous préfèrerons par défaut la représentation par forme d'onde introduite en (3), avec alors la forme d'onde associée au sous-débit #*k* donnée par :

$$\phi_k(\tau) = exp(j2\pi f_k \tau).\frac{\sqrt{\frac{N+\nu}{N}}}{T_s} Rect_{[-T_g,+T_u]}(\tau) \qquad (6)$$

avec:

$$f_k = k.\frac{W}{N}, \quad pour \quad k = 0,\ldots,\frac{N}{2}-1 \qquad (7)$$
$$= (k-N).\frac{W}{N}, \quad pour \quad k = \frac{N}{2},\ldots,N-1$$

et : $T_s = T_u + T_g \quad et \quad T_u = N.\frac{1}{W}$ (8)

où :

- $Rect_{[-Tg\ +\ Tu]}(\tau)$ est une fonction rectangulaire [1] égale à 1 pour τ compris entre $-T_g$ et $+ T_u$, et nulle ailleurs,
- T_g désigne le temps de garde, et T_u la partie "utile" du temps symbole.

Le début (préfixe cyclique de durée T_g) de la forme d'onde correspond à une recopie de la fin de la forme d'onde:

$\phi_k(\tau) = \phi_k(\tau + T_u)$, pour $\tau \in [\ -T_g,\ 0]$

La forme d'onde peut ainsi se déduire d'une forme initiale plus courte (durée T_u) $\Psi_k(\tau)$, telle que :

$$\psi_k(\tau) = \begin{cases} \phi_k(\tau), & pour\ \tau \in [0,+T_u[\\ 0 & sinon \end{cases}$$

Les *K* formes d'onde initiales (sans préfixe) sont orthogonales. Les familles de formes d'onde initiales et avec préfixe sont biorthogonales : $T_s . < \phi_k(\tau), \Psi_{k'}(\tau) > \delta_{k,k'}$.

Note Annexe : Représentation à partir des échantillons issus de la Transformée de Fourier Discrète Inverse :

En se plaçant en limite du théorème d'échantillonnage, le signal OFDM peut être décrit de manière équivalente à temps discret, au pas $T_c = 1/W = T_u/N$. Les échantillons $x_{[m,q]}$ du symbole OFDM numéro *m*, correspondant à *x(t)* aux instants $qT_c + mT_s$ pour $q = 0\ldots N - 1$, peuvent s'obtenir au moyen d'une TFD inverse de taille *N* appliquée à l'ensemble des symboles de chacune des *K* voies (complétés jusqu'à *N* par des zéros si nécessaire) :

$$x_{[m,q]} = \sum_{k=0}^{K-1} a_{k[m]}.exp(j2\pi\frac{kq}{N}), \quad q = 0\ldots N-1.$$

[*] En raison de l'utilisation de la fonction rectangulaire, la largeur de bande W n' englobe en réalité que la majeure partie de l'énergie.

soit : $\underline{x}_{[m]} = TFDI_N\{\ \underline{a}_{[m]}\}$

avec $\underline{a}_{[m]} = [a_{0[m]},\ldots, a_{K-1[m]}, 0,\ldots 0]^T$,
$\underline{x}_{[m]} = [x_{[m,0]},\ldots, x_{[m,N-1]}]^T$.

Cette propriété est un atout de réalisation important pour l'OFDM. Les N échantillons "utiles" sont ensuite complétés par les v échantillons (indexés de $-v$ à -1) du "préfixe cyclique", avec $v = T_g.W$, pour former les $v + N = T_s.W$ échantillons du symbole OFDM complet. On peut donc, pour chaque voie #k, construire les formes d'ondes à partir d'un ensemble de N échantillons $\{\psi_{k[q]}, q = 0,\ldots, N-1\}$, de manière similaire au CDMA (4). La forme d'onde (de base) s'exprime ainsi directement par interpolation des échantillons $\psi_{k[q]} = exp(j2\pi\frac{kq}{N})$ pour q = 0, …, N-1 à l'aide d'un filtre $^1/_2$ Nyquist d'excès de bande nul, $h_{e0}(\tau)$, soit :

$$\psi_k(\tau) = \sum_{q=0}^{N-1} \psi_{k[q]}.h_{e0}(\tau - qT_c)$$

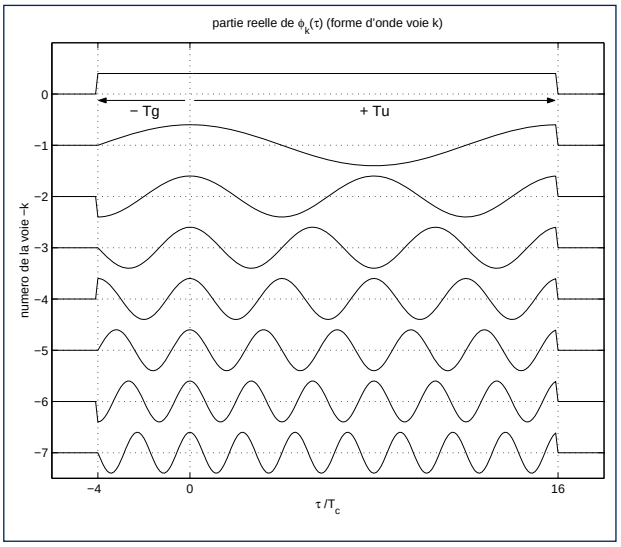


Figure 2. Formes d'ondes $\phi k(\tau)$ en OFDM (N=16, ν = 4).

***Illustration** : la figure 2 présente les parties réelles des 8 premières des N = 16 formes d'ondes (sous-porteuses orthogonales), et un temps de garde tel que $\nu = T_g.W = 4$.*

3. Boucle à remodulation standard pour la synchronisation de phase à l'aide des décisions

Une boucle de synchronisation de phase est chargée de construire un estimateur de phase $\hat{\theta}$, utilisé pour corriger la phase des symboles estimés avant la prise de décision. L'objectif de la section est d'abord de présenter la structure et l'algorithme d'estimation que nous considérons, puis d'étudier leur adéquation dans un contexte mono-trajet multi-voie, en particulier en CDMA et en OFDM.

3.1. Structure et algorithme standard

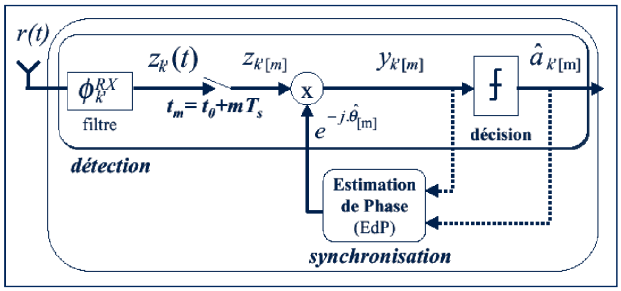


Figure 3. Structure équivalente du récepteur avec détection des symboles (voie #k') et synchronisation conjointes.

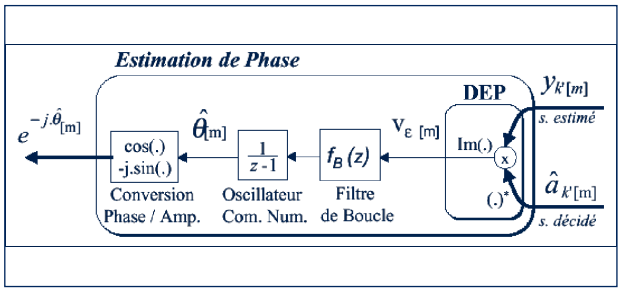


Figure 4. Estimation de phase pour la boucle à remodulation.

3.1.1. Structure générale du récepteur

On se place dans la situation où l'estimée de la phase servant pour la correction, $\hat{\theta}$, est obtenue à partir des décisions, mais seulement des symboles de la voie #k', notés $\hat{a}_{k'[m]}$. La décision et la synchronisation de phase sont réalisées conjointement (Cf. figure 3), après les opérations (ou opérations équivalentes) de :

- filtrage de réception : $z_{k'}(t) = (\phi_{k'}^{RX} * r)(t)$
  où $\phi_{k'}^{RX}(\tau)$ est la R.I. du filtre de réception,
- échantillonnage synchrone aux instants symboles : $t_m = t_0 + mT_s$: $z_{k'[m]} = z_{k'}(t_0 + mT_s)$,
  où le délai d'échantillonnage t_0 est paramétrable en fonction du (des) retard du canal,
- et de correction de phase à l'aide de l'estimé $\hat{\theta}_{[m]}$ à l'instant t_m $y_{k[m]} = z_{k'[m]}.e^{-j\hat{\theta}_{[m]}}$,
  pour alimenter (exclusivement ou non) l'organe de décision, et celui de synchronisation.

À partir de cette structure générale de synchronisation / détection, l'algorithme (donné en (9) et (10)) d'estimation de phase (EdP) doit permettre de réduire la rotation de phase affectant les symboles avant décision.

3.1.2. Structure de la boucle de synchronisation

On considère la structure générale d'une boucle à verrouillage de phase numérique (Cf. figure 4) : l'estimation

de phase est mise à jour de manière itérative au rythme symbole, à l'aide d'un signal d'erreur de phase (ν_ε), filtré par un filtre de boucle (f_B), selon :

$$\hat{\theta}_{[m+1]} = \hat{\theta}_{[m]} + (f_B * \nu_\varepsilon)_{[m]} \qquad (9)$$

3.1.3. Détecteur d'erreur de phase standard

Le détecteur d'erreur de phase (DEP) calcule le signal d'erreur, à partir du signal filtré $z_{k'}(t) = (r * \phi_{k'}^{RX})(t)$, corrigé en phase, et pondéré (ou remodulé) par le symbole décidé $\hat{a}_{k'[m]}$ (ou connu en cas d'une séquence pilote) :

$$\nu_{\varepsilon[m]} = Im\{e^{-j\hat{\theta}_{[m]}}.\ \hat{a}^*_{k'[m]}.\ z_{k'}(mT_s + t_0)\} \qquad (10)$$

L'estimation de phase est donc basée ici sur une rétro-action ("feed-back") [1], puisque le signal d'erreur est construit à partir de $\hat{\theta}_{[m]}$, comme illustré sur la figure 3.

Avec les notations introduites, le signal d'erreur consiste simplement en :

$$\nu_{\varepsilon[m]} = Im\{e^{-j\hat{\theta}_{[m]}}.\ \hat{a}^*_{k'[m]}.\ z_{k'}(mT_s + t_0)\}$$

Un tel signal d'erreur compense la modulation des symboles (en supposant les décisions justes), et ramène (en l'absence d'interférence) à une caractéristique sinusoïdale pour le détecteur de phase.

Note annexe : Cet algorithme standard (et structure de réception associée) trouve son origine dans l'estimation par maximum de vraisemblance de la phase $\hat{\theta}_0$ (désirée) d'un canal mono-trajet, dans un contexte plus restrictif, et avec comme filtrage de réception, le filtre adapté à la forme d'onde d'émission de la voie # *k'* unique (Cf.[1], [8]).

A propos de l'évaluation des performances :
Etant donné la boucle à remodulation imposée, on va s'intéresser dans la suite à son comportement dans un contexte de canal mono-trajet puis multi-trajet, CDMA ou OFDM. En particulier, on devra déterminer pour des phases d'entrée fixes du canal, quel est le point d'équilibre stable de la boucle, $\hat{\theta}_{eq}$, et si il correspond bien à la phase que l'on souhaitait compenser (à préciser selon le contexte), nommée phase désirée, θ_{des}. On évaluera l'erreur ε entre la phase désirée et la phase estimée. Les performances d'estimation (biais, variance) d'une boucle de phase se déduisent de manière générale par une analyse classique du signal d'erreur ν_ε basée sur la S-courbe et le bruit de boucle, comme rappelé en annexe A.1.

3.2. Comportement en contexte multi-voie mono-trajet

On suppose d'abord un canal mono-trajet de paramètre d'amplitude $\rho_0 = 1$, de retard τ_0 parfaitement estimé, et de phase $\theta_0(t)$. Le signal reçu en bande de base est :

$$r(t) = exp(j\theta_0(t)).x(t - \tau_0) + n(t) \qquad (11)$$

3.2.1. Caractérisation générale

La boucle à remodulation étant initialement prévue pour un contexte mono-utilisateur, voyons comment évolue la qualité du signal d'erreur en contexte multi-voie. Pour cela, il suffit d'après (10) de vérifier si la sortie du filtre de réception correctement échantillonnée, $Z_{k'[m]}$, présente de bonnes caractéristiques pour l'estimation de phase.

Avant échantillonnage, le signal en sortie du filtre de réception est :

$$z_{k'}(t) = T_s \sum_{k=0}^{K-1} \sum_m a_{k[m]}.\beta_{kk'}(t - mTs - \tau_0).e^{j\theta_0(t)} + \eta_{k'}(t) \qquad (12)$$

où :
- $\eta_{k'}(t)$ est le bruit filtré, égal à $(\phi_{k'}^{RX} * n)(t)$,
- $\beta_{kk'}(t)$ est la forme d'onde émission-réception (E/R) de la voie k vers la voie k', définie par :

$$\beta_{kk'}(\tau) = (\phi_k * \phi_{k'}^{RX})(\tau) \qquad (13)$$

Les fonctions $\beta_{kk'}(t)$ matérialisent la mise en forme des symboles jusqu'à l'échantillonneur, sans l'effet du canal. Elles sont propres à l'équipement E/R, et ainsi au type de modulation utilisée. Par convention, nous utilisons une représentation non causale du filtre de réception $\phi_{k'}^{RX}(t)$, de sorte que $\beta_{kk'}(t)$ ait son maximum (réel) en zéro.

Nous nous placerons toujours dans le cas (le plus intéressant) où la forme d'onde des équipements E/R est construite en respectant le critère de Nyquist multi-voie :

$$\beta_{kk'}(nT_s) = \beta_{k'k'}(0).\delta_{k'k[n]} \qquad (14)$$

équivalent à (15) et (16) :

$$\begin{cases} \beta_{kk'}(nT_s) = \beta_{kk'}(0).\delta_{[n]}, & \forall n \in Z \qquad (15) \\ \beta_{kk'}(0) = \beta_{k'k'}(0).\delta_{kk'}, & \forall k = 0...K-1 \qquad (16) \end{cases}$$

En choisissant le délai d'échantillonnage égal au retard de propagation (supposé parfaitement estimé), $t_0 = \tau_0$, le critère (14) assure l'absence d'Interférence Entre Symboles (IES) ainsi que l'Interférence Entre Voies (IEV). Le signal en sortie du filtre de réception ainsi échantillonnée, $Z_{k'[m]}$, ne dépend en effet que du symbole désiré :

$$z_{k'[m]} = \beta_{k'k'[0]}.e^{+j\theta_{0[m]}}.a_{k'[m]} + \eta_{k'[m]} \qquad (18)$$

où le coefficient réel de pondération $\beta_{k'k'[0]} = T_s.\beta_{k'k'}(0)$ représente l'échantillonnée au retard nul de la forme d'onde E/R analogique de la voie désirée, $\beta_{k'k'}(t)$.

Le déphasage à corriger (car affectant le symbole désiré), correspond alors au déphasage du canal de propagation : $\theta_{des} = \theta_0$. L'erreur résiduelle entre la phase estimée, $\theta_{0\,[m]}$, et la vraie phase du trajet, $\theta_{0[m]} = \theta_0(t_m)$, à l'instant t_m est :

$$\varepsilon_{[m]} = \theta_{0[m]} - \hat{\theta}_{0[m]} \qquad (17)$$

Le signal d'erreur $v_{\varepsilon[m]} = Im\{\hat{a}^*_{k'[m]} e^{-j\hat{\theta}_{0[m]}} . z_{k'[m]}\}$ se résume (en supposant toujours $\hat{a}_{k'[m]} = a_{k'[m]}$) à :

$$v_{\varepsilon[m]} = \underbrace{A^2 . \beta_{k'k'[0]} . sin(\varepsilon_{[m]})}_{utile} + \underbrace{Im\{\eta_{k'[m]} . \hat{a}^*_{k'[m]} . e^{-j\hat{\theta}_{0[m]}}\}}_{bruit}$$

Grâce à l'absence d'interférence, la composition du signal d'erreur apparaît *identique à celle que l'on obtiendrait en contexte mono-voie (mono-utilisateur)*, ce qui assure les mêmes bonnes performances. On retrouve donc une caractéristique de détecteur de phase avec une forme classique sinusoïdale, que l'on identifie par la S-Courbe (Cf. annexe A.1), obtenue en n'observant que la partie déterministe du signal d'erreur (en réponse à une valeur constante donnée de l'erreur de phase) :

$$S_p(\varepsilon) \overset{\Delta}{=} E\{v_{\varepsilon[m]} \mid \varepsilon\} = A^2 . \beta_{k'k'[0]} . sin(\varepsilon) \qquad (19)$$

Notons qu'avec des formes d'ondes E/R sans IES ((15) respectée) mais avec IEV ((16) non respectée), on obtiendrait une S-courbe identique (estimation sans biais), mais la partie aléatoire du signal d'erreur aurait une variance plus élevée due aux termes d'interférence.

3.2.2. Application en CDMA

Pour le récepteur conventionnel en CDMA, le filtre de réception est le filtre adapté à la forme d'onde d'émission sur la voie "désirée", $\phi^H_{k'}(\tau) = \phi^*_{k'}(-\tau)$. Dans ce cas, la forme d'onde E/R $\beta_{kk'}(\tau)$ n'est autre que la fonction d'inter-corrélation à durée finie $\gamma_{kk'}(\tau) = (\phi_k * \phi^H_{k'})(\tau)$ entre les formes d'ondes des voies k et k' :

$$\phi^{RX}_{k'}(\tau) = \phi^H_{k'}(\tau) \quad et \quad \beta_{kk'}(\tau) = \gamma_{kk'}(\tau)$$

Le critère (14) est bien vérifié puisque les codes sont orthogonaux, et qu'ils sont mis en forme par des filtres $^1/_2$ Nyquist. Cependant, à la moindre erreur d'échantillonnage (sur le choix de t_0 lors de la numérisation de $Z_{k'}(t)$), de l'interférence entre symboles et entre voies apparaîtrait ((15) et (16) en échec). En CDMA, l'interférence IEV est appelée Interférence d'Accès Multiple (IAM).

Illustration : *la figure 5 présente les modules de 8 (k = 0 …7) des 16 formes d'ondes "émission-réception", $\beta_{kk'}(\tau) = \gamma_{kk'}(\tau)$, relatives à la voie désirée #k' = 0, obtenues à partir des formes d'onde de la figure 1. On remarque d'une part sur la voie désirée l'étroitesse (largeur de l'ordre de $2.\frac{1}{W} \approx 2.T_c$ du pic principal d'auto-corrélation, $\gamma_{kk'}(\tau)$, grâce à la large-bande (de l'ordre de W) de la forme d'onde $\phi_k(\tau)$. On vérifie aussi que les formes d'ondes E/R interférentes ($k \neq k'$) sont nulles au retard nul (orthogonalité), et que les fonctions sont toutes nulles aux retards symboles suivant ou précédant (absence d'IES). Par ailleurs ces deux propriétés sont brisées au moindre décalage de δt (intervention de $\gamma_{k'}(nT_s + \delta t)$ au lieu de $\gamma_{kk'}(nT_s)$), qui pourra survenir en cas d'erreur d'échantillonnage ou en présence d'un trajet secondaire de délai non nul $\tau_1 - \tau_0$ par rapport au trajet principal.*

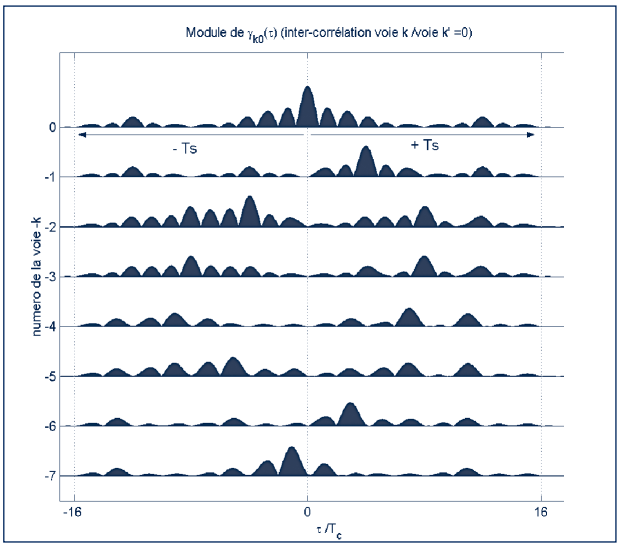


Figure 5. Exemple de formes d'ondes E/R $\beta_{kk'}(\tau) = \gamma_{kk'}(\tau)$ (inter-corrélations) en CDMA.

3.2.3. Application en OFDM

En OFDM, on présente généralement les opérations du récepteur conventionnel comme étant la suppression de l'intervalle de garde dans le signal reçu (ce qui nécessite le positionnement de la fenêtre "utile" d'un symbole OFDM) suivie d'une TFD pour restituer l'ensemble des symboles des K différentes voies. En utilisant la représentation par formes d'onde, ces opérations sont bien équivalentes (en ne s'intéressant qu'aux symboles de la voie #k') à celles du récepteur linéaire présenté en sections 3.1 et 3.2.1. Le filtre de réception utilisé dans le récepteur conventionnel n'est alors pas le filtre adapté à la forme d'onde complète d'émission, $\phi^H_{k'}(\tau)$ (pourtant optimal dans le cas mono-trajet) mais le filtre adapté à la forme d'onde de base, sans le préfixe cyclique *(filtre adapté tronqué)* :

$$\phi^{RX}_{k'}(\tau) = \psi^H_{k'}(\tau) \quad et \quad \beta_{kk'}(\tau) = (\phi_k * \psi^H_{k'})(\tau)$$

Le choix de la portion de signal en entrée de la TFD est équivalent au choix de t_0 dans notre représentation.

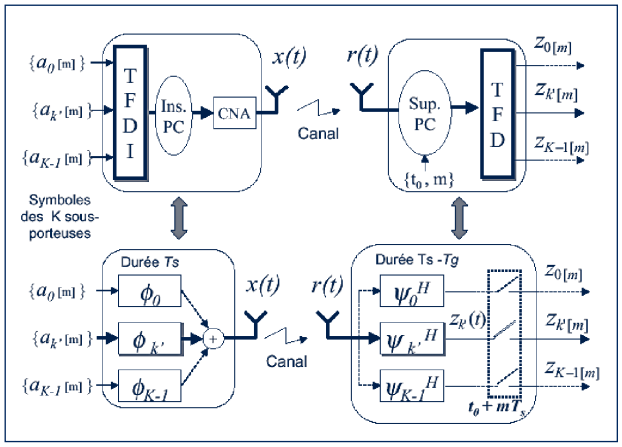


Figure 6. Equivalence des représentations d'une chaîne OFDM.

Compte tenu des supports des fonctions ϕ_k et ψ_k, la forme d'onde E/R $\beta_{kk'}(\tau)$ a un support non-nul s'étendant de $-T_s = (T_u + T_g)$ à seulement $+T_u$, ce qui laisse une marge égale au temps de garde, T_g pour l'absence d'IES ((15) vérifiée). L'utilisation du préfixe cyclique amène une propriété encore plus intéressante, c'est le maintien à zéro des formes d'ondes E/R interférentes $(k \neq k')$ non pas seulement au retard nul ((16) vérifiée), mais sur une plage de retard égale au temps de garde, soit sur $[-Tg, 0]$. Cette propriété est illustrée par la figure 7 et justifiée dans l'équation (20). Globalement, il y aura donc absence totale d'interférence non seulement pour un échantillonnage idéal $((t_0 = \tau_0)$, mais aussi en cas de décalage vers la gauche tel que $t_0 = \tau_0 - \delta \in [\tau_0 - Tg\ ;\ \tau_0]$ (coefficients $\beta_{kk'}(nTs - \delta)$ intervenant dans le calcul de $y_{k'}(mTs + \tau_0 - \delta)$ selon (12), sont nuls pour $k \neq k'$ ou $n \neq 0$).

On voit donc que dans la technique OFDM (avec préfixe cyclique): le sacrifice d'une portion de symbole à la réception permet de maintenir l'orthogonalité des formes d'ondes (également l'absence d'IES) sur une plage de retard égale au temps de garde, ce qui sera utile en cas d'erreur sur l'estimation de retard ou en présence de trajets multiples pour éviter l'IEV, appelée Interférence Entre Sous-Porteuses (IESP) en OFDM.

Calcul annexe : expression de $\beta_{kk'}(\tau)$ en OFDM
La forme d'onde E/R peut s'évaluer par :

$$\beta_{kk'}(\tau) = \int_{-Tg}^{+T_u} \phi_k(u).\psi_{k'}^*(u-\tau)du$$
$$= \int_0^{T_u} \psi_{k'}^*(u).\phi_k(u+\tau)du$$

- Pour les $\tau > 0$, $\beta_{kk'}(\tau)$ coïncide avec la fonction d'intercorrélation à durée finie entre les formes de base ψ_k et $\psi_{k'}$, soit $(\psi_k * \psi_{k'}^H)(\tau) = \frac{N+\nu}{N^2} e^{j2\pi f_k \tau} \int_0^{T_u-\tau} e^{j2\pi(f_k - f_{k'})u}$

- Alors que pour $\tau \in [-Tg\ ;\ 0]$, $\beta_{kk'}(\tau)$ correspond à la fonction d'intercorrélation périodique entre ψ_k et $\psi_{k'}$, soit $\frac{N+\nu}{N} e^{j2\pi f_k \tau} \int_0^{T_u} e^{j2\pi(f_k - f_{k'})}$ qui est nulle lorsque $k \neq k'$, et de module constant si $k = k'$:

$$si\ \ \tau \in]-T_g;0]:\ T_s\beta_{kk'}(\tau) = \begin{cases} e^{j2\pi f_{k'}\tau} & \text{si } k = k' \\ 0 & \text{si } k \neq k' \end{cases} \qquad (20)$$

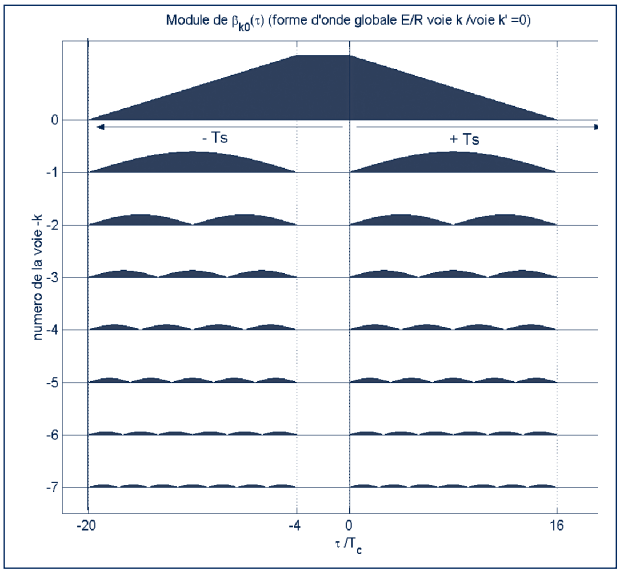


Figure 7. Exemple de formes d'ondes émission-réception $\beta_{kk'}(\tau)$ en OFDM (N = 16 ν = 4).

Illustration : *la figure 7 présente les modules de 8 (k = 0 …7) des 16 formes d'ondes "émission-réception", $\beta_{kk'}(\tau)$, relatives à la voie désirée #k' = 0, obtenues à partir des formes d'onde de la figure 2. Elles mettent en évidence, comparativement aux courbes obtenues en CDMA (figure 5), d'une part la marge sur la plage d'échantillonnage, et d'autre part la largeur des pics $\gamma_{kk'}(\tau)$ obtenus sur la voie désirée (largeur de l'ordre de $(2T_s - T_g)$, avec un palier maximum constant sur une durée Tg), dû au fait que les formes d'ondes $\phi_{k'}(\tau)$ sont à bande-étroite (de l'ordre de $\Delta f = W/N'$).*

Notes :

1) si l'échantillonnage était en avance de δ par rapport au délai de propagation, soit $\tau_0 = \tau_0 - \delta \in [\tau_0 - T_g\ ;\ \tau_0$, le déphasage qu'estimerait sans biais la boucle serait On aurait en effet un déphasage θ_{des}. supplémentaire (introduit par le coefficient $T_s\,\beta_{kk'}(-\delta) = exp[-j(2\pi f_{k'}\delta)$ variant linéairement avec le numéro k' de la sous-porteuse. Ainsi, si l'on dispose de plusieurs voies #k' (plusieurs sous-porteuses pilotes), on pourra à partir de l'ensemble des phases $\hat{\theta}_{\{k'\}}$ estimées sur chaque voie k' retrouver conjointement la phase du θ_0, et l'avance d'échantillonnage.
2) l'algorithme mono-voie standard considéré ici estime la phase du canal de propagation en n'exploitant qu'une seule voie de symboles, #k', après démultiplexage (*i.e.* après TFD). Rappelons tout de même qu'en OFDM, une classe importante d'algorithmes d'estimation (du retard, du décalage de fréquence...)

travaille directement à partir du signal multi-voie complet reçu, $r(t)$, en exploitant la redondance introduite par le préfixe cyclique [4]. Par exemple, l'argument de la fonction de corrélation entre les échantillons du préfixe cyclique et ceux de la fin du symbole traduit l'incrément de phase, du moins tant que le canal est mono-trajet...

4. Comportement en présence de trajets secondaires

On considère désormais le canal complet avec L trajets (1), de retards τ (ordonnés en ordre croissant) connus, et d'amplitudes complexes $\alpha_l(t) = \rho_l(t).e^{j\theta l(t)}$ (initialement bien estimés). Le signal reçu en bande de base est :

$$r(t) = \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_l(t)\, x(t-\tau_l) + n(t) \qquad (21)$$

4.1. Caractéristiques générales

On suppose le récepteur constitué du même filtre de réception que précédemment (section 3), avec en sortie :

$$z_{k'}(t) = T_s \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{m} a_{k[m]} \cdot \chi_{k,k'}(t - mTs) + \eta_{k'}(t) \qquad (22)$$

où de manière générale : $\chi_{k,k'}(\tau) = (\beta_{kk'} * h)(\tau)$
et pour un canal à L trajets :

$$\chi_{k,k'}(\tau) = \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_l(t).\beta_{kk'}(\tau - \tau_l) \qquad (23)$$

$\chi_{k,k'}(\tau)$ représente ici la forme d'onde de la chaîne globale "Emission/Canal/Réception" (E/C/R), de la voie $\#k$ vers la voie $\#k'$ incluant le canal. Elle résulte de la superposition de L versions retardées, atténuées et déphasées de la forme E/R de l'équipement, $\beta_{kk'}(t)$.

Considérons le résultat de l'échantillonnage $Z_{k'[m]} = Z_{k'}(t_0 + mT_s)$ obtenu aux instants $t_m = t_0 + m.T_s$, où le choix du décalage t_0 sera discuté ultérieurement pour les cas spécifiques CDMA et OFDM. On a:

$$\begin{aligned} z_{k'[m]} = {} & \underbrace{a_{k'[m]}.T_s\,\chi_{k'k'}(t_0)}_{utile} + \underbrace{\eta_{k'[m]}}_{bruit} \\ & + \underbrace{T_s \sum_{n\neq m} a_{k'[n]}.\chi_{k'k'}(t_0 + (m-n)T_s)}_{IES_{k'}} \\ & + \underbrace{T_s \sum_{n} \underbrace{\sum_{k\neq k'} a_{k[n]}.\chi_{kk'}(t_0 + (m-n)T_s)}_{IEV_{k'}\{m-n\}}}_{IEV_{k'}} \end{aligned} \qquad (24)$$

L'échantillon $Z_{k'[m]}$ contient des termes d'interférence provenant de la même voie $\#k'$, notés $IES_{k'}$, ou provenant des voies autres que $\#k'$, notés $IEV_{k'}$. Ces termes apparaissent par l'intermédiaire des coefficients $\chi_{k,k'[n]} = Ts\ \chi_{k,k'}(t_0 + nT_s))$, qui dépendent cette fois du canal, et pas seulement des formes d'onde des équipements E/R. Le 1er terme de droite dans l'équation (24) est le seul construit à partir du symbole désiré, pondéré par le coefficient $\chi_{k,k'}(t_0)$: il représente entièrement la partie "utile" pour la détection, mais il n'en sera pas forcément de même pour la synchronisation, comme nous le verrons en 4.2. En terme de synchronisation, si on utilise une boucle à remodulation dont le signal d'erreur $\nu_{\varepsilon[m]}$ est construit à partir des échantillons de la voie $\#k'$, $Z_{k'[m]} = Z_{k'}(t_0+mTs)$, selon l'algorithme standard (10), on peut se demander, conjointement au choix du délai d'échantillonnage t_0 : quelle phase adéquate θ_{des}, en fonction des paramètres du canal, doit on chercher à estimer ? Le sens du mot "adéquation" étant pris au sens d'intérêt pour le récepteur, mais également de possibilité, c'est à dire de qualité de l'estimation $\hat{\theta}$ de θ_{des} délivrée par la boucle. Nous allons répondre spécifiquement pour les cas CDMA et OFDM, mais avant cela, établissons l'expression générale du bruit de boucle (N_p), et de la S-courbe, $Sp(\varepsilon)$ qui composent le signal d'erreur. Les symboles et le bruit étant décorrélés, les termes de bruit additif et d'interférence ($IES_{k'}$ et $IEV_{k'}$) ne génèrent que du bruit de boucle, noté (en omettant l'indice [m]) :

$$N_p = Im\{(\eta_{k'} + IES_{k'} + IEV_{k'}).\hat{a}^*_{k'}.e^{-j\hat{\theta}}\} \qquad (25)$$

La S-courbe, qui représente l'espérance de ν_ε (Cf (10)) conditionnellement à des valeurs fixes de $\hat{\theta}$, ne provient que du 1° terme de droite (partie utile pour la détection) de la formule (24), et est donnée par :

$$S_p = A^2 T_s.Im\{\chi_{k'k'}(t_0).e^{-j\hat{\theta}}\} \qquad (26)$$

La forme de la S-courbe dépend donc uniquement du coefficient $T_s\chi_{k'k'}(t_0)$, qui représente l'échantillonnée de la mise en forme émission-réception convoluée par le canal, et regroupe donc les contributions des différents trajets, selon (23). Le point d'équilibre stable (obtenu pour $S_p = 0$) coïncidera donc avec la phase qui affecte les symboles désirés de la voie :

$$\hat{\theta}_{eq} = Arg\{\chi_{k'k'}(t_0)\} \qquad (27)$$

Voyons maintenant ce que l'on peut en déduire pour les cas spécifiques CDMA et OFDM.

4.2. en CDMA : une boucle par trajets ?

En CDMA, grâce à la large-bande des formes d'ondes d'émission, et à la localisation en temps des fonctions

d'auto-corrélations $\gamma_{k'k'}(\tau) = \beta_{k'k'}(\tau)$, on peut chercher à poursuivre individuellement les phases de chaque trajet θ_l, en faisant une boucle par trajet. L'intérêt est clair pour le récepteur CDMA, qui pourra utiliser la connaissance des phases de chaque trajet pour améliorer la détection.

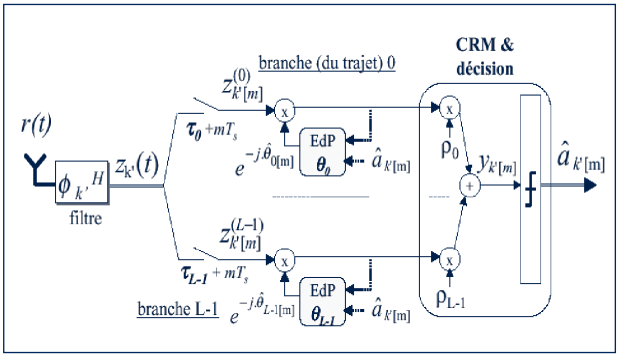


Figure 8. Schéma (équivalent) de synchronisation des phases des trajets et de détection dans un Récepteur Rake en CDMA.

La partie synchronisation du récepteur est formée alors de L boucles de synchronisation construites selon le schéma standard dupliqué (à priori non-optimal pour estimer les L phases, mais relativement simple), en réglant le délai d'échantillonnage $t_0^{(1)}$ de la boucle numéro *#l* sur le délai du trajet l, soit : $t_0^{(1)} = \tau$. Sur la branche *#l*, la variable discrète $z_{k'[m]}^{(l)} = z_{k'}(\tau_l + mT_s)$ obtenue par échantillonnage approprié en sortie du filtre de réception, est utilisée de manière standard pour construire le signal d'erreur $v_{\varepsilon[m]}^{(l)}$.

La partie "détection" du récepteur doit être revue pour prendre en compte l'aspect multi-trajet. Nous considérons ici par défaut le détecteur "Rake" qui forme la variable de décision $\gamma_{k'[m]}$ de la voie *k'* en faisant une Combinaison cohérente à Rapport signal à bruit Maximum (CRM) des échantillons $z_{k'[m]}^{(l)}$ en sortie des L branches, soit :

$$y_{k'[m]} = \sum_{l=0}^{L-1} z_{k'}(\tau_l + mT_s).\rho_l.exp(-j\hat{\theta}_{l[m]})$$

On se concentre maintenant sur la boucle de synchronisation du *l' ème* trajet. Pour réaliser le Rake, il est nécessaire que la boucle estime $\theta_{des} = \theta_{l'}$, en minimisant l'erreur : $\varepsilon_{[m]}^{(l')} = \theta_{l'[m]} - \hat{\theta}_{l'[m]}$. Le coefficient $\chi_{k'k'}(\tau_0)$ (avec ici $t_0 = \tau_{l'}$), qui intervient dans la S-courbe $S_p^{(l')}(\varepsilon_l)$ ((26 et (23) avec $(\beta = \gamma)$ est donné par :

$$\chi_{k'k'}(\tau_{l'}) = \rho_{l'} e^{j\theta_{l'}}.\gamma_{k'k'}(0). + \sum_{l \neq l'} \rho_l e^{j\theta_l}.\gamma_{k'k'}(\tau_{l'} - \tau_l) \quad (28)$$

On voit donc que le déphasage θ_{eq} (27) affectant le symbole utile, égal à l'argument de $\chi_{k'k'}(\tau_{l'} - t_l)$, correspond bien au déphasage du trajet " *l'* " lorsque l'approximation habituelle en CDMA, $\gamma_{k'k'}(\tau_{l'} - t_l) \approx 0$, $l \neq l'$, est valable. Avec des codes présentant des lobes secondaires d'auto-corrélation négligeables par rapport au pic principal, l'approximation est en effet valable du moment que les trajets voisins sont suffisamment espacés vis à vis du temps chip, car alors $\gamma_{k'k'}(\tau_{l'} - t_l)$ devient négligeable. Pour l'ensemble des boucles, il faut donc des trajets "résolus", c'est à dire dont les écarts soient au moins de l'ordre de T_e.

En conclusion, les L boucles de re-modulation standards permettront de bien suivre les phases des trajets dans la mesure où ceux-ci sont résolus et que les codes utilisés ont de bonne propriétés d'auto-corrélation. On aura tout de même une variance d'estimation (obtenue à partir de (25) augmentée par rapport au cas mono-trajet, en raison de l'interférence (d'accès multiple principalement, et à l'intérieur d'un même symbole) induite (Cf. figure 9).

Cependant, si il y a des trajets non résolus (ou encore de codes ayant des auto-corrélations médiocres) le point d'équilibre stable de la boucle peut être influencé par les autres trajets, ce qui entraînerait un biais d'estimation, comme le montre l'expression de la S-courbe :

$$S_P^{(l')}(\varepsilon_{l'}) = A^2.T_s.\rho_{l'}.\gamma_{k'k'}(0).sin(\varepsilon_{l'}) + \underbrace{Im\{A^2.T_s.\sum_{l \neq l'} \rho_l.e^{j(\theta_l - \hat{\theta}_{l'})}\gamma_{k'k'}(\tau_{l'} - \tau_l)\}}_{IET} \quad (29)$$

Dans ce cas en effet, $S_P^{(l')}(0) \neq 0$, à cause du terme d'interférence entre les trajets "IET", indiqué en (29). Le point d'équilibre stable de la boucle *#l'* serait alors donné par : $\hat{\theta}_{eq} = \theta_{l'} - \varepsilon_{eq}$, où le biais ε_{eq} est tel que $S_P^{(l')}(\varepsilon_{eq}) = 0$.

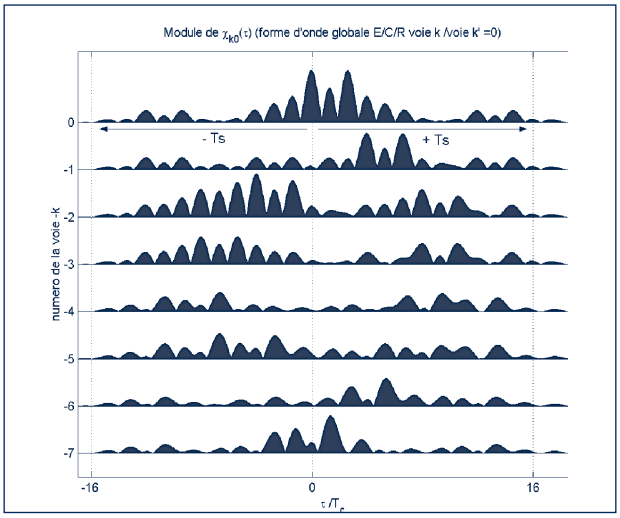


Figure 9. Exemple de formes d'ondes E/C/R $\chi_{kk'}(\tau)$ en CDMA avec 2 trajets.

Illustration : *la figure 9 présente les modules de 8 (k = 0 …7) des 16 formes d'ondes "émission-canal-réception", $\chi_{kk'}(\tau)$, relatives à la voie désirée #k' = 0, obtenues avec un canal à 2 trajets espacés de $\Delta\tau = 2{,}5\ T_c$, de même amplitude, mais déphasés de $\Delta\theta = \pi/6$. Elles mettent en évidence, en comparaison aux courbes obtenues avec 1 seul trajet (figure 5), l'apparition d'interférence entre voies, surtout au retard nul, et une légère interférence entre symboles (en + ou – T_s).*

4.3. En OFDM : une estimation par sous-porteuse ?

En présence de trajets multiples, le récepteur conventionnel OFDM (discuté en section 3.2.3) réalise toujours un échantillonnage synchrone à un seul point par symbole. On ne cherche donc pas ici à recombiner de manière cohérente les trajets, qui de toute manière ne sont pas résolus (vis à vis cette fois de T_s) puisqu'on ne bénéficie pas de l'aspect large-bande. Mais on bénéficie par contre du maintien de l'orthogonalité des formes d'ondes au travers du canal. En effet, les termes d'IES et d'IEV sont d'après (24) des combinaisons linéaires des coefficients :

$$\chi_{kk'}(t_0 + i.T_s) = \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_l(t).\beta_{kk'}(t_0 + i.T_s - \tau_l), \quad i \in Z$$

Pour un étalement du canal $\Delta\tau = {}_{t-1} - \tau_0$ inférieur au temps de garde, T_g , il est facile de vérifier qu'avec un délai d'échantillonnage t_0 choisi égal à celui du premier trajet, $t_0 = \tau_0$, ou bien encore choisi dans une plage à gauche, telle que $t_0 = \tau_0 \in\ ]-T_g + \Delta\tau\ ;\ 0]$, tous les coefficients mis en jeux (hormis l'utile, correspondant à $k = k'$ et $i = 0$) sont nuls, et qu'il n'y a donc pas d'interférence. En effet, d'après la discussion initié en 3.2.3 sur le support limité de $\beta_{kk'}(\tau)$ et le maintien de l'orthogonalité (20) sur toute une plage grâce au préfixe cyclique, on déduit que le coefficient qui porte le symbole désiré s'évalue à partir de $T_s\beta_{kk'}(t_0 - \tau_l) = e^{j2\pi f_{k'}(t_0-\tau_l)}$ puisque $(t_0 - \tau_l) \in]-T_g; 0], \forall l$. Ainsi :

$$\chi_{kk'}(t_0) = \frac{1}{T_s} e^{j2\pi f_{k'} t_0} \cdot \underbrace{\sum_{l=0}^{L-1} \alpha_l(t).e^{-j2\pi f_{k'}\tau_l}}_{H_{k'}} \qquad (30)$$

Ce coefficient n'est autre que, au déphasage $2\pi f_{k'}t_0$ près, la Transformée de Fourier (TF) de la R.I. du canal analogique de propagation $h(\tau)$, prélevée à la fréquence $f_{k'} = k'.\frac{W}{N}$ et que l'on notera : $H_{k'}$. D'où le simple modèle sans interférence obtenue en sortie de la TFD du récepteur OFDM :

$$z_{k'[m]} = a_{k'[m]}.e^{j2\pi f_{k'}t_0}.H_{k'} + \eta_{k'[m]}$$

Illustration : *la figure 10 présente les modules de 8 (k = 0,7) des 16 formes d'ondes "émission-canal-réception", $\chi_{kk'}(\tau)$, relatives à la voie désirée #k' = 0,*

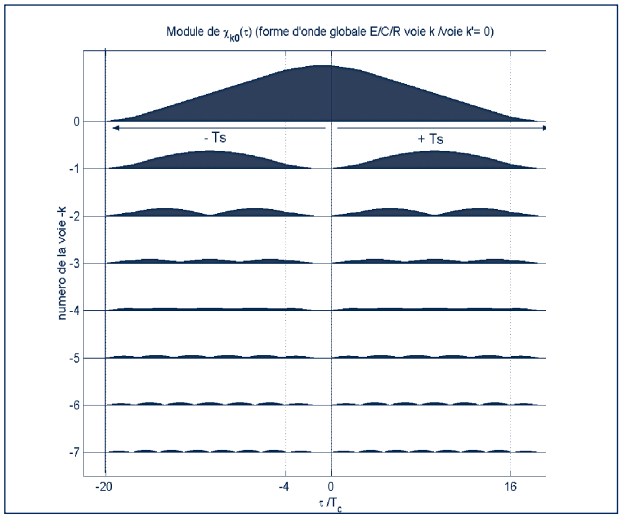


Figure 10. Exemple de formes d'ondes E/C/R $\chi_{kk'}(\tau)$ en OFDM (N = 16,4, v = 4) avec 2 trajets .

obtenues avec un canal à 2 trajets espacés de $\Delta\tau = 2{,}5\ T_c$, de même amplitude, déphasés de $\Delta\theta = \pi/6$. Elles mettent en évidence, comparativement aux courbes obtenues en CDMA (figure 9), l'absence d'interférence tant que l'écart de délai entre les trajets est inférieur au temps de garde (avec échantillonnage idéal).

Ainsi la boucle de phase sur la voie # va estimer la phase $\theta_{des} = Arg\{\chi_{k'k'}(t_0)\}$ (correspondant à θ_{eq} (27)) affectant les symboles de la voie *#k'*, qui s'exprime par :

$$\theta_{des} = 2\pi f_{k'}t_0 + Arg\{H_{k'}\}$$

Cette phase est égale (au déphasage $2\pi f_{k'}\ t_0$) à la phase de la fonction de transfert analogique prélevée sur la sous-porteuse visée. Elle correspond donc à la phase du "macro-trajet" équivalent pour la voie *#k'*, résultant de la superposition des trajets non-résolus.

L'estimation se fera sans biais, et avec une qualité d'estimation $\varepsilon = \theta_{des} - \hat{\theta}$ comparable au cas mono-trajet (absence d'interférence), avec la S-courbe :

$$S_P(\varepsilon) = A^2.|H_{k'}|.sin(\varepsilon)$$

Finalement en OFDM, la boucle à remodulation donnera de très bonnes performances, comparables à celles obtenues dans le cas mono-trajet mono-voie. Son utilisation pose tout de même le problème du grand nombre *(K)* de termes de phase à estimer, puisque une boucle ne réalise l'estimation que pour une sous-porteuse *#k'* donnée. Le problème complet revient à estimer la phase (ou l'amplitude complexe lorsque le module intervient dans la modulations de base, autre que QPSK) de la fonction de transfert du canal pour les différentes fréquences. Néanmoins, on pourra exploiter le fait que les coefficients complexes, $H_{k'}$, ne résultent que de quelques *(2L)*

paramètres que sont les amplitudes complexes et les retards des trajets, pour faire l'estimation globale du canal à partir de seulement quelques sous-porteuses pilotes bien réparties (du style une par bande de cohérence du canal).

5. Amélioration de l'algorithme standard en CDMA pour des trajets non-résolus

5.1. Discussion

On se focalise dorénavant sur le cas CDMA, dans une situation où l'on doit suivre de rapides variations de phases du canal, avec des trajets qui ne sont pas tous résolus. Nous avons vu que le détecteur d'erreur de phase (DEP) standard avait un fonctionnement dégradé avec des trajets non-résolus, car alors la sortie du DEP relative à 1 trajet pouvait dépendre fortement des autres trajets (avec en plus un bruit de boucle augmenté à cause de l'IEV induite). Il serait donc intéressant de pouvoir réduire l'effet des autres trajets, qui se traduit par un terme d'IET dans la S-courbe donnée en équation (29).

Une manière simple d'y parvenir pourrait consister à reconstruire le terme d'IET et à le soustraire à la sortie du DEP de la boucle de phase. Cependant, une telle technique n'est pas forcément adéquate pour un contexte de rapides variations de canal, car la mise à jour du terme de correction nécessite un parfait suivi des phases mais aussi des amplitudes des trajets. Nous allons décrire ici une stratégie différente [6] : elle exploite le fait que les trajets sont invariants sur la durée du "slot'', afin de rendre une "correction'' insérée dans la boucle de phase, Indépendante des variations des Phases ou des Amplitudes des trajets. Cette "correction'', basée sur le concept de préfiltrage ne nécessite aucune adaptation, et permet de maintenir à zéro le terme d'IET lorsque les délais sont fixes.

5.2. Introduction d'un préfiltre dans la boucle

On s'intéresse par défaut à la boucle associée au trajet *#l'*. ***Conceptuellement,*** l'introduction d'un préfiltre de R.I. $p(\tau)$ dans la boucle de phase *#l'* revient à séparer le chemin de traitement de la synchronisation de phase, de celui de la détection. On obtient alors un schéma (figure 11) modifié par rapport au schéma standard (figure 3).

Le signal d'erreur est toujours construit selon (10), mais en remplaçant l'échantillon $z_{k'}(.)$ par l'échantillon pré-filtré $\tilde{z}_{k'}(mT_s+\tau_{l'})$ Ainsi, formellement, c'est toujours (au travers du canal) la forme d'onde E/R $\gamma_{k'k'}(\tau)$ qui conditionne la détection, mais c'est une forme d'onde E/R/P corrigée par le préfiltre qui conditionne la synchronisation, avec $\tilde{\gamma}_{kk'}(\tau)=(\gamma_{kk'}{}^{*}\, p)(\tau)$. Cela donne des degrés de liberté dans l'optimisation des 2 tâches.

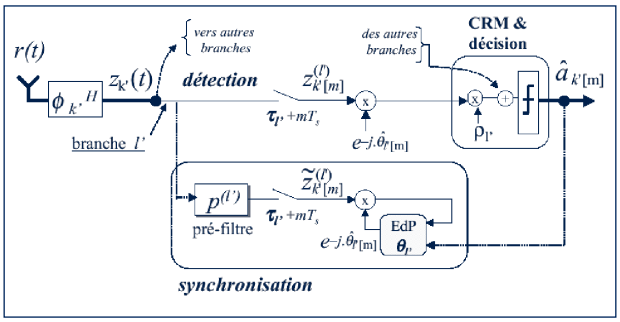


Figure 11. Structure (formelle) du récepteur utilisant un pré-filtre dans la boucle de synchronisation (l'ème branche).

Plusieurs critères sont possibles pour calculer les coefficients du préfiltre. Dans tous les cas, pour annuler le biais, il faut contraindre la nouvelle S-courbe, donnée en (29) en remplaçant $\gamma_{kk'}$ par $\tilde{\gamma}_{kk'}$, à zéro : $\tilde{S}_P^{(l')}(0)=0$ (Cf. figure 13.b). Cette condition nécessite, pour un coefficie$\tilde{\gamma}_{kk'}(0)$ réel, de forcer à zéro le terme d'IET. Si on veut de plus que cette annulation soit indépendante des variations de phases ou d'amplitudes, il faut contraindre la forme d'onde corrigée (E/R/P) de telle sorte qu'elle présente une amplitude nulle *aux positions* de chaque trajet adjacent, soit : $\tilde{\gamma}_{kk'}(\tau_{l'}-\tau_l)=0, \forall l' \neq l$ (Cf. figure 12.b). Le calcul des coefficients du pré-filtre est détaillé dans [6], et la solution rappelée dans [8]. Dans les illustrations ci-dessous, le préfiltre utilisé a une durée d'environ $T_s/3$.

L'insertion d'un préfiltre exploitant la non-variation des délais des trajets adjacents (en mode burst) peut ainsi apporter une solution à la poursuite de variations rapides de phase, qui ne souffre plus de problème de biais d'estimation (Cf. figure 15). Une telle stratégie peut-être utilisée tant que le nombre de trajets reste faible. La poursuite améliorée des phases pourrait être couplée à la poursuite des variations des amplitudes. Elle peut aussi servir d'autres détecteurs plus sophistiqués que le Rake, du moment que ceux-ci ont une utilisation explicite des phases (et amplitudes) des trajets.

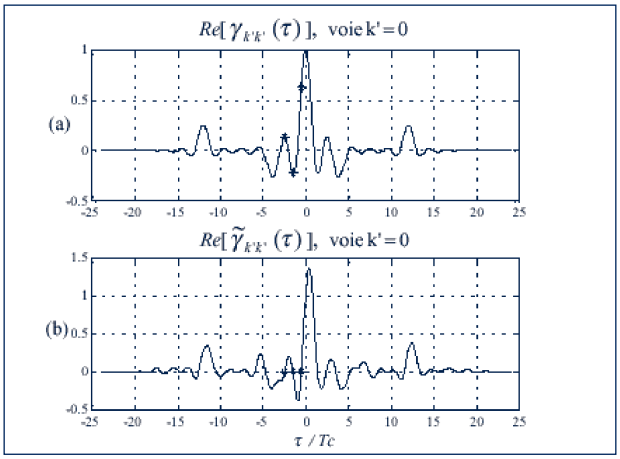


Figure 12. (a) forme d'onde E/R désirée $\gamma_{kk'}(\tau)$ et (b) version préfiltrée E/R/P.

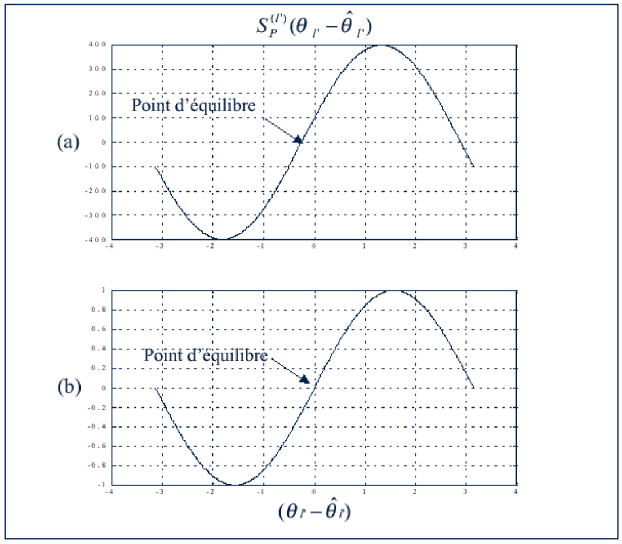


Figure 13. S-courbe obtenue : (a) sans préfiltre et (b) avec préfiltre.

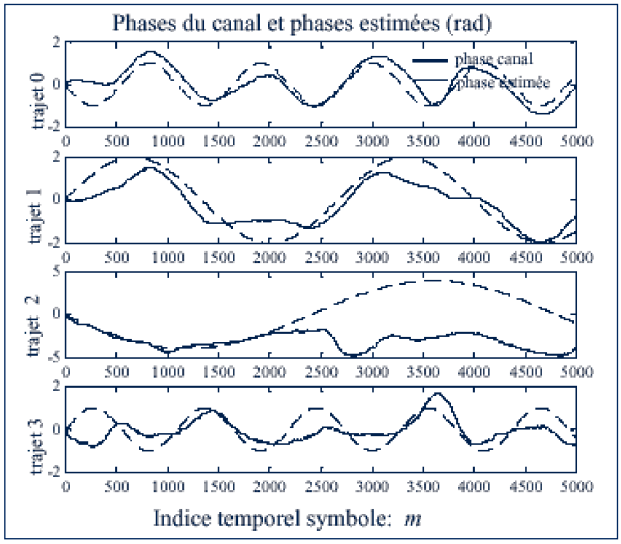


Figure 14. Poursuite des phases avec la boucle du 2ème ordre standard (sans préfiltre), E_b/N_0 = 20 dB.

Illustration de l'annulation de biais : *La figure 12 illustre l'effet du préfiltre sur la partie réelle de la fonction d'équipement E/R désirée initiale, $\gamma_{k'k'}$, pour un canal en lien descendant composé de 4 trajets avec les délais relatifs de 0, 0.5T_c, 1.5T_c, et 2.5T_c, et des amplitudes de 0 dB, -0.9dB, -4.9dB et –8dB. Sans le préfiltre, la partie (a) de la figure 12 montre que la fonction E/R initiale, construite à partir d'une séquence de Walsh-Hadamard (embrouillée), n'est pas très performante du point de vue de la synchronisation : les valeurs d'auto-corrélations non-négligeables aux retards chips non nuls, induiront clairement de l'interférence entre trajets importante avec de tels trajets. Pour le trajet désiré l' = 0, la partie (b) de la figure 12 montre l'effet du préfiltre, qui force à zero la forme d'onde préfiltrée (E/R/P) aux points $\tau_0 - \tau_1$, $\tau_0 - t_2$ et $\tau_0 - t_3$ (indiqués par une "*"sur la figure). La figure 13 montre la S-courbe du DEP optimisé (partie (b)), en comparaison avec la S-courbe du DEP standard (a). Pour le DEP standard, on note que le passage à zéro de la S-courbe ne se fait pas à l'origine, mais à $(\theta_0 - \theta_{0eq}) \approx -0{,}25$rad. Il y aura en conséquence un biais statique sur l'estimation de phase (pour un scénario statique du canal). Pour la S-courbe du DEP optimisé grâce au préfiltre, le passage à zéro est ramené à l'origine, permettant une estimation sans biais.*

Illustration en dynamique: *Les figures 14 et 15 illustrent respectivement les performances en poursuite des boucles standard et améliorée, supposées bien initialisées, pour un scénario avec K = 5 utilisateurs, le canal de 4 coefficients mentionné, un rapport E_b/N_0 de 20 dB. Nous montrons les phases poursuivies et les vraies phases du canal de chaque trajet. La simulation est réalisée avec des modèles de phases sinusoïdaux $\theta_l(t) = \Delta\theta_l \sin(2\pi f_g^{(l)} t)$, de fréquence de gigue f_g égales à –220Hz , 90Hz, -50Hz, 220Hz pour les trajets 1 à 4, ce*

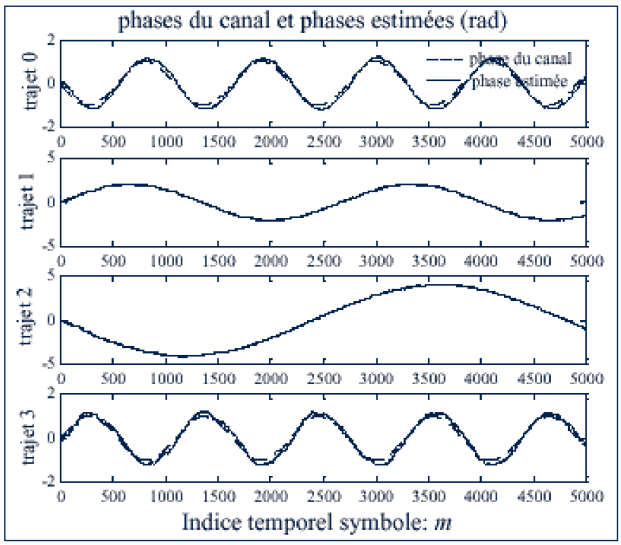


Figure 15. Poursuite des phases avec la boucle du 2ème ordre améliorée (avec préfiltre), E_b/N_0 = 20 dB.

qui permet de "balayer" différents scénarios de Doppler pouvant se produire en mode TDD de l'UMTS, pour une vitesse du mobile de v_m = 120 Km/h .

Les coefficients des filtres de boucle $f_B^{(l)}$ sont choisis (Cf. annexe A.1) pour obtenir des boucles du second ordre, de facteur d'amortissement ζ = 0,7 et de fréquence propre f_n = 500 Hz pour chaque boucle, ce qui permettrait en pratique de suivre de rapides variations aléatoires de phase. On voit qu'avec un tel scénario de trajets non-résolus, la boucle standard est en échec (sauf peut-être pour le trajet #0 avec un biais évolutif, ou dans la portion initiale du trajet #2), alors que la boucle améliorée grâce au préfiltre réalise une poursuite tout à fait correcte.

6. Conclusion générale

Nous sommes partis d'un algorithme standard (en contexte mono-trajet et mono-utilisateur) de poursuite de phase à l'aide des décisions et avons discuté de son adéquation en contexte à L trajets et K voies. Malgré un formalisme de modulation identique, l'utilisation possible de l'algorithme (pour un canal multi-trajet identique décrit dans une bande W) prend un aspect très différent selon les caractéristiques des formes d'ondes.

En CDMA, on profite au maximum de la résolution temporelle que permet l'importante largeur de bande W, en vue de distinguer les trajets et de faciliter une recombinaison cohérente. L'algorithme standard peut être utilisé pour poursuivre directement (1 boucle par trajet) les phases des trajets de propagation, mais avec une variance d'estimation qui se dégrade avec le nombre d'utilisateurs en raison d'une orthogonalité brisée par les trajets multiples, et un problème de biais d'estimation qui peut apparaître si les trajets ne sont pas bien résolus. Nous avons présenté une possibilité de résoudre ce dernier problème dans le cas où les délais ne varient pas, grâce à l'insertion d'un préfiltre dans la boucle de phase. Cela permet de donner des degrés de liberté à la tâche de synchronisation, relativement à celle de détection, afin d'obtenir une indépendance vis à vis des trajets adjacents, et de tolérer l'utilisation de codes peu performants du point de vue de la synchronisation mais intéressants pour la détection (comme les codes à base des séquences de Walsh-Hadamard, très souvent utilisés).

En OFDM, on a un comportement complètement différent puisque les formes d'ondes sont bande-étroite (de largeur $W/(N+\nu)$ par voie), ce qui ne permet pas de distinguer les trajets. Le récepteur conventionnel s'affranchit par contre complètement du problème d'interférence par la suppression du préfixe cyclique introduit à l'émission : tout se passe comme si chaque voie de symboles était affectée par un canal mono-trajet d'amplitude complexe différente d'une voie (sous-porteuse) à l'autre. L'algorithme standard est alors capable de bien estimer la phase "résultante" et pourra être associé à une estimation d'ensemble des paramètres, afin de ne pas être répété pour chacune des K sous-porteuses. En contre-partie, rappelons qu'une telle stratégie bande-étroite avec insertion / suppression d'un préfixe cyclique (sans filtre adapté au canal en réception) rend extrêmement sensible aux évanouissements (Cf. [5], [2]), qui se produisent lorsque le macro-trajet d'une sous-porteuse $\#k$ résulte d'une combinaison destructive des L trajets $(H_k = 0)$ à la fréquence de cette sous-porteuse.

ANNEXES

1. Annexe : performance d'une boucle de phase

De manière générale, d'un point de vue statique (pour θ constant), le signal d'erreur d'une boucle de phase peut se décomposer en un terme certain (S_p), fonction de l'erreur de phase $\varepsilon_{[m]} = \theta_{[m]} - \hat{\theta}_{[m]}$, appelé S-courbe, et d'un terme aléatoire centré (N_p), qui représente le bruit de boucle :

$$\nu_{\varepsilon[m]} = S_P(\varepsilon) + N_{P[m]}$$

Par définition :

- la S-Courbe est obtenue en calculant l'espérance du signal d'erreur ν_ε conditionnellement à des valeurs fixes de l'erreur de phase $(\varepsilon_{[m]} = \varepsilon)$:

$$S_P(\theta - \hat{\theta}) \triangleq E\{\nu_{\varepsilon[m]} \mid \theta - \hat{\theta}\} \qquad (31)$$

  Expérimentalement, $S_p(\varepsilon)$ est obtenu en boucle ouverte en mesurant la moyenne temporelle du signal d'erreur, pour une valeur connue arbitraire fixe de θ à l'entrée, et une valeur fixe de réglée à $\hat{\theta} = \theta - \varepsilon$.
- le bruit de boucle est donc : $N_{p[m]} = \nu_{\varepsilon[m]} - S_p(\varepsilon)$, il est dans les cas idéaux indépendant de ε.

Dans un contexte de faibles variations d'erreur de phase (régime de poursuite), les performances d'une boucle de phase se déduisent des caractéristiques du détecteur d'erreur de phase. On peut en effet [1] linéariser la S-courbe autour de son point d'équilibre stable, ε_{eq}, obtenu (condition nécessaire) pour $S(\varepsilon_{eq}) = 0$. On a alors :

$$S(\varepsilon) = D.(\varepsilon - \varepsilon_{eq}) \qquad (32)$$

où D est la pente (positive) autour du point d'équilibre stable. Il est souhaitable que $\varepsilon = 0$ soit un point d'équilibre stable, c'est à dire que $S(0) \triangleq E\{\nu_{\varepsilon[m]} \mid \varepsilon = 0\} = 0$. Notons que dans le cas contraire, ε_{eq} est différent de 0 et il correspond à un biais d'estimation, amena$(E\{\hat{\theta}\})$ moyenne à une $\hat{\theta}_{eq} = \theta - \varepsilon_{eq}$ n $\hat{\theta}_{eq} = \theta$ u de .

Avec le modèle linéaire (et avec l'approximation d'un bruit de boucle non corrélé), la variance de l'erreur d'estimation, pour une phase θ statique, est donnée par :

$$\sigma^2_{\varepsilon_{Np}} = E\{(\varepsilon - \varepsilon_{eq})^2\} = 2 B_p . T_s . \frac{\sigma^2_{N_P}}{D^2} \qquad (33)$$

où $\sigma^2_{N_p}$ est la variance du bruit de boucle, et $B_p.T_s$ est la bande de boucle, qui se calcule à partir des éléments du filtre de boucle. Pour obtenir une boucle de fonction de

transfert $H_B(z)=\frac{\hat{\Theta}(z)}{\Theta(z)}$ du second ordre, on peut prendre un filtre de boucle de R.I. f_B donné par :

$$f_B(z)=K_1+\frac{K_2}{1-z^{-1}} \qquad (34)$$

où K^1 et K^2 sont les coefficients du filtre de boucle, qui permettent de régler le facteur d'amortissement, ζ, et la fréquence propre, f_n $(<< 1/Ts)$, de la boucle, selon :

$$f_n.T_s=\frac{\sqrt{DK_2}}{2\pi} \qquad (35)$$

$$\zeta=\frac{(K_1+K_2)\sqrt{D}}{2\sqrt{K_2}} \qquad (36)$$

La bande de boucle (du 2nd ordre) est donnée [1] par :

$$B_p.T_s=\frac{2K_2+K_1D.(2K_1+K_2)}{2[4K_1-K_1D.(2K_1+K_2)]}\approx 2\pi f_nT_s(\zeta+\frac{1}{4\zeta})$$

D'un point de vue dynamique (pour θ variable), l'erreur d'estimation est aussi dûe au mauvais suivi des variations de θ, lorsque la fréquence propre f_n est insuffisante. La variance d'erreur supplémentaire dans l'approximation linéaire est donnée par :

$$\sigma^2_{\varepsilon_\theta}=\int_{-1/2T_s}^{+1/2T_s}\Gamma_\theta(f).|1-H_B(e^{j2\pi fT_s})|^2\,df \qquad (37)$$

où $\Gamma_\theta(f)$ est la densité spectrale de la phase variable θ.

Ainsi, lorsque θ varie et en présence de bruit additif, un compromis doit être fait dans le choix de f_n, selon (37) d'une part et (33) d'autre part.

Références

[1] U.MENGALI, A.N. D'ANDREA, *"Synchronization techniques for digital receivers"*, Plenum press, 1997.

[2] Z. WANG, G.B. GIANNAKIS, *"Wireless multicarrier communications: where Fourier meets Shannon"*, IEEE Signal Processing Magazine, vol 47, n° 3, pp 29-48, May 2000.

[3] T. KELLER, L. PIAZZO, P. MANDARINI, L. HANZO, *"Orthogonal Frequency Division Multiplex Synchronization Techniques for Frequency-Selective Fading Channels"*, IEEE Journal on Selected areas in comm., vol 19, n° 6, pp. 999-1008, June 2001.

[4] J.J. VAN DE BEEK, M. SANDELL, P.O. BÖRJESSON , *"ML estimation of timing and frequency offset in OFDM systems"*, IEEE Trans on Signal Processing, vol 45, n° 7, pp 1800-1805, July 1997.

[5] B. MUQUET, Z. WANG, G.B. GIANNAKIS, M. DE COURVILLE, P. DUHAMEL, *"Cyclic-prefixing or Zero-Padding for wireless multicarrier transmissions? "*, IEEE Trans. Communications, vol 50, n° 12, pp 2136-2148, December 2002.

[6] E. SIMON, K. RAOOF, L. ROS, *"Synchronization over rapidly time-varying multipath channels for CDMA downlink receiver in time-division mode"*, EUSIPCO, September 2004, Vienna, Austria.

[7] L. ROS, G. JOURDAIN, M. ARNDT, *"Interpretations and Performances of linear receiving in downlink TD-CDMA and Multi-Sensor extension"*, Annals of telecommunications, vol 56, n° 5-6, pp 275-290, May-June 2001.

[8] L. ROS, E. SIMON, Y. NASSER, *"Synchronisation de phase relative aux variations d'un canal à trajets multiples pour un récepteur radio-mobile à modulation linéaire opérant en mode Burst"*, recueil des Journées d'Etudes SEE, Paris, juin 2004.

Les auteurs

Laurent Ros a obtenu son diplôme d'ingénier Supélec en 1992, et son doctorat (en Signal/Télécom) de l'INPG en 2001. De 1992 à 1995, il a travaillé comme scientifique du contingent à la DCN Toulon puis comme ingénieur R&D au CNET Lannion dans le domaine des transmissions radio BF pour les sous-marins. De 1995 à 1999, il a travaillé en tant que chef de projet puis responsable d'équipe R&D chez l'équipementier télécom Sodielec à Millau, sur les traitements de signaux en bande de base. De 1999 à 2001, il a effectué une thèse au Laboratoire des Images et des Signaux (LIS) de Grenoble sur la réception multi-capteur en CDMA, en collaboration avec France-Télécom R&D Meylan. Depuis 2002, il est maître de conférence à l'ENSERG pour l'enseignement, et au LIS pour la recherche.

Eric Simon a obtenu son diplôme d'ingénieur de l'Ecole Supérieure de Chimie Physique Electronique de Lyon en 1999 (option électronique traitement de l'information), son diplôme de DEA spécialité Signal Image Parole Télécom en 2000, puis son doctorat de l'Institut National Polytechnique de Grenoble (Télécom) en Novembre 2004. Son sujet de DEA a porté sur l'ajustement spectral par maximum de vraisemblance. Depuis 2001, son domaine de recherche au Laboratoire des Images et des Signaux concerne la synchronisation dans un environnement multi-utilisateur de signaux modulés par étalement de spectre pour un canal multi-trajet.

Youssef Nasser a obtenu son diplôme d'ingénierie en Informatique et Télécommunications en 2002 à l'université libanaise (Beyrouth, Liban) et son diplôme d'études approfondies en Signal, Image Parole et Télécom à l'Institut National Polytechnique de Grenoble. Il travaille maintenant pour l'obtention de son doctorat en même spécialité au Laboratoire d'Electronique et de Technologies de l'Information au CEA Grenoble. Ses intérêts de recherches sont centrés sur la théorie des communications, l'étalement de spectre, les communications radio mobiles, les communications par courants porteurs de lignes et la synchronisation.

Available at
www.ElsevierComputerScience.com
POWERED BY SCIENCE DIRECT®

Signal Processing 85 (2005) 705–715

SIGNAL PROCESSING

www.elsevier.com/locate/sigpro

Delayed two-streams division, a diversity technique to improve signal transmission in relatively fast flat fading channels ☆

Mohammad Ali Khalighi[a], Laurent Ros[b,*]

[a] *Institut d'Électronique et de Télécommunications de Rennes (IETR), France*
[b] *Laboratoire des Images et des Signaux (LIS) de Grenoble, BP46, 38402 Saint-Martin d'Hères, France*

Received 17 November 2003; received in revised form 1 September 2004

Abstract

We consider in this paper a combination of data symbols that serves to provide time diversity and to reduce flat fading effect at receiver, when no other source of diversity is available. This technique, called delayed two-streams division (D2SD), is particularly interesting in relatively fast fading channels. By D2SD, the stream of the data symbols is divided into two substreams, the symbols of which are *mixed* pairwise together, and transmitted through the channel by a sufficiently long time delay between each pair. At receiver, a simple detector based on maximum likelihood criterion is used to "equalize" the symbol combination made at transmitter. The presented results show that with the negligible complexity added to the system, and while implying no loss in the spectral efficiency nor any increase in the transmit power, D2SD permits to obtain a considerable improvement in the receiver performance. Selection of the design parameters of D2SD is discussed for different cases of fading statistics, based on the bit error probability criterion.
© 2004 Elsevier B.V. All rights reserved.

Keywords: Fading channels; Rayleigh fading; Ricean fading; Convolutive precoding; Modulation diversity; Code division multiple-access (CDMA)

1. Introduction

Fading mitigation in wireless channels has been one of the most challenging issues in recent years. To prevent the degradation of the signal transmission quality due to time-varying multipath propagation, diversity techniques are usually employed [6,14]. When, due to the limitation of cost or size, mitigation techniques based on space or polarization diversity cannot be used, the only solution may be to take use of time-diversity-based techniques. Among them, we can mention channel coding, *convolutive precoding*, and *modulation diversity* techniques. Convolutive precoders induce

☆ Parts of this work have been presented in International Symposium on Signal Processing and its Applications (ISSPA), June 2003, Paris, France [12].

*Corresponding author. Tel.: +33 4 7682 6257; fax: +33 4 7682 6384.
E-mail address: laurent.ros@lis.inpg.fr (L. Ros).

0165-1684/$ - see front matter © 2004 Elsevier B.V. All rights reserved.
doi:10.1016/j.sigpro.2004.10.020

an artificial channel delay dispersion by spreading the (equivalent) channel impulse response, and average over the fading process [10,13,24,25]. Modulation diversity techniques (also called constellation procoding or signal space diversity) take advantage of channel time selectivity by transforming the signal constellation [2,3,5,15,22].

To effectively reduce fading effect when using channel coding, we have to use low-rate codes with interleaving, or to use concatenated codes that require complex decoding [23]. Techniques like trellis coded modulation [4] also need complex decoding. On the other hand, convolutive procoders impose long delays in signal transmission [24,25] and require a complex equalization of the equivalent channel [10,24,25]. Also, when channel is quasi-static, the complexity of the receiver remains the same. Modulation diversity techniques, in turn, need complex demodulation, while increasing the size of channel alphabet [7].

In this paper, we propose a technique, named delayed two-streams division (D2SD), permitting to reduce considerably the fading effect. It can in fact be considered as a kind of modulation diversity with a diversity order of $L = 2$. It consists of a particular combination of data symbols implying no loss in spectral efficiency, and is of special interest in relatively fast fading channels. The idea of D2SD was taken from code division multiple access (CDMA) [16,21] and a previous work on the subject [10]. The important contributions of our work are notably providing a simple structure for the optimal maximum likelihood (ML) detector, as well as providing tight upper and lower bounds on the corresponding bit error probability. Also, we study the performance improvement for different cases of fading statistics.

The paper is organized as follows. We present in Section 2 the D2SD combination scheme. Then, we provide in Section 3 the detector structure and expressions for the upper and lower bounds on the error probability. Performance analysis of the proposed method is performed in Section 4 for some particular channel realizations, as well as for the cases of Rayleigh and Ricean fading channels. Finally, some conclusions and discussions conclude the paper. We consider single-user communication and BPSK modulation throughout the paper. Also, we consider the conditions of flat fading where we do not dispose of the source of delay diversity that we have in frequency selective channels [9,16,18]. We assume that the communication channel is perfectly known at receiver.

2. D2SD

Consider the stream of uncorrelated BPSK symbols $a \in \{+1, -1\}$ with the symbol duration T_b. It is first split into two half-rate streams S_1 and S_2 of source symbols with the duration $T_s = 2T_b$. Let us denote the symbols corresponding to S_1 and S_2 by a_1 and a_2, respectively. We have:

$$a_1[m] = a[2m-1], \quad a_2[m] = a[2m], \quad m = 1, 2, \ldots . \tag{1}$$

Next, the symbols of S_1 and S_2 are combined in such a way that in a *phase* P^+ we transmit the sum of a pair of symbols $a_1[m] + a_2[m]$, and in a phase P^- the subtraction of them, $a_1[m] - a_2[m]$. We further introduce a delay of $(NT_s + T_b)$ in the transmission of P^- relative to P^+. The combination of symbols is depicted in Fig. 1. Due to a reason related to signal detection at receiver that will be explained in Section 4, we introduce further a *mixture factor* $\mu\,(0 \leqslant \mu \leqslant 1)$ in our combination. In this way, the transmit *combined-symbols* $b^+[m]$ and $b^-[m]$ in phases P^+ and P^- will be:

$$b^+[m] \triangleq a_1[m] + \mu a_2[m],$$

$$b^-[m] \triangleq \mu a_1[m] - a_2[m]. \tag{2}$$

When transmitted through the channel, the combined symbols in phases P^+ and P^- will

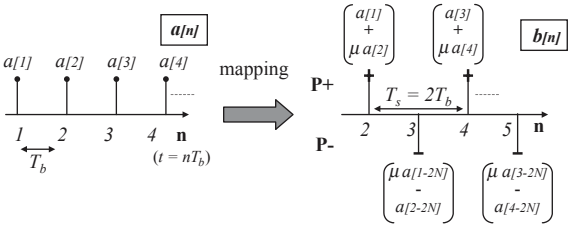


Fig. 1. D2SD: combination of source symbols and division in two phases with insertion of the delay $(2N + 1)T_b$.

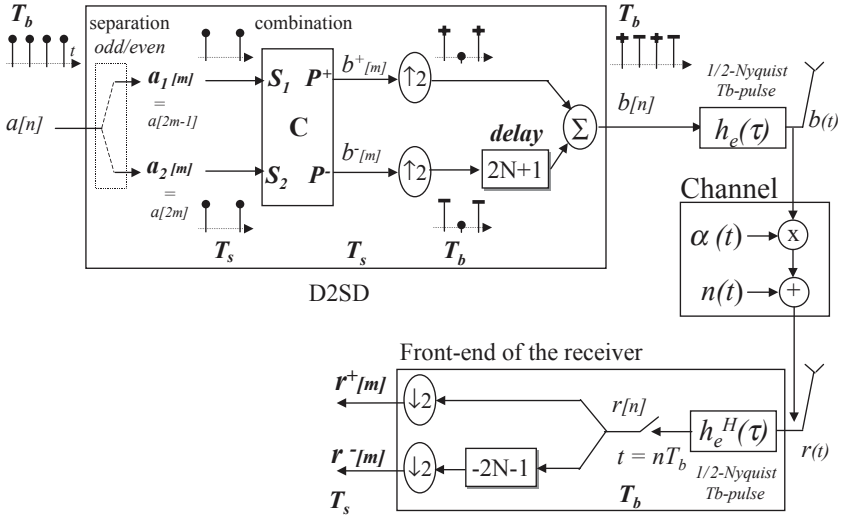


Fig. 2. D2SD: symbol combination, baseband model of transmission, and the receiver front-end.

undergo different channel fades. So, the information of $a[\mathsf{n}]$, duplicated in two phases P^+ and P^-, undergoes the channel fades $\alpha[\mathsf{n}]$ and $\alpha[\mathsf{n}+2N+1]$, respectively.[1] Consider the baseband transmit signal as in (3):

$$b(t) = T_b \sum_{\mathsf{n}} b[\mathsf{n}] h_e(t - \mathsf{n}T_b), \tag{3}$$

where $b[\mathsf{n}]$ is the sample of the transmit signal at time $\mathsf{n}T_b$:

$$b[\mathsf{n}] = \begin{cases} b^+[m] & \text{for } \mathsf{n} = 2m, \\ & \mathsf{n} = 1, 2, \ldots \\ b^-[m-N] & \text{for } \mathsf{n} = 2m+1, \end{cases} \tag{4}$$

and $h_e(\tau)$ is the half-Nyquist filter at transmitter, designed for a rate $1/T_b$. The baseband equivalent complex received signal affected by fading and complex additive white Gaussian noise (AWGN) $n(t)$ is:

$$r(t) = \alpha(t)\, b(t) + n(t). \tag{5}$$

After the receiver half-Nyquist filter and synchronized sampling at time instants $\mathsf{n}T_b$, we obtain:

$$r[\mathsf{n}] = \alpha[\mathsf{n}]\, b[\mathsf{n}] + n[\mathsf{n}], \tag{6}$$

where $n[\mathsf{n}]$ is complex AWGN with the variance σ^2. The block diagram of Fig. 2 illustrates the D2SD transmission scheme including the combination of source symbols, the baseband representation of transmitted signal, and the receiver front-end (before signal detection).

Let us now use the *polyphase* representation of the received signal. In accordance with our previous notations, we use superscripts $.^+$ and $.^-$ to distinguish between two phases. So, samples of the received signals corresponding to the combined-symbols $b^+[m]$ and $b^-[m]$ will be[2]

$$\begin{aligned} r^+[m] &\triangleq r[\mathsf{n} = 2m] \\ &= \alpha^+[m] b^+[m] + n^+[m], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r^-[m] &\triangleq r[\mathsf{n} = 2m + 2N + 1] \\ &= \alpha^-[m] b^-[m] + n^-[m], \end{aligned} \tag{7}$$

where $\alpha^+[m] = \alpha[2m]$ and $\alpha^-[m] = \alpha[2m + 2N + 1]$. Also, n^+ and n^- are the noise samples in two phases. The block diagram of Fig. 3 shows the polyphase representation of D2SD transmission.

[1] Notice the inserted delay between the corresponding combined-symbols.

[2] Notice that although we introduced a time delay of $(2N+1)T_b$ between the corresponding combinations of each pair of source symbols, the detection problem at receiver becomes in fact that of an instantaneous mixture of them while imposing a delay in signal detection (the *negative* delay shown in Figs. 2 and 3).

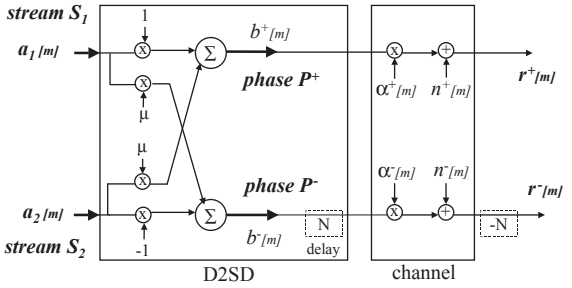


Fig. 3. Polyphase representation of D2SD transmission.

To simplify further our notations, hereafter, we will not specify the (symbol) time index $[m]$. Assuming the conditions of relatively fast fading, with a reasonable value of N (regarding the required delay in signal transmission), α^+ and α^- will be independent random variables. Defining the vectors $\underline{r} = \begin{bmatrix} r^+ \\ r^- \end{bmatrix}$, $\underline{b} = \begin{bmatrix} b^+ \\ b^- \end{bmatrix}$, and $\underline{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$, and using (7) and (2), we can write:

$$\underline{r} = \boldsymbol{G}\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n^+ \\ n^- \end{bmatrix} \quad \text{with:} \quad \boldsymbol{G} = \begin{bmatrix} \alpha^+ & \mu\alpha^+ \\ \mu\alpha^- & -\alpha^- \end{bmatrix}. \tag{8}$$

We further define the matrix $\boldsymbol{C}$ as follows:

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 1 & \mu \\ \mu & -1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{G} = \begin{bmatrix} \alpha^+ & 0 \\ 0 & \alpha^- \end{bmatrix}\boldsymbol{C}. \tag{9}$$

There is a tight analogy between the D2SD and CDMA signaling [21]: we can consider our transmission scheme like the combination of the symbols of two users in a multiple access channel. In this way, the symbols in streams S_1 and S_2 belong to users #1 and #2, respectively. The phases P^+ and P^- can hence be regarded as chips #1 and #2. However, in contrast to CDMA, here we introduced a delay of $(2N+1)T_b$ in the transmission of P^+ and P^-, and also introduced the mixture factor μ. By this analogy, $\boldsymbol{C}$ can in fact be regarded as a matrix of non-binary orthogonal codes[3], whereas $\boldsymbol{G}$ can be seen as the matrix of non-orthogonal codes due to the fading effect, although we have flat fading conditions. Hence, at receiver, our problem is similar to that of multi-user detection; with multiple-access interference but without inter-symbol interference.

[3]Concerning chips #1 and #2, we have unequal power for each user code, but equal power for the ensemble of users.

3. Detector structure

For a non-fading channel, or a very slowly varying channel where the channel coherence time $\tau_c \gg NT_s$ for a pre-defined N, we have $\alpha^+ \approx \alpha^-$ and so, $\boldsymbol{G}$ remains orthogonal. The detection of symbols is easy in this case, and is done in an optimum manner by the matched filter (MF) $\boldsymbol{G}^{\mathrm{H}} = \alpha^*\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}$, where superscripts $.^{\mathrm{T}}$, $.^{\mathrm{H}}$ and $.^*$ denote transpose, transpose-conjugate, and complex conjugate, respectively. In other words, D2SD is *transparent* to non-fading channels.

Let us consider the general case of fading channel, i.e., $NT_s \geqslant \tau_c$. We assume that the channel is estimated perfectly at receiver, and hence, α^+ and α^- are known exactly. We choose the optimum ML detector to detect a_1 and a_2 from the received signal $\underline{r}$ and propose a very simple implementation for it. As we will see later in Section 3.1, the ML detection is done at the output of the MF to "channel + code", $\boldsymbol{G}^{\mathrm{H}}$, which gives the sampled signal at rate $1/T_s$ on the recovered streams S_1 and S_2:

$$\underline{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \boldsymbol{G}^{\mathrm{H}}\begin{bmatrix} r^+ \\ r^- \end{bmatrix} = \boldsymbol{\Gamma}\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n'_1 \\ n'_2 \end{bmatrix}, \tag{10}$$

where

$$\boldsymbol{G}^{\mathrm{H}} = \begin{bmatrix} \alpha^{+*} & \mu\alpha^{-*} \\ \mu\alpha^{+*} & -\alpha^{-*} \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\Gamma} \triangleq \boldsymbol{G}^{\mathrm{H}}\mathbf{G} = \begin{bmatrix} |\alpha^+|^2 + \mu^2|\alpha^-|^2 & \mu(|\alpha^+|^2 - |\alpha^-|^2) \\ \mu(|\alpha^+|^2 - |\alpha^-|^2) & \mu^2|\alpha^+|^2 + |\alpha^-|^2 \end{bmatrix}. \tag{11}$$

$n'[.]$ is the noise sample at the MF output and $|.|$ denotes modulus.

3.1. Maximum likelihood detection of data symbols

Let $\hat{a}_1$ and $\hat{a}_2$ be the hard decisions made by the ML detector on the transmitted symbols a_1 and a_2.

It is straight forward to show that for jointly ML detection of (a_1, a_2), we have to look for $(\hat{a}_1, \hat{a}_2)$ that minimize the following expression.[4]

$$\omega = |r^+ - (\alpha^+\hat{a}_1 + \mu\alpha^+\hat{a}_2)|^2 + |r^- - (\mu\alpha^-\hat{a}_1 - \alpha^-\hat{a}_2)|^2. \quad (12)$$

After some manipulations, while neglecting constant terms that do not depend on $\hat{a}_1$ nor on $\hat{a}_2$, the ML detection reduces to the maximization of the function Ω:

$$\Omega = \hat{a}_1\Re\{y_1\} + \hat{a}_2\Re\{y_2\} - \hat{a}_1\hat{a}_2\mu(|\alpha^+|^2 - |\alpha^-|^2) \quad (13)$$

$\Re\{.\}$ denotes the real part operator. Let us define

$$\rho' = \mu(|\alpha^+|^2 - |\alpha^-|^2). \quad (14)$$

It can be shown that the detector outputs, or in other words, the jointly optimal hard decisions on (a_1, a_2), are obtained from (15), in which sgn(.) is the sign function and |.| the absolute value [17](Fig. 4).

$$\hat{a}_1 = \mathrm{sgn}\big(\Re\{y_1\} + \tfrac{1}{2}|\Re\{y_2\} - \rho'| - \tfrac{1}{2}|\Re\{y_2\} + \rho'|\big),$$

$$\hat{a}_2 = \mathrm{sgn}\big(\Re\{y_2\} + \tfrac{1}{2}|\Re\{y_1\} - \rho'| - \tfrac{1}{2}|\Re\{y_1\} + \rho'|\big). \quad (15)$$

Notice that $|\Omega(\hat{a}_1, \hat{a}_2)|$ can be considered as a measure of reliability of the decision in (15).

3.2. Error probability

A closed-form expression for the exact error probability P_e cannot be obtained. We provide, instead, expressions for an upper and a lower bound on P_e. For a given pair of source symbols (a_1, a_2), the error probability on each one will be different, depending on the channel gains (α^+, α^-) corresponding to the combined symbols (b^+, b^-). Let us denote the error probabilities on a_1 and a_2 by P_{e,a_1} and P_{e,a_2}, respectively, resulting from the joint ML detection of this pair of symbols. Inspiring by the approach of Verdù in the case of multiuser detection [21], we provide in the following, bounds on these probabilities as a function of (α^+, α^-) [17]. Let us first define the following probabilities:

$$P'_{1,a_1} = \frac{1}{2}\mathrm{erfc}\left(\sqrt{\frac{|\alpha^+|^2 + \mu^2|\alpha^-|^2}{\sigma^2}}\right), \quad (16)$$

$$P'_{2,a_1} = \frac{1}{2}\mathrm{erfc}\left(\sqrt{\frac{|\alpha^+|^2(\mu+1)^2 + |\alpha^-|^2(\mu-1)^2}{\sigma^2}}\right), \quad (17)$$

$$P'_{3,a_1} = \frac{1}{2}\mathrm{erfc}\left(\frac{\sqrt{|\alpha^+|^2(\mu-1)^2 + |\alpha^-|^2(\mu+1)^2}}{\sigma^2}\right), \quad (18)$$

where $\mathrm{erfc}(x) = 2/\sqrt{\pi}\int_x^\infty \mathrm{e}^{-t^2}\,\mathrm{d}t$, and $\sigma^2 = 2N_0/T_b$.

The upper and lower bounds on P_{e,a_1}, denoted by P_{upper,a_1} and P_{lower,a_1}, are:

$$P_{\mathrm{upper},a_1} = P'_{1,a_1} + \frac{P'_{2,a_1}}{2} + \frac{P'_{3,a_1}}{2},$$
$$P_{\mathrm{lower},a_1} = \max\left\{P'_{1,a_1}, \frac{P'_{2,a_1}}{2}, \frac{P'_{3,a_1}}{2}\right\}. \quad (19)$$

By interchanging α^+ and α^- in (16), (17), (18) we obtain P'_{1,a_2}, P'_{2,a_2}, and P'_{3,a_2}, the corresponding probabilities for a_2. Meanwhile, we notice that $P'_{2,a_2} = P'_{3,a_1}$ and $P'_{3,a_2} = P'_{2,a_1}$. The upper and lower bounds on P_{e,a_2} are then:

$$P_{\mathrm{upper},a_2} = P'_{1,a_2} + \frac{P'_{2,a_2}}{2} + \frac{P'_{3,a_2}}{2},$$
$$P_{\mathrm{lower},a_2} = \max\left\{P'_{1,a_2}, \frac{P'_{2,a_2}}{2}, \frac{P'_{3,a_2}}{2}\right\}. \quad (20)$$

The error probability P_e, averaged on a pair of (a_1, a_2) is:

$$P_e = \frac{P_{e,a_1} + P_{e,a_2}}{2} \quad (21)$$

and the upper and lower bounds P_{upper} and P_{lower} on P_e are as follows.

$$P_{\mathrm{upper}} = \frac{P_{\mathrm{upper},a_1} + P_{\mathrm{upper},a_2}}{2},$$
$$P_{\mathrm{lower}} = \frac{P_{\mathrm{lower},a_1} + P_{\mathrm{lower},a_2}}{2}. \quad (22)$$

[4] Here the ML detection is equivalent to generalized likelihood ratio test (GLRT) detection [20].

We will see that these bounds are tight enough and quite useful in studying the receiver performance.

4. Performance analysis of D2SD

To study the performance of D2SD, we first consider some particular channel realizations in Section 4.1, before treating the cases of Rayleigh and Ricean fading in Sections 4.3 and 4.4, respectively.

4.1. Particular channel realizations

4.1.1. Performance evaluation

We provide performance curves in terms of the error probability P_e versus E_b/N_0 for a given channel realization, that is, for a particular pair of channel gains α^+ and α^-. From (8) the "instantaneous" received energy per T_b includes a part relating to a_1 and the other part relating to a_2. We separate the energies corresponding to a_1 and a_2, that we call E_{b1} and E_{b_2}, respectively:

$$E_{b1} = \frac{T_b}{2}\left(|\alpha^+|^2 + \mu^2|\alpha^-|^2\right),$$
$$E_{b2} = \frac{T_b}{2}\left(\mu^2|\alpha^+|^2 + |\alpha^-|^2\right). \quad (23)$$

The *local average* received energy (over a_1 and a_2 symbols) per T_b is then:

$$E_b = \frac{1}{2}(E_{b1} + E_{b2}) = \frac{T_b}{4}\left(|\alpha^+|^2 + |\alpha^-|^2\right)(1+\mu^2) \quad (24)$$

and the *local average* error probability P_e is given by (21).

4.1.2. Impact of the mixture factor μ

The mixture factor μ has an important impact on the receiver performance and should be chosen appropriately. It can in fact be regarded as a "degree of freedom" that we do not dispose in binary CDMA coding, for example. Here, a trade off should be considered in the choice of μ: The closer μ is to 1, the better we can profit in terms of fading reduction, but the interference of the other symbol will be more important too (interference of a_2 in the detection of a_1, for example).

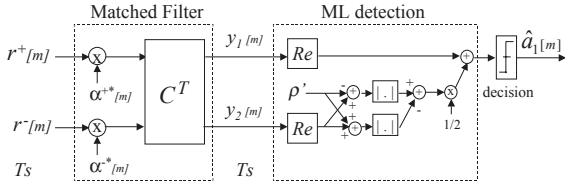


Fig. 4. ML detector giving hard decisions on the transmitted (source) symbols of stream $S_1(a_1)$.

Let us define the factor $f = \alpha^+/\alpha^-$. We want to see the effect of f on the error probability for a given μ. Notice that f close to 1 signifies a small change in the channel gain from the time reference T_b to $(2N+1)T_b$, whereas a large f signifies a deep channel fade in the latter reference time. Fig. 5 shows curves of (upper and lower bounds on) P_e versus E_b/N_0 for $\mu = 0, 0.5, 1$ and different values of f.[5]

$\mu = 0$: No mixture is performed on the symbols of S_1 and S_2 actually, and hence, we see purely the effect of the channel fading on P_e.[6] So, the worst performance is obtained for the same $f(>1)$ as compared to the two other cases. For $f \to \infty$, in high SNR we can decide correctly on a_1 (or a_2) only, and so, $P_e \to \frac{1}{4}$.

$\mu = 1$: We have the maximum fading reduction but the interference is maximum too. So, the performance is better than for $\mu = 0$, but worse than for $\mu = 0.5$, for *large f*. For $f \to \infty$, in high SNR we can decide correctly on a_1 and a_2 only when they are equal, and hence, $P_e \to \frac{1}{4}$.

$\mu = 0.5$: For *large enough f* the performance is better than that for $\mu = 0$ and 1, and the maximum degradation with respect to the no-fading case is about 3–4 dB. For $f \to \infty$ where b^- is lost, the decision on a_1 and a_2 should be performed using only b^+, where in the presence of noise the best performance is obtained for $\mu_{\text{opt}} = 0.5$.

[5]Notice that for $f = 1$ (no fading), the performance of the system is independent of μ, and the optimum decisions on a_1 and a_2 are made after the MF $\boldsymbol{G}^{\text{H}}$ simply. In this case we obtain $P_e = \frac{1}{2}\text{erfc}(\sqrt{E_b/N_0})$.

[6]The error probability for $\mu = 0$ is given by $P_e = (P_{e,a_1} + P_{e,a_2})/2 = \frac{1}{4}\text{erfc}(\sqrt{E_{b1}/N_0}) + \frac{1}{4}\text{erfc}(\sqrt{E_{b2}/N_0})$.

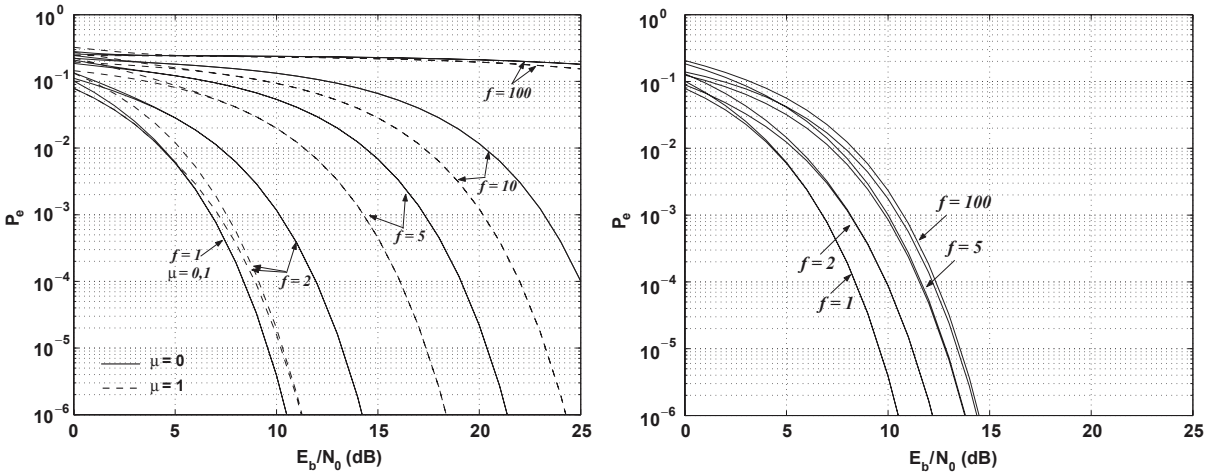


Fig. 5. Impact of μ on D2SD performance, particular channel realization with $f = \alpha^+/\alpha^-$: (a) $\mu = 0, 1$; (b) $\mu = 0.5$.

It could be seen that for $f > 1$ the performances of ZF or MMSE detectors degrade considerably as compared to ML detector, since these solutions consist in inverting (exactly or partially) the matrix $\mathbf{\Gamma}$.

4.2. Case of fading channel

The performance improvement obtained by D2SD depends on the fading statistics. We expect to obtain a more important gain in the case of Rayleigh fading, as compared to Ricean fading, since the former case represents more severe channel variations.

4.2.1. Performance evaluation for a random channel

Remember that regarding the choice of N, i.e. the delay imposed in signal transmission, D2SD is suitable for relatively fast fading channels. So, it is quite reasonable to consider the conditions of ergodic channel, and to consider the *average* error probability $\bar{P}_e = \mathrm{E}\{P_e\}$ for the performance evaluation (E{.} denotes expected value). We should hence use the average received SNR $\bar{E}_b/N_0$ in the performance analysis, with $\bar{E}_b = \mathrm{E}\{E_b\}$ the average received energy per T_b at the receiver input. According to our previous definitions, $\bar{E}_b = (1 + \mu^2)(T_b/2)|\bar{\alpha}|^2$, where $|\alpha|^2 = \mathrm{E}\{|\alpha[\mathsf{n}]|^2\}$.

4.3. Rayleigh fading

4.3.1. Error probability computation

The upper and lower bounds on $\bar{P}_e$ can be computed by means of Monte Carlo simulations using the expressions given in Section 3.2. We can, however, obtain an approximate analytical expression on the upper bound, as explained in the following.

We have $\mathrm{erfc}(x) \leqslant \mathrm{e}^{-x^2}$. By replacing erfc(.) function in (16), (17), (18) by e^{-x^2} we obtain a somewhat looser but still useful upper bound, as we will show. We can now easily average the upper bound over α^+ and α^- from the PDF of $\rho = |\alpha|$, given by (25) for Rayleigh distribution:

$$p(\rho) = 2\rho \exp(-\rho^2). \tag{25}$$

After some manipulations, we obtain the following analytical expression for the new upper bound:

$$P'_{\mathrm{up}} = \frac{1}{4}\left(1 + \frac{1}{\sigma^2}\right)^{-1}\left(1 + \frac{\mu^2}{\sigma^2}\right)^{-1} + \frac{1}{4}\left(1 + \frac{(1+\mu)^2}{\sigma^2}\right)^{-1}\left(1 + \frac{(1-\mu)^2}{\sigma^2}\right)^{-1}. \tag{26}$$

We can further simplify this bound for high SNR where we obtain:

$$P'_{\mathrm{up}} \approx \frac{1}{4}\left(\frac{E_b}{N_0}\right)^{-2}(\mu^{-2}+(1-\mu^2)^{-2})(1+\mu^2)^2,$$
$$\frac{E_b}{N_0} \gg 1. \tag{27}$$

4.3.2. Choice of mixture factor μ

From (27) we obtain the optimal choice of $\mu = 0.53$ minimizing P'_{up}, independently of SNR. However, remember that (27) is valid for high SNR. For low SNR, P'_{up} from (26) as well as P_{upper} and P_{lower} from (22) do depend on SNR. We have shown in Fig. 6 bounds on $\bar{P}_e$ versus μ for four values of $\bar{E}_b/N_0$. Remember the trade off in the choice of μ between the induced interference and the fading reduction. For $E_b/N_0 \geqslant 10\,\mathrm{dB}$, the optimal choice is between 0.52 and 0.57. In lower SNR the exact μ_{opt} depends on SNR, varying between 0.4 and 0.6; however, $\bar{P}_e$ has a poor sensitivity to μ in this interval.

We will take $\mu_{\mathrm{opt}} = 0.55$. Notice that this μ_{opt} is a little larger than 0.5, which was the optimum choice for a channel with no-or-severe fading (see Section 4.1.2 for $f \to \infty$).

Let us compare our result with those in [3,15] for the modulation diversity with the diversity order $L = 2$ under Rayleigh fading. Here, our criterion to find μ_{opt} was to obtain the minimum $\bar{P}_e$. In [3] the optimization criterion for the design of the constellation transformation has been to maximize the minimum product distance between any two points of the transformed constellation. With our notations, by interchanging the columns of $\boldsymbol{C}$, we would obtain $\mu_{\mathrm{opt}} = 2/(1+\sqrt{5}) = 0.618$ (see [3], Paragraph VI.A). In [15] the optimization has been in terms of the channel cut-off rate. The transformation consists of a rotation matrix with the optimum rotation angle ϕ of 29.63° (see [15], Section V). This corresponds to a mixture factor of $\mu_{\mathrm{opt}} = \sin(\phi)/\cos(\phi) = 0.57$. We see that in both works the proposed μ_{opt} is very close to that we obtained for D2SD.

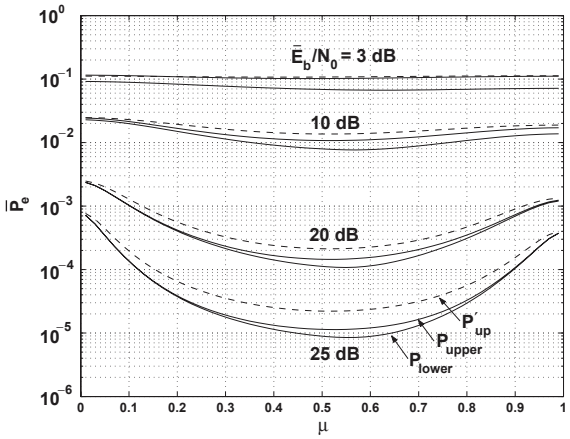


Fig. 6. Effect of μ on the performance of D2SD, Rayleigh flat fading.

4.3.3. Fading reduction; comparison with SISO and SIMO

Taking $\mu_{\mathrm{opt}} = 0.55$, we want to see how much we gain in terms of fading reduction. For this purpose, we compare D2SD with a simple single-antenna system (without any source of diversity) and a double-receive antenna system using maximal ratio combining (MRC) detection. We will call these two cases single-input single-output (SISO) and single-input multiple-outputs (SIMO), respectively. Considering Rayleigh flat fading conditions, Fig. 7 contrasts the performances of D2SD, SISO, and SIMO. For D2SD, the upper and lower bounds on $\bar{P}_e$ are shown versus $\bar{E}_b/N_0$, whereas for the two other cases, we have shown curves of asymptotic $\bar{P}_e$ in high SNR, given below [14].[7]

$$\bar{P}_e \approx \left(\frac{1}{4\bar{E}_b/N_0}\right)^{M_R}\binom{2M_R-1}{M_R}. \tag{28}$$

$M_R = 1$ for SISO and $M_R = 2$ for SIMO and $\binom{P}{Q} = P!/(Q!(P-Q)!)$. Notice that no coding is used for either system. From Fig. 7 we see that our system outperforms the simple SISO in high SNR. It has a degradation of about 3 dB, as compared to the SIMO system. This is, in fact, the very reasonable price paid for the mixture of symbols. The interesting point is that this degradation does not depend on SNR. In other words, the slopes of $\bar{P}_e$ curves, which signifies the order of diversity of the

[7] we assume the conditions of uncorrelated fading on the antenna elements for the case of SIMO system.

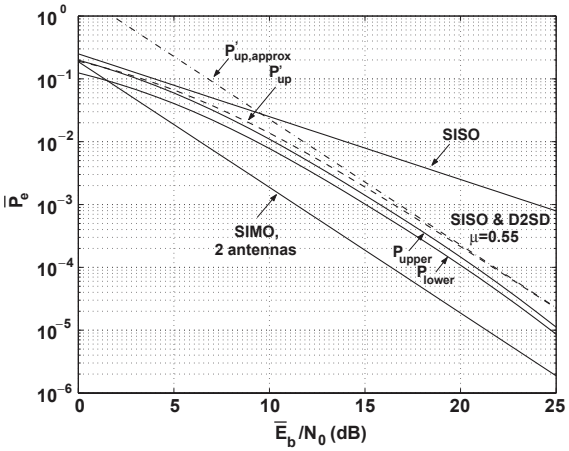


Fig. 7. Performance comparison of D2SD, SISO, and SIMO, Rayleigh flat fading.

system, are almost the same for D2SD and SIMO (see (27) and (28)).[8]

To see the utility of the analytical expressions, we have also shown in Fig. 7 curves of P'_{up} and its approximation in high SNR from (27). It is seen that P'_{up} is quite useful and close to P_{upper}; however, its approximation (for high SNR) is loose for $E_b/N_0 < 10\,\text{dB}$.

4.4. Ricean fading

For Ricean fading channels, the received signal can be considered to be composed of two components; one from line-of-sight (LOS) and the other one from multipath reflections. The former component can be assumed to be almost deterministic and constant, whereas the latter is a randomly varying component. We consider the channel gain α_{Rice} as [8]:

$$\alpha_{\text{Rice}} = \sqrt{\text{RF}} + \sqrt{1-\text{RF}}\,\alpha_{\text{Ray}}, \tag{29}$$

where α_{Ray} is a unit-variance circularly symmetric complex Gaussian random variable representing random channel variations. RF is the ratio of the power received from LOS to the total received power. The usually employed Ricean K-factor [19] is in fact equal to RF/(1−RF). The PDF of $\rho = |\alpha|$, for this case is given by:

$$p(\rho) = \frac{2\rho}{1-\text{RF}}\exp\left(-\frac{\rho^2+\text{RF}}{1-\text{RF}}\right) I_0\left(2\rho\frac{\sqrt{\text{RF}}}{1-\text{RF}}\right), \quad \rho \geqslant 0, \tag{30}$$

where $I_0(.)$ is the modified Bessel function of first kind and zero order. As we did for the case of Rayleigh fading, we replace erfc(.) in the expression of P_{upper} by e^{-x^2} and average it over the PDF of ρ. After some manipulations, we obtain the following analytical expression for the new upper bound P'_{up}, which is looser than P_{upper}.

$$\begin{aligned} P'_{\text{up}} = {} & \frac{\sigma^4/4}{[\sigma^2+(1-\text{RF})][\sigma^2+\mu^2(1-\text{RF})]} \\ & \times \exp\left(-\frac{\text{RF}}{\sigma^2+(1-\text{RF})} - \frac{\mu^2\text{RF}}{\sigma^2+\mu^2(1-\text{RF})}\right) \\ & + \frac{\sigma^4/4}{[\sigma^2+(1+\mu)^2(1-\text{RF})][\sigma^2+(1-\mu)^2(1-\text{RF})]} \\ & \times \exp\left(-\frac{(1+\mu)^2\text{RF}}{\sigma^2+(1+\mu)^2(1-\text{RF})} \right. \\ & \left. - \frac{(1-\mu)^2\text{RF}}{\sigma^2+(1-\mu)^2(1-\text{RF})}\right). \end{aligned} \tag{31}$$

In high SNR this bound is simplified to the following:

$$\begin{aligned} P'_{\text{up}} \approx {} & \frac{1}{4}\left(\frac{E_b}{N_0}\right)^{-2}(\mu^{-2}+(1-\mu^2)^{-2})(1+\mu^2)^2 \\ & \times \exp\left(-\frac{2\text{RF}}{1-\text{RF}}\right), \quad \frac{E_b}{N_0} \gg 1. \end{aligned} \tag{32}$$

Note that for RF = 0 (Rayleigh fading), we find the same expression of (27).

4.4.1. Choice of mixture factor μ

We have shown in Fig. 8 curves of upper and lower bounds on $\bar{P}_e$ versus μ for five values of RF and $\bar{E}_b/N_0 = 10\,\text{dB}$. RF = 100% represents the LOS channel. It is seen that to obtain the best fading reduction, μ should be increased for

[8] Notice that since here we consider the performance in terms of $\bar{E}_b/N_0$ at receiver, the corresponding curve for SIMO system can also be considered as to belong to a double-transmit-antennas system, performing MRC detection at receiver by using Alamouti coding, for example [1,11]. Notice also that D2SD with $\mu = 1$ may be regarded as a *transposition* of the Alamouti code [1] to the case of a single-antenna system.

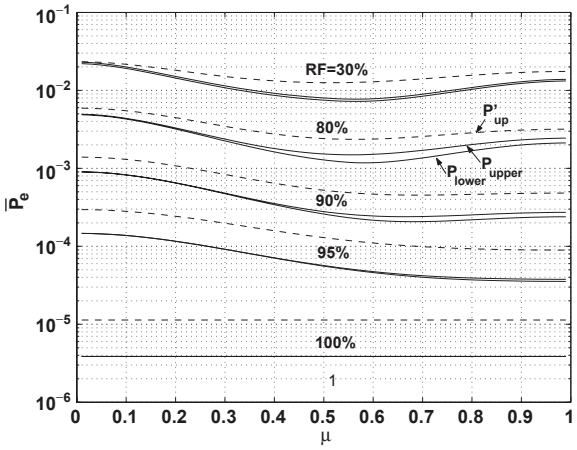


Fig. 8. Choice of μ, Ricean flat fading, $\bar{E}_b/N_0 = 10\,\mathrm{dB}$.

increased RF. If the LOS contribution is not too high (RF $<$ 90%) μ_{opt} is between 0.55 and 0.65. For negligibly fading channels (RF $>$ 90%) μ_{opt} is close to 1. As a matter of fact, with less signal fading, the MF matrix $\boldsymbol{G}$ will be "more orthogonal." So, the effect of the interference will be less important, and a larger mixture factor μ can be chosen. This is in accordance with the results of Section 4.1: we can see from Fig. 5 that for $f = 2$, $\mu = 1$ results in a better performance than $\mu = 0$ or 0.5. We have also shown in Fig. 8 curves of P'_{up}. We see that this bound is quite useful as long as RF is not too large. The important difference P'_{up} and P_{upper} for RF $= 100\%$ is due to the difference of erfc(x) and e^{-x^2}.

5. Discussion and conclusions

For a simple single-antenna communication system D2SD with $\mu \geqslant 0.5$ provides an interesting gain in the system performance, whatever the channel statistics. This improvement is achieved at the cost of a negligible complexity and without any additional cost in the transmit power and with no loss in spectral efficiency. The choice of the imposed delay in signal transmission depends on the rapidity of channel variations. For this delay to be reasonable, D2SD is appropriate for relatively fast fading channels. Notice that this is also the case for the techniques of interleaved coding and modulation diversity. D2SD may not be considered as an alternative to channel coding. However, as compared to the case of interleaved coding, by D2SD we need much less redundancy to be added to data bits to obtain the same performance. On the other hand, D2SD is of considerable reduced complexity, as compared to concatenated codes.

In D2SD we focused on the diversity order of $L = 2$ since by this choice we add a very negligible complexity to the system. Specially, this choice implies a delay of only τ_c in the signal transmission (emission/reception). For larger L values, a better performance can be obtained, but the resulting system would not be suitable for a real-time or duplex signal transmission. As an example, for an indoor mobile radio application (which most often corresponds to the flat fading case [16]) with $f_0 = 5\,\mathrm{GHz}$ and a speed of about a 5 km/h, τ_c which is the imposed delay for $L = 2$, is in the order of 40 ms. In the following we contrast our work with the convolutive precoding and modulation diversity approaches.

5.1. Comparison with convolutive precoders

D2SD is quite advantageous to the precoding techniques of Wittenben [24] and Wornell [25] regarding the complexity and the induced delay in signal transmission/detection. If for example, we compare the results of Fig. 7 with those of Wornell [25], to obtain $P_e \approx 10^{-4}$ at $\bar{E}_b/N_0 \approx 20\,\mathrm{dB}$, the required precoder length is about $20\tau_c$. D2SD, however, needs a delay of τ_c only. Another advantage of D2SD is that despite convolutive precoders that require the noise variance in the *fading equalizer* section, it does not require the noise power for the detection of symbols. So, D2SD does not suffer from a mismatch in the noise power, as it may be the case for the convolutive precoders. Also, D2SD needs the channel gain in only two time instants for the detection of each pair of symbols, in contrast to much more time instants required by convolutive precoders for fading equalization. So, it should reasonably be much less sensitive to channel estimation errors.

5.2. Comparison with previous works on modulation diversity

Although D2SD can be regarded as a special case of modulation diversity techniques, in this work we provided several interesting contributions. We provided the ML detector with a simple structure, which permits to detect the symbols separately. In contrast, the universal lattice decoder in [22], which is more general and more complex to implement, is based on the (joint) detection of vectors of symbols or in other words, the detection of "signal points". The work of Rainish [15], on the other hand, considers the bound on the cut-off rate of the ML detector, but treats only linear (suboptimal) detectors such as the MMSE detector. We also provided upper and lower bounds on the symbol error probability, and showed that they are tight enough, and hence, very useful for the performance analysis of the detector. We provided precisions on the choice of the mixture factor μ in different fading conditions including Ricean fading. In most of the references, only the classical case of Rayleigh fading is considered.

References

[1] S.M. Alamouti, A simple transmit diversity technique for wireless communications, IEEE J. Select. Areas Commun. 16 (8) (October 1998) 1451–1458.

[2] K. Boullé, J.C. Belfiore, Modulation schemes designed for the Rayleigh fading channel, Proceedings of CISS, Princeton, NJ, March 1992.

[3] J. Boutros, E. Viterbo, Signal space diversity: a power- and bandwidth-efficient diversity technique for the Rayleigh fading channel, IEEE Trans. Inform. Theory 44 (4) (July 1998) 1453–1467.

[4] D. Divsalar, M.K. Simon, The design of trellis coded MPSK for fading channels: performance criteria, IEEE Trans. Commun. 36 (9) (September 1998) 1004–1012.

[5] X. Giraud, J.C. Belfiore, Constellations matched to the Rayleigh fading channel, IEEE Trans. Inform. Theory 42 (1) (January 1996) 106–115.

[6] W.C. Jakes, Microwave Mobile Communications, Wiley, New York, 1974 (reprinted by IEEE Press, 1998).

[7] B.D. Jeličić, S. Roy, Design of a trellis coded QAM for flat fading channels, IEEE Trans. Veh. Technol. 44 (1) (February 1995) 192–201.

[8] M.A. Khalighi, J.M. Brossier, G. Jourdain, K. Raoof, On capacity of Ricean MIMO channels, Proceedings of PIMRC Symposium, San Diego, CA, vol. A, September–October 2001, pp. 150–154.

[9] M.A. Khalighi, K. Raoof, G. Jourdain, Capacity of multi-antenna time-dispersive channels subject to fading, Proceedings of the 18th GRETSI Conference, Toulouse, France, September 2001, pp. 129–132.

[10] M.A. Khalighi, K. Raoof, G. Jourdain, A simple prefiltering to increase the capacity of fading channels, Proceedings of the International Conference on Telecommunications, ICT, Beijing, China, vol. 2, June 2002, pp. 653–657.

[11] M.A. Khalighi, K. Raoof, G. Jourdain, Capacity of wireless communication systems employing antenna arrays a tutorial study, Wireless Personal Commun. 23 (3) (December 2002) 321–352.

[12] M.A Khalighi, L. Ros, A clever combination of transmit symbols to reduce flat fading effect, Proceedings of the International Symposium on Signal Processing and its Applications (ISSPA), Paris, France, vol. 1, June 2003, pp. 293–296.

[13] H.V. Poor, G.W. Wornell, Wireless Communications, Signal Processing Perspectives, Prentice-Hall, New Jersey, 1998.

[14] J.G. Proakis, Digital Communications, third ed., McGraw-Hill, New York, 1995.

[15] D. Rainish, Diversity transform for fading channels, IEEE Trans. Commun. 44 (12) (December 1996) 1653–1661.

[16] L. Ros, G. Jourdain, M. Arndt, Interpretation and performances of linear reception in downlink TD-CDMA and multi-sensor extension, Ann. Telecommun. 56 (5/6) (May–June 2001) 275–290.

[17] L. Ros, M.A. Khalighi, D2SD: a diversity technique to improve signal transmission in flat fading channels, Internal Report # 01/2004, LIS Laboratory, May 2004.

[18] A.M. Sayeed, B. Aazhang, Joint multipath-doppler diversity in mobile wireless communications, IEEE Trans. Commun. 47 (1) (January 1999) 123–132.

[19] G.L. Stüber, Principles of Mobile Communication, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1996.

[20] H.L. Van Trees, Detection, Estimation and Modulation Theory, Part I, Wiley, New York, 1968.

[21] S. Verdù, Multiuser Detection, Cambridge University Press, Cambridge, 1998.

[22] E. Viterbo, J. Boutros, A universal lattice code decoder for fading channels, IEEE Trans. Inform. Theory 45 (5) (July 1999) 1639–1642.

[23] G. Wade, Signal Coding and Processing, second ed., Cambridge University Press, Cambridge, 1994.

[24] A. Wittenben, An energy- and bandwidth-efficient data transmission system for non-selective fading chanels, in: Proceedings of IEEE Globecom 1990, New York, NY, vol.3, 1990, pp. 1968–1972.

[25] G.W. Wornell, Spread-response precoding for communication over fading channels, IEEE Trans. Inform. Theory 42 (2) (March 1996) 488–501.

Joint Data QR-Detection and Kalman Estimation for OFDM Time-varying Rayleigh Channel Complex Gains

Hussein Hijazi and Laurent Ros
GIPSA-lab, Department Image Signal, BP 46 - 38402 Saint Martin d'Hères - FRANCE
E-mail: hussein.hijazi@gipsa-lab.inpg.fr, laurent.ros@gipsa-lab.inpg.fr

***Abstract*—This paper deals with the case of a high speed mobile receiver operating in an orthogonal-frequency-division-multiplexing (OFDM) communication system. Assuming the knowledge of delay-related information, we propose an iterative algorithm for joint multi-path Rayleigh channel complex gains and data recovery in fast fading environments. Each complex gain time-variation, within one OFDM symbol, is approximated by a polynomial representation. Based on the Jakes process, an auto-regressive (AR) model of the polynomial coefficients dynamics is built, making it possible to employ the Kalman filter estimator for the polynomial coefficients. Hence, the channel matrix is easily computed, and the data symbol is estimated with free inter-sub-carrier-interference (ICI) thanks to the use of a QR-decomposition of the channel matrix. Our claims are supported by theoretical analysis and simulation results, which are obtained considering Jakes' channels with high Doppler spreads.**

***Index Terms*—OFDM, channel estimation, time-varying channels, Kalman filters, QR-decomposition.**

I. Introduction

ORTHOGONAL frequency division multiplexing (OFDM) is widely known as the promising communication technique in the current broadband wireless mobile communication system due to the high spectral efficiency and robustness to the multipath interference. Currently, OFDM has been adapted to the digital audio and video broadcasting (DAB/DVB) system, high-speed wireless local area networks (WLAN) such as IEEE802.11x, HIPERLAN II and multimedia mobile access communications (MMAC), ADSL, digital multimedia broadcasting (DMB) system and multi-band OFDM type ultra-wideband (MB-OFDM UWB) system, etc. However, OFDM system is very vulnerable when the channel changes within one OFDM symbol. In such case, the orthogonality between subcarriers is easily broken down resulting the inter-sub-carrier-interference (ICI) so that system performance may be considerably degraded.

A dynamic estimation of channel is necessary since the radio channel is frequency selective and time-varying for wideband mobile communication systems [8] [21]. In practice, the channel may have significant changes even within one OFDM symbol, therefore it is preferable to estimate channel by inserting pilot tones into each OFDM symbol which is called comb-type pilot [9]. Assuming such a strategy, conventional methods consist generally of estimating the channel at pilot frequencies and next interpolating the channel frequency response [22].

For fast time-varying channels, many existing works resort to estimating the equivalent discrete-time channel taps, which are modeled by the basis expansion model (BEM) [10] [11]. The BEM methods [10] are Karhunen-Loeve BEM (KL-BEM), prolate spheroidal BEM (PS-BEM), complex-exponential BEM (CE-BEM) and polynomial BEM (P-BEM). The KL-BEM is optimal in terms of mean square error (MSE), but is not robust to statistical channel mismatches, whereas the PS-BEM is a general approximation for all kinds of channel statistics, although its band-limited orthogonal spheroidal functions have maximal time concentration within the considered interval. The CE-BEM is independent of channel statistics, but induces a large modeling error. Finally, a great deal of attention has been paid to the P-BEM [11], although its modeling performance is rather sensitive to the Doppler spread; nevertheless, it provides a better fit for low, than for high Doppler spreads. In [23], a piece-wise linear method is used to approximate the channel taps, and the channel tap slopes are estimated from the cyclic prefix or from both adjacent OFDM symbols.

As channel delay spread increases, the number of channel taps also increases, thus leading to a large number of BEM coefficients, and consequently more pilot symbols are needed. In contrast to the research described in [10], we sought to directly estimate the physical channel, instead of the equivalent discrete-time channel taps. This means estimating the physical propagation parameters such as multi-path delays and multi-path complex gains. In [1] [2], we have proposed an iterative algorithm for complex gain time-variation estimation and inter-sub-carrier-interference (ICI) suppression whose execution is done per block of OFDM symbols. This algorithm demands very high computation. In [3] [5], we have proposed a low-complexity iterative algorithm based on the demonstration that each complex gain time-variation can be approximated in a polynomial fashion within several OFDM symbols. Both algorithms above reduce the ICI by using successive interference suppression (SIS), and have a good performance for normalized Doppler spread (f_dT) up to 10%.

For ICI mitigation, MMSE and successive interference cancellation (SIC) schemes, with optimal ordering, were devel-

Part of this work was presented in IEEE ISWCS, Reykjavik, Iceland, October 2008 [4]

oped in [23]. Since the number of sub-carriers is usually very large, these receivers are highly complex. In [24] [25], a low-complexity MMSE and decision-feedback equalizer (DFE) were developed, based on the fact that most of a symbol's energy is distributed over just a few sub-carriers, and that ICI on a sub-carrier originates mainly from its neighbouring sub-carriers. These equalizers are in the case of pure Doppler-induced ICI ($i.e.$, with sufficient guard interval). In the case of insufficient cyclic prefix, inter-symbol-interference (ISI) occurs and can lead to a considerable performance degradation. In [26], the authors suggest an iterative technique for the equalization of ICI and ISI.

In this paper, we present a new iterative algorithm for joint multi-path Rayleigh channel complex gains and data recovery in very fast fading environments ($f_dT > 10\%$). Exploiting the channel nature, the delays are assumed invariant (over several OFDM symbols) and perfectly estimated as we have already done in OFDM [1] [3] and CDMA [14] contexts. It should be noted that an initial, and generally accurate estimation of the number of paths and time delays can be obtained by using the MDL (minimum description length) and ESPRIT (estimation of signal parameters by rotational invariance techniques) methods [13]. However, we test by simulation the sensitivity of our algorithm to errors of estimated delays. In order to make the polynomial approximation in [3] [5] more accurate, we approximate the time-variation of each complex gain within one OFDM symbol by a polynomial model. Based on the Jakes process, an auto-regressive (AR) model of the polynomial coefficients dynamics is built, making it possible to employ the Kalman filter estimator for the polynomial coefficients. Hence, the channel matrix can be easily computed. The Kalman filter estimator was also examined in [28] for tracking the channel frequency response in case of slow time-varying channels (no ICI). In order to perform polynomial coefficients estimation, we use the estimate along with the channel matrix output to recover the transmitted data. On can, in turn, use the detected data along with pilots to enhance the polynomial coefficients estimate giving rise to an iterative technique for complex gains and data recovery. This intuitive idea is the basis of joint channel estimation and data detection proposed in MIMO context [15]. The detection is performed over the free ICI data symbol thanks to the use of a QR (orthogonal-triangle) decomposition [16] of the channel matrix, which is better that the SIS equalizer. The QR equalizer was previously used in the MIMO Receivers [27]. The present proposed algorithm has a good performance for very high Doppler spread ($f_dT > 10\%$).

This paper is organized as follows: Section II introduces the OFDM system and the polynomial modeling. Section III describes the AR model for the polynomial coefficients and the Kalman filter. Section IV covers the algorithm for joint complex gains and data estimation. Section V presents the simulations results which validate our technique. Finally, our conclusions are presented in Section VI.

The notations adopted are as follows: Upper (lower) bold face letters denote matrices (column vectors). $[\mathbf{x}]_k$ denotes the kth element of the vector $\mathbf{x}$, and $[\mathbf{X}]_{k,m}$ denotes the $[k,m]$th element of the matrix $\mathbf{X}$. We will use the matlab notation $\mathbf{X}_{[k_1:k_2,m_1:m_2]}$ to extract a submatrix within $\mathbf{X}$ from row k_1 to row k_2 and from column m_1 to column m_2. $\mathbf{I}_N$ is a $N \times N$ identity matrix and $\mathbf{0}_{N,L}$ is a $N \times L$ matrix of zeros ($\mathbf{0}_N = \mathbf{0}_{N,N}$). diag$\{\mathbf{x}\}$ is a diagonal matrix with $\mathbf{x}$ on its main diagonal, diag$\{\mathbf{X}\}$ is a vector whose elements are the elements of the main diagonal of $\mathbf{X}$ and blkdiag$\{\mathbf{X},\mathbf{Y}\}$ is a block diagonal matrix with the matrices $\mathbf{X}$ and $\mathbf{Y}$ on its main diagonal. The superscripts $(\cdot)^T$ and $(\cdot)^H$ stand respectively for transpose and Hermitian operators. Tr$(\cdot)$ and E$[\cdot]$ are the trace and expectation operations, respectively. $J_0(\cdot)$ is the zeroth-order Bessel function of the first kind.

II. OFDM System and Polynomial Modeling

A. OFDM System Model

Consider an OFDM system with N subcarriers, and a cyclic prefix length N_g. The duration of an OFDM symbol is $T = vT_s$, where T_s is the sampling time and $v = N + N_g$. Let $\mathbf{x}_{(n)} = \left[x_{(n)}[-\frac{N}{2}], x_{(n)}[-\frac{N}{2}+1], ..., x_{(n)}[\frac{N}{2}-1]\right]^T$ be the nth transmitted OFDM symbol, where $\{x_{(n)}[b]\}$ are normalized QAM-symbols ($i.e.$, $\mathrm{E}\left[x_{(n)}[b]x_{(n)}[b]^*\right] = 1$). After transmission over a multi-path Rayleigh channel, the nth received OFDM symbol $\mathbf{y}_{(n)} = \left[y_{(n)}[-\frac{N}{2}], y_{(n)}[-\frac{N}{2}+1], ..., y_{(n)}[\frac{N}{2}-1]\right]^T$ is given by [3] [1]:

$$\mathbf{y}_{(n)} \quad = \quad \mathbf{H}_{(n)}\ \mathbf{x}_{(n)} + \mathbf{w}_{(n)} \tag{1}$$

where $\mathbf{w}_{(n)} = \left[w_{(n)}[-\frac{N}{2}], w_{(n)}[-\frac{N}{2}+1], ..., w_{(n)}[\frac{N}{2}-1]\right]^T$ is a white complex Gaussian noise vector with covariance matrix $\sigma^2\mathbf{I}_N$ and $\mathbf{H}_{(n)}$ is a $N \times N$ channel matrix with elements given by:

$$[\mathbf{H}_{(n)}]_{k,m} = \frac{1}{N}\sum_{l=1}^{L}\left[e^{-j2\pi(\frac{m-1}{N}-\frac{1}{2})\tau_l}\sum_{q=0}^{N-1}\alpha_l^{(n)}(qT_s)e^{j2\pi\frac{m-k}{N}q}\right] \tag{2}$$

where L is the total number of propagation paths, α_l is the lth complex gain of variance $\sigma^2_{\alpha_l}$ and $\tau_l \times T_s$ is the lth delay (τ_l is not necessarily an integer, but $\tau_L < N_g$). The L individual elements of $\{\alpha_l^{(n)}(qT_s) = \alpha_l(qT_s + nT)\}$ are uncorrelated with respect to each other. They are wide-sense stationary (WSS), narrow-band complex Gaussian processes, with the so-called Jakes' power spectrum of maximum Doppler frequency f_d ($i.e.$, $\mathrm{E}\left[\alpha_l(q_1T_s)\alpha_l^*(q_2T_s)\right] = \sigma^2_{\alpha_l}J_0\big(2\pi f_dT_s(q_1-q_2)\big)$) [20]. The average energy of the channel is normalized to one, $i.e.$, $\sum_{l=1}^{L}\sigma^2_{\alpha_l} = 1$.

B. Complex Gain Polynomial Modeling

In order to properly the Lv samples of the complex gains, using the Nobservation equations in (1), we represent the time-variation of the complex gains by a more compact model. In [23], a piece-wise linear method is used to approximate the equivalent discrete-time channel taps. In [5] [3], the authors show that the time-variation of Rayleigh channel complex gain, within N_c OFDM symbols, can be approximated by a polynomial model of N_c coefficients, chosen according to the Doppler spread f_dT.

In this section, in order to make the approximation in [3] more accurate for high Doppler spread, we show that, for any value of $f_dT \leq 0.5$, each Rayleigh channel complex gain

$\boldsymbol{\alpha}_l^{(n)} = \left[\alpha_l^{(n)}(-N_gT_s), ..., \alpha_l^{(n)}\big((N-1)T_s\big)\right]^T$, within one OFDM symbol, has a polynomial time-variation of $N_c \leq 5$ coefficients ($i.e.$, a (N_c-1) degree polynomial). Thus, for $q \in \mathcal{D} = [-N_g, N-1]$, $\alpha_l^{(n)}(qT_s)$ can be expressed as:

$$\alpha_l^{(n)}(qT_s) \;=\; \sum_{d=0}^{N_c-1} c_{d,l}^{(n)}\; q^d + \xi_l^{(n)}[q] \tag{3}$$

where $\mathbf{c}_l^{(n)} = \left[c_{1,l}^{(n)}, ..., c_{N_c,l}^{(n)}\right]^T$ are the N_c polynomial coefficients and $\xi_l^{(n)}[q]$ is the model error.

The optimal polynomial $\boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{pol}_l}^{(n)}$, which is least-squares fitted (linear and polynomial regression) [17] to $\boldsymbol{\alpha}_l^{(n)}$, and its N_c coefficients $\mathbf{c}_l^{(n)}$ are given by:

$$\boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{pol}_l}^{(n)} = \mathbf{Q}^T\mathbf{c}_l^{(n)} = \mathbf{S}\boldsymbol{\alpha}_l^{(n)} \;\text{ and }\; \mathbf{c}_l^{(n)} = \left(\mathbf{Q}\mathbf{Q}^T\right)^{-1}\mathbf{Q}\boldsymbol{\alpha}_l^{(n)} \tag{4}$$

where $\mathbf{Q}$ and $\mathbf{S}$ are a $N_c \times v$ and a $v \times v$ matrices, respectively, defined as:

$$[\mathbf{Q}]_{k,m} \;=\; (m - N_g - 1)^{(k-1)} \tag{5}$$

$$\mathbf{S} \;=\; \mathbf{Q}^T\left(\mathbf{Q}\mathbf{Q}^T\right)^{-1}\mathbf{Q} \tag{6}$$

It provides the MMSE approximation for all polynomials containing N_c coefficients, given by:

$$\begin{aligned}\text{MMSE}_l \;&=\; \frac{1}{v}\text{E}\big[{\boldsymbol{\xi}_l^{(n)}}^H\boldsymbol{\xi}_l^{(n)}\big] \\ &=\; \frac{1}{v}\text{Tr}\left((\mathbf{I}_v - \mathbf{S})\mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}_l}^{(0)}(\mathbf{I}_v - \mathbf{S}^T)\right)\end{aligned} \tag{7}$$

where $\boldsymbol{\xi}_l^{(n)} = \boldsymbol{\alpha}_l^{(n)} - \boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{pol}_l}^{(n)} = \left[\xi_l^{(n)}[-N_g], ..., \xi_l^{(n)}[N-1]\right]^T$ is the model error and $\mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}_l}^{(s)} = \text{E}\left[\boldsymbol{\alpha}_l^{(n)}{\boldsymbol{\alpha}_l^{(n-s)}}^H\right]$ is the $v \times v$ correlation matrix of $\boldsymbol{\alpha}_l^{(n)}$ with elements given by:

$$[\mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}_l}^{(s)}]_{k,m} \;=\; \sigma_{\alpha_l}^2 J_0\Big(2\pi f_d T_s(k - m + sv)\Big) \tag{8}$$

It should be noted that the MMSE is increasing in terms of f_dT and decreasing in terms of N_c. Moreover, the MMSE is independent of the number of subcarriers N. By using a normalized channel with $L = 6$ paths and $v = 144$, we have MMSE $< 4 \cdot 10^{-7}$ for $f_dT \leq 0.5$ and $N_c = 5$. This proves that, for high values of f_dT, $\boldsymbol{\alpha}_l^{(n)}$ can be represented by a polynomial model of $N_c \leq 5$ coefficients. Moreover, for $f_dT \leq 0.001$ and $N_c = 1$, we have MMSE $< 4 \cdot 10^{-7}$. This means that, for low values of f_dT, the complex gains are time-invariant within one OFDM symbol.

$\mathbf{c}_l^{(n)}$ are correlated complex Gaussian variables with zero-means and correlation matrix given by:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{c}_l}^{(s)} \;=\; \text{E}[\mathbf{c}_l^{(n)}\,{\mathbf{c}_l^{(n-s)}}^H] \;=\; \left(\mathbf{Q}\mathbf{Q}^T\right)^{-1}\mathbf{Q}\mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}_l}^{(s)}\mathbf{Q}^T\left(\mathbf{Q}\mathbf{Q}^T\right)^{-1} \tag{9}$$

It should be noted that the variance of the coefficients decreases very quickly in terms of the number of coefficients. For $f_dT = 0.3$ and $N_c = 5$ coefficients, the average (over $L = 6$ paths) variance of the first three coefficients are equal to 0.1667, 1.4×10^{-5} and 4.6×10^{-10}, respectively. This means that the last coefficients are very small. Hence, it is not efficient to estimate all the coefficients in presence of noise. In the sequel, we will study the performance of the coefficients estimator in terms of N_c and f_dT. More explanation about polynomial modeling for jakes' process can be found in [7] [5] [3].

Under this polynomial approximation, the observation model in (1) for the nth OFDM symbol can be rewritten as:

$$\mathbf{y}_{(n)} \;=\; \boldsymbol{\mathcal{K}}_{(n)}\;\mathbf{c}_{(n)} + \mathbf{w}_{(n)} \tag{10}$$

where $\mathbf{c}_{(n)} = [{\mathbf{c}_1^{(n)}}^T, ..., {\mathbf{c}_L^{(n)}}^T]^T$ is a $LN_c \times 1$ vector, $\boldsymbol{\mathcal{K}}_{(n)} = \frac{1}{N}[\mathbf{Z}_1^{(n)}, ..., \mathbf{Z}_L^{(n)}]$ is a $N \times LN_c$ matrix and $\mathbf{Z}_l^{(n)} = [\mathbf{M}_1\text{diag}\{\mathbf{x}_{(n)}\}\mathbf{f}_l, ..., \mathbf{M}_{N_c}\text{diag}\{\mathbf{x}_{(n)}\}\mathbf{f}_l]$ is a $N \times N_c$ matrix, where $\mathbf{f}_l$ is the lth column of the $N \times L$ Fourier matrix $\mathbf{F}$ and $\mathbf{M}_d$ is a $N \times N$ matrix given by:

$$[\mathbf{F}]_{k,l} = e^{-j2\pi(\frac{k-1}{N} - \frac{1}{2})\tau_l}\;,\;\; [\mathbf{M}_d]_{k,m} = \sum_{q=0}^{N-1} q^{d-1}e^{j2\pi\frac{m-k}{N}q} \tag{11}$$

Moreover, the channel matrix can be easily computed as [3]:

$$\mathbf{H}_{(n)} \;=\; \sum_{d=1}^{N_c}\mathbf{M}_d\;\text{diag}\{\mathbf{F}\boldsymbol{\chi}_d^{(n)}\} \tag{12}$$

where $\boldsymbol{\chi}_d^{(n)} = \left[c_{d,1}^{(n)}, ..., c_{d,L}^{(n)}\right]^T$. Notice that the matrices $\mathbf{M}_d$ can be easily computed and stored, using the properties of power series.

It should be noted that if the complex gains are time-invariant within one OFDM symbol ($i.e.$, $\alpha_l^{(n)}(-N_gT_s) = ... = \alpha_l^{(n)}\big((N-1)T_s\big) = c_{1,l}^{(n)}$) then, $\mathbf{H}_{(n)}$ is a diagonal matrix, $N_c = 1$, $\boldsymbol{\mathcal{K}}_{(n)} = \text{diag}\{\mathbf{x}_{(n)}\}\mathbf{F}$ and $\mathbf{R}_{\mathbf{c}_l}^{(p)} = \sigma_{\alpha_l}^2 J_0\big(2\pi f_d T p\big)$.

III. AR Model and Kalman Filter

A. The AR Model for $\boldsymbol{c}^{(n)}$

As we have seen, $\mathbf{c}_l^{(n)}$ are correlated complex Gaussian variables with zero-means and correlation matrix $\mathbf{R}_{\mathbf{c}_l}^{(s)}$. Hence, the dynamics of $\mathbf{c}_l^{(n)}$ can be well modeled by an auto-regressive (AR) process [18] [19]. A complex AR process of order p can be generated as:

$$\mathbf{c}_l^{(n)} \;=\; -\sum_{i=1}^{p}\mathbf{A}_l^{(i)}\mathbf{c}_l^{(n-i)} + \mathbf{u}_l^{(n)} \tag{13}$$

where $\mathbf{A}_l^{(1)}, ..., \mathbf{A}_l^{(p)}$ are $N_c \times N_c$ matrices and $\mathbf{u}_l^{(n)}$ is a $N_c \times 1$ complex Gaussian vector with covariance matrix $\mathbf{U}_l$. $\mathbf{A}_l^{(1)}, ..., \mathbf{A}_l^{(p)}$ and $\mathbf{U}_l$ are the AR model parameters obtained by solving the set of Yule-Walker equations defined as:

$$\mathbf{T}_l\mathbf{A}_l \;=\; -\mathbf{V}_l \;\text{ and }\; \mathbf{U}_l \;=\; \mathbf{R}_{\mathbf{c}_l}^{(0)} + \sum_{i=1}^{p}\mathbf{A}_l^{(i)}\mathbf{R}_{\mathbf{c}_l}^{(-i)} \tag{14}$$

where $\mathbf{A}_l = [{\mathbf{A}_l^{(1)}}^T, ..., {\mathbf{A}_l^{(p)}}^T]^T$, $\mathbf{V}_l = [{\mathbf{R}_{\mathbf{c}_l}^{(1)}}^T, ..., {\mathbf{R}_{\mathbf{c}_l}^{(p)}}^T]^T$ are $pN_c \times N_c$ matrices and $\mathbf{T}_l$ is a $pN_c \times pN_c$ correlation matrix defined by:

$$\mathbf{T}_l \;=\; \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\mathbf{c}_l}^{(0)} & \cdots & \mathbf{R}_{\mathbf{c}_l}^{(-p+1)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{R}_{\mathbf{c}_l}^{(p-1)} & \cdots & \mathbf{R}_{\mathbf{c}_l}^{(0)} \end{bmatrix} \tag{15}$$

Using (13), we obtain the AR model of order p for $\mathbf{c}_{(n)} = [\mathbf{c}_1^{(n)^T}, ..., \mathbf{c}_L^{(n)^T}]^T$:

$$\mathbf{c}_{(n)} = -\sum_{i=1}^{p} \mathbf{A}_{(i)} \mathbf{c}_{(n-i)} + \mathbf{u}_{(n)} \quad (16)$$

where $\mathbf{A}_{(i)} = \text{blkdiag}\left\{\mathbf{A}_1^{(i)}, ..., \mathbf{A}_L^{(i)}\right\}$ is a $LN_c \times LN_c$ matrix and $\mathbf{u}_{(n)} = [\mathbf{u}_1^{(n)^T}, ..., \mathbf{u}_L^{(n)^T}]^T$ is a $LN_c \times 1$ complex Gaussian vector with covariance matrix $\mathbf{U} = \text{blkdiag}\{\mathbf{U}_1, ..., \mathbf{U}_L\}$.

B. The Kalman Filter

Based on the AR model of $\mathbf{c}_{(n)}$ in (16), we define the state space model for the OFDM system as $\mathbf{g}_{(n)} = [\mathbf{c}_{(n)}^T, ..., \mathbf{c}_{(n-p+1)}^T]^T$. Thus, using (16) and (10), we obtain:

$$\mathbf{g}_{(n)} = \mathbf{S}_1 \mathbf{g}_{(n-1)} + \mathbf{S}_2 \mathbf{u}_{(n)} \quad (17)$$

$$\mathbf{y}_{(n)} = \mathbf{S}_3 \mathbf{g}_{(n)} + \mathbf{w}_{(n)} \quad (18)$$

where $\mathbf{S}_2 = [\mathbf{I}_{LN_c}, \mathbf{0}_{LN_c,(p-1)LN_c}]^T$ is a $pLN_c \times LN_c$ matrix, $\mathbf{S}_3 = [\boldsymbol{\mathcal{K}}_{(n)}, \mathbf{0}_{N,(p-1)LN_c}]$ is a $N \times pLN_c$ measurement matrix and $\mathbf{S}_1$ is a $pLN_c \times pLN_c$ transition matrix defined as:

$$\mathbf{S}_1 = \begin{bmatrix} -\mathbf{A}_{(1)} & -\mathbf{A}_{(2)} & -\mathbf{A}_{(3)} & \cdots & -\mathbf{A}_{(p)} \\ \mathbf{I}_{LN_c} & \mathbf{0}_{LN_c} & \mathbf{0}_{LN_c} & \cdots & \mathbf{0}_{LN_c} \\ \mathbf{0}_{LN_c} & \mathbf{I}_{LN_c} & \mathbf{0}_{LN_c} & \cdots & \mathbf{0}_{LN_c} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0}_{LN_c} & \cdots & \mathbf{0}_{LN_c} & \mathbf{I}_{LN_c} & \mathbf{0}_{LN_c} \end{bmatrix} \quad (19)$$

The state model (17) and the observation model (18) allow us to use Kalman filter to adaptively track the polynomial coefficients $\mathbf{c}_{(n)}$. Let $\hat{\mathbf{g}}_{(n)}$ be our a priori state estimate at step n given knowledge of the process prior to step n, $\hat{\mathbf{g}}_{(n|n)}$ be our a posteriori state estimate at step n given measurement $\mathbf{y}_{(n)}$ and, $\mathbf{P}_{(n)}$ and $\mathbf{P}_{(n|n)}$ are the a priori and the a posteriori error estimate covariance matrix of size $pLN_c \times pLN_c$, respectively. We initialize the Kalman filter with $\mathbf{g}_{(0|0)} = \mathbf{0}_{pLN_c,1}$ and $\mathbf{P}_{(0|0)}$ given by:

$$\mathbf{P}_{(0|0)[t(l,s),t(l,s')]} = \mathbf{R}_{\mathbf{c}_l}^{(s'-s)} \text{ for } {}_{l\in[1,L]\ s,s'\in[0,p-1]} \quad (20)$$

where $t(l,s) = 1+(l-1)N_c+sLN_c : lN_c+sLN_c$ and $\mathbf{R}_{\mathbf{c}_l}^{(s)}$ is the correlation matrix of $\mathbf{c}_l{}^{(n)}$ defined in (9). Notice that there are zero matrices between the block matrices $\mathbf{R}_{\mathbf{c}_l}^{(s)}$ since the L complex gains are uncorrelated with respect to each other. For $K = L = 2$, $\mathbf{P}^{(0|0)}$ is given by:

$$\mathbf{P}_{(0|0)} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\mathbf{c}_1}^{(0)} & \mathbf{0}_{N_c} & \mathbf{R}_{\mathbf{c}_1}^{(1)} & \mathbf{0}_{N_c} \\ \mathbf{0}_{N_c} & \mathbf{R}_{\mathbf{c}_2}^{(0)} & \mathbf{0}_{N_c} & \mathbf{R}_{\mathbf{c}_2}^{(1)} \\ \mathbf{R}_{\mathbf{c}_1}^{(-1)} & \mathbf{0}_{N_c} & \mathbf{R}_{\mathbf{c}_1}^{(0)} & \mathbf{0}_{N_c} \\ \mathbf{0}_{N_c} & \mathbf{R}_{\mathbf{c}_2}^{(-1)} & \mathbf{0}_{N_c} & \mathbf{R}_{\mathbf{c}_2}^{(0)} \end{bmatrix} \quad (21)$$

The Kalman filter is a recursive algorithm composed of two stages: Time Update Equations and Measurement Update Equations. These two stages are defined as:

Time Update Equations:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{g}}_{(n)} &= \mathbf{S}_1 \hat{\mathbf{g}}_{(n-1|n-1)} \\ \mathbf{P}_{(n)} &= \mathbf{S}_1 \mathbf{P}_{(n-1|n-1)} \mathbf{S}_1^H + \mathbf{S}_2 \mathbf{U} \mathbf{S}_2^H \end{aligned} \quad (22)$$

Measurement Update Equations:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{(n)} &= \mathbf{P}_{(n)} \mathbf{S}_3^H \left(\mathbf{S}_3 \mathbf{P}_{(n)} \mathbf{S}_3^H + \sigma^2 \mathbf{I}_N\right)^{-1} \\ \hat{\mathbf{g}}_{(n|n)} &= \hat{\mathbf{g}}_{(n)} + \mathbf{K}_{(n)} \left(\mathbf{y}_{(n)} - \mathbf{S}_3 \hat{\mathbf{g}}_{(n)}\right) \\ \mathbf{P}_{(n|n)} &= \mathbf{P}_{(n)} - \mathbf{K}_{(n)} \mathbf{S}_3 \mathbf{P}_{(n)} \end{aligned} \quad (23)$$

where $\mathbf{K}_{(n)}$ is the Kalman gain. The Time Update Equations are responsible for projecting forward (in time) the current state and error covariance estimates to obtain the a priori estimates for the next time step. The Measurement Update Equations are responsible for the feedback, $i.e.$, for incorporating a new measurement into the a priori estimate to obtain an improved a posteriori estimate. The Time Update Equations can also be thought of a predictor equations, while the Measurement Update Equations can be thought of a corrector equations.

IV. Joint QR-detection and Kalman Estimation

A. Data QR-detection

The QR-detection allow us to estimate the data symbol with free ICI. First, we transform the channel matrix $\mathbf{H}_{(n)}$ by performing a so-called QR-decomposition:

$$\mathbf{H}_{(n)} = \boldsymbol{\mathcal{Q}}_{(n)} \boldsymbol{\mathcal{R}}_{(n)} \quad (24)$$

where $\boldsymbol{\mathcal{Q}}_{(n)}$ is a $N \times N$ unitary matrix ($i.e.$, $\boldsymbol{\mathcal{Q}}_{(n)}^H \boldsymbol{\mathcal{Q}}_{(n)} = \mathbf{I}_N$) and $\boldsymbol{\mathcal{R}}_{(n)}$ is a $N \times N$ upper triangular matrix. Then, we can rewrite equation (1) as:

$$\mathbf{y}'_{(n)} = \boldsymbol{\mathcal{Q}}_{(n)}^H \mathbf{y}_{(n)} = \boldsymbol{\mathcal{R}}_{(n)} \mathbf{x}_{(n)} + \boldsymbol{\mathcal{Q}}_{(n)}^H \mathbf{w}_{(n)} \quad (25)$$

The upper triangular form of $\boldsymbol{\mathcal{R}}_{(n)}$ now allow us to iteratively calculate estimates, with free ICI, for the originally data symbols $\left\{[\mathbf{x}_{(n)}]_N, [\mathbf{x}_{(n)}]_{N-1}, ..., [\mathbf{x}_{(n)}]_1\right\}$ as:

$$\begin{aligned} \left[\tilde{\mathbf{x}}_{(n)}\right]_k &= \frac{\left[\mathbf{y}'_{(n)}\right]_k - \sum_{m=k+1}^{N} \left[\boldsymbol{\mathcal{R}}_{(n)}\right]_{k,m} \left[\hat{\mathbf{x}}_{(n)}\right]_m}{\left[\boldsymbol{\mathcal{R}}_{(n)}\right]_{k,k}} \\ \left[\hat{\mathbf{x}}_{(n)}\right]_k &= \mathcal{O}\left(\left[\tilde{\mathbf{x}}_{(n)}\right]_k\right) \end{aligned} \quad (26)$$

where $\mathcal{O}(.)$ denotes the quantization operation appropriate to the constellation in use.

B. Iterative Algorithm

In the iterative algorithm for joint data QR-detection and complex gains Kalman estimation, the N_p pilots subcarriers are evenly inserted into the N subcarriers at the positions $\mathcal{P} = \{p_r \mid p_r = (r-1)L_f + 1,\ r = 1, ..., N_p\}$, where L_f is the distance between two adjacent pilots. The algorithm proceeds as follows, where i represents the iteration number:

C. Computational Complexity

The purpose of this section is to determine the implementation complexity in terms of the number of the multiplications needed for our algorithm. The matrices $\mathbf{F}$ and $\mathbf{M}_d$ are precomputed and stored if the delays are invariant for a great number of OFDM symbols. The computational cost of computing the matrix $\boldsymbol{\mathcal{K}}_{(n)}$ is $NL\big(N(N_c-1)+1\big)$ and the channel

initialization:

- $\mathbf{g}_{(0|0)} = \mathbf{0}_{pLN_c,1}$
- *compute* $\mathbf{P}_{(0|0)}$ *as* (20)
- $n \leftarrow n+1$
- *execute the Time Update Equations of Kalman filter* (22)
- *compute the channel matrix using* (12)
- $i \leftarrow 1$

recursion:

1) *remove the pilot ICI from the received data subcarriers*
2) *QR-detection of data symbols* (24) (25) (26)
3) *execute the Measurement Update Equations of Kalman filter* (23)
4) *compute the channel matrix using* (12)
5) $i \leftarrow i+1$

matrix $\mathbf{H}_{(n)}$ is $NN_c(N+L)-N^2$, since $\frac{1}{N}\mathbf{M}_1 = \mathbf{I}_N$. The complexity of removing the ICI in step 1 is N_pN_d, and of the QR-decomposition and the data QR-detection in step 2 is $\frac{2}{3}N_d^3 + N_d^2 + \frac{7}{3}N_d^2$ and $\frac{1}{2}N_d(N_d+1)$, respectively, where $N_d = N - N_p$. The complexity of Time Update Equations and Measurement Update Equations of the Kalman filter is $pLN_c^2 + 2(pLN_c)^2$ and $NLN_c(p+1)(N+LN_c+1) + N(pLN_c)^2 + 2N^2(N-1) + N$, respectively, since $\mathbf{S}_1$ and $\mathbf{S}_3$ are sparse matrices. In practice, p, L and N_c are much smaller than N, therefore, the computational complexity of our algorithm is $O(N^3)$.

D. Mean Square Error (MSE) Analysis

The error between the lth exact complex gain and the lth estimated polynomial $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\mathbf{pol}_l}^{(n)}$ is given by:

$$\mathbf{e}_l^{(n)} = \boldsymbol{\alpha}_l^{(n)} - \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\mathbf{pol}_l}^{(n)} = \boldsymbol{\xi}_l^{(n)} + \mathbf{Q}^T\mathbf{e}_{\mathbf{c}_l}^{(n)} \quad (27)$$

where $\mathbf{e}_{\mathbf{c}_l}^{(n)} = \mathbf{c}_l^{(n)} - \hat{\mathbf{c}}_l^{(n)}$ and $\boldsymbol{\xi}_l^{(n)}$ is the polynomial model error defined in section II-B. Neglecting the cross-covariance terms between $\boldsymbol{\xi}_l^{(n)}$ and $\mathbf{e}_{\mathbf{c}_l}^{(n)}$, the mean square error (MSE) between $\boldsymbol{\alpha}_l^{(n)}$ and $\boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{pol}_l}^{(n)}$ is given by:

$$\begin{aligned}\mathrm{MSE}_l &= \frac{1}{v}\mathrm{E}\left[\mathbf{e}_l^{(n)H}\mathbf{e}_l^{(n)}\right] \\ &= \mathrm{MMSE}_l + \frac{1}{v}\mathrm{Tr}\left(\mathbf{Q}^T\mathbf{MSE}_{\mathbf{c}_l}\mathbf{Q}\right) \quad (28)\end{aligned}$$

where $\mathbf{MSE}_{\mathbf{c}_l} = \mathrm{E}\left[\mathbf{e}_{\mathbf{c}_l}^{(n)}\mathbf{e}_{\mathbf{c}_l}^{(n)H}\right]$. Notice that, at the convergence of the Kalman filter, we have:

$$\mathbf{MSE}_{\mathbf{c}_l} = \mathbf{P}_{(n|n)[t(l,0),t(l,0)]} \quad (29)$$

provided that the data symbols are perfectly estimated ($i.e.$, data-aided).

The on-line Bayesian Cramer-Rao Bound (BCRB) is an important criterion for evaluating the quality of our complex gains Kalman estimation. In [6], we have derived the expression of the on-line BCRB, in data-aided (DA) and non-data-aided (NDA) contexts, for the dynamic estimation of time-varying multi-path Rayleigh channel complex gains with slowly variations. In [7], we have extended this BCRB of [6] for the case of rapidly time-varying channels. This on-line BCRB for the estimation of $\boldsymbol{\alpha}_l^{(n)}$, in DA context, is given by:

$$\mathrm{BCRB}(\boldsymbol{\alpha}_l^{(\infty)}) = \mathrm{MMSE}_l + \frac{1}{v}\mathrm{Tr}\left(\mathbf{Q}^T\mathbf{BCRB}(\mathbf{c}_l^{(\infty)})\mathbf{Q}\right) \quad (30)$$

where $\mathbf{BCRB}(\mathbf{c}_l^{(K)})$ is the on-line BCRB associated to the estimation of $\mathbf{c}_l^{(K)}$ which is given by:

$$\mathbf{BCRB}(\mathbf{c}_l^{(K)}) = \mathbf{BCRB}(\mathbf{c})_{[t(l,0),t(l,0)]} \quad (31)$$

where the index $t(l,s)$ is defined by (20). $\mathbf{BCRB}(\mathbf{c})$ is the on-line BCRB for the estimation of $\mathbf{c} = [\mathbf{c}_{(K)}{}^T, ..., \mathbf{c}_{(1)}{}^T]^T$ in DA context which is given by:

$$\mathbf{BCRB}(\mathbf{c}) = \left(\mathrm{blkdiag}\left\{\mathbf{J}_{(K)}, ..., \mathbf{J}_{(2)}, \mathbf{J}_{(1)}\right\} + \mathbf{R}_{\mathbf{c}}^{-1}\right)^{-1} \quad (32)$$

where $\mathbf{R}_{\mathbf{c}}$ is calculated in the same way as $\mathbf{P}_{(0|0)}$ with $s, s' \in [0, K-1]$, and $\mathbf{J}_{(n)} = \frac{1}{N^2\sigma^2}\boldsymbol{\mathcal{F}}_{(n)}^H\boldsymbol{\mathcal{M}}\boldsymbol{\mathcal{F}}_{(n)}$. $\boldsymbol{\mathcal{M}}$ and $\boldsymbol{\mathcal{F}}_{(n)}$ are a $NN_c \times NN_c$ and a $NN_c \times LN_c$ matrices, respectively, defined as:

$$\boldsymbol{\mathcal{M}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mathcal{M}}_{1,1} & \cdots & \boldsymbol{\mathcal{M}}_{1,N_c} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{\mathcal{M}}_{N_c,1} & \cdots & \boldsymbol{\mathcal{M}}_{N_c,N_c} \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$\boldsymbol{\mathcal{F}}_{(n)} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mathcal{F}}_1^{(n)} & \cdots & \boldsymbol{\mathcal{F}}_L^{(n)} \end{bmatrix} \quad (34)$$

where $\boldsymbol{\mathcal{M}}_{d,d'}$ and $\boldsymbol{\mathcal{F}}_l^{(n)}$ are a $N \times N$ and a $NN_c \times N_c$ matrices, respectively, defined as:

$$\boldsymbol{\mathcal{M}}_{d,d'} = \mathrm{diag}\left\{\mathrm{diag}\left\{\mathbf{M}_d^H\mathbf{M}_{d'}\right\}\right\} \quad (35)$$

$$\boldsymbol{\mathcal{F}}_l^{(n)} = \mathrm{blkdiag}\left\{\mathbf{v}_l^{(n)}, \mathbf{v}_l^{(n)}, ..., \mathbf{v}_l^{(n)}\right\} \quad (36)$$

with $\mathbf{v}_l^{(n)} = \mathrm{diag}\{\mathbf{x}_{(n)}\}\mathbf{f}_l$. It should be noted that, when the number of observations K increases, $\mathbf{BCRB}(\mathbf{c}_l^{(K)})$ decreases and converges to an asymptote $\mathbf{BCRB}(\mathbf{c}_l^{(\infty)})$.

TABLE I
$A_l^{(1)}$ FOR AR MODEL AND TAYLOR POLYNOMIAL EXPANSION WITH $N_c = 3$ AND $v = 144$

AR with $f_dT = 0.01$	$-A_l^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & 144 & 20734 \\ 2.10^{-10} & 0.99 & 288 \\ -2.10^{-11} & -10^{-5} & 0.99 \end{bmatrix}$
AR with $f_dT = 0.1$	$-A_l^{(1)} = \begin{bmatrix} 0.99 & 143 & 20579 \\ 2.10^{-6} & 0.96 & 286 \\ -2.10^{-7} & -10^{-3} & 0.69 \end{bmatrix}$
AR with $f_dT = 0.3$	$-A_l^{(1)} = \begin{bmatrix} 0.99 & 135 & 19360 \\ -6.10^{-5} & 0.574 & 240.8 \\ -10^{-5} & -0.0061 & -0.973 \end{bmatrix}$
Taylor Expansion	$-A_l^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & v & v^2 \\ 0 & 1 & 2v \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

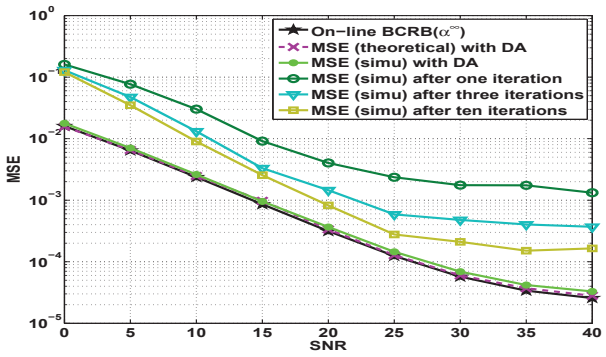


Fig. 1. MSE vs SNR for $f_dT = 0.3$ and $N_c = 3$

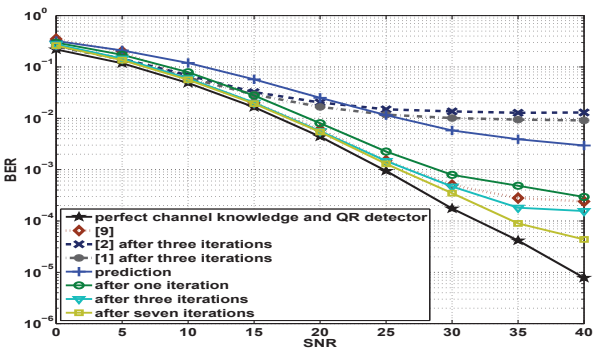


Fig. 2. BER vs SNR for $N_c = 3$ and $f_dT = 0.2$

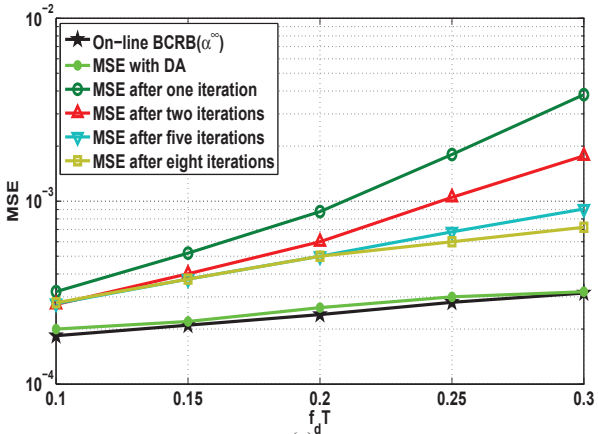
V. Simulation

In this section, we verify the theory by simulation and we test the performance of the iterative algorithm. The normalized channel model is GSM Rayleigh model [1] [5] with $L = 6$ paths and maximum delay $\tau_{max} = 10T_s$. A 4QAM-OFDM system with normalized symbols, $N = 128$ subcarriers, $N_g = \frac{N}{8}$ subcarriers, $N_p = 16$ or 32 pilots ($i.e., L_f = 8$ or 4) and $\frac{1}{T_s} = 2MHz$ is used (note that $(SNR)dB = (\frac{E_b}{N_0})dB + 3dB$). These parameters are selected in order to be in concordance with the standard Wimax IEEE802.16e. The MSE and the BER are evaluated under a rapid time-varying channel such as $f_dT = 0.1$, $f_dT = 0.2$ and $f_dT = 0.3$ corresponding to a vehicle speed $V_m = 140km/h$, $V_m = 280km/h$ and $V_m = 420km/h$, respectively, for $f_c = 5GHz$.

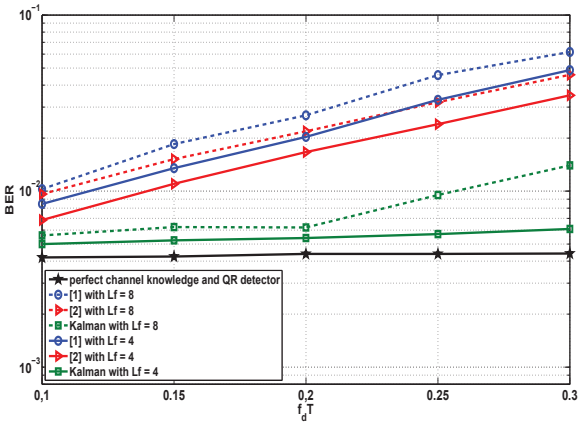
It should be noted that we have a small improvement when the order p increases. So, in the sequel, in order to decrease the complexity of the Kalman filter, we choose an AR model of order $p = 1$. In Table I, we give the AR model parameter $A_l^{(1)}$ for $N_c = 3$ and different value of f_dT. We notice that, for low Doppler spread $f_dT = 0.01$, $A_l^{(1)}$ is an upper triangular matrix with ones on its diagonal. This corroborates the model of Taylor polynomial for a constant second derivative ($i.e.$, third order), given in Table I. When f_dT increases, $A_l^{(1)}$ becomes a roughly upper triangular matrix without having ones on the diagonal. This is normal because, for high Doppler spread, the concavity of the complex gain changes after each OFDM symbol, whereas it is invariant for low f_dT.

Fig. 1 shows the evolution of MSE versus SNR, with the iterations, for $f_dT = 0.3$ and $N_c = 3$. It is observed that, with DA, the MSE obtained by simulation agrees with the theoretical value of MSE given by (29). Fig. 1 also shows that MSE with DA and the on-line BCRB are superimposed. This means that the Kalman filter works very well. After four and ten iterations, a great improvement is realized and the MSE is close to the MSE with DA.

Fig. 2 gives the BER performance of our algorithm for $f_dT = 0.2$ with $N_c = 3$, compared to the algorithms in [3], [1] and [10]. These results are obtained with the channel used in [10] ($\frac{1}{T_s} = 1MHz$ and $\tau_{max} = 5T_s$), where the number of discrete channel taps L' and the number of paths L are equal to 6. The algorithm of [10] characterizes each channel tap with 5 discrete KL-BEM coefficients and uses the banded LMMSE equalizer proposed in [30]. So, the number of coefficients to estimate in our algorithm ($3 \times 6 = 18$) is less than of that in the



(a)



(b)

Fig. 3. SNR $= 20dB$: (a) MSE vs f_dT; (b) BER vs f_dT

algorithm of [10] ($5 \times 6 = 30$). Thus leading to use more pilot symbols for the channel taps estimation [10]. As reference, we plotted the performance of QR-detector obtained with perfect knowledge of channel. This result shows that our algorithm performs better than the algorithms proposed in [3], [1] and [10]. After seven iterations, a significant improvement occurs; the performance of our algorithm and the performance of QR-detector with perfect knowledge of channel are very close. At a very high SNR, it is normal to not reach the reference because we have an error floor due to the data symbol detection error.

We now study the MSE and the BER versus $f_dT = 0.1$, 0.2 and 0.3 (high normalized Doppler spread) with $N_c = 3$. From Fig. 3 (a), it is observed that we have, with the iterations, a more significant improvement when f_dT increases. This

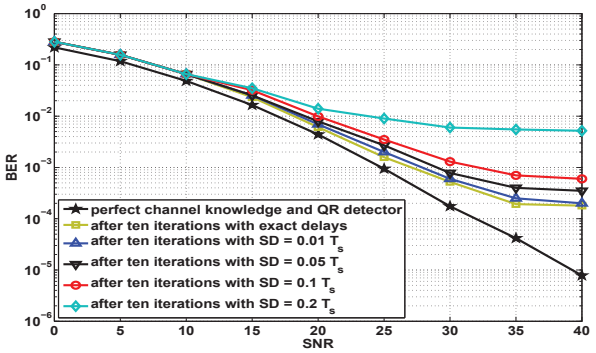


Fig. 4. Comparison of BER, for the case of imperfect knowledge of delays, with $N_c = 4$ and $f_dT = 0.3$

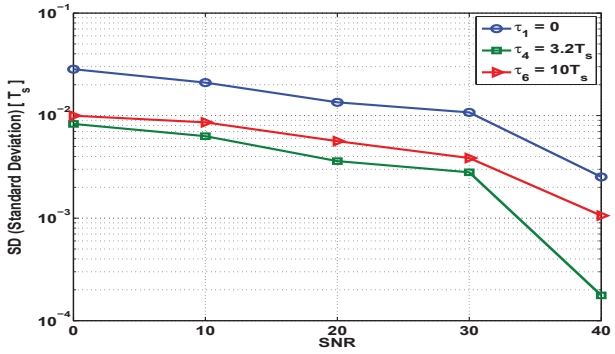


Fig. 5. Delay estimation errors for the fourth and sixth paths, using the ESPRIT method [13] (estimated correlation matrix, averaged over $K = 1000$ OFDM symbols, $i.e$ 0.072sec), for $f_dT = 0.3$

means that, in order for the algorithm to converge, we need more iterations for a Doppler spread more large. Fig. 3 also gives the BER versus f_dT in (b) for $L_f = 8$ and 4. It is obvious that when the number of pilots is increased, the performance will improve. It is interesting to note that the results presented here demonstrate that with a lower number of pilots, our algorithm has better performance than the algorithms proposed in [3] and [1]. However, we can verify that the algorithms proposed in [3] and [1] do not work well for $f_dT > 0.1$, even with more pilots, whereas our algorithm works well.

Fig. 4 gives the BER performance after ten iterations of our proposed iterative algorithm, for $N_c = 4$ and $f_dT = 0.3$, with imperfect delay knowledge. SD denotes the standard deviation of the time delay errors (modeled as zero mean Gaussian variables). It can be noticed that the algorithm is not very sensitive to a delay error of SD$< 0.1T_s$. By using the ESPRIT method [13] to estimate the delays, we have a SD$< 0.05T_s$, for all SNR as shown in Fig. 5. When combined with the ESPRIT method, our algorithm thus has negligible sensitivity to delay errors. We now discuss the assumption of negligible time-variation of the delays during a block of K OFDM symbols. Indeed, for a vehicle speed $V_m = 140km/h$, the maximal variation of the delay during $K = 1000$ OFDM symbols is given by $\frac{V_m}{c}.K.T = 9ns$, where c is the wave propagation velocity. We can therefore conclude that for a transmission of several OFDM symbols, where the channel estimation is performed, the delays can be considered invariant (with respect

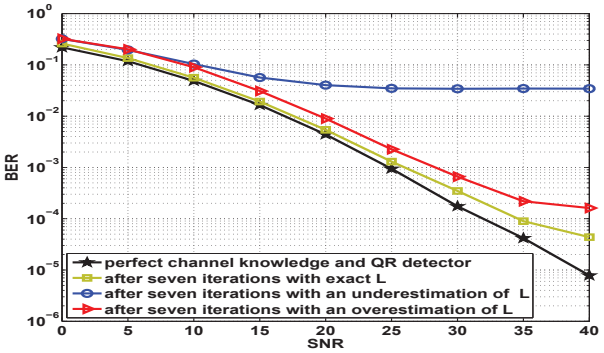


Fig. 6. Comparison of BER, for the case of wrong estimate of L, with $N_c = 3$ and $f_dT = 0.2$

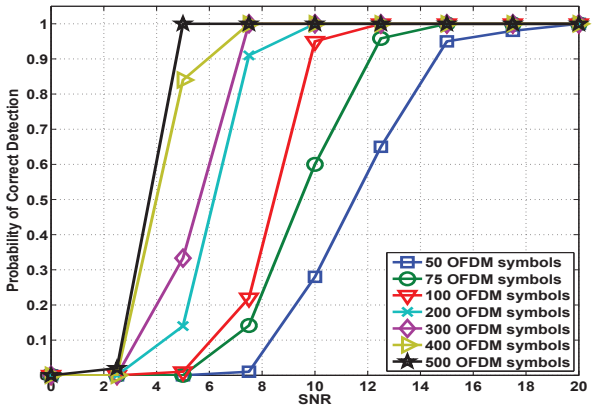


Fig. 7. The probability of correct detection of the number of paths based on the MDL criterion [13] (estimated correlation matrix, averaged over K=[50 75 100 200 300 400 500] OFDM symbols, $i.e$ [7.2 10.8 14.4 28.8 43.2 57.6 72] msec), for $f_dT = 0.2$

to the temporal resolution Ts = 500 ns).

We now study the effect of the wrong estimate of L on our algorithm. A study on this issue was made in [29] and an algorithm was proposed for slowly time-varying channels estimation (no ICI). In case of an overestimated ($Le = 7$ and $L = 6$), it is shown that such a mismatch ends up in slight degrades of performance as shown in Fig. 6. However, in case of underestimated ($Le = 5$ and $L = 6$), the performance of our algorithm suffers from this disappearing of paths. Moreover, by estimating the number of path L via the minimum description length (MDL) criterion [13] (L is assumed constant over each K OFDM symbols), the performance of this method, in terms of probability of correct detection, is satisfactory even at slow SNR as shown in Fig. 7. So, we can say when combined with the MDL method, our algorithm can still correctly perform.

Fig. 8 shows the effect of the error in the estimation of Doppler frequency f_d and complex gain variance $\sigma^2_{\alpha_l}$, on the BER performance after ten iterations, for $SNR = 30dB$, $N_c = 3$ and $f_dT = 0.3$. We denote the f_d error percentage and the $\sigma^2_{\alpha_l}$ error percentage by $\mathcal{E}_{f_d}$ and $\mathcal{E}_{\sigma^2_{\alpha_l}}$, respectively. It should be noted that a negative percentage means that we have underestimated whereas a positive percentage means that we have overestimated. For example $\mathcal{E}_{f_d} = \mathcal{E}_{\sigma^2_{\alpha_l}} = -10\%$ and $\mathcal{E}_{f_d} = \mathcal{E}_{\sigma^2_{\alpha_l}} = 10\%$ means that ($\hat{f}_d = 0.9f_d$, $\hat{\sigma}^2_{\alpha_l} = 0.9\sigma^2_{\alpha_l}$) and ($\hat{f}_d = 1.1f_d$, $\hat{\sigma}^2_{\alpha_l} = 1.1\sigma^2_{\alpha_l}$), respectively. We observe that

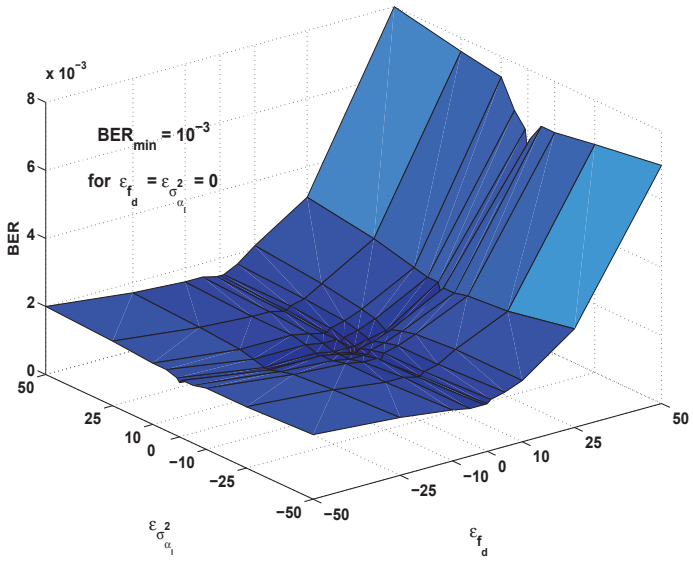


Fig. 8. BER, for the case of imperfect knowledge of $\sigma^2_{\alpha_l}$ and f_d, with $SNR = 30dB$, $N_c = 3$ and $f_dT = 0.3$

our algorithm is more sensitive to the f_d error than to the $\sigma^2_{\alpha_l}$ error and to the overestimation than to the underestimation. For exact f_d and $\sigma^2_{\alpha_l}$, BER $= 10^{-3}$ and for 50% f_d and $\sigma^2_{\alpha_l}$ error percentages, BER $=8.10^{-3}$. So, in brief, our algorithm is not very sensitive to f_d and $\sigma^2_{\alpha_l}$ errors.

VI. Conclusion

In this paper, we have presented a new iterative algorithm for joint multi-path Rayleigh channel complex gains and data recovery in fast fading environments. The rapid time-variation complex gain within one OFDM symbol are approximated by a polynomial model. Exploiting the fact that the delays can be assumed to be invariant (over several symbols) and perfectly estimated, the polynomial coefficients are tracked using the Kalman filter. The data symbols are estimated by performing a QR-decomposition of the channel matrix. Theoretical analysis and simulation results show that our algorithm has a good performance for high Doppler spread.

References

[1] H. Hijazi and L. Ros, " Rayleigh Time-varying Channel Complex Gains Estimation and ICI Cancellation in OFDM Systems" in *European Transactions on Telecommunications*, appeared in 2009.

[2] H. Hijazi and L. Ros, " Time-varying channel complex gains estimation and ICI suppression in OFDM systems" in *IEEE GLOBAL COMMUNICATIONS Conf.*, Washington, USA, Nov. 2007.

[3] H. Hijazi and L. Ros, " Polynomial estimation of time-varying multi-path gains with intercarrier interference mitigation in OFDM systems" in *IEEE Trans. Vehic. Techno.*, vol. 58, No. 1, pp. 140-151, January 2009.

[4] H. Hijazi and L. Ros, "OFDM High Speed Channel Complex Gains Estimation Using Kalman Filter and QR-Detector" in *IEEE ISWCS Conf.*, Reykjavik, Iceland, October 2008.

[5] H. Hijazi and L. Ros, " Polynomial estimation of time-varying multi-path gains with ICI mitigation in OFDM systems" in *IEEE ISCCSP Conf.*, St. Julians, MALTA, March 2008.

[6] H. Hijazi and L. Ros, " Bayesian Cramer-Rao Bounds for complex gain parameters estimation of slowly varying rayleigh channel in OFDM systems" in *ELSEVIER Signal Processing FAST Communication*, vol. 89, pp. 111-115, January 2009.

[7] H. Hijazi and L. Ros, " Analytical Analysis of Bayesian Cramer-Rao Bound for Dynamical Rayleigh Channel Complex Gains Estimation in OFDM System " *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 57, No. 5, May 2009.

[8] A. R. S. Bahai and B. R. Saltzberg, *Multi-Carrier Dications: Theory and Applications of OFDM:* Kluwer Academic/Plenum, 1999.

[9] M. Hsieh and C. Wei, "Channel estimation for OFDM systems based on comb-type pilot arrangement in frequency selective fading channels" in *IEEE Trans. Consumer Electron.*, vol.44, no. 1, Feb. 1998.

[10] Z. Tang, R. C. Cannizzaro, G. Leus and P. Banelli, "Pilot-assisted time-varying channel estimation for OFDM systems" in *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 55, pp. 2226-2238, May 2007.

[11] S. Tomasin, A. Gorokhov, H. Yang and J.-P. Linnartz, "Iterative interference cancellation and channel estimation for mobile OFDM" in *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 4, no. 1, pp. 238-245, Jan. 2005.

[12] Y. Mostofi and D. Cox, "ICI mitigation for pilot-aided OFDM mobile systems" in *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 4, no. 12, pp. 765-774, March 2005.

[13] B. Yang, K. B. Letaief, R. S. Cheng and Z. Cao, "Channel estimation for OFDM transmisson in mutipath fading channels based on parametric channel modeling" in *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, no. 3, pp. 467-479, March 2001.

[14] E. Simon, L. Ros and K. Raoof," Synchronization over rapidly time-varying multipath channel for CDMA downlink RAKE receivers in Time-Division mode",in *IEEE Trans. Vehic. Techno.*, vol. 56. no. 4, Jul. 2007

[15] C. Komninakis, C. Fragouli, A. Sayed and R. Wesel, "Multi-input multi-output fading channel tracking and equalization using Kalman estimation" in *IEEE Trans. Signal Proc.*, vol. 50, no. 5, pp. 1065-1076, May 2002.

[16] E. Anderson and Z. Bai, *LAPACK User's Guide: Third Edition,*SIAM, Philadelphia, 1999.

[17] Wikipedia contributors,"Linear regression", Wikipedia, The Free Encyclopedia.

[18] K. E. Baddour and N. C. Beaulieu, "Autoregressive modeling for fading channel simulation" in *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 4, no. 4, pp. 1650-1662, July 2005.

[19] B. Anderson and J. B. Moore, *Optimal filtering,* Prentice-Hall, 1979.

[20] W. C. Jakes, Microwave Mobile Communications. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1983.

[21] M. K. Ozdemir and H. Arslan, "Channel Estimation for Wireless OFDM Systems", *IEEE Communications Surveys and Tutorials*, vol. 9, pp. 18-48, Issue: 2, Second Quarter 2007.

[22] S. Coleri, M. Ergen, A. Puri and A. Bahai, "Channel estimation techniques based on pilot arrangement in OFDM systems" in *IEEE Trans. Broad.*, vol. 48. no. 3, pp. 223-229 Sep. 2002.

[23] Y.-S. Choi, P. J. Voltz and F. A. Cassara, "On channel estimation and detection for muticarrier signals in fast and selective Rayleigh fading channels" in *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, no. 8, pp. 1375-1387, Aug. 2001.

[24] X. Cai and G. B. Giannakis, "Bounding performance and suppressing intercarrier interference in wireless mobile OFDM" in *IEEE Trans. Commun.*, vol. 51, no. 12, pp. 2047-2056, Dec. 2003.

[25] P. Schniter, " Low-complexity equalization of OFDM in doubly selective channels" in *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 52. no. 4, pp. 1002-1011, Apr. 2004

[26] A. F. Molisch, M. Toeltsch and S. Vermani," Iterative methods for cancellation of intercarrier interference in OFDM systems" in *IEEE Trans. Vehicular Techno.*, vol. 56, no. 4, pp. 2158-2167, July. 2007.

[27] P. Salmela, A. Burian, H. Sorokin and J. Takala, "Complex-valued QR decomposition implementation for MIMO receivers" in *IEEE ICASSP Conf.*, Las Vegas, Nevada, USA, April, 2008.

[28] Z. Yuanjin," A novel channel estimation and tracking method for wireless OFDM systems based on pilots and Kalman filtering" in *IEEE Trans. Consumer Electronics*, vol. 49, pp. 275-283, May 2003.

[29] D. Angelosante, E. Biglieri and M. Lops,"Multipath channel tracking in OFDM systems" in *IEEE Intern. Symposium on PIMRC*, Athens, Greece, Sept. 2007.

[30] L. Rugini, P. Banelli and G. Leus, " Block DFE and windowing for Doppler-affected OFDM systems" in *IEEE Signal Process. Adv. Wireless Commun. (SPAWC)*, pp. 470-474, Jun. 2005.

Joint Carrier Frequency Offset and Channel Estimation for OFDM Systems via the EM Algorithm in the Presence of Very High Mobility

Eric Pierre Simon, Laurent Ros, Hussein Hijazi, and Mounir Ghogho

***Abstract*—In this paper, the problem of joint carrier frequency offset (CFO) and channel estimation for OFDM systems over the fast time-varying frequency-selective channel is explored within the framework of the expectation-maximization (EM) algorithm and parametric channel model. Assuming that the path delays are known, a novel iterative pilot-aided algorithm for joint estimation of the multipath Rayleigh channel complex gains (CG) and the carrier frequency offset (CFO) is introduced. Each CG time-variation, within one OFDM symbol, is approximated by a basis expansion model (BEM) representation. An autoregressive (AR) model is built to statistically characterize the variations of the BEM coefficients across the OFDM blocks. In addition to the algorithm, the derivation of the hybrid Cramér-Rao bound (HCRB) for CFO and CGs estimation in our context of very high mobility is provided. We show that the proposed EM has a lower computational complexity than the optimum maximum a posteriori estimator and yet incurs only an insignificant loss in performance.**

***Index Terms*—Channel estimation, OFDM, time-varying channels.**

I. Introduction

ORTHOGONAL frequency division multiplexing (OFDM) has become a standard technique for broadband high speed communication systems, mainly the mobile worldwide interoperability microwave systems for next-generation wireless communication systems (WiMAX) and the third-generation partnership project (3GPP) in the form of its long-term evolution (LTE) project. However, it is well known that small carrier frequency offsets (CFOs) yield severe degradation in OFDM modulation since it produces inter-carrier interference (ICI) and attenuates the desired signal. These effects reduce the effective signal-to-noise ratio (SNR) in OFDM reception resulting in degraded system performance [1], [2]. Accurate CFO recovery is thus essential to make an OFDM system practically viable. In addition, the coherent detection of signals is generally performed by means of an equalization task which requires the channel knowledge. Therefore the channel estimation is also essential for practical systems.

The best performance is obtained when the CFO and the channel are estimated jointly [3]. This problem can be regarded as an estimation problem of one given parameter (here the CFO) in the presence of unobserved state (here CGs of the channel). Then, an interesting approach is to use the expectation-maximization (EM) algorithm. The EM algorithm provides actually an iterative method to find the maximum likelihood (ML) estimates, as presented in [4] for the problem of speech recognition system parameters estimation while also providing the state estimates. Recently, the EM algorithm has been applied to a lot of problems including channel estimation [5]–[8]. In [6], the authors proposed a joint CFO and channel estimator based on EM algorithm for OFDM—single-input–single-output (SISO) systems, and in [7] the authors extended this work to the OFDM—multiple-input–multiple-output (MIMO) context. However, these studies have been derived for quasi-static channels. We propose to address the problem of joint CFO and channel estimation via the EM algorithm in the context of OFDM systems with very high mobility. Note that there are other approaches for estimating both CFO and channel, like the extended Kalman filter used in [9].

In the context of very high mobility, it is generally preferable to directly estimate the physical channel parameters [10]. Indeed, as the channel delay spread increases, the number of channel taps also increases, thus leading to a large number of BEM coefficients, and consequently more pilot symbols are needed. Estimating the physical propagation parameters means estimating multipath delays and multipath CGs. It is well known that in radio-frequency transmissions, the path delays are quasi-invariant over several OFDM blocks [11 (Section III-A)]–[13] (whereas the CGs may change significantly, even within one OFDM block). In this paper, the delays are assumed perfectly estimated and quasi-invariant. It should be noted that an initial, and generally accurate estimation of the number of paths and delays can be obtained by using the minimum description length (MDL) and estimation of signal parameters by rotational invariance techniques (ESPRIT) methods, respectively, [14], [10], [15]. The CFO and channel estimator derivations are presented for this approach. Additionally, we demonstrate that the results for the nonparametric approach can be simply deduced from those derivations. Hence, this work can be applied to both approaches.

The Cramér-Rao bound (CRB) is a well-known benchmark to which the mean-square errors of estimators are compared.

Manuscript received February 21, 2011; revised August 12, 2011; accepted October 12, 2011. Date of current version January 13, 2012. The associate editor coordinating the review of this manuscript and approving it for publication was Prof. Phillipe Ciblat.

E. P. Simon is with the IEMN lab, TELICE group, University of Lille, France (e-mail: eric.simon@univ-lille1.fr).

L. Ros is with the GIPSA-lab, Department Image Signal, BP 46–38402 Saint Martin d'Hères, France (e-mail: laurent.ros@gipsa-lab.grenoble-inp.fr).

H. Hijazi is with the School of Engineering, CCE Department, Lebanese International University (LIU), Lebanon (e-mail: hussein.hijazi@liu.edu.lb).

M. Ghogho is with the School of Electronic and Electrical Engineering, Leeds University, England (e-mail: m.ghogho@leeds.ac.uk).

Color versions of one or more of the figures in this paper are available online at http://ieeexplore.ieee.org.

Digital Object Identifier 10.1109/TSP.2011.2174053

1053-587X/$26.00 © 2011 IEEE

In [16], the authors derived the CRB for the joint estimation of CFO and channel response in a static context. In [17], the authors derived the CRB of path CGs in the presence of high mobility. We propose to extend this bound to the case of joint CFO and CGs estimation. Depending on the prior knowledge available on parameters, the CRB has different expressions. The hybrid CRB (HCRB) is considered in the case of a hybrid vector containing deterministic and random parameters. We provide the derivation of the HCRB for joint estimation of CFO and the fast time-varying CGs in the OFDM context. To sum up, the main contributions for the work presented in this paper are the following:

- Unlike existing methods, the proposed algorithm uses a *parametric* channel model to estimate the CFO and the channel in a highly mobile environment. Using parametric channel models is of interest in the case of high mobility, since less coefficients are to be estimated.
- To reduce estimation complexity, the proposed method uses the BEM approach (to reduce the number of coefficients to estimate), a multivariate AR(1) model (to describe the statistical variations of the BEM coefficients across the blocks), and the EM method to avoid batch processing. Simulations have shown that the proposed algorithm has almost the same performance as the optimum maximum *a posteriori* (MAP) estimator which requires handling and inverting large matrices.
- A closed-form expression of the HCRB is provided.

The notations adopted are as follows: Upper (lower) bold face letters denote matrices (column vectors). $[\mathbf{x}]_n$ denotes the nth element of the vector $\mathbf{x}$ and $[\mathbf{X}]_{n,m}$ denotes the $[n,m]$th element of the matrix $\mathbf{X}$. It is noteworthy that vector and matrix indices start from 0 and not from 1. We will use the matlab notation $\mathbf{X}_{[n_1:n_2,m_1:m_2]}$ to extract a submatrix within $\mathbf{X}$ from row n_1 to row n_2 and from column m_1 to column m_2. $\mathbf{I}_N$ is a $N\times N$ identity matrix and $\mathbf{0}_N$ is a $N\times N$ matrix of zeros. $\mathrm{diag}\{\mathbf{x}\}$ is a diagonal matrix with $\mathbf{x}$ on its main diagonal, $\mathrm{diag}\{\mathbf{X}\}$ is a vector whose elements are the elements of the main diagonal of $\mathbf{X}$ and $\mathrm{blkdiag}\{\mathbf{X},\mathbf{Y}\}$ is a block diagonal matrix with the matrices $\mathbf{X}$ and $\mathbf{Y}$ on its main diagonal. The Hadamard product for two matrices $\mathbf{X}$ and $\mathbf{Y}$ of the same dimensions is denoted $\mathbf{X}\circ\mathbf{Y}$. The superscripts $(\cdot)^T$ and $(\cdot)^H$ stand, respectively, for transpose and Hermitian operators. $|\cdot|$ and $\mathrm{Tr}\{\cdot\}$ are, respectively, the determinant and trace operations. $\mathrm{Re}(\cdot)$, $\mathrm{Im}(\cdot)$, and $(\cdot)^*$ are, respectively, the real part, imaginary part and conjugate of a complex number or matrix. $\mathbb{E}_{x,y}[\cdot]$ is the expectation over x and y, $J_0(\cdot)$ is the zeroth-order Bessel function of the first kind and $\delta_{k,m}$ is the Kronecker symbol. $\nabla_{\mathbf{x}}$ and $\Delta_{\mathbf{y}}^{\mathbf{x}}$ represent the first and the second-order partial derivatives operator, i.e., $\nabla_{\mathbf{x}}=\left[\frac{\partial}{\partial x_1},\ldots,\frac{\partial}{\partial x_N}\right]^T$ and $\Delta_{\mathbf{y}}^{\mathbf{x}}=\nabla_{\mathbf{y}*}\nabla_{\mathbf{x}}^T$.

II. Time-Varying OFDM System Subject to CFO

A. OFDM System Model

Consider an OFDM system with N sub-carriers, and a cyclic prefix length N_g. The duration of an OFDM block is $T=N_bT_s$, where T_s is the sampling time and $N_b=N+N_g$. Let $x_k[n]$, $n=-\frac{N}{2},\ldots,\frac{N}{2}-1$ be the transmitted data symbol on the subcarrier n of the kth OFDM symbol. The $\{x_k[n]\}$ are normalized symbols (i.e., $\mathbb{E}\left[x_k[n]x_k^*[n]\right]=1$). The frequency mismatch between the oscillators used in the radio transmitters and receivers causes a CFO ΔF. The normalized CFO is denoted $\nu=\Delta FNT_s$. After transmission over a multipath Rayleigh channel, the subcarrier n of the kth received OFDM symbol $y_k[n]$ is given in the frequency domain (after removing cyclic prefix and taking DFT) by [13], [18]:

$$\mathbf{y}_k=\mathbf{H}_k\,\mathbf{x}_k+\mathbf{w}_k \tag{1}$$

where $\mathbf{x}_k=\left[x_k\left[-\frac{N}{2}\right],x_k\left[-\frac{N}{2}+1\right],\ldots,x_k\left[\frac{N}{2}-1\right]\right]^T$. $\mathbf{y}_k$ and $\mathbf{w}_k$ are defined in a similar way as $\mathbf{x}_k$. $\mathbf{w}_k$ is a white complex Gaussian noise vector of covariance matrix $\sigma^2\mathbf{I}_N$ and $\mathbf{H}_k$ is the $N\times N$ channel matrix. The elements of $\mathbf{H}_k$ can be written in terms of equivalent channel taps [19] $\left\{g_{l,k}(qT_s)=g_l(kT+qT_s)\right\}$

$$[\mathbf{H}_k]_{n,m}=\frac{1}{N}\sum_{l=0}^{L'-1}\left[e^{-j2\pi\left(\frac{m}{N}-\frac{1}{2}\right)\cdot l}\sum_{q=0}^{N-1}g_{l,k}(qT_s)e^{j2\pi\frac{m-n+\nu}{N}q}\right] \tag{2}$$

or in terms of physical channel parameters [15] (delays $\{\tau_l\}$ and CGs $\left\{\alpha_{l,k}(qT_s)=\alpha_l(kT+qT_s)\right\}$), yielding

$$[\mathbf{H}_k]_{n,m}=\frac{1}{N}\sum_{l=0}^{L-1}\left[e^{-j2\pi\left(\frac{m}{N}-\frac{1}{2}\right)\tau_l}\sum_{q=0}^{N-1}\alpha_{l,k}(qT_s)e^{j2\pi\frac{m-n+\nu}{N}q}\right]. \tag{3}$$

$L'<N_g$ is the number of channel taps and L the number of paths. The delays are normalized by T_s and not necessarily integers ($\tau_l<N_g$). The L elements of $\left\{\alpha_{l,k}(qT_s)\right\}$ are uncorrelated. However, the L' elements of $\left\{g_{l,k}(qT_s)\right\}$ are correlated, unless the delays are multiple of T_s as often assumed in the literature. These channel taps and CGs are wide-sense stationary (WSS), narrow-band zero-mean complex Gaussian processes of variances ${\sigma_{g_l}}^2$ and ${\sigma_{\alpha_l}}^2$, respectively, and with the so-called Jakes' power spectrum of maximum Doppler frequency f_d [20]. The average energy of the channel is normalized to one, i.e., $\sum_{l=0}^{L'-1}{\sigma_{g_l}}^2=1$ and $\sum_{l=0}^{L-1}{\sigma_{\alpha_l}}^2=1$. Let us define the $N\times 1$ vector

$$\boldsymbol{\alpha}_{l,k}=\left[\alpha_{l,k}(0),\ldots,\alpha_{l,k}\big((N-1)T_s\big)\right]^T \tag{4}$$

The correlation matrix of $\boldsymbol{\alpha}_{l,k}$ for the time-lag p, $\mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}_l}^{(p)}=\mathbb{E}\left[\boldsymbol{\alpha}_{l,k}\boldsymbol{\alpha}_{l,k-p}^H\right]$, is given by

$$[\mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}_l}^{(p)}]_{n,m}={\sigma_{\alpha_l}}^2J_0\big(2\pi f_dT_s(n-m+pN_b)\big). \tag{5}$$

In the next sections, we present the derivations for the second approach (physical channel). The results of the first approach (channel taps) can be easily deduced by replacing L by L' and the set of delays $\{\tau_l\}$ by $\{l,\ l=0:L'-1\}$.

B. BEM Channel Model

In each OFDM block, there are N samples to be estimated for each path CG due to the fast time-variation of the channel, yielding a total of LN samples for the whole channel and for

each block. In order to reduce the number of parameters to be estimated, we resort to the basis expansion model (BEM). In this section, our aim is to accurately model the time-variation of $\alpha_{l,k}(qT_s)$ from $q=0$ to $N-1$ by using a BEM. The purpose of using a BEM is to approximate $\alpha_{l,k}$ as the weighted sum of just a few basis function $\mathbf{b}_d$, as follows:

$$\boldsymbol{\alpha}_{l,k} = \boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{BEM}_{l,k}} + \boldsymbol{\xi}_{l,k} = \mathbf{B}\cdot\mathbf{c}_{l,k} + \boldsymbol{\xi}_{l,k} \tag{6}$$

where $\mathbf{B}=[\mathbf{b}_0,\ldots,\mathbf{b}_{N_c-1}]$ is a $N\times N_c$ matrix that collects the N_c basis functions $\mathbf{b}_d$. Vector $\mathbf{c}_{l,k}=\left[c_{l,k}[0],\ldots,c_{l,k}[N_c-1]\right]^T$ represents the N_c BEM coefficients for the lth CG of the kth OFDM symbol and $\boldsymbol{\xi}_{l,k}$ represents the corresponding BEM modeling error, which is assumed to be minimized in the mean square error (MSE) sense [21]. Under this criterion, the optimal BEM coefficients and the corresponding model error are given by

$$\begin{aligned}\mathbf{c}_{l,k} &= \left(\mathbf{B}^H\mathbf{B}\right)^{-1}\mathbf{B}^H\boldsymbol{\alpha}_{l,k}\\ \boldsymbol{\xi}_{l,k} &= (\mathbf{I}_N-\mathbf{S})\boldsymbol{\alpha}_{l,k}\end{aligned} \tag{7}$$

where $\mathbf{S}=\mathbf{B}\left(\mathbf{B}^H\mathbf{B}\right)^{-1}\mathbf{B}^H$ is a $N\times N$ matrix.

Various traditional BEM designs have been reported to model the channel time-variations, e.g., the complex exponential BEM (CE-BEM), the polynomial BEM (P-BEM), or the Karhuen-Loeve BEM (DKL-BEM) for instance [18], [22].

From now on, we can describe the OFDM system model derived previously in terms of the BEM. Substituting (6) in (1) yields after some algebra

$$\mathbf{y}_k = \boldsymbol{\mathcal{K}}_k(\nu)\cdot\mathbf{c}_k + \boldsymbol{\epsilon}_k + \mathbf{w}_k \tag{8}$$

where the $LN_c\times 1$ vector $\mathbf{c}_k$ and the $N\times LN_c$ matrix $\boldsymbol{\mathcal{K}}_k$ are given by

$$\mathbf{c}_k = \left[\mathbf{c}_{0,k}^T,\ldots,\mathbf{c}_{L-1,k}^T\right]^T$$

$$\boldsymbol{\mathcal{K}}_k(\nu) = \frac{1}{N}\left[\mathbf{Z}_{0,k}(\nu),\ldots,\mathbf{Z}_{L-1,k}(\nu)\right] \tag{9}$$

$$\mathbf{Z}_{l,k}(\nu) = \left[\mathbf{M}_0(\nu)\mathrm{diag}\{\mathbf{x}_k\}\mathbf{f}_l,\ldots,\mathbf{M}_{N_c-1}(\nu)\mathrm{diag}\{\mathbf{x}_k\}\mathbf{f}_l\right] \tag{10}$$

where vector $\mathbf{f}_l$ is the lth column of the $N\times L$ Fourier matrix $\mathbf{F}$ that depends on the delays distribution (defined by [14]), and $\mathbf{M}_d(\nu)$ is a $N\times N$ matrix given by

$$[\mathbf{F}]_{n,l} = e^{-j2\pi\left(\frac{n}{N}-\frac{1}{2}\right)\tau_l} \tag{11}$$

$$[\mathbf{M}_d(\nu)]_{n,m} = \sum_{q=0}^{N-1}[\mathbf{B}]_{q,d}\, e^{j2\pi\frac{m-n+\nu}{N}q}. \tag{12}$$

The second component in (8), ϵ_k, represents the approximation error in the observation model.

C. The AR Model for $\mathbf{c}_k$

From (7), we get that the optimal BEM coefficients $\mathbf{c}_{l,k}$ are correlated complex Gaussian variables with zero-means and correlation matrix given by

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_{\mathbf{c}_l}^{(p)} &= E[\mathbf{c}_{l,k}\mathbf{c}_{l,k-p}^H]\\ &= \left(\mathbf{B}^H\mathbf{B}\right)^{-1}\mathbf{B}^H\mathbf{R}_{\alpha_l}^{(p)}\mathbf{B}\left(\mathbf{B}^H\mathbf{B}\right)^{-1}.\end{aligned} \tag{13}$$

Since the coefficients $\mathbf{c}_{l,k}$ are correlated Gaussian variables, their dynamics can be well approached by an autoregressive (AR) process [23], [15]. A complex AR process of order I, denoted $\tilde{\mathbf{c}}_{l,k}$, can be generated as

$$\tilde{\mathbf{c}}_{l,k} = \sum_{i=1}^{I}\mathbf{A}^{(i)}\tilde{\mathbf{c}}_{l,k-i} + \mathbf{u}_{l,k} \tag{14}$$

where $\mathbf{A}^{(1)},\ldots,\mathbf{A}^{(I)}$ are $N_c\times N_c$ matrices and $\mathbf{u}_{l,k}$ is a $N_c\times 1$ complex Gaussian vector with covariance matrix $\mathbf{U}_l$. From [15], it is sufficient to choose $I=1$ to correctly capture the coefficients dynamics. The matrices $\mathbf{A}^{(1)}=\mathbf{A}$ and $\mathbf{U}_l$ are the AR model parameters. The standard choice [23] to compute those parameters is to impose that the correlation matrices $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{c}}_l}^{(p)}$ of the approximate process perfectly match the correlation matrices $\mathbf{R}_{\mathbf{c}_l}^{(p)}$ of the true process for lag $p\in\{-1,0,1\}$ in (13). Imposing this correlation matching constraint, the parameters of the AR process can be computed by the set of the Yule-Walker equations defined as

$$\mathbf{A} = \mathbf{R}_{\mathbf{c}_l}^{(1)}\left(\mathbf{R}_{\mathbf{c}_l}^{(0)}\right)^{-1} \tag{15}$$

$$\mathbf{U}_l = \mathbf{R}_{\mathbf{c}_l}^{(0)} - \mathbf{A}\mathbf{R}_{\mathbf{c}_l}^{(-1)}. \tag{16}$$

Using (14), we obtain the AR model of order 1 for $\tilde{\mathbf{c}}_k$

$$\tilde{\mathbf{c}}_k = \mathcal{A}\cdot\tilde{\mathbf{c}}_{k-1} + \mathbf{u}_k \tag{17}$$

where $\boldsymbol{\mathcal{A}} = \mathrm{blkdiag}\{\mathbf{A},\ldots,\mathbf{A}\}$ is a $LN_c\times LN_c$ matrix and $\mathbf{u}_k = \left[\mathbf{u}_{0,k}^T,\ldots,\mathbf{u}_{L-1,k}^T\right]^T$ is a $LN_c\times 1$ zero-mean complex Gaussian vector with covariance matrix $\mathbf{U}=\mathrm{blkdiag}\{\mathbf{U}_0,\ldots,\mathbf{U}_{L-1}\}$.

III. EM Algorithm

First, we consider a block of K OFDM received symbols. Let $\mathbf{y}=[\mathbf{y}_0{}^T,\ldots,\mathbf{y}_{K-1}{}^T]^T$ and $\mathbf{c}=[\mathbf{c}_0{}^T,\ldots,\mathbf{c}_{K-1}{}^T]^T$. The objective is to jointly estimate the CFO ν and the BEM coefficients $\mathbf{c}$ of the path CGs based on the set of the K OFDM received signals. It is noteworthy that if ν is known, the BEM coefficients $\mathbf{c}$ can be estimated by using a Kalman filter [15]. In our specific context, both ν and $\mathbf{c}$ are unknown. Therefore we propose to use the EM algorithm, which has been extensively explained in [24]. The EM algorithm is an iterative method to find the ML estimates of parameters in the presence of unobserved data. The algorithm comprises two steps : the expectation step (E-step) and the maximization step (M-step). We describe an EM algorithm for our model.

We suppose that the transmitted symbols $\mathbf{x}_k$ are known [this configuration is called data aided (DA), and corresponds to the acquisition task]. We consider the received data $\mathbf{y}$ as incomplete data, and define the complete data as $\mathbf{z}\overset{\mathrm{def}}{=}\left[\mathbf{y}^T,\mathbf{c}^T\right]^T$. Since the state is described by first-order Markov model, the likelihood function of the complete data is given by

$$p(\mathbf{z};\nu) = p(\mathbf{c}_0)\prod_{k=1}^{K-1}p(\mathbf{c}_k|\mathbf{c}_{k-1})\prod_{k=0}^{K-1}p(\mathbf{y}_k|\mathbf{c}_k;\nu).$$

Then, from (8) (the error term ϵ_k is neglected), we compute the log-likelihood of the complete data

$$\ln\left(p(\mathbf{z};\nu)\right) = C - \frac{1}{\sigma^2}\sum_{k=0}^{K-1}\left(\mathbf{y}_k - \mathbf{m}_k(\nu)\right)^H\left(\mathbf{y}_k - \mathbf{m}_k(\nu)\right) + \ln p(\mathbf{c}_0) + \sum_{k=1}^{K-1}\ln p(\mathbf{c}_k|\mathbf{c}_{k-1}) \quad (18)$$

where C is a constant and $\mathbf{m}_k(\nu) = \boldsymbol{\mathcal{K}}_k(\nu)\mathbf{c}_k$ is the mean vector. Each iteration $i = 0, 1, \ldots$ of the EM algorithm for estimating ν from $\mathbf{y}$ consists in two steps:

E-step: given the measurements $\mathbf{y}$ and the latest estimate $\hat{\nu}^{(i)}$ from the previous iteration, we calculate

$$Q(\nu, \hat{\nu}^{(i)}) \stackrel{\text{def}}{=} \mathbb{E}_{\mathbf{c}|\mathbf{y},\hat{\nu}^{(i)}}\left[\ln p(\mathbf{z};\nu)\right]. \quad (19)$$

M-step: this step finds $\hat{\nu}^{(i+1)}$, the value of ν which maximizes $Q(\nu, \hat{\nu}^{(i)})$ over all possible values of ν

$$\hat{\nu}^{(i+1)} = \text{argmax}_{\nu} Q(\nu, \hat{\nu}^{(i)}). \quad (20)$$

This procedure is repeated until the sequence $\hat{\nu}^{(0)}, \hat{\nu}^{(1)}, \ldots$ converges.

Due to the Gauss-Markov nature of the problem, the computation of the Q function can be expressed as (see Appendix A)

$$Q(\nu, \hat{\nu}^{(i)}) = -\frac{1}{\sigma^2}\sum_{k=0}^{K-1}\text{Tr}\left\{\boldsymbol{\mathcal{K}}_k(\nu)\mathbf{S}_{k|K}^{(i)}\boldsymbol{\mathcal{K}}_k^H(\nu) + \left(\mathbf{y}_k - \boldsymbol{\mathcal{K}}_k(\nu)\hat{\mathbf{c}}_{k|K}^{(i)}\right)\left(\mathbf{y}_k - \boldsymbol{\mathcal{K}}_k(\nu)\hat{\mathbf{c}}_{k|K}^{(i)}\right)^H\right\} \quad (21)$$

where

$$\hat{\mathbf{c}}_{k|K}^{(i)} \stackrel{\text{def}}{=} \mathbb{E}_{\mathbf{c}|\mathbf{y},\hat{\nu}^{(i)}}\left[\mathbf{c}_k\right]$$

and

$$\mathbf{S}_{k|K}^{(i)} \stackrel{\text{def}}{=} \mathbb{E}_{\mathbf{c}|\mathbf{y},\hat{\nu}^{(i)}}\left[(\mathbf{c}_k - \hat{\mathbf{c}}_{k|K}^{(i)})(\mathbf{c}_k - \hat{\mathbf{c}}_{k|K}^{(i)})^H\right].$$

The required terms $\hat{\mathbf{c}}_{k|K}^{(i)}$ and $\mathbf{S}_{k|K}^{(i)}$ can actually be computed for all $k = 0, \ldots, K-1$ from the fixed interval Kalman smoother (using the parameter estimate at iteration i), since our model (8 in neglecting the error term ϵ_k) becomes a so-called Gaussian linear model for the estimation of c_k assuming previous knowledge of ν. The E-step is thus an Estimation-step for the BEM coefficients vector. The smoother consists of a backward pass that follows the standard Kalman filter Forward recursion given by the following.

Forward recursion: Time Update Equations (TUE):

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{c}}_{k|k-1}^{(i)} &= \boldsymbol{\mathcal{A}}\hat{\mathbf{c}}_{k-1|k-1}^{(i)}\\ \mathbf{S}_{k|k-1}^{(i)} &= \boldsymbol{\mathcal{A}}\mathbf{S}_{k-1|k-1}^{(i)}\boldsymbol{\mathcal{A}}^H + \mathbf{U}.\end{aligned} \quad (22)$$

Measurement Update Equations (MUE):

$$\begin{aligned}\mathbf{K}_k &= \mathbf{S}_{k|k-1}^{(i)}\boldsymbol{\mathcal{K}}_k^H(\hat{\nu}^{(i)})\left(\boldsymbol{\mathcal{K}}_k(\hat{\nu}^{(i)})\mathbf{S}_{k|k-1}^{(i)}\boldsymbol{\mathcal{K}}_k^H(\hat{\nu}^{(i)}) + \sigma^2\mathbf{I}_N\right)^{-1}\\ \hat{\mathbf{c}}_{k|k}^{(i)} &= \hat{\mathbf{c}}_{k|k-1}^{(i)} + \mathbf{K}_k\left(\mathbf{y}_k - \boldsymbol{\mathcal{K}}_k(\hat{\nu}^{(i)})\hat{\mathbf{c}}_{k|k-1}^{(i)}\right)\\ \mathbf{S}_{k|k}^{(i)} &= \mathbf{S}_{k|k-1}^{(i)} - \mathbf{K}_k\boldsymbol{\mathcal{K}}_k(\hat{\nu}^{(i)})\mathbf{S}_{k|k-1}^{(i)}\end{aligned} \quad (23)$$

Backward recursion:

$$\begin{aligned}\mathbf{J}_k &= \mathbf{S}_{k-1|k-1}^{(i)}\boldsymbol{\mathcal{A}}^H\left(\mathbf{S}_{k|k-1}^{(i)}\right)^{-1}\\ \hat{\mathbf{c}}_{k-1|K}^{(i)} &= \hat{\mathbf{c}}_{k-1|k-1}^{(i)} + \mathbf{J}_k\left(\hat{\mathbf{c}}_{k|K}^{(i)} - \hat{\mathbf{c}}_{k|k-1}^{(i)}\right)\\ \mathbf{S}_{k-1|K}^{(i)} &= \mathbf{S}_{k-1|k-1}^{(i)} + \mathbf{J}_k\left(\mathbf{S}_{k|K}^{(i)} - \mathbf{S}_{k|k-1}^{(i)}\right)\mathbf{J}_k^H.\end{aligned} \quad (24)$$

It is noteworthy that the EM is a computationally less demanding technique than MAP [25], since it does not require batch processing and the matrices to be inverted are only of size $LN_c \times LN_c$. The BEM-based MAP technique requires batch processing and the inversion of $(KLN_c \times KLN_c)$ matrices. We show in Section V that the MSE performances of the two methods are very close to each other.

IV. Hybrid Cramér-Rao Bounds (HCRB)

A. Introduction

The CRB for the fast time-varying path CGs has been first computed in [17] for the OFDM context. However, the calculated CRB assumed a BEM model for the channels. Hence, the CRB of the CGs derived in [17] cannot be considered as the true CRB but as a BEM-based CRB since it is based on the CRB of the BEM coefficients. The exact CRB for the CGs is the one that does not assume a BEM.

In this Section, we propose to derive the true CRB for the estimation of the CGs together with the CFO, in the presence of very high mobility. The CFO being deterministic, this yields to calculate a Hybrid CRB. The CRBs provide a lower bound on the mean square error (MSE) achievable by any unbiased estimator. We give the general expression of the HCRB. The HCRB is particularly suited for problems where the parameters to be estimated encompass both deterministic (here ν) and random (here $\boldsymbol{\alpha}$) components, with availability of the a priori information $(p(\boldsymbol{\alpha}))$. An off-line scenario is considered, i.e., the receiver waits until the whole observation frame of K OFDM symbols $\mathbf{y} = [\mathbf{y}_0^T, \ldots, \mathbf{y}_{K-1}^T]^T$ has been received to perform parameter estimation.

Vector $\boldsymbol{\alpha}$ is defined as follows:

$$\boldsymbol{\alpha} = \left[\boldsymbol{\alpha}_0^T, \ldots, \boldsymbol{\alpha}_{K-1}^T\right]^T \quad (25)$$

$$\boldsymbol{\alpha}_k = \left[\boldsymbol{\alpha}_{0,k}^T, \ldots, \boldsymbol{\alpha}_{L-1,k}^T\right]^T \quad (26)$$

where the vector $\boldsymbol{\alpha}_{l,k}$ is defined in (4).

Let $\boldsymbol{\mu} = [\boldsymbol{\alpha}^T, \nu]^T$ be the hybrid vector to be estimated. The HCRB has been initially proposed in [26] as:

$$\mathbb{E}_{\mathbf{y},\boldsymbol{\alpha}|\nu}\left[\left(\hat{\boldsymbol{\mu}}(\mathbf{y}) - \boldsymbol{\mu}\right)\left(\hat{\boldsymbol{\mu}}(\mathbf{y}) - \boldsymbol{\mu}\right)^H\right] \geq \mathbf{HCRB}$$

where $\mathbf{X} \geq \mathbf{Y}$ is interpreted as meaning that the matrix $\mathbf{X} - \mathbf{Y}$ is positive semi-definite. We partition the HCRB matrix as follows:

$$\mathbf{HCRB} = \begin{bmatrix}\mathbf{HCRB}_{\alpha} & \mathbf{HCRB}_{12}\\ \mathbf{HCRB}_{21} & \text{HCRB}_{\nu}\end{bmatrix} \quad (27)$$

where the $KLN \times KLN$ matrix $\mathbf{HCRB}_{\boldsymbol{\alpha}}$ and the scalar HCRB_{ν} are the minimal bounds on the MSE of $\boldsymbol{\alpha}$ and ν,

respectively, and the vectors $\mathbf{HCRB}_{12}$ and $\mathbf{HCRB}_{21}$ are the cross-terms. Note that for notational convenience, we drop the dependence of these submatrices on ν. The HCRB[1] is the inverse of the hybrid information matrix (HIM), which can be written as:

$$\mathbf{Hi}(\nu) = \mathbb{E}_{\boldsymbol{\alpha}}\left[\mathbf{Fi}(\boldsymbol{\alpha},\nu)\right] + \mathbb{E}_{\boldsymbol{\alpha}|\nu}\left[-\Delta_{\boldsymbol{\mu}}^{\boldsymbol{\mu}}\ \ln\left(p(\boldsymbol{\alpha}|\nu)\right)\right]$$

where $p(\alpha|\nu)$ is the prior distribution and $\mathbf{Fi}(\alpha,\nu)$ is the FIM defined as

$$\mathbf{Fi}(\boldsymbol{\alpha},\nu) = \mathbb{E}_{\mathbf{y}|\boldsymbol{\alpha},\nu}\left[-\Delta_{\boldsymbol{\mu}}^{\boldsymbol{\mu}}\ \ln\left(p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\alpha},\nu)\right)\right]$$

where $p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\alpha},\nu)$ is the conditional probability density function of $\mathbf{y}$ given $\boldsymbol{\alpha}$ and ν. Since the deterministic and the random parts of the hybrid vector are statistically independent, i.e., $p(\boldsymbol{\alpha}|\nu) = p(\boldsymbol{\alpha})$, then after some algebraic manipulations, the second component of the HIM can be written as [27]

$$\mathbb{E}_{\boldsymbol{\alpha}|\nu}\left[-\Delta_{\boldsymbol{\mu}}^{\boldsymbol{\mu}}\ \ln\left(p(\boldsymbol{\alpha}|\nu)\right)\right] = \begin{bmatrix} \mathbb{E}_{\boldsymbol{\alpha}}\left[-\Delta_{\boldsymbol{\alpha}}^{\boldsymbol{\alpha}}\ \ln\left(p(\boldsymbol{\alpha})\right)\right] & \mathbf{0}_{KLN,1} \\ \mathbf{0}_{1,KLN} & 0 \end{bmatrix}.$$

In the DA context, the transmitted data symbols $\mathbf{x}$ are known at the receiver and then no averaging over the data is required. Hence, the probability density function depends on $\mathbf{x}$, and so do the bound.

Finally, the mean MSE of the estimation of $\boldsymbol{\alpha}$ is lower-bounded by

$$\overline{\mathrm{HCRB}}_{\boldsymbol{\alpha}} = \frac{1}{KLN}\mathrm{Tr}\left\{\mathbf{HCRB}_{\boldsymbol{\alpha}}\right\}. \tag{28}$$

The HCRB associated with the estimation of ν, HCRB_{ν}, is given by (27).

B. Expression of the HCRB

The closed-form exact expression for the HCRB related to the estimations of $\boldsymbol{\alpha}$ and ν in the (DA) mode of OFDM systems is presented hereafter. The details of the derivation are given in Appendix B, yielding

$$\mathbf{HCRB} = \left(\mathrm{blkdiag}\left\{\boldsymbol{\mathcal{J}}_0(\nu),\ldots,\boldsymbol{\mathcal{J}}_{K-1}(\nu),\right.\right. \left.\left.\mathbb{E}_{\boldsymbol{\alpha}}\left[\mathrm{Fi}_{22}(\boldsymbol{\alpha},\nu)\right]\right\} + \mathrm{blkdiag}\left\{\mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}}^{-1},0\right\}\right)^{-1} \tag{29}$$

where $\boldsymbol{\mathcal{J}}_k(\nu)$ is given by (42), $\mathbb{E}_{\boldsymbol{\alpha}}\left[\mathrm{Fi}_{22}(\boldsymbol{\alpha},\nu)\right]$ is given by (44) and $\mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}}$ is given by (45).

V. Simulation Results

For all our simulations the channel autocorrelation function is assumed to be given by the widely accepted Jakes' model, as stated in Section II.

System parameters in our simulations follow the WiMAX mobile standard [28], with $N = 128$ and $\frac{1}{T_s} = 1.25$ MHz, yielding a subcarrier spacing of 10.94 KHz which is the value imposed by WiMAX (Section III-A WIMAX Physical layer in [28]). The carrier frequency is set to 3.5 GHz.

The Rayleigh channel model is the channel A from [28] ($L = 6$ paths and maximum delay $\tau_{max} = 3.1T_s$, see Table I). The data symbols are drawn from normalized 4QAM constellations. We set $N_g = \frac{N}{8}$. Three different normalized Doppler frequencies have been selected, $f_dT = 0.05$, $f_dT = 0.1$ and $f_dT = 0.15$, corresponding to a mobile terminal moving at speeds of 130, 270, and 400 Km/h, respectively. The BEM model used for the simulation is the polynomial BEM. The normalized CFO ν has been set to 0.35, corresponding to an oscillator tolerance of 1 ppm. The mean MSE of the estimations of $\boldsymbol{\alpha}$ and the MSE of the estimation of ν are defined as follows:

$$\overline{\mathrm{MSE}}_{\alpha} \overset{\mathrm{def}}{=} \frac{1}{KNL}\mathbb{E}\left[(\hat{\boldsymbol{\alpha}}-\boldsymbol{\alpha})^H(\hat{\boldsymbol{\alpha}}-\boldsymbol{\alpha})\right] \tag{30}$$

$$\mathrm{MSE}_{\nu} \overset{\mathrm{def}}{=} \mathbb{E}\left[|\hat{\nu}-\nu|^2\right] \tag{31}$$

where the expectation is estimated via Monte Carlo simulations in the following.

[1]We recall that, for a deterministic parameter, standard Cramér-Rao bound (SCRB) would be directly the inverse of the Fisher information matrix (FIM).

TABLE I
ITU Multipath Channel Model—Channel A [28]

Path number	Relative Power (dB)	Delay (nsec)
0	0	0
1	-1	310
2	-9	710
3	-10	1,090
4	-15	1,730
5	-20	2,510

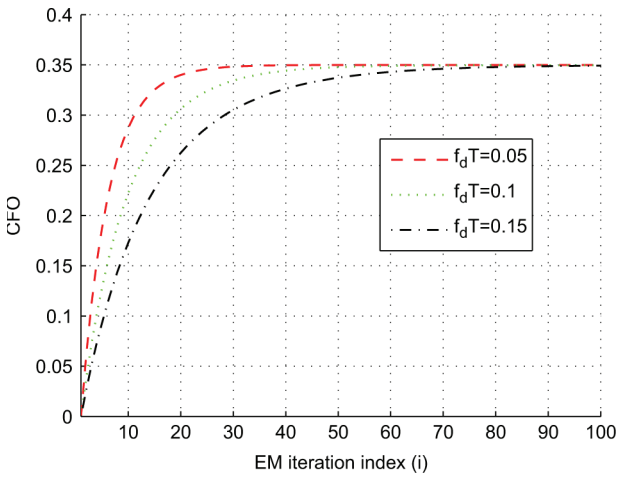


Fig. 1. An EM trajectory for different values of f_dT with $\frac{E_b}{N_0} = 20$ dB and $K = 2, \nu = 0.35$.

A. Acquisition Algorithm

First, the impact of the number of EM iterations on CFO estimation has been investigated for different speeds. Fig. 1 shows the mean over 100 realizations of the CFO recursive estimate ($\hat{\nu}^{(i)}$) versus the number of EM iterations i for $\frac{E_b}{N_0} = 20$ dB and $K = 2$. The normalized CFO ν has been set to 0.35, corresponding to an oscillator tolerance of 1 ppm. This figure shows that the estimated CFO converges to the true value faster when the Doppler is lower. For $f_dT = 0.05$, $f_dT = 0.1$, $f_dT = 0.15$, the algorithm converges after about 30, 50, 100 iterations, respectively. Hence, the convergence time strongly depends on the mobile speed. Fig. 2 illustrates this convergence with the

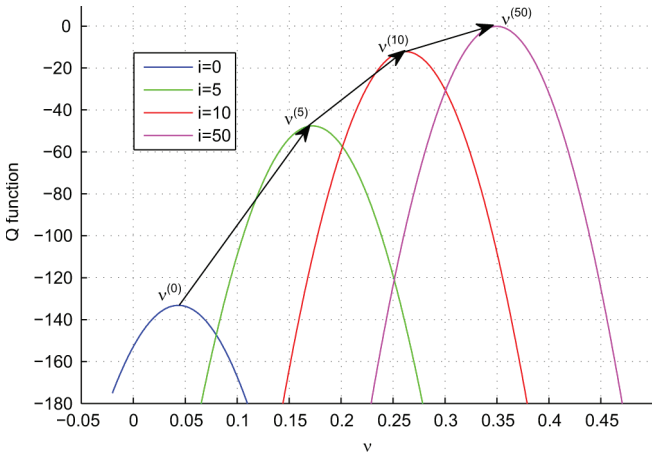


Fig. 2. Q functions at $\frac{E_b}{N_0} = 20$ dB and $f_dT = 0.1, K = 2, \nu = 0.35$.

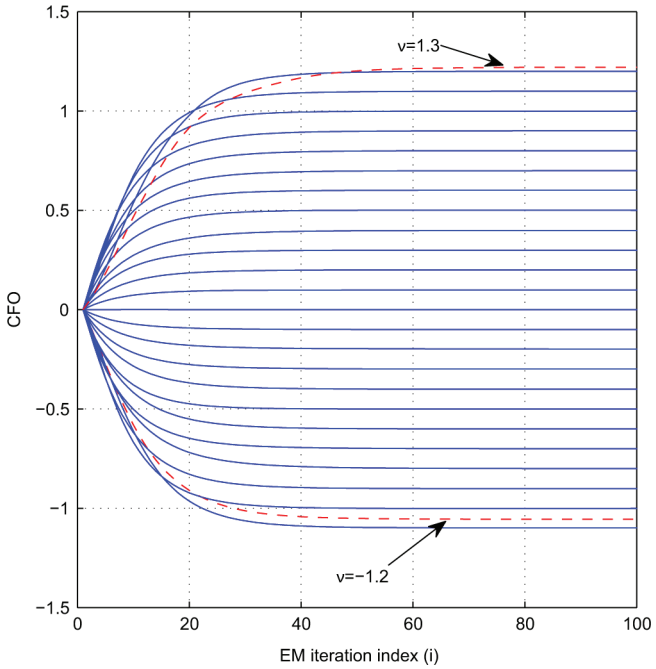


Fig. 3. EM trajectories for different values of ν at $\frac{E_b}{N_0} = 20$ dB and $f_dT = 0.15, K = 2$.

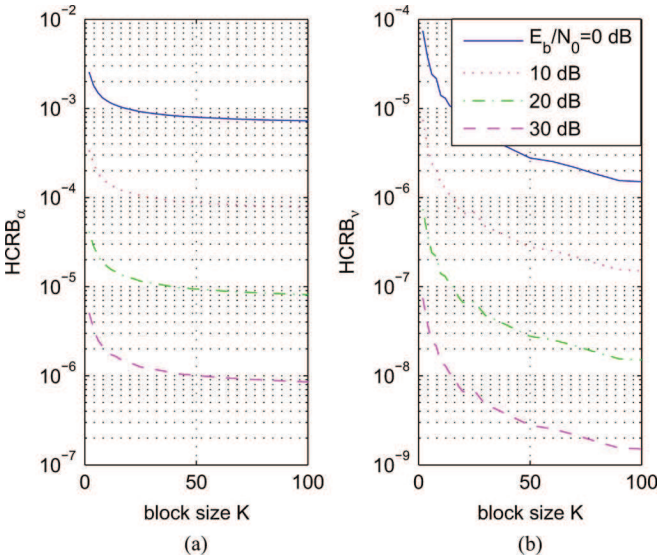


Fig. 4. HCRB versus K for (a) The CG estimation. (b) The CFO estimation with $f_dT = 0.1$ and $N_c = 3$.

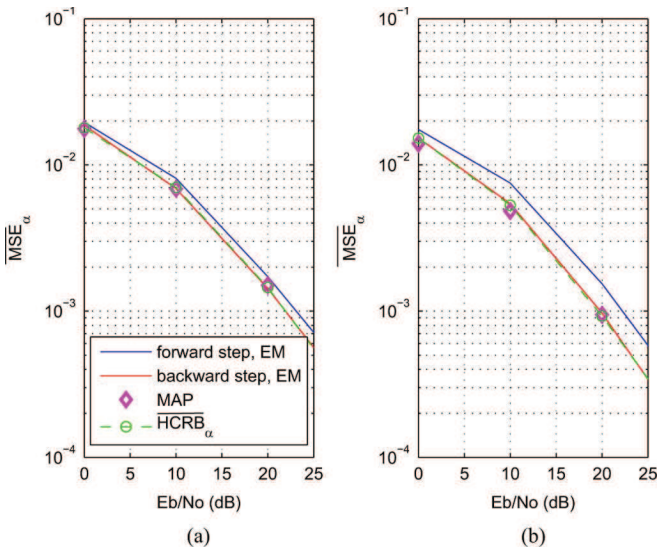


Fig. 5. MSE performance of the CGs estimation versus $\frac{E_b}{N_0}$ for (a) $K = 2$ (b) $K = 5$; $f_dT = 0.1, N_c = 3$.

Q-function as a function of ν for different values of iteration number i and for $f_dT = 0.1$ (always for a true value $\nu = 0.35$). It is worthwhile to observe that the function does not present local maximas.

Next, the acquisition range for the CFO has been investigated for the most critical case $f_dT = 0.15$. Fig. 3 shows the CFO estimate curves $(\hat{\nu}^{(i)})$ versus the number of EM iterations for different values of ν selected in the range $[-1.2, 1.3]$ with an increment of 0.1 (each curve corresponding to a given $\hat{\nu}$ is averaged over 100 realizations). It is shown that the algorithm is able to acquire the normalized CFO ν in the range $[-1.1, 1.2]$, corresponding to about ± 3.4 ppm.

Fig. 4 shows the HCRB for the CG estimation (28) and CFO estimation (27) versus the block size K for different values of $\frac{E_b}{N_0}$, again with $f_dT = 0.1$ and $N_c = 3$. K varies from 2 to 50. As expected, it is observed that both bounds rapidly decrease when K varies from 2 to 10, and then decrease with a smoother slope. Hence, the gain in performance is important only for small values of K, then the gain becomes negligible. A good trade off would be to choose $K = 10$, but the value of K depends on the standard. A typical value is $K = 2$. In the sequel, we will perform simulations with $K = 2$ and $K = 5$.

Fig. 5 shows the MSE performance of the path CG estimation for the forward step and the backward step. For reference, the HCRB has been plotted. The parameters values are $\nu = 0.35$, $N_c = 3$ and $f_dT = 0.1$. Simulations have been performed for both $K = 2$ and $K = 5$. As expected the backward step consistently outperforms the performance of the forward step. This is understood since the backward step uses the whole received sequence. Note also that the backward step reaches the HCRB. On the other hand, the improvement given by the backward step

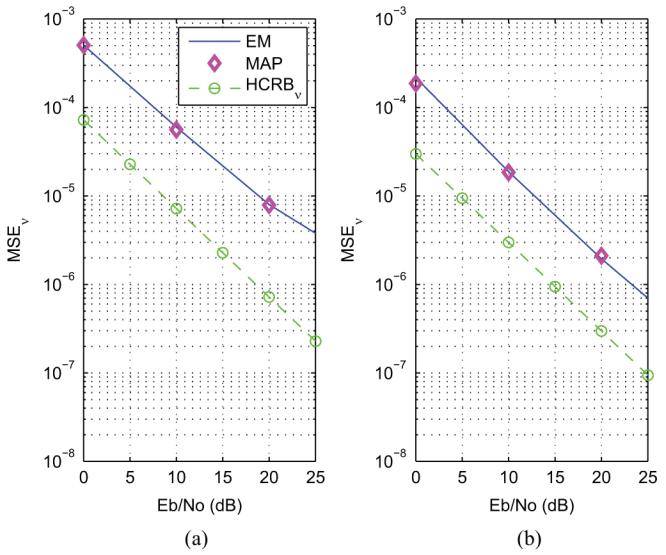


Fig. 6. MSE performance of the CFO estimation versus $\frac{E_b}{N_0}$ for (a) $K = 2$ (b) $K = 5$; $f_dT = 0.1$, $N_c = 3$.

is more important with $K = 5$ than with $K = 2$. The gain in performance as a function of the block size can also be observed with the HCRB in Fig. 4. The MSE for the MAP algorithm [25] has also been plotted. It is similar to that obtained with the proposed EM algorithm.

Fig. 6 shows the MSE performance of the CFO estimation for the proposed EM algorithm and the MAP algorithm. The MSE of CFO MAP estimate is far from the bound, and is quasi the same as the MSE of CFO EM estimate. Since we take the expectation of the hybrid FIM with respect to the channel statistics, the HCRB is not necessarily tight for the CFO estimation. This is similar to what is observed with the modified CRB for the CFO in the case of nondata aided systems where the expectation of the FIM is taken with respect to the unknown data before taking the inverse.

B. Tracking Algorithm

The proposed EM algorithm is used as an acquisition algorithm on the first K OFDM symbols of the frame, assuming the knowledge of all the transmitted symbols $\mathbf{x}_k$, $k = 0 \dots K-1$. In order to propose a complete algorithm able to perform detection, we propose using the tracking algorithm of [15]. This tracking algorithm proceeds in order to jointly make CG estimation and data detection, based on pilots symbols evenly inserted in each OFDM symbol. The pilot positions are given by the set of pilot indices $\mathcal{P} = \{ nL_f,\ n = 0 \dots N_p - 1\}$, where L_f is the distance between two adjacent pilots and N_p is the number of pilots. The algorithm is an on-line algorithm, i.e., it operates on each OFDM symbol. The CG tracking is based on Kalman filter, using the CG estimated in the acquisition phase as an initial value. It should be noted that we use the estimated CFO to remove its effect on the received symbols. The switch between our acquisition algorithm and this tracking algorithm makes sense since both algorithms rely on an AR(1) dynamical model of the BEM representation of the CG variations, used for the Kalman filter.

Fig. 7 shows the obtained BER for $N = 128$ and $N = 512$. For the sake of comparison, the performance of the algorithm obtained with perfect channel state information (CSI) is also given. As expected, the BER is closer to the one obtained with perfect CSI when using a higher number of pilots. Also, the BER with $N = 512$ is more favorable than with $N = 128$ (note that the bandwidth is larger with $N = 512$, the subcarrier spacing remaining constant). Hence, to test the robustness of the algorithm in the sequel, we will choose the most unfavorable case $N = 128$.

C. Robustness of the Tracking Algorithm to Imperfect Delay and Doppler Frequency Knowledge

Fig. 8 measures the effect of an imperfect delay knowledge on the BER performance of our proposed tracking algorithm. SD denotes the standard deviation of the time delay errors (modeled as zero mean Gaussian variables). As expected (common drawback to any parametric channel estimator), the algorithm performance decreases with respect to the delay error. However, the algorithm is not very sensitive to a delay error $SD < 0.2T_s$ in low SNR, and $SD < 0.1T_s$ in high SNR, for both $N_p = 8$ and $N_p = 16$. And when increasing the number of pilot subcarriers to $N_p = 16$, sensibility to delay error decreases. These required performance for the delays acquisition can well be obtained when using high resolution algorithms [14], thanks to the quasi-invariance of the delays (with respect to the scale of the sampling time T_s) during a large number of OFDM symbols (see also performance in [15] obtained by the ESPRIT method [14]).

Robustness to imperfect Doppler frequency is investigated in Fig. 9. The algorithm is not sensitive to a Doppler frequency error $SD < \frac{0.01}{T}$ for both $N_p = 8$ and $N_p = 16$. Similarly to the delay error, increasing the number of pilots increases the robustness to Doppler frequency errors.

We now study the effect of the wrong estimate of $L = 6$ on our algorithm with $N_p = 16$. A study on this issue was made in [15] for time-varying channels estimation (without CFO). Le stands for the estimate of L. In case of an overestimated ($Le = 7$ and $Le = 8$), it is shown that such a mismatch ends up in slight degrades of performance as shown in Fig. 10. However, in case of underestimated ($Le = 5$ and $Le = 4$), the performance of our algorithm suffers from this disappearing of paths especially at moderate and high $\frac{E_b}{N_0}$ region. This result is similar to the result obtained in [15]. However as [15], by using a robust method like the minimum description length (MDL) to estimate L, we can make our algorithm correctly performs without a priori knowledge of L.

D. Performance Comparison

In this section, we compare our proposed algorithm with the algorithm of [9]. This algorithm is based on the extended Kalman filtering to carry out channel taps and CFO estimation together with data detection. Note that it operates on equivalent discrete channel model only, and not on the parametric channel model. The simulations presented in [9] have been carried out in decision-directed (DD) mode only (after the acquisition step), i.e., only decoded data symbols are used to perform the filtering. However, when introducing their algorithm, the

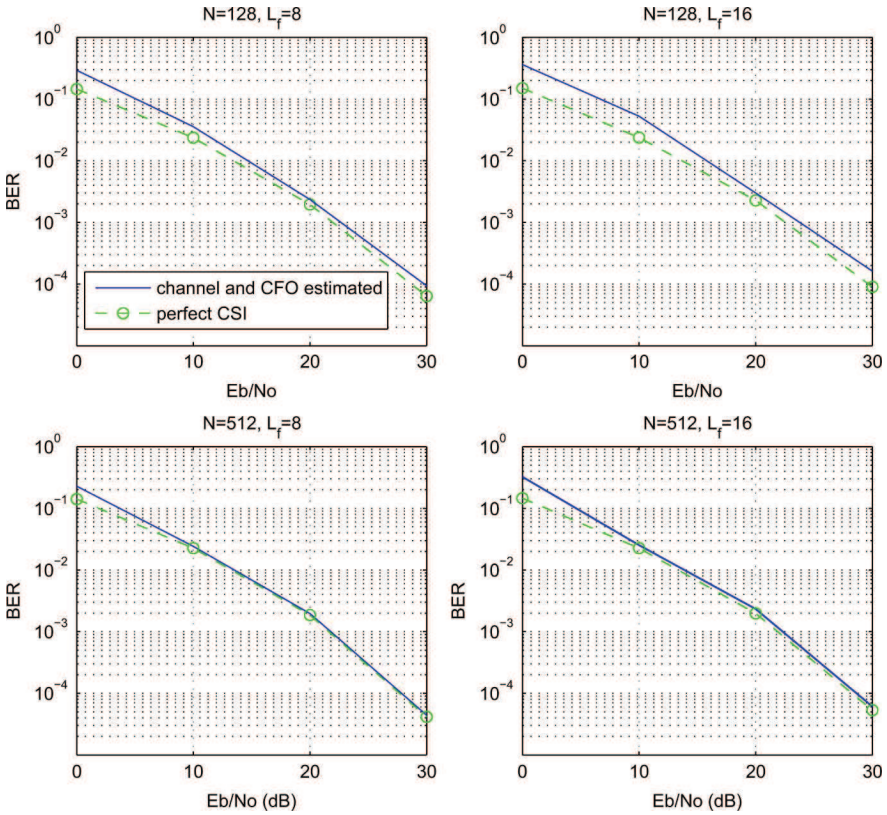


Fig. 7. BER of the proposed tracking algorithm for $L_f = 8$, $L_f = 16$, and $N = 128$, $N = 512$.

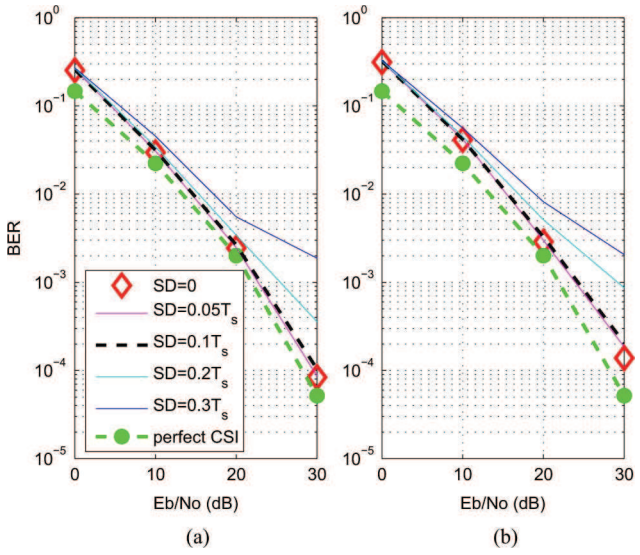


Fig. 8. BER of the proposed tracking algorithm for imperfect knowledge of the delays for (a) $N_p = 16$. (b) $N_p = 8$.

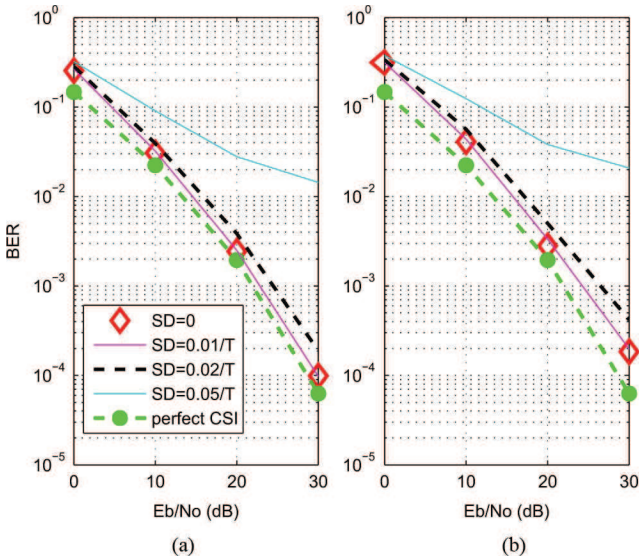


Fig. 9. BER of the proposed tracking algorithm for imperfect knowledge of the Doppler frequency for (a) $N_p = 16$. (b) $N_p = 8$.

authors also stated that in case of high mobility, pilot signals are also needed [9], [29]. So to compare both algorithms, we insert pilots in the algorithm following the pilot scheme of our tracking algorithm [15]. We use the same parameters as in [9] to perform the simulations, i.e., a 4-taps discrete channel with power loss $[0, -1, -3, -9]$ [dB] and delay profile $[0, 1, 2, 3]$ μs , (which corresponds to a urban type of scenario), a carrier frequency of 2.4 GHz and a bandwidth $\frac{1}{T_s} = 1$ MHz.

Simulations for three different speeds, 30, 150, and 300 km/h have been performed for an SNR equal to 20 dB (see Fig. 11). For reference, the performance of the algorithm is given by using the ideal channel state information (CSI). It is observed that our algorithm is far more robust to mobility than the literature algorithm proposed in [9]. This is logical since our algorithm has been devised to handle the high mobility, which is not the case of [9]. But to the best of our knowledge, we do not

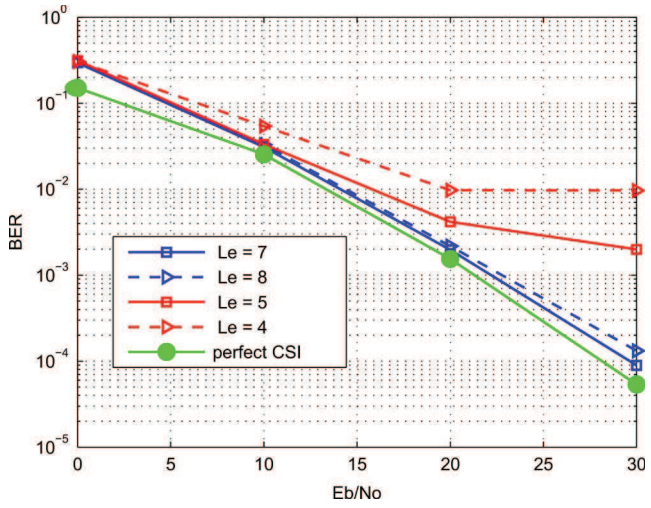


Fig. 10. BER of the proposed tracking algorithm for imperfect knowledge of the number of paths L.

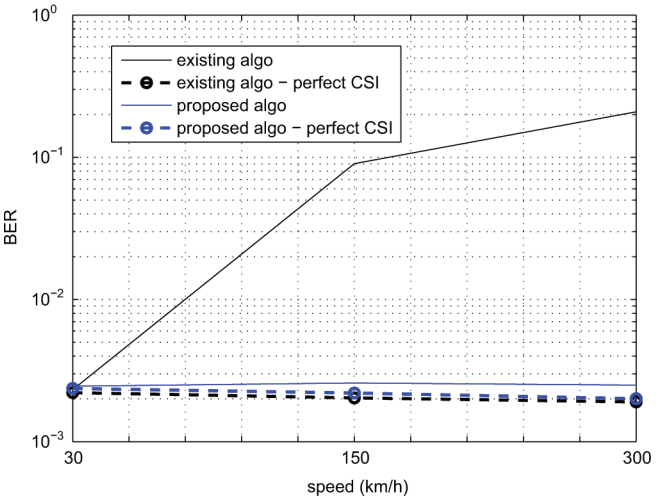


Fig. 11. BER performance at $\frac{E_b}{N_0} = 20$ dB—Comparison to the algorithm of [9] for different speeds.

know an algorithm which performs channel and CFO estimation together with data detection in the presence of very high mobility.

VI. Conclusion

In this paper, a new algorithm which jointly estimates path CG and CFO in the presence of very high mobility has been presented. The algorithm is based on the EM algorithm. Within one OFDM symbol, each time-varying CG is approximated by a BEM representation. The dynamics of the BEM coefficients are modeled by first-order AR processes. The algorithm operates in two steps, an acquisition step (pilot OFDM symbols) and a tracking step. Moreover, we have derived a closed-form exact HCRB for joint CFO and CG estimation in the presence of very high mobility. In contrast with the existing CRB for the estimation of fast time-varying CGs, the calculated bound does not assume a BEM, and hence represents the true lower bound. Simulation results have shown that the CG estimation reaches the HCRB. We also show that the proposed EM-based algorithm is a computationally less demanding technique than the MAP algorithm, with quasi-same performance. Simulations have also shown that our algorithm addresses the problem of high mobility more efficiently than an existing algorithm. The proposed algorithm is also quite robust to reasonable uncertainties on the delays and the doppler frequency.

Appendix A
Computation of the Q Function

Taking the expectation with respect to $\mathbf{c}$ conditioned on $\mathbf{y}$, given the current parameter estimate $\hat{\nu}^{(i)}$, and removing the terms that do not depend on ν, we obtain from (18)

$$Q\left(\nu,\hat{\nu}^{(i)}\right) = -\frac{1}{\sigma^2}\sum_{k=0}^{K-1}\mathrm{Tr}\left\{\mathbb{E}_{\mathbf{c}|\mathbf{y},\hat{\nu}^{(i)}}\left[\left(\mathbf{y}_k-\mathbf{m}_k(\nu)\right)\left(\mathbf{y}_k-\mathbf{m}_k(\nu)\right)^H\right]\right\}. \tag{32}$$

From (32), we find

$$Q(\nu,\hat{\nu}^{(i)}) = -\frac{1}{\sigma^2}\sum_{k=0}^{K-1}\mathrm{Tr}\left\{\mathbf{y}_k\mathbf{y}_k^H+\mathcal{K}_k(\nu)\mathbf{P}_{k|K}^{(i)}\mathcal{K}_k^H(\nu) -\mathbf{y}_k\hat{\mathbf{c}}_{k|K}^{(i)H}\mathcal{K}_k^H(\nu)-\mathcal{K}_k(\nu)\hat{\mathbf{c}}_{k|K}^{(i)}\mathbf{y}_k^H\right\} \tag{33}$$

where $\mathbf{P}_{k|K}^{(i)} \overset{\text{def}}{=} \mathbb{E}_{\mathbf{c}|\mathbf{y},\hat{\nu}^{(i)}}\left[\mathbf{c}_k\mathbf{c}_k^H\right]$ and $\hat{\mathbf{c}}_{k|K}^{(i)} \overset{\text{def}}{=} \mathbb{E}_{\mathbf{c}|\mathbf{y},\hat{\nu}^{(i)}}\left[\mathbf{c}_k\right]$. Let us define

$$\mathbf{S}_{k|K}^{(i)} \overset{\text{def}}{=} \mathbb{E}_{\mathbf{c}|\mathbf{y},\hat{\nu}^{(i)}}\left[\left(\mathbf{c}_k-\hat{\mathbf{c}}_{k|K}^{(i)}\right)\left(\mathbf{c}_k-\hat{\mathbf{c}}_{k|K}^{(i)}\right)^H\right] = \mathbf{P}_{k|K}^{(i)}-\hat{\mathbf{c}}_{k|K}^{(i)}\hat{\mathbf{c}}_{k|K}^{(i)H}. \tag{34}$$

Then, by using (34) in (33), we find (21).

Appendix B
Computation of the HCRB

In this appendix, we provide the main steps leading to the computation of the HCRB. First, we rearrange the system model given in (1) as follows:

$$\mathbf{y}_k = \boldsymbol{\mathcal{H}}_k(\nu)\cdot\boldsymbol{\alpha}_k+\mathbf{w}_k. \tag{35}$$

Let us define $\Omega(\nu)=\left[e^{j2\pi\frac{0\nu}{N}},\ldots,e^{j2\pi\frac{(N-1)\nu}{N}}\right]^T$. The $N\times LN$ matrix $\boldsymbol{\mathcal{H}}_k(\nu)$ is defined as follows:

$$\boldsymbol{\mathcal{H}}_k(\nu)=\boldsymbol{\mathcal{W}}\cdot\mathrm{diag}\left\{\Omega(\nu)\right\}\cdot\boldsymbol{\mathcal{L}}_k \tag{36}$$

with the $N\times LN$ matrix $\boldsymbol{\mathcal{L}}_k$ given by

$$[\boldsymbol{\mathcal{L}}_k]_{p,q}=\begin{cases}\boldsymbol{w}_p^H\mathrm{diag}\left\{\mathbf{x}_k\right\}\mathbf{f}_l & \text{if } q=p+lN,\ l=0\ldots L-1\\ 0 & \text{else.}\end{cases} \tag{37}$$

The $N\times N$ matrix $\boldsymbol{\mathcal{W}}$ is the Fourier matrix ($[\boldsymbol{\mathcal{W}}]_{n,p}=\frac{1}{\sqrt{N}}e^{-j2\pi\frac{np}{N}}$) and vector $\boldsymbol{w}_p$ is the pth column of $\boldsymbol{\mathcal{W}}$.

Computation of $\mathbb{E}_{\boldsymbol{\alpha}}\left[\mathbf{Fi}(\boldsymbol{\alpha},\nu)\right]$*:* First, we partition the matrix $\mathbf{Fi}(\boldsymbol{\alpha},\nu)$ as follows:

$$\mathbf{Fi}(\boldsymbol{\alpha},\nu)=\begin{bmatrix}\mathbf{Fi}_{11}(\boldsymbol{\alpha},\nu) & \mathbf{Fi}_{12}(\boldsymbol{\alpha},\nu)\\ \mathbf{Fi}_{21}(\boldsymbol{\alpha},\nu) & \mathrm{Fi}_{22}(\boldsymbol{\alpha},\nu)\end{bmatrix}$$

where the submatrices are defined as follows:

$$\begin{aligned}\mathbf{Fi}_{11}(\boldsymbol{\alpha},\nu)&=\mathbb{E}_{\mathbf{y}|\boldsymbol{\alpha},\nu}\left[-\Delta_{\boldsymbol{\alpha}}^{\boldsymbol{\alpha}}\ \ln\left(p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\alpha},\nu)\right)\right]\\ \mathbf{Fi}_{12}(\boldsymbol{\alpha},\nu)&=\mathbb{E}_{\mathbf{y}|\boldsymbol{\alpha},\nu}\left[-\Delta_{\boldsymbol{\alpha}}^{\nu}\ \ln\left(p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\alpha},\nu)\right)\right]\\ \mathbf{Fi}_{21}(\boldsymbol{\alpha},\nu)&=\mathbb{E}_{\mathbf{y}|\boldsymbol{\alpha},\nu}\left[-\Delta_{\nu}^{\boldsymbol{\alpha}}\ \ln\left(p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\alpha},\nu)\right)\right]\\ \mathbf{Fi}_{22}(\boldsymbol{\alpha},\nu)&=\mathbb{E}_{\mathbf{y}|\boldsymbol{\alpha},\nu}\left[-\Delta_{\nu}^{\nu}\ \ln\left(p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\alpha},\nu)\right)\right].\end{aligned}$$

Computation of $\mathbb{E}_{\boldsymbol{\alpha}}\left[\mathbf{Fi}_{11}(\boldsymbol{\alpha},\nu)\right]$: the observation model is presented in (35). Using the whiteness of the noise $\mathbf{w}=[\mathbf{w}_0{}^T,\ldots,\mathbf{w}_{K-1}{}^T]^T$, we obtain

$$\Delta_{\boldsymbol{\alpha}}^{\boldsymbol{\alpha}}\ \ln\left(p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\alpha},\nu)\right)=\sum_{k=0}^{K-1}\Delta_{\boldsymbol{\alpha}}^{\boldsymbol{\alpha}}\ \ln\left(p(\mathbf{y}_k|\boldsymbol{\alpha}_k,\nu)\right). \tag{38}$$

It is important to note that each term of the summation (38) is a $KLN\times KLN$ block diagonal matrix with only one nonzero $LN\times LN$ block matrix, namely

$$\Delta_{\boldsymbol{\alpha}}^{\boldsymbol{\alpha}}\ \ln\left(p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\alpha},\nu)\right)_{[i(k),i(k)]}=\Delta_{\boldsymbol{\alpha}_k}^{\boldsymbol{\alpha}_k}\ \ln\left(p(\mathbf{y}_k|\mathbf{x}_k,\boldsymbol{\alpha}_k,\nu)\right) \tag{39}$$

where $i(k)=kLN:(k+1)LN-1$ with $k\in[0,K-1]$. As a direct consequence, $\Delta_{\boldsymbol{\alpha}}^{\boldsymbol{\alpha}}\ \ln\left(p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\alpha},\nu)\right)$ is a block diagonal matrix with the kth diagonal block given by (39). Hence, we obtain

$$\mathbb{E}_{\boldsymbol{\alpha}}\left[\mathbf{Fi}_{11}(\boldsymbol{\alpha},\nu)\right]=\mathrm{blkdiag}\left\{\boldsymbol{\mathcal{J}}_0(\nu),\boldsymbol{\mathcal{J}}_1(\nu),\ldots,J_{K-1}(\nu)\right\}$$

where $\boldsymbol{\mathcal{J}}_k(\nu)$ is a $LN\times LN$ matrix defined as

$$\boldsymbol{\mathcal{J}}_k(\nu)=\mathbb{E}_{\mathbf{y},\boldsymbol{\alpha}|\nu}\left[-\Delta_{\boldsymbol{\alpha}_k}^{\boldsymbol{\alpha}_k}\ \ln\left(p(\mathbf{y}_k|\boldsymbol{\alpha}_k,\nu)\right)\right]. \tag{40}$$

It remains to compute the log-likelihood function in (40). The vector $\mathbf{y}_k$ for given $\boldsymbol{\alpha}_k$ is a complex Gaussian vector with mean vector $\mathbf{m}_k(\nu)=\boldsymbol{\mathcal{H}}_k(\nu)\boldsymbol{\alpha}_k$ and covariance matrix $\sigma^2\mathbf{I}_N$.

Thus, $p(\mathbf{y}_k|\boldsymbol{\alpha}_k,\nu)$ is defined as

$$p(\mathbf{y}_k|\boldsymbol{\alpha}_k,\nu)=Ce^{-\frac{1}{\sigma^2}(\mathbf{y}_k-\mathbf{m}_k(\nu))^H(\mathbf{y}_k-\mathbf{m}_k(\nu))} \tag{41}$$

where C is a constant. By taking the second derivative of the natural logarithm ln of (41) with respect to $\boldsymbol{\alpha}_k$, we simply obtain

$$\boldsymbol{\mathcal{J}}_k(\nu)=\frac{1}{\sigma^2}\boldsymbol{\mathcal{H}}_k^H(\nu)\boldsymbol{\mathcal{H}}_k(\nu). \tag{42}$$

Computation of $\mathbb{E}_{\boldsymbol{\alpha}}\left[\mathrm{Fi}_{22}(\boldsymbol{\alpha},\nu)\right]$: As for the computation of $\mathbb{E}_{\boldsymbol{\alpha}}\left[\mathbf{Fi}_{11}(\boldsymbol{\alpha},\nu)\right]$, using the whiteness of the noise, we have

$$\Delta_{\nu}^{\nu}\ \ln\left(p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\alpha},\nu)\right)=\sum_{k=0}^{K-1}\Delta_{\nu}^{\nu}\ \ln\left(p(\mathbf{y}_k|\boldsymbol{\alpha}_k,\nu)\right).$$

From (41), it follows that:

$$\begin{aligned}-\Delta_{\nu}^{\nu}\ \ln\left(p(\mathbf{y}_k|\boldsymbol{\alpha}_k,\nu)\right)=\frac{1}{\sigma^2}\big(&-\mathbf{y}_k^H\Delta_{\nu}^{\nu}\left(\mathbf{m}_k(\nu)\right)\\ &-\Delta_{\nu}^{\nu}\left(\mathbf{m}_k^H(\nu)\right)\mathbf{y}_k+\Delta_{\nu}^{\nu}\left(\mathbf{m}_k^H(\nu)\mathbf{m}_k(\nu)\right)\big).\end{aligned}$$

Then, we compute the expectation with respect to $\mathbf{y}$, yielding

$$\begin{aligned}\mathbb{E}_{\mathbf{y}|\boldsymbol{\alpha},\nu}\left[-\Delta_{\nu}^{\nu}\ \ln\left(p(\mathbf{y}_k|\boldsymbol{\alpha}_k,\nu)\right)\right]=\frac{1}{\sigma^2}\big(&-\mathbf{m}_k^H\Delta_{\nu}^{\nu}\left(\mathbf{m}_k(\nu)\right)\\ &-\Delta_{\nu}^{\nu}\left(\mathbf{m}_k^H(\nu)\right)\mathbf{m}_k+\Delta_{\nu}^{\nu}\left(\mathbf{m}_k^H(\nu)\mathbf{m}_k(\nu)\right)\big)\end{aligned}$$

since $\mathbf{m}_k(\nu)=\boldsymbol{\mathcal{H}}_k(\nu)\boldsymbol{\alpha}_k$ is the mean of $\mathbf{y}_k$. Using $\Delta_{\nu}^{\nu}(\mathbf{A}(\nu)\mathbf{B}(\nu))=\Delta_{\nu}^{\nu}(\mathbf{A}(\nu))\mathbf{B}(\nu)+\mathbf{A}(\nu)\Delta_{\nu}^{\nu}(\mathbf{B}(\nu))+2\nabla_{\nu}\mathbf{A}(\nu)\nabla_{\nu}\mathbf{B}(\nu)$ with $\mathbf{A}(\nu)$ and $\mathbf{B}(\nu)$ some matrices depending on ν, we obtain

$$\mathbb{E}_{\mathbf{y}|\boldsymbol{\alpha},\nu}\left[-\Delta_{\nu}^{\nu}\ \ln\left(p(\mathbf{y}_k|\boldsymbol{\alpha}_k,\nu)\right)|_{\nu}\right]=2\boldsymbol{\alpha}_k^H\boldsymbol{\mathcal{J}}_k'(\nu)\boldsymbol{\alpha}_k \tag{43}$$

where $\boldsymbol{\mathcal{J}}_k'(\nu)$ is a $LN\times LN$ matrix defined as

$$\boldsymbol{\mathcal{J}}_k'(\nu)=\frac{1}{\sigma^2}\boldsymbol{\mathcal{H}}_k'^H(\nu)\boldsymbol{\mathcal{H}}_k'(\nu)$$

where $\boldsymbol{\mathcal{H}}_k'(\nu)\overset{\text{def}}{=}\nabla_{\nu}\left(\boldsymbol{\mathcal{H}}_k(\nu)\right)$ is obtained by replacing $\Omega(\nu)$ with $\Omega'(\nu)$ in (36), with

$$\boldsymbol{\Omega}'(\nu)=\left[j2\pi\frac{0}{N}e^{j2\pi\frac{0\nu}{N}},\ldots,j2\pi\frac{(N-1)}{N}e^{j2\pi\frac{(N-1)\nu}{N}}\right]^T.$$

Then, computing $\mathbb{E}_{\boldsymbol{\alpha}}\left[\boldsymbol{\alpha}_k^H\boldsymbol{\mathcal{J}}_k'(\nu)\boldsymbol{\alpha}_k\right]$ yields the sum of all the elements of the $LN\times LN$ matrix $\left(\mathbf{R}_{\alpha}^{(0)^T}\circ\boldsymbol{\mathcal{J}}_k'(\nu)\boldsymbol{\alpha}_k\right)$, that can be written as

$$\mathbb{E}_{\boldsymbol{\alpha}}\left[\boldsymbol{\alpha}_k^H\boldsymbol{\mathcal{J}}_k'(\nu)\boldsymbol{\alpha}_k\right]=\mathrm{Tr}\left\{\mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}}^{(0)}\boldsymbol{\mathcal{J}}_k'(\nu)\right\}$$

where $\mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}}^{(0)}\overset{\text{def}}{=}\mathbb{E}\left[\boldsymbol{\alpha}_k\boldsymbol{\alpha}_k^H\right]$ is given by

$$\mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}}^{(0)}{}_{[i(l),i(l)]}=\mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}_l}^{(0)}\ \text{for}\ l\in[0,L-1]$$

with $i(l)=lN:(l+1)N-1$ and $\mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}_l}^{(p)}$ defined in (5). Collecting all the obtained results, we finally get

$$\mathbb{E}_{\boldsymbol{\alpha}}\left[\mathrm{Fi}_{22}(\boldsymbol{\alpha},\nu)\right]=2\sum_{k=0}^{K-1}\mathrm{Tr}\left\{\mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}}^{(0)}\boldsymbol{\mathcal{J}}_k'(\nu)\right\}. \tag{44}$$

Then, it is easily shown, by following a similar reasoning as above, that $\mathbb{E}_{\boldsymbol{\alpha}}\left[\mathbf{Fi}_{12}(\boldsymbol{\alpha},\nu)\right]=\mathbb{E}_{\boldsymbol{\alpha}}\left[\mathbf{Fi}_{21}(\boldsymbol{\alpha},\nu)\right]=0$.

Computation of $\mathbb{E}_{\boldsymbol{\alpha}}\left[-\Delta_{\boldsymbol{\alpha}}^{\boldsymbol{\alpha}}\ \ln\left(p(\boldsymbol{\alpha})\right)\right]$*:* $\boldsymbol{\alpha}$ is a complex Gaussian vector with zero mean and covariance matrix $\mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}}$ of size $KLN\times KLN$ defined as

$$\mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}}{}_{[i(l,p),i(l,p')]}=\mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}_l}^{(p-p')}\ \text{for}\ l\in[0,L-1]\ p,\ p'\in[0,K-1] \tag{45}$$

where $i(l,p)=lN+pLN:(l+1)N-1+pLN$ and $\mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}_l}^{(p)}$ is the correlation matrix of $\boldsymbol{\alpha}_{l,k}$ defined in (5). Thus, the probability density function $p(\boldsymbol{\alpha})$ is defined as

$$p(\boldsymbol{\alpha})=\frac{1}{|\pi\mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}}|}e^{-\boldsymbol{\alpha}^H\mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}}^{-1}\boldsymbol{\alpha}}. \tag{46}$$

Taking the second derivative of the natural logarithm of (46) with respect to $\boldsymbol{\alpha}$ and making the expectation over $\boldsymbol{\alpha}$, we simply obtain that

$$\mathbb{E}_{\boldsymbol{\alpha}}\left[-\Delta_{\boldsymbol{\alpha}}^{\boldsymbol{\alpha}}\ \ln\left(p(\boldsymbol{\alpha})\right)\right] = \mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}}^{-1}.$$

Collecting all those results yields the expression of the HCRB (29).

REFERENCES

[1] T. Pollet, M. V. Bladel, and M. Moeneclaey, "BER sensitivity of OFDM systems to carrier frequency offset and wiener phase noise," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 43, no. 2/3/4, pp. 191–193, Feb.–Apr. 1995.

[2] H. Steendam and M. Moeneclaey, "Sensitivity of orthogonal frequency-division multiplexed systems to carrier and clock synchronisation errors," *Signal Process.*, vol. 80, pp. 1217–1229, 2000.

[3] M. Ghogho and A. Swami, "Training design for multipath channel and frequency-offset estimation in MIMO systems," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 54, 2006.

[4] V. Digalakis, J. Rohlicek, and M. Ostendorf, "ML estimation of a stochastic linear system with the EM algorithm and its application to speech recognition," *IEEE Trans. Speech Audio Process.*, vol. 1, pp. 431–442, 1993.

[5] Y. Xie and C. Georghiades, "Two em-type channel estimation algorithms for OFDM with transmitter diversity," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 51, no. 1, pp. 106–115, Jan. 2003.

[6] J.-H. Lee, J. C. Han, and S.-C. Kim, "Joint carrier frequency synchronization and channel estimation for OFDM systems via the EM algorithm," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 55, no. 1, pp. 167–172, Jan. 2006.

[7] S. Salari, M. Ardebilipour, and M. Ahmadian, "Joint maximumlikelihood frequency offset and channel estimation for multiple-input multiple-output-orthogonal frequency-division multiplexing systems," *IET Commun.* , vol. 2, no. 8, pp. 1069–1076, Sep. 2008.

[8] H. Abeida, J.-M. Brossier, L. Ros, and J. Vilà-Valls, "An EM algorithm for path delay and complex gain estimation of a slowly varying fading channel for CPM signals," in *Proc. IEEE Globecom*, Honolulu, HI, 2009.

[9] T. Roman, M. Enescu, and V. Koivunen, "Joint time-domain tracking of channel and frequency offsets for MIMO OFDM systems," *Wireless Pers. Commun.*, vol. 31, pp. 181–200, 2004.

[10] M. Raghavendra, S. Bhashyam, and K. Giridhar, "Exploiting hopping pilots for parametric channel estimation in OFDM systems," *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 12, no. 11, pp. 737–740, Nov. 2005.

[11] O. Simeone, Y. Bar-Ness, and U. Spagnolini, "Pilot-based channel estimation for OFDM systems by tracking the delay-subspace," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 3, no. 1, pp. 315–325, Jan. 2004.

[12] E. Simon, L. Ros, and K. Raoof, "Synchronization over rapidly timevarying multipath channel for CDMA downlink RAKE receivers in time-division mode," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 56, 2007.

[13] H. Hijazi and L. Ros, "Polynomial estimation of time-varying multipath gains with intercarrier interference mitigation in OFDM systems," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 57, 2008.

[14] B. Yang, K. B. Letaief, R. S. Cheng, and Z. Cao, "Channel estimation for OFDM transmission in mutipath fading channels based on parametric channel modeling," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, pp. 467–479, 2001.

[15] H. Hijazi and L. Ros, "Joint data QR-detection and Kalman estimation for OFDM time-varying Rayleigh channel complex gains," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 58, pp. 170–178, 2010.

[16] O. Besson and P. Stoica, "On parameter estimation of MIMO flat-fading channels with frequency offsets," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 51, no. 3, pp. 602–613, Mar. 2003.

[17] H. Hijazi and L. Ros, "Analytical analysis of Bayesian Cramer-Rao bound for dynamical Rayleigh channel complex gains estimation in OFDM system," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 57, 2009.

[18] Z. Tang, R. C. Cannizzaro, G. Leus, and P. Banelli, "Pilot-assisted timevarying channel estimation for OFDM systems," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 55, pp. 2226–2238, 2007.

[19] J.-G. Kim and J.-T. Lim, "MAP-based channel estimation for MIMO-OFDM over fast Rayleigh fading channels," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 57, 2008.

[20] W. C. Jakes, *Microwave Mobile Communications*. New York: IEEE, 1983.

[21] G. Leus, "On the estimation of rapidly time-varying channels," in *Proc. Eur. Signal Process. Conf. (EUSIPCO)*, 2004.

[22] T. Whitworth, M. Ghogho, and D. McLernon, "Optimized training and basis expansion model parameters for doubly-selective channel estimation," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 8, no. 3, pp. 1490–1498, Mar. 2009.

[23] K. E. Baddour and N. C. Beaulieu, "Autoregressive modeling for fading channel simulation," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 4, pp. 1650–1662, 2005.

[24] J. A. Bilmes, *A Gentle Tutorial of the EM Algorithm and its Application to Parameter Estimation for Gaussian Mixture and Hidden Markov Models*. Berkeley, CA: Comput. Sci. Div. Dep. Elect. Eng. Comput. Sci. U.C. Berkeley, 1998.

[25] H. Nguyen-Le and T. Le-Ngoc, "Pilot-aided joint cfo and doublyselective channel estimation for OFDM transmissions," *IEEE Trans. Broadcast.*, vol. 56, no. 4, pp. 514–522, Dec. 2010.

[26] Y. Rockah and P. M. Schultheiss, "Array shape calibration with sources in unknown locations, part I: Far-field sources," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.*, vol. ASSP-35, pp. 286–299, 1987.

[27] H. Messer, "The hybrid Cramr-Rao lower bound-from practice to theory," in *Proc. IEEE Workshop on Sens. Array and Multichannel Signal Process.*, 2006.

[28] J. Andrews, A. Ghosh, and R. Muhamed, *Fundamentals of WIMAX*, S. Rappaport, Ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 2007.

[29] I. Barhumi, G. Leus, and M. Moonen, "Optimal training design for MIMO OFDM systems in mobile wireless channels," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 51, no. 6, pp. 1615–1624, Jun. 2003.

Eric Pierre Simon received the Master's degree in electronics engineering from the Superior School of Electronics (ESCPE), Lyon, France, in 1999, and the Ph.D. degree in signal processing and communications from the National Polytechnic Institute of Grenoble (INPG), France, in 2004.

During 2005, he was a Teaching Assistant at the INPG. The following year, he joined one of France Telecom R&D Laboratories as a Postdoctoral Fellow. He is currently an Associate Professor with the Institute of Electronics, Microelectronics and Nanotechnology (IEMN), Telecommunications, Interference and Electromagnetic Compatibility (TELICE) Group, University of Lille, France. His main research interests are in mobile communications and carrier and symbol synchronization.

Laurent Ros received the degree in electrical engineering from the "Ecole Supérieure d'Electricité" (Supélec), Paris, France, in 1992 and the Ph.D. degree in signal processing and communications from Grenoble Institute of Technology (Grenoble-INP), Grenoble, France, in 2001.

From 1993 to 1995, he was with France-Telecom R&D center, Lannion, France, where he worked in the area of very low frequency transmissions for submarine applications, in collaboration with Direction of Naval Construction, Toulon, France. From 1995 to 1999, he was a Research and Development team manager at Sodielec, Millau, France, where he worked in the design of digital modems and audio codecs for telecommunication applications. Since 1999, he has been with the Gipsa-laboratory/DIS (formerly "Laboratory of Image and Signal") and Grenoble-INP, where he is currently an Associate Professor. His general research interests include statistical signal processing, synchronization, and channel estimation problems for wireless communications.

Hussein Hijazi received the Diploma in computer and communications engineering in 2004 from the Lebanese University, Beirut, Lebanon. He received the M.S. and Ph.D. degrees in signal processing and communications in 2005 and 2008, respectively, from the Institut Polytechnique de Grenoble (Grenoble-INP), Grenoble, France.

He is an Assistant Professor with the School of Engineering, Computer and Communication Engineering Department, Lebanese International University (LIU). From September 2008 to August 2009, he was an Assistant Professor with the Engineering School École D'ingénieurs Pour L'énergie, L'eau Et L'environnement (ENSE3) of Grenoble-INP. From September 2009 to December 2009, he was a Research Engineer in Telecommunications with the IEMN Laboratory, University of Lille 1. From December 2009 to December 2010, he was a Postdoctoral Researcher with France Telecom-orange Labs, RD center, Meylan, France. His research interests are in the areas of signal processing and communications, including synchronization, channel estimation and equalization problems for wireless digital communications, and cooperative communications for wireless sensor network.

Dr. Hijazi serves as a reviewer for several international journals and conferences including the IEEE TRANSACTIONS ON SIGNAL PROCESSING, IEEE TRANSACTIONS ON COMMUNICATIONS, IEEE TRANSACTIONS ON WIRELESS COMMUNICATIONS, IEEE TRANSACTIONS ON VEHICULAR TECHNOLOGY, and the EURASIP *Journal on Wireless Communications and Networking*.

Mounir Ghogho received the M.S. degree in 1993 and the Ph.D. degree in 1997 from the National Polytechnic Institute of Toulouse, France.

He was an EPSRC Research Fellow with the University of Strathclyde, Glasgow, from September 1997 to November 2001. Since December 2001, he has been a faculty member with the School of Electronic and Electrical Engineering, University of Leeds, where he is currently a Professor. He is also a Professor with the International University of Rabat, Morocco. His research interests are in communication and sensor networks, radar imaging, and signal processing.

Dr. Ghogho served as an Associate Editor of the IEEE SIGNAL PROCESSING LETTERS from 2001 to 2004 and the IEEE TRANSACTIONS ON SIGNAL PROCESSING from 2005 to 2008. He also served as a member of the IEEE Signal Processing Society SPCOM Technical Committee from 2005 to 2010 and is currently a member of the IEEE Signal Processing Society SPTM Technical Committee. He was the General Co-Chair of the 11th IEEE workshop on Signal Processing for Advanced Wireless Communications (SPAWC'2010), the Technical Co-Chair of the MIMO symposium of IWCMC 2007 and IWCMC 2008, and a Technical Area Co-Chair of Eusipco 2008, Eusipco 2009, and ISCCSP'05. He is the General Chair of Eusipco2013. He was the Guest Co-Editor of the EURASIP *Journal on Wireless Communications and Networking* Special Issue on "Synchronization For Wireless Communications" and the Elsevier *Physical Communication* Special Issue on "Advances in MIMO-OFDM." He was awarded a five-year Royal Academy of Engineering Research Fellowship in September 2000.

Signal Processing 92 (2012) 76–88

Contents lists available at ScienceDirect

Signal Processing

journal homepage: www.elsevier.com/locate/sigpro

Joint oversampled carrier and time-delay synchronization in digital communications with large excess bandwidth ☆

Jordi Vilà-Valls [a,*], Laurent Ros [b], Jean-Marc Brossier [b]

[a] Universitat Politècnica de Catalunya (UPC), Jordi Girona 1-3, 08034 Barcelona, Spain
[b] GIPSA-Lab, Department Image Signal, BP 46 – 38402 Saint Martin d'Hères, France

ARTICLE INFO

Article history:
Received 26 October 2010
Received in revised form
18 April 2011
Accepted 13 June 2011
Available online 22 June 2011

Keywords:
Carrier synchronization
Time-delay synchronization
Hybrid Cramér–Rao bound
Non-linear filtering
Extended Kalman filter
Expectation-maximization
Oversampling
GNSS
BOC

ABSTRACT

This paper deals with the joint estimation of the pair dynamical carrier phase/Doppler shift and the time-delay in a digital receiver. We consider a Binary Offset Carrier shaping function as used in satellite positioning, which is a time-limited pulse with a large excess bandwidth, and a Data Aided synchronization scenario, where we have a constant time-delay and a Brownian phase evolution with a linear drift. The proposed study is relative to the use of an oversampled signal model after matched filtering, leading to a colored reception noise and a non-stationary power signal. The contribution of this paper is twofold. First, we derive the Hybrid Cramér–Rao Bound for the joint phase/Doppler estimation problem. Then, we propose a method for the joint time-delay/carrier synchronization, which couples an Extended Kalman Filter and an Expectation-Maximization type algorithm. Our numerical results show the potential gain of using the oversampled signal for carrier synchronization, obtaining better performances than using a classical synchronizer, and good time-delay estimation.

© 2011 Elsevier B.V. All rights reserved.

1. Introduction

Synchronization is a fundamental part of Global Navigation Satellite Systems (GNSS). In the synchronization step, we estimate some parameters, such as carrier frequency, carrier phase and time-delay, between each visible satellite and the receiver to estimate the corresponding pseudorange. The synchronizer is coupled with a triangulation algorithm to obtain the receiver's position. In this paper, we focus our attention on the joint carrier phase/frequency offset and time-delay estimation problem in a GNSS-type receiver [2], where we consider a Binary Offset Carrier (BOC) shaping function (as used in new civil GNSS Galileo and the modernized GPS) [3] within a Data-Aided (DA) synchronization scenario.

Many estimation methods for joint carrier and time-delay synchronization have been proposed over the past decades. The time-delay, phase and frequency offset estimation problem is usually solved using Maximum Likelihood (ML) methods.

Historically, the delay and the frequency shift were assumed to be deterministic. In this context, assuming a known transmitted sequence, the optimal way to estimate these two parameters is to search for the maximum of the ambiguity function (delay/Doppler correlation method) [4,5].

For time-varying parameters, the previous method is still useful to provide an initialization to some tracking procedure and the synchronization is then performed as a two-step procedure: coarse and fine estimation, referring to acquisition and tracking, respectively. The acquisition system provides a first estimate of the time-delay and the

☆ Part of this work was presented in conference [1].

* Corresponding author.
E-mail addresses: jordi.vila-valls@upc.edu, jordivilavalls@gmail.com (J. Vilà-Valls).

0165-1684/$ - see front matter © 2011 Elsevier B.V. All rights reserved.
doi:10.1016/j.sigpro.2011.06.008

Doppler shift and the tracking stage performs a local search for a fine estimation [6]. The tracking is usually based on Phase Locked Loops (PLL)/Delay Locked Loops (DLL) architectures [7,8]. These methods perform correctly with slowly varying phase errors.

For carrier synchronization, an alternative to the classical synchronization methods [8,9] is to reformulate the problem with a dynamic state-space model and to apply Bayesian estimation methods. Several contributions show the use of Kalman-type solutions [10] for carrier synchronization [11–14]. For the joint time-delay and carrier estimation, a solution to solve the ML problem within the state-space formulation is to use a recursive Expectation-Maximization (EM) type algorithm [15]. Recently this approach has been applied to several problems such as channel estimation in OFDM systems [16,17], speech recognition [18] and several parameter estimation and learning problems [19–21].

When having an estimation problem, we need lower bounds on the estimation performance to be used as a benchmark. The family of Cramér–Rao Bounds (CRBs) has been shown to give accurate estimation lower bounds in many scenarios [22]. For time-varying parameter estimation, an analytical expression of a general *online* recursive Bayesian CRB (BCRB) is given by Tichavský et al. [23] and the general formulation for the Hybrid CRB (HCRB), which applies when having both random and deterministic parameters, is derived by Bay et al. [24].

In the literature, most of the lower bounds and the corresponding algorithms assume a white observation noise and a stationary signal.

This contribution, extends and completes the work presented in [25]. We assume a time-varying phase offset modeled as a Brownian motion with a Doppler shift [26] and a constant time-delay over the observation window. We consider an *oversampled* (regarding the symbol time interval) signal model after receiver matched filtering, this implies dealing with a *colored reception noise* and taking into account the non-stationarity of the digital signal power (cyclostationarity when transmitting a random sequence).

Although this scenario is standard in satellite radiolocalization based on a Binary Offset Carrier (BOC) time-limited shaping pulse modulation, there is no theoretical study concerning the performance of the oversampled dynamical phase and frequency offset estimation, and joint time-delay and carrier estimation. In [25], we presented the derivation of a Bayesian CRB for the dynamical phase offset and the EKF that approaches this bound, both presented in a scenario similar to the one treated in this paper.

First, we derive a closed-form expression of the online HCRB for the dynamical phase and frequency offset estimation in the Data Aided (DA) scenario, assuming a Brownian phase evolution with a linear drift (Doppler shift). Secondly, we investigate the use of an EKF based algorithm which can approach this bound (more sophisticated methods such as particle filters or sigma-point Kalman filters are not necessary in this context [25]). We have thus to jointly estimate the colored noise, the dynamical phase and the frequency offset. And finally, we propose an iterative block method to jointly estimate the carrier phase and the time-delay, coupling an EKF-based algorithm and an EM-type solution.

The study allows to measure the potential gain for carrier synchronization provided by the use of the fractionally spaced processing after matched filtering, instead of the symbol time-spaced signal and the good performance obtained with the complete solution.

This paper is organized as follows. Section 2 sets the signal model. Section 3, sets the estimation problem. Section 4, first recalls the HCRB expressions and derives the HCRB for this estimation problem, and then presents the EKF and derives the expressions of the filter in the oversampled phase and frequency offset estimation scenario. Section 5 presents the proposed method for joint time-delay and carrier synchronization. Finally, in Section 6, the numerical results are presented and interpreted. The conclusion is given in Section 7.

Notations: The (k,l)th entry of a matrix $\mathbf{A}$ is denoted $[\mathbf{A}]_{k,l}$. E_x denotes the expectation over x. ∇_θ and Δ_ψ^θ represent the first and second-order partial derivatives operator, i.e., $\nabla_\theta = \left[\partial/\partial\theta_1 \cdots \partial/\partial\theta_K\right]^T$ and $\Delta_\psi^\theta = \nabla_\psi \nabla_\theta^T$.

2. Signal model

We propose the signal model for the transmission of a known sequence $\{a_m\}_{m\in\mathbb{Z}}$ over an Additive White Gaussian Noise (AWGN) channel affected by a dynamical carrier phase offset $\theta(t)$ (including the Doppler shift) and a time-delay $\tau(t)$. For an exhaustive derivation see [25].

2.1. Oversampled signal model

2.1.1. Discrete-time general formulation

The received complex baseband signal after matched filtering is

$$y(t) = \left[T_c \sum_m a_m p(t - mT_c - \tau(t)) e^{i\theta(t)} + n(t)\right] * p^*(-t), \tag{1}$$

where T_c,$p(t)$ and $n(t)$ stands for the symbol period, shaping pulse and circular complex Gaussian noise with a known two-sided power spectral density (psd) N_0.

We assume a shaping pulse $p(t)$ with support in $[0,T_c]$, a constant time-delay within the observation window $\tau(t) = \tau$ and a slowly varying phase evolution during a period T_c, which is a usual assumption in satellite communications because the phase variation (due to oscillators phase noise, Doppler shifts, etc.) within one symbol period is small. In this case, the received signal can be written as [25]

$$y(t) = \sum_m a_m g(t - mT - \tau) e^{i\theta(t)} + b(t), \tag{2}$$

where $b(t)$ stands for the filtered colored noise, and $g(t) = p(t) * p^*(-t)$. If we consider a full digital synchronization architecture where the received signal is fractionally spaced at fixed instants $t_k = kT/S$, where S is an integer oversampling factor, we can write the received oversampled signal as

$$y_k = A_k(\tau) e^{i\theta_k} + b'_k, \tag{3}$$

where k refers to t_k instants, so $y_k = y(t_k)$, $\theta_k = \theta(t_k)$ and $b'_k = b(t_k)$, and

$$A_k(\tau) = \sum_m a_m g\left(k\frac{T}{S} - \tau - mT\right). \tag{4}$$

Note that the noise b'_k is colored with variance σ_n^2, where $\sigma_n^2 = N_0 \times g(0)/T_c$ is the variance of the AWGN $n(t)$ measured in the noise equivalent bandwidth of the receiver filter $p^*(-t)$. We can define the symbol index $p = \lfloor k/S \rfloor$, or equivalently, $k = pS + s$ with s the sub-symbol index (i.e., the position inside the symbol interval) and $s = 0, \ldots, S-1$. $\{A_k(\tau)\}_{k\in\mathbb{Z}}$ is a non-stationary power sequence for $S > 1$, even if $\{a_m\}_{m\in\mathbb{Z}}$ is a stationary power symbol sequence ($a_m^2 = 1$).

2.1.2. Discrete-time re-formulation for the noise

The T/S-spaced sequence of noise, $\{b'_k\}_{k\in\mathbb{Z}}$, is defined in the previous section from an analog noise $n(t)$. Our motivation now is to replace this time series by another $\{b_k\}_{k\in\mathbb{Z}}$ with the same statistical properties, but which can be obtained entirely by a discrete-time formulation. This will be useful for the final state-space model formulation. As we did in [25], we can write that the noise samples b'_k have the same statistical properties than samples b_k, which are obtained by a T/S-spaced filtering of the time series n_k:

$$b_k = \sum_{j=0}^{S-1} \Pi_j n_{k-j-1}, \tag{5}$$

where Π_j are the coefficients of the filter which depend on the shaping pulse $p(t)$.

2.2. Parameter evolution model

We consider a constant time-delay τ in the observation window. Concerning the carrier phase, in practice, we have a frequency shift between transmitter's and receiver's carrier oscillator and a Doppler shift due to the relative motion between the satellite and the receiver, so the phase offset is linear with time. We also must consider jitters introduced by oscillators imperfections which can be modeled as a random phase. To take it into account we suppose a Brownian phase offset evolution with a linear drift [26]:

$$\theta_k = \theta_{k-1} + \delta_k + w_k, \tag{6}$$

$$\delta_k = \delta_{k-1}, \tag{7}$$

where $k \geq 2$, w_k is an i.i.d. zero-mean Gaussian noise sequences with known variance σ_w^2/S and δ_k is the unknown constant drift. Here σ_w^2 stands for the variance growth of the phase noise in one symbol interval. We note that the variance of the Gaussian noise is directly related with the rapidity of evolution of the parameter. We note $\mathbf{\Sigma}$ the $N \times N$ covariance matrix of the phase offset evolution, $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \cdots \theta_N]^T$.

2.3. State-space model

When using an optimal filtering approach a state-space model formulation is needed. As we want to take into account that the observation noise on the output of the matched filter can be colored, we must include it into the state evolution.

The state to be considered includes the phase offset, the drift and the colored noise:

$$\mathbf{x}_k = [\theta_k \;\; \delta_k \;\; b_k \;\; v_k \;\; \cdots \;\; v_{k-S+1}]^T, \tag{8}$$

where $[v_k \;\; v_{k-1} \;\; \cdots \;\; v_{k-S+1}]^T$ is a sliding vector over an i.i.d noise sequence n_k.

We define the state evolution matrix as

$$\mathbf{M}_K = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & \cdots & & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Pi_0 & & & \Pi_{S-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & 1 & & & \\ & & & & \ddots & & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{9}$$

and the state noise as $\mathbf{w}_k = [w_k \;\; 0 \;\; 0 \;\; n_k \;\; 0 \;\; \cdots \;\; 0]^T$. From this we have that the state evolution and the observation equation of the state-space model are

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{M}_K \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_k, \tag{10}$$

$$y_k = A_k(\tau)\exp(i\theta_k) + b_k. \tag{11}$$

We note that the state equation is linear and the observation equation depends non-linearly on the state. With this formulation we have no observation noise because we have included it in the state.

3. Estimation problem

In this section, we state the estimation problem and we introduce the proposed solution that we will develop in the following sections.

In general, the objective is to jointly estimate the constant time-delay τ and the states (including the carrier phase $\boldsymbol{\theta}$, which has a dynamical evolution, and the constant linear drift δ, which is hidden in the phase evolution) using the received signal $\boldsymbol{y}$. We use the state-space model proposed in Section 2 (Eqs. (10) and (11)) and we consider that the transmitted symbol sequence is known at the receiver (DA synchronization scenario).

In a positioning context, we are interested in the time-delay τ to obtain the pseudorange estimation between each visible satellite and the receiver. In this case, we have to estimate the carrier phase and Doppler shift to obtain a correct estimation of the time-delay. If the received signal is not perturbed by a carrier phase error and a Doppler shift, the time-delay estimation problem can be solved with a simple correlation method. So what complicates the problem is the presence of these parameters.

If τ is known, the states can be inferred using a Kalman filter. Due to the presence of unobserved data (carrier phase and Doppler shift), the ML method to obtain a time-delay estimate cannot be used because the computation of the likelihood function in a closed-form and its maximization w.r.t. τ seems to be an intractable problem. To solve this problem we have to resort to iterative

methods and the natural solution is to use an EM-type solution.

In the following, we first propose a method for phase and frequency shift estimation considering a known delay, and then we use this solution to propose a method for the joint carrier and time-delay estimation.

4. Carrier phase and frequency shift estimation

We consider in this section that we have a good time-delay synchronization (known time-delay), and we focus our attention on the joint carrier phase and frequency shift estimation. First, we compute the HCRB to be used as a benchmark on the estimation error, and then we propose a solution based on a Kalman-type algorithm.

4.1. Hybrid Cramér–Rao bound

When dealing with an estimation problem we aim to know the ultimate accuracy that can be achieved by the estimator. The Cramér–Rao Bounds (CRB) provide a lower bound on the Mean Square Error (MSE) achievable by any unbiased estimator. Depending on the nature of the parameters to be estimated we use different bounds of the CRB family. If the vector of parameters is assumed to be deterministic we use the standard CRB and if the vector of parameters is random and an *a priori* information is available we use the so-called Bayesian CRB [27]. When dealing with both random and deterministic parameters an Hybrid CRB (HCRB) is used [24]. The CRB suited to our problem is the HCRB as we want to estimate the phase offset evolution vector $\boldsymbol{\theta}$ which is a random vector with an *a priori* probability density function (pdf) $p(\boldsymbol{\theta})$ and the linear drift δ which is a deterministic parameter.

In the online synchronization mode, at time k the receiver updates the observation vector $\mathbf{y}=[y_1\cdots y_{k-1}]^T$ including the new observation y_k to obtain the updated vector $\mathbf{y}=[y_1\cdots y_k]^T$ in order to estimate θ_k. In this section we recall the expression of the Hybrid CRB and we present the closed-form expression of the HCRB for an oversampled dynamical phase and frequency offset estimation problem in a Data Aided scenario.

4.1.1. HCRB: background

We have a set of measurements $\mathbf{y}$ and we want to estimate an N-dimensional vector of parameters $\boldsymbol{\mu}=(\boldsymbol{\mu}_r^T\boldsymbol{\mu}_d^T)^T$. We consider the case where the random ($\boldsymbol{\mu}_r$) and the deterministic ($\boldsymbol{\mu}_d$) parts of the vector of parameters can be statistically dependent. We note $\boldsymbol{\mu}_d^*$ the true value of $\boldsymbol{\mu}_d$. The joint probability density of the pair $(\mathbf{y},\boldsymbol{\mu})$ is $p_{\mathbf{y},\boldsymbol{\mu}}(\mathbf{y},\boldsymbol{\mu})$ and the *a priori* pdf of the random part of $\boldsymbol{\mu}$ is $p(\boldsymbol{\mu}_r|\boldsymbol{\mu}_d^*)\neq p(\boldsymbol{\mu}_r)$. If $\hat{\boldsymbol{\mu}}(\mathbf{y})$ is our estimate of $\boldsymbol{\mu}$, the HCRB satisfies the following inequality on the MSE:

$$E_{\mathbf{y},\boldsymbol{\mu}|\boldsymbol{\mu}_d^*}\{[\hat{\boldsymbol{\mu}}(\mathbf{y})-\boldsymbol{\mu}][\hat{\boldsymbol{\mu}}(\mathbf{y})-\boldsymbol{\mu}]^T|\boldsymbol{\mu}_d^*\}\geq\mathbf{H}^{-1}(\boldsymbol{\mu}_d^*), \tag{12}$$

where $\mathbf{H}(\boldsymbol{\mu}_d^*)$ is the so-called Hybrid Information Matrix (HIM) defined as [24]

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\mu}_d^*)=E_{\mathbf{y},\boldsymbol{\mu}_r|\boldsymbol{\mu}_d^*}[-\Delta_{\boldsymbol{\mu}}^{\boldsymbol{\mu}}\log p(\mathbf{y},\boldsymbol{\mu}_r|\boldsymbol{\mu}_d)|\boldsymbol{\mu}_d^*]. \tag{13}$$

Expanding the log-likelihood the HIM can be rewritten as

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\mu}_d^*)=E_{\boldsymbol{\mu}_r|\boldsymbol{\mu}_d^*}[\mathbf{F}(\boldsymbol{\mu}_r,\boldsymbol{\mu}_d^*)]+E_{\boldsymbol{\mu}_r|\boldsymbol{\mu}_d^*}[-\Delta_{\boldsymbol{\mu}}^{\boldsymbol{\mu}}\log p(\boldsymbol{\mu}_r|\boldsymbol{\mu}_d)|\boldsymbol{\mu}_d^*],$$

where $\mathbf{F}(\boldsymbol{\mu}_r,\boldsymbol{\mu}_d^*)$ is the Fisher Information Matrix (FIM) defined as

$$\mathbf{F}(\boldsymbol{\mu}_r,\boldsymbol{\mu}_d^*)=E_{\mathbf{y}|\boldsymbol{\mu}_r,\boldsymbol{\mu}_d^*}[-\Delta_{\boldsymbol{\mu}}^{\boldsymbol{\mu}}\log p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\mu}_r,\boldsymbol{\mu}_d)|\boldsymbol{\mu}_d^*]. \tag{14}$$

We can see that $\mathbf{H}(\boldsymbol{\mu}_d^*)=\mathbf{H}^D(\boldsymbol{\mu}_d^*)+\mathbf{H}^P(\boldsymbol{\mu}_d^*)$, where the first term represents the average information about $\boldsymbol{\mu}$ brought by the observations $\mathbf{y}$ and the second term represents the information available from the prior knowledge on $\boldsymbol{\mu}$, i.e., $p(\boldsymbol{\mu}_r|\boldsymbol{\mu}_d)$.

The $N\times N$ HCRB matrix can be written as

$$\mathbf{HCRB}=\{\mathbf{H}(\boldsymbol{\mu}_d^*)\}^{-1}=\{\mathbf{H}^D(\boldsymbol{\mu}_d^*)+\mathbf{H}^P(\boldsymbol{\mu}_d^*)\}^{-1}, \tag{15}$$

where the kth element of the diagonal, $[\mathbf{HCRB}]_{k,k}$ represents the lower bound on the estimation of $[\boldsymbol{\mu}]_k$ from the observations block $\mathbf{y}=[y_1\cdots y_N]$.

4.1.2. HCRB: application to dynamical phase and frequency offset estimation

In this paragraph, a closed-form expression for the HCRB for an online fractionally spaced phase offset and linear drift estimation problem is presented. In the following we drop the dependence of the different matrices on $\boldsymbol{\mu}_d^*=\delta^*$ for easier notation. As we consider a constant drift, for the derivation of the HCRB, we note $\delta_k=\delta$.

We use the model presented in Section 2 (Eqs. (6) and (11)):

$$\theta_k=\theta_{k-1}+\delta+w_k,$$

$$y_k=A_k(\tau)\exp(i\theta_k)+b_k,$$

where, as stated before, b_k is a non-white noise with covariance matrix $\boldsymbol{\Gamma}$. The index k refers to t_k instants and $A_k(\tau)$ are the coefficients specified in Eq. (4) with $\hat{\tau}=\tau$, so we can write that $A_k(\tau)=A_k$.

Comparing this state-space model to the general model presented on the last paragraph, and supposing that we have N available measurements, we identify $\boldsymbol{\mu}_r=\boldsymbol{\theta}=[\theta_1\cdots\theta_N]^T$ and $\boldsymbol{\mu}_d=\delta$. From this the HIM can be rewritten into a $(N+1)\times(N+1)$ block matrix as [24]

$$\mathbf{H}=\begin{pmatrix}\mathbf{H}_{11} & \mathbf{h}_{12}\\ \mathbf{h}_{21} & H_{22}\end{pmatrix}, \tag{16}$$

where

$$\mathbf{H}_{11}=E_{\mathbf{y},\boldsymbol{\theta}|\delta^*}[-\Delta_{\boldsymbol{\theta}}^{\boldsymbol{\theta}}\log p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta},\delta)|\delta^*]+E_{\boldsymbol{\theta}|\delta^*}[-\Delta_{\boldsymbol{\theta}}^{\boldsymbol{\theta}}\log p(\boldsymbol{\theta}|\delta^*)],$$

$$\mathbf{h}_{12}=\mathbf{h}_{21}^T=E_{\mathbf{y},\boldsymbol{\theta}|\delta^*}[-\Delta_{\boldsymbol{\theta}}^{\delta}\log p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta},\delta)|\delta^*]+E_{\boldsymbol{\theta}|\delta^*}[-\Delta_{\boldsymbol{\theta}}^{\delta}\log p(\boldsymbol{\theta}|\delta^*)],$$

$$H_{22}=E_{\mathbf{y},\boldsymbol{\theta}|\delta^*}[-\Delta_{\delta}^{\delta}\log p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta},\delta)|\delta^*]+E_{\boldsymbol{\theta}|\delta^*}[-\Delta_{\delta}^{\delta}\log p(\boldsymbol{\theta}|\delta^*)].$$

So to compute the HIM we need the likelihood function and the *a priori* pdf. From the model we can write the log-likelihood as

$$\log p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta},\delta^*)=\log\frac{1}{\pi^N|\det(\boldsymbol{\Gamma})|}-[\mathbf{y}-\mathbf{m}]^H\boldsymbol{\Gamma}^{-1}[\mathbf{y}-\mathbf{m}], \tag{17}$$

where $\mathbf{y}$ is the N-dimensional received signal array and $\mathbf{m}$ is the mean vector of $\mathbf{y}$, where the kth component is

$[\mathbf{m}]_k = A_k e^{i\theta_k}$. The *a priori* pdf is

$$\log p(\boldsymbol{\theta}|\delta^*) = \log p(\theta_1) + (N-1)\log\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_w}\right) - \sum_{k=2}^{N}\frac{(\theta_k-\theta_{k-1}-\delta^*)^2}{2\sigma_w^2}. \quad (18)$$

Expression of $\mathbf{H}_{11}$: we can write that

$$\mathbf{H}_{11} = \mathbf{H}_{11}^D + \mathbf{H}_{11}^P, \quad (19)$$

where

$$\mathbf{H}_{11}^D = E_{\mathbf{y},\boldsymbol{\theta}|\delta^*}[-\Delta_{\boldsymbol{\theta}}^{\boldsymbol{\theta}}\log p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta},\delta)|\delta^*],$$

$$\mathbf{H}_{11}^P = E_{\boldsymbol{\theta}|\delta^*}[-\Delta_{\boldsymbol{\theta}}^{\boldsymbol{\theta}}\log p(\boldsymbol{\theta}|\delta^*)].$$

The first term can be computed from Eq. (17). We note $\Lambda(\boldsymbol{\theta}) = \log p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta},\delta)$. The first derivative of $\Lambda(\boldsymbol{\theta})$ with respect to the lth phase parameter is

$$\begin{aligned}\frac{\partial\Lambda(\boldsymbol{\theta})}{\partial\theta_l} &= \frac{\partial}{\partial\theta_l}\{-[\mathbf{y}-\mathbf{m}]^H\boldsymbol{\Gamma}^{-1}[\mathbf{y}-\mathbf{m}]\}\\ &= \left\{\frac{\partial\mathbf{m}^H}{\partial\theta_l}\boldsymbol{\Gamma}^{-1}[\mathbf{y}-\mathbf{m}] + [\mathbf{y}-\mathbf{m}]^H\boldsymbol{\Gamma}^{-1}\frac{\partial\mathbf{m}}{\partial\theta_l}\right\}\\ &= 2\Re\left\{\frac{\partial\mathbf{m}^H}{\partial\theta_l}\boldsymbol{\Gamma}^{-1}[\mathbf{y}-\mathbf{m}]\right\}. \quad (20)\end{aligned}$$

If we compute now the derivative with respect to the kth phase parameter we have that

$$\frac{\partial^2\Lambda(\boldsymbol{\theta})}{\partial\theta_k\partial\theta_l} = 2\Re\left\{\frac{\partial^2\mathbf{m}^H}{\partial\theta_k\,\partial\theta_l}\boldsymbol{\Gamma}^{-1}[\mathbf{y}-\mathbf{m}] - \frac{\partial\mathbf{m}^H}{\partial\theta_l}\boldsymbol{\Gamma}^{-1}\frac{\partial\mathbf{m}}{\partial\theta_k}\right\}. \quad (21)$$

The (k,l)th element of the matrix $\mathbf{H}_{11}^D$ is

$$\begin{aligned}[\mathbf{H}_{11}^D]_{k,l} &= E_{\boldsymbol{\theta}|\delta^*}\left\{E_{\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta},\delta^*}\left\{-\frac{\partial^2\Lambda(\boldsymbol{\theta})}{\partial\theta_k\partial\theta_l}\right\}\right\}\\ &= E_{\boldsymbol{\theta}|\delta^*}\left\{2\Re\left\{\frac{\partial\mathbf{m}^H}{\partial\theta_l}\boldsymbol{\Gamma}^{-1}\frac{\partial\mathbf{m}}{\partial\theta_k}\right\}\right\}.\end{aligned}$$

We note that

$$\frac{\partial\mathbf{m}^H}{\partial\theta_l} = [0,\ldots,0,-iA_l^*e^{-i\theta_l},0,\ldots,0], \quad (22)$$

$$\frac{\partial\mathbf{m}}{\partial\theta_k} = [0,\ldots,0,iA_ke^{i\theta_k},0,\ldots,0]^T, \quad (23)$$

with the non-null values on the lth and kth position, respectively, and so the coefficients can be written as

$$\begin{aligned}[\mathbf{H}_{11}^D]_{k,l} &= E_{\boldsymbol{\theta}|\delta^*}\{2\Re\{A_l^*A_k\cdot[\boldsymbol{\Gamma}^{-1}]_{k,l}e^{j(\theta_k-\theta_l)}\}\}\\ &= 2\Re\{A_l^*A_k\cdot[\boldsymbol{\Gamma}^{-1}]_{k,l}E_{\boldsymbol{\theta}|\delta^*}\{e^{j(\theta_k-\theta_l)}\}\}.\end{aligned}$$

We can write that

$$E_{\boldsymbol{\theta}}\{e^{i(\theta_k-\theta_l)}\} = E_{\boldsymbol{\theta}}\{e^{i(\mathbf{u}_{kl}^T\boldsymbol{\theta})}\} = \phi(\mathbf{u}_{kl}), \quad (24)$$

where $\mathbf{u}_{kl}^T = [0,\ldots,0,(+1),0,\ldots,0,(-1),0,\ldots,0]$, $+1$ in the kth position and -1 in the lth position of the array, $\phi(\cdot)$ is the characteristic function of a Gaussian random variable $\boldsymbol{\theta}$:

$$\begin{aligned}\phi(\mathbf{u}_{kl}) &= \exp\{-\tfrac{1}{2}\mathbf{u}_{kl}^T\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{u}_{kl}\}\\ &= \exp\{-\tfrac{1}{2}([\boldsymbol{\Sigma}^{-1}]_{k,k}+[\boldsymbol{\Sigma}^{-1}]_{l,l}-2[\boldsymbol{\Sigma}^{-1}]_{k,l})\}, \quad (25)\end{aligned}$$

with $\boldsymbol{\Sigma}$ the covariance matrix of the phase evolution $\boldsymbol{\theta}$. Finally

$$[\mathbf{H}_{11}^D]_{k,l} = 2\Re\{A_l^*A_k[\boldsymbol{\Gamma}^{-1}]_{k,l}e^{\Psi}\}, \quad (26)$$

where

$$\Psi = \{-\tfrac{1}{2}([\boldsymbol{\Sigma}^{-1}]_{k,k}+[\boldsymbol{\Sigma}^{-1}]_{l,l}-2[\boldsymbol{\Sigma}^{-1}]_{k,l})\}. \quad (27)$$

We note that the elements $[\boldsymbol{\Sigma}^{-1}]_{k,k}$ are proportional to S/σ_w^2, so for small values of σ_w^2 ($\sigma_w^2 < 0.1$) we have that $e^{\Psi}\sim 0$ except when $k=l$ where $e^{\Psi}=1$. As an example representing the worst of the cases, when we set $S=1$, $\sigma_w^2 = 0.1$, $k=1$ and $l=N$, $e^{\Psi} = 4.54\times 10^{-5}$.

As we assume that the phase variation is small over the symbol interval (hypothesis done in Section 2), we can consider that $\mathbf{H}^D$ is a diagonal matrix with

$$[\mathbf{H}_{11}^D]_{k,k} = 2|A_k|^2[\boldsymbol{\Gamma}^{-1}]_{k,k}. \quad (28)$$

In the following we compute the second term of Eq. (19). From the state evolution equation (6) and assuming that the initial phase θ_1 does not depend on δ, we have that

$$p(\boldsymbol{\theta}|\delta^*) = p(\theta_1)\Pi_{k=2}^N p(\theta_k|\theta_{k-1},\delta^*) \quad (29)$$

and due to this expansion we can rewrite the expression as

$$\Delta_{\boldsymbol{\theta}}^{\boldsymbol{\theta}}\ln p(\boldsymbol{\theta},\delta^*) = \Delta_{\boldsymbol{\theta}}^{\boldsymbol{\theta}}\ln p(\theta_1) + \sum_{k=1}^{N}\Delta_{\boldsymbol{\theta}}^{\boldsymbol{\theta}}\ln p(\theta_k|\theta_{k-1},\delta^*). \quad (30)$$

The first term in Eq. (30) is a matrix with only one non-zero element, namely, the entry (1,1) which is equal to

$$[\Delta_{\boldsymbol{\theta}}^{\boldsymbol{\theta}}\ln p(\theta_1)]_{1,1} = \frac{\partial^2\ln p(\theta_1)}{\partial\theta_1^2}. \quad (31)$$

The other terms are matrices with only four non-zero elements, namely, the entries $(k-1,k-1)$, $(k-1,k)$, $(k,k-1)$ and (k,k). Due to the Gaussian nature of the noise, one finds

$$[\Delta_{\boldsymbol{\theta}}^{\boldsymbol{\theta}}\ln p(\theta_k|\theta_{k-1},\boldsymbol{\delta}^*)]_{k,k} = \frac{-S}{\sigma_w^2}, \quad (32)$$

$$[\Delta_{\boldsymbol{\theta}}^{\boldsymbol{\theta}}\ln p(\theta_k|\theta_{k-1},\boldsymbol{\delta}^*)]_{k,k-1} = \frac{S}{\sigma_w^2}. \quad (33)$$

The values for $(k-1,k-1)$ and $(k-1,k)$ are, respectively, the same that for (k,k) and $(k-1,k)$. Assuming that $E_{\theta_1}[\Delta_{\boldsymbol{\theta}}^{\boldsymbol{\theta}}\ln p(\theta_1)] = 0$ that corresponds to the case of non-informative prior about θ_1, we obtain that

$$\begin{aligned}\mathbf{H}_{11}^P &= E_{\boldsymbol{\theta}|\delta^*}[-\Delta_{\boldsymbol{\theta}}^{\boldsymbol{\theta}}\log p(\boldsymbol{\theta}|\delta^*)]\\ &= \frac{1}{\sigma_w^2/S}\begin{pmatrix}1 & -1 & 0 & \cdots & 0\\ -1 & 2 & -1 & \ddots & \vdots\\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0\\ \vdots & & -1 & 2 & -1\\ 0 & \cdots & 0 & -1 & 1\end{pmatrix}. \quad (34)\end{aligned}$$

Expression of $\mathbf{h}_{12}$: the log-likelihood (Eq. (17)) does not depend on δ so the first term of $\mathbf{h}_{12}$ is null, so

$$\mathbf{h}_{12} = E_{\boldsymbol{\theta}|\delta^*}[-\Delta_{\boldsymbol{\theta}}^{\delta}\log p(\boldsymbol{\theta}|\delta^*)].$$

From the state model we have that

$$\mathbf{h}_{12} = \left[\frac{S}{\sigma_w^2} \;\; \mathbf{0}_{1\times N-2} \;\; -\frac{S}{\sigma_w^2}\right]^T.$$

Expression of H_{22}: as the log-likelihood does not depend on δ and using Eq. (18) we have that

$$H_{22} = E_{\boldsymbol{\theta}|\delta^*}[-\Delta_\delta^\delta \log p(\boldsymbol{\theta}|\delta^*)] = E_{\boldsymbol{\theta}|\delta^*}\left[-\frac{\partial^2}{\partial\delta^2}\log p(\boldsymbol{\theta}|\delta^*)\right] = \frac{S(N-1)}{\sigma_w^2}.$$

Remarks: As we analyze the estimation problem in a DA scenario the bound depends on the transmitted sequence **a**. In this paper, we suppose the transmission of a known sequence to analyze the performance of the proposed algorithm and the bound. We note that the HCRB is computed for a specific known sequence. The bound depends on the sequence, the oversampling factor S and the position s inside the symbol interval of the current transmitted symbol (index M):

$$HCRB_\theta(\mathbf{a},S,s) = [\mathbf{H}^{-1}(\mathbf{a})]_{N,N}, \tag{35}$$

$$HCRB_\delta(\mathbf{a},S,s) = [\mathbf{H}^{-1}(\mathbf{a})]_{N+1,N+1}, \tag{36}$$

with $N = (M-1)*S+1+s$.

4.2. Extended Kalman filter for carrier phase and frequency shift estimation

In the sequel, we recall the notation and the basics of the Kalman filter and we derive the EKF [28] for the oversampled carrier phase and frequency offset estimation.

4.2.1. Kalman background

We consider that we have a system described by the following state-space equations pair

$$\mathbf{x}_{k+1} = f_k(\mathbf{x}_k) + \mathbf{w}_k,$$

$$\mathbf{y}_k = g_k(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k, \tag{37}$$

where $\mathbf{x}_k$ is the state vector, $\mathbf{w}_k$ is a zero-mean white noise with covariance matrix $\mathbf{Q}_k$, $\mathbf{y}_k$ is the observation vector at time k which is a partial and noisy observation of the state $\mathbf{x}_k$ and $\mathbf{v}_k$ is the observation noise with covariance matrix $\mathbf{R}_k$. Noises $\mathbf{w}_k$ and $\mathbf{v}_k$ are supposed to be uncorrelated. The functions $f_k(\cdot)$ and $g_k(\cdot)$ can be non-linear in a general case.

We note $\widehat{\mathbf{x}}_{k|m}$, the estimation of $\mathbf{x}_k$ from the observations up to time m, $\tilde{\mathbf{x}}_{k|m} = \mathbf{x}_k - \widehat{\mathbf{x}}_{k|m}$, the estimation error and $\mathbf{P}_{k|m} = E(\tilde{\mathbf{x}}_{k|m}\tilde{\mathbf{x}}_{k|m}^T)$, the covariance matrix of the estimation error. For Gaussian, linear state models, the KF gives the best Mean Square Error (MSE) estimation of the state $\mathbf{x}_k$ from observations up to time k. For non-linear problems, the EKF gives a sub-optimal estimator $\widehat{\mathbf{x}}_{k|k}$ in a recursive way: the main idea is to linearize the state-space equations at each iteration in order to transform the filtering problem into a usual Kalman one.

4.2.2. EKF: the algorithm

To derive the EKF, we need to compute $\partial f_k(\mathbf{x}_k)/\partial\mathbf{x}_k$ and $\partial g_k(\mathbf{x}_k)/\partial\mathbf{x}_k$.

In the state-space model for oversampled phase estimation presented in Section 2 (Eqs. (10) and (11)), the state equation is linear, hence $\partial f_k(\mathbf{x}_k)/\partial\mathbf{x}_k = \mathbf{M}_K$. The state noise covariance $\mathbf{Q}$ is independent from k and has only two non-zero elements: $[\mathbf{Q}]_{1,1} = \sigma_w^2/S$ and $[\mathbf{Q}]_{3,3} = \sigma_n^2$. Because we introduced the colored noise b_k into the state, there is no observation noise and the covariance matrix $\mathbf{R}$ is null. The observation equation is non-linear versus the state, we have to apply a linearization:

$$\mathbf{g} = \frac{\partial g_k(\widehat{\mathbf{x}}_{k|k-1})}{\partial\mathbf{x}_k} = [iA_k(\tau)e^{i\widehat{\theta}_{k|k-1}} \;\; 0 \;\; 1 \;\; 0 \;\; \cdots \;\; 0]^T. \tag{38}$$

Finally, the EKF expressions for the oversampled algorithm are

$$\begin{cases} \mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{M}_K\mathbf{P}_{k-1|k-1}\mathbf{M}_K^H + \mathbf{Q}, \\ \widehat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \mathbf{M}_K\widehat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}, \\ \mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1}\mathbf{g}^H\{\mathbf{g}\mathbf{P}_{k|k-1}\mathbf{g}^H\}^{-1}, \\ \mathbf{P}_{k|k} = [\mathbf{I}-\mathbf{K}_k\mathbf{g}]\mathbf{P}_{k|k-1}, \\ \widehat{\mathbf{x}}_{k|k} = \widehat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k[\mathbf{y}_k - A_k(\tau)e^{i\widehat{\theta}_{k|k-1}} - \widehat{b}_{k|k-1}], \end{cases} \tag{39}$$

where $\mathbf{I}$ is the identity matrix with appropriate dimension.

5. Joint time-delay and carrier synchronization method

In this section, we propose an iterative block method for joint time-delay and carrier synchronization. The method is inspired by the EM algorithm [15], which is an iterative method to find the ML estimate of given desired parameter in the presence of unobserved data or nuisance parameters. The idea behind the algorithm is to augment the observed data with latent data, which can be either missing data or parameter values.

Our method is then based on an iterative optimization of a cost function to find the time-delay (desired parameter in the EM formulation), coupled with the Kalman-type solution proposed in Section 4 for the estimation of the carrier phase and the Doppler shift (nuisance parameters in the EM solution).

5.1. The proposed method

The main goal is to write a function that only depends on the time-delay, $\mathcal{L}(\tau)$, that we will optimize iteratively. The starting point is the joint pdf:

$$p(\mathbf{y},\boldsymbol{\theta};\tau) = p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta};\tau)p(\boldsymbol{\theta};\tau). \tag{40}$$

From the state-space model, the *a priori* density $p(\boldsymbol{\theta})$ is

$$p(\boldsymbol{\theta}) = p(\theta_1)\prod_{k=2}^{N} p(\theta_k|\theta_{k-1}), \tag{41}$$

where $p(\theta_k|\theta_{k-1})$ are Gaussian densities with mean θ_{k-1} and variance σ_w^2, so we can write

$$p(\boldsymbol{\theta}) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_w}\right)^{N-1}\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_w^2}\sum_{k=2}^{N}(\theta_k-\theta_{k-1})^2\right\}. \tag{42}$$

In a DA context, the likelihood function w.r.t. τ is

$$p(\mathbf{y}|\mathbf{a},\boldsymbol{\theta};\tau) = \mathcal{N}(\mathbf{y};\mathbf{m}(\boldsymbol{\theta},\tau),\boldsymbol{\Gamma}),$$

where $\mathbf{m}(\boldsymbol{\theta},\tau)$ is the mean vector with $[\mathbf{m}(\boldsymbol{\theta},\tau)]_k = A_k(\tau)e^{i\theta_k}$ and $\boldsymbol{\Gamma}$ is the covariance matrix of the observation noise. The product of these densities is

$$p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta};\tau)p(\boldsymbol{\theta}) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_w}\right)^{N-1}\frac{1}{\pi^N|\det(\boldsymbol{\Gamma})|} \times\exp\left\{-[\mathbf{y}-\mathbf{m}(\boldsymbol{\theta},\tau)]^H\boldsymbol{\Gamma}^{-1}[\mathbf{y}-\mathbf{m}(\boldsymbol{\theta},\tau)]-\frac{1}{2\sigma_w^2}\sum_{k=2}^{N}(\theta_k-\theta_{k-1})^2\right\} \tag{43}$$

and so

$$\ln p(\mathbf{y},\boldsymbol{\theta};\tau) = C(\sigma_w^2,\boldsymbol{\Gamma})-[\mathbf{y}-\mathbf{m}(\boldsymbol{\theta},\tau)]^H\boldsymbol{\Gamma}^{-1}[\mathbf{y}-\mathbf{m}(\boldsymbol{\theta},\tau)] -\frac{1}{2\sigma_w^2}\sum_{k=2}^{N}(\theta_k-\theta_{k-1})^2. \tag{44}$$

We assume that at the jth iteration of the method, the time-delay estimated at the previous step $\hat{\tau}^{(j-1)}$ is available. As we want to obtain a function that only depends on τ, and optimize it with respect to this parameter, all the terms in the log-density that do not depend on the time-delay can be omitted. So we consider the function

$$\begin{aligned}\mathcal{F}(\boldsymbol{\theta},\tau) &= -[\mathbf{y}-\mathbf{m}(\boldsymbol{\theta},\tau)]^H\boldsymbol{\Gamma}^{-1}[\mathbf{y}-\mathbf{m}(\boldsymbol{\theta},\tau)]\\ &= -\mathbf{y}^H\boldsymbol{\Gamma}^{-1}\mathbf{y}+\mathbf{y}^H\boldsymbol{\Gamma}^{-1}\mathbf{m}(\boldsymbol{\theta},\tau)\\ &\quad+\mathbf{m}(\boldsymbol{\theta},\tau)^H\boldsymbol{\Gamma}^{-1}\mathbf{y}-\mathbf{m}(\boldsymbol{\theta},\tau)^H\boldsymbol{\Gamma}^{-1}\mathbf{m}(\boldsymbol{\theta},\tau).\end{aligned} \tag{45}$$

At the jth iteration, we obtain a function that only depends on the time-delay τ by taking the (conditional) expectation of $\mathcal{F}(\boldsymbol{\theta},\tau)$ with respect to the carrier phase $\boldsymbol{\theta}$ (given the knowledge of $\mathbf{y},\mathbf{a},\hat{\tau}^{(j-1)}$),

$$\begin{aligned}\mathcal{L}^{(j)}(\tau) &= \mathbb{E}_{\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y},\mathbf{a},\hat{\tau}^{(j-1)}}[\mathcal{F}(\boldsymbol{\theta},\tau)]\\ &= -\mathbf{y}^H\boldsymbol{\Gamma}^{-1}\mathbf{y}+\mathbf{y}^H\boldsymbol{\Gamma}^{-1}\mathbb{E}_{\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y},\mathbf{a},\hat{\tau}^{(j-1)}}[\mathbf{m}(\boldsymbol{\theta},\tau)]\\ &\quad+\mathbb{E}_{\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y},\mathbf{a},\hat{\tau}^{(j-1)}}[\mathbf{m}(\boldsymbol{\theta},\tau)^H]\boldsymbol{\Gamma}^{-1}\mathbf{y}\\ &\quad-\mathbb{E}_{\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y},\mathbf{a},\hat{\tau}^{(j-1)}}[\mathbf{m}(\boldsymbol{\theta},\tau)^H\boldsymbol{\Gamma}^{-1}\mathbf{m}(\boldsymbol{\theta},\tau)],\end{aligned} \tag{46}$$

where the terms $\mathbb{E}_{\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y},\mathbf{a},\hat{\tau}^{(j-1)}}[\mathbf{m}(\boldsymbol{\theta},\tau)]$ and $\mathbb{E}_{\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y},\mathbf{a},\hat{\tau}^{(j-1)}}[\mathbf{m}(\boldsymbol{\theta},\tau)^H\boldsymbol{\Gamma}^{-1}\mathbf{m}(\boldsymbol{\theta},\tau)]$ only depend on the carrier phase. If we consider that we have an estimate of these two terms, we can estimate the time-delay at the current iteration from the previous time-delay estimate $\hat{\tau}^{(j-1)}$, by maximizing the cost function $\mathcal{L}^{(j)}(\tau)$ w.r.t. τ

$$\hat{\tau}^{(j)} = \arg\max_{\tau}\mathcal{L}(\tau)^{(j)}. \tag{47}$$

The method iterates the optimization until the convergence of the sequence $(\ldots,\hat{\tau}^{(j)},\hat{\tau}^{(j+1)},\ldots)$.

Using the characteristic function of a Gaussian density, we can write that

$$[\mathbb{E}_{\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y},\mathbf{a},\tau^{(j-1)}}[\mathbf{m}(\boldsymbol{\theta},\tau)]]_k = A_k(\tau)\mathbb{E}_{\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y},\mathbf{a},\hat{\tau}^{(j-1)}}[e^{i\theta_k}] = A_k(\tau)e^{i\widehat{\theta}_k}e^{-(1/2)\sigma^2_{\theta_k}}$$

where the estimate of the mean $\widehat{\theta}_k^{(j)}$ and the variance $\sigma^2_{\theta_k}(j)$ can be obtained from a Kalman-type solution as presented in Section 4. The remaining term can be written as

$$\mathbb{E}_{\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y},\mathbf{a},\tau^{(j-1)}}\left[\frac{1}{\sigma_n^2}\mathbf{m}(\boldsymbol{\theta},\tau)^H\mathbf{m}(\boldsymbol{\theta},\tau)\right] = \frac{1}{\sigma_n^2}\sum_k|A_k(\tau)|^2.$$

So the cost function to be maximized is

$$\mathcal{L}^{(j)}(\tau) = -\left\{\mathbf{y}^H\mathbf{y}-\mathbf{y}^H\mathrm{diag}(\boldsymbol{d}(\tau))\mathbf{t}(\widehat{\boldsymbol{\theta}}^{(j)}) -\mathbf{t}^H(\widehat{\boldsymbol{\theta}}^{(j)})\mathrm{diag}(\boldsymbol{d}(\boldsymbol{\tau})^*)\mathbf{y}+\sum_k|A_k(\tau)|^2\right\}$$

$$\mathcal{L}^{(j)}(\tau) = -\|\mathbf{y}-\mathrm{diag}(\boldsymbol{d}(\tau))\mathbf{t}(\widehat{\boldsymbol{\theta}}^{(j)})\|^2, \tag{48}$$

where $[\mathbf{d}(\tau)]_k = A_k(\tau)$ and $[\mathbf{t}(\widehat{\boldsymbol{\theta}})]_k = (e^{i\widehat{\theta}_k^{(j)}}e^{-(1/2)\sigma^{2(j)}_{\theta_k}})$. Finally, the proposed method is based on the following optimization:

$$\hat{\tau}^{(j)} = \arg\max_{\tau}\left\{2\Re(\mathbf{y}^H\mathrm{diag}(\boldsymbol{d}(\tau))\mathbf{t}(\widehat{\boldsymbol{\theta}}^{(j)}))-\sum_k|A_k(\tau)|^2\right\}. \tag{49}$$

The iterative block method is sketched in Algorithm 1 and a scheme is given in Fig. 1.

Algorithm 1. Joint time-delay, carrier phase and Doppler shift estimation method.

Require: Block of N observations $y_{p:p+N-1}$, process and measurement noise statistics.
1: **initialization**
2: **for** i=1 to convergence of the algorithm **do**
3: **for** j=p to p+N-1 **do**
4: Estimation of θ_j and δ using the Extended Kalman filter in Eq. (39).
5: **end for**
6: Time-delay estimation $\hat{\tau}^{(i)}$ from Eq. (49).
7: **end for**

To summarize: we have an iterative approximation of the ML solution for the estimation of the time-delay τ (block method) where we embed a Kalman-type solution to obtain the carrier phase and Doppler shift estimates (operating sample-wise).

This method resembles a classic DA ML method for the estimation of the time-delay after previous estimation and compensation of the carrier phase and Doppler shift. Indeed the cost function in (48) can be regarded as kind of distance between the observations and the expected noiseless signal after a carrier phase correction.

The advantage of our method is that it works iteratively to estimate the carrier phase/Doppler shift and the time-delay. Each operation can then be used to enhance the estimation performance of the other one giving rise to an iterative technique. Actually this intuitive idea is the basis of all the turbo methods for joint parameters estimation. The EM-type formulation used here is a way to arrive to the iterative technique more rigorously [16].

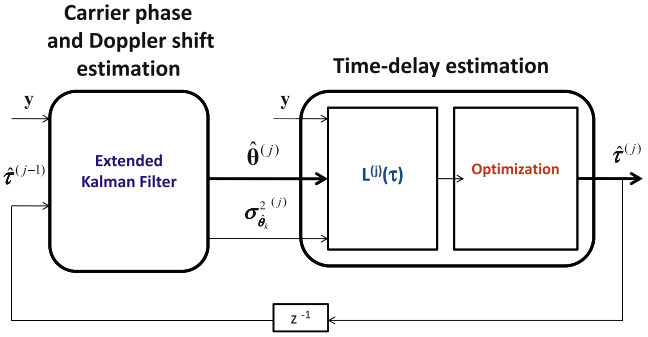


Fig. 1. Block scheme of the joint estimation method.

5.2. Computational complexity

The purpose of this section is to determine the implementation complexity in terms of the number of multiplications needed for our algorithm. The iterative method proposed is composed of two stages: carrier phase and Doppler shift estimation using an extended Kalman filter and time-delay estimation with the maximization of a cost function.

Concerning the first stage, the complexity of the *time update* step of the Kalman filter (state prediction and covariance of the prediction error) is $(n_x^2+2n_x^3)$ and the complexity of the *measurement update* step (Kalman gain, state update and covariance of the measurement update error) is $(2n_x+5n_x^2)$, where $n_x=\dim(\mathbf{x}_k)$ is the state dimension (n_x=4, 5 and 7 for S=1,2 and 4, respectively, see Eq. (8)). So the Kalman stage complexity is $\mathcal{O}(Nn_x^3)$, where N is the block size. The computational complexity of the optimization stage (Eq. (49)) is $(3N)$, therefore, the bottleneck of the algorithm is the first stage and the overall computational complexity of our algorithm is at each iteration of the EM algorithm $\mathcal{O}(Nn_x^3)$.

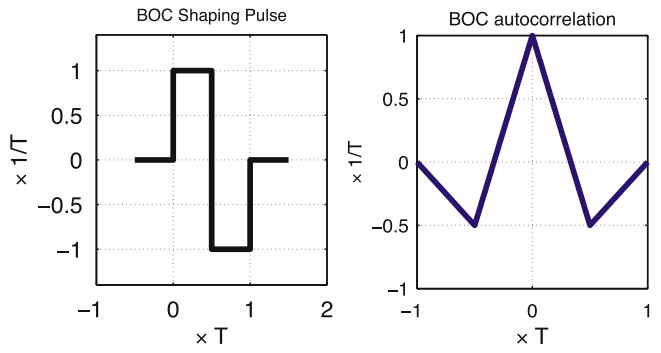


Fig. 2. BOC shaping function $\Pi(t)$ and its autocorrelation $g(t)$.

6. Computer simulations

In this section we show the behavior of the proposed method by considering different scenarios. To assess the method's performance we assume the transmission over an AWGN channel of a M-sequence of length 511 bits generated using a Linear Feedback Shift Register (LFSR) with characteristic polynomial $[1021]_8$ (octal representation). We consider three oversampling factors (S=1,2 and 4) and a BOC shaping pulse (see Fig. 2). We fix the drift to $\delta=0.2$.

First we present the performance obtained with the Extended Kalman Filter for joint carrier phase and frequency shift estimation considering two scenarios:

- perfect time-delay synchronization,
- estimated time-delay.

In this case, we plot the Root Mean Square Error (RMSE), obtained over 250 independent Monte Carlo runs, versus the Signal to Noise Ratio (SNR). The SNR corresponds to the Carrier to Noise Ratio (C/N) at the input of the receiver. In our case, as shaping pulse and symbols a_k are normalized (i.e., $\sigma_a^2=1; g(0)=1$) this ratio is simply $C/N=1/\sigma_n^2$. The performances obtained are compared with the HCRB. We compute the bound and the RMSE for the T-spaced symbol reference points for S=1,2,4 (see [25] for the comparison of the estimation using T-spaced

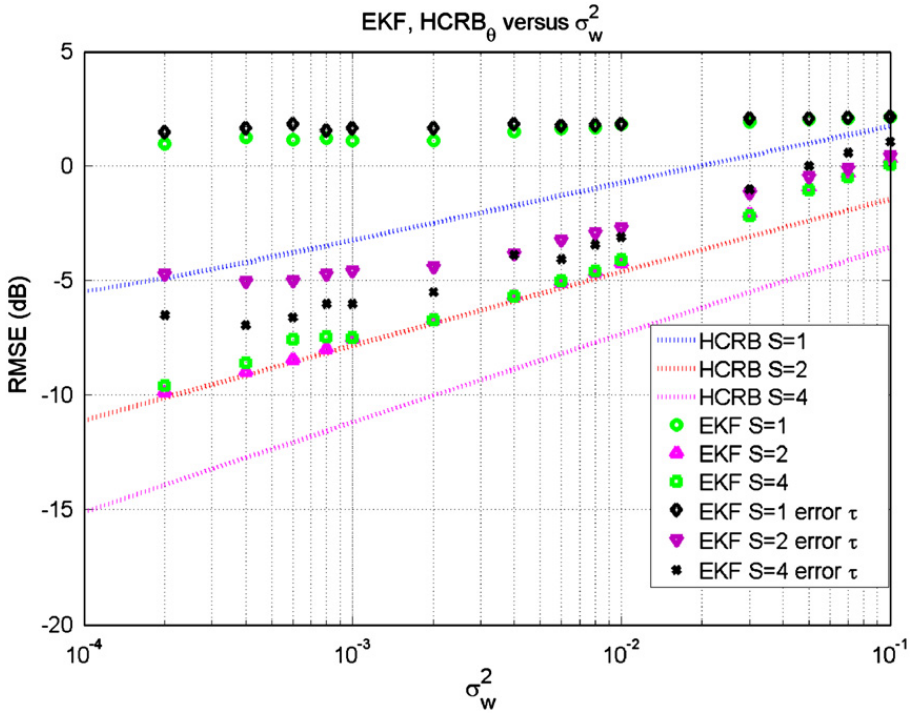


Fig. 3. HCRB and RMSE obtained with the EKF, for the carrier phase estimation, versus the phase noise variance for three different oversampling factors S=1, 2 and 4, and a fixed low SNR=−20 dB. We consider two scenarios: perfect time-delay synchronization and an error on the delay estimation $\hat{\tau}-\tau=T_c/8$.

symbol reference points and T-spaced symbol mid-points and more scenarios). We note that we compared our method with the standard carrier synchronization Fitz's method [9] but this completely fails in our scenarios, which is clear because this method assumes a deterministic phase distortion.

In Fig. 3 we analyze the HCRB and the EKF behavior for a fixed SNR versus phase noise variance. We present a scenario with a really low SNR (as used in satellite based poisioning), SNR $=-20$ dB. We can see that using 1 point per symbol ($S=1$) the performances on the estimation are far from the theoretical bound. This is because the CRB does not give a good lower bound in the large error regions. In counterpart, with $S=2$ and 4 we can measure the gain given by the oversampling and the good performance of the algorithm. The gain obtained with the oversampling is greater at small σ_w^2. We also plot on the same figure the performances obtained with an error on the time-delay estimation ($\hat{\tau}-\tau=T_c/8$), We can see that the performances are worse than those obtained with

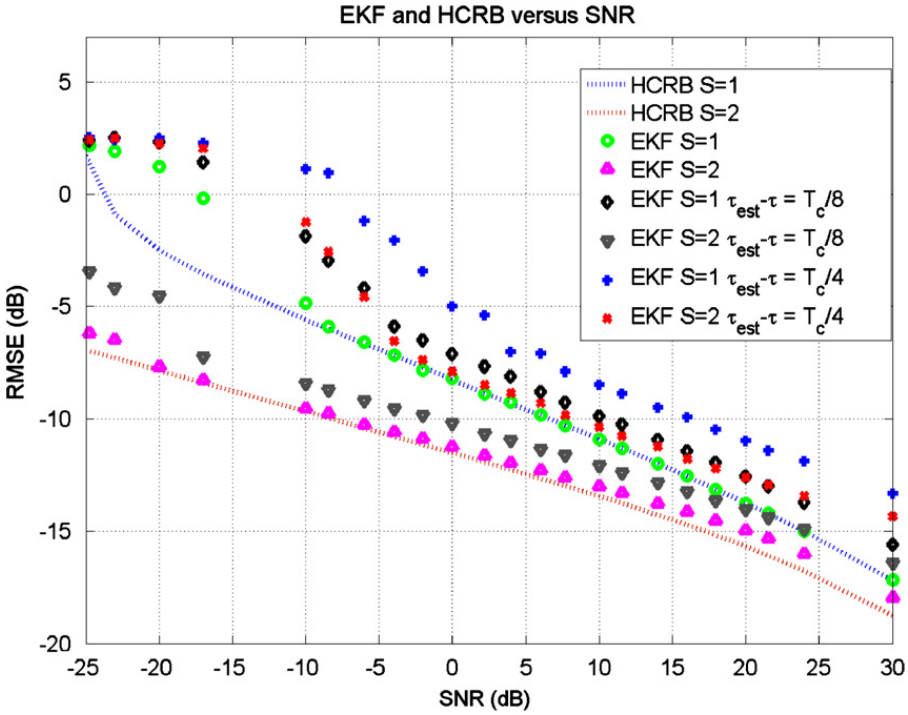


Fig. 4. HCRB and RMSE obtained with the EKF, for the carrier phase estimation, versus the SNR for three different oversampling factors $S=1$, 2 and 4, and a fixed phase noise variance $\sigma_w^2=0.001$. We consider three scenarios: perfect time-delay synchronization, an error on the delay estimation $\hat{\tau}-\tau=T_c/8$ and an error $\hat{\tau}-\tau=T_c/4$.

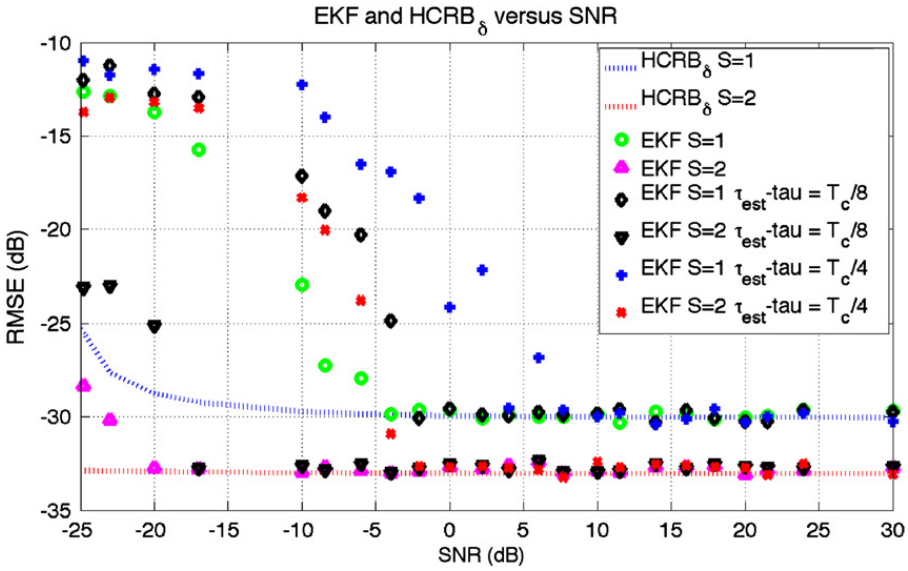


Fig. 5. HCRB and RMSE obtained with the EKF, for the estimation of the Doppler shift, versus the SNR for three different oversampling factors $S=1$, 2 and 4, and a fixed phase noise variance $\sigma_w^2=0.001$. We consider three scenarios: perfect time-delay synchronization, an error on the delay estimation $\hat{\tau}-\tau=T_c/8$ and an error $\hat{\tau}-\tau=T_c/4$.

a perfect time-delay synchronization but still acceptable with $S=2$ and $S=4$.

Fig. 4 superimposes, versus the SNR, the online HCRB and the RMSE obtained with the EKF. We have a phase with a moderate variation, $\sigma_w^2 = 0.001$ rad^2. We assume three different scenarios: a perfect time-delay synchronization, an error on the delay estimation of $\hat{\tau}-\tau = T_c/8$ and a greater error $\hat{\tau}-\tau = T_c/4$. We do not plot the case $S=4$ because the results are the same as for $S=2$. Let us consider the perfect synchronization case: for $S=1$ the performance of the EKF fits the HCRB except for really low SNR where the performance is degraded (and the CRB is not a good benchmark in large error regions). For $S=2$ the EKF performance is slightly looser than the bound. The gain increases with the oversampling factor S and the interest of oversampling becomes clear at low SNR, what is the usual case in satellite based poisioning. The gain due to oversampling decreases as the SNR increases. The performance gain between oversampling factors S decreases proportionally to the phase noise variance σ_w^2. For the estimated (error) time-delay scenarios we note that the performances obtained are a little bit worse than with the perfect synchronization but are still acceptable.

Fig. 5 superimposes, versus the SNR, the RMSE obtained with the EKF and the online HCRB for the Doppler shift estimation. We consider a phase noise variance $\sigma_w^2 = 0.001$, three oversampling factors $S=1,2,4$ and a fixed block size $N=511$ (we note that the performance on the estimation of the drift depends on the block size N because the parameter to be estimated has a constant value). We note that the performances increase when increasing S and the convergence to the lower bound depends on the error on the time-delay estimation and the oversampling factor. But in all the cases we obtain a good estimation of the Doppler shift.

After the analysis of the carrier phase and Doppler shift estimation we consider the joint time-delay and carrier synchronization estimation problem (the main concern of the paper).

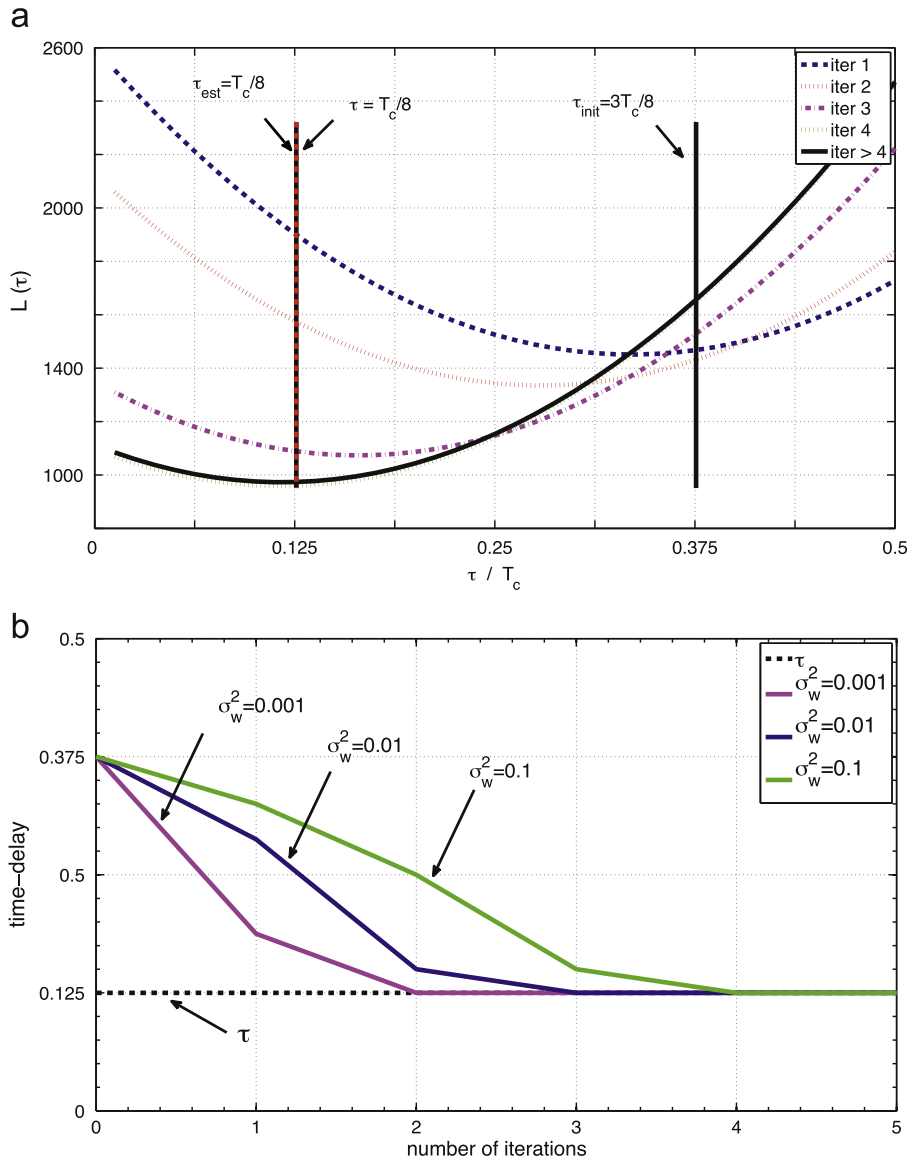


Fig. 6. SNR=0 dB, $\tau = T_c/8$ and $\tau_{init} = 3T_c/8$. (a) Values of the function to be optimized $\mathcal{L}(\tau)$ in different iterations for a fast varying phase evolution, $\sigma_w^2 = 0.1$. (b) Convergence of the algorithm for three phase noise variances: $\sigma_w^2 = 0.001$, $\sigma_w^2 = 0.01$ and $\sigma_w^2 = 0.1$.

The convergence and performance of the algorithm mainly depend on the process and measurement noises affecting the system and on the estimation of the carrier phase provided by the first stage. We first consider the joint estimation in a scenario with a SNR=0 dB where the algorithm almost always converges to the true value (see the table at the end of the section). In Fig. 6(a), we plot the function to be optimized $\mathcal{L}(\tau)$ for different iterations of a single realization of the algorithm (with a really fast varying phase offset with variance $\sigma_w^2=0.1$) and in Fig. 6(b) we show the convergence of the algorithm for different carrier phase evolutions ($\sigma_w^2=0.001$,0.01 and 0.1). In both cases the true time-delay is $\tau=T_c/8$ and the algorithm is initialized at $\tau_{init}=3T_c/8$.

We note that the speed of convergence depends on the phase and observation noises, and that stronger the noises

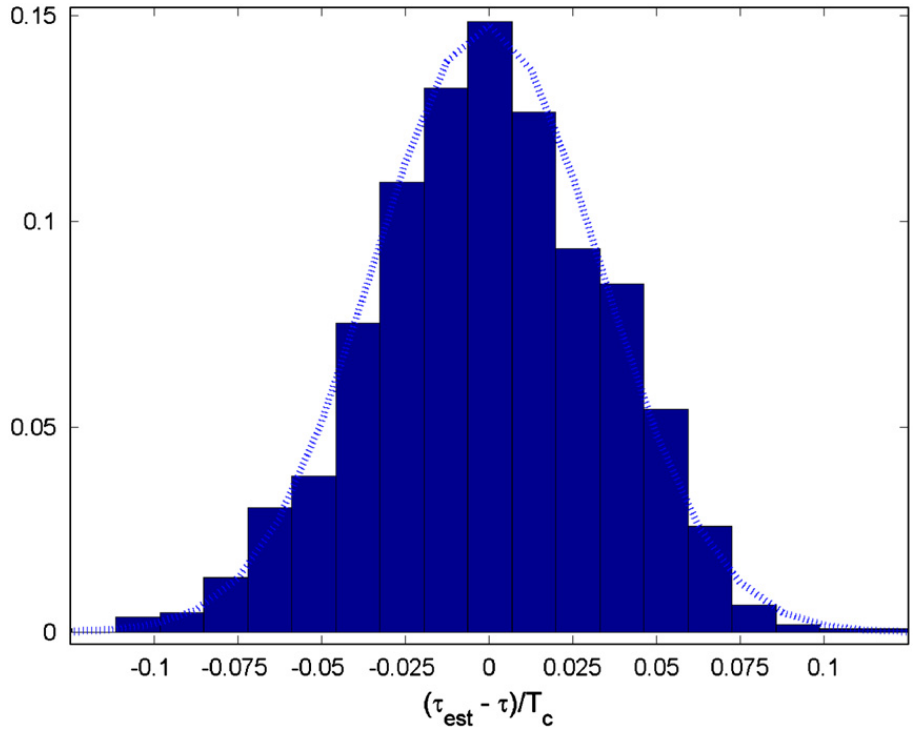


Fig. 7. e-pdf and Gaussian fitted distribution (dotted line) for the time-delay estimation error. SNR$=-10$ dB and $\sigma_w^2=0.001$.

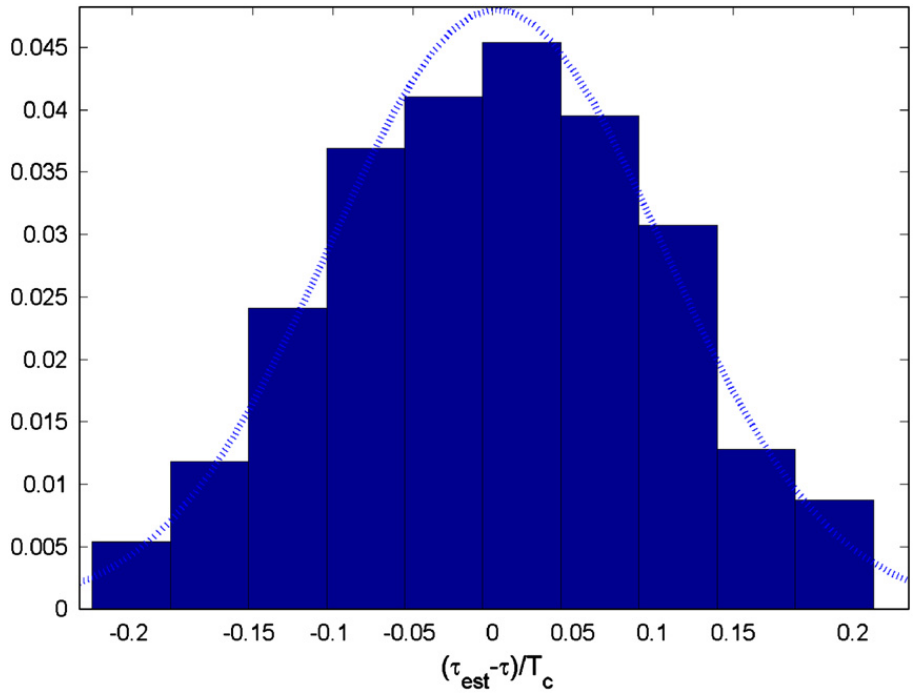


Fig. 8. e-pdf and Gaussian fitted distribution (dotted line) for the time-delay estimation error. SNR$=-20$ dB and $\sigma_w^2=0.001$.

lower the speed of convergence. Indirectly we can see that the good performance of the algorithm directly depends on the carrier estimation stage performance. We also note that in this scenario (where the measurement noise is not really strong) we obtain a good time-delay estimation with few iteration, so the performances obtained with the proposed method are encouraging. But we have to analyze the behavior of the algorithm for lower values of SNR (down to -20 dB) and the error associated on the estimation procedure.

On the following we plot the empirical probability density function (e-pdf) of the error on the time-delay estimation for different scenarios, which is computed over 1000 independent Monte Carlo runs. As a reference we fit a Gaussian distribution to the same sample data sets. In Fig. 7, we plot the e-pdf and the fitted Gaussian distribution for a phase evolution with $\sigma_w^2 = 0.001$ and a SNR$=-10$ dB. In Fig. 8, we consider the same scenario but with a really low SNR$=-20$ dB. In both cases we use a block size $N=511$, the true time-delay is $\tau = T_c/4$ and the algorithm is initialized at $\tau_{init} = T_c/2$.

We can see that the Gaussian distribution fits correctly with the e-pdf of the time-delay estimation error. In the following table we show the empirical mean and standard deviation computed from the error sample set considering different signal to noise ratios and block sizes:

SNR (dB)	Mean	Std. dev.	N
-20	$T_c/4$	$0.1T_c$	511
-10	$T_c/4$	$0.033T_c$	511
0	$T_c/4$	$0.01T_c$	511
10	$T_c/4$	$2\times10^{-3}T_c$	511
0	$T_c/4$	$0.0134T_c$	300
0	$T_c/4$	$0.0167T_c$	200
0	$T_c/4$	$0.0227T_c$	100
0	$T_c/4$	$0.0309T_c$	50

We note that the mean is always equal to the true time-delay but the standard deviation is three times greater in the case SNR$=-20$ dB compared with the SNR$=-10$ dB case. Even in these conditions (really low SNR scenarios) the performances obtained are still acceptable. The error on the other two cases, SNR$=0$ and 10 dB, are really weak and the algorithm converges to the true value almost always. We also give the sample mean and standard deviation with different block sizes (for SNR$=0$ dB). We can see that smaller the block size greater the variance of the estimation error.

7. Conclusion

In usual transmission systems, the roll-off is between 0% and 100%, however, in the context of satellite positioning systems, like GPS and GALILEO, time-limited shaping pulse are used and the Nyquist–Shannon sampling theorem does not apply. These special conditions let us hope a significant receiver synchronization performance improvement when the received signal is oversampled (using more than one sample per symbol).

In this paper, we study the gain due to an oversampling of the received signal for the problem of dynamical carrier phase tracking, and we propose a method for joint carrier and time-delay synchronization. Assuming that the data are known at the receiver, we derive the Hybrid Cramér–Rao Bound for carrier estimation, and we couple a Kalman-based DA algorithm and an EM-type method for joint carrier and time-delay estimation in such an oversampled scenario.

This study shows several improvements when a fractionally spaced method for phase and frequency offset estimation is used. The estimation MSE decreases as the oversampling factor S increases and the interest of oversampling is more important at low SNR. For $S=1$ or 2 samples per symbol, the results obtained with the EKF are close to the theoretical bound for slow and moderate phase evolutions. For $S=4$, the HCRB is lower than for $S=2$ but the EKF performance does not show the same improvement. We also note the limitations of the algorithm when having an extremely rapidly varying phase evolution with respect to the symbol interval.

We have shown the good performance of the iterative block method proposed for joint time-delay and carrier estimation for high and moderate SNR, and an acceptable estimation performance in low SNR scenarios. This method is based on a two-step iterative method, including the oversampled carrier synchronization solution based on the EKF. The convergence of the method directly depends on the phase and Doppler distortion, and on the estimation of the carrier phase provided by the EKF stage. For a slowly varying carrier phase the algorithm convergence is really fast, and as the phase offset gets stronger the algorithm needs more iterations to converge to the good time-delay value.

Acknowledgement

This work has been partially supported by project 2009 SGR 1236 of the Catalan Administration (AGAUR), by LURGA project of the French ANR (Agence Nationale de la Recherche), by the Spanish Science and Technology Commission: TEC 2010-19171 (MOSAIC) and by the European Commission in the framework of the COST Action IC0803 (RFCSET).

References

[1] J. Vilà-Valls, J.-M. Brossier, L. Ros, On-line Hybrid Cramér–Rao Bound for Oversampled Dynamical Phase and Frequency Offset Estimation, IEEE Globecom 2009, Hawaii, 30 November–4 December 2009.
[2] B.W. Parkinson, J.J. Spilker, Global Positioning System: Theory and Applications, vol. 1, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Washington, DC, 1996.
[3] European GNSS (Galileo)—Open Service. Signal In Space Interface Control Document. Ref.: OS SIS ICD, Issue 1.1, EU, September 2010.
[4] P.M. Woodward, Probability and Information Theory, with Application to Radar, Pergamon Press, New York, 1953.
[5] H.L. Van Trees, Detection, estimation, modulation theory, Part III: Radar–Sonar signal processing and Gaussian signals in noise in: Parameter Estimation: Slowly Fluctuating Point Targets, Wiley, 2001, pp. 275–356 (Chapter 10).
[6] E.D. Kaplan, C.J. Hegarty (Eds.), Understanding GPS. Principles and Applications, Mobile Communications Series, second ed.,Artech House, Norwood, MA, 2006.
[7] H. Meyr, M. Moeneclaey, S. Fetchel, Digital Communication Receivers: Synchronization, Channel Estimation and Signal Processing, Wiley, New York, 1998.

[8] U. Mengali, A.N. D'Andrea, Synchronization Techniques for Digital Receivers, Plenium Press, New York, 1997.
[9] M.P. Fitz, Planar filtered techniques for burst mode carrier synchronization, in: Proceedings of the IEEE GLOBECOM 1991, Phoenix, AZ, December 1991.
[10] B.D. O Anderson, J.B. Moore, Optimal Filtering, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, USA, 1979.
[11] P.J. Kootsookos, An extended Kalman filter for demodulation of polynomial phase signals, IEEE Signal Process. Lett. 5 (3) (1998).
[12] B.F. La Scala, R.R. Bitmead, Design of an extended Kalman filter frequency tracker, IEEE Signal Process. Lett. 5 (3) (1998).
[13] A. Aghamohammadi, H. Meyr, G. Ascheid, Adaptive synchronization and channel parameter estimation using an extended Kalman filter, IEEE Trans. Commun. 37 (11) (1989).
[14] L.-L. Cheng, Z.-G. Cao, GPS Carrier phase measurement method based on data transition detection in high dynamic circumstance, Proceedings of the WCC-ICCT, vol. 2, 21–25 August 2000.
[15] A.P. Dempster, N.M. Laird, D.B. Rubin, Maximum likelihood from incompleter data via EM algorithm, J. R. Statist. Soc. 39 (1) (1998).
[16] T.Y. Al-Naffouri, An EM-based forward-backward Kalman filter for the estimation of time-variant channels in OFDM, IEEE Trans. Signal Process. 55 (7) (2007) 3924–3930.
[17] T.Y. Al-Naffouri, A.A. Quadeer, A forward-backward Kalman filter-based STBC MIMO OFDM receiver, EURASIP J. Adv. Signal Process. 2008, January 2008.
[18] V. Digalakis, J. Rohlicek, M. Ostendorf, ML estimation of a stochastic linear system with the EM algorithm and its application to speech recognition, IEEE Trans. Speech Audio Process. 1 (4) (1993) 431–442.
[19] M.E. Khan, D.N. Dutt, An expectation-maximization algorithm based Kalman smoother approach for event-related desynchronization (ERD) estimation from EEG, IEEE Trans. Biomed. Eng. 54 (7) (2007) 1191–1198.
[20] H. Chen, R. Perry, K. Buckley, Direct and EM-based MAP sequence estimation with unknown time-varying channels, Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, vol. 4, 2001, pp. 2129–2132.
[21] J.F.G. de Freitas, M. Niranjan, A.H. Gee, Nonlinear state space learning with EM and neural networks, in: IEEE International Workshop on Neural Networks in Signal Processing, Cambridge, England, 1998, pp. 254–263.
[22] H.L. Van Trees, Detection, Estimation and Modulation Theory, vol. 1, Wiley, New York, 1968.
[23] P. Tichavský, C.H. Muravchik, A. Nehorai, Posterior Cramér–Rao bounds for discrete-time nonlinear filtering, IEEE Trans. Signal Process. 46 (May) (1998) 1386–1396.
[24] S. Bay, B. Geller, A. Renaux, J.-P. Barbot, J.-M. Brossier, On the Hybrid Cramér–Rao bound and its application to dynamical phase estimation, IEEE Signal Process. Lett. 15 (2008) 453–456.
[25] J. Vilà-Valls, J.-M. Brossier, L. Ros, Oversampled phase tracking in digital communications with large excess bandwidth, Signal Process. 90 (3) (2010) 821–833.
[26] P.O. Amblard, J.-M. Brossier, E. Moisan, Phase tracking: what do we gain from optimality? Particle filtering versus phase-locked loops, Signal Process. 83 (October) (2003) 151–167.
[27] S. Bay, C. Herzet, J.-M. Brossier, J.-P. Barbot, B. Geller, Analytic and asymptotic analysis of Bayesian Cramér–Rao bound for dynamical phase offset estimation, IEEE Trans. Signal Process. 56 (January) (2008) 61–70.
[28] B.D. O Anderson, J.B. Moore, Optimal Filtering, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, USA, 1979.

Digital Signal Processing 51 (2016) 35–46

Contents lists available at ScienceDirect

Digital Signal Processing

www.elsevier.com/locate/dsp

Performance of a digital transmitter leakage LMS-based cancellation algorithm for multi-standard radio-frequency transceivers ☆

Robin Gerzaguet [a,*], Laurent Ros [b], Fabrice Belvèze [c], Jean-Marc Brossier [b]

[a] CEA-Leti, Minatec Campus, Grenoble, France
[b] GIPSA-Lab, Image and Signal Department, BP 46, 38402 Saint Martin d'Hères, France
[c] ST-Microelectronics, Grenoble, France

ARTICLE INFO

Article history:
Available online 27 January 2016

Keywords:
FDD transceiver
Radio frequency impairment
Tx leakage
Digital cancellation
Least-mean-square (LMS) algorithm

ABSTRACT

This paper deals with a joint estimation algorithm that is dedicated to digital compensation of transmitter leakage pollution in frequency division duplexing transceivers. These transceivers are affected by transmitter to receiver signal leakage. Combined with the nonlinearity of amplifying components in the receiver path, the baseband signal received can be severely polluted by a baseband polluting term. This term is based on the square modulus of the transmitted signal, and it depends on the equivalent transmitter leakage channel which models leakages and the receiver path. Here, we consider a nonconvolutive, time-varying channel that is modeled by a time-varying complex gain and the presence of a fractional delay, modeling the propagation effects into the receiver. The complex gain is a sum of two components, a constant term that models static effects, and a first-order autoregressive model that approximates the time variation of the transmitter leakage channel. We focus here on a fully digital approach, using digital signal processing techniques and knowledge of the transmitted samples to mitigate the pollution. We first express the asymptotic performance of a transmitter leakage gain estimator piloted by a reference-based least-mean-square (LMS) approach in the synchronized case, and then we derive the influence of the fractional delay. We show that, in practice, the fractional delay cannot be neglected, and we propose a joint estimation of the fractional delay and the transmitter leakage gain to perform digital compensation. The proposed method is adaptive, recursive and online, and it has low complexity. This algorithm, that is developed for a flat transmitter leakage channel case, is seen to be robust in a typical selective channel simulation case, and more suitable than a classic multi-tap LMS scheme proposed in the literature.

© 2016 Elsevier Inc. All rights reserved.

1. Introduction

In wireless communication systems, transmission and reception can be based on time division duplexing or on frequency division duplexing (FDD). In the first case, the transmission and the reception are temporally separated, leading to a time slot that is dedicated to transmission and another that is dedicated to reception [2]. However, for a FDD framework which is the case of the study presented here, the transmission and the reception are simultaneous, using two different carrier frequencies [3].

As a common antenna is used for both transmission and reception, a duplexer is used to connect the receiver (Rx) path and the transmitter (Tx) path [4] (see Fig. 1). In practice, as only an average of 50 dB attenuation can be achieved in the duplexer, the isolation between the Tx path and the Rx path is far from infinite [5]. Thus, the transmitted signal can leak into the Rx path, which leads to the so-called Tx leakage (TxL) phenomenon. As the uplink and the downlink bands are spectrally separated, the received signal will not be impaired directly by the leakage of the transmitted signal, as the low-pass filter (LPF) located after the demodulation stage will remove all of it from the band signals. However, an image of the transmitted signal can pollute the received signal in the baseband, due to nonlinearities and imperfections in the components in the Rx stage; especially the low-noise amplifier (LNA) [6] and the demodulator [7]. These aforementioned imperfections lead to second-order intermodulation products that shift downward to the baseband square component of the TxL signal [8]. In practical cases, this polluting signal can be neglected, except when the re-

☆ Part of this work was presented at the Proceedings of the International Conference on Electronics Circuits and Systems [1].

* Corresponding author.
E-mail addresses: robin.gerzaguet@cea.fr (R. Gerzaguet), laurent.ros@gipsa-lab.fr (L. Ros), fabrice.belveze@st.com (F. Belvèze), jean-marc.brossier@gipsa-lab.fr (J.-M. Brossier).

http://dx.doi.org/10.1016/j.dsp.2016.01.009
1051-2004/© 2016 Elsevier Inc. All rights reserved.

ceiver is far from the transmitter (which corresponds to the cell edge context in cellular communications), as the power of the received signal is weak, and the power of the transmitted signal is strong [9].

To avoid this pollution, analog methods can be implemented. Such mitigation methods consist of the addition of a band-pass filter in the Rx stage before [10] or after the LNA [11]. Other techniques consist of the combination of the Tx path multiplied by a calibrated analog gain to the Rx path, to suppress the pollution at high frequency [12]. However, RF transceivers contain more and more digital parts, and signal-processing techniques are becoming an area of interest for radio-frequency impairment problems [13]. In perfect agreement with the dirty RF paradigm, several digital-compensation methods have been investigated in the past few years for TxL compensation [5,9,14,15].

These methods are based on the knowledge of the transmitted signal and require the estimation of the so-called TxL channel that characterizes the Tx-Rx isolation of the duplexer and the Rx path. Different channel models are used in the literature, from a single constant coefficient [5,16], to an exponential decay filter [17], or a more general finite impulse response filter [9]. However, literature methods do not take into account that the duplexer isolation is time varying, as showed by [18]. Furthermore, under the flat TxL channel assumption, the existence of a fractional delay in the reception stage due to digital blocks, analog blocks and propagation into the receiver, has not been considered. Also, a steady-state analysis of a LMS-based algorithm was described by [19] to reduce the impact of the spurs (which are narrowband pollutions due to leakage of clock harmonics), and a similar approach can be investigated for a wideband polluting signal.

In this paper, we propose a digital compensation scheme for the TxL problem. Our method exploits the knowledge of the transmitted signal as a reference, and estimates both the TxL channel that is assumed to be frequency flat and to follow a first-order autoregressive model (AR1), and the fractional delay introduced by the transceiver. We first study the synchronized case (where the fractional delay is assumed to be perfectly known), and we derive the asymptotic performance of the channel complex gain estimator, based on the LMS algorithm. Then, through the derivation of the analytic formula of the asymptotic performance of the algorithm in the presence of noncompensated fractional delay, we show that the fractional delay must be compensated for beforehand. We propose a joint estimation algorithm for the estimation of both the channel gain and the fractional delay. Before the compensation part, the estimation part of our algorithm has similitudes with a data-aided algorithm that was designed for phase and timing synchronization as well as for automatic gain control [20], although here the Rx signal is considered as noise for the estimation process. To be suitable for hardware implementation, this algorithm is adaptive, online, and recursive, and has low complexity. The algorithm is proposed under the flat TxL channel assumption, but we will see in the simulation part that the method is robust against a typical frequency-selective TxL channel, and is more suitable than a classical multi-tap LMS approach when the fractional delay is not negligible. We complete and extend the initial work proposed by [1], providing here all of the proofs, additional extensive simulations, comparisons with the literature, and interpretations. The main contributions of the present paper can be summarized as:

- Proposition of a baseband digital model for TxL pollution, which takes into account the time variation of the polluting channel and the propagation delay to the receiver. The link between the parameters of the (AR1-based) model and physical values (*e.g.*, interference level, normalized Doppler frequency, and others) is analytically established.
- Proposition of a joint estimation algorithm to both estimate the time-varying complex gain and the fractional delay, before performing TxL compensation. This LMS-based compensation is piloted by a reference synthesized from the transmitted samples.
- Derivation of the closed-form asymptotic performance of the algorithm when the fractional delay is assumed to be perfectly known. This can be used to tune the step-size parameters of the algorithm, as well as to predict the signal interference ratio (SIR) performance with respect to the TxL channel properties. The impact of a noncompensated fractional delay on the asymptotic performance is also derived, which shows that the fractional delay must be compensated for beforehand.
- Simulation and comparison between the proposed joint estimation scheme and a classical literature method for the case of a frequency selective TxL channel, which shows the robustness and effectiveness of the proposed algorithm.

Table 1
List of most important signals.

Analog signals	
$\tilde{s}_{\mathrm{Tx}}(t)$	Complex baseband transmitted signal
$x_{\mathrm{Tx}}^{\mathrm{HF}}(t)$	Transmitted signal at f_{Tx}
$x_{\mathrm{Tx}}^{\mathrm{PA}}(t)$	Transmitted signal after amplification
$s_{\mathrm{TxL}}^{\mathrm{HF}}(t)$	Leaked transmitted signal in receiver path
$h_{\mathrm{TxL}}(t)$	Duplexer leakage equivalent channel
$x_{\mathrm{LNA}}(t)$	Signal in Rx stage at input of LNA
$y_{\mathrm{LNA}}(t)$	Signal in Rx stage at output of LNA
$s_{\mathrm{TxL}}^{\mathrm{BB}}(t)$	Tx leakage baseband polluting term
Baseband digital signals	
$s_{TxL}(n;\Delta)$	Sampled Tx leakage baseband polluting term
$d(n)$	Discrete time observation signal
$\beta_{\mathrm{TxL}}(n)$	Complex TxL gain
$\alpha_{\mathrm{TxL}}(n)$	Time varying part of complex gain
$\xi_{\mathrm{TxL}}(n)$	State noise of time varying gain
$u(n)$	Reference signal for compensation
$u_{\delta}(n)$	Fractionally delayed reference
$e(n)$	Signal after compensation

This paper is organized as follows. We give the baseband polluting model in Section 2. We derive the asymptotic performance of the LMS algorithm for the channel gain estimation process in the synchronized case in Section 3. We derive the analytic formulae of the influence of the fractional delay in Section 4. We propose a joint channel gain and fractional delay in Section 5. Section 6 validates our method and theoretical results through simulations.

2. System model

2.1. Pollution model

As, the baseband polluting model involves several signals from both Tx and Rx stages, the main signals (and their definitions) are synthesized in Table 1, and also mentioned in Fig. 1. We consider a classical FDD scheme where transmission and reception are simultaneous, at the frequency f_{Tx} for transmission, and f_{Rx} for reception. The transmitted signal $x_{\mathrm{Tx}}^{\mathrm{HF}}(t)$ has a bandwidth B_{Tx} around f_{Tx} (*i.e.* the bandwidth of $x_{\mathrm{Tx}}^{\mathrm{HF}}(t)$ is from $f_{\mathrm{Tx}} - B_{Tx}/2$ to $f_{\mathrm{Tx}} + B_{Tx}/2$), and can be expressed as:

$$x_{\mathrm{Tx}}^{\mathrm{HF}}(t) = \Re\{\tilde{s}_{\mathrm{Tx}}(t)e^{2j\pi f_{\mathrm{Tx}}t + j\phi_{\mathrm{Tx}}}\}\,, \tag{1}$$

where $\Re\{\}$ is the real part operator, and where:

$$\tilde{s}_{\mathrm{Tx}}(t) = s_{\mathrm{Tx_I}}(t) + j s_{\mathrm{Tx_Q}}(t)\,, \tag{2}$$

is the complex baseband Tx signal. Here, we assume a purely linear power amplifier with gain g_{PA}, and the signal at the duplexer input can be expressed as

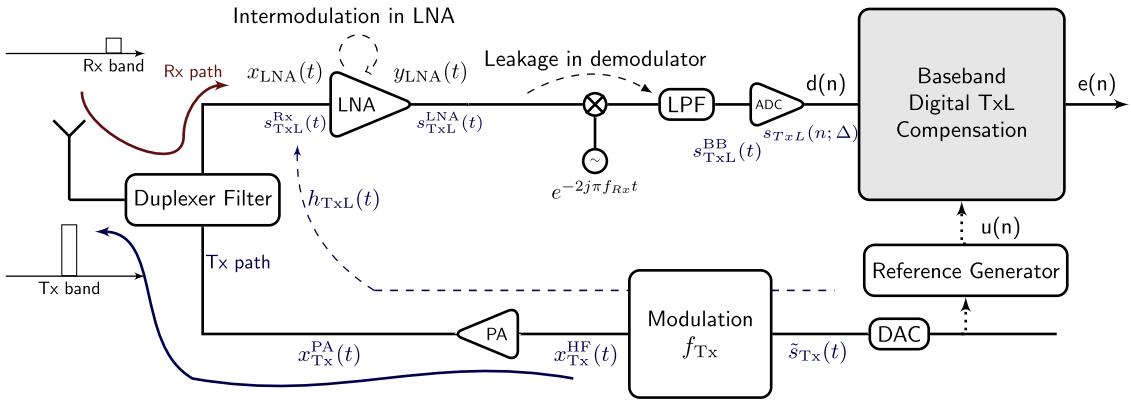


Fig. 1. Classical frequency division duplexing chain in a radio-frequency (RF) transceiver with transmitter leakage baseband pollution. PA, power amplifier; ADC, analog-to-digital converter; DAC, digital-to-analog converter.

$$x^{\mathrm{PA}}_{\mathrm{Tx}}(t) = g_{\mathrm{PA}} \times x^{\mathrm{HF}}_{\mathrm{Tx}}(t)\ . \tag{3}$$

In a classical FDD transceiver, TxL is due to the cascade of several impairments:

- The finite isolation between the Tx path and Rx path at the duplexer implies leakage of the transmitted signal into the Rx path (see Fig. 1). If we denote $h_{\mathrm{TxL}}(t)$ as the duplexer equivalent channel, and introduce the power amplifier gain g_{PA} into the duplexer response, the TxL signal in the Rx path can be expressed as

$$s^{\mathrm{HF}}_{\mathrm{TxL}}(t) = h_{\mathrm{TxL}}(t) * x^{\mathrm{HF}}_{\mathrm{Tx}}(t)\ , \tag{4}$$

  where $*$ is the convolution operator. The signal at the input of the LNA $x_{\mathrm{LNA}}(t)$ is a mixture between the desired high-frequency signal $s^{\mathrm{HF}}_{\mathrm{Rx}}(t)$ and the TxL signal $s^{\mathrm{HF}}_{\mathrm{TxL}}(t)$. It can be noted that, in practice, the level of the received signal $s^{\mathrm{HF}}_{\mathrm{Rx}}(t)$ can be much lower than the level of the leaked transmitted signal $s^{\mathrm{HF}}_{\mathrm{TxL}}(t)$, especially in a cell edge.

$$x_{\mathrm{LNA}}(t) = s^{\mathrm{HF}}_{\mathrm{Rx}}(t) + s^{\mathrm{HF}}_{\mathrm{TxL}}(t) \tag{5}$$

- The LNA that amplifies the received signal regarding the noise is not perfectly linear [21]. As a consequence, intermodulation products located at the LNA create second-order baseband components. Assuming a LNA with a nonlinearity of order II, the output of the LNA can be expressed as:

$$y_{\mathrm{LNA}}(t) = \alpha^{\mathrm{LNA}}_1 x_{\mathrm{LNA}}(t) + \alpha^{\mathrm{LNA}}_2 x^2_{\mathrm{LNA}}(t)$$

  By introducing $z_{\mathrm{Rx}}(t)$ as the analytic signal associated with the received signal $s^{\mathrm{HF}}_{\mathrm{Rx}}(t)$ [and with a baseband complex envelop $\tilde{s}_{\mathrm{Rx}}(t)$], and $z_{\mathrm{TxL}}(t)$ as the analytic signal of $s^{\mathrm{HF}}_{\mathrm{TxL}}(t)$ [with a baseband complex envelop $\tilde{s}_{\mathrm{TxL}}(t)$], defined as:

$$z_{\mathrm{Rx}}(t) = s_{\mathrm{Rx}}(t)e^{2j\pi f_{\mathrm{Rx}}t}$$

$$z_{\mathrm{TxL}}(t) = \tilde{s}_{\mathrm{TxL}}(t)e^{2j\pi f_{\mathrm{Tx}}t}\ ,$$

  the link with the high-frequency signals can be expressed as:

$$s^{\mathrm{HF}}_{\mathrm{Rx}}(t) = \frac{z_{\mathrm{Rx}}(t) + z^*_{\mathrm{Rx}}(t)}{2} = \Re\{z_{\mathrm{Rx}}(t)\} \tag{6}$$

$$s^{\mathrm{HF}}_{\mathrm{TxL}}(t) = \frac{z_{\mathrm{TxL}}(t) + z^*_{\mathrm{TxL}}(t)}{2} = \Re\{z_{\mathrm{TxL}}(t)\}\ , \tag{7}$$

which after amplification, leads to:

$$\begin{aligned} y_{\mathrm{LNA}}(t) &= \alpha^{\mathrm{LNA}}_1 \left[s^{\mathrm{HF}}_{\mathrm{Rx}}(t) + s^{\mathrm{HF}}_{\mathrm{TxL}}(t) \right] \\ &+ \frac{\alpha^{\mathrm{LNA}}_2}{4} \left[\underbrace{z_{\mathrm{TxL}}(t)^2}_{2f_{\mathrm{Tx}}} + \underbrace{z^*_{\mathrm{TxL}}(t)^2}_{-2f_{\mathrm{Tx}}} + \underbrace{z_{\mathrm{Rx}}(t)^2}_{2f_{\mathrm{Rx}}} + \underbrace{z^*_{\mathrm{Rx}}(t)^2}_{-2f_{\mathrm{Rx}}} \right] \\ &+ \frac{\alpha^{\mathrm{LNA}}_2}{2} \left[\underbrace{z_{\mathrm{TxL}}(t)z^*_{\mathrm{TxL}}(t)}_{\text{Baseband}} + \underbrace{z_{\mathrm{TxL}}(t)z_{\mathrm{Rx}}(t)}_{f_{\mathrm{Tx}}+f_{\mathrm{Rx}}} + \underbrace{z^*_{\mathrm{TxL}}(t)z^*_{\mathrm{Rx}}(t)}_{-f_{\mathrm{Tx}}-f_{\mathrm{Rx}}} \right] \\ &+ \frac{\alpha^{\mathrm{LNA}}_2}{2} \left[\underbrace{z_{\mathrm{Rx}}(t)z^*_{\mathrm{Rx}}(t)}_{\text{Baseband}} + \underbrace{z^*_{\mathrm{TxL}}(t)z_{\mathrm{Rx}}(t)}_{-f_{\mathrm{Tx}}+f_{\mathrm{Rx}}} + \underbrace{z_{\mathrm{TxL}}(t)z^*_{\mathrm{Rx}}(t)}_{f_{\mathrm{Tx}}-f_{\mathrm{Rx}}} \right]\ , \end{aligned}$$

whereby the baseband term relative to the TxL pollution is finally:

$$s^{\mathrm{Rx}}_{\mathrm{TxL}}(t) = \frac{\alpha^{\mathrm{LNA}}_2}{2} |\tilde{s}_{\mathrm{TxL}}(t)|^2\ . \tag{8}$$

Again, as the level of the received signal is low, the baseband polluting term due to the square product of the received signal is negligible compared to $s^{\mathrm{Rx}}_{\mathrm{TxL}}(t)$:

- A leakage can appear at the demodulator stage, between the input and the output of the demodulator [6]. As a consequence, baseband signals (due to intermodulation products) will pollute the desired noisy signal that is translated from f_{Rx} to baseband by the demodulator. If we denote g_{OL} as the static gain of the leakage, and $h_{\mathrm{Rx}}(t)$ as the low-pass filter located after the demodulation stage, the final baseband polluting term is:

$$s^{\mathrm{BB}}_{\mathrm{TxL}}(t) = g_{\mathrm{OL}} \times \frac{\alpha^{\mathrm{LNA}}_2}{2} \times h_{\mathrm{Rx}}(t) * |\tilde{s}_{\mathrm{TxL}}(t)|^2 \tag{9}$$

It can be noted that the TxL pollution process can be explained from different angles, with the same final baseband pollution model: *e.g.*, with a perfectly linear LNA, intermodulation products can appear in the Rx baseband stage due to leakage between the input of the demodulation stage and the signal used for demodulation, as described by [9].

Here, as we will apply digital compensation to mitigate the impact of the TxL pollution, we need a digital pollution model for the TxL. The polluting term after the analog-to-digital converter can be expressed as:

$$s_{TxL}(n) = \left[s^{\mathrm{BB}}_{\mathrm{TxL}}(t) \right]_{t=nT_{Rx}} \tag{10}$$

where $T_{\mathrm{Rx}} = 1/F_{\mathrm{Rx}}$ is the sampling period. Here, for the theoretical analysis, we assume that the duplexer is frequency flat, and that the Rx chain introduces a complex gain due to mismatch, as has been widely assumed in the literature, as in [5,16,22].

Due to digital and analog blocks, the polluting signal has a delay $\Delta = (D+\delta)T_{\mathrm{Rx}}$, which is composed of an integer part D and a fractional part δ. From (9) and (10), the polluting term becomes:

$$s_{TxL}(n;\Delta) = \beta_{\mathrm{TxL}}(n) \times \left[h_{\mathrm{Rx}}(t-\Delta) * |\tilde{s}_{Tx}(t-\Delta)|^2\right]_{t=nT_{Rx}} \tag{11}$$

where $\beta_{\mathrm{TxL}}(n)$ models the global TxL complex channel gain at time index n (modeling the impact of both the duplexer, the Rx chain, and the demodulator). The TxL channel gain is time varying [18], and can be expressed as:

$$\beta_{\mathrm{TxL}}(n) = \beta_{0_{\mathrm{TxL}}} + \alpha_{\mathrm{TxL}}(n)\,, \tag{12}$$

where $\beta_{0_{\mathrm{TxL}}}$ is a complex constant that is linked to the interference level, and $\alpha_{\mathrm{TxL}}(n)$ is the time-varying channel evolution. For the complex gain evolution, we use a first-order auto-regressive process that is a simple but widely used model in the communications literature used to approximate time-varying channels [23,24], and is defined by:

$$\alpha_{\mathrm{TxL}}(n) = \gamma\alpha_{\mathrm{TxL}}(n-1) + \xi_{\mathrm{TxL}}(n)\,, \tag{13}$$

initialized by $\alpha_{\mathrm{TxL}}(0) = 0$, where $0 < \gamma < 1$ and $\xi_{\mathrm{TxL}}(n)$ is circular complex zero-mean white Gaussian state noise, with variance:

$$\sigma^2_{\xi_{\mathrm{TxL}}} = (1-\gamma^2)\sigma^2_{\alpha_{\mathrm{TxL}}}. \tag{14}$$

As the channel is composed of a static term and a complex Gaussian dynamic term, we denote K as the power ratio of the fixed and scattered components (in the same way as for a Ricean wireless channel model):

$$K = \frac{|\beta_{0_{\mathrm{TxL}}}|^2}{\sigma^2_{\alpha_{\mathrm{TxL}}}} \tag{15}$$

The case $K \to \infty$ corresponds to a nonvarying channel, whereas $K \to 0$ corresponds to a varying channel with a negligible constant interference level.

2.2. Observation model and estimation objectives

We assume that the integer part of the delay is known, as in practice it can be easily estimated with a correlation process or with a parallel structure, as described by [5], and without loss of generality, we take $D = 0$. In the baseband receiver part, the discrete time observed signal $d(n)$ becomes:

$$d(n) = x(n) + b(n) + s_{TxL}(n;\delta)\,, \tag{16}$$

where $x(n)$ is the desired signal, which is assumed to be stationary uncorrelated[1] and zero-mean, of variance σ^2_x, $b(n)$ is the white additive Gaussian noise, of variance σ^2_b, and $s_{TxL}(n;\delta)$ is the TxL polluting signal defined in (11).

The TxL canceller is not intended to cancel the additive noise term. As we focus here on the performance of the TxL canceller, and not on the impact of the additive white noise, we consider for the performance measurement that the noise is part of the desired signal. In other words, regarding the TxL cancellation algorithm, the desired signal is the observed signal without the TxL polluting term $s_{TxL}(n;\delta)$. We denote $x_b(n)$ as the desired noisy signal, which is a white zero-mean signal, of variance $\sigma^2_{x_b}$, and the observation model becomes:

$$d(n) = x_b(n) + s_{TxL}(n;\delta)\,. \tag{17}$$

The influence of the TxL in terms of the SIR, expressed in dB, is:

$$\mathrm{SIR}_{\mathrm{init}} = -10\log_{10}\left(\frac{P_{s_{TxL}}}{\sigma^2_{x_b}}\right)\,, \tag{18}$$

where $P_{s_{TxL}}$ is the power of the polluting term $s_{TxL}(n;\delta)$.

To proceed to the compensation, we synthesize a reference $u(n)$ as a perfect image of the baseband intermodulation product that takes into account the impact of the Rx chain:

$$u(n) = \left[h_{\mathrm{Rx}}(t) * |s_{Tx}(t)|^2\right]_{t=nT_{Rx}} \tag{19}$$

This reference of power P_u is synthesized in the reference generator (see Fig. 1) from the baseband Tx samples, and it can be noted that in practice, it might need additional processing, such as an upsampler, filters, and a resampler. Based on the observation model described in (17), the TxL channel evolution described in (12) and (13), and the reference in (19), the estimation process consists of the estimation of the time-varying complex gain $\beta_{\mathrm{TxL}}(n)$ and the fractional delay δ.

The estimation error is defined by:

$$\epsilon(n) = e(n) - x_b(n), \tag{20}$$

where $e(n)$ is the output of the TxL compensation structure (see Fig. 1), and the asymptotic performance of the algorithm will be described by the SIR after compensation:

$$\mathrm{SIR}_{\mathrm{comp}} = -10\log_{10}\left(\frac{P_\epsilon}{\sigma^2_{x_b}}\right)\,, \tag{21}$$

where P_ϵ is the mean square error.

2.3. Link between coherence time and AR1 parameters

The baseband model of the complex gain $\beta_{\mathrm{TxL}}(n)$ is function of several parameters, synthesized in Table 2. In addition to the overall parameters, that are necessary to establish the model and to derive the analytical study, the model also depends on the so-called primary parameters that characterizes the AR1 mathematical model (see Table 2). Besides, instead of using the primary parameters, physical interpretation of the baseband polluting model and characterization of the parameters can alternatively be done through the initial SIR (that defines the interference level at the entry of the digital front end), the ratio K, and the normalized Doppler frequency $f_{\mathrm{d}}T_{\mathrm{Rx}}$. These parameters are denoted as *associated physical parameters* in Table 2.

Table 2
List of parameters.

Overall parameters	
δ	Fractional delay
P_u	Power of reference signal
$\sigma^2_{x_b}$	Power of received noisy signal
Primary parameters	
$\beta_{0_{\mathrm{TxL}}}$	Static complex gain
$\sigma^2_{\xi_{\mathrm{TxL}}}$	State noise variance of time varying gain
$\sigma^2_{\alpha_{\mathrm{TxL}}}$	Variance of time varying TxL gain
Associated physical parameters	
K	Ricean factor
$\mathrm{SIR}_{\mathrm{init}}$	Initial interference level in dB
$f_{\mathrm{d}}T_{\mathrm{Rx}}$	Normalized Doppler frequency

[1] This strong hypothesis is only made to derive theoretical performance formulae, but we will see in the simulation section that the results can be applied to some typical communication signals (that are cyclostationary and slightly correlated by the waveforms).

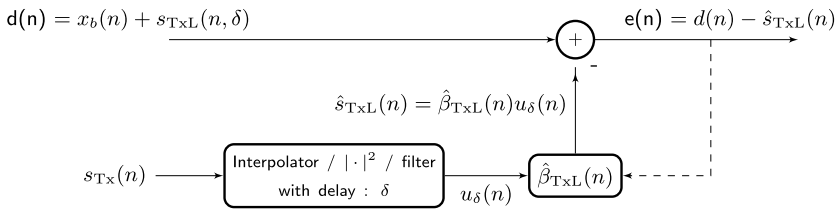


Fig. 2. Gain estimation in the case of a known fractional delay.

The output of the AR1 model can be viewed as the low-pass filtering of the state noise $\xi_{\mathrm{TxL}}(n)$, and we denote $L(z)$ as the z transform of this filter. From (13), we have:

$$L(z) = \frac{1}{1-\gamma z^{-1}}\,, \tag{22}$$

and the coherence time T_{corr}, defined here as the inverse of the 3-dB cut-off frequency of $L(z)$, can be approximated as:

$$T_{\mathrm{corr}} \approx \frac{2\gamma\pi T_{\mathrm{Rx}}}{1-\gamma} \tag{23}$$

The channel variation is slow in terms of the Rx sampling time T_{Rx}, and we assume $T_{\mathrm{corr}} \gg T_{\mathrm{Rx}}$; the AR1 parameter γ can be approximated as:

$$\gamma \approx \frac{T_{\mathrm{corr}}}{T_{\mathrm{corr}} + 2\pi T_{\mathrm{Rx}}}\,. \tag{24}$$

Reintroducing (24) in (14), and introducing the normalized Doppler frequency $f_{\mathrm{d}}T_{\mathrm{Rx}} = \frac{T_{\mathrm{Rx}}}{T_{\mathrm{corr}}} \ll 1$, we finally have:

$$\sigma^2_{\xi_{\mathrm{TxL}}} \approx 4\pi\sigma^2_{\alpha_{\mathrm{TxL}}} f_{\mathrm{d}} T_{\mathrm{Rx}}\,, \tag{25}$$

and finally, the constant interference level $\beta_{0_{\mathrm{TxL}}}$ and the channel variance $\sigma^2_{\alpha_{\mathrm{TxL}}}$ are defined by the initial SIR and the ratio K:

$$|\beta_{0_{\mathrm{TxL}}}|^2 = \frac{\sigma^2_{x_b}}{2P_u}\frac{K}{1+K}10^{-\mathrm{SIR_{init}}} \tag{26}$$

$$\sigma^2_{\alpha_{\mathrm{TxL}}} = \frac{|\beta_{0_{\mathrm{TxL}}}|^2}{K}\,. \tag{27}$$

As in classical literature articles related to channel estimation modeled by auto-regressive models, the theoretical performance formulae in the rest of the paper are expressed in terms of $\beta_{0_{\mathrm{TxL}}}$, $\sigma^2_{\xi_{\mathrm{TxL}}}$ and $\sigma^2_{\alpha_{\mathrm{TxL}}}$ that define the baseband polluting model described in (12)–(15). It corresponds to the primary parameters described in Table 2 that can be associated to practical physical parameters (see Table 2) with (25)–(27).

3. Complex gain estimator and performance in the synchronized case

In this part, we assume that δ is known and we synthesize the fractionally delayed reference $u_\delta(n)$ from (19):

$$u_\delta(n) = \left[h_{\mathrm{Rx}}(t) * |s_{Tx}(t)|^2\right]_{t=nT_{Rx}+\delta}\,. \tag{28}$$

Note that with a perfect interpolator, we would have:

$$s_{\mathrm{TxL}}(n,\delta) = \beta_{\mathrm{TxL}}(n)u_\delta(n)\,, \tag{29}$$

and it can also be noted that in practical cases, a Lagrangian interpolator of size L can be implemented [25,26]. The compensation idea, as depicted in Fig. 2, is to obtain the compensated signal $e(n)$ by subtracting the estimated TxL component from the input sample $d(n)$. This component is obtained by multiplying the reference signal $u_\delta(n)$ by a complex adaptive coefficient $\hat{\beta}_{TxL}(n)$ (estimation of the TxL channel), which is updated using $e(n)$ with a LMS algorithm [27]:

$$\hat{s}_{\mathrm{TxL}}(n) = \hat{\beta}_{\mathrm{TxL}}(n)u_\delta(n) \tag{30}$$

$$e(n) = d(n) - \hat{s}_{\mathrm{TxL}}(n) \tag{31}$$

$$\hat{\beta}_{\mathrm{TxL}}(n+1) = \hat{\beta}_{\mathrm{TxL}}(n) + \mu u_\delta(n)e(n)\,, \tag{32}$$

where μ is the constant step size of the algorithm. The asymptotic performance of the algorithm can be derived as (see Appendix A):

$$\mathrm{SIR_{comp}} = -10\log_{10}\left[\frac{\mu P_u}{2-\mu P_u} + \frac{Q\left(P_u, \sigma^2_{\alpha_{\mathrm{TxL}}}, \gamma\right)}{\mu\sigma^2_{x_b}(2-\mu P_u)}\right]\,, \tag{33}$$

where

$$Q\left(P_u, \sigma^2_{\alpha_{\mathrm{TxL}}}, \gamma\right) = \frac{2\mu P_u\sigma^2_{\alpha_{\mathrm{TxL}}}(1-\gamma)}{1-\gamma(1-\mu P_u)} \tag{34}$$

models the impact of channel variations on performance. It can be noted that the asymptotic performance has a form that is similar to the performance of the spur canceller in [19]. The asymptotic SIR is composed of a static term (due to the presence of the input signal $x_b(n)$) and a dynamic term (34) due to channel variations. The global form of this asymptotic SIR is linked to the stochastic gradient approach, and the difference lies in the use of different pollution models.

From the previous result, an optimal functional point can be deduced. First, with (14), we can relate γ to $\sigma^2_{\xi_{\mathrm{TxL}}}$ and $\sigma^2_{\alpha_{\mathrm{TxL}}}$:

$$\gamma = \sqrt{1 - \frac{\sigma^2_{\xi_{\mathrm{TxL}}}}{\sigma^2_{\alpha_{\mathrm{TxL}}}}}\,, \tag{35}$$

with $\gamma \approx 1$ as we assume $\sigma^2_{\xi_{\mathrm{TxL}}} \ll \sigma^2_{\alpha_{\mathrm{TxL}}}$. If we additionally assume that $\mu P_u \ll 1$, the SIR can be approximated by:

$$\mathrm{SIR_{comp}} \approx -10\log_{10}\left[\frac{\mu P_u}{2} + \frac{\sigma^2_{\alpha_{\mathrm{TxL}}}\left(1-\sqrt{1-\frac{\sigma^2_{\xi_{\mathrm{TxL}}}}{\sigma^2_{\alpha_{\mathrm{TxL}}}}}\right)}{\mu\sigma^2_{x_b}}\right]\,. \tag{36}$$

From (36), an optimal step size can be deduced:

$$\mu_{\mathrm{opt}} = \sqrt{\frac{2\sigma^2_{\alpha_{\mathrm{TxL}}}}{P_u\sigma^2_{x_b}}\left(1-\sqrt{1-\frac{\sigma^2_{\xi_{\mathrm{TxL}}}}{\sigma^2_{\alpha_{\mathrm{TxL}}}}}\right)}\,, \tag{37}$$

and reintroducing (37) in (36) leads to the maximal SIR reachable for a given AR1 channel modeling the TxL impact:

$$\mathrm{SIR^{max}_{comp}} = -\frac{1}{2}10\log_{10}\left[\frac{2\sigma^2_{\alpha_{\mathrm{TxL}}}P_u\left(1-\sqrt{1-\frac{\sigma^2_{\xi_{\mathrm{TxL}}}}{\sigma^2_{\alpha_{\mathrm{TxL}}}}}\right)}{\sigma^2_{x_b}}\right] \tag{38}$$

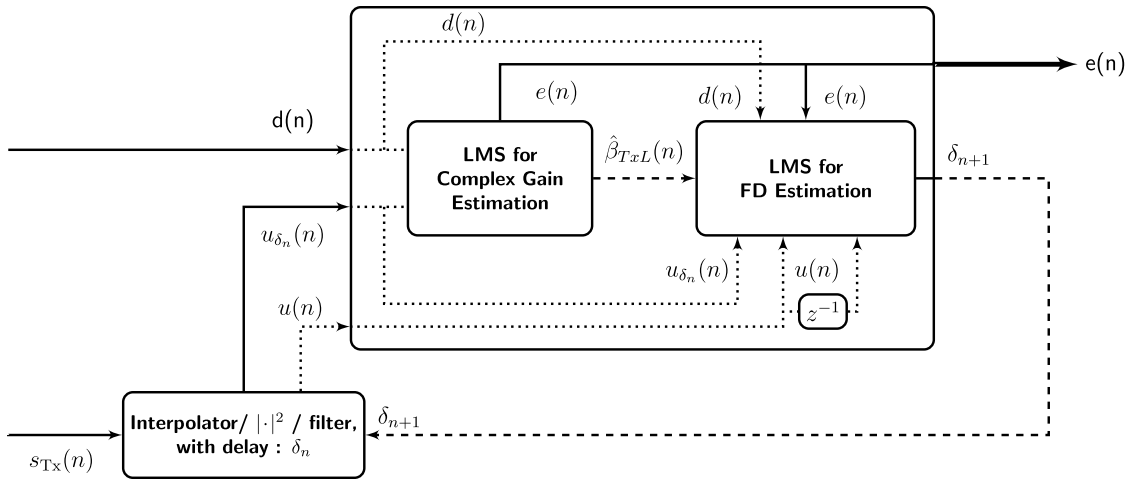


Fig. 3. Scheme of the proposed joint estimation algorithm.

4. Influence of fractional delay

In the previous section, we assumed that the fractional delay δ was perfectly known. In this section, we study the impact of a non-compensated fractional delay on the performance of the complex gain estimator. If we use in the algorithm a reference that is not fractionally delayed, the estimation process of the polluting term $\hat{s}_{\mathrm{TxL}}(n)$ would be $\hat{\beta}_{\mathrm{TxL}}(n)u(n)$ [with $u(n)$ defined in (19)], and not $\hat{\beta}_{\mathrm{TxL}}(n)u_\delta(n)$ [as in (30)].

Thus, the reference used in the algorithm would not longer be a perfect image of the polluting term (see (29)) and in this case, the LMS algorithm becomes:

$$\hat{s}_{\mathrm{TxL}}(n) = \hat{\beta}_{\mathrm{TxL}}(n)u(n)$$
$$e(n) = [x_b(n) + \beta_{\mathrm{TxL}}(n)u_\delta(n)] - \hat{s}_{\mathrm{TxL}}(n)$$
$$\hat{\beta}_{\mathrm{TxL}}(n+1) = \hat{\beta}_{\mathrm{TxL}}(n) + \mu u(n)e(n)\ ,$$

and we introduce:

$$\eta_{\mathrm{TxL}}(n) = u_\delta(n) - u(n)\ , \tag{39}$$

as the difference between the perfect reference and the used reference. We assume that $\eta_{\mathrm{TxL}}(n)$ can be modeled as white Gaussian noise, of variance $\sigma^2_{\eta_{\mathrm{TxL}}}$. On a first approximation (assuming linear interpolation), the variance of η_{TxL} can be expressed as (see Appendix B):

$$\sigma^2_{\eta_{\mathrm{TxL}}} \approx \delta^2 P_u. \tag{40}$$

In the case of a non-compensated fractional delay, the asymptotic performance of the system is a function of the AR1 parameters and the variance of the noise introduced in (39), and it can be expressed as (see Appendix C):

$$\mathrm{SIR}_{\mathrm{comp}} \approx -10\log_{10}\left[\frac{\mu P_u}{2-\mu P_u} + \frac{Q\left(P_u, \sigma^2_{\alpha_{\mathrm{TxL}}}, \gamma\right)}{\mu(\sigma^2_x + \sigma^2_b)(2-\mu P_u)} + \frac{\mu P_u\left(|\beta_{0_{\mathrm{TxL}}}|^2 + \sigma^2_{\alpha_{\mathrm{TxL}}}\right)\sigma^2_{\eta_{\mathrm{TxL}}}}{\sigma^2_{x_b}(2-\mu P_u)} + \left(|\beta_{0_{\mathrm{TxL}}}|^2 + \sigma^2_{\alpha_{\mathrm{TxL}}}\right)\frac{\sigma^2_{\eta_{\mathrm{TxL}}}}{\sigma^2_{x_b}}\right]. \tag{41}$$

The asymptotic SIR is composed of four terms: the first and the second are relative to the synchronized LMS performance, and linked to the static error and the dynamic error (due to the AR1 channel), and the two last are due to the non-compensation of the fractional delay. It can be noted that the fractional delay has a non-negligible impact on the asymptotic performance, and it must be compensated for upstream. As δ can be unknown in practice, a joint estimation scheme must be investigated.

5. Joint estimation algorithm

To jointly estimate the complex channel gain $\beta_{\mathrm{TxL}}(n)$ and the fractional delay δ, we propose the joint estimation process depicted in Fig. 3.

The reference $u_{\delta_n}(n)$ used in the gain estimator algorithm defined in (31)–(32) is obtained from $u(n)$, which is delayed with a fractional delay δ_n, with (28). Then, using the output $e(n)$ of the gain estimator block, the channel estimate $\hat{\beta}_{\mathrm{TxL}}(n)$, the reference $u(n)$, and the fractionally delayed reference $u_{\delta_n}(n)$, the update of the fractional delay estimate δ_{n+1} is performed with another LMS algorithm. The updated fractional delay estimate δ_{n+1} is then used in the next iteration of the compensation scheme.

The fractional delay estimation algorithm is based on the minimization of the instantaneous square error $|e(n)|^2$ to which a gradient is applied (see Appendix D):

$$\Delta_u(n) = u(n-1) - u(n) \tag{42}$$
$$\delta_{n+1} = \delta_n + \nu\Re\left\{\left[\hat{\beta}_{TxL}(n)\Delta_u(n) + u_{\delta_n}(n)L(n)\right]e^*(n)\right\} \tag{43}$$
$$L(n+1) = \left(1-\mu u_{\delta_n}(n)^2\right)L(n) - \mu d(n)\Delta_u(n) + 2\mu\hat{\beta}_{\mathrm{TxL}}(n)u_{\delta_n}(n)\Delta_u(n)\ , \tag{44}$$

where $L(n) = \partial\hat{\beta}_{\mathrm{TxL}}(n)/\partial\delta$ and ν, the constant step size of the fractional delay estimator. In practice, ν can be chosen in a wide range, but must be normalized by the power of the signal $\sigma^2_{x_b}$.

The final joint estimation algorithm is composed of (31)–(32), (42)–(44), and it can be expressed as:

$$e(n) = d(n) - \hat{\beta}_{\mathrm{TxL}}(n)u_{\delta_n}(n)$$
$$\hat{\beta}_{\mathrm{TxL}}(n+1) = \hat{\beta}_{\mathrm{TxL}}(n) + \mu u_{\delta_n}(n)e(n)$$
$$\Delta_u(n) = u(n-1) - u(n)$$
$$\delta_{n+1} = \delta_n + \nu\Re\left\{\left[\hat{\beta}_{TxL}(n)\Delta_u(n) + u_{\delta_n}(n)L(n)\right]e^*(n)\right\}$$
$$L(n+1) = \left(1-\mu u_{\delta_n}(n)^2\right)L(n) - \mu d(n)\Delta_u(n) + 2\mu\hat{\beta}_{\mathrm{TxL}}(n)u_{\delta_n}(n)\Delta_u(n)\ .$$

It can be seen that this algorithm is recursive, online (as it provides a compensated output $e(n)$ at each iteration), and with low

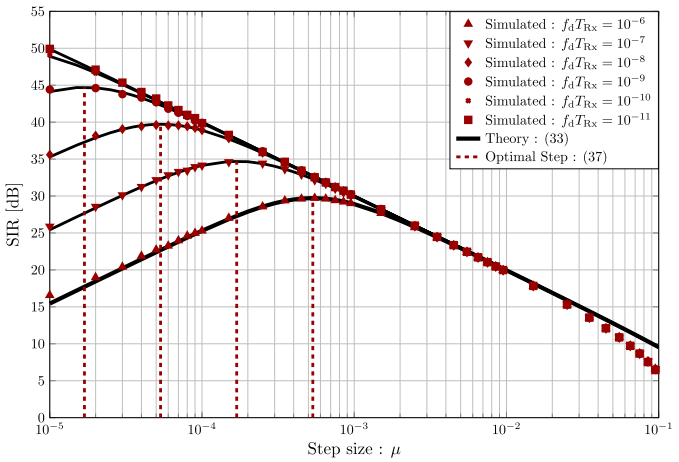


Fig. 4. Comparison of the theoretical SIR obtained in (33) with the simulated asymptotic performance of the gain estimator, *versus* the step size for a TxL channel following an AR1 model of normalized Doppler frequency f_dT_{Rx}, in the synchronized case. The optimal step value of (37) is also computed.

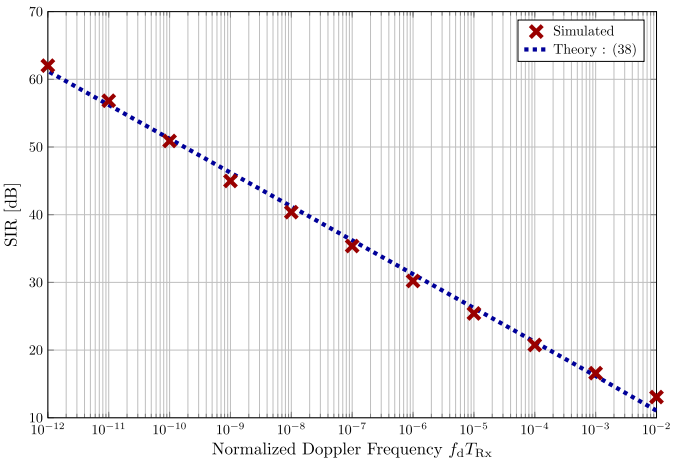


Fig. 5. Comparison of the theoretical maximal SIR obtained in (38) with the simulated asymptotic performance of the gain estimator, *versus* the normalized Doppler frequency f_dT_{Rx}, in the synchronized case.

complexity. A computational complexity comparison is done at the end of Section 6.

6. Simulations

The performance of the proposed algorithm, and the influence of both channel variations and constant fractional delay are further analyzed by simulations. In this section, the results are presented with respect to the physical parameters given in Table 2 (*i.e.* the normalized Doppler frequency f_dT_{Rx}, the initial SIR and the Ricean factor K). The links between the primary set of parameters (the variance of the time varying channel $\sigma^2_{\alpha_{TxL}}$, the constant interference level $\beta_{0_{TxL}}$ and the speed of the AR1 process $\sigma^2_{\xi_{TxL}}$) and the physical parameters are done with (25), (26) and (27). Besides, the parametrization of the model depends on the variance of the transmitted samples, assumed to be unitary in the rest of the paper (*i.e.* $\sigma^2_{Tx} = 1$ that leads to $P_u = 2$ with (19) under the assumption of a normalized Rx filter $h_{Rx}(t)$). Finally, as TxL is detrimental for the cell edges, where the power of the input signal is low [9] and thus the interference level is strong, we consider an initial SIR of 0 dB with $\sigma^2_{x_b} = 10^{-8}$.

6.1. Practical vs theoretical performance

We first consider the synchronized case, in Fig. 4, where the TxL channel is assumed to follow an AR1 model added to a constant value, as described in (12) and (13), and where the fractional delay is assumed to be perfectly known. The K factor defined in (15) is set to 10. We compare the asymptotic theoretical SIR to a simulated one *versus* the step size of the gain estimation algorithm, for several values of normalized Doppler frequency f_dT_{Rx}, and with the optimal step value described in (37). The range of normalized Doppler frequency is set to have a coherence time from approximatively 1 ms (related to worst case scenario in [18]) to several hundred seconds. It is shown that the simulated performance is coherent with the theory, and that the channel influence limits the asymptotic performance.

Fig. 5 shows the evolution of the simulated maximal SIR *versus* the normalized Doppler frequency of the AR1 channel, with the Ricean factor $K = 10$, and it validates the theory elaborated in (38). As seen in (25), the faster the channel, the lower the performance. In practice, assuming the knowledge of the statistics of the channel (AR1 variance $\sigma^2_{\alpha_{TxL}}$, and state noise variance $\sigma^2_{\xi_{TxL}}$ through f_dT_{Rx} with (25)), the gain estimation process can be optimally tuned to provide the best asymptotic performance.

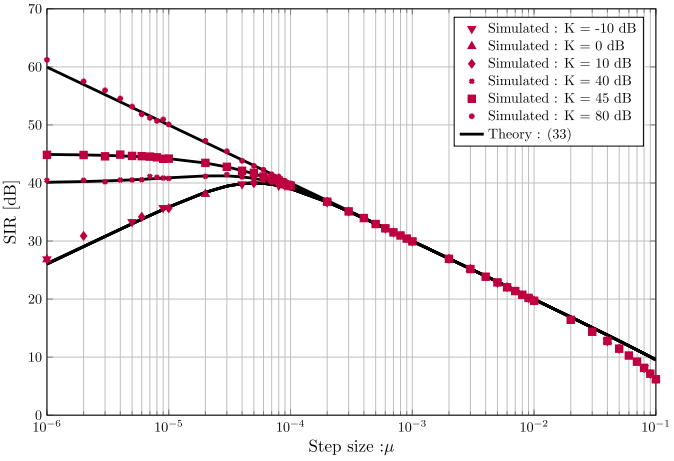


Fig. 6. Comparison of the theoretical SIR obtained in (33) with the simulated asymptotic performance of the gain estimator, *versus* the step size for a TxL channel with SIR = 0 dB and different values of K.

Fig. 6 shows the performance of the LMS algorithm *versus* the step size of the algorithm for several values of K (which represents the ratio between the static and dynamic parts of the TxL channel, expressed in dB). We still consider an AR1 model to approximate the time-varying TxL channel, with f_dT_{Rx} of 10^{-8}. It is shown that the simulation agrees with the theory expressed in (33), and that in the case of a purely static channel ($K \to \infty$), the performance of the LMS algorithm becomes linear with respect to the step size, as in this case, $Q(P_u, \sigma^2_{\alpha_{TxL}}, \gamma)$ is negligible. If the static part becomes negligible with respect to the dynamic part (when K, expressed in dB, is negative), the performance reaches a boundary due to the impact of the factor $Q(P_u, \sigma^2_{\alpha_{TxL}}, \gamma)$.

We now consider the impact of noncompensation of the fractional delay and the asymptotic performance of the joint estimation scheme. We still use an AR1 model for the TxL channel, as in (13), and $f_dT_{Rx} = 10^{-9}$. Fig. 7 shows the asymptotic performance of the LMS *versus* the step size, for several values of fractional delay, and we compare this to the synchronized asymptotic performance (33). Again, agreement with the theory described in (41) is shown, and it can be noted that in practice, a fractional delay will severely degrade the performance of the algorithm if it exceeds 0.02, which means 2 percent of the Rx sampling time.

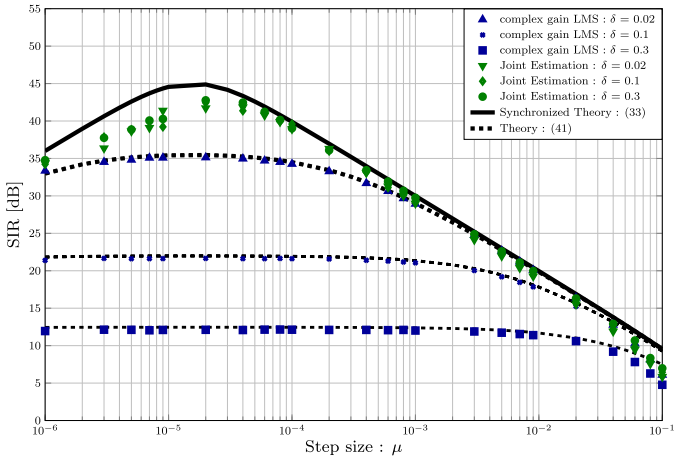


Fig. 7. Comparison of the theoretical SIR obtained in (41) with the simulated performance of the gain estimator without compensation of the fractional delay, and with the joint estimation algorithm, *versus* the step size of the gain estimator algorithm for different values of fractional delay δ.

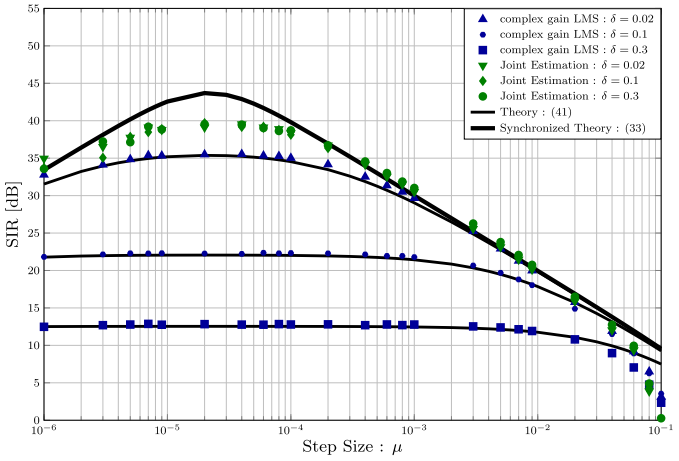


Fig. 8. Comparison of the theoretical SIR obtained in (41) with the simulated performance of the gain estimator without compensation of the fractional delay, and with the joint estimation algorithm, *versus* the step size of the gain estimator algorithm for different values of fractional delay δ for an OFDM signal.

This justifies that a joint estimation scheme must be investigated if the fractional delay is unknown. Fig. 7 shows the asymptotic performance of the joint estimation algorithm *versus* the step size of the gain estimator process, for $\nu = 10^{-6}/\sigma^2_{x_b}$. It is shown that this algorithm provides a very good asymptotic performance for different values of fractional delay, as it almost reaches the boundary defined by the theoretical synchronized performance (33). It is also shown that the performance of the proposed algorithm is independent from the FD value, as the performance with the joint estimation algorithm is similar in the range of the simulated FDs.

From Fig. 4 to Fig. 6, the desired signal was a complex Gaussian white signal. We recall that the assumption of an uncorrelated (stationary) signal has been made to derive the analytic performance formulae, and we propose in Fig. 8 to validate also the theoretical performance on a typical (cyclostationary) signal used in communication systems. We use an orthogonal multiplexing division multiplexing (OFDM) signal with 72 quadrature phase-shift keying (QPSK) subcarriers, a fast Fourier transform of size of 128, and a cyclic prefix of size nine samples for both transmission and reception. We display the asymptotic simulated performances for different fractional delays *versus* the step-size of the joint estimation algorithm. It is shown that, for this particular use-case, the

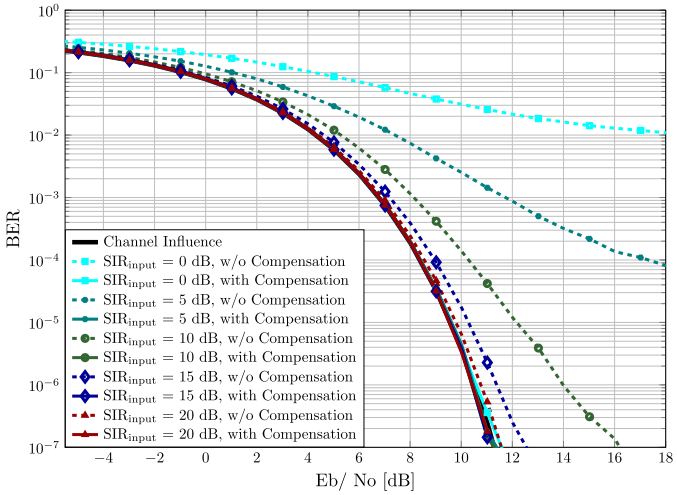


Fig. 9. Bit error rate without and with compensation for a wideband code division multiple access scheme, for different Eb/N_0.

simulated results corroborate with the theory that was obtained for a white signal in (41).

6.2. Bit error rate simulation

Up to now, we have discussed the performance in terms of the SIR for both correlated and uncorrelated signals. We now look at bit error rate simulations. For this, we assume a FDD framework where the Tx and Rx signals share the same modulation parameters, and where the TxL channel is assumed to be a complex AR1 channel with a fractional delay between the Rx path and the Tx path of 0.2 samples. We synthesize a reference $u(n)$ following (19) with power of 2 (as $\sigma^2_{\text{Tx}} = 1$), and we assume a power entry signal of -80 dB (cell edge context) with $K = 10$ and $f_{\text{d}} T_{\text{Rx}} = 10^{-9}$.

6.2.1. The wideband code division multiple access (WCDMA) context

We first consider a WCDMA framework based on quadrature phase-shift keying modulation. The code is an orthogonal variable spreading factor code of length 16, and a scrambling sequence of size 38 400 is also used. Square root raised cosine filters are used both in transmission and reception, with a roll-off factor of 0.22. We show in Fig. 9 the results of the bit error rate performance without the compensation system and with a joint estimation compensation scheme (with $\mu = 2 \cdot 10^{-5}$ and $\eta = 10^{-6}$) for different values of Eb/No (where Eb is the energy per bit, and N_0 is the white additive noise spectral density), and for different SIRs. Here, the initial SIRs are computed from only the power of the desired signal, without taking into account the additive white noise, to have constant TxL pollution power *versus* the channel signal-to-noise ratio. We show that our method greatly reduces the bit error rate, and that the compensated bit error rate comes close to the ideal channel influence $Q\left(\sqrt{2E_{\text{b}}/N_0}\right)$.

6.2.2. The OFDM context

We now compare the bit error rate for the case of simplified long-term evolution (LTE) modulation that is based on the third generation partnership project model [28]. The data signal follows LTE 1.4 MHz bandwidth specifications based on OFDM, with 72 quadrature phase-shift keying subcarriers, a fast Fourier transform of size 128, and a cyclic prefix of length of nine samples. The bit error-rate is computed on the uncoded bits of the data and through an additive white Gaussian noise channel with various signal-to-noise ratios. We consider that the noisy signal is polluted by TxL and that the transmitted signal has the same modulation parameters. Fig. 10 shows the results of the bit error rate without com-

pensation and with the joint estimation scheme (with $\mu = 2 \cdot 10^{-5}$ and $\eta = 10^{-6}$) for different values of the channel signal-to-noise ratio and for different SIRs. The theoretical performance without TxL (*i.e.*, only the influence of the channel) is shown in black in Fig. 10. Again, it shows that TxL has a detrimental impact on performance, and that the proposed system greatly reduces the bit error rate.

6.3. Discussion of the channel model

In this paper, we have assumed a frequency flat channel for the duplexer that is equivalent to consider a Dirac distribution as a time impulse response. As a consequence, the compensation scheme aims to estimate the amplitude of this Dirac and its fractional delay. Frequency flat duplexer channels are often used in the literature, as for example by [16,5,29,22], and this hypothesis can be partially justified through a typical isolation profile, as described for example by [30], which shows only a little attenuation variation in the transmission and reception bands (typically less than 2 dB). However, a purely frequency flat channel is a limiting case, and as in practice, it is equivalent to an estimation of only the mean contribution of the filter, with the other contributions of the TxL filter being neglected. A more realistic assumption would be to consider a quasi-flat TxL channel *i.e.*, a filter with a main but nonunique component in its time impulse response.

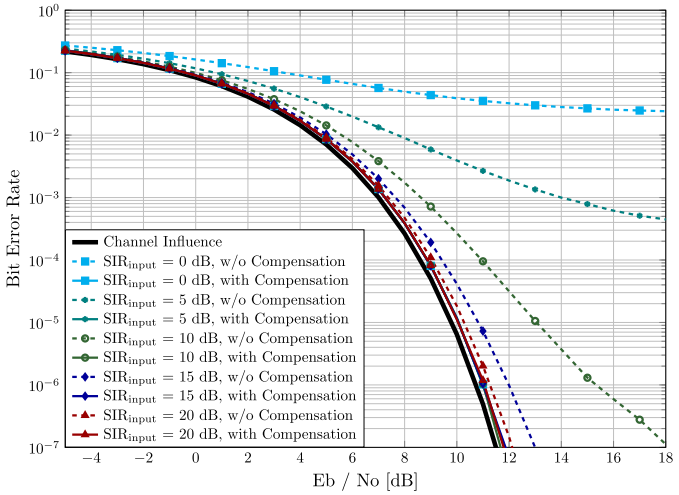


Fig. 10. Bit error rate without and with compensation for OFDM modulation, for different Eb/N_0.

From the initial profile, we propose to synthesize a filter that respects the initial pattern proposed by [30]. We next apply our method on a polluting model, where the complex gain is replaced by the synthesized filter. We assume here nontime-varying filter coefficients and an important oversampling factor. The frequency and time impulse responses obtained are shown in the Fig. 11.

The synthesized time impulse response is narrow with respect to the receiver sampling time T_{Rx}, which is coherent with a quasi-flat channel assumption. The proposed joint estimation algorithm estimates and suppresses the most important component of the filter impulse response, and we show in Fig. 12 the convergence of the complex gain and the fractional delay, and the mean performance of the structure. This shows that even in a quasi-flat channel, the proposed structure has good performance and can reduce the influence of the TxL pollution. In such a case, the fractional delay estimated by our algorithm is expected to converge to the position of the maximum of the time impulse response of the synthesized filter (this position is denoted as 'expected fractional delay'). We want to now compare our method with the TxL compensation method presented by [15] (and variations of this method can be found in [16,22,31]), based on a multitap LMS canceller. Fig. 13 compares the performances of this multitap-LMS (with 8 taps) and the performance of the proposed scheme for the synthesized filter, with several values of the expected fractional delay. It can be seen that the proposed scheme has better asymptotic performance than the multitap LMS, especially in the case of a nonnegligible fractional delay value. We finally compare in Table 3 the complexity (real operators) of the proposed JE algorithm, in terms of additions, multiplications and shifts (as the steps μ and η are tuned to a power of 2) and a comparison with the classical multi-tap LMS versus the number of the taps and applied for 8 taps, as used in Fig. 13. It is shown that the proposed method, in addition to have better asymptotic performance than classical multi-tap approach even in the proposed frequency selective TxL channel scenario, also offers a lower computational complexity.

7. Conclusion

This study focuses on joint estimation of fractional delay and channel gain for compensation for TxL pollution in FDD

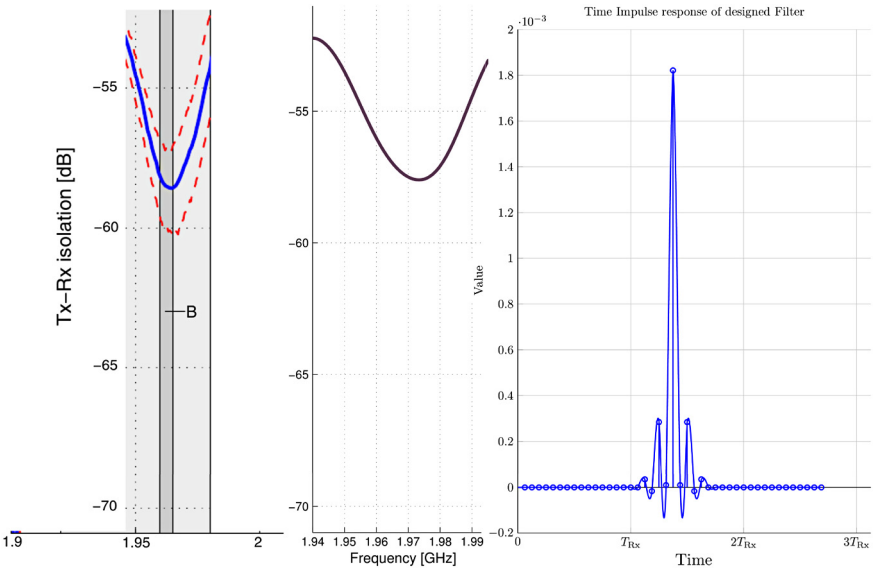


Fig. 11. Left: Typical isolation profile from [30]. Middle: Frequency profile of the designed filter. Right: Time impulse response of the designed filter.

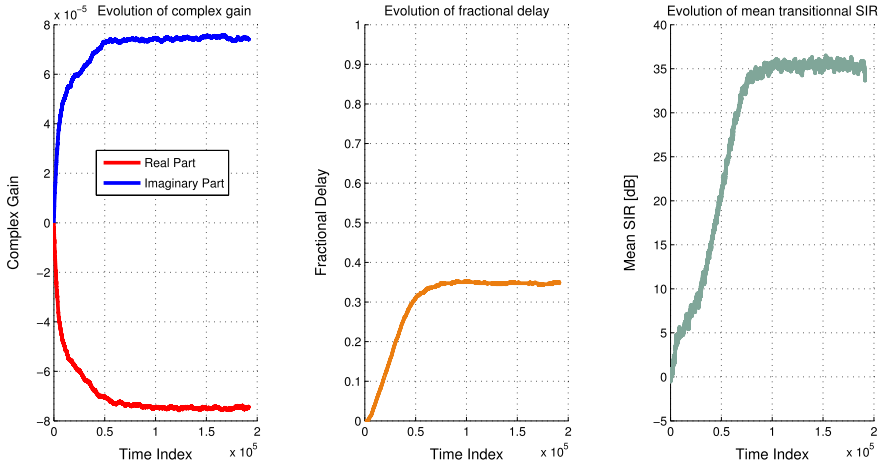


Fig. 12. Left: Evolution of the convergence mode of the complex gain estimation process. Middle: Evolution of the convergence mode of the fractional delay estimation process. Right: Evolution of the mean performance of the cancellation structure.

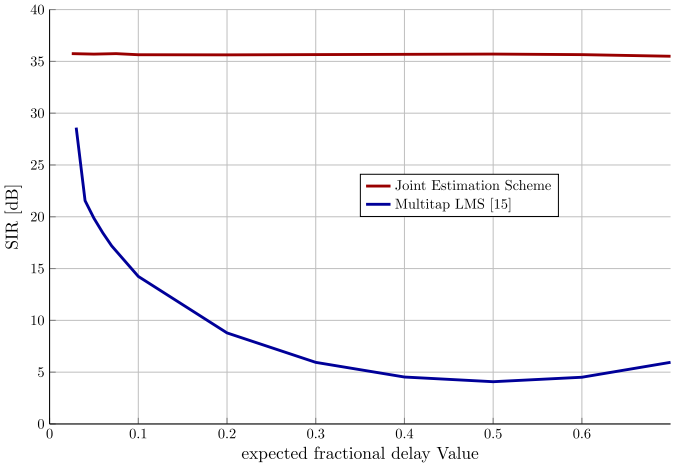


Fig. 13. Comparison between the asymptotic performance of a classic multi-tap LMS scheme [15] and the proposed scheme, when the TxL filter is selective with different values of the expected fractional delay.

Table 3
Complexity comparison between the proposed algorithm and classical multi-tap LMS. L is the size of the fractional delay interpolation filter.

	Proposed algorithm		Multi-tap LMS with P taps	
	L	L = 8	P	P = 8
+	11 + L	19	4P + 2	38
x	20 + L	28	4P	36
Shifts	6	6	2P	18

transceivers. We consider a time-varying TxL channel that is assumed to follow a first-order auto-regressive model added to a constant value, and we consider the presence of a fractional delay to model propagation effects of the analog and digital parts. We first derived analytic formulae of the asymptotic signal-to-interference ratio of a gain estimator based on a LMS approach in the synchronized case, and we have shown that the time-varying channel limits the asymptotic performance. Then, we expressed the influence of the fractional delay in terms of asymptotic SIR, to show that it must be estimated upstream in the compensation stage. We finally proposed a compensation algorithm based on joint estimation of the fractional delay and the complex channel gain. This adaptive algorithm is recursive and online, and it proposes good asymptotic performance with low complexity. We also tested the behavior of the proposed method in the case of a selective TxL channel case, and we have shown that the method is robust and provides better performance than a classical multi-tap LMS approach. As a perspective to this work, the model of the Tx-leakage channel could be completed to take into account the delay spread of this channel, in addition to the coherence time. This could be useful when the TxL channel exhibits a strong frequency selectivity.

Appendix A. Proof of (33)

We introduce the difference between the ideal coefficient $\beta_{\mathrm{TxL}}(n)$ and the iterative coefficient $\hat{\beta}_{\mathrm{TxL}}(n)$, called the misalignment error $v(n)$ [32]:

$$v(n) = \hat{\beta}_{\mathrm{TxL}}(n) - \beta_{\mathrm{TxL}}(n)\ . \tag{45}$$

From (45) using (20), (17), (29) and (31), $\epsilon(n)$ can be expressed as

$$\epsilon(n) = -v(n)u_{\delta}(n)\ , \tag{46}$$

and the SIR can be expressed as a function of the mean square misalignment:

$$\mathrm{SIR}_{\mathrm{comp}} = -10\log_{10}\left[\frac{P_u P_v}{\sigma^2_{x_b}}\right] \tag{47}$$

where P_u is the power of the reference defined in (19), and P_v is the mean square misalignment. With (12), (13), (17)–(32), the recursive expression of the misalignment is:

$$\begin{aligned} v(n+1) = {} & (1-\mu|u_{\delta}(n)|^2)v(n) + \mu u_{\delta}(n)x_b(n) \\ & - \xi_{\mathrm{TxL}}(n+1) + (1-\gamma)\alpha_{\mathrm{TxL}}(n)\ . \end{aligned} \tag{48}$$

As $\xi_{\mathrm{TxL}}(n)$ and $x_b(n)$ are assumed to be white uncorrelated processes, the mean square misalignment can be expressed as:

$$\begin{aligned} P_v = {} & (1-\mu P_u)^2 P_v + \mu^2 P_u \sigma^2_{x_b} + 2(1-\gamma)\sigma^2_{\alpha_{\mathrm{TxL}}} \\ & + 2(1-\mu P_u)(1-\gamma)E[|\alpha_{\mathrm{TxL}}(n)v(n)|]\ . \end{aligned} \tag{49}$$

Using both recursive expressions of $\alpha_{\mathrm{TxL}}(n)$ and $v(n)$, defined in (13) and (48), respectively, we have:

$$E[|\alpha_{\mathrm{TxL}}(n)v(n)|] = \frac{-(1-\gamma)\sigma^2_{\alpha_{\mathrm{TxL}}}}{1-\gamma(1-\mu P_u)}\ , \tag{50}$$

and replacing (50) in (49), we have

$$\begin{aligned} P_v[\mu P_u(2-\mu P_u)] = {} & \mu^2 P_u \sigma^2_{x_b} + 2(1-\gamma) \times \left[\sigma^2_{\alpha_{\mathrm{TxL}}}\right. \\ & \left. - \frac{(1-\mu P_u)(1-\gamma)\sigma^2_{\alpha_{\mathrm{TxL}}}}{1-\gamma(1-\mu P_u)}\right] \end{aligned}$$

which is equivalent to

$$P_v = \frac{\mu\sigma_{x_b}^2}{2-\mu P_u} + \frac{2\sigma_{\alpha_{\mathrm{TxL}}}^2(1-\gamma)}{\mu P_u(2-\mu P_u)(1-\gamma(1-\mu P_u))} \times [1-\gamma(1-\mu P_u)-(1-\mu P_u)(1-\gamma)] ,$$

and the final expression of the mean square misalignment is finally

$$P_v = \frac{\mu\sigma_{x_b}^2}{2-\mu P_u} + \frac{2\sigma_{\alpha_{\mathrm{TxL}}}^2(1-\gamma)\mu P_u}{\mu P_u(2-\mu P_u)(1-\gamma(1-\mu P_u))} . \quad (51)$$

Finally, by reintroducing (51) in (47), we obtain the asymptotic SIR defined in (33) and the channel variations impact factor $Q(P_u, \sigma_{\alpha_{\mathrm{TxL}}}^2, \gamma)$ described in (34).

Appendix B. Approximation of the fractional delay noise variance

If we assume linear interpolation for $u_\delta(n)$, we have:

$$u_{\delta_n}(n) = (1-\delta)u(n) + \delta u(n-1) \quad (52)$$

and from (39), we also have:

$$\eta_{\mathrm{TxL}}(n) = u_{\delta_n}(n) - u(n) = -\delta[u(n)-u(n-1)] \quad (53)$$

From the reference generation of (19), as the reference is a chi-squared distributed, we have $E[|u(n)|] = \sigma_{\mathrm{Tx}}^2$ and $P_u = 2\sigma_{\mathrm{Tx}}^4$, with σ_{Tx}^2 as the variance of the transmitted samples. Thus:

$$\begin{aligned}\sigma_{\eta_{\mathrm{TxL}}}^2 &= E\left[|\eta_{\mathrm{TxL}}(n)|^2\right] \\ &= \delta^2 E\left[|u(n)-u(n-1)|^2\right] \\ &= \delta^2\left(E\left[|u(n)|^2\right] + E\left[|u(n-1)|^2\right] - 2E\left[|u(n)u(n-1)|\right]\right)\end{aligned}$$

Assuming independence between $u(n)$ and $u(n-1)$,

$$\begin{aligned}\sigma_{\eta_{\mathrm{TxL}}}^2 &= \delta^2\left(\underbrace{E\left[|u(n)|^2\right]}_{2\sigma_{\mathrm{Tx}}^4} + \underbrace{E\left[|u(n-1)|^2\right]}_{2\sigma_{\mathrm{Tx}}^4} - 2\underbrace{E\left[|u(n)|\right]}_{\sigma_{\mathrm{Tx}}^2}\underbrace{E\left[|u(n-1)|\right]}_{\sigma_{\mathrm{Tx}}^2}\right) \\ &= 2\delta^2\sigma_{\mathrm{Tx}}^4 = \delta^2 P_u\end{aligned}$$

Appendix C. Proof of (41)

In the case of a noncompensated fractional delay, from (20) and (45), the estimation error becomes:

$$\epsilon(n) = -v(n)u(n) + \beta_{\mathrm{TxL}}(n)\eta_{\mathrm{TxL}}(n) , \quad (54)$$

and the SIR can be expressed as:

$$\mathrm{SIR}_{\mathrm{comp}} = -10\log_{10}\left[\frac{P_u P_v}{\sigma_{x_b}^2} + \left(|\beta_{0_{\mathrm{TxL}}}|^2 + \sigma_{\alpha_{\mathrm{TxL}}}^2\right)\frac{\sigma_{\eta_{\mathrm{TxL}}}^2}{\sigma_{x_b}^2}\right] . \quad (55)$$

With the same demonstration process that led to (48), the recursive expression of the misalignment can be expressed as:

$$\begin{aligned}v(n+1) = (1-\mu|u(n)|^2)v(n) &+ \mu u(n)x_b(n) \\ &- \xi_{\mathrm{TxL}}(n) + (1-\gamma)\alpha_{\mathrm{TxL}}(n) \\ &+ \mu u(n)\beta_{\mathrm{TxL}}(n)\eta_{\mathrm{TxL}}(n+1). \quad (56)\end{aligned}$$

Assuming that $\eta_{\mathrm{TxL}}(n)$ is white additive zero-mean Gaussian noise, of variance $\sigma_{\eta_{\mathrm{TxL}}}^2$, and with (34), the power of the misalignment can be expressed as:

$$\begin{aligned}P_v = (1-\mu P_u)^2 P_v &+ \mu^2 P_u \sigma_{x_b}^2 \\ &+ \mu^2 P_u \sigma_{\eta_{\mathrm{TxL}}}^2 \sigma_{\beta_{\mathrm{TxL}}}^2 + Q(P_u, \sigma_{\alpha_{\mathrm{TxL}}}^2, \gamma) , \quad (57)\end{aligned}$$

and reintroducing (57) in (55) leads to the asymptotic SIR performance described in (41).

Appendix D. LMS approach for fractional delay estimation

We use a stochastic gradient descent to update the fractional delay estimation, with the same cost function $J(n)$ as in the gain estimator:

$$J(n) = E\left[|e(n)|^2\right] \quad (58)$$

$$\delta_{n+1} = \delta_n - \nu\frac{\partial J(n)}{\partial\delta} \quad (59)$$

with ν the constant step size of the fractional delay estimation process. By minimizing the instantaneous power of the output $e(n)$ which is a complex signal [33], the update becomes:

$$\begin{aligned}\frac{\partial J(n)}{\partial\delta} &= 2\Re\left(e^*(n)\frac{e(n)}{\partial\delta}\right) \\ &= -\hat{\beta}_{TxL}(n)\frac{\partial u_{\delta_n}(n)}{\partial\delta} - u_{\delta_n}(n)\frac{\partial\hat{\beta}_{TxL}(n)}{\partial\delta} . \quad (60)\end{aligned}$$

We consider the approximation:

$$\frac{\partial u_{\delta_n}(n)}{\partial\delta} \approx \Delta_u(n) = u(n-1) - u(n) , \quad (61)$$

which is the first-order Taylor decomposition of the derivative component $\partial u_{\delta_n}(n)/\partial\delta$. We denote $L(n) = \partial\hat{\beta}_{TxL}(n)/\partial\delta$, and the recursive expression of $L(n)$ can be obtain with (32) as:

$$\begin{aligned}L(n+1) = \left(1-\mu|u_{\delta_n}(n)|^2\right)L(n) &+ 2\mu u_{\delta_n}(n)\Delta_u(n) \\ &- \mu d(n)\Delta_u(n). \quad (62)\end{aligned}$$

From (59) and (60), the update of the fractional delay estimation is:

$$\delta_{n+1} = \delta_n + \nu\Re\left\{\left[\hat{\beta}_{TxL}(n)\Delta_u(n) + u_{\delta_n}(n)L(n)\right]e^*(n)\right\} . \quad (63)$$

And finally, the fractional delay estimation algorithm is set from (61)–(63).

References

[1] R. Gerzaguet, L. Ros, F. Belveze, J.-M. Brossier, Joint estimation of complex gain and fractional delay for Tx leakage compensation in FDD transceivers, in: Proc. 21st International Conference on Electronics Circuits and Systems, ICECS, 2014.

[2] M. Meurer, P. Baier, T. Weber, Y. Lu, A. Papathanassiou, Joint transmission: advantageous downlink concept for CDMA mobile radio systems using time division duplexing, Electron. Lett. 36 (2000) 900–901.

[3] H. Martikainen, Analysis of duplexing modes in the IEEE 802.16 wireless system, in: Proc. European Wireless Conference, EW, 2010, pp. 849–856.

[4] I. Masafumi, J. Tsutsumi, Y. Endo, H. Nakamura, Y. Satoh, An attenuation improvement technology for ladder SAW/FBAR filters and duplexers employing cancellation circuit, in: Proc. 41st European Microwave Conference, EuMC, 2011, pp. 751–754.

[5] A. Frotzscher, G. Fettweis, A stochastic gradient LMS algorithm for digital compensation of Tx leakage in Zero-IF-Receivers, in: Proc. IEEE Vehicular Technology Conference, VTC, 2008, pp. 1067–1071.

[6] B. Razavi, Design considerations for direct-conversion receivers, IEEE Trans. Circuits Syst. II, Analog Digit. Signal Process. 44 (1997) 428–435.

[7] D. Manstretta, M. Brandolini, F. Svelto, Second-order intermodulation mechanisms in CMOS downconverters, IEEE J. Solid-State Circuits 38 (2003) 394–406.

[8] C. Lederer, M. Huemer, The influence of DC offsets on the digital cancellation of second-order Tx intermodulation distortions in homodyne receivers, in: Proc. IEEE International Conference on Wireless Information Technology and Systems, ICWITS, 2012, pp. 1–4.
[9] A. Kiayani, L. Anttila, M. Valkama, Modeling and dynamic cancellation of Tx-Rx leakage in FDD transceivers, in: Proc. IEEE 56th International Midwest Symposium on Circuits and Systems, MWSCAS, 2013, pp. 1089–1094.
[10] M. Brandolini, P. Rossi, D. Manstretta, F. Svelto, Toward multistandard mobile terminals – fully integrated receivers requirements and architectures, IEEE Trans. Microw. Theory Tech. 53 (2005) 1026–1038.
[11] K. Dufrene, R. Weigel, Highly linear IQ downconverter for reconfigurable wireless receivers, in: The European Conference on Wireless Technology, 2005, pp. 19–22.
[12] S.-S. Lee, J. Lee, I.-Y. Lee, S.-G. Lee, J. Ko, A new Tx leakage-suppression technique for an RFID receiver using a dead-zone amplifier, in: Proc. IEEE International Solid-State Circuits Conference, ISSCC, 2013, pp. 92–93.
[13] G. Fettweis, M. Lohning, D. Petrovic, M. Windisch, P. Zillmann, W. Rave, Dirty RF: a new paradigm, in: Proc. IEEE 16th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, vol. 4, PIMRC, 2005, pp. 2347–2355.
[14] V. Aparin, A new method of Tx leakage cancelation in WCDMA and GPS receivers, in: Proc. IEEE Radio Frequency Integrated Circuits Symposium (RFIC), 2008, pp. 87–90.
[15] M. Kahrizi, J. Komaili, J. Vasa, D. Agahi, Adaptive filtering using LMS for digital Tx IM2 cancellation in WCDMA receiver, in: Proc. IEEE Radio and Wireless Symposium, 2008, pp. 519–522.
[16] M. Faulkner, DC offset and IM2 removal in direct conversion receivers, IEE Proc., Commun. 149 (3) (2002) 179–184.
[17] A. Frotzscher, G. Fettweis, Least squares estimation for the digital compensation of Tx leakage in zero-IF receivers, in: Proc. IEEE Global Telecommunications Conference, GLOBECOM, 2009, pp. 1–6.
[18] A. Frotzscher, D. Plettemeier, G. Fettweis, On the time variance of Tx leakage in FDD zero-IF transceivers, in: Proc. IEEE 70th Vehicular Technology Conference Fall, VTC 2009-Fall, 2009, pp. 1–5.
[19] R. Gerzaguet, L. Ros, F. Belveze, J.-M. Brossier, On the performance of digital adaptive spur cancellation for multi-standard radio frequency transceivers, Digit. Signal Process. 33 (2014) 83–97.
[20] U. Mengali, A. D'Andrea, Synchronization Techniques for Digital Receivers, Applications of Communications Theory, Springer, 1997.
[21] T.-K. Nguyen, C.-H. Kim, G.-J. Ihm, M.-S. Yang, S.-G. Lee, CMOS low-noise amplifier design optimization techniques, IEEE Trans. Microw. Theory Tech. 52 (5) (2004) 1433–1442.
[22] C. Lederer, M. Huemer, LMS based digital cancellation of second-order Tx intermodulation products in homodyne receivers, in: Proc. IEEE Radio and Wireless Symposium, RWS, 2011, pp. 207–210.
[23] Y. Grenier, Time-dependent ARMA modeling of nonstationary signals, IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process. 31 (1983) 899–911.
[24] S. Ghandour-Haidar, L. Ros, J.-M. Brossier, On the use of first-order autoregressive modeling for Rayleigh flat fading channel estimation with Kalman filter, Signal Process. 92 (2012) 601–606.
[25] T. Laakso, V. Valimaki, M. Karjalainen, U. Laine, Splitting the unit delay [FIR/all pass filters design], IEEE Signal Process. Mag. 13 (1) (1996) 30–60.
[26] V. Valimaki, A. Haghparast, Fractional delay filter design based on truncated Lagrange interpolation, IEEE Signal Process. Lett. 14 (2007) 816–819.
[27] B. Widrow, J. McCool, M. Ball, The complex LMS algorithm, Proc. IEEE 63 (4) (1975) 719–720.
[28] 3rd Generation Partnership Project, Evolved universal terrestrial radio access (e-utra); physical channels and modulation, Tech. rep., 3GPP TS, 2011.
[29] A. Frotzscher, G. Fettweis, Tx leakage impact on analog-digital conversion in zero-IF receivers, in: Proc. IEEE 70th Vehicular Technology Conference Fall, VTC 2009-Fall, 2009, pp. 1–5.
[30] A. Frotzscher, G. Fettweis, Baseband analysis of Tx leakage in WCDMA zero-IF-receivers, in: 3rd International Symposium on Communications, Control and Signal Processing, ISCCSP, 2008, pp. 129–134.
[31] A. Frotzscher, G. Fettweis, Digital compensation of transmitter leakage in FDD zero-IF receivers, Trans. Emerg. Telecommun. Technol. 23 (2012) 105–120.
[32] S. Haykin, Adaptive Filter Theory, Prentice Hall, 1996.
[33] D. Brandwood, A complex gradient operator and its application in adaptive array theory, IEE Proc., H Microw. Opt. Antennas 130 (1) (1983) 11–16.

Robin Gerzaguet received the degree in electrical engineering from Grenoble-INP, France, in 2011 and the Ph.D. degree in both the Gipsa-laboratory/DIS and ST-Microelectronics (Grenoble) in 2015. He is now with CEA-Leti where he works on physical layer and filter bank multicarrier waveforms in the context of millimeter wave transmissions. His research interests are in signal processing algorithms dedicated to communication, including channel estimation, synchronization, and digital RF impairments compensation.

Laurent Ros received the degree in electrical engineering from the "Ecole Supérieure d'Electricité" (Supélec), Paris, France, in 1992 and the Ph.D. degree in signal processing and communications from Grenoble Institute of Technology (Grenoble-INP), Grenoble, France, in 2001. From 1993 to 1995, he was with France-Telecom R&D center, Lannion, France, where he worked in the area of very low frequency transmissions for submarine applications, in collaboration with Direction of Naval Construction, Toulon, France. From 1995 to 1999, he was a Research and Development team manager at Sodielec, Millau, France, where he worked in the design of digital modems and audio codecs for telecommunication applications. Since 1999, he has joined the Gipsa-laboratory/DIS (ex "Laboratory of Image and Signal") and Grenoble-INP where he is currently an Associate Professor. His research interests are in signal processing for communication, including channel estimation and synchronization problems for wireless communications.

Fabrice Belvèze received the engineering degree from the "Institut National des Télécommunications", Evry, France, in 1989, and graduated from the "Ecole Supérieure de Commerce de Paris", Paris, France, in 1991. From 1993 to 1994, he worked with French Post where he was involved in automatic address recognition. He then joined Matra Nortel Communications (now EADS-Telecom), where he became Head of the Signal Processing and Software Radio Group. He joined STMicroelectronics in 2001, where he successively conducted the development of algorithms for W-CDMA equipment, participated in the study of RF circuits architecture, and in the development of algorithms for DVB-H, WiMAX, LTE (at ST-Ericsson), and currently for Docsis 3.1 cable modems. His interests include signal processing, digital communications and information theory, modulation schemes, demodulation, equalization, synchronization algorithms, error-correction and detection codes, and radio front-ends architecture for wireless communications.

Jean-Marc Brossier received the Ph.D. degree in signal processing in 1992 and the Habilitation a Diriger des Recherches in 2002, both from Grenoble-INP.

He worked as an Assistant Professor for Saint-Etienne University (Université Jean Monnet) from 1993 to 1995. Since 1995, he has been with Grenoble-INP and GIPSA-Lab. He is now a Professor of electrical engineering and he lectures on signal processing and digital communications. His research interests include statistical signal processing, digital communications, adaptive algorithms and physics.

Author's personal copy

Signal Processing 97 (2014) 134–145

Contents lists available at ScienceDirect

Signal Processing

journal homepage: www.elsevier.com/locate/sigpro

Complex Amplitudes Tracking Loop for multipath channel estimation in OFDM systems under slow to moderate fading ☆

Laurent Ros [a,*], Hussein Hijazi [b], Eric-Pierre Simon [c]

[a] GIPSA-lab, Image and Signal Department, BP 46, 38402 Saint Martin d'Hères, France
[b] Lebanese International University (LIU), Beirut, Lebanon
[c] IEMN lab, TELICE group, 59655 Villeneuve d'Ascq, University of Lille, France

ARTICLE INFO

Article history:
Received 30 January 2013
Received in revised form
4 July 2013
Accepted 15 October 2013
Available online 30 October 2013

Keywords:
OFDM
Channel estimation
Rayleigh multipath channel with Jakes' Doppler spectrum
Phase-Locked Loop (PLL)
Kalman filter (KF)
Second-order model

ABSTRACT

This paper deals with multipath channel estimation for Orthogonal Frequency-Division Multiplexing systems under slow to moderate fading conditions. Most of the conventional methods exploit only the frequency-domain correlation by estimating the channel at pilot frequencies, and then interpolating the channel frequency response. More advanced algorithms exploit in addition the time-domain correlation, by employing Kalman filters based on the approximation of the time-varying channel. Adopting a parametric approach and assuming a primary acquisition of the path delays, channel estimators have to track the complex amplitudes of the paths. In this perspective, we propose a less complex algorithm than the Kalman methods, inspired by second-order Phase-Locked Loops. An error signal is created from the pilot-aided Least-Squares estimates of the complex amplitudes, and is integrated by the loop to carry out the final estimates. We derive closed-form expressions of the mean squared error of the algorithm and of the optimal loop coefficients versus the channel state, assuming a Rayleigh channel with Jakes' Doppler spectrum. The efficiency of our reduced complexity algorithm is demonstrated, with an asymptotic mean squared error lower than the first-order auto-regressive Kalman filters reported in the literature, and almost the same as a second-order Kalman-based algorithm.

© 2013 Elsevier B.V. All rights reserved.

1. Introduction

Orthogonal Frequency-Division Multiplexing (OFDM) is an effective technique for alleviating frequency-selective channel effects in wireless communication systems. In this technique, a wideband frequency-selective channel is converted to a number of parallel narrow-band flat fading subchannels which are free of Inter-Symbol-Interference (ISI) and free of Inter-Carrier Interference (ICI) (for negligible channel time variation within one OFDM symbol period T). For coherent detection of the information symbols, reliable estimation of the gain of each subchannel in the OFDM system is crucial.

1.1. Some approaches to channel estimation in OFDM

Most of the conventional methods work in a symbol-by-symbol scheme [3–5] by using the correlation of the channel only in the frequency-domain (FD), *i.e.* the correlation between subchannels. Generally, they consist in estimating the channel at the pilot subcarrier position and then interpolating it over the entire frequency grid [3].

☆ Part of this work was presented in the conference ISCCSP 2010 [1]. This paper is an improved version of the on-line (unpublished) Gipsa-lab research report [2].

* Corresponding author. Tel.: +33 4 76 82 62 57.
E-mail addresses: laurent.ros@gipsa-lab.grenoble-inp.fr (L. Ros), hijazi.hussein@liu.edu.lb (H. Hijazi), eric.simon@univ-lille1.fr (E.-P. Simon).

0165-1684/$ - see front matter © 2013 Elsevier B.V. All rights reserved.
http://dx.doi.org/10.1016/j.sigpro.2013.10.014

Author's personal copy

The channel estimation at the pilot frequencies can be based on the Least-Squares (LS) criterion, or, for better performance, on the Linear-Minimum-Mean-Square-Error (LMMSE) criterion [4]. In [5], Low-Pass Interpolation (LPI) has been shown to perform better than all interpolation techniques used in channel estimation. This channel estimator will be called conventional LS(FD)-LPI in this paper.

Though the conventional methods can operate with time-varying channels, the information of the time-domain correlation is not exploited. However, the channel estimation process can be theoretically greatly improved by using the previous OFDM symbols, according to the on-line Bayesian Cramer–Rao Bound (BCRB) analysis in [6]. Thus, Chen and Zhang proposed in [7] a structure to track the complex gains of each subchannel by using one Kalman filter (KF) per subchannel. In practice, only a subset of pilot-subcarriers is used to perform the per-subchannel KF, and the global frequency response of the channel is still obtained by LPI interpolation. This estimator will be named Kalman(FD)-LPI in the paper. Other works still exploit time and frequency correlation for OFDM channel estimation by using additional assumptions or different approaches. Assuming the availability of the power delay profile, a data-aided KF estimator (derived from the Expectation-Maximization algorithm framework) is employed in [8] to track the discrete-time impulse response of the channel (*i.e.* in Time-Domain (TD)). And a low-complexity parameter reduction approach based on the eigenvalue decomposition of the auto-correlation matrix of the channel (in FD) is proposed in [9]. It tracks the channel coefficients in the dominant eigenvectors subspace basis by KF, and then performs eigenvalues interpolation to compute the channel frequency response. This estimator will be denoted Kalman-EIG in this paper.

In the same context of reducing the signal subspace dimension, we now focus on the class of parametric channel estimators. Assuming a multipath channel structure, estimation can be reduced to the estimation of certain physical propagation parameters, such as multipath delays and multipath Complex Amplitudes (CAs) [10–14]. It is well known that in wireless radio channels, the delays are quasi-constant over a large number of symbols. Consequently, the number of paths and path delays can be very accurately estimated, for example by applying the MDL (Maximum Description Length) principle combined with the ESPRIT (Estimation of Signal Parameters by Rotational Invariance Techniques) method as proposed in [10], and adopted many times [11,13,14]. Several papers on OFDM channel estimation focus their works on the crucial CAs tracking problem, assuming the delays are invariant and perfectly estimated. This approach will be adopted in this paper. In [13,14] we have addressed this issue for the special case of fast time-varying channel (*i.e.* with normalized Doppler spread $f_dT \geq 10^{-2}$), by using polynomial modeling of the CA time-variation. We have also addressed it in [15] for the joint carrier frequency offset and high speed channel estimation problem.

1.2. Motivation of the work and contributions

Second-order versus first-order algorithms: The use of KF for channel estimation has received great attention in recent years in the wireless communication literature. It is true for most systems, *e.g.* MIMO [16,17] or single-carrier systems [18,19], as well as in OFDM systems, as mentioned before [7–9,14]. All the aforementioned works based their KF on the AR approximation of the widely accepted Rayleigh fading channel with the Jakes' Doppler spectrum [20], called the "Rayleigh–Jakes" model in this paper, as developed in [21]. The first-order Gauss–Markov assumption (AR1 model) is most often retained [8,9,16–19,22,23]. The so-called AR1-Kalman estimators are convenient for the very high mobility case, leading to quasi-optimal performance, as seen, for example, in [14,15]. In these works an AR1-Kalman is actually used to track the polynomial Basis Expansion Model coefficients of the high speed channel. However, in the more common scenario of slow to moderate fading with negligible variation during one symbol (i.e. $f_dT \leq 10^{-2}$, as in [7,8,16–19]), the AR1-Kalman estimators of the literature seem to exhibit poor performance compared to BCRB lower bounds, as seen in [1, Fig. 10]. On the other hand, [24] shows, in a single-carrier single-path context, that the MSE performance of a KF can be well improved by switching from the AR1 to a second-order model (of the integrated random walk (IRW) model type) for the approximation of the Jakes'process. Indeed, for low f_dT, the exact channel CA continues in a given direction during several symbols, and a second-order approximation model can generally take into account this strong trend behaviour better than a first-order model [25,26].

Reduced complexity algorithms compared to Kalman: KF-based algorithms require the updating of the coefficients of the algorithm at each iteration (each new OFDM symbol), and are quite complex as a result. However, reduced complexity adaptive algorithms can be obtained, using constant coefficients. They can be designed, if an a priori model of the dynamic of time-varying parameters (*i.e. hypermodel*) is available, such as a Wiener LMS adaptation algorithm [26], or as a steady-state version of the KF, since a time-varying KF becomes a time-invariant filter after convergence, see [27, Chapter 13.5]. Such algorithms are generally slower than the KF during the convergence, but can have the same asymptotic performance in tracking mode. In this family, the classical Least-Mean-Squared (LMS) algorithm can be regarded as a steady-state version of a KF based on a first-order random-walk (RW) model. Second-order channel tracking algorithms described as predictive LMS, or as a steady-state version of an IRW model-based KF, have also been proposed in [25,26,28]. However, they have been developed for the single-carrier transmission, and without simple closed-form formulas versus the channel state for the tuning and performance of the estimators.

Approach and contributions: In this paper, we propose and analyze a low-complexity on-line recursive algorithm with constant coefficients for the multipath CAs estimation problem under the common slow to moderate channel variations scenario ($f_dT \leq 10^{-2}$). It is developed for OFDM systems with comb-type pilots within the framework of parametric channel estimators, exploiting the availability of delay related information (assuming a primary acquisition as in [10,13–15]) for tracking the CA variations. The proposed algorithm is based on a Complex

Author's personal copy

Amplitudes Tracking Loop (CATL) structure. This structure is inspired by second-order digital Phase-Locked Loops (PLLs) [29,30], as well as by the "prediction–correction" principle of the KF (in the steady-state mode) given the close link between the two [31,32]. The error signal that feeds the loop is based on the LS estimate of the paths CA, obtained for each current symbol from the pilot-subcarriers. The proposed LS-CATL algorithm can be seen as an extension for the multipath OFDM case of the second-order adaptive algorithms of [25,26] (and also [24, Chapter 4.1]), using the parametric estimation framework. Our main contributions can be summarized below:

- proposition, interpretation, and analytical optimization of a simple on-line second-order (multipath) CAs tracking algorithm with almost the same asymptotic MSE performance as a second-order KF derived with the same assumptions (parametric modeling and a priori knowledge), but with a reduced complexity,
- derivation of closed-form expressions usable to tune the coefficients of the CATL as well as to predict the MSE performance with respect to the channel state (Doppler spread, power-delay profile, SNR) under "Rayleigh–Jakes" assumption.
- evaluation of the benefit of the second-order proposed algorithm compared to first-order KF-based reference algorithms or other conventional (FD interpolation) methods of the literature, for the common slow to moderate fading channel.

The paper is organized as follows: Section 2 describes the system model and objectives. Section 3 derives the proposed algorithm and its analysis, and the different results are discussed in Section 4.

Notations: $[\mathbf{x}]_k$ denotes the kth entry of vector $\mathbf{x}$, and $[\mathbf{X}]_{k,m}$ the $[k,m]$ th entry of matrix $\mathbf{X}$ (indices begin from 1). $\mathbf{I}_N$ is an $N\times N$ identity matrix. The notation diag$\{\mathbf{x}\}$ stands for a diagonal matrix with $\mathbf{x}$ on its diagonal, diag$\{\mathbf{X}\}$ is a vector whose elements are the elements of the diagonal of $\mathbf{X}$, and blkdiag $\{\mathbf{X},\mathbf{Y}\}$ is a block diagonal matrix with the matrices $\mathbf{X}$ and $\mathbf{Y}$ on its diagonal. The superscripts $(\cdot)^T$, $(\cdot)^H$, $|\cdot|$, and Tr $(\cdot)$ respectively stand for transpose and Hermitian operators, determinant and trace operations. $J_0(\cdot)$ is the zeroth-order Bessel function of the first kind.

2. System model

2.1. OFDM transmission over multipath channel

Let us consider an OFDM system with N subcarriers, and a cyclic prefix length N_g. The duration of an OFDM symbol is $T=\nu T_s$, where T_s is the sampling time and $\nu=N+N_g$. Let $\mathbf{x}_{(n)}=[x_{(n)}[-N/2],x_{(n)}[-N/2+1],\ldots,x_{(n)}[N/2-1]]^T$ be the vector containing the N QAM symbols for the nth OFDM symbol. After transmission over a multipath channel and FFT demodulation, the observation is given by [10,13]

$$\mathbf{y}_{(n)}=\mathbf{H}_{(n)}\,\mathbf{x}_{(n)}+\mathbf{w}_{(n)} \tag{1}$$

where $\mathbf{w}_{(n)}$ is a $N\times 1$ zero-mean complex circular Gaussian noise vector with covariance matrix $\sigma^2\mathbf{I}_N$, and $\mathbf{H}_{(n)}$ is a $N\times N$ diagonal matrix with diagonal elements

$$[\mathbf{H}_{(n)}]_{k,k}=\frac{1}{N}\sum_{l=1}^{L}\left[\alpha_{l(n)}\times e^{-j2\pi\left(\frac{k-1}{N}-\frac{1}{2}\right)\tau_l}\right] \tag{2}$$

L is the total number of propagation paths, $\{\alpha_{l(n)}\}$ is the lth CA at nth OFDM symbol with variance $\sigma^2_{\alpha_l}$ (with $\sum_{l=1}^{L}\sigma^2_{\alpha_l}=1$), and $\tau_l\times T_s$ is the lth delay (τ_l is not necessarily an integer, but $\tau_L<N_g$). The L individual elements of $\{\alpha_{l(n)}\}$ are uncorrelated with respect to each other. Using (2), the observation model (1) can be re-written [10] as

$$\mathbf{y}_{(n)}=\mathrm{diag}\{\mathbf{x}_{(n)}\}\mathbf{F}\boldsymbol{\alpha}_{(n)}+\mathbf{w}_{(n)} \tag{3}$$

where $\boldsymbol{\alpha}_{(n)}=[\alpha_{1(n)},\ldots,\alpha_{L(n)}]^T$ and $\mathbf{F}$ is an $N\times L$ Fourier matrix depending on the delay distribution, with elements given by $[\mathbf{F}]_{k,l}=e^{-j2\pi((k-1)/N-1/2)\tau_l}$.

We assume the "Rayleigh–Jakes" model [20] for the channel, with Doppler frequency f_d. It means the L CAs $\alpha_{l(n)}$ are independent wide-sense stationary zero-mean complex circular Gaussian processes, with correlation coefficients for a time-lag k given by

$$\mathrm{R}^{(k)}_{\alpha_l}=\mathrm{E}[\alpha_{l(n)}\alpha^H_{l(n-k)}]=\sigma^2_{\alpha_l}\cdot J_0(2\pi f_d Tk) \tag{4}$$

2.2. Pilot pattern

The N_p pilot subcarriers are evenly inserted into the N subcarriers at the positions $\mathcal{P}=\{p_s \mid p_s=(s-1)L_f+1,\ s=1,\ldots,N_p\}$ with L_f the distance between two adjacent pilots. The received pilot subcarriers can be written as

$$\mathbf{y}_{\mathbf{p}(n)}=\mathcal{K}_{(n)}\boldsymbol{\alpha}_{(n)}+\mathbf{w}_{\mathbf{p}(n)} \tag{5}$$

where $\mathbf{y}_{\mathbf{p}}$ and $\mathbf{w}_{\mathbf{p}}$ are $N_p\times 1$ vectors. The $N_p\times L$ matrix $\mathcal{K}_{(n)}$ is defined by

$$\mathcal{K}_{(n)}=\mathrm{diag}\{\mathbf{x}_{\mathbf{p}(n)}\}\mathbf{F}_{\mathbf{p}} \tag{6}$$

Note that $\mathcal{K}_{(n)}$ is computed for each OFDM symbol, using knowledge of the $N_p\times 1$ data pilot vector $\mathbf{x}_{\mathbf{p}(n)}$ and the delays $\{\tau_l\}$ through the $N_p\times L$ matrix $\mathbf{F}_{\mathbf{p}}$ with elements

$$[\mathbf{F}_{\mathbf{p}}]_{k,l}=e^{-j2\pi\left(\frac{p_k-1}{N}-\frac{1}{2}\right)\tau_l} \tag{7}$$

2.3. Estimation objectives

We wish to estimate the CAs $\boldsymbol{\alpha}_{(n)}$ assuming the knowledge of pilots subcarriers $\mathbf{x}_{\mathbf{p}(n)}$ and delays $\boldsymbol{\tau}=[\tau_1,\ldots,\tau_L]^T$. The estimation is based on the observation model (5) that can be reformulated as $\mathbf{y}_{\mathbf{p}(n)}=\mathcal{K}(\mathbf{x}_{\mathbf{p}(n)},\boldsymbol{\tau})\boldsymbol{\alpha}_{(n)}+\mathbf{w}_{\mathbf{p}(n)}$. We restrict the problem to the on-line estimation, which means current and previous observations are available (*i.e.* for indices $n,n-1,n-2,\ldots$) to estimate $\boldsymbol{\alpha}$ at time index n.

3. Complex amplitudes tracking algorithm

The proposed tracking algorithm, called the LS-CATL algorithm, is built from a general second-order recursive structure (CATL) presented below, and from a specific error signal (based on pilots and LS criterion) that will

Author's personal copy

specify the error detector of the structure, presented subsequently.

3.1. Structure of the algorithm: CA tracking loop

The estimate of $\boldsymbol{\alpha}_{(n)}$, denoted $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(n|n)}$, is updated at a symbol rate by the computation of an error signal $\boldsymbol{\nu}_{\epsilon(n)}$, next filtered by a second-order feedback loop. The recursive equations of the second-order CATL, using a PLL-type formulation [29,30], are

$$\textit{Error detector}: \boldsymbol{\nu}_{\epsilon(n)} = \text{function of}\{\mathbf{y}_{\mathbf{p}(n)}; \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(n|n-1)}\} \tag{8}$$

$$\textit{Final estimate}: \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(n|n)} = \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(n|n-1)} + \mu_1.\boldsymbol{\nu}_{\epsilon(n)} \tag{9}$$

$$\textit{Loop filter}: \boldsymbol{\nu}_{\mathbf{Lag}(n)} = \boldsymbol{\nu}_{\mathbf{Lag}(n-1)} + \boldsymbol{\nu}_{\epsilon(n)} \tag{10}$$

$$\boldsymbol{\nu}_{\mathbf{c}(n)} = \mu_1.\boldsymbol{\nu}_{\epsilon(n)} + \mu_2.\boldsymbol{\nu}_{\mathbf{Lag}(n)} \tag{11}$$

$$\textit{NC Generator}: \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(n+1|n)} = \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(n|n-1)} + \boldsymbol{\nu}_{\mathbf{c}(n)} \tag{12}$$

where μ_1, μ_2 are the (real positive) loop coefficients. Based on these equations, the structure of the CATL is shown in Fig. 1. As in a second-order digital PLL [30], we find in cascade an error detector that delivers error signal $\boldsymbol{\nu}_{\epsilon(n)}$, a proportional–integral (PI) loop filter $F_{PLL}(z) = \mu_1 + (\mu_2/(1-z^{-1}))$ (or lead-lag filter) parametrized by μ_1 and μ_2, and a Numerically Controlled (NC) Generator delivering the predicted estimates $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(n|n-1)}$. However, the estimates are multiple complex amplitudes, instead of one real phase in a PLL (then delivered by a NC Oscillator). $\boldsymbol{\nu}_{\epsilon(n)}$ is a complex vector in the output of a "Complex Amplitude Error Detector" (CAED) (vs a real scalar in the output of a phase error detector in a PLL), to be defined in (8) from the new measurement $\mathbf{y}_{\mathbf{p}(n)}$ and the prediction $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(n|n-1)}$. Also, the final estimate $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(n|n)}$ is not directly the prediction $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(n|n-1)}$ as in conventional PLL, but is delivered after a correction step according to (9). Thus, an additional branch is added as a dotted line in Fig. 1.

Using (9), we can compact the second equation of the loop filter (11) and the NCG equation (12) by the unique equation (13)

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(n+1|n)} = \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(n|n)} + \mu_2.\boldsymbol{\nu}_{\mathbf{Lag}(n)} \tag{13}$$

showing that the sum accumulator of the error signal weighted by μ_2, *i.e.* $\mu_2.\boldsymbol{\nu}_{\mathbf{Lag}(n)}$, is an estimate of the *speed evolution* (or slope) of $\boldsymbol{\alpha}$, useful to predict the CAs evolution.

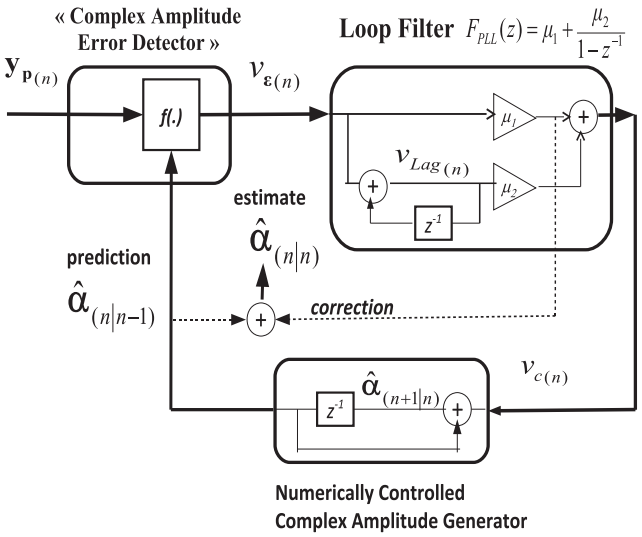


Fig. 1. Structure of the second-order complex amplitude tracking loop, inspired by second-order digital PLL.

3.2. Error signal specific to the LS-CATL algorithm

We now have to define an error signal vector in place of Eq. (8). Inspired by PLL, a good candidate (among several possibilities [1]) is an error signal vector $\boldsymbol{\nu}_{\epsilon(n)}$ collinear (in absence of noise) with the prediction error vector $\boldsymbol{\epsilon}_{Pred(n)} = \boldsymbol{\alpha}_{(n)} - \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(n|n-1)}$, in order to get a detector, which is perfectly linear and free from inter-path-interference. In this perspective, let us first consider the LS-estimator of $\boldsymbol{\alpha}_{(n)}$ that permits, among all estimators $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(n)}$, us to minimize the squares error $(\mathbf{y}_{\mathbf{p}(n)} - \mathcal{K}_{(n)}\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(n)})^H.(\mathbf{y}_{\mathbf{p}(n)} - \mathcal{K}_{(n)}\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(n)})$ for the current OFDM symbol

$$\boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{LS}(n)} = \mathbf{G}_{(n)}\mathbf{y}_{\mathbf{p}(n)} \tag{14}$$

$$\text{with } \mathbf{G}_{(n)} = (\mathcal{K}_{(n)}^H \mathcal{K}_{(n)})^{-1}\mathcal{K}_{(n)}^H \tag{15}$$

We see from (14), (15) and (5) that the LS estimator is unbiased, with $\boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{LS}(n)} = \boldsymbol{\alpha}_{(n)} + \boldsymbol{N}_{(n)}$ where $\boldsymbol{N}_{(n)}$ is a zero-mean complex Gaussian noise vector. So, we propose to use simply the difference between the LS estimator $\boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{LS}(n)}$ for the nth OFDM block and the prediction, $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(n|n-1)}$, as an error signal vector in place of (8)

$$\boldsymbol{\nu}_{\epsilon(n)} = \mathbf{G}_{(n)}\mathbf{y}_{\mathbf{p}(n)} - \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(n|n-1)} \tag{16}$$

Thus, this specific error signal vector (16) has a simple linear form versus the prediction error vector $\boldsymbol{\epsilon}_{Pred(n)} = \boldsymbol{\alpha}_{(n)} - \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(n|n-1)}$, as seen while using (14), (15) and (5)

$$\boldsymbol{\nu}_{\epsilon(n)} = k_d.\{\boldsymbol{\alpha}_{(n)} - \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(n|n-1)}\} + \boldsymbol{N}_{(n)} \tag{17}$$

The real coefficient k_d is the gain factor of the CAED, reduced here to $k_d = 1$. And $\boldsymbol{N}_{(n)} = [N_{1(n)}, \ldots, N_{L(n)}]^T$ is the (temporally uncorrelated) zero-mean disturbance due to the additive thermal noise $\mathbf{w}_{\mathbf{p}(n)}$ in the input of the CAED, and represents the so-called (input) loop noise (*i.e.* in the *input* of the loop but in the *output* of the CAED). We have $\boldsymbol{N}_{(n)} = \mathbf{G}_{(n)}\mathbf{w}_{\mathbf{p}(n)}$, with a correlation matrix $E\{\boldsymbol{N}_{(n)}.\boldsymbol{N}_{(n)}^H\} = \sigma^2.(\mathbf{F}_\mathbf{p}^H\mathbf{F}_\mathbf{p})^{-1}$, and a mean variance (per path, $\sigma_N^2 = (1/L).\sum_{l=1}^{L}\sigma_{N_l}^2$)

$$\sigma_N^2 = \frac{\sigma^2}{N_p} \times \lambda_N \tag{18}$$

$$\text{with} \quad \lambda_N = \frac{1}{L}.Tr\left\{\left(\frac{1}{N_p}.\mathbf{F}_\mathbf{p}^H\mathbf{F}_\mathbf{p}\right)^{-1}\right\} \geq 1 \tag{19}$$

where N_p is the number of pilot subcarriers. The (input) loop noise variance is minimum (*i.e.* $\sigma_N^2(\min) = \sigma^2/N_p$ and $\lambda_N = 1$) if $\boldsymbol{N}_{(n)}$ is uncorrelated from one path to another, *i.e.* when $\mathbf{F}_\mathbf{p}^H\mathbf{F}_\mathbf{p}$ is a diagonal matrix. This condition depends on the delays distribution.

Author's personal copy

Table 1
Complexity of the LS-CATL proposed algorithm (first-order and second-order versions) compared to reference KFs (AR1-Kalman and Or2-Kalman, described in Appendix A).

	Number of complex multiplications per OFDM symbol
2nd-order LS-CATL	$N_p \times L + 2L$
Or2-Kalman	$N_p^3 + N_p^2 \times 3L + N_p \times (6L^2 + 3L) + 4L^2 + 2L$
1st-order LS-CATL	$N_p \times L + L$
AR1-Kalman	$N_p^3 + N_p^2 \times 2L + N_p \times (2L^2 + 2L) + L^2 + L$

3.3. Computational complexity and comparison with reference KFs

The CATL can be interpreted as a reduced complexity approach compared to reference KFs designed for the complete multi-carrier and multi-path observation model (5) such as presented in Appendix A (AR1-Kalman and Or2-Kalman). Indeed, the CATL acts in each branch l, *i.e.* for each multi-path component α_l, as a "simplified" IRW model-based KF. Each KF is "simplified" in the sense it is designed for the simplified single-carrier and single-path scenario, as in [24], and it operates only in steady-state mode. But we have chosen an error signal (16) able to cope with the more complicated multi-carrier and multi-path scenario. This interpretation of the CATL structure is more detailed (*i.e.* derived from the equations using a Kalman-type formulation) in Appendix B.

Let us determine now the implementation complexity in terms of the number of the complex multiplications needed for each OFDM symbol for our LS-CATL algorithm. The matrices $\mathbf{G}_{(n)}$ (size $L \times N_p$) and $\mathcal{K}_{(n)}$ (size $N_p \times L$) are assumed to be precomputed and stored, if the delays are invariant for a great number of OFDM symbols. Then, we just have $N_p \times L$ multiplications for the LS estimate (16) used in the error detector (8), plus $2L$ multiplications (or just L if $\mu_2 = 0$) in the Eq. (11) of the loop filter. Table 1 compares this complexity to reference KFs presented in Appendix A. It is noteworthy that the LS-CATL algorithm is computationally less demanding technique than Kalman filters, since the latter require inversion of matrices of size $N_p \times N_p$ for the Kalman gain matrix computation (A.8), plus multiplications of matrix with size $N_p \times 2L$, $2L \times 2L$, or $N_p \times N_p$ for the update of the filters coefficients (see (A.6)–(A.10)). The LS-CATL approach presents finally a linear complexity in terms of the number of pilot subcarriers N_p ($O(N_p)$) versus a cubic complexity ($O(N_p^3)$) for the reference Kalman algorithms.

3.4. General properties and theoretical MSE analysis

3.4.1. Second-order closed-loop transfer function

The estimation error of the tracking algorithm is defined as

$$\boldsymbol{\epsilon}_{(n)} = \boldsymbol{\alpha}_{(n)} - \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(n|n)} \tag{20}$$

We want to obtain the transfer function between the true vector parameter and the estimate. Combining Eqs. (13) and (9), we have

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(n|n)} = \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(n-1|n-1)} + \mu_1 . \boldsymbol{\nu}_{\epsilon(n)} + \mu_2 . \boldsymbol{\nu}_{\mathbf{Lag}(n-1)} \tag{21}$$

By using (10), the Z-domain transform of (21) leads to

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}(z).\left[1 - z^{-1}\right] = \left[\mu_1 + \frac{\mu_2 . z^{-1}}{1 - z^{-1}}\right] . \boldsymbol{\nu}_{\epsilon}(z) \tag{22}$$

Combining the general loop equation (22) with the specific (LS-based) error signal (17) rewritten versus the estimation error as

$$\boldsymbol{\nu}_{\epsilon(n)} = \frac{k_d}{1 - k_d \mu_1} . \{\boldsymbol{\alpha}_{(n)} - \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(n|n)}\} + \frac{1}{1 - k_d \mu_1} . \boldsymbol{N}_{(n)} \tag{23}$$

we obtain in the Z-transform domain

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}(z) = L(z) . \boldsymbol{\alpha}(z) + \frac{L(z)}{k_d} . \boldsymbol{N}(z) \tag{24}$$

where $L(z)$ is the transfer function of the CATL defined by

$$L(z) = \frac{\dfrac{k_d}{1 - k_d \mu_1} F(z)}{(1 - z^{-1}) + \dfrac{k_d}{1 - k_d \mu_1} F(z)} \tag{25}$$

with respect to $F(z) = \mu_1 + (\mu_2 . z^{-1} / (1 - z^{-1}))$. Hence, the CATL transfer function can be written versus the loop coefficients (μ_1, μ_2) as[1]

$$L(z) = \frac{k_d [(z-1)^2 . \mu_1 + (z-1).(\mu_1 + \mu_2) + \mu_2]}{(z-1)^2 + (z-1).k_d(\mu_1 + \mu_2) + k_d \mu_2} \tag{26}$$

or rewritten in a more interpretable form as a function of both the natural pulsation ω_n (or natural frequency $f_n = \omega_n / 2\pi$), and the damping factor ζ as

$$L(z) = \frac{2\zeta\omega_n . (1 - z^{-1}) + \omega_n^2}{(1 - z^{-1})^2 + 2\zeta\omega_n . (1 - z^{-1}) + \omega_n^2} \tag{27}$$

$$\text{with } (\omega_n T)^2 = \frac{k_d \mu_2}{1 - k_d \mu_1} \tag{28}$$

$$2\zeta\omega_n T = \frac{(\mu_1 - \mu_2) k_d}{1 - k_d \mu_1} \tag{29}$$

And from (28) and (29), one given couple (ω_n, ζ) of the second-order low-pass transfer function can be obtained by tuning (μ_1, μ_2) as

$$\mu_1 = \frac{1}{k_d} . \frac{(\omega_n T)^2 + 2\zeta\omega_n T}{1 + (\omega_n T)^2 + 2\zeta\omega_n T} \tag{30}$$

$$\mu_2 = \frac{1}{k_d} . \frac{(\omega_n T)^2}{1 + (\omega_n T)^2 + 2\zeta\omega_n T} \tag{31}$$

The strict stability conditions of $L(z)$ in (26) or (27) versus (μ_1, μ_2) are given in [2], but if we impose that $0 < \omega_n < +\infty$ and $0 < \zeta < +\infty$ in order to preserve a physical meaning, we deduce from (30) and (31) that $0 < \mu_2 < \mu_1 < 1/k_d$. We can rewrite $L(z)$ in the frequency-domain, by making $z = e^{pT}$, with $p = j2\pi f$, and f is the frequency variable. Fig. 2 plots the modulus of the resulting function, $L(e^{j2\pi fT})$. Assuming slow reaction of the loop

[1] $L(z)$ is the same in [1] with $\beta_d = k_d/(1 - k_d . \mu_1)$, but differs slightly from the closed-loop transfer function of a 2nd-order digital PLL [30,31], due to the additional branch in dashed line in Fig. 1.

Author's personal copy

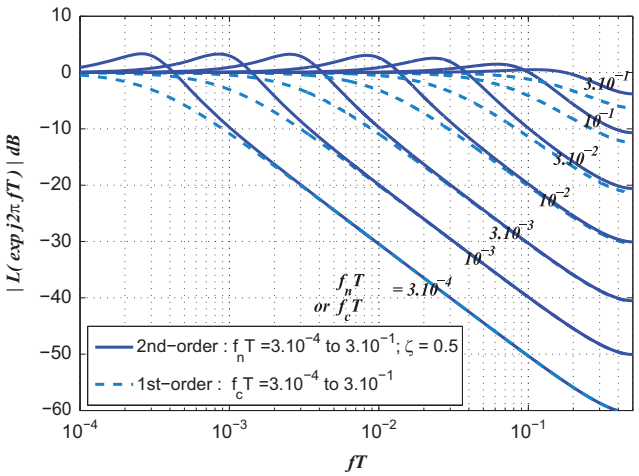


Fig. 2. Transfer function $L(z=e^{j2\pi fT})$ versus normalized frequency fT for the 2nd-order LS-CATL (continuous line) with various normalized natural frequencies $f_nT=3\times10^{-4}$ to 3×10^{-1} and a damping factor $\zeta=\frac{1}{2}$, and for a 1st-order LS-CATL (dashed line) with various normalized cut-off frequencies $f_cT=3\times10^{-4}$ to 3×10^{-1}.

during one OFDM symbol T (*i.e.* $f_n.T\ll1$) and for Low Frequency (LF) region (*i.e.* for $fT\ll 1$, using the approximation $z^{-1}\approx1-p.T$), the transfer function of the digital loop in (27) is close to the second-order low-pass transfer function of the analog PLL (*i.e.* with an active analog lead-lag loop filter, see [33, Chapter II])

$$L(e^{pT})\approx\frac{2\zeta\omega_n p+\omega_n^2}{p^2+2\zeta\omega_n p+\omega_n^2} \tag{32}$$

3.4.2. Mean squared error analysis

The estimator is unbiased since the CA estimation error $\boldsymbol{\epsilon}_{(n)}$ defined in (20) is zero-mean (see (24)). Our aim is to compute the estimation error variance as

$$\sigma_\varepsilon^2\overset{\text{def}}{=}\frac{1}{L}.E\{\boldsymbol{\epsilon}_{(n)}^H\boldsymbol{\epsilon}_{(n)}\}=\sigma_{\varepsilon\alpha}^2+\sigma_{\varepsilon N}^2 \tag{33}$$

where $\sigma_{\varepsilon\alpha}^2$ is the dynamic error variance, due to the variation of the process $\boldsymbol{\alpha}$, and $\sigma_{\varepsilon N}^2$ is the static error variance, due to the additive thermal noise. According to (24) and (20), error $\boldsymbol{\epsilon}_{(n)}$ can be expressed in the Z-domain by $\boldsymbol{\epsilon}(z)=(1-L(z)).\boldsymbol{\alpha}(z)-k_d^{-1}.L(z).\boldsymbol{N}(z)$. Then, the two components of variance σ_ε^2 can be easily expressed in the frequency-domain, as is traditionally done when analyzing the tracking performance of a PLL [33], or of a predictive LMS estimator [28]. The component $\sigma_{\varepsilon\alpha}^2$ results from the high-pass filtering $(1-L(z))$ of the CAs $\boldsymbol{\alpha}_{(n)}$

$$\sigma_{\varepsilon\alpha}^2=\int_{-1/2T}^{+1/2T}\Gamma_\alpha(f).|1-L(e^{j2\pi fT})|^2\,df \tag{34}$$

with $\Gamma_\alpha(f)=(1/L).\sum_{l=1}^{L}\Gamma_{\alpha_l}(f)$ where Γ_{α_l} is the Power Spectrum Density (PSD) of α_l. The component $\sigma_{\varepsilon N}^2$ results from the low-pass filtering $(-k_d^{-1}.L(z))$ of the input loop noise $\boldsymbol{N}_{(n)}$

$$\sigma_{\varepsilon N}^2=\int_{-1/2T}^{+1/2T}\Gamma_N(f).\frac{1}{k_d^2}.|L(e^{j2\pi fT})|^2\,df \tag{35}$$

with $\Gamma_N(f)=(1/L).\sum_{l=1}^{L}\Gamma_{N_l}(f)$ where Γ_{N_l} is the PSD of N_l.

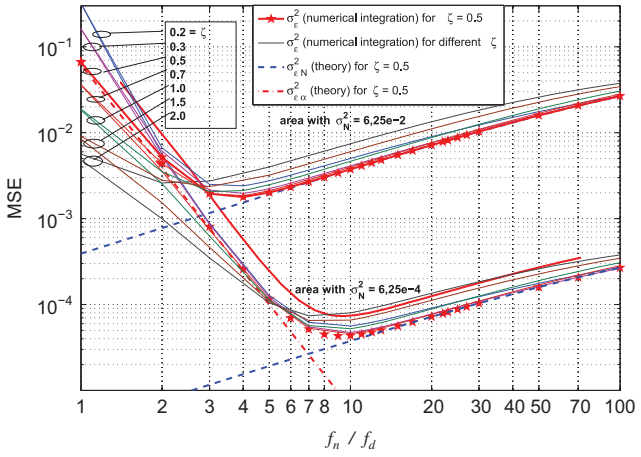


Fig. 3. Network of curves of global $\sigma_\varepsilon^2=\sigma_{\varepsilon\alpha}^2+\sigma_{\varepsilon N}^2$ (continuous line) versus f_n/f_d (for a fixed $f_dT=1\times10^{-3}$) for the second-order LS-CATL with various damping factors $\zeta=0.2,0.3,0.5,0.7,1,1.5,2$ computed numerically from (34) assuming Rayleigh–Jakes model (with $\sigma_\alpha^2=1,L=6$), and from (35) assuming $k_d^2=1$ and $\sigma_N^2=6.25\times10^{-2}$ (top of the figure) or $\sigma_N^2=6.25\times10^{-4}$ (bottom of the figure). Theoretical reference (dashed line) given from closed-form expressions (36) and (38) for $\sigma_{\varepsilon N}^2$, and from (42) for $\sigma_{\varepsilon\alpha}^2$.

The couple (f_n,ζ) has to be properly chosen for a good trade-off between the gain in tracking ability and the reduction in loop noise, for a given SNR and f_dT scenario. Fig. 3 gives results obtained by numerical integration for σ_ε^2 assuming a "Rayleigh–Jakes" model for the CA dynamic, and a (temporally uncorrelated) input loop noise with two different variances σ_N^2. It is shown that fixing $\zeta=\frac{1}{2}$ and varying f_n can be a strategy to obtain the best minimum of σ_ε^2. Our objective now is to give some approximate closed-form expressions for $\sigma_{\varepsilon\alpha}^2$ and $\sigma_{\varepsilon N}^2$, especially for $\zeta=\frac{1}{2}$, approximately.

Static error variance $\sigma_{\varepsilon N}^2$: Using the whiteness of $N_{l(n)}$ with the PSD $\Gamma_N(f)=\sigma_N^2T$, Eq. (35) reduces to

$$\sigma_{\varepsilon N}^2=\frac{\sigma_N^2}{k_d^2}.B_L \tag{36}$$

where B_L is the (double-sided normalized) noise equivalent bandwidth of the system

$$B_L=T\times\int_{-1/2T}^{+1/2T}|L(e^{j2\pi fT})|^2df \tag{37}$$

An exact analytical expression of B_L is derived for the exact second-order loop ((26) or (27)) from the method presented by Winkelstein [34], resulting in

$$B_L=\frac{[8\zeta^2+2](\omega_nT)+6\zeta(\omega_nT)^2+(\omega_nT)^3}{8\zeta+[8\zeta^2+4].(\omega_nT)+6\zeta.(\omega_nT)^2+(\omega_nT)^3} \tag{38}$$

If $f_n.T\ll1$, we can use the approximation (39) which coincides (see [33, Chapter III]) with the noise equivalent bandwidth of the usual analog second-order PLL given in (32)

$$B_L\approx2\pi f_nT.\left(\zeta+\frac{1}{4\zeta}\right) \tag{39}$$

Dynamic error variance $\sigma_{\varepsilon\alpha}^2$. The dynamic error variance depends on the Doppler spectrum $\Gamma_\alpha(f)$ and on $|1-L(e^{j2\pi fT})|^2$ via the integral form (34). According to (32), the squared modulus of the error transfer function

Author's personal copy

of the second-order loop is

$$|1-L(e^{j2\pi fT})|^2 \approx \frac{f^4}{f_n^4-f^2f_n^2.(2-4\zeta^2)+f^4} \quad \text{for } f \ll 1/T \tag{40}$$

On the other hand, the Doppler spectrum for the "Rayleigh–Jakes" model (4),

$$\Gamma_\alpha(f) = \frac{\sigma_\alpha^2/L}{\pi f_d\sqrt{1-(\frac{f}{f_d})^2}}$$

for $f \in]-f_d; +f_d[$, has a bounded support. Therefore, good tracking will require that the natural frequency of the second-order loop f_n be greater than f_d. Then, we can deduce that only the LF part of the function $|1-L(e^{j2\pi fT})|^2$ is used in the integral (34), and we can use the LF approximation $|1-L(e^{j2\pi fT})|^2 \approx (f/f_n)^4$ for $f \le f_d \ll f_n \ll 1/T$. This approximation is still accurate for $f \approx f_n$ for the special case $\zeta \approx \frac{1}{2}$ (see (40)). It results that the CA dynamic error variance $\sigma^2_{\varepsilon\alpha}$ in (34) can finally be approximated (for $f_d < f_n \ll 1/T$, and $\zeta \approx \frac{1}{2}$) by

$$\sigma^2_{\varepsilon\alpha} \approx \int_{-f_d}^{+f_d} \Gamma_\alpha(f).\left(\frac{f}{f_n}\right)^4 df \tag{41}$$

For the "Rayleigh–Jakes" model, a variable change $\cos\theta = (f/f_d)$ permits us to evaluate (41) analytically as

$$\sigma^2_{\varepsilon\alpha}(Jakes) \approx \left(\frac{3}{8}\right).\left(\frac{f_d}{f_n}\right)^4.\frac{\sigma_\alpha^2}{L} \tag{42}$$

Optimal natural frequency: The dynamic component $\sigma^2_{\varepsilon\alpha}$ decreases proportionally to the 4th power of f_n according to (42), whereas the static component $\sigma^2_{\varepsilon N}$ increases as a function of f_n, according to (36) and (39). The component $\sigma^2_{\varepsilon\alpha}$ (respectively $\sigma^2_{\varepsilon N}$) is the dominant part of the global σ^2_ε in the low (respectively large) f_n/f_d region, as seen in dashed line in Fig. 3. Now, if we fix ζ (around $\frac{1}{2}$), we can calculate the natural frequency f_n that permits us (for $f_d < f_n \ll 1/T$) to minimize the global MSE σ^2_ε in (33), by searching the zero of the derivative of σ^2_ε in (33) using (36), (39) and (42)

$$\left(\frac{f_n}{f_d}\right)(Jakes) = \left(\frac{3}{4}.\frac{1}{\pi}.\frac{1}{\left(\zeta+\frac{1}{4\zeta}\right)}.\frac{1}{f_dT}.\frac{\sigma_\alpha^2/L}{\sigma_N^2/k_d^2}\right)^{1/5} \tag{43}$$

The closed-form expression of the corresponding optimal MSE results in

$$\sigma^2_\varepsilon(Jakes) = \lambda\cdot\left(\frac{\sigma_\alpha^2}{L}\right)^{1/5}\cdot\left(\frac{\sigma_N^2}{k_d^2}.f_dT\right)^{4/5} \tag{44}$$

$$\text{with } \lambda = \frac{15}{8}\cdot\left[\left(\zeta+\frac{1}{4\zeta}\right).\frac{4\pi}{3}\right]^{4/5} \tag{45}$$

It is noticeable that the asymptotic performance of the second-order CATL in (44) coincides, for $\zeta = \sqrt{2}/2$ and $L=1$, with that of the second-order Kalman [24, Eq. (39)], derived for the simplified case of single-carrier and single-path channels.

3.5. Special case of the first-order CATL

In the special case where $\mu_2 = 0$, the on-line estimation algorithm is reduced to a first-order low-pass filtering of the LS estimator (see (17) and (21)), such that $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(n|n)} = (1-\mu_1).\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(n-1|n-1)} + \mu_1.\boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{LS}(n)}$. The transfer function (25) of the system just depends on a cut-off pulsation ω_c (or cut-off frequency $f_c = \omega_c/2\pi$), and is reduced to

$$L(z) = \frac{\omega_cT}{(1-z^{-1})+\omega_cT} \quad \text{with } (\omega_cT) = \frac{k_d\mu_1}{1-k_d\mu_1} \tag{46}$$

and then, approximately (when $f_c.T \ll 1$) to an analog first-order low-pass transfer function $L(e^{pT}) \approx \omega_c/(p+\omega_c)$, as can be seen in Fig. 2. We have from (46) that $\mu_1 = 2\pi f_cT/(1+2\pi f_cT)$. The noise-equivalent bandwidth (37) becomes $B_{L1} = 2\pi f_cT/(2+2\pi f_cT)$, and can be approximated by $B_{L1} \approx \pi f_cT$ when $f_cT \ll 1$. As seen in (46) that $|1-L(e^{j2\pi fT})|^2 \approx (f/f_c)^2$ for $f \le f_d \le f_c \ll 1/T$, the dynamic error variance (34) is $\sigma^2_{\varepsilon\alpha}(Jakes) \approx (1/2).(f_d/f_c)^2.\sigma_\alpha^2/L$. The minimum global MSE (33) is then reduced, for $f_d < f_c \ll 1/T$, to

$$\sigma^2_\varepsilon(Jakes) = \frac{3}{2}.\left(\frac{\sigma_\alpha^2}{L}\right)^{1/3}.\left(\pi.\frac{\sigma_N^2}{k_d^2}.f_dT\right)^{2/3} \tag{47}$$

$$\text{obtained for } \left(\frac{f_c}{f_d}\right)(Jakes) = \left(\frac{1}{\pi}.\frac{1}{f_dT}.\frac{\sigma_\alpha^2/L}{\sigma_N^2/k_d^2}\right)^{1/3} \tag{48}$$

It is noticeable that formula (47) of the first-order CATL coincides for $L=1$ with the approximate expression of the asymptotic estimation variance of the AR1-Kalman [19, Eq. (25)], derived for the simplified case of single-carrier and single-path channels.

4. Simulations

In this section, the performance of the LS-CATL algorithm is evaluated, first confronted with theoretical analysis and natural references (BCRB and KFs using the same a priori model), and, then, with other algorithms from the literature. By default, we have used a 4QAM-OFDM system, with an FFT size $N=128$ subcarriers, $N_g = N/8 = 16$ samples for the cyclic prefix, and $1/T_s = \frac{28}{25}\times 1.25 = 1.4$ MHz. These parameters are selected in order to be in concordance with one configuration of the standard Mobile WiMAX Scalable [35], with a subcarrier spacing of 10.94 kHz. The number of pilot subcarriers was $N_p = 6, 8, 16,$ or 32, corresponding to a distance between pilot subcarriers $L_f = 22, 16, 8,$ or 4 respectively. The channel model is the Jakes'spectrum Rayleigh channel model with $L=6$ paths and a maximum delay $\tau_{max} = 10$ (expressed as a fraction of T_s) given in [13,3] and recalled in Table 2. The performance is evaluated under a time-

Table 2
Average powers and (normalized) delays of the channel.

Path number l	1	2	3	4	5	6
$\sigma_{al}^2/\sigma_\alpha^2$ (dB)	−3	0	−2	−6	−8	−10
τ_l	0	~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~4~~	10
		0.4	1	3.2	4.6	

Author's personal copy

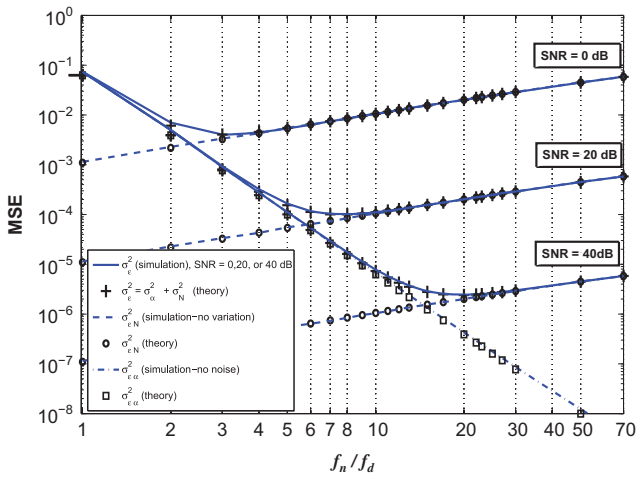


Fig. 4. Comparison between simulated and theoretical MSEs vs f_nT for $f_dT=10^{-3}$, $\zeta=0.5$, SNR=0, 20, or 40 dB, $N_p=16$ for the proposed 2nd-order LS-CATL algorithm. Theoretical values are given from (36) and (38) for $\sigma^2_{\varepsilon N}$, and from (42) for $\sigma^2_{\varepsilon\alpha}$.

Table 3
Loop parameters f_n/f_d (2nd-order) and f_c/f_d (1st-order), for $N_p=16$ and $f_dT=10^{-3}$, 10^{-2}.

SNR (dB)	0	5	10	15	20	25	30	35	40
(a) for $f_dT=10^{-3}$									
f_n/f_d	3	4	5	6	8	10	12	15	20
(Theory (43))	3	3.7	4.7	5.9	7.4	9.4	11.8	14.8	18.7
f_c/f_d	7	10	15	22	34	50	80	130	200
(Theory (48))	6.7	9.9	14.5	21.2	31.2	45.7	67.1	98.5	145
(b) for $f_dT=10^{-2}$									
f_n/f_d	2	2.5	3	4	5	6	8	12	15
(Theory (43))	1.9	2.4	3	3.7	4.7	5.9	7.4	9.4	11.8
f_c/f_d	3	5	7	10	24	30	50	90	400

varying channel with $f_dT \le 10^{-2}$ (corresponding to a vehicle speed $V_m \le 52.5$ km/h for $f_c=2$ GHz), with a default value $f_dT=10^{-3}$.

4.1. Confrontation with theory and with KF-based reference algorithms

4.1.1. Confrontation with theoretical analysis versus f_nT

Fig. 4 gives a comparison between simulated and theoretical error variances versus f_nt for $f_dT=10^{-3}$, and SNR=0, 20, or 40 dB for the proposed 2nd-order (LS-CATL) algorithm, with $N_p=16$ pilot subcarriers. The simulated dynamic error variance $\sigma^2_{\varepsilon\alpha}$ was measured by forcing the noise $\mathbf{w_{p}}_{(n)}$ to zero, whereas the simulated static error variance $\sigma^2_{\varepsilon N}$ was measured by maintaining the CAs of the paths to constant values equal to their standard deviations σ_l. First of all, we can observe that all the theoretical curves are very close to the simulated ones. Therefore, the abscissa to the minimum of the simulated MSE σ^2_{ε} corresponds very well to the theoretical optimal natural frequency (in (43), such that $f_n/f_d(Jakes)=3$, 7.4 and 18.7 respectively for $SNR=0$, 20, and 40 dB, with $N_p=16$). It is interesting to note that there is a large range around the optimal natural frequency for which the MSE remains very close to the minimum value (for any SNR). Hence, the tuning of the natural frequency of the loop coefficients does not need to be very accurate.

For the rest of the section, we will use the parameters that yield around the minimum possible MSE for the various algorithms. Table 3(a) and (b) give the CATL parameters used for $f_dT=10^{-3}$ and $f_dT=10^{-2}$, with $N_p=16$ pilot subcarriers.

4.1.2. Comparison with KFs using the same a priori knowledge and parametric model

We now compare the asymptotic performances to those obtained with two KFs directly derived from our OFDM parametric channel modeling-based estimation problem defined in Section 2.3, and using the same a priori knowledge as the proposed LS-CATL. The first one is the AR1-Kalman, which uses an AR1 model to approximate the CA dynamic, and that can be found in [1, Section IV] for our specific OFDM model (or in [8][2] or [14][3] after slight adaptations). But, we also consider as a reference the Or2-Kalman, a Kalman based on a second-order model to better approximate the trend behaviour of the CAs, as in our second-order CATL. It is a kind of extension for multiple carriers and multipath channel of the steady-state version of the KF in [24]. Details about the design of these KFs are given in Appendix A, and Table 4 gives the values of the parameters used, yielding around the minimum possible MSE.

Fig. 5(a) and (b) shows the evolution of MSE versus SNR, respectively for $f_dT=10^{-3}$ and $f_dT=10^{-2}$. First of all, the MSE of the proposed 2nd-order LS-CATL algorithm is very close to that obtained by the Or2-Kalman algorithm. Likewise, the MSE of the proposed 1st-order LS-CATL algorithm is very close to that obtained by the AR1-Kalman algorithm. It is, therefore, gratifying to verify that the reduced complexity proposed algorithm exhibits almost the same asymptotic variance as the reference Kalman algorithm, for a same model order. It was our desired objective as discussed in the introduction, motivated by some works about phase estimation [31,32] or about CA estimation in single-carrier flat fading channel [24, Chapter 4.1], [25,26]. Indeed, the authors of these papers have previously proved that PLL, or time-invariant CATL-based filters, can be interpreted, if a satisfactory dynamic model is available, as forms of KF in steady-state mode, with equivalent MSE asymptotic performance.

Secondly, we observe that the performance of the (well-tuned) AR1-Kalman, despite its complexity, does not reach the BRCB in case of slow to moderate channel variation (more notable for $f_dT=10^{-3}$ than for $f_dT=10^{-2}$). We can also incidentally remark an additional degradation (in dashed line), if the AR1-parameter is tuned by the standard *correlation matching* criterion as in [8,14] (*i.e.* with $\varepsilon=0$ in (A.3), Appendix A) instead of a

[2] Considering in [8] the Kalman-(forward-only)-initial estimation based on pilots. More precisely [8] is the Time-Domain channel estimator that estimates the discrete-time impulse response including both physical channel (CAs at known positions $\boldsymbol{\tau}$) and receive filter.

[3] Adapted for a pilot-aided mode and one polynomial coefficient.

Author's personal copy

Table 4
Parameters (β, γ) used (and related ε) for the AR1-Kalman and Or2-Kalman, for $f_dT = 10^{-3}, 10^{-2}$.

	$f_dT = 10^{-3}$		$f_dT = 10^{-2}$	
	AR1-Kalman	Or2-Kalman	AR1-Kalman	Or2-Kalman
β	0	0.9992	0	0.98
γ	0.9996	0.9978	0.9921	0.9975
ε	4×10^{-4}	9×10^{-6}	8×10^{-3}	8×10^{-4}

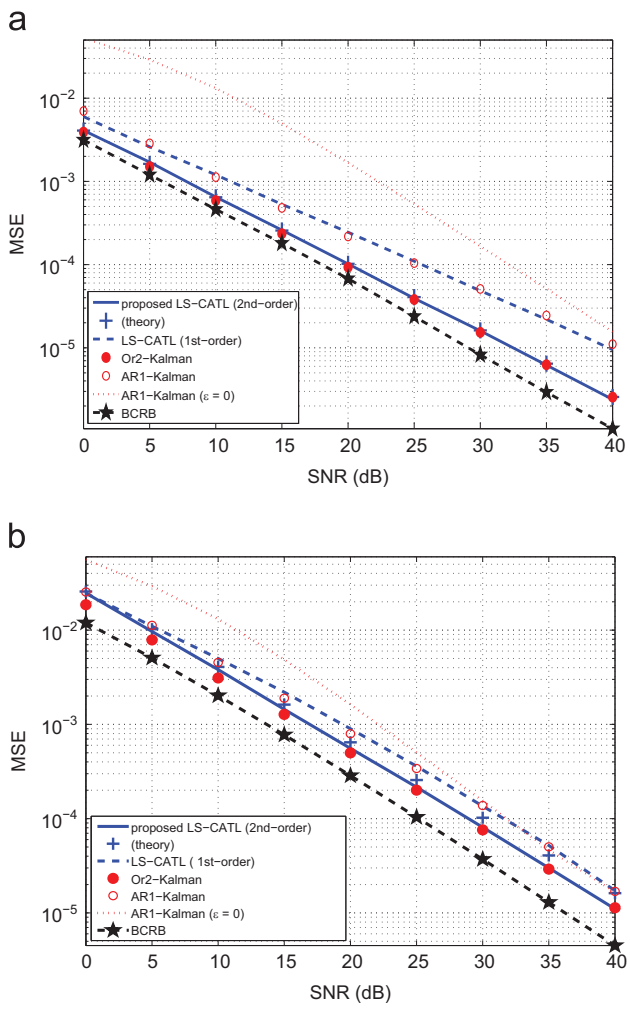


Fig. 5. MSE vs SNR for $f_dT = 10^{-3}$ (a) and $f_dT = 10^{-2}$ (b), with $N_p = 16$.

minimum variance criterion. This last point corroborates the recent results established in [18,19].

On the other hand, with a second-order loop (or an Or2-Kalman), the MSE becomes closer to the BCRB (obtained from [6], see also [2, Chapter IV]). This point reveals the advantage of a second-order loop versus a first-order loop (*i.e.* with $\mu_2 = 0$) in slow to moderate fading scenarios. It allows a higher decrease in the MSE that is proportional to the $\frac{4}{5}$ power of the SNR (in full agreement with the theory (44)), versus the $\frac{2}{3}$ power for the first-order algorithms (see Eq. (47) and [19]).

Fig. 6 shows the evolution of the Bit Error Rate (BER) in the case of 4-QAM, 16-QAM and 64-QAM modulations for

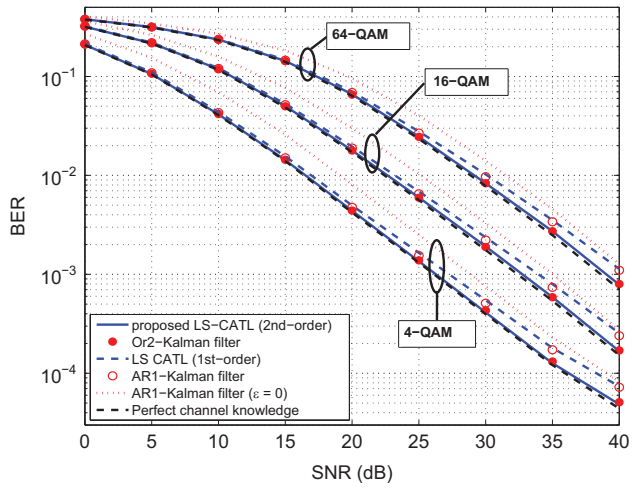


Fig. 6. BER comparison for 4-QAM, 16-QAM or 64-QAM modulations, $f_dT = 10^{-3}$ and $N_p = 8$.

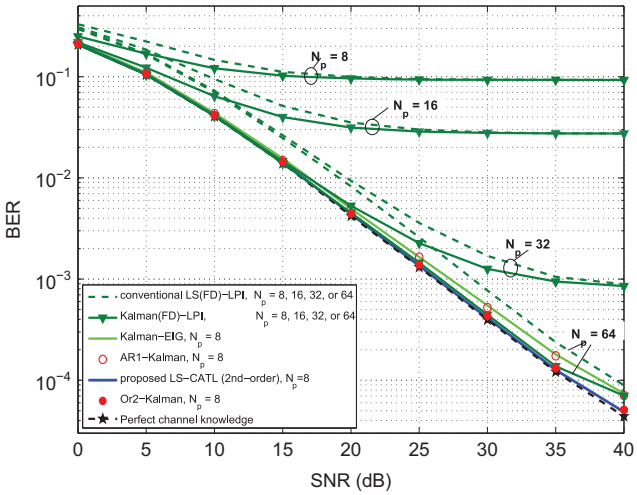


Fig. 7. BER comparison with various literature methods using equal or greater number of pilot subcarriers N_p than the proposed method, for $f_dT = 10^{-3}$.

the previous channel estimators completed by a Zero-Forcing (ZF) frequency-domain equalizer. The channel frequency response is previously estimated from the CA estimates $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(n)}$ by $\hat{H}_{(n)} = \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(n)}$. The BER results agree with the previous MSE results, but with a lower difference between the curves due to the decision process. Hence, the performance with our 2nd-order LS-CATL algorithm is the same in terms of BER as with the Or2-Kalman, and is slightly better (for low SNR regions) than with the AR1-Kalman (and then the 1st-order LS-CATL). The BER performances are close to those found with a ZF equalizer using perfect channel knowledge.

4.2. BER comparison with other literature algorithms

Fig. 7 shows for $f_dT = 10^{-3}$ the BER performances of the proposed LS-CATL algorithm, using a ZF equalizer and a 4-QAM modulation. Also shown are the performances of the previous AR1-Kalman and Or2-Kalman references, together with three estimators that have been suggested in the literature and discussed in the introduction: the

Author's personal copy

"conventional" LS(FD)-LPI [4], the Kalman(FD)-LPI [7],[4] and the Kalman-EIG [9].[5] Note that the latter requires the availability of the power-delay profile to perform "eigenvalue interpolation" of the channel, unlike the two previous algorithms that performed a "bind" LPI interpolation. It is, first of all, highly noteworthy that a "first-category" of algorithms (proposed CATL, Or2-Kalman, AR1-Kalman and Kalman-EIG) greatly outperforms the conventional LS(FD)-LPI method, even if the latter uses a greater number[6] of pilot subcarriers ($N_p=64$ versus only $N_p=8$). These results permit us to measure the gain when exploiting time-domain correlation, frequency-domain correlation, as well as knowledge of the delays-related information ("first-category") versus only frequency correlation (conventional).

When the conventional symbol by symbol LS(FD)-LPI method is extended into Kalman(FD)-LPI algorithm to improve the estimation of the channel at pilot frequency positions (before performing the LPI interpolation in frequency-domain), we can measure the increase in performance due to the use of the past symbols. The benefit of the time-filtering is mainly observed in low SNR regions, and more notable for the lower f_dT, because of a stronger channel time-correlation. But, the resulting performance still remains far from that of the "first category" of algorithms, unless if $N_p=64$ pilot subcarriers are used (*i.e.* a distance $L_f=2$ between two pilot subcarriers). Hence, the availability or the non-availability of the delay-related information is an assumption that influences strongly the channel estimator performance (as discussed more in [2] as well as the effect of an imperfect delay knowledge). We may also note that the BER obtained with the Kalman-EIG is almost the same as with the AR1-Kalman, for a comparable complexity (both algorithms use KF based on the same AR1 state-space model with $N_c=6$ dominant eigenvalues tracked in the Kalman-EIG, versus $L=6$ paths CAs in the AR1-Kalman). In conclusion, among the algorithms in the "first category" regarding the asymptotic performance, the proposed LS-CATL algorithm is the one with the lowest complexity, as seen in Section 3.3 and Table 1.

5. Conclusion

A complex amplitude (CA) estimator of the channel paths over slow to moderate fading channels has been proposed and analyzed. It can be directly useful for either Data Aided or Data Directed single-carrier systems over flat fading channels. Applied to OFDM systems with a comb-type pilot sub-carrier arrangement, it belongs to the class of algorithms that perform the tracking of the CAs of a multipath channel from the information related to path delays. Therefore, it is assumed that an acquisition procedure has already been put into place to calculate path delays. The proposed algorithm is based on a 2nd-order recursive loop, that integrates an error signal created from the pilot-based LS estimates of the CAs. It allows the time-domain correlation of the channel to be exploited more simply than the Kalman-based methods, which require matrix inversion at each iteration. Simulation results show that the MSE performance of our 2nd-order algorithm is very close to that of a Kalman estimator based on a 2nd-order approximation of the actual channel. Moreover, our 2nd-order algorithm outperforms the more complex Kalman estimator when the latter is based only on a 1st-order Auto-Regressive model. This emphasizes the advantage of 2nd-order versus 1st-order methods in the case of slow to moderate fading variation ($f_dT \leq 10^{-2}$). We have given closed-form expressions of the optimal natural frequency of the loop, and the corresponding minimum MSE (assuming Rayleigh–Jakes channel). We have demonstrated that the MSE of our 2nd-order algorithm decreases proportionally to the $\frac{4}{5}$ power of the SNR, and increases proportionally to the $\frac{4}{5}$ power of the normalized Doppler frequency f_dT. Moreover, BER comparison through simulation has shown that the proposed algorithm outperforms the basic conventional method based on LPI interpolation in the frequency-domain.

Appendix A. AR1-Kalman (review) and Or2-Kalman filters

We present two KFs as obvious benchmarks for our specific (parametric channel modeling-based) estimation problem defined in Section 2.3. Since exact linear state evolution equation for the Jakes' process is not available, the flat fading CA dynamic has to be approximated in the perspective to use KF (without guarantee of optimality). Let us first introduce the general dynamic model, which will be next declined into AR1 and Or2 models, to approximate the variation of one Jakes'process $\alpha_{l(n)}$ by $\tilde{\alpha}_{l(n)}$

$$\tilde{\alpha}_{l(n)} = \gamma.\tilde{\alpha}_{l(n-1)} + \delta_{l(n-1)} \tag{A.1}$$

$$\delta_{l(n)} = \beta.\delta_{l(n-1)} + u_{l(n)} \tag{A.2}$$

where γ and β are two positive scalars with values lower or equal to 1, and $u_{l(n)}$ is zero-mean Gaussian complex circular with a variance $\sigma^2_{u_l}$.

A.1. AR1-Kalman

The special case of AR1-model corresponds to $\beta=0$ (no drift) and $\gamma<1$. The specific equations of the AR1-Kalman applied to our OFDM parametric model can be found in [1, Section IV]. We just want to briefly report here recent results about the choice of γ for the "Rayleigh–Jakes" channel estimation. For the AR1 model, the autocorrelation function of the approximated process is $R^{(k)}_{\tilde{\alpha}_l} \overset{\text{def}}{=} E\{\tilde{\alpha}_{l(n)}.\tilde{\alpha}^*_{l(n-k)}\} = \gamma^{|k|}\cdot\sigma^2_{u_l}/(1-\gamma^2)$ with then $\gamma = R^{(1)}_{\tilde{\alpha}_l}/R^{(0)}_{\tilde{\alpha}_l}$. Assuming the same variance for the approximated process and the true process (*i.e.* $R^{(0)}_{\tilde{\alpha}_l} = \sigma^2_{\alpha_l}$), the variance of the state noise is directly fixed by the choice of the AR1-coefficient γ as $\sigma^2_{u_l} = \sigma^2_{\alpha_l}(1-\gamma^2)$. The standard choice for γ becomes $J_0(2\pi f_dT)$ if we impose that the auto-correlation function $R^{(k)}_{\tilde{\alpha}_l}$ of the approximate process perfectly matches the Bessel auto-correlation function $R^{(k)}_{\alpha_l}$ of the true Jakes'

[4] The per-subchannel KF has been adapted to our pilot scheme since [7] considered a full block of pilots.

[5] Corresponds to the initial (pilot-based) channel estimator in [9].

[6] For the LPI interpolation, the number of pilots must actually fulfill $N_p \geq 10$ here if we impose to satisfy the sampling theorem (with then a sampling rate in frequency-domain L_f such that [10]: $N/L_f \geq \tau_{max}/T_s = 10$).

Author's personal copy

process in (4) for lag $k \in \{0,1\}$ (or for $k \in \{0,1,\ldots,p\}$ for a model with order p). This choice corresponds to a *correlation matching* (CM) criterion, and is the most often used in the literature [8,9,14,16,22,23]. However, imposing the matching of the first two taps ($R^{(0)}_{\tilde{\alpha}_l} = R^{(0)}_{\alpha_l}$ and $R^{(1)}_{\tilde{\alpha}_l} = R^{(1)}_{\alpha_l}$) for $p=1$ does not ensure a short distance between the two auto-correlation functions, and, even less, the minimum estimation variance of the AR1-Kalman. This is especially true for low $f_d T \ll 1$ (see [16], Fig. 1) where the taps for lags 1 and 0 have very close values (since $J_0(2\pi f_d T \times 1) \approx 1 - \frac{1}{4}.(2\pi f_d T)^2 \approx 1 = J_0(2\pi f_d T \times 0)$), and then the exponential decay of the AR1 autocorrelation function $R^{(k)}_{\tilde{\alpha}_l} = \sigma^2_{\alpha_l} \cdot \gamma^{|k|}$ is imposed so as to be too slow compared to the Bessel function decay, $\sigma^2_{\alpha_l} \cdot J_0(2\pi f_d T \times k)$. Thereby, we consider possible lower values for the AR coefficient γ as in [18,19,21]

$$\gamma = \frac{J_0(2\pi f_d T)}{1+\varepsilon} \quad (\mathrm{AR1-Kalman}) \tag{A.3}$$

where ε is a very small positive amount ($\ll 1$). Such a slight change can decrease strongly the estimation variance of the AR1-Kalman as proved recently in [18,19].

A.2. Or2-Kalman

For the second-order model, the coefficients γ and β are non-zero. The special case $\gamma = \beta = 1$ corresponds to the IRW model [24], with just one parameter ($\sigma^2_{u_l}$) to be adjusted. But we can keep a more general second-order model with two coefficients γ and β to be adjusted with values lower and close to one. In this case, the state-noise variance will be fixed versus the 2 coefficients (β, γ) by $\sigma^2_{u_l} = \sigma^2_{\delta_l}(1-\beta^2)$, where $\sigma^2_{\delta_l} = \sigma^2_{\alpha_l}(1+\gamma^2) - 2\gamma.R^{(1)}_{\tilde{\alpha}_l}$ is the variance of the drift δ_l. In order to more easily tune the couple of coefficients in Section 4 empirically, we use Eq. (A.4) (derived from (A.1) and (A.2)) that gives γ wrt to β and the two correlation coefficients $R^{(1)}_{\tilde{\alpha}_l}$, $R^{(2)}_{\tilde{\alpha}_l}$, the latter being fixed in (A.5) wrt $f_d T$ by CM criterion (with possible adjustment $\varepsilon \ll 1$)

$$\gamma = \frac{R^{(2)}_{\tilde{\alpha}_l} - \beta R^{(1)}_{\tilde{\alpha}_l}}{R^{(1)}_{\tilde{\alpha}_l} - \beta.\sigma^2_{\alpha_l}} \quad (\mathrm{Or2-Kalman}) \tag{A.4}$$

$$R^{(1)}_{\tilde{\alpha}_l} = \frac{\sigma^2_{\alpha_l}}{(1+\varepsilon)} J_0(2\pi f_d.T) \quad \text{and} \quad R^{(2)}_{\tilde{\alpha}_l} = \sigma^2_{\alpha_l} J_0(2\pi f_d.2T) \tag{A.5}$$

To design the KF, the multi-path multi-carrier problem and the CAs evolution have to be re-formulated in a state-space model. The state vector is $\boldsymbol{a}_{(n)} = [\boldsymbol{a}^T_{1(n)}, \boldsymbol{a}^T_{2(n)}, \ldots, \boldsymbol{a}^T_{L(n)}]^T$, where $\boldsymbol{a}_{l(n)} = [\tilde{\alpha}_{l(n)}, \delta_{l(n)}]^T$ includes the CA and the drift for path l. The state evolution matrix is $\mathbf{M} = \mathrm{blkdiag}\{\mathbf{M}_1, \ldots, \mathbf{M}_L\}$, where $\mathbf{M}_l = \begin{bmatrix} \gamma & 1 \\ 0 & \beta \end{bmatrix}$ for $l = 1 \ldots L$, and the state-noise vector is $\mathbf{u}_{(n)} = [0, u_{1(n)}, \ldots, 0, u_{L(n)}]^T$. The observation matrix with size $N_p \times 2L$ is $\mathbf{S}_{(n)} = \mathcal{K}_{(n)}\mathbf{Z}$, where the $L \times 2L$ matrix $\mathbf{Z}$ is defined by $\mathbf{Z} = \mathrm{blkdiag}\{[1\ 0], [1\ 0], \ldots, [1\ 0]\}$. Then, the state evolution (A.1) and (A.2) and the observation (5) become $\boldsymbol{a}_{(n)} = \mathbf{M}\boldsymbol{a}_{(n-1)} + \mathbf{u}_{(n)}$ and $\mathbf{y}_{\mathbf{p}(n)} = \mathbf{S}_{(n)}\boldsymbol{a}_{(n)} + \mathbf{w}_{\mathbf{p}(n)}$ from which the Or2-Kalman can be calculated by standard KF equations [27]:

Time Update Equations:

$$\hat{\boldsymbol{a}}_{(n|n-1)} = \mathbf{M}\hat{\boldsymbol{a}}_{(n-1|n-1)} \tag{A.6}$$

$$\mathbf{P}_{(n|n-1)} = \mathbf{M}\mathbf{P}_{(n-1|n-1)}\mathbf{M}^H + \mathbf{U} \tag{A.7}$$

Measurement Update Equations:

$$\mathbf{K}_{(n)} = \mathbf{P}_{(n|n-1)}\mathbf{S}^H_{(n)}(\mathbf{S}_{(n)}\mathbf{P}_{(n|n-1)}\mathbf{S}^H_{(n)} + \sigma^2\mathbf{I}_{N_p})^{-1} \tag{A.8}$$

$$\hat{\boldsymbol{a}}_{(n|n)} = \hat{\boldsymbol{a}}_{(n|n-1)} + \mathbf{K}_{(n)}(\mathbf{y}_{p(n)} - \mathbf{S}_{(n)}\hat{\boldsymbol{a}}_{(n|n-1)}) \tag{A.9}$$

$$\mathbf{P}_{(n|n)} = \mathbf{P}_{(n|n-1)} - \mathbf{K}_{(n)}\mathbf{S}_{(n)}\mathbf{P}_{(n|n-1)} \tag{A.10}$$

where $\mathbf{K}_{(n)}$ is the Kalman gain matrix (with size $2L \times N_p$) and $\mathbf{U} = \mathrm{diag}\left\{0, \sigma^2_{u_1}, \ldots, 0, \sigma^2_{u_L}\right\}$.

Appendix B. Interpretation and Kalman-type formulation of the CATL structure

We define $\hat{\boldsymbol{\delta}}_{(n+1|n)}$ and $\hat{\boldsymbol{\delta}}_{(n|n)}$ as the *a priori* and *a posteriori* slope estimates of the CAs, forced to be equal and related to $\boldsymbol{v}_{\mathbf{Lag}(n)}$ by

$$\hat{\boldsymbol{\delta}}_{(n|n)} = \hat{\boldsymbol{\delta}}_{(n+1|n)} = \mu_2 \cdot \boldsymbol{v}_{\mathbf{Lag}(n)} \tag{B.1}$$

Then, the recursive equations of the CATL (8)–(12) can be rewritten by (8), (9), (B.2)–(B.4), with the purpose of estimating at each iteration the *a posteriori* state vector ($\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(n|n)}$, $\hat{\boldsymbol{\delta}}_{(n|n)}$), using the *a priori* (or predicted) estimates ($\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(n|n-1)}$, $\hat{\boldsymbol{\delta}}_{(n|n-1)}$), by:

Measurement Update Equations

$$\boldsymbol{v}_{\epsilon(n)} = \text{function of } \{\mathbf{y}_{\mathbf{p}(n)}; \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(n|n-1)}\} \tag{8}$$

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(n|n)} = \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(n|n-1)} + \mu_1.\boldsymbol{v}_{\epsilon(n)} \tag{9}$$

$$\hat{\boldsymbol{\delta}}_{(n|n)} = \hat{\boldsymbol{\delta}}_{(n|n-1)} + \mu_2.\boldsymbol{v}_{\epsilon(n)} \tag{B.2}$$

Time Update Equations

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(n+1|n)} = \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(n|n)} + \hat{\boldsymbol{\delta}}_{(n|n)} \tag{B.3}$$

$$\hat{\boldsymbol{\delta}}_{(n+1|n)} = \hat{\boldsymbol{\delta}}_{(n|n)} \tag{B.4}$$

where (B.2) has replaced (10), using (B.1), (B.3) and (B.4) have replaced (11) and (12), using (9) and (B.1). As in the KF principle, we show the Measurement Update Equations (correction), and the Time Update Equations (prediction). Actually, the CATL equations (9), (B.2)–(B.4) coincide for one given path l with the steady-state equations of the KF in [24] derived under the assumption of a dynamic IRW model for α_l, but for a simplified single-carrier and single-path channel scenario. The vector (μ_1, μ_2) in (9) and (B.2) is the steady-state Kalman gain for this simplified situation. In other words, the more complex Or2-Kalman described in Appendix A (A.6)–(A.10) would be reduced in steady-state mode to the CATL if the observation model (5) were simplified in $\mathbf{y}_{\mathbf{p}(n)} = \boldsymbol{\alpha}_{(n)} + \mathbf{w}_{\mathbf{p}(n)}$, leading to the simple error signal $\boldsymbol{v}_{\epsilon(n)} = \mathbf{y}_{\mathbf{p}(n)} - \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(n|n-1)}$.

Author's personal copy

References

[1] L. Ros, H. Hijazi, E.P. Simon, Paths complex gain tracking algorithms for OFDM receiver in slowly-varying channels, in: Proceedings of the IEEE ISCCSP, Limassol, Cyprus, March 2010, pp. 1–6.

[2] L. Ros, H. Hijazi, E.P. Simon, Complex amplitudes tracking loop for multipath slow fading channel estimation in OFDM systems, in: Gipsa-Lab Research Report, accessible on-line, April 2012.

[3] Y. Zhao, A. Huang, A novel Channel estimation method for OFDM Mobile Communications Systems based on pilot signals and transform domain processing, in: Proceedings of the IEEE Vehicular Technology Conference, Phonix, USA, May 1997, pp. 2089–2093.

[4] M. Hsieh, C. Wei, Channel estimation for OFDM systems based on comb-type pilot arrangement in frequency selective fading channels, IEEE Trans. Consum. Electron. 44 (1) (1998) 217–225.

[5] S. Coleri, M. Ergen, A. Puri, A. Bahia, Channel estimation techniques based on pilot arrangement in OFDM systems, IEEE Trans. Broadcast. 48 (3) (2002) 223–229.

[6] H. Hijazi, L. Ros, Bayesian Cramer–Rao bounds for complex gain parameters estimation of slowly varying Rayleigh channel in OFDM systems, in: Elsevier Signal Processing, Fast Communication, vol. 89, January 2009, pp. 111–115.

[7] W. Chen, R. Zhang, Kalman filter Channel estimator for OFDM systems in time and frequency-selective fading environment, in: Proceedings of the IEEE ICASSP, vol. 4, Montreal, Canada, May 2004, pp. 17–21.

[8] T.Y. Al-Naffouri, An EM-based forward-backward Kalman filter for the estimation of time-variant channels in OFDM, IEEE Trans. Signal Process. 55 (7) (2007) 3924–3930.

[9] M.S. Sohail, T.Y. Al-Naffouri, An EM-based frequency domain channel estimation algorithm for multi-access OFDM systems, Elsevier Signal Process. 90 (5) (2010) 1562–1572.

[10] B. Yang, K.B. Letaief, R.S. Cheng, Z. Cao, Channel estimation for OFDM transmission in multipath fading channels based on parametric channel modeling, IEEE Trans. Commun. 49 (3) (2001) 467–479.

[11] M. Raghavendra, S. Bhashyam, K. Giridhar, Exploiting hopping pilots for parametric channel estimation in OFDM systems, IEEE Signal Process. Lett. 12 (11) (2005) 737–740.

[12] N. Chen, J. Zhang, P. Zhang, Improved channel estimation based on parametric channel approximation modeling for OFDM systems, IEEE Trans. Broadcast. 54 (2) (2008).

[13] H. Hijazi, L. Ros, Polynomial estimation of time-varying multi-path gains with intercarrier interference mitigation in OFDM systems, IEEE Trans. Veh. Technol. 58 (1) (2009) 140–151.

[14] H. Hijazi, L. Ros, Joint data QR-detection and Kalman estimation for OFDM time-varying Rayleigh channel complex gains, IEEE Trans. Commun. 58 (1) (2010) 170–178.

[15] E.P. Simon, L. Ros, H. Hijazi, M. Ghogho, Joint carrier frequency offset and channel estimation for OFDM systems via the EM algorithm in the presence of very high mobility, IEEE Trans. Signal Process. 60 (2) (2012) 754–765.

[16] C. Komninakis, C. Fragouli, A.H. Sayed, R.D. Wesel, Multi-input multi-output fading channel tracking and equalization using Kalman estimation, IEEE Trans. Signal Process. 50 (5) (2002) 1065–1076.

[17] Z. Liu, X. Ma, G. Giannakis, Space-time coding and Kalman filtering for time-selective fading channels, IEEE Trans. Commun. 50 (2) (2002) 183–186.

[18] A. Barbieri, A. Piemontese, G. Colavolpe, On the ARMA approximation for frequency channels described by the Clarke model with applications to Kalman-based receivers, IEEE Trans. Wireless Commun. 8 (2) (2009).

[19] S. Ghandour-Haidar, L. Ros, J.M. Brossier, On the use of first-order autoregressive modeling for Rayleigh flat fading channel estimation with Kalman filter, Elsevier Signal Process. 92 (2) (2012) 601–606.

[20] W.C. Jakes, Microwave Mobile Communications, IEEE Press, 1983.

[21] K.E. Baddour, N.C. Beaulieu, Autoregressive modeling for fading channel simulation, IEEE Trans. Wireless Commun. 4 (4) (2005) 1650–1662.

[22] H. Wang, P. Chang, On verifying the first-order Markovian assumption for a Rayleigh fading channel model, IEEE Trans. Veh. Technol. 45 (1996) 353–357.

[23] P. Banelli, R. Cannizzaro, L. Rugini, Data-aided Kalman tracking for channel estimation in Doppler-affected OFDM systems, in: Proceedings of the IEEE ICASSP, vol. 3, Hawaï, USA, April 2007, pp. 133–136.

[24] L. Ros, E.P. Simon, Second-order modeling for Rayleigh flat fading channel estimation with Kalman filter, in: Proceedings of the IEEE DSP, Limassol, Cyprus, July 2011, pp. 1–6.

[25] S. Gazor, Prediction in LMS-type additive algorithms for smoothly time varying environments, IEEE Trans. Signal Process. 47 (6) (1999) 1735–1739.

[26] L. Lindbom, A. Ahlen, M. Sternad, M. Falkenstrom, Tracking of time-varying mobile radio channels-part II: a case study, IEEE Trans. Commun. 50 (1) (2002) 156–167.

[27] S.M. Kay, Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory, Prentice Hall PTR, 1993.

[28] Q. Nassir, Wireless channel tracking based on optimum predictive LMS, Wireless Personal Commun. 48 (4) (2009) 511–519.

[29] U. Mengali, A.N. D'Andrea, Synchronization Techniques for Digital Receivers (Applications of Communications Theory). PLENUM, 1997.

[30] Y.R. Shayan, T. Le-Ngoc, All digital phase-locked loop: concepts, design and application, IEE Proc. 136 (1) (1989) 53–56.

[31] A. Patapoutian, On phase-locked loops and Kalman filters, IEEE Trans. Commun. 47 (1999) 670–672.

[32] G.S. Christiansen, Modeling of a PRML timing loop as a Kalman filter, in: Proceedings of the IEEE Globecom, vol. 2, 1994, pp. 1157–1161.

[33] F.M. Gardner, Phaselock Techniques, 2nd edition, Wiley, 1979.

[34] R. Winkelstein, Closed form evaluation of symmetric two-sided complex integrals, in: TDA Progress Report, no. 42–65, July and August 1981, pp. 133–141.

[35] J.G. Andrews, A. Gosh, R. Muhamed, Fundamentals of WiMAX: Understanding Broadband Wireless Networking, Prentice Hall, 2007.

Third-Order Kalman Filter: Tuning and Steady-State Performance

Huaqiang Shu, Eric Pierre Simon, and Laurent Ros

***Abstract*—This letter deals with the Kalman filter (KF) based on a third-order integrated random walk model (RW3). The resulting filter, noted as RW3-KF, is well suited to track slow time-varying parameters with strong trend behaviour. We first prove that the RW3-KF in steady-state admits an equivalent structure to the third-order digital phase-locked loops (DPLL). The approximate asymptotic mean-squared-error (MSE) is obtained by solving the Riccati equations, which is given in a closed-form expression as a function of the RW3 model parameter: the state noise variance. Then, the closed-form expression of the optimum state noise variance is derived to minimize the asymptotic MSE. Simulation results are given for the particular case where the parameter to be estimated is a Rayleigh channel coefficient with Jakes' Doppler spectrum.**

***Index Terms*—Kalman filter (KF), random walk model (RW).**

I. Introduction

KALMAN FILTERS (KF) are commonly used to track time-varying parameters. The applications of KF cover a various range of systems, like GPS systems [1], Multi-carrier systems [2], MIMO systems [3], etc. The design of KF requires a linear recursive state-space representation of the parameter to be observed. The most used approximation model, especially for channel estimation problems, is the first-order Auto-Regressive model (AR1), combined with either a correlation matching (CM) criterion for the fast time-varying scenario [2], [4], or a minimum asymptotic variance (MAV) criterion for the slow varying scenario [5], to fix the AR coefficient. However, in certain systems, the parameter to be estimated exhibits strong trend behaviour, and the use of second-order or higher-order models is more suitable than a first-order model. For example in a satellite receiver, third-order KF as well as third-order DPLLs are often used to tackle the problem of phase tracking in the presence of time-varying Doppler frequency offset [1]. However, the tuning and performance of these estimators are most often obtained from simulation or empirical results.

In this paper, we provide analytic results about the optimal tuning and the steady-state performance of a KF based on a RW3 model. For that, we first prove that this third-order KF has the same structure in a steady-state mode as a specific equal-order DPLL, hence extending the results of [6], [7] obtained for a second-order KF.

Section II gives the approximation model and the formulae of RW3-KF. In Section III, we analyze and optimize the asymptotic MSE of RW3-KF. Section IV validates the analysis and assumptions by means of MSE and BER (bit error rate) simulations, the first-order AR model-based KFs (combined with CM and MAV criterion, respectively noted as $\mathrm{AR1}_{CM}-\mathrm{KF}$ and $\mathrm{AR1}_{MAV}-\mathrm{KF}$) are selected as references.

II. State-Space Model and Kalman Filter

Assume the parameter to be estimated α is a zero-mean circular complex process with variance σ_α^2. The variable α is supposed to be a narrow-band stationary process, with a Power Spectrum Density (PSD) $\Gamma_\alpha(f)$ with a support limited within $\pm f_d$. We consider the RW3 model as an approximation of the time-variation of α:

$$\tilde{\alpha}_{(n)} = \tilde{\alpha}_{(n-1)} + \delta_{(n-1)} + \frac{1}{2}\xi_{(n-1)}, \tag{1}$$

$$\delta_{(n)} = \delta_{(n-1)} + \xi_{(n-1)}, \tag{2}$$

$$\xi_{(n)} = \xi_{(n-1)} + u_{(n)}, \tag{3}$$

where $u_{(n)}$ is the state noise, a zero mean complex state noise with variance σ_u^2. The model is updated at sample rate. The time interval between each sample, T, represents a unit delay. A simplistic observation model is used:[1]

$$y_{(n)} = \alpha_{(n)} + \mathrm{w}_{(n)}, \tag{4}$$

where $\mathrm{w}_{(n)}$ is a zero-mean additive white noise with variance σ_{w}^2. The dynamic evolution (1)–(3) and the observation (4) compose the state-space model of $\alpha_{(n)}$. The on-line unbiased estimation $\hat{\alpha}_{(n)}$ can be carried out by KF. The MSE $\sigma_\epsilon^2 \overset{\mathrm{def}}{=} E\{|\epsilon_{(n)}|^2\}$ of the estimation error $\epsilon_{(n)} \overset{\mathrm{def}}{=} \alpha_{(n)} - \hat{\alpha}_{(n)}$ will be investigated.

Rewrite the state-space model in the matrix form:

$$\boldsymbol{a}_{(n)} = \mathbf{M}\boldsymbol{a}_{(n-1)} + \mathbf{u}_{(n)}, \tag{5}$$

$$y_{(n)} = \mathbf{S}\boldsymbol{a}_{(n)} + \mathrm{w}_{(n)}, \tag{6}$$

with the state vector $\boldsymbol{a}_{(n)} = [\tilde{\alpha}_{(n)}\ \delta_{(n)}\ \xi_{(n)}]^T$, the state noise vector $\mathbf{u}_{(n)} = [0\ 0\ u_{(n)}]^T$, the selection vector $\mathbf{S} = [1\ 0\ 0]$ and the evolution matrix $\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1/2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, the RW3-KF could then described by two-stage equations:

Time Update Equations

$$\hat{\boldsymbol{a}}_{(n|n-1)} = \mathbf{M}\hat{\boldsymbol{a}}_{(n-1|n-1)}, \tag{7}$$

$$\mathbf{P}_{(n|n-1)} = \mathbf{M}\mathbf{P}_{(n-1|n-1)}\mathbf{M}^T + \mathbf{U}, \tag{8}$$

[1]This model is adequate for many applications, e.g. it could be a flat fading channel model, α is then the complex amplitude of channel; or in the vehicle tracking problem, α could be in matrix form, composed by the position coordinates and velocities of vehicle, etc.

Manuscript received April 03, 2013; revised July 17, 2013; accepted July 30, 2013. Date of publication August 07, 2013; date of current version September 16, 2013. The associate editor coordinating the review of this manuscript and approving it for publication was Prof. Keith Davidson.

H. Shu and E. P. Simon are with IEMN Lab, TELICE Group, 59655 Villeneuve d'Ascq, France (e-mail: huaqiang.shu@outlook.com; eric.simon@univ-lille1.fr).

L. Ros is with GIPSA-Lab, Image and Signal Department, 38402 Saint Martin d'Hères, France (e-mail: laurent.ros@gipsa-lab.grenoble-inp.fr).

Color versions of one or more of the figures in this paper are available online at http://ieeexplore.ieee.org.

Digital Object Identifier 10.1109/LSP.2013.2277668

1070-9908 © 2013 EU

Measurement Update Equations

$$\mathbf{K}_{(n)} = \frac{\mathbf{P}_{(n|n-1)}\mathbf{S}^T}{\mathbf{S}\mathbf{P}_{(n|n-1)}\mathbf{S}^T + \sigma_{\mathrm{w}}^2}, \tag{9}$$

$$\hat{\boldsymbol{a}}_{(n|n)} = \hat{\boldsymbol{a}}_{(n|n-1)} + \mathbf{K}_{(n)}\left(y_{(n)} - \mathbf{S}\hat{\boldsymbol{a}}_{(n|n-1)}\right), \tag{10}$$

$$\mathbf{P}_{(n|n)} = \left(\mathbf{I} - \mathbf{K}_{(n)}\mathbf{S}\right)\mathbf{P}_{(n|n-1)}, \tag{11}$$

with the Kalman gain $\mathbf{K}_{(n)} = [k_{1(n)}\ k_{2(n)}\ k_{3(n)}]^T$, the state noise variance matrix $\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_u^2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{P}_{(n|n-1)}$ and $\mathbf{P}_{(n|n)}$ are respectively the covariance matrices of the prediction error and the estimation error.

III. Asymptotic MSE Analysis

A. Steady-State RW3-KF

Since the linear model ((5), (6)) is *observable* and *controllable*, an asymptotic regime is quickly reached ([8, Ch. 13.3]). In other words, $\mathbf{P}_{(n|n)}$, $\mathbf{P}_{(n|n-1)}$ and $\mathbf{K}_{(n)}$ converge to constant values when n is large enough, i.e.,

$$\mathbf{K}_{(n)} = \mathbf{K}_{(n+1)} = \mathbf{K}_{(\infty)} \stackrel{\mathrm{def}}{=} [\,k_1 \quad k_2 \quad k_3\,]^T, \tag{12}$$

$$\mathbf{P}_{(n|n)} = \mathbf{P}_{(n+1|n+1)} = \mathbf{P}_{(\infty)} \stackrel{\mathrm{def}}{=} \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{bmatrix}, \tag{13}$$

$$\mathbf{P}_{(n|n-1)} = \mathbf{P}_{(n+1|n)} = \mathbf{P}'_{(\infty)} \stackrel{\mathrm{def}}{=} \begin{bmatrix} P'_{11} & P'_{12} & P'_{13} \\ P'_{21} & P'_{22} & P'_{23} \\ P'_{31} & P'_{32} & P'_{33} \end{bmatrix}. \tag{14}$$

Note that $\mathbf{P}_{(\infty)}$ and $\mathbf{P}'_{(\infty)}$ are real symmetric matrices. This can be easily verified from (8), (9), (11) if the KF starts with a real-valued matrix $\mathbf{P}_{(0|-1)}$. $\mathbf{K}_{(\infty)}$ is also a real vector. In the steady state, from (7) and (10), the recursive equations of RW3-KF can be reduced to a time-invariant filter:

$$\hat{\alpha}_{(n|n)} = \hat{\alpha}_{(n-1|n-1)} + \hat{\delta}_{(n-1|n-1)} + \frac{1}{2}\hat{\xi}_{(n-1|n-1)} + k_1 v_{\epsilon(n)}, \tag{15}$$

$$\hat{\delta}_{(n|n)} = \hat{\delta}_{(n-1|n-1)} + \hat{\xi}_{(n-1|n-1)} + k_2 v_{\epsilon(n)}, \tag{16}$$

$$\hat{\xi}_{(n|n)} = \hat{\xi}_{(n-1|n-1)} + k_3 v_{\epsilon(n)}, \tag{17}$$

with

$$v_{\epsilon(n)} = y_{(n)} - \left(\hat{\alpha}_{(n-1|n-1)} + \hat{\delta}_{(n-1|n-1)} + \frac{1}{2}\hat{\xi}_{(n-1|n-1)}\right). \tag{18}$$

Transforming (15), (16), (17) to Z-domain and substituting $\hat{\delta}$ and $\hat{\xi}$ yield:

$$\hat{\alpha}(z)(1-z^{-1}) = \left[k_1 + \frac{\left(k_2 + \frac{1}{2}k_3\right)z^{-1}}{1-z^{-1}} + \frac{k_3 z^{-2}}{(1-z^{-1})^2}\right] v_\epsilon(z). \tag{19}$$

Combining (18), (15) and (4), and after Z-transform we have:

$$v_\epsilon(z) = \frac{1}{1-k_1}\cdot\left(\alpha(z) - \hat{\alpha}(z) + \mathrm{w}(z)\right), \tag{20}$$

then substitute (20) into (19), we obtain the input-output equation:

$$\hat{\alpha}(z) = L(z)\cdot\alpha(z) + L(z)\cdot\mathrm{w}(z), \tag{21}$$

with $L(z)$ the transfer function of steady-state RW3-KF given in (22), shown at the bottom of the page.

In the slow fading scenario ($f_d T \ll 1$), we are interested in the low frequency domain part of $L(z)$ ($fT \ll 1$), using the approximation $1 - z^{-1} \approx pT$, with $z = e^{pT}$ and $p = j2\pi f$. With such an approximation, the steady state transfer function of the RW3-KF $L(e^{j2\pi f})$ is equivalent to the typical transfer function of the third-order analog PLL ([9], eqn. (2), (4) and [10] eqn. (22)):

$$L(e^{pT}) \approx \frac{(m+2)\zeta\omega_n\cdot p^2 + (1+2m\zeta^2)\omega_n^2\cdot p + m\zeta\omega_n^3}{p^3 + (m+2)\zeta\omega_n\cdot p^2 + (1+2m\zeta^2)\omega_n^2\cdot p + m\zeta\omega_n^3} \tag{23}$$

with

$$k_1 = \frac{(m+2)\zeta\omega_n T + (1+2m\zeta^2)(\omega_n T)^2 + m\zeta(\omega_n T)^3}{1 + (m+2)\zeta\omega_n T + (1+2m\zeta^2)(\omega_n T)^2 + m\zeta(\omega_n T)^3}, \tag{24}$$

$$k_2 = \frac{(1+2m\zeta^2)(\omega_n T)^2 + \frac{3}{2}m\zeta(\omega_n T)^3}{1 + (m+2)\zeta\omega_n T + (1+2m\zeta^2)(\omega_n T)^2 + m\zeta(\omega_n T)^3}, \tag{25}$$

$$k_3 = \frac{m\zeta(\omega_n T)^3}{1 + (m+2)\zeta\omega_n T + (1+2m\zeta^2)(\omega_n T)^2 + m\zeta(\omega_n T)^3}, \tag{26}$$

and with m the capacitance ratio, ζ the damping factor, $\omega_n = 2\pi f_n$ the natural radian frequency of the loop. They are real positive physical parameters, and $\omega_n T \ll 1$ when assuming a slow reaction of the filter. A useful inequality could be obtained with

$$0 < k_3 \ll k_2 \ll k_1 < 1. \tag{27}$$

This inequality is obtained by comparing the numerators of (24), (25), (26), using $\omega_n T \ll 1$.

We aim to find the relation between the Kalman gains k_1, k_2, k_3, and the state noise variance σ_u^2, in order to optimize the estimation error σ_ϵ^2 with respect to σ_u^2. From (9),

$$k_1 = \frac{P'_{11}}{P'_{11} + \sigma_{\mathrm{w}}^2}, \quad k_2 = \frac{P'_{21}}{P'_{11} + \sigma_{\mathrm{w}}^2}, \quad k_3 = \frac{P'_{31}}{P'_{11} + \sigma_{\mathrm{w}}^2}. \tag{28}$$

From (11), (8) and by using the symmetry of $\mathbf{P}_{(\infty)}$ and $\mathbf{P}'_{(\infty)}$, we have:

$$\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{12} & P_{22} & P_{23} \\ P_{13} & P_{23} & P_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1-k_1)P'_{11} & (1-k_1)P'_{12} & (1-k_1)P'_{13} \\ P'_{12} - k_2 P'_{11} & P'_{22} - k_2 P'_{12} & P'_{23} - k_2 P'_{13} \\ P'_{13} - k_3 P'_{11} & P'_{23} - k_3 P'_{12} & P'_{33} - k_3 P'_{13} \end{bmatrix}, \tag{29}$$

with $P'_{11} = P_{11} + 2P_{12} + P_{13} + P_{22} + P_{23} + (1/4)P_{33}$; $P'_{12} = P_{12} + P_{22} + (3/2)P_{23} + P_{13} + (1/2)P_{33}$; $P'_{22} = P_{22} + 2P_{23} + P_{33}$;

$$L(z) = \frac{\left(k_1 - k_2 + \frac{k_3}{2}\right)(1-z^{-1})^2 + \left(k_2 - \frac{k_3}{2}\right)(1-z^{-1}) + k_3}{(1-k_1)(1-z^{-1})^3 + \left(k_1 - k_2 + \frac{k_3}{2}\right)(1-z^{-1})^2 + \left(k_2 - \frac{k_3}{2}\right)(1-z^{-1}) + k_3} \tag{22}$$

$P'_{13} = P_{13}+P_{23}+(1/2)P_{33}$; $P'_{23} = P_{23}+P_{33}$; $P'_{33} = P_{33}+\sigma_u^2$. The (28), (29) compose the so called Riccati equations. By solving these equations, we could find the expressions of the elements of $\mathbf{P}'_{(\infty)}$ as a function of k_1, k_2, k_3, and σ_u^2. To this end, after some manipulations on (29), we first find:

$$P'_{13} = P'_{31} = \frac{\sigma_u^2}{k_3}, \tag{30}$$

which enables us to find after some manipulations:

$$P'_{11} = \frac{8k_2 + k_3(6k_1 + 3k_2 + k_3)}{2k_3^2(2k_1 + 2k_2 + k_3)}\sigma_u^2. \tag{31}$$

Then, a relation between k_1, k_2 and k_3 is found:

$$k_2^2 = 2k_1k_3. \tag{32}$$

In the sequel, it is assumed that $P'_{11} \ll \sigma_{\mathrm{w}}^2$, which means that the Kalman gain is low $k_1 \ll 1$, according to (28). Then we deduce k_1 from (28), k_3 from (28) and (30) and k_2 from (32) respectively, that is:

$$k_1 \approx \frac{P'_{11}}{\sigma_{\mathrm{w}}^2},\ k_3 = \frac{\sigma_u}{\sqrt{P'_{11} + \sigma_{\mathrm{w}}^2}} \approx \frac{\sigma_u}{\sigma_{\mathrm{w}}},\ k_2 \approx \sqrt{\frac{2P'_{11}\sigma_u}{\sigma_{\mathrm{w}}^3}}. \tag{33}$$

To further simplify the calculation, we apply the approximation (27) on (31), yielding:

$$P'_{11} \approx \frac{2k_2}{k_1k_3^2}\sigma_u^2. \tag{34}$$

By combining (33), (34), P'_{11} can be expressed as a function of σ_u and σ_{w}:

$$P'_{11} \approx 2\sigma_u^{\frac{1}{3}}\sigma_{\mathrm{w}}^{\frac{5}{3}} = 2\sigma_{\mathrm{w}}^2\left(\frac{\sigma_u}{\sigma_{\mathrm{w}}}\right)^{\frac{1}{3}}, \tag{35}$$

and finally,

$$k_1 \approx 2\left(\frac{\sigma_u}{\sigma_{\mathrm{w}}}\right)^{\frac{1}{3}}, k_2 \approx 2\left(\frac{\sigma_u}{\sigma_{\mathrm{w}}}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{k_1^2}{2},\ k_3 \approx \frac{\sigma_u}{\sigma_{\mathrm{w}}} = \frac{k_1^3}{8}. \tag{36}$$

Using the approximated Kalman gain relation $0 < k_3 \ll k_2 \ll k_1 \ll 1$, the transfer function of RW3-KF (22) can be simplified as:

$$L(z) \approx \frac{k_1(1-z^{-1})^2 + k_2(1-z^{-1}) + k_3}{(1-z^{-1})^3 + k_1(1-z^{-1})^2 + k_2(1-z^{-1}) + k_3}. \tag{37}$$

Comparing (37) and (23), we get $k_1 \approx (m+2)\zeta\omega_nT$, $k_2 \approx (1+2m\zeta^2)(\omega_nT)^2$, $k_3 \approx m\zeta(\omega_nT)^3$. Then by using (36), we obtain $m = 2$, $\zeta = 0.5$, while its natural radian frequency ω_nT can be tuned as $k_1/2$, or eventually $(\sigma_u/\sigma_{\mathrm{w}})^{1/3}$. Thus, we can conclude that the RW3-KF is equivalent in steady-state mode and slow-tracking scenario to the third-order DPLL with fixed given parameters ($m = 2$, $\zeta = 0.5$). This conclusion generalizes to the third-order the connection between DPLL and KF established in [6], [7] for the second-order.

B. Mean Squared Error Analysis

The (unbiased) estimation error is defined by:

$$\epsilon(z) = \alpha(z) - \hat{\alpha}(z) = (1-L(z))\cdot\alpha(z) - L(z)\cdot \mathrm{w}(z) \tag{38}$$

and the mean squared error is thus composed by two parts:

$$\sigma_\epsilon^2 = E\{\epsilon\cdot\epsilon^*\} = \sigma_{\epsilon\alpha}^2 + \sigma_{\epsilon\mathrm{w}}^2, \tag{39}$$

$\sigma_{\epsilon\mathrm{w}}^2$ is the static error variance which results from the channel noise w, whereas $\sigma_{\epsilon\alpha}^2$ is the dynamic error variance, which results from the parameter α variations.

The static error variance is developed as:

$$\begin{aligned}\sigma_{\epsilon\mathrm{w}}^2 &= \sigma_{\mathrm{w}}^2\cdot\underbrace{T\int_{-\frac{1}{2T}}^{+\frac{1}{2T}}\left|L(e^{j2\pi fT})\right|^2 df}_{B_L} \\ &= \frac{\frac{5}{2}k_1 - \frac{1}{4}k_1^2 - \frac{5}{8}k_1^3 - \frac{5}{64}k_1^4}{3 - \frac{9}{8}k_1^2 - \frac{9}{32}k_1^3 - \frac{3}{64}k_1^4}\sigma_{\mathrm{w}}^2 \approx \frac{5}{3}k_3^{\frac{1}{3}}\sigma_{\mathrm{w}}^2,\end{aligned} \tag{40}$$

where the integral term B_L is the equivalent noise bandwidth. It can be calculated by the method presented in [11]. Note that we have applied the condition $0 < k_1 \ll 1$ for the approximation. The dynamic error variance is developed as:

$$\begin{aligned}\sigma_{\epsilon\alpha}^2 &= \int_{-\frac{1}{2T}}^{+\frac{1}{2T}}\Gamma_\alpha(f)\cdot\left|1 - L(e^{j2\pi fT})\right|^2 df \\ &\approx \int_{-\frac{1}{2T}}^{+\frac{1}{2T}}\Gamma_\alpha(f)\cdot\frac{(2\pi fT)^6}{k_3^2}df = \frac{(2\pi)^6}{k_3^2}S_\alpha,\end{aligned} \tag{41}$$

where $S_\alpha = \int_{-(1/2T)}^{+(1/2T)}\Gamma_\alpha(f)(fT)^6df$ is the term which contains the PSD of α. For the reason of simplicity, we apply $e^{-j2\pi fT} \approx 1 - j2\pi fT$ as well as $2\pi f_dT \ll k_3^{1/3} \approx \omega_nT \ll 1$ to calculate $|1 - L(e^{j2\pi fT})|^2$ in the slow variation channel case. The global MSE is then obtained by combining (40) and (41). After substituting the approximation (36) for k_3, the objective function to optimize is given by:

$$\sigma_\epsilon^2 = \frac{5}{3}\sigma_{\mathrm{w}}^{\frac{5}{3}}\sigma_u^{\frac{1}{3}} + (2\pi)^6S_\alpha\frac{\sigma_{\mathrm{w}}^2}{\sigma_u^2}. \tag{42}$$

The minimization can be done by imposing the partial derivative of global MSE σ_ϵ^2 equal to 0, yielding:

$$\sigma_{u\ \mathrm{opt}}^2 = \left[(2\pi)^{36}\cdot\left(\frac{18}{5}S_\alpha\right)^6\cdot\sigma_{\mathrm{w}}^2\right]^{\frac{1}{7}}, \tag{43}$$

and the corresponding minimized MSE is:

$$\sigma_{\epsilon\ \min}^2 = 7\cdot\left(\frac{5}{9}\pi\cdot\sigma_{\mathrm{w}}^2\right)^{\frac{6}{7}}\cdot S_\alpha^{\frac{1}{7}}. \tag{44}$$

C. An Application to the Estimation of Rayleigh Channel With Jakes' Doppler Spectrum

From (43) and (44), we note that the optimum parameter and the corresponding minimized MSE could be computed whatever the channel PSD is. Now we take the estimation of Rayleigh channel with Jakes' Doppler spectrum as an example. The PSD of α is defined as:

$$\Gamma_\alpha(f) = \begin{cases}\frac{\sigma_\alpha^2}{\pi f_d\sqrt{1-\left(\frac{f}{f_d}\right)^2}}, & \text{for } |f| < f_d, \\ 0, & \text{for } |f| \geq f_d.\end{cases} \tag{45}$$

A variable change $\cos\theta = f/f_d$ is applied to calculate the integral S_α and we have:

$$S_\alpha = \int_{-f_d}^{+f_d}\frac{(fT)^6\cdot\sigma_\alpha^2}{\pi f_d\sqrt{1-\left(\frac{f}{f_d}\right)^2}}df = \frac{5}{16}(f_dT)^6\cdot\sigma_\alpha^2. \tag{46}$$

The optimal σ_u^2 and the corresponding minimized MSE are then obtained directly:

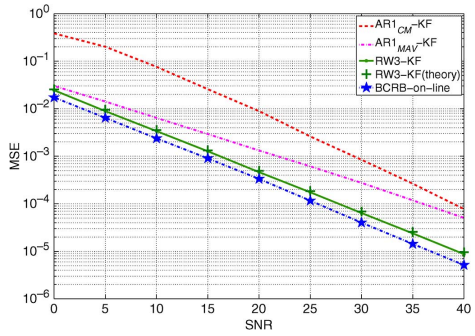


Fig. 1. MSE versus SNR with $f_dT = 10^{-3}$.

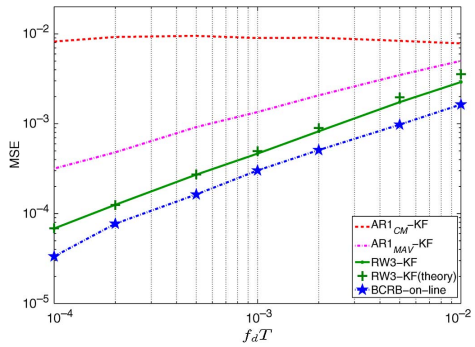


Fig. 2. MSE versus f_dT with $\mathrm{SNR} = 20$ dB.

$$\sigma^2_{u\ \mathrm{opt}} = \left[\frac{3^{12}}{2^{18}} \cdot \left(\sigma^2_\alpha\right)^6 \cdot \sigma^2_\mathrm{w} \cdot (2\pi f_dT)^{36}\right]^{\frac{1}{7}}, \tag{47}$$

$$\sigma^2_{\epsilon\ \min} = \frac{35}{16} \cdot \left(\frac{16}{9}\pi f_dT \cdot \sigma^2_\mathrm{w}\right)^{\frac{6}{7}} \cdot \left(\sigma^2_\alpha\right)^{\frac{1}{7}}. \tag{48}$$

IV. Simulation Results and Conclusion

The MSE analysis is verified by Monte-Carlo simulations over a Rayleigh flat fading channel. Fig. 1 shows the MSE of $\mathrm{AR1}_{CM}$-KF [2]–[4], $\mathrm{AR1}_{MAV}$-KF [5] and RW3-KF as a function of SNR, with $f_dT = 10^{-3}$. The theoretical MSE of RW3-KF as well as the online BCRB (Bayesian Cramer-Rao Bound) [12] are used as references. Fig. 2 shows the MSE of these estimators as a function of f_dT with fixed $\mathrm{SNR} = 20$ dB. From Figs. 1 and 2, we find that the theoretical and the simulation lines of RW3-KF approximately coincide. The MSE of RW3-KF is proportional to the 6/7 power of noise variance σ^2_w (thus inversely proportional to the SNR), and is also proportional to the 6/7 power of f_dT. On the other hand, compared to the $\mathrm{AR1}_{CM}$-KF, the $\mathrm{AR1}_{MAV}$-KF has a much improved asymptotic performance, which means that the MAV criterion is a better choice for computing the AR1 coefficient. However it is still far from the lower bound due to the low-order filtering that causes the loss of dynamic information. Meanwhile, the RW3 model fits the real channel much better than the AR models in the slow fading case. Moreover, the MSE of RW3-KF is very close to the online BCRB.

For the BER simulation, we use QPSK transmitted symbols. The estimation is in semi-blind mode, that is, the data block is composed of 20 pilot symbols followed by 180 unknown symbols (for which the KF is in decision-directed mode). Fig. 3 shows the simulation result, where we can observe that with the optimized $\sigma^2_{u\ \mathrm{opt}}$, the RW3-KF attains a performance close to the one with perfect channel knowledge.

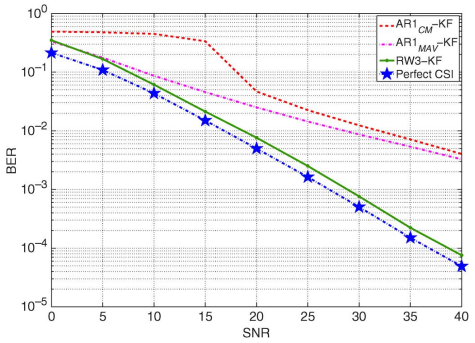


Fig. 3. BER versus SNR for QPSK modulation, $f_dT = 10^{-3}$.

To conclude, we have discussed in this letter the third-order modeling of the Kalman Filter for parameter estimation problems, where an application to Rayleigh fading channel with Jakes' spectrum was also introduced. The explicit formulae of the optimum parameter and the asymptotic MSE of the RW3-KF were given, assuming the knowledge of the channel statistics. A connection between the steady-state RW3-KF and the typical third-order DPLL was established. We also conclude that, for KF-based estimators, the well-tuned third-order random walk model is more adequate compared with the first-order AR model in the low-variation context, with the resulting estimator performance very close to the BCRB. Possible future directions are to extend this work to the vectorial case for multi-path channel and/or multi-carrier modulation scenarios. Also, MSE performance of the other components of the RW3 model could be investigated.

References

[1] E. Kaplan and C. Hegarty, *Understanding GPS: Principles and Applications, Second Edition*. Norwell, MA, USA: Artech House, 2005.

[2] H. Hijazi and L. Ros, "Joint data QR-detection and Kalman estimation for OFDM time-varying Rayleigh channel complex gains," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 58, no. 1, pp. 170–178, Jan. 2010.

[3] C. Komninakis, C. Fragouli, A. Sayed, and R. Wesel, "Multi-input multi-output fading channel tracking and equalization using Kalman estimation," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 50, no. 5, pp. 1065–1076, May 2002.

[4] E. P. Simon, L. Ros, H. Hijazi, and M. Ghogho, "Joint carrier frequency offset and channel estimation for OFDM systems via the EM algorithm in the presence of very high mobility," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 60, no. 2, pp. 754–65, Feb. 2012.

[5] S. Ghandour-Haidar, L. Ros, and J. M. Brossier, "On the use of first-order autoregressive modeling for Rayleigh flat fading channel estimation with Kalman filter," *Signal Process.*, vol. 92, no. 2, pp. 601–606, 2012.

[6] P. Driessen, "DPLL bit synchronizer with rapid acquisition using adaptive Kalman filtering techniques," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 42, no. 9, pp. 2673–2675, Sep. 1994.

[7] A. Patapoutian, "On phase-locked loops and Kalman filters," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 47, no. 5, pp. 670–672, May 1999.

[8] S. M. Kay, *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory*. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall PTR, Apr, 5, 1993.

[9] C. Shan, Z. Chen, L. Zhu, and Y. Li, "Design and implementation of bandwidth adaptable third-order all digital phase-locked loops," in *6th Int. Conf. Wireless Communications Networking and Mobile Computing (WiCOM)*, 2010, pp. 1–4.

[10] H. Shu, L. Ros, and E. P. Simon, "Third-order complex amplitudes tracking loop for slow fading channel estimation," in *19th Int. Conf. Telecommunications (ICT)*, Apr. 2012, pp. 1–6.

[11] R. Winkelstein, Closed Form Evaluation of Symmetric Two-Sided Complex Integrals 1981, TDA Progress Rep..

[12] H. Hijazi and L. Ros, "Bayesian Cramer-Rao bounds for complex gain parameters estimation of slowly varying Rayleigh channel in OFDM systems," *Signal Process.*, vol. 89, no. 1, pp. 111–115, 2009.

Simplified Random-Walk-Model-Based Kalman Filter for Slow to Moderate Fading Channel Estimation in OFDM Systems

Huaqiang Shu, Laurent Ros, and Eric Pierre Simon

***Abstract*—This study deals with multi-path channel estimation for orthogonal frequency division multiplexing systems under slow to moderate fading conditions. Advanced algorithms exploit the channel time-domain correlation by using Kalman filters (KFs) based on an approximation of the time-varying channel. Recently, it was shown that under slow to moderate fading, near-optimal channel multi-path complex amplitude estimation can be obtained by using the integrated random walk (RW) model as the channel approximation. To reduce the complexity of the high-dimensional RW-KF for joint estimation of the multi-path complex amplitudes, we propose using a lower dimensional RW-KF that estimates the complex amplitude of each path separately. We demonstrate that this amounts to a simplification of the joint multi-path Kalman gain formulation through the Woodbury's identities. Hence, this new algorithm consists of a superposition of independent single-path single-carrier KFs, which were optimized in our previous studies. This observation allows us to adapt the optimization to the actual multi-path multi-carrier scenario, to provide analytic formulas for the mean-square error performance and the optimal tuning of the proposed estimator directly as a function of the physical parameters of the channel (Doppler frequency, signal-to-noise-ratio, power delay profile). These analytic formulae are given for the first-, second-, and third-order RW models used in the KF. The proposed per-path KF is shown to be as efficient as the exact KF (i.e., the joint multi-path KF), and outperforms the autoregressive-model-based KFs proposed in the literature.**

***Index Terms*—Orthogonal frequency division multiplexing, channel estimation, Rayleigh fading, Jakes' spectrum, random-walk model, Kalman filter.**

I. Introduction

ORTHOGONAL FREQUENCY division multiplexing (OFDM) is an effective technique for alleviating frequency-selective channel effects in wireless communication systems. In this technique, a wideband frequency-selective channel is converted to a number of parallel narrow-band flat fading subchannels that are free of inter-symbol interference and inter-carrier interference (for negligible channel time variations within one OFDM symbol period T). For coherent detection of the information symbols, reliable estimation of the channel in OFDM systems is crucial.

Most of the conventional methods work in a symbol-by-symbol scheme [1]–[3] using the correlation of the channel only in the frequency domain; i.e., the correlation between the subchannels. More advanced algorithms are based on the Kalman Filter (KF), to also exploit the time-domain correlation. This paper deals with channel multi-path Complex-Amplitude (CA) estimators based on KFs.

KFs require a linear recursive state-space representation of the channel. However, the exact Clarke model does not admit such a representation. An approximation often used in the literature consists of approaching the fading process as auto-regressive [4]. Hence, a widely used channel approximation is based on a first-order Auto-Regressive model (AR1), as recommended by [5], combined with a Correlation-Matching (CM) criterion to fix the AR1 coefficient. The KF channel estimator that results from this choice, hereafter called AR1$_{CM}$-KF, has been used in several studies concerning various systems, such as in multiple-input-multiple-output systems [4], and in OFDM systems [5]–[8]. The AR1$_{CM}$-KF appears to be convenient for the very high mobility case, which leads to quasi-optimal channel estimation performance compared to lower bounds, as seen, for example, in [7], [8] (in these studies, the AR1$_{CM}$-KF is actually used to track the basis extension model coefficients of the high-speed channel). However, here we consider moderate normalized Doppler frequency (f_dT) values; i.e., $f_dT \leq 10^{-2}$. This corresponds to low mobility (≤ 50 km/h) with the actual systems such as Worldwide Interoperability for Microwave Access (WiMAX) Mobiles. However, with the development of the cognitive radio, lower carrier frequencies are investigated for future systems. For instance, VHF/UHF television broadcast bands from 54 MHz to 862 MHz [9] and aeronautical bands from 960 MHz to 1215 MHz are planned to be deployed. For a given f_dT, as the speed is inversely proportional to the carrier frequency, f_dT values around 10^{-2} can correspond to a relative high mobility with such systems (hundreds of km/h). This prompts the need for a comprehensive study of channel estimation for $f_dT \leq 10^{-2}$.

Manuscript received December 02, 2013; revised April 04, 2014 and June 12, 2014; accepted June 13, 2014. Date of publication June 24, 2014; date of current version July 10, 2014. The associate editor coordinating the review of this manuscript and approving it for publication was Dr. Hing Cheung So. This work has been performed with the support of the ANR-TDM national project CORRIDOR (COgnitive Radio for RAllway through Dynamic and Opportunistic spectrum Reuse) and the Regional project CISIT (Campus International pour la securite et l'intermodalite dans les transports) financed by the North region and the European program FEDER.

H. Shu and L. Ros are with GIPSA-Lab, Image and Signal Department, BP 46, 38402 Saint Martin d'Hères, France (e-mail: huaqiang.shu@gipsa-lab.grenoble-inp.fr).

E. P. Simon is with IEMN Lab, TELICE Group, 59655 Villeneuve d'Ascq, France.

Color versions of one or more of the figures in this paper are available online at http://ieeexplore.ieee.org.

Digital Object Identifier 10.1109/TSP.2014.2332447

1053-587X © 2014 EU

For this scenario, whereby the channel variation within one symbol duration can be neglected ([3]–[6], [10]–[12]), the AR1$_{CM}$-KF estimator usually exploited in the literature is far from being effective [13]. This poor performance was recently explained analytically by [14]. A better tuning of the AR1 coefficient can focus on minimizing the estimation variance in the output of the KF, as proposed by [13] (with the analytic mean-square error (MSE) performance for a given Doppler and signal-to-noise ratio (SNR) scenario in [14]); i.e., using a Minimum Asymptotic Variance (MAV) criterion without imposing the CM constraint. The resulting estimator is referred to as AR1$_{MAV}$-KF in the present study. Equivalent asymptotic performance can also be obtained by a first-order Random Walk (RW)-model-based KF (RW1-KF) ([15], [16]).

On the other hand, it has been shown recently that the MSE performance of a KF can still be improved by switching from the AR1 model to an *integrated* RW model (also called the integrated Brownian model) for the approximation model. A second-order RW model and a third-order RW model have been respectively considered in [17] and [18]. They take into account that the exact path CA continues in a given direction during several symbols for low f_dT, and shows a strong trend behaviour. The Kalman estimators based on these second-order and third-order models are here called the RW2-KF and RW3-KF estimators, respectively.

The RW-KF estimators of the previously cited studies were designed for single-path channel estimation in single-carrier systems. In the present study, we consider multi-path channel estimation in multi-carrier systems (i.e., OFDM systems). In this context, we are interested in devising simplified methods compared to the high-dimensional KFs that perform joint estimation of the path CAs. Some simplified methods have lately been proposed in [19]–[23]. Reference [19] converts the vector of pilot subcarriers into L multi-path values where L is the number of multi-paths and applies a KF to each path. The VSSO approach (Vector State—Scalar Observation) is proposed in [20]–[23], where single-path KFs are used to separately track each tap of the discrete-time-equivalent (DTE) channel. This has the advantage of reducing the complexity of the joint estimation given by the VSVO (Vector State—Vector Observation) approach, reported in [24] and ([25], (18)–(21)). In [22], it is theoretically shown that the VSSO approach and the VSVO approach attain the same performance in the case of Wide-Sense Stationary Uncorrelated Scattering (WSSUS) DTE channel. Like aforementioned ideas, we propose in this paper a structure that uses a lower-dimensional KF for each channel path. However, unlike those, our study

- is developed in the framework of parametric (physical) channel model with the assumption of primary acquisition of the path delays as in [7], [11], [12], [26]–[28] instead of the DTE channel framework in [20]–[23],
- provides analytic results on the tuning and performance of the proposed estimator,
- is based on the RW model-based KF (instead of the AR1 model).

Our study also permits to shed new light on the behavior of per-path Kalman estimators (per-path RW-KF) and their link with joint multi-path Kalman estimators, this additionally corroborates previous results of [22].

The per-path Kalman estimator is achieved in two steps. First, we need to define an error signal for each path. To do this, we use the least-square (LS) estimator of the path CAs obtained only from the current OFDM symbol. This first step explores the frequency-domain correlation of the channel and the knowledge of the delays to convert the primary observation at pilot frequencies into a primary (instantaneous) estimate of the path CAs. Second, we apply a low-dimensional RW-KF for each path, to exploit the time-domain correlation of the channel. In this work, we show how to use our previous results [15], [17], [18] obtained in single-path single-carrier systems to fix the approximation model parameters of the proposed per-path RW-KF. We will show through simulations that the proposed estimator provides as good a performance as the high-dimensional KF, with reduced complexity in case the number of multi-path components is small compared to the number of pilot subcarriers. This condition is generally true and necessary to the VSSO method [21], [22]. Another interesting aspect of this study, in addition to being a comprehensive study, is that the expression of the asymptotic variance performance of the proposed estimator is provided for the first to third orders of the RW model.

This paper is organized as follows: Section II introduces the OFDM system model, the wireless channel model, and the estimation objective. In Section III, we start from the joint multi-path KF equations based on the auto-regressive and RW models, and then we transform the KF equations to summarize an equivalent form that gives a path-wise presentation of the KF. Then, a per-path RW-KF is proposed to allow independent analysis of each single path, which allows the optimization results obtained in the single-carrier single-path context to be applied directly. Section IV validates first the per-path RWr-KF, by comparison with a numerically optimized joint multi-path RWr-KF, and then the theoretical analysis and the performance in terms of the asymptotic MSE.

Notations: $[\mathbf{x}]_k$ denotes the kth entry of the vector $\mathbf{x}$, and $[\mathbf{X}]_{m,n}$ denotes the $[m,n]$th entry of the matrix $\mathbf{X}$ (indices begin from 1). The notation $\mathrm{diag}\{\mathbf{x}\}$ is a diagonal matrix with $\mathbf{x}$ on its main diagonal and $\mathrm{blkdiag}\{\mathbf{X},\mathbf{Y}\}$ is a block diagonal matrix with the matrices $\mathbf{X}$ and $\mathbf{Y}$ on its main diagonal. $\mathbf{I}_N$ is an $N\times N$ identity matrix. The symbols of $\{\cdot\}^T$, $\{\cdot\}^H$ and $\otimes$ stand for the transpose, Hermitian and Kronecker production operators respectively.

II. OFDM System, Channel Model and Estimation Objective

A. OFDM System Model

Let us consider an OFDM system with N subcarriers, and a cyclic prefix length N_g. The duration of an OFDM symbol is $T = N_TT_s$, where T_s is the sampling time and $N_T = N + N_g$. Let $\mathbf{x}_{(k)}$ be the sequence of transmitted elementary symbols of the kth OFDM symbol. The nth element $[\mathbf{x}_{(k)}]_n (n = 1,\ldots,N)$ is phase-shift (M-PSK) or quadrature amplitude modulated (M-QAM) symbol transmitted on the

sub-carrier with indice $n-1-\frac{N}{2}$. The sequence of transmitted symbols is assumed to be zero-mean and stationary with normalized variance: $\mathrm{E}\{|[\mathbf{x}_{(k)}]_n|^2\} = 1$. After transmission over a slowly time-varying multi-path channel and fast Fourier transform demodulation, the kth received OFDM symbol $\mathbf{y}_{(k)}$ is given by:

$$\mathbf{y}_{(k)} = \mathbf{H}_{(k)}\mathbf{x}_{(k)} + \mathbf{w}_{(k)}, \tag{1}$$

where $\mathbf{w}_{(k)}$ is an $N \times 1$ zero-mean complex circular Gaussian noise vector with covariance matrix $\sigma_{\mathrm{w}}^2\mathbf{I}_N$, and $\mathbf{H}_{(k)}$ is an $N \times N$ diagonal matrix[1] with its diagonal elements given by:

$$\left[\mathbf{H}_{(k)}\right]_{n,n} = \frac{1}{N}\sum_{l=1}^{L}\left[\alpha_{(k)}^{(l)} \cdot e^{-j2\pi(\frac{n-1}{N}-\frac{1}{2})\tau^{(l)}}\right], \tag{2}$$

where L is the total number of propagation paths, $\alpha_{(k)}^{(l)}$ is the CA of the l-th path at kth OFDM symbol with variance $\sigma_{\alpha^{(l)}}^2$ (with $\sum_{l=1}^{L}\sigma_{\alpha^{(l)}}^2 = 1$), and $\tau^{(l)} \times T_s$ is the l-th delay ($\tau^{(l)}$ is not necessarily an integer, but $\tau^{(l)} < N_g$). The L individual elements of $\{\alpha_{(k)}^{(l)}\}(l = 1, \ldots, L)$ are uncorrelated w.r.t. one another. So, we adopt a parametric channel model as in [11], [12] with a WSSUS assumption of this physical channel. Note that there exists a corresponding DTE channel with taps uniformly spaced every T_s, and this DTE channel might be correlated (see the link between physical and DTE channels in Appendix A). Using (2), the observation model of (1) can be re-written [11] as:

$$\mathbf{y}_{(k)} = \mathrm{diag}\left\{\mathbf{x}_{(k)}\right\}\mathbf{F}\,\boldsymbol{\alpha}_{(k)} + \mathbf{w}_{(k)}, \tag{3}$$

where $\boldsymbol{\alpha}_{(k)} = [\alpha_{(k)}^{(1)} \ldots \alpha_{(k)}^{(L)}]^T$ and $\mathbf{F}$ is an $N \times L$ Fourier matrix depending on the delay distribution, with elements given by: $[\mathbf{F}]_{k,l} = e^{-j2\pi(\frac{k-1}{N}-\frac{1}{2})\tau^{(l)}}$.

We assume the "Rayleigh-Jakes" model [29] for the multi-path channel, with Doppler frequency f_d. This means that the L CAs $\alpha_{(k)}^{(l)}$ are independent wide-sense stationary zero-mean complex circular Gaussian processes, with the correlation coefficients for the time-lag q given by:

$$\mathrm{R}_{\alpha^{(l)}}^{(q)} = \mathrm{E}\left[\alpha_{(k)}^{(l)}\alpha_{(k-q)}^{(l)H}\right] = \sigma_{\alpha^{(l)}}^2 J_0(2\pi f_d T q), \tag{4}$$

where J_0 is the zero-th order Bessel function of the first kind. For each given path l, the Jakes' Doppler spectrum with f_d of the path CA $\alpha_{(k)}^{(l)}$ is defined as:

$$\Gamma_{\alpha^{(l)}}(f) = \begin{cases} \dfrac{\sigma_{\alpha^{(l)}}^2}{\pi f_d\sqrt{1-\left(\frac{f}{f_d}\right)^2}}, & \text{if} \quad |f| < f_d \\ 0, & \text{if} \quad |f| \geq f_d. \end{cases} \tag{5}$$

B. Pilot Pattern

We use N_p pilot sub-carriers, they are evenly inserted into the N sub-carriers at the positions $\mathcal{P} = \{n_p \,|\, n_p = (p-1)L_f + 1, p = 1, \ldots, N_p\}$ with L_f as the distance between two adjacent pilots. The received pilot sub-carriers can be written as:

$$\mathbf{y}_{\mathbf{p}(k)} = \mathrm{diag}\left\{\mathbf{x}_{\mathbf{p}(k)}\right\}\mathbf{F}_{\mathbf{p}}\boldsymbol{\alpha}_{(k)} + \mathbf{w}_{\mathbf{p}(k)} \tag{6}$$

where $\mathbf{x}_{\mathbf{p}}$, $\mathbf{y}_{\mathbf{p}}$ and $\mathbf{w}_{\mathbf{p}}$ are $N_p \times 1$ vectors, which correspond to the sent and received data symbol, and the channel noise on the pilot sub-carriers, respectively. The $N_p \times L$ matrix $\mathbf{F}_{\mathbf{p}}$ is the Fourier matrix of the pilot sub-carriers, with elements given by: $[\mathbf{F}_{\mathbf{p}}]_{n_p,l} = e^{-j2\pi(\frac{n_p-1}{N}-\frac{1}{2})\tau^{(l)}}$, where $n_p \in \mathcal{P}$.

C. Bayesian Cramer-Rao Bound

For any estimator $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(k)}$ of $\boldsymbol{\alpha}_{(k)}$, we define the asymptotic MSE (valid for $k \to \infty$) by:

$$\sigma_\epsilon^2 = \frac{1}{L}\cdot E\left\{(\boldsymbol{\alpha}_{(k)} - \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(k)})^H \cdot (\boldsymbol{\alpha}_{(k)} - \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(k)})\right\}, \tag{7}$$

The estimation objective is to approach the asymptotic MSE σ_ϵ^2 to the Bayesian Cramer-Rao Bound (BCRB). The on-line BCRB for the estimation of $\boldsymbol{\alpha}_{(k)}$ from the present and previous observations over a multi-path Rayleigh fading channel and OFDM modulation was derived by [30] for data-aided and non-data-aided contexts. For the pilot-based observation set $[\mathbf{y}_{\mathbf{p}(1)}, \ldots, \mathbf{y}_{\mathbf{p}(k)}]$ in the present case, any unbiased estimator $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(k)}$ should satisfy:

$$\sigma_\epsilon^2 \geq \mathrm{BCRB}_{(k)}, \tag{8}$$

where the on-line BCRB is calculated by:

$$\mathrm{BCRB}_{(k)} = \frac{1}{L}\cdot\sum_{i=(k-1)L+1}^{kL}\left[\mathbf{BCRB}_{(k)}\right]_{i,i}, \tag{9}$$

with

$$\mathbf{BCRB}_{(k)} = \left(\mathrm{blkdiag}\{\mathbf{J}, \mathbf{J}, \ldots, \mathbf{J}\} + \mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}}^{-1}\right)^{-1},$$

where $\mathbf{J} = \frac{1}{\sigma_{\mathrm{w}}^2}\mathbf{F}_{\mathbf{p}}^H\mathbf{F}_{\mathbf{p}}$ is an $L \times L$ matrix, and the covariance matrix $\mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}}$ of size $kL \times kL$ is defined by the elements:

$$[\mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}}]_{i(l,q),i(l',q')} = \begin{cases} R_{\alpha^{(l)}}^{(q-q')} & \text{if } l' = l \in [1, L]; q, q' \in [0, k-1] \\ 0 & \text{if } l' \neq l, \end{cases} \tag{10}$$

with $i(l, q) = 1 + (l-1) + qL$. In the simulation section, we will plot $\mathrm{BCRB} = \lim_{k\to\infty}\mathrm{BCRB}_{(k)}$ as a reference.

III. Random-Walk-Model-Based Kalman Filters

A. Joint Multi-Path KFs

To design and apply a KF, the channel can be first approximated using a Gauss-Markov process to construct a state-space model [31]. For a slow to moderate fading channel, the path CA $\alpha_{(k)}^{(l)}$ shows a strong trend behaviour within several successive OFDM symbols. Based on this, we use the (integrated) RW model instead of AR1 to approach the CA variations. The

[1]We assume in the present study that during one OFDM symbol time, the CA in each path can be considered as a constant.

TABLE I
LIST OF TERMS IN THE KF STATE-SPACE MODEL

	AR1_{CM}	AR1_{MAV}	RW1	RW2	RW3
$\boldsymbol{a}_{(k)}^{(l)}$	$\tilde{\alpha}_{(k)}^{(l)}$	$\tilde{\alpha}_{(k)}^{(l)}$	$\tilde{\alpha}_{(k)}^{(l)}$	$[\tilde{\alpha}_{(k)}^{(l)} \;\; \delta_{(k)}^{(l)}]^T$	$[\tilde{\alpha}_{(k)}^{(l)} \;\; \delta_{(k)}^{(l)} \;\; \xi_{(k)}^{(l)}]^T$
$\mathbf{u}_{(k)}^{(l)}$	$u_{(k)}^{(l)}$	$u_{(k)}^{(l)}$	$u_{(k)}^{(l)}$	$[0 \;\; u_{(k)}^{(l)}]^T$	$[0 \;\; 0 \;\; u_{(k)}^{(l)}]^T$
$\mathbf{U}^{(l)}$	$\sigma^2_{u^{(l)}}$	$\sigma^2_{u^{(l)}}$	$\sigma^2_{u^{(l)}}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \sigma^2_{u^{(l)}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma^2_{u^{(l)}} \end{bmatrix}$
$\mathbf{M}$	γ_{CM}	γ_{MAV}	1	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
$\mathbf{S}$	1	1	1	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

rth-order RW model (RWr) indicates that the $(r-1)$th derivative of the variable that is approximated by the finite difference method is modeled as a RW process. Therefore, for the RW1 model, the approximate process of $\alpha_{(k)}^{(l)}$, which is denoted as $\tilde{\alpha}_{(k)}^{(l)}$, is updated at symbol time by adding zero mean circular complex Gaussian state noise. The variance of the state noise is adjustable, and this is used as the model parameter to be tuned. The RW2 model includes a linear drift $\delta_{(k)}^{(l)}$, that is updated at symbol time by adding the state noise. The variance of the state noise should also be well calibrated, such that the drift (which is regarded as the slope of the CA) varies slowly with time, by taking into account the time variation of the channel. In expecting a more accurate estimation, the RW3 model is obtained by considering the first and second approximate derivatives of CA at the previous time slot, and the second derivative is driven by the state noise. The third-order model has been widely applied to KF and phase-locked loops for phase tracking problems in satellite receivers [32].

The state model of the L-path CAs can be expressed in vector form as:

$$\boldsymbol{a}_{(k)} = \boldsymbol{\mathcal{M}}\boldsymbol{a}_{(k-1)} + \mathbf{u}_{(k)}, \tag{11}$$

where $\boldsymbol{a}_{(k)} = [\boldsymbol{a}_{(k)}^{(1)T} \;\; \cdots \;\; \boldsymbol{a}_{(k)}^{(L)T}]^T$ with $\boldsymbol{a}_{(k)}^{(l)}$ as the state vector of the l-th path, $\mathbf{u}_{(k)} = [\mathbf{u}_{(k)}^{(1)T} \;\; \cdots \;\; \mathbf{u}_{(k)}^{(L)T}]^T$ with $\mathbf{u}_{(k)}^{(l)}$ as the state noise vector of the l-th path, $\boldsymbol{\mathcal{M}} = \mathbf{I}_L \otimes \mathbf{M}$ is the channel state evolution matrix. The path variables $\boldsymbol{a}_{(k)}^{(l)}$, $\boldsymbol{u}_{(k)}^{(l)}$ and the path state evolution matrix $\mathbf{M}$ are defined in Table I, according to the model order.

From (6), we first derive the transmitted pilot symbol $\mathbf{x}_{\mathbf{p}(k)}$ from the received pilot symbol $\mathbf{y}_{\mathbf{p}(k)}$ as:

$$\tilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{p}(k)} = \mathbf{F}_{\mathbf{p}}\boldsymbol{\alpha}_{(k)} + \tilde{\mathbf{w}}_{\mathbf{p}(k)}, \tag{12}$$

where $\tilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{p}(k)}$ and $\tilde{\mathbf{w}}_{\mathbf{p}(k)}$ are respectively defined by:

$$\left[\tilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{p}(k)}\right]_p = \frac{[\mathbf{y}_{(k)}]_{n_p}}{[\mathbf{x}_{(k)}]_{n_p}}, \qquad \left[\tilde{\mathbf{w}}_{\mathbf{p}(k)}\right]_p = \frac{[\mathbf{w}_{(k)}]_{n_p}}{[\mathbf{x}_{(k)}]_{n_p}},$$

with $p = 1, \ldots, N_p$ and $n_p = (p-1)L_f + 1$. Note that $\tilde{\mathbf{w}}_{\mathbf{p}}$ has the same covariance matrix as $\mathbf{w}_{\mathbf{p}}$, given that $\mathbf{x}_{\mathbf{p}(k)}$ is a quadrature phase shift keying symbol. We define the multi-path selection matrix $\boldsymbol{\mathcal{S}} = \mathbf{I}_L \otimes \mathbf{S}$ with $\mathbf{S}$ being given in Table I according to the model order. This matrix allows us to pass from the vector $\boldsymbol{a}_{(k)}$ to $\boldsymbol{\alpha}_{(k)}$ using $\boldsymbol{\alpha}_{(k)} = \boldsymbol{\mathcal{S}}\boldsymbol{a}_{(k)}$. By defining $\mathbf{F}_{\mathbf{s}} = \mathbf{F}_{\mathbf{p}}\boldsymbol{\mathcal{S}}$, we obtain from (12) the observation equation of the joint multi-path KF:

$$\tilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{p}(k)} = \mathbf{F}_{\mathbf{s}}\boldsymbol{a}_{(k)} + \tilde{\mathbf{w}}_{\mathbf{p}(k)}. \tag{13}$$

According to (13) and the state-space Equation (11), the joint multi-path KF is then given by:

Time update equations

$$\hat{\boldsymbol{a}}_{(k\,|\,k-1)} = \boldsymbol{\mathcal{M}}\hat{\boldsymbol{a}}_{(k-1\,|\,k-1)}, \tag{14}$$

$$\mathbf{P}_{(k\,|\,k-1)} = \boldsymbol{\mathcal{M}}\mathbf{P}_{(k-1\,|\,k-1)}\boldsymbol{\mathcal{M}}^T + \mathbf{U}, \tag{15}$$

Measurement update equations

$$\mathbf{K}_{(k)} = \mathbf{P}_{(k\,|\,k-1)}\mathbf{F}_{\mathbf{s}}^H \left(\mathbf{F}_{\mathbf{s}}\mathbf{P}_{(k\,|\,k-1)}\mathbf{F}_{\mathbf{s}}^H + \sigma_{\text{w}}^2\mathbf{I}_{N_p}\right)^{-1}, \tag{16}$$

$$\hat{\boldsymbol{a}}_{(k\,|\,k)} = \hat{\boldsymbol{a}}_{(k\,|\,k-1)} + \mathbf{K}_{(k)}(\tilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{p}(k)} - \mathbf{F}_{\mathbf{s}}\hat{\boldsymbol{a}}_{(k\,|\,k-1)}), \tag{17}$$

$$\mathbf{P}_{(k\,|\,k)} = (\mathbf{I}_{rL} - \mathbf{K}_{(k)}\mathbf{F}_{\mathbf{s}})\mathbf{P}_{(k\,|\,k-1)}, \tag{18}$$

where $\hat{\boldsymbol{a}}_{(k\,|\,k-1)}$ and $\hat{\boldsymbol{a}}_{(k\,|\,k)}$ are the prediction and estimation vectors, respectively, of the path CAs, and they have the same vector structure as $\boldsymbol{a}_{(k)}$. The state noise variance matrix $\mathbf{U}$ is an $rL \times rL$ block-diagonal matrix, with $\mathbf{U}^{(l)}, (l = 1, \ldots, L)$ on its main diagonal, and the $r \times r$ matrix $\mathbf{U}^{(l)}$ is defined in Table I. The $rL \times rL$ matrices $\mathbf{P}_{(k\,|\,k-1)}$ and $\mathbf{P}_{(k\,|\,k)}$ are the prediction and estimation error variance matrices, respectively. The term of $(\tilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{p}(k)} - \mathbf{F}_{\mathbf{s}}\hat{\boldsymbol{a}}_{(k\,|\,k-1)})$ in (17) is an $N_p \times 1$ error signal, which is updated by the received signal at the symbol rate. Each element of this signal represents the estimation error (from the prediction) of the corresponding sub-carrier.

In Section III.B, we propose a KF that processes a path by path estimation (denoted per-path RW-KF). This allows us to directly apply the results of the single-path scenario. In the scope of establishing the link between the joint multi-path KF and the per-path RW-KF, a new formulation of the joint multi-path KF equations should be provided. By using Woodbury's identities (the deduction of this transformation is given in Appendix B), Equation (16) can be rewritten as:

$$\mathbf{K}_{(k)} = \mathbf{K}_{\mathbf{eq}(k)} \cdot \left(\mathbf{F}_{\mathbf{p}}^H\mathbf{F}_{\mathbf{p}}\right)^{-1}\mathbf{F}_{\mathbf{p}}^H, \tag{19}$$

with $\mathbf{K}_{\mathbf{eq}(k)}$ as an $rL \times L$ matrix defined by:

$$\mathbf{K}_{\mathbf{eq}(k)} = \mathbf{P}_{(k\,|\,k-1)}\boldsymbol{\mathcal{S}}^H \left(\boldsymbol{\mathcal{S}}\mathbf{P}_{(k\,|\,k-1)}\boldsymbol{\mathcal{S}}^H + (\mathbf{F}_{\mathbf{p}}^H\mathbf{F}_{\mathbf{p}})^{-1}\sigma_{\text{w}}^2\right)^{-1}. \tag{20}$$

Then, the measurement Equations (17) and (18) of the KF can be reformulated as:

$$\hat{\boldsymbol{a}}_{(k\,|\,k)} = \hat{\boldsymbol{a}}_{(k\,|\,k-1)} + \mathbf{K}_{\mathbf{eq}(k)} \cdot \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{\epsilon}(k)}, \tag{21}$$

$$\mathbf{P}_{(k\,|\,k)} = \left(\mathbf{I}_{rL} - \mathbf{K}_{\mathbf{eq}(k)}\boldsymbol{\mathcal{S}}\right)\mathbf{P}_{(k\,|\,k-1)}, \tag{22}$$

with the error signal defined by:

$$\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{\epsilon}(k)} = \left(\mathbf{F}_{\mathbf{p}}^H\mathbf{F}_{\mathbf{p}}\right)^{-1}\mathbf{F}_{\mathbf{p}}^H \cdot \left(\tilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{p}(k)} - \mathbf{F}_{\mathbf{s}}\hat{\boldsymbol{a}}_{(k\,|\,k-1)}\right). \tag{23}$$

Then (14), (15), (20), (21) and (22) form an equivalent KF with $\mathbf{K}_{\mathbf{eq}(k)}$ as the equivalent Kalman gain. Note that this equivalent KF gives a path-wise presentation based on the error signal $\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{\epsilon}(k)}$

of size $L \times 1$, as defined in (23), while the original error signal in (17) is of size $N_p \times 1$. The L elements of $\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{\epsilon}(k)}$ correspond to the estimation errors on the L corresponding paths. By observing this compressed version of the error signal (23), we find that it is actually the difference between the LS estimation of the CA calculated from the current received OFDM symbol $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\mathbf{LS}(k)}$, and the last prediction of the CA $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(k\,|\,k-1)}$:

$$\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{\epsilon}(k)} = \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\mathbf{LS}(k)} - \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(k\,|\,k-1)}, \tag{24}$$

since the LS estimate is obtained by [28], ([33], Sec. III.B.1):

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\mathbf{LS}(k)} = \left(\mathbf{F}_{\mathbf{p}}^H \mathbf{F}_{\mathbf{p}}\right)^{-1} \mathbf{F}_{\mathbf{p}}^H \tilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{p}(k)}. \tag{25}$$

Hence, each component of the error signal vector $\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{\epsilon}(k)}$ in (24) (instead of (23)) corresponds to one individual path. However, the joint multi-path KF in (21) does not process each path independently, due to the presence of $(\mathbf{F}_{\mathbf{p}}^H \mathbf{F}_{\mathbf{p}})^{-1}$ in $\mathbf{K}_{\mathbf{eq}(k)}$ (see (20)). This matrix depends on the power delay profile of the channel.

B. The Per-Path KF and Its Interpretation

In this section, we present our less complex per-path RW-KF solution that is based on independent processing of the paths. Firstly, a KF for a single path is proposed to filter the LS estimate of the path CA. Secondly, based on this, the global per-path KF formulation for the L paths is presented. Finally, the link with the joint multi-path KF is established.

1) Single-Path KF: We use the LS estimation of $\boldsymbol{\alpha}$ (defined in (25)) instead of $\tilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{p}(k)}$ as the input signal to reformulate the KF, and impose independent processing of the L paths. The l-th element of $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\mathbf{LS}(k)}$, denoted by $\hat{\alpha}^{(l)}_{\mathrm{LS}(k)}$, corresponds to the LS estimation of the l-th path CA. Also, let us define the LS estimation error as the loop noise applied on the per-path KF, denoted by $\mathbf{w}_{\mathbf{LS}}$. Then, the state-space model of the per-path KF for the l-th path is given by:

$$\hat{\alpha}^{(l)}_{\mathrm{LS}(k)} = \alpha^{(l)}_{(k)} + \mathrm{w}^{(l)}_{\mathrm{LS}(k)}, \tag{26}$$

$$\boldsymbol{a}^{(l)}_{(k)} = \mathbf{M}\boldsymbol{a}^{(l)}_{(k-1)} + \mathbf{u}^{(l)}_{(k)}, \tag{27}$$

where $\mathrm{w}^{(l)}_{\mathrm{LS}(k)} = [(\mathbf{F}_{\mathbf{p}}^H \mathbf{F}_{\mathbf{p}})^{-1} \mathbf{F}_{\mathbf{p}}^H \tilde{\mathrm{w}}_{\mathbf{p}(k)}]_l$ in the per-path observation equation (26) is the l-th element of the loop noise $\mathbf{w}_{\mathbf{LS}}$ with variance:

$$\sigma^2_{\mathbf{LS}^{(l)}} = \sigma^2_{\mathrm{w}} \cdot \left[\left(\mathbf{F}_{\mathbf{p}}^H \mathbf{F}_{\mathbf{p}}\right)^{-1}\right]_{l,l}. \tag{28}$$

The single-path KF for the l-th path can thus be written as [18]:

Time update equations

$$\hat{\boldsymbol{a}}^{(l)}_{(k\,|\,k-1)} = \mathbf{M}\hat{\boldsymbol{a}}^{(l)}_{(k-1\,|\,k-1)}, \tag{29}$$

$$\mathbf{P}^{(l)}_{(k\,|\,k-1)} = \mathbf{M}\mathbf{P}^{(l)}_{(k-1\,|\,k-1)}\mathbf{M}^T + \mathbf{U}^{(l)}, \tag{30}$$

Measurement update equations

$$\mathbf{K}^{(l)}_{(k)} = \frac{\mathbf{P}^{(l)}_{(k\,|\,k-1)}\mathbf{S}^T}{\mathbf{S}\mathbf{P}^{(l)}_{(k\,|\,k-1)}\mathbf{S}^T + \sigma^2_{\mathbf{LS}^{(l)}}}, \tag{31}$$

$$\hat{\boldsymbol{a}}^{(l)}_{(k\,|\,k)} = \hat{\boldsymbol{a}}^{(l)}_{(k\,|\,k-1)} + \mathbf{K}^{(l)}_{(k)}(\hat{\alpha}^{(l)}_{\mathrm{LS}(k)} - \mathbf{S}\hat{\boldsymbol{a}}^{(l)}_{(k\,|\,k-1)}), \tag{32}$$

$$\mathbf{P}^{(l)}_{(k\,|\,k)} = (\mathbf{I}_r - \mathbf{K}^{(l)}_{(k)}\mathbf{S})\mathbf{P}^{(l)}_{(k\,|\,k-1)}. \tag{33}$$

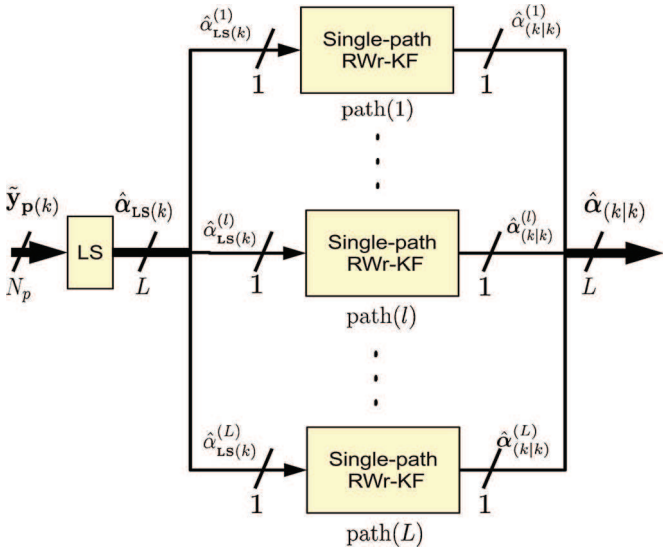


Fig. 1. Per-path KF structure.

Note that in the denominator of (31), $\mathbf{S}\mathbf{P}^{(l)}_{(k\,|\,k-1)}\mathbf{S}^T$ reduces to the first element of the matrix $\mathbf{P}^{(l)}_{(k\,|\,k-1)}$.

2) The Per-Path KF: We can merge previous single-path KF equations for the L paths of the channel into a global formulation, as illustrated in Fig. 1. This is done for comparison with the joint multi-path KF. The prediction and estimation vectors of the multi-path channel state $\hat{\boldsymbol{a}}_{(k\,|\,k-1)}$, $\hat{\boldsymbol{a}}_{(k\,|\,k)}$, the state noise variance matrix $\mathbf{U}$, the state evolution matrix $\boldsymbol{\mathcal{M}}$, and the selection matrix $\boldsymbol{\mathcal{S}}$ remain the same structure as defined in the joint multi-path KF. As the processing of the paths is independent, we get the multi-path Kalman gain simply by overlaying the $r \times 1$ single-path Kalman gains as:

$$\mathbf{K}_{\mathbf{pp}(k)} = \mathrm{blkdiag}\left\{\mathbf{K}^{(1)}_{(k)} \cdots \mathbf{K}^{(L)}_{(k)}\right\}, \tag{34}$$

and we obtain the per-path KF equations as:

Time update equations

$$\hat{\boldsymbol{a}}_{(k\,|\,k-1)} = \boldsymbol{\mathcal{M}}\hat{\boldsymbol{a}}_{(k-1\,|\,k-1)}, \tag{35}$$

$$\mathbf{P}_{(k\,|\,k-1)} = \boldsymbol{\mathcal{M}}\mathbf{P}_{(k-1\,|\,k-1)}\boldsymbol{\mathcal{M}}^T + \mathbf{U}, \tag{36}$$

Measurement update equations

$$\mathbf{K}_{\mathbf{pp}(k)} = \mathbf{P}_{(k\,|\,k-1)}\boldsymbol{\mathcal{S}}^H \left(\boldsymbol{\mathcal{S}}\mathbf{P}_{(k\,|\,k-1)}\boldsymbol{\mathcal{S}}^H + \mathrm{diag}\left\{\left[\sigma^2_{\mathbf{LS}^{(1)}} \cdots \sigma^2_{\mathbf{LS}^{(L)}}\right]\right\}\right)^{-1} \tag{37}$$

$$\hat{\boldsymbol{a}}_{(k\,|\,k)} = \hat{\boldsymbol{a}}_{(k\,|\,k-1)} + \mathbf{K}_{\mathbf{pp}(k)} \cdot \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{\epsilon}(k)}, \tag{38}$$

$$\mathbf{P}_{(k\,|\,k)} = (\mathbf{I}_{rL} - \mathbf{K}_{\mathbf{pp}(k)}\boldsymbol{\mathcal{S}})\mathbf{P}_{(k\,|\,k-1)}, \tag{39}$$

with the time update (35) and (36) repeated from (14) and (15), and with the error signal $\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{\epsilon}(k)}$ defined in (23), or in (24). Note that in (37), $\mathbf{P}_{(k\,|\,k-1)}\boldsymbol{\mathcal{S}}^H$ is an $rL \times L$ block-diagonal matrix, and $\boldsymbol{\mathcal{S}}\mathbf{P}_{(k\,|\,k-1)}\boldsymbol{\mathcal{S}}^H$ is an $L \times L$ diagonal matrix.

3) Comparison With the Joint Multi-Path KF: Due to the earlier defined block-diagonal matrix $\mathbf{K}_{\mathbf{pp}(k)}$ of (34), when choosing a block-diagonal matrix for the initialization of $\mathbf{P}_{(-1\,|\,-1)}$, it is easy to find that $\mathbf{P}_{(k\,|\,k-1)}$ and $\mathbf{P}_{(k\,|\,k)}$ are now block-diagonal matrices with $\mathbf{P}^{(l)}_{(k\,|\,k-1)}$ and $\mathbf{P}^{(l)}_{(k\,|\,k)}, (l = 1, \ldots, L)$ on their main diagonals, respectively.

TABLE II
CLOSED-FORM EXPRESSIONS FOR THE PER-PATH RWr-KF IN STEADY-STATE MODE FOR THE l-TH PATH ([15], [16] FOR $r=1$, AND [17], [18] FOR $r=2,3$, RESPECTIVELY), UNDER THE ASSUMPTION $f_dT \ll 1$ AND $\sigma_{u^{(l)}} \ll \sigma_{\mathbf{LS}^{(l)}}$

	RW1	RW2	RW3
$\mathbf{K}_{(\infty)}^{(l)}$	$\frac{\sigma_{u^{(l)}}}{\sigma_{\mathbf{LS}^{(l)}}}$	$\left[\left(2\frac{\sigma_{u^{(l)}}}{\sigma_{\mathbf{LS}^{(l)}}}\right)^{\frac{1}{2}} \quad \frac{\sigma_{u^{(l)}}}{\sigma_{\mathbf{LS}^{(l)}}}\right]^T$	$\left[2\left(\frac{\sigma_{u^{(l)}}}{\sigma_{\mathbf{LS}^{(l)}}}\right)^{\frac{1}{3}} \quad 2\left(\frac{\sigma_{u^{(l)}}}{\sigma_{\mathbf{LS}^{(l)}}}\right)^{\frac{2}{3}} \quad \frac{\sigma_{u^{(l)}}}{\sigma_{\mathbf{LS}^{(l)}}}\right]^T$
$\sigma^2_{\epsilon\alpha^{(l)}}$	$2\cdot(\pi f_dT)^2\cdot\frac{\sigma^2_{\mathbf{LS}^{(l)}}}{\sigma^2_{u^{(l)}}}\cdot\sigma^2_{\alpha^{(l)}}$	$6\cdot(\pi f_dT)^4\cdot\frac{\sigma^2_{\mathbf{LS}^{(l)}}}{\sigma^2_{u^{(l)}}}\cdot\sigma^2_{\alpha^{(l)}}$	$20\cdot(\pi f_dT)^6\cdot\frac{\sigma^2_{\mathbf{LS}^{(l)}}}{\sigma^2_{u^{(l)}}}\cdot\sigma^2_{\alpha^{(l)}}$
$\sigma^2_{\epsilon\mathrm{W}^{(l)}}$	$\frac{\sigma_{u^{(l)}}\sigma_{\mathbf{LS}^{(l)}}}{2}$	$\frac{3}{4}\cdot(2\sigma_{u^{(l)}})^{\frac{1}{2}}\sigma^{\frac{3}{2}}_{\mathbf{LS}^{(l)}}$	$\frac{5}{3}\sigma^{\frac{1}{3}}_{u^{(l)}}\sigma^{\frac{5}{3}}_{\mathbf{LS}^{(l)}}$
$\sigma^2_{u^{(l)}\ \mathrm{opt}}$	$4\cdot\left[(\pi f_dT)^4\sigma^4_{\alpha^{(l)}}\sigma^2_{\mathbf{LS}^{(l)}}\right]^{\frac{1}{3}}$	$\left[2^{18}(\pi f_dT)^{16}\sigma^8_{\alpha^{(l)}}\sigma^2_{\mathbf{LS}^{(l)}}\right]^{\frac{1}{5}}$	$\left[3^{12}\cdot 2^{18}(\pi f_dT)^{36}\sigma^{12}_{\alpha^{(l)}}\sigma^2_{\mathbf{LS}^{(l)}}\right]^{\frac{1}{7}}$
$\sigma^2_{\epsilon^{(l)}\ \mathrm{min}}$	$\frac{3}{2}\cdot(\pi f_dT\cdot\sigma^2_{\mathbf{LS}^{(l)}})^{\frac{2}{3}}\cdot(\sigma^2_{\alpha^{(l)}})^{\frac{1}{3}}$	$\frac{15}{8}\cdot(\sqrt{2}\pi f_dT\cdot\sigma^2_{\mathbf{LS}^{(l)}})^{\frac{4}{5}}\cdot(\sigma^2_{\alpha^{(l)}})^{\frac{1}{5}}$	$\frac{35}{16}\cdot(\frac{16}{9}\pi f_dT\cdot\sigma^2_{\mathbf{LS}^{(l)}})^{\frac{6}{7}}\cdot(\sigma^2_{\alpha^{(l)}})^{\frac{1}{7}}$

By comparing the joint multi-path KF Equations (14), (15), (19)–(22), and the per-path KF Equations (35)–(39), we find that the only difference between these lies in the equations of Kalman gain: the joint multi-path KF exploits the covariance matrix of the loop noise $(\mathbf{F}_\mathbf{p}^H\mathbf{F}_\mathbf{p})^{-1}\sigma^2_{\mathrm{w}}$ in (20), while the per-path KF considers only the main diagonal elements of $(\mathbf{F}_\mathbf{p}^H\mathbf{F}_\mathbf{p})^{-1}\sigma^2_{\mathrm{w}}$ in (37). This is why our proposed per-path KF can be viewed as an approximation of the joint multi-path KF.

4) Comparison With the Literature Results: From the previous analysis we can conclude that the joint multi-path KF and the per-path KF are strictly equivalent if $\mathbf{F}_\mathbf{p}^H\mathbf{F}_\mathbf{p}$ is a diagonal matrix. However, $\mathbf{F}_\mathbf{p}^H\mathbf{F}_\mathbf{p}$ is not such a diagonal matrix in general, unless the physical multi-path delays $\tau^{(l)}T_s$ are multiples of the sample time T_s, yielding $\mathbf{F}_\mathbf{p}^H\mathbf{F}_\mathbf{p} = N_p\mathbf{I}_L$ (see Appendix A). Having delays multiple of T_s also means that the DTE channel is uncorrelated (see the correspondence between the parametric channel model and the DTE channel model). Hence, our result corroborates that of the latest [22] stating the equivalence between (vectorial) VSVO KF and (scalar) VSSO KF under the condition that the DTE channel is uncorrelated (WSSUS).

The per-path KF applied in this condition has been analyzed in [21]–[23] (called VSSO KF associate to a DTE channel). But in practice, the physical multi-path delays are not ensured to be multiples of T_s, thus $\mathbf{F}_\mathbf{p}^H\mathbf{F}_\mathbf{p} \neq N_p\mathbf{I}_L$, or equivalently the DTE channel is correlated. The following KF analysis will consider uncorrelated and correlated DTE channels, and will bring new analytical results for both channel conditions.

C. Asymptotic Mean-Square Error of the Per-Path KF

We aim to find the asymptotic MSE, σ^2_ϵ, as defined in (7), for the proposed unbiased estimator.

In the single-path scenarios, the asymptotic MSE expressions of the RWr-KF ($r=1,2,3$) were deduced in our previous studies [15]–[18]. These results can be applied to the per-path KF as it deals with each path independently, in the same way as a single-path channel scenario according to (26). However, in the present study, the loop noise variance $\sigma^2_{\mathbf{LS}^{(l)}}$ represents the observation noise variance in our previous studies.

The variance of estimation error is then comprised of two parts, one of which comes from the variation of the parameter $\boldsymbol{\alpha}$, and the other comes from the input loop noise $\mathbf{w}_\mathbf{LS}$. Thus for a given path l, we have:

$$\sigma^2_{\epsilon^{(l)}} = \sigma^2_{\epsilon\alpha^{(l)}} + \sigma^2_{\epsilon\mathrm{W}^{(l)}}. \tag{40}$$

The component $\sigma^2_{\epsilon\alpha^{(l)}}$ (i.e., the dynamic error variance) results from the high-pass filtering of the input CA $\alpha^{(l)}_{(k)}$, which can be expressed in the frequency-domain, by:

$$\sigma^2_{\epsilon\alpha^{(l)}} = \int_{-\frac{1}{2T}}^{+\frac{1}{2T}} \Gamma_{\alpha^{(l)}}(f)\cdot\left|1-\mathcal{L}\left(e^{j2\pi fT}\right)\right|^2 df, \tag{41}$$

where $\mathcal{L}(e^{j2\pi fT})$ is the low-pass transfer function (expressed in the z-domain, with here $z = e^{j2\pi fT}$) of the steady-state RWr-KF. The expressions of $\mathcal{L}(z)$ can be found in [15], [16] for $r=1$, and in [17], [18] for $r=2,3$. It should be noted that $\mathcal{L}(z)$ depends on the elements of the Kalman gain vector $\mathbf{K}^{(l)}_{(k)}$ of size $r\times 1$ obtained for the steady-state mode ($k\to\infty$). The previously cited studies give the approximate closed-form expressions of $\mathbf{K}^{(l)}_{(\infty)}$ with respect to the ratio of the state noise to the loop noise standard deviations, $\frac{\sigma_{u^{(l)}}}{\sigma_{\mathbf{LS}^{(l)}}}$, as reported in Table II. Note that all these formulae are obtained under the following two assumptions: a low normalized Doppler frequency $f_dT \ll 1$ and a weak state noise standard deviation of the KF compared to the observation noise ($\sigma_{u^{(l)}} \ll \sigma_{\mathbf{LS}^{(l)}}$). This latter assumption means that we have a low Kalman gain (first element) $[\mathbf{K}^{(l)}_{(\infty)}]_1 \ll 1$. The component $\sigma^2_{\epsilon\mathrm{W}}$ (i.e., the static error variance) results from the low-pass filtering of the input loop noise, and is expressed by:

$$\sigma^2_{\epsilon\mathrm{W}^{(l)}} = \sigma^2_{\mathbf{LS}^{(l)}}\cdot T\int_{-\frac{1}{2T}}^{+\frac{1}{2T}} \left|\mathcal{L}\left(e^{j2\pi fT}\right)\right|^2 df. \tag{42}$$

The static error variance is also a function of the state noise variance $\sigma_{u^{(l)}}$, as reported in Table II.

Then, $\sigma_{u^{(l)}}$ is the parameter which permits us to tune the per-path RW-KF. To do this, we find the optimum value $\sigma^2_{u^{(l)}\mathrm{opt}}$ for which the per-path MSE $\sigma^2_{\epsilon^{(l)}}$ is minimum. This minimum value is denoted $\sigma^2_{\epsilon^{(l)}\mathrm{min}}$. The dynamic error variance $\sigma^2_{\epsilon\alpha^{(l)}}$, the static error variance $\sigma^2_{\epsilon\mathrm{w}^{(l)}}$, the optimized path state noise for the RWr model $\sigma^2_{u^{(l)}\mathrm{opt}}$, and the corresponding minimized asymptotic MSE $\sigma^2_{\epsilon^{(l)}\mathrm{min}}$ are summarized in Table II. It should be noted that these amounts depend on the multi-path channel delay profile, via the path loop noise variance $\sigma^2_{\mathbf{LS}^{(l)}}$ (see (28)). The global mean MSE (per path) of the channel estimation is then calculated by:

$$\sigma^2_{\epsilon\mathrm{min}} = \frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L}\sigma^2_{\epsilon^{(l)}\mathrm{min}}. \tag{43}$$

For interpretation, we split the latest formula into several contributions as follows:

$$\sigma^2_{\epsilon\mathrm{min}} = C_r \cdot (f_d T)^{\frac{2r}{2r+1}} \cdot (\sigma^2_{\mathrm{w}})^{\frac{2r}{2r+1}} \cdot \beta_r \tag{44}$$

where C_r is a constant related to the KF order. For $r = 1, 2, 3$, we define respectively: $C_1 = \frac{3}{2}\pi^{\frac{2}{3}}, C_2 = \frac{15}{8}(\sqrt{2}\pi)^{\frac{4}{5}}, C_3 = \frac{35}{16}(\frac{16}{9}\pi)^{\frac{6}{7}}$. The coefficient β_r $(r = 1, 2, 3)$ is a noise factor that depends on the channel PDP defined as follows:

$$\beta_r = \frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L}\left\{\left[(\mathbf{F}_{\mathbf{p}}^H\mathbf{F}_{\mathbf{p}})^{-1}\right]_{l,l}^{\frac{2r}{2r+1}} \cdot (\sigma^2_{\alpha^{(l)}})^{\frac{1}{2r+1}}\right\}. \tag{45}$$

This new formulation (44) clearly shows a slope of $\frac{2r}{2r+1}$ in logarithmic scale w.r.t. the channel noise variance σ^2_{w} and the normalized Doppler frequency $f_d T$ which will be confirmed in the simulation Section.

An interesting result ensuing from (45) is that for uncorrelated DTE channels, the performance no longer depends on the delay distribution (i.e., the set of integer values $\tau^{(l)}$), but only depends on the energy distribution of the paths. Indeed, when $\mathbf{F}_{\mathbf{p}}^H\mathbf{F}_{\mathbf{p}} = N_p\mathbf{I}_L$, the parameter β_r becomes:

$$\beta_r = \frac{1}{L \cdot N_p^{\frac{2r}{2r+1}}}\sum_{l=1}^{L}\left\{(\sigma^2_{\alpha^{(l)}})^{\frac{1}{2r+1}}\right\}. \tag{46}$$

D. Complexity

As well as the availability of the analytical optimization, another key advantage of the per-path RWr-KF is its simplicity compared to algorithms based on the joint multi-path KF. We illustrate the complexity of both of these algorithms by counting the complex multiplications in each iteration body ((14)–(18) for the joint multi-path RWr-KF, and (35)–(39) for the per-path RWr-KF) in Tables III and IV.

Note that $\boldsymbol{\mathcal{M}}$, $\boldsymbol{\mathcal{S}}$ and $\mathbf{P}_{(k\,|\,k)}$ are real matrices, hence the first two equations of both of the RW-KFs are real operations, and thus the multiplications in these equations contribute to only a quarter of the complexity of the complex multiplications. Moreover, any multiplication with a matrix where the elements are only 0 and 1 does not contribute to the complexity; e.g., $\boldsymbol{\mathcal{M}}$ for the first two orders and the matrix $\boldsymbol{\mathcal{S}}$. Note that if the matrix $\mathbf{P}_{(k\,|\,k)}$ is initialized by a zero matrix, $\mathbf{P}_{(k\,|\,k)}$ and $\mathbf{P}_{(k\,|\,k-1)}$ for the per-path RWr-KF should be always kept block-diagonal (or diagonal for $r = 1$). Hence in Table IV, $\mathbf{A}_5$ is block-diagonal, $\mathbf{A}_6$ and $\mathbf{A}_7$ are diagonal, so $\mathbf{A}_5\mathbf{A}_7$ needs rL complex multiplications. The calculation of $\tilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{p}(k)}$ has N_p complex multiplications and $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\mathbf{LS}(k)}$ has N_pL, since the calculation of $(\mathbf{F}_{\mathbf{p}}^H\mathbf{F}_{\mathbf{p}})^{-1}\mathbf{F}_{\mathbf{p}}^H$ in $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\mathbf{LS}(k)}$ can be done in advance and thus does not contribute to the complexity.

TABLE III
NUMBER OF COMPLEX MULTIPLICATIONS OF THE JOINT MULTI-PATH RWr-KF WITHIN EACH ITERATION

Operation	Equation	Multiplications
$\boldsymbol{\mathcal{M}}\hat{\boldsymbol{a}}_{(k-1\|k-1)}$	(14)	0 ($\frac{L}{4}$ for RW3)
$\boldsymbol{\mathcal{M}}\mathbf{P}_{(k-1\|k-1)}\boldsymbol{\mathcal{M}}^T$	(15)	0 (rL^2 for RW3)
$\mathbf{A}_1 = \mathbf{P}_{(k\|k-1)}\mathbf{F}_{\mathbf{s}}^H$	(16)	rN_pL^2
$\mathbf{A}_2 = \mathbf{F}_{\mathbf{s}}\mathbf{A}_1$	(16)	N_p^2L
$\mathbf{A}_3 = \left(\mathbf{A}_2 + \sigma^2_{\mathrm{w}}\mathbf{I}_{N_p}\right)^{-1}$	(16)	N_p^3
$\mathbf{A}_1\mathbf{A}_3$	(16)	rLN_p^2
$\mathbf{A}_4 = \tilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{p}(k)} - \mathbf{F}_{\mathbf{s}}\hat{\boldsymbol{a}}_{(k\|k-1)}$	(17)	$(L+1)N_p$
$\mathbf{K}_{(k)}\mathbf{A}_4$	(17)	rLN_p
$\mathbf{K}_{(k)}\mathbf{A}_1^H$	(18)	$r^2L^2N_p$

TABLE IV
NUMBER OF COMPLEX MULTIPLICATIONS OF THE PER-PATH RWr-KF WITHIN EACH ITERATION

Operation	Equation	Multiplications
$\boldsymbol{\mathcal{M}}\hat{\boldsymbol{a}}_{(k-1\|k-1)}$	(35)	0 ($\frac{L}{4}$ for RW3)
$\boldsymbol{\mathcal{M}}\mathbf{P}_{(k-1\|k-1)}\boldsymbol{\mathcal{M}}^T$	(36)	0 (rL^2 for RW3)
$\mathbf{A}_5 = \mathbf{P}_{(k\|k-1)}\boldsymbol{\mathcal{S}}^H$	(37)	0
$\mathbf{A}_6 = \boldsymbol{\mathcal{S}}\mathbf{A}_5$	(37)	0
$\mathbf{A}_7 = \left(\mathbf{A}_6 + \mathrm{diag}\{\sigma^2_{\mathbf{LS}^{(1)}} \cdots \sigma^2_{\mathbf{LS}^{(l)}}\}\right)^{-1}$	(37)	L^*
$\mathbf{A}_5\mathbf{A}_7$	(37)	rL
$\mathbf{A}_8 = \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\mathbf{LS}(k)} - \boldsymbol{\mathcal{S}}\hat{\boldsymbol{a}}_{(k\|k-1)}$	(38)	$(L+1)N_p$
$\mathbf{K}_{\mathbf{pp}(k)}\mathbf{A}_8$	(38)	rL
$\mathbf{K}_{\mathbf{pp}(k)}\mathbf{A}_5^H$	(39)	r^2L

* as the matrix is diagonal, the inversion operation is equivalent to division operations of the main diagonal elements, and here the division operation is considered to have the same order of complexity with multiplication.

By summing Tables III and IV (here the complexity of the first two equations in Tables III and IV are not taken into account as they are negligible compared to the complex multiplications), we find that the joint multi-path RWr-KF has $N_p^3+(r+1)LN_p^2+(r^2L^2+rL^2+rL+L+1)N_p$ complex multiplications, while the per-path RWr-KF has only $[(r+1)^2+N_p]L$. Therefore, the joint multi-path RWr-KF has a complexity of $O(N_p^3)$, while the per-path RWr-KF has a complexity of $O(N_pL)$. The complexity depends only on the number of paths of the channel model, the number of pilot subcarriers and the estimator order r. The advantage of the per-path RWr-KF becomes evident in the case where the number of pilots $N_p > L$, which is most often the case in practice [34]. Furthermore, this condition is necessary for the VSSO method.

TABLE V
COMPLEXITY COMPARISON ($L = 6$)

N_p	r	Multiplications joint RWr-KF	per-path RWr-KF	Complexity saving
8	1	1790	72	95.98 %
	2	3074	102	96.68 %
	3	4790	122	96.99 %
12	1	3966	96	97.58 %
	2	5730	126	97.8 %
	3	7926	168	97.88 %
16	1	7678	120	98.44 %
	2	10114	150	98.52 %
	3	12982	192	98.52 %
60	1	259710	384	99.85 %
	2	282210	414	99.85 %
	3	305124	456	99.85 %
120	1	1901310	744	99.96 %
	2	1988610	774	99.96 %
	3	2076342	816	99.96 %

TABLE VI
POWER DELAY PROFILE OF THE SIMULATION CHANNEL

Path	1	2	3	4	5	6
correlated DTE channel (GSM):						
$\tau^{(l)}$	0	0.4	1	3.2	4.6	10
$\sigma^2_{\alpha^{(l)}}$ (dB)	-7.219	-4.219	-6.219	-10.219	-12.219	-14.219
uncorrelated DTE channel:						
$\tau^{(l)}$	0	1	2	3	4	10
$\sigma^2_{\alpha^{(l)}}$ (dB)	-7.219	-4.219	-6.219	-10.219	-12.219	-14.219

Table V gives a complexity comparison with $L = 6$ (as in ETSI channel model used for 3GPP-UMTS standard) and with different N_p (corresponding to different WiMAX profiles [35]). We find that for these scenarios, the complexity of per-path RWr-KF is reduced by more than 95%.

IV. SIMULATIONS

In this simulation section, we use by default a 4QAM-OFDM system with $N = 128$ sub-carriers to validate the proposed approximate method and the analytic results. By default, the OFDM system has $N_g = 16$ samples of CP, $N_p = 16$ pilot sub-carriers in each transmitted OFDM symbol, and the system bandwidth is $1/T_s = 2$ MHz. The GSM 6-path outdoor channel model [36] was chosen as the default simulation channel, and its power delay profile is given in Table VI.

Fig. 2 gives a comparison between the MSE performance of the joint multi-path RW-KFs and the per-path RW-KFs. In this simulation, the per-path KFs are analytically optimized with state noise variance $\sigma^2_{u^{(l)}\text{opt}}$ given in Table II, while all the joint multi-path KFs are numerically optimized using a grid search around $\sigma^2_{u^{(l)}\text{opt}}$. We can observe that the joint multi-path KFs slightly outperform the per-path KFs, but the difference between both remains negligible. This validates the efficiency of the per-path KF.

Fig. 3 shows the simulated asymptotic MSE (mean value per path) of the AR1$_{CM}$-KF and the RW-KF, the theoretical asymptotic MSE of the RW-KF, and the BCRB for $f_dT = 10^{-3}$ as a function of the SNR. We can observe that all the theoretical curves are very close to the simulated ones, except at high SNR where there is a slight difference. This is explained by the fact that the theoretical formulae are obtained under the assumptions of a low Doppler frequency and low SNR scenarios (see Section III.C).

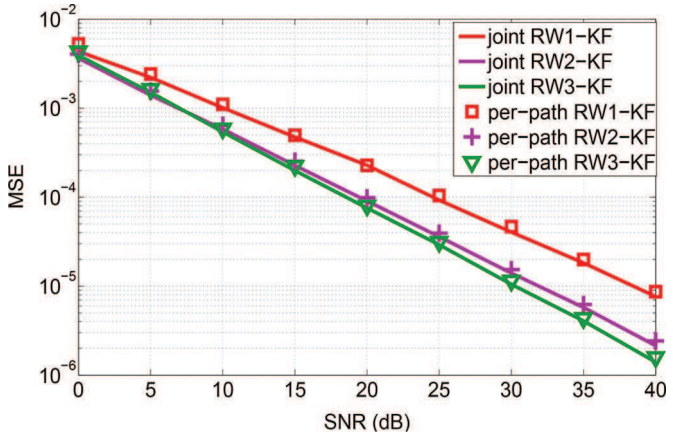


Fig. 2. Simulated MSE of the joint multi-path RWr-KF and the per-path RWr-KF *versus* the SNR with $f_dT = 10^{-3}$, $N_p = 16$, GSM channel.

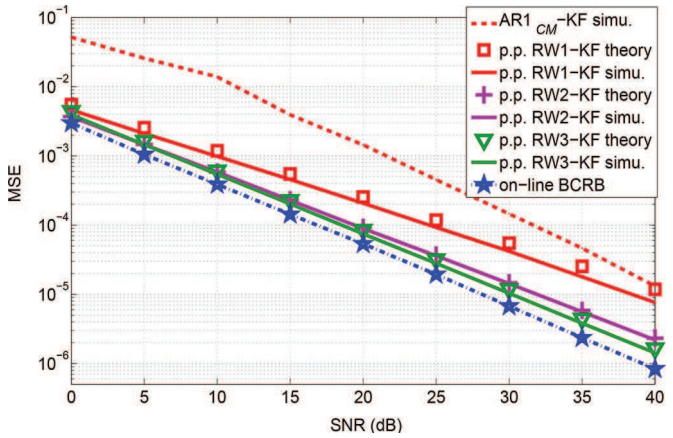


Fig. 3. MSE of the per-path KF *versus* the SNR with $f_dT = 10^{-3}$, $N_p = 16$, GSM channel.

Fig. 4 presents the MSE evolution as a function of f_dT. We can see clearly that the RW-KFs outperform the AR1$_{CM}$-KF. Moreover, the MSEs obtained by the simulation approximately coincide with the theoretical values (note that we have made approximations for the analytical expressions of the asymptotic MSE with the low f_dT assumption; these approximations become poorer when f_dT increases, and we observe an overestimated MSE for high f_dT, as shown in Fig. 4). For RW1-KF, RW2-KF and RW3-KF, the asymptotic MSE are respectively proportional to the 2/3, 4/5, 6/7 powers of the f_dT, and are inversely proportional to the 2/3, 4/5, 6/7 powers of the SNR, as argued in the theoretical analysis.

Fig. 5 gives a comparison between a correlated and an uncorrelated DTE channel scenario. The PDP of these two channels are given in Table VI. The considered channel estimator is the per-path RW3-KF. As explained in Section III.B.4, the physical delays for the uncorrelated DTE channel are multiples of T_s.

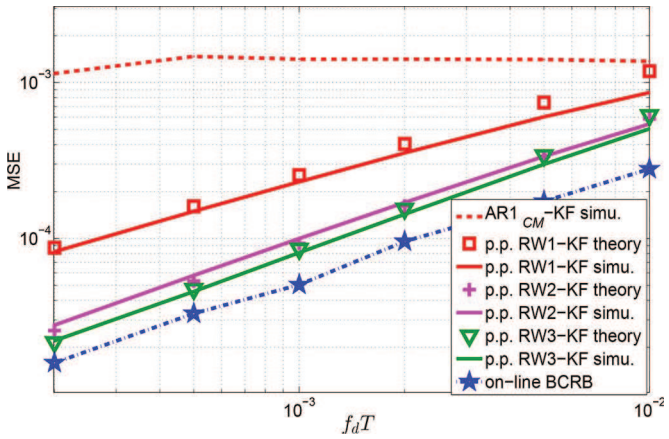


Fig. 4. MSE *versus* f_dT with SNR $= 20$ dB, $N_p = 16$, GSM channel.

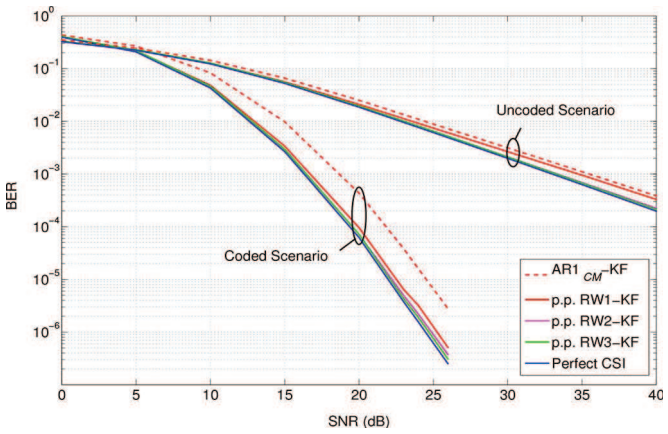


Fig. 6. BER performance for 16-QAM modulation, $f_dT = 10^{-3}$, $N_p = 8$ uncoded and coded (NRNSC) $[5, 7]_8$ scenarios, GSM channel.

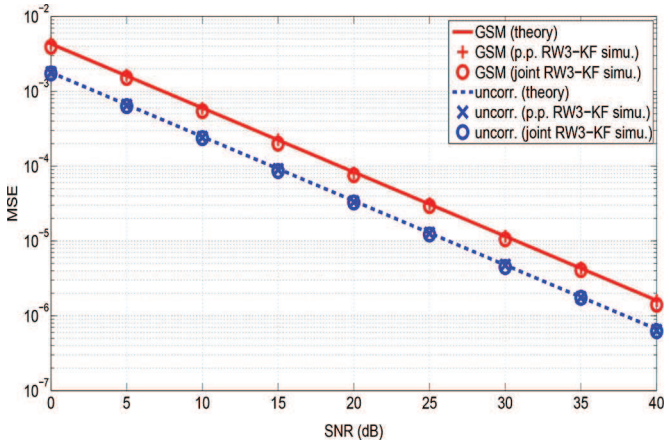


Fig. 5. MSE comparison between the per-path RW3-KF and joint multi-path RW3-KF with $f_dT = 10^{-3}$, $N_p = 16$ under different types of channels.

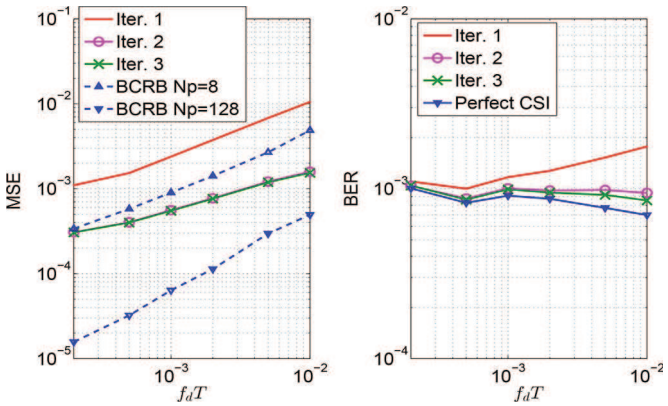


Fig. 7. MSE and BER performance (per-path RW1-KF) for 4-QAM modulation, SNR $= 10$ dB, $N_p = 8$ coded (NRNSC) $[5, 7]_8$ scenario with iterative detection, GSM channel.

The MSE obtained with the correlated DTE channel is greater than that obtained with the uncorrelated DTE channel. This is confirmed by the calculation of the loop noise factor β_r (45) (see Section III.C) which gives $\beta_3 = 0.0719$ for the uncorrelated DTE channel and $\beta_3 = 0.173$ for the correlated DTE channel.

We simulate the Bit Error Rate (BER) performance for the proposed RW-KFs implemented with a zero-forcing equalizer in Fig. 6. Here, we use 16-QAM modulation with and without coding and $N_p = 8$ pilots for $f_dT = 10^{-3}$. As other references, we have added the BER obtained for AR1$_{CM}$-KF estimator and that with perfect Channel State Information (CSI). Without coding, we can observe that the AR1$_{CM}$-KF curve and the RW1-KF curve are very close. Furthermore, the RW2-KF curve and the RW3-KF curve nearly coincide. At a BER target of 10^{-3}, there is an SNR loss of about 2 dB between the RW2-KF and the RW1-KF. Then, we use a Non-Recursive Non-Systematic Convolutional (NRNSC) code $[5, 7]_8$. This time, the RW1-KF curve is far from the AR1$_{CM}$-KF and closer to the RW2-KF curve. At a BER target of 10^{-5}, there is an SNR loss of about 2.5 dB between the RW1-KF and the AR1$_{CM}$-KF curves, and only 0.5 dB between the RW1-KF and RW2-KF curves. To sum up, the BER of the AR1$_{CM}$ method is close to that of the RW method in the uncoded scenario while the difference is appreciable in the coded scenario. Indeed, a bad channel estimation (see MSE performance in Fig. 3) has more impact on the detection in a coded scenario. It is interesting to note this, as coding could be always found in modern systems.

Now, we investigate an iterative detection and decoding scenario, in order to exploit soft data symbols in addition to pilot symbols. To do this, we use at the transmitter the classical bit-interleaved coded modulation scheme based on a convolutional code (the NRNSC code $[5, 7]_8$) and a pseudo-random interleaver. At the receiver, we perform iterative soft channel estimation and channel decoding. The channel estimator/equalizer and the decoder exchange soft information in the form of Log-Likelihood Ratio (LLR) between them through a few iterations until convergence [37]. The channel decoder is based on the Soft-Output Viterbi Algorithm (SOVA). At the first iteration, only the pilots are used for channel estimation. Then, the next iterations exploit in addition the soft data symbols. The resulting MSE and BER are plotted in Fig. 7 as a function of f_dT for $N_p = 8$, QPSK symbols and an SNR of 10 dB. The channel estimator is the RW1-KF. We notice a great performance improvement between the first iteration and the second iteration. Then, the algorithm converges. As expected, the MSE increases with an increasing f_dT, which is not necessarily the case for the BER. This is understood since the diversity is greater when f_dT increases (see ([38], Fig. 11)).

V. Conclusion

We have here proposed a low-dimensional KF solution for the estimation of the channel multi-path complex amplitudes. The considered approximation models for the KF are the RW models of the first, second and third orders. Our solution is a two-step solution: first, an error signal for each channel path is calculated with the LS criterion. Secondly, based on this error signal, a KF is applied to each path independently. This per-path KF solution explores the time-domain correlation of the channel, while the LS step exploits the frequency-domain correlation of the channel. We have shown how to apply the previous results we obtained for a single-path single-carrier to the multi-path multi-carrier context. This has allowed us to provide tables with the optimal RW parameters, together with the theoretical formulae of the variance of the estimation error. Furthermore, we have demonstrated that our per-path KF solution can be interpreted as a simplified version of the more complex joint multi-path KF. This has been done through the Woodbury's identities. The simulation results show that the performance of this low-dimensional solution is comparable to that of the joint multi-path KF. A possible way to extend this work could be by applying it to MIMO-OFDM systems.

Appendix A
Discrete-Time Equivalent Channel

We assume a classical analogue "physical channel" with L multi-path delays and L uncorrelated multi-path CAs. The impulse response of this channel is written as [39]:

$$h_{\text{phy}}(\tau) = \sum_{l=1}^{L} \alpha^{(l)} \delta\left(\tau - \tau^{(l)} T_s\right). \tag{47}$$

where delays $\tau^{(l)} T_s$ are not necessarily uniformly spaced every T_s. This channel can also be replaced by a DTE channel with impulse response truncated to L' coefficients $h[k]$ uniformly spaced every T_s, for $k = 1, 2, \ldots L'$, obtained after limitation to a bandwidth $B = 1/T_s$ and sampling every T_s:

$$\begin{aligned} h[k] &= h((k-1)T_s + \tau^{(1)} T_s) \\ &= \sum_{l=1}^{L} \alpha^{(l)} \text{sinc}\left(\pi\left(k - 1 - \tau^{(l)} + \tau^{(1)}\right)\right). \end{aligned} \tag{48}$$

with $h(\tau) = h_{\text{phy}}(\tau) * \text{sinc}(\pi\tau/T_s)$, $\text{sinc} = \frac{\sin x}{x}$ and * the convolution operator. Without loss of generality, we assume that $\tau^{(1)} = 0$. This equation tells that each coefficient $h[k]$ can be linked to the L physical CAs. Thus we can conclude:

1) The DTE channel is uncorrelated if and only if the physical path delays $\tau^{(l)} T_s$ are multiples of the sampling time T_s, i.e., if $\tau^{(l)}$ are integers. Indeed, without this condition, the L' taps $h[k]$ of the DTE channel are correlated, since each tap is a function of the L CAs $\alpha^{(l)}$, $l = 1 \ldots L$. However, in the special case where $\tau^{(l)}$ are integers, only L taps among L' are non-zero. Those L coefficients of $h[k]$ are uncorrelated w.r.t. one another, and coincide with the L physical CAs, amounting to an uncorrelated DTE channel.
2) The condition where $\tau^{(l)}, l = 1, \ldots, L$ are integers is equivalent to the condition $\mathbf{F}_\mathbf{p}^H \mathbf{F}_\mathbf{p} = N_p \mathbf{I}_L$ in our model assumption. Indeed, according to the comb-type pilot model with N_p pilots spaced every $L_f = N/N_p$ sub-carriers, the non-diagonal elements of the matrix (for $l \neq l'$) is calculated by:

$$\begin{aligned} \left[\mathbf{F}_\mathbf{p}^H \mathbf{F}_\mathbf{p}\right]_{l,l'} &= \sum_{k=0}^{N_p-1} e^{j2\pi\left(\frac{k}{N_p} - \frac{1}{2}\right)\left(\tau^{(l)} - \tau^{(l')}\right)} \\ &= e^{-j\pi\Delta\tau} \sum_{k=0}^{N_p-1} \left(e^{\frac{j2\pi\Delta\tau}{N_p}}\right)^k \\ &= \frac{2j}{e^{\frac{j2\pi\Delta\tau}{N_p}} - 1} \cdot \sin(\pi\Delta\tau). \end{aligned} \tag{49}$$

So, the coefficients $[\mathbf{F}_\mathbf{p}^H \mathbf{F}_\mathbf{p}]_{l,l'} = 0$ if and only if $\Delta\tau = \tau^{(l)} - \tau^{(l')}$ are integers. By using $\tau^{(1)} = 0$, $\tau^{(l)}$ should be integers.

Finally, we can conclude that the DTE channel is uncorrelated if and only if the condition $\mathbf{F}_\mathbf{p}^H \mathbf{F}_\mathbf{p} = N_p \mathbf{I}_L$ is satisfied.

Appendix B
Transformation of the Kalman Gain With the Woodbury Identities

In this section, we use the following two identities ([40], p. 1348) to develop the deduction:

Woodbury's identity 1 :

$$(\mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I})^{-1} = \frac{1}{\sigma^2}\left[\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{A}^H\mathbf{A} + \sigma^2\mathbf{B}^{-1})^{-1}\mathbf{A}^H\right] \tag{50}$$

Woodbury's identity 2 :

$$(\mathbf{A}^{-1} + \mathbf{B}^H\mathbf{C}\mathbf{B})^{-1} = \mathbf{A} - \mathbf{A}\mathbf{B}^H(\mathbf{B}\mathbf{A}\mathbf{B}^H + \mathbf{C})^{-1}\mathbf{B}\mathbf{A} \tag{51}$$

We rewrite the Kalman gain of (16) as:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{(k)} &= \mathbf{P}_{(k\,|\,k-1)}\mathbf{F}_\mathbf{s}^H \left(\mathbf{F}_\mathbf{s}\mathbf{P}_{(k\,|\,k-1)}\mathbf{F}_\mathbf{s}^H + \sigma_\text{w}^2\mathbf{I}_{N_p}\right)^{-1} \\ &\overset{(50)}{=} \mathbf{P}_{(k\,|\,k-1)}\mathbf{F}_\mathbf{s}^H \frac{1}{\sigma_\text{w}^2} \\ &\quad \times \left[\mathbf{I}_{N_p} - \mathbf{F}_\mathbf{s}\left(\mathbf{F}_\mathbf{s}^H\mathbf{F}_\mathbf{s} + \sigma_\text{w}^2\mathbf{P}_{(k\,|\,k-1)}^{-1}\right)^{-1}\mathbf{F}_\mathbf{s}^H\right] \\ &= \frac{1}{\sigma_\text{w}^2}\mathbf{P}_{(k\,|\,k-1)}(\mathbf{F}_\mathbf{p}\boldsymbol{\mathcal{S}})^H \left[\mathbf{I}_{N_p} - \mathbf{F}_\mathbf{p}\boldsymbol{\mathcal{S}}\left((\mathbf{F}_\mathbf{p}\boldsymbol{\mathcal{S}})^H(\mathbf{F}_\mathbf{p}\boldsymbol{\mathcal{S}})\right.\right. \\ &\quad \left.\left. + \sigma_\text{w}^2\mathbf{P}_{(k\,|\,k-1)}^{-1}\right)^{-1}(\mathbf{F}_\mathbf{p}\boldsymbol{\mathcal{S}})^H\right] \\ &= \frac{1}{\sigma_\text{w}^2}\mathbf{P}_{(k\,|\,k-1)}\boldsymbol{\mathcal{S}}^H \left[\mathbf{F}_\mathbf{p}^H - \mathbf{F}_\mathbf{p}^H\mathbf{F}_\mathbf{p}\boldsymbol{\mathcal{S}}\left(\boldsymbol{\mathcal{S}}^H\mathbf{F}_\mathbf{p}^H\mathbf{F}_\mathbf{p}\boldsymbol{\mathcal{S}}\right.\right. \\ &\quad \left.\left. + \sigma_\text{w}^2\mathbf{P}_{(k\,|\,k-1)}^{-1}\right)^{-1}\boldsymbol{\mathcal{S}}^H\mathbf{F}_\mathbf{p}^H\right] \\ &= \frac{1}{\sigma_\text{w}^2}\mathbf{P}_{(k\,|\,k-1)}\boldsymbol{\mathcal{S}}^H \left[\mathbf{I}_L - \mathbf{F}_\mathbf{p}^H\mathbf{F}_\mathbf{p}\boldsymbol{\mathcal{S}}\left(\boldsymbol{\mathcal{S}}^H\mathbf{F}_\mathbf{p}^H\mathbf{F}_\mathbf{p}\boldsymbol{\mathcal{S}}\right.\right. \\ &\quad \left.\left. + \sigma_\text{w}^2\mathbf{P}_{(k\,|\,k-1)}^{-1}\right)^{-1}\boldsymbol{\mathcal{S}}^H\right]\mathbf{F}_\mathbf{p}^H. \end{aligned} \tag{52}$$

Let $\mathbf{A} = \mathbf{F}_{\mathbf{p}}^H \mathbf{F}_{\mathbf{p}}$, $\mathbf{B} = \boldsymbol{\mathcal{S}}^H$, $\mathbf{C} = \sigma_{\mathrm{w}}^2 \mathbf{P}_{(k\,|\,k-1)}^{-1}$, and we continue the deduction:

$$\begin{aligned}
\mathbf{K}_{(k)} &= \frac{1}{\sigma_{\mathrm{w}}^2}\mathbf{P}_{(k\,|\,k-1)}\boldsymbol{\mathcal{S}}^H \\
&\quad \times [\mathbf{I}_L - \mathbf{A}\mathbf{B}^H(\mathbf{B}\mathbf{A}\mathbf{B}^H + \mathbf{C})^{-1}\mathbf{B}]\mathbf{F}_{\mathbf{p}}^H \\
&= \frac{1}{\sigma_{\mathrm{w}}^2}\mathbf{P}_{(k\,|\,k-1)}\boldsymbol{\mathcal{S}}^H \\
&\quad \times [\mathbf{A} - \mathbf{A}\mathbf{B}^H(\mathbf{B}\mathbf{A}\mathbf{B}^H + \mathbf{C})^{-1}\mathbf{B}\mathbf{A}]\mathbf{A}^{-1}\mathbf{F}_{\mathbf{p}}^H \\
&\overset{(51)}{=} \frac{1}{\sigma_{\mathrm{w}}^2}\mathbf{P}_{(k\,|\,k-1)}\boldsymbol{\mathcal{S}}^H \left(\mathbf{A}^{-1} + \mathbf{B}^H\mathbf{C}^{-1}\mathbf{B}\right)^{-1}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{F}_{\mathbf{p}}^H \\
&= \frac{1}{\sigma_{\mathrm{w}}^2}\mathbf{P}_{(k\,|\,k-1)}\boldsymbol{\mathcal{S}}^H \left((\mathbf{F}_{\mathbf{p}}^H\mathbf{F}_{\mathbf{p}})^{-1} + \frac{1}{\sigma_{\mathrm{w}}^2}\boldsymbol{\mathcal{S}}\mathbf{P}_{(k\,|\,k-1)}\boldsymbol{\mathcal{S}}^H\right)^{-1} \\
&\quad \times (\mathbf{F}_{\mathbf{p}}^H\mathbf{F}_{\mathbf{p}})^{-1}\mathbf{F}_{\mathbf{p}}^H \\
&= \mathbf{P}_{(k\,|\,k-1)}\boldsymbol{\mathcal{S}}^H \left(\left(\mathbf{F}_{\mathbf{p}}^H\mathbf{F}_{\mathbf{p}}\right)^{-1}\sigma_{\mathrm{w}}^2 + \boldsymbol{\mathcal{S}}\mathbf{P}_{(k\,|\,k-1)}\boldsymbol{\mathcal{S}}^H\right)^{-1} \\
&\quad \times \left(\mathbf{F}_{\mathbf{p}}^H\mathbf{F}_{\mathbf{p}}\right)^{-1}\mathbf{F}_{\mathbf{p}}^H \\
&= \mathbf{K}_{\mathbf{eq}(k)} \cdot (\mathbf{F}_{\mathbf{p}}^H\mathbf{F}_{\mathbf{p}})^{-1}\mathbf{F}_{\mathbf{p}}^H, \qquad (53)
\end{aligned}$$

with $\mathbf{K}_{\mathbf{eq}(k)}$ defined by:

$$\begin{aligned}
\mathbf{K}_{\mathbf{eq}(k)} = \mathbf{P}_{(k\,|\,k-1)}\boldsymbol{\mathcal{S}}^H \big((\mathbf{F}_{\mathbf{p}}^H\mathbf{F}_{\mathbf{p}})^{-1}\sigma_{\mathrm{w}}^2 \\
+ \boldsymbol{\mathcal{S}}\mathbf{P}_{(k\,|\,k-1)}\boldsymbol{\mathcal{S}}^H\big)^{-1}. \qquad (54)
\end{aligned}$$

ACKNOWLEDGMENT

The authors would like to thank the associate editor and anonymous reviewers for their helpful comments and suggestions of this manuscript.

REFERENCES

[1] Y. Zhao and A. Huang, "A novel channel estimation method for OFDM mobile communication systems based on pilot signals and transform-domain processing," in *Proc. IEEE 47th Veh. Technol. Conf.*, 1997, vol. 3, pp. 2089–2093, vol.3.

[2] M.-H. Hsieh and C.-H. Wei, "Channel estimation for OFDM systems based on comb-type pilot arrangement in frequency selective fading channels," *IEEE Trans. Consum. Electron.*, vol. 44, no. 1, pp. 217–225, 1998.

[3] S. Coleri, M. Ergen, A. Puri, and A. Bahai, "Channel estimation techniques based on pilot arrangement in OFDM systems," *IEEE Trans. Broadcast.*, vol. 48, no. 3, pp. 223–229, 2002.

[4] C. Komninakis, C. Fragouli, A. Sayed, and R. Wesel, "Multi-input multi-output fading channel tracking and equalization using Kalman estimation," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 50, no. 5, pp. 1065–1076, May 2002.

[5] W. Chen and R. Zhang, "Kalman-filter channel estimator for OFDM systems in time and frequency-selective fading environment," in *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Process. (ICASSP)*, May 2004, vol. 4, pp. iv-377–iv-380, vol.4.

[6] T. Al-Naffouri, "An EM-based forward-backward Kalman filter for the estimation of time-variant channels in OFDM," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 55, no. 7, pp. 3924–3930, 2007.

[7] H. Hijazi and L. Ros, "Joint data QR-detection and Kalman estimation for OFDM time-varying Rayleigh channel complex gains," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 58, no. 1, pp. 170–178, Jan. 2010.

[8] E. P. Simon, L. Ros, H. Hijazi, and M. Ghogho, "Joint carrier frequency offset and channel estimation for OFDM systems via the EM algorithm in the presence of very high mobility," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 60, no. 2, pp. 754–765, Feb. 2012.

[9] S. Hwang, J. Um, M. Song, C. Kim, H. Park, and Y. Kim, "Design and verification of IEEE 802.22 WRAN physical layer," presented at the 3rd Int. Conf. Cognit. Radio Oriented Wireless Netw. Commun., Singapore, May 2008.

[10] M. Sohail and T. Al-Naffouri, "An EM based frequency domain channel estimation algorithm for multi-access OFDM systems," *Elsevier Signal Process.*, vol. 90, no. 5, pp. 1562–1572, 2010.

[11] B. Yang, K. Letaief, R. Cheng, and C. Z. , "Channel estimation for OFDM transmission in multipath fading channels based on parametric channel modeling," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, no. 3, pp. 467–479, 2001.

[12] M. R. Raghavendra, S. Bhashyam, and K. Giridhar, "Exploiting hopping pilots for parametric channel estimation in OFDM systems," *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 12, no. 11, pp. 737–740, 2005.

[13] A. Barbieri, A. Piemontese, and G. Colavolpe, "On the ARMA approximation for fading channels described by the Clarke model with applications to Kalman-based receivers," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 8, no. 2, pp. 535–540, 2009.

[14] S. Ghandour-Haidar, L. Ros, and J.-M. Brossier, "On the use of first-order autoregressive modeling for Rayleigh flat fading channel estimation with Kalman filter," *Signal Process.*, vol. 92, no. 2, pp. 601–606, 2012.

[15] L. Ros, S. Ghandour-Haidar, and J.-M. Brossier, "Sur l'utilisation des filtres du premier-ordre pour l'estimation d'un canal radio-mobile de Rayleigh à évanouissement plat," presented at the XXIIIème Colloque GRETSI (GRETSI-2011), Bordeaux, France, 2011.

[16] R. Gerzaguet, L. Ros, J.-M. Brossier, S. Ghandour-Haidar, and F. Belvèze, "Self-adaptive stochastic Rayleigh flat fading channel estimation," presented at the IEEE Int. Conf. Digit. Signal Process. (DSP), Santorini, Greece, Jul. 2013.

[17] L. Ros and E. P. Simon, "Second-order modeling for Rayleigh flat fading channel estimation with Kalman filter," presented at the 17th Int. Conf. Digit. Signal Process. (DSP), Corfu, Greece, Jul. 2011.

[18] H. Shu, E. P. Simon, and L. Ros, "Third-order Kalman filter: Tuning and steady-state performance," *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 20, no. 11, pp. 1082–1085, 2013.

[19] J. Cai, X. Shen, and J. W. Mark, "Robust channel estimation for OFDM wireless communication systems—An H_∞ approach," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 3, no. 6, pp. 2060–2071, Nov. 2004.

[20] M. Karthik and D. Sreedhar, "VSSO Kalman-usage of Barhumi's pilot pattern for channel estimation in MIMO-OFDM systems," *Electron. Lett.*, vol. 48, no. 14, pp. 883–884, Jul. 2012.

[21] K. Muralidhar and K. H. Li, "A low-complexity Kalman approach for channel estimation in doubly-selective OFDM systems," *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 16, no. 7, pp. 632–635, July 2009.

[22] K. Muralidhar, "Equivalence of VSSO and VSVO Kalman channel estimators in doubly-selective OFDM systems—A theoretical perspective," *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 18, no. 4, pp. 223–226, Apr. 2011.

[23] K. Muralidhar and D. Sreedhar, "Pilot design for vector state-scalar observation Kalman channel estimators in doubly-selective MIMO-OFDM systems," *IEEE Wireless Commun. Lett.*, vol. 2, no. 2, pp. 147–150, Apr. 2013.

[24] P. Banelli, R. Cannizzaro, and L. Rugini, "Data-aided Kalman tracking for channel estimation in Doppler-affected OFDM systems," in *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Process.*, Apr. 2007, vol. 3, pp. III-133–III-136.

[25] R. Cannizzaro, P. Banelli, and G. Leus, "Adaptive channel estimation for OFDM systems with Doppler spread," presented at the IEEE 7th Workshop Signal Process. Adv. Wireless Commun., Canne, France, Jul. 2006.

[26] N. Chen, J. Zhang, and P. Zhang, "Improved channel estimation based on parametric channel approximation modeling for OFDM systems," *IEEE Trans. Broadcast.*, vol. 54, no. 2, pp. 217–225, Jun. 2008.

[27] H. Hijazi and L. Ros, "Polynomial estimation of time-varying multipath gains with intercarrier interference mitigation in OFDM systems," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 58, no. 1, pp. 140–151, 2009.

[28] L. Ros, H. Hijazi, and E. P. Simon, "Complex amplitudes tracking loop for multipath channel estimation in OFDM systems under slow to moderate fading," *Elsevier Signal Process.*, vol. 97, pp. 134–145, 2014.

[29] W. Jakes, *Microwave Mobile Communications*. New York, NY, USA: Wiley, 1974.

[30] H. Hijazi and L. Ros, "Bayesian Cramera-Rao bounds for complex gain parameters estimation of slowly varying Rayleigh channel in OFDM systems," *Elsevier Signal Process.*, vol. 89, no. 1, pp. 111–115, 2009.

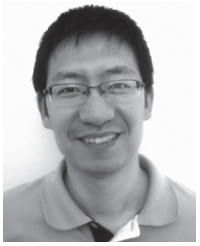
[31] S. M. Kay, *Fundamentals of Statistical Signal Processing : Estimation Theory*. Englewood Cliffs, NJ, USA: Prentice-Hall PTR, Apr. 5, 1993.

[32] E. Kaplan and C. Hegarty, *Understanding GPS: Principles and Applications*, 2nd ed. Norwood, MA, USA: Artech House Publishers, 2005.

[33] L. Ros, H. Hijazi, and E. P. Simon, "Paths complex gain tracking algorithms for OFDM receiver in slowly-varying channels," presented at the 4th Int. Symp. Commun., Control, Signal Process. (ISCCSP), Limassol, Cyprus, Mar. 2010.

[34] I. Barhumi, G. Leus, and M. Moonen, "Optimal training design for MIMO OFDM systems in mobile wireless channels," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 51, no. 6, pp. 1615–1624, Jun. 2003.

[35] J. G. Andrews, A. Ghosh, and R. Muhamed, *Fundamentals of WiMAX: Understanding Broadband Wireless Networking*. Englewood Cliffs, NJ, USA: Prentice-Hall PTR, 2007.
[36] *European Digital Cellular Telecommunication System (Phase 2), Radio Transmission and Reception*, GSM 05.05, ver. 4.6.0, European Telecommunications Standards Institute.
[37] E. Simon and M. Khalighi, "Iterative soft-Kalman channel estimation for fast time-varying MIMO-OFDM channels," *IEEE Wireless Commun. Lett.*, vol. 2, no. 6, pp. 599–602, Dec. 2013.
[38] E. Simon, L. Ros, H. Hijazi, J. Fang, D. Gaillot, and M. Berbineau, "Joint carrier frequency offset and fast time-varying channel estimation for MIMO-OFDM systems," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 60, no. 3, pp. 955–965, 2011.
[39] J. Proakis, *Digital Communications*, 3rd ed. New York, NY, USA: McGraw-Hill, 1995.
[40] H.-L. Van Trees, *Optimum Array Processing: Part IV of Detection, Estimation, and Modulation Theory*. New York, NY, USA: Wiley, 2002.



Huaqiang Shu received the B.S. degree in information engineering from Tongji University, Shanghai, China in 2005, and the M.S. and Ph.D. degrees in telecommunications from Université Lille I, Science et Technologie, Villeneuve d'Ascq, France, in 2010 and 2013. He is currently a postdoctoral fellow in Gipsa-lab, Department of Image and Signal (DIS), Saint Martin d'Hères, France.

His main research interests are channel estimation algorithms for wireless communications systems and Faster-than-Nyquist (FTN) transmission in Multi-carrier systems.

Laurent Ros received the degree in electrical engineering from the 'Ecole Supérieure d'Electricité' (Supélec), Paris, France, in 1992 and the Ph.D. degree in signal processing and communications from Grenoble Institute of Technology (Grenoble-INP), Grenoble, France, in 2001. From 1993 to 1995, he was with France-Telecom R&D center, Lannion, France, where he worked in the area of very low frequency transmissions for submarine applications, in collaboration with Direction of Naval Construction, Toulon, France. From 1995 to 1999, he was a Research and Development team manager at Sodielec, Millau, France, where he worked in the design of digital modems and audio codecs for telecommunication applications. Since 1999, he has joined the Gipsa-laboratory/DIS (ex "Laboratory of Image and Signal") and Grenoble-INP where he is currently an Associate Professor.

His research interests are in statistical signal processing for communication, including channel estimation and synchronization problems for wireless communications.

Eric Pierre Simon received the Master's degree in electronics engineering from the Superior School of Electronics (ESCPE), Lyon, France, in 1999, and the Ph.D. degree in signal processing and communications from the National Polytechnic Institute of Grenoble (INPG), France, in 2004. During 2005, he was a Teaching Assistant at the INPG and the following year he joined one of France Telecom R&D Laboratories as a Postdoctoral Fellow.

He is currently an Associate Professor at the Institute of Electronics, Microelectronics and Nanotechnology (IEMN), TELICE (Telecommunications, Interference and Electromagnetic Compatibility) Group, University of Lille, France. His main research interests are in mobile communications and carrier and symbol synchronization.

Signal Processing 92 (2012) 601–606

Contents lists available at SciVerse ScienceDirect

Signal Processing

journal homepage: www.elsevier.com/locate/sigpro

Fast communication

On the use of first-order autoregressive modeling for Rayleigh flat fading channel estimation with Kalman filter

Soukayna Ghandour-Haidar*,[1], Laurent Ros, Jean-Marc Brossier

Grenoble University (Institute Polytechnique), GIPSA-Lab, BP46, 38402 Saint-Martin d'Hères, France

ARTICLE INFO

Article history:
Received 6 May 2011
Received in revised form
13 July 2011
Accepted 22 August 2011
Available online 31 August 2011

Keywords:
Channel estimation
Autoregressive model
Kalman filter
Jakes's spectrum
Rayleigh channel
Flat fading
Bayesian Cramér–Rao bounds (BCRB)

ABSTRACT

This letter deals with the estimation of a flat fading Rayleigh channel with Jakes's spectrum. The channel is approximated by a first-order autoregressive (AR(1)) model and tracked by a Kalman filter (KF). The common method used in the literature to estimate the parameter of the AR(1) model is based on a correlation matching (CM) criterion. However, for slow fading variations, another criterion based on the minimization of the asymptotic variance (MAV) of the KF is more appropriate, as already observed in few works (Barbieri et al., 2009 [1]). This letter gives analytic justification by providing approximated closed-form expressions of the estimation variance for the CM and MAV criteria, and of the optimal AR(1) parameter.

© 2011 Elsevier B.V. All rights reserved.

1. Introduction

The Rayleigh fading channel model with Jakes's Doppler spectrum is the most accepted random model to represent temporal variations (fading) of the equivalent baseband channel complex gain (CG) in wireless communication. However, this model is not always directly convenient for highly important tasks such as channel estimation or equalization. Usually, the autoregressive model AR(p) with some Gaussian assumptions (most often used with order $p=1$) is used to approach this channel and facilitate its manipulation. In [2], the authors demonstrated that the AR model can be considered for the computer simulation of correlated fading channels insisting that low orders are appropriate for narrowband Doppler fading processes. Moreover, [3] showed that a first-order model is enough to capture most of the channel tap dynamics. This approximation has been widely used to track the true Jakes's spectrum channel by a Kalman filter (KF) in various wireless communication systems [4–11]. This letter deals with the choice of the AR(1) coefficient. In many papers, e.g., the aforementioned works, the AR(1) coefficient calculation for a given normalized Doppler frequency (f_{dT}) is based on the same criterion, called correlation matching (CM) in this letter. The CM criterion[1] consists in imposing that the autocorrelation coefficients $R_{\tilde{\alpha}}[n]$ of the approximated AR(1) process $\tilde{\alpha}$ perfectly match the sampled autocorrelation function (which is a Bessel function) of the true CG α for lags $n \in \{-1,0,1\}$[2] (see also [4], Fig. 1). But in some situations the results were disappointing (in terms of the distance from the Bayesian Cramér–Rao lower Bound (BCRB)), as pointed out recently in [10] (Fig. 3) and in [11] (Fig. 2) for the special case of a slow fading scenario where

* Corresponding author.
E-mail addresses: soukayna.ghandour@gipsa-lab.grenoble-inp.fr (S. Ghandour-Haidar), laurent.ros@gipsa-lab.grenoble-inp.fr (L. Ros), jean-marc.brossier@gipsa-lab.grenoble-inp.fr (J.-M. Brossier).

[1] This letter is dedicated to my husband Jamal for his encouragement and support.

[1] And for a more general AR(p) model (with more degrees of freedom than the AR(1) model), the coefficients of the AR(p) process are calculated [2] by still imposing the correlation matching constraint for lags $n \in \{-p,\ldots,-1,0,1,\ldots,p\}$, but followed by the resolution of the Yule–Walker equations in order to minimize the prediction error (model noise).

0165-1684/$ - see front matter © 2011 Elsevier B.V. All rights reserved.
doi:10.1016/j.sigpro.2011.08.014

the channel is theoretically easier to estimate. Note also that some authors propose adding a positive ε to the zeroth autocorrelation lag, which modifies slightly the CM constraint to better approximate the original process in some sense [2]. In the recent work [1], the search for the AR(1) parameter is based on another method, consisting of the minimization of the steady-state estimation error variance, called the minimum asymptotic variance (MAV) criterion in this letter. This method seems very effective compared to the CM method for a Clarke (i.e., Rayleigh–Jakes) Model channel, but the study in [1] does not provide analytic results nor closed-form expressions about the choice of the AR(1) parameter (nor the associated mean square error (MSE)) for a given channel state (f_{dT}, SNR). In this letter, we first provide a general theoretical frequency-domain analysis of the estimation error (in terms of static and dynamic contributions) that explains analytically the previous disappointing results with the CM-criterion based method. Moreover, the analytic approach is used to calculate the optimal AR(1) coefficient under the MAV criterion, without the CM constraint. For a given Doppler and SNR scenario, we give approximate closed-form expressions of the optimal coefficient and of the corresponding MSE.

2. Mathematical model

We consider the estimation of a flat Rayleigh fading channel. The discrete-time observation is[2]

$$y_k = \alpha_k + n_k \tag{1}$$

where k is the (symbol) time index, n_k is a zero-mean additive white circular complex Gaussian noise with variance σ_n^2, and α_k is a zero-mean circular complex Gaussian CG with variance $\sigma_\alpha^2 = 1$. The normalized Doppler frequency of this channel is f_{dT}, where T is the symbol period. Jakes's Doppler spectrum is assumed for this channel:

$$\Gamma_\alpha(f) = \begin{cases} \dfrac{\sigma_\alpha^2}{\pi f_d \sqrt{1-\left(\frac{f}{f_d}\right)^2}} & \text{if } |f| < f_d \\ 0 & \text{if } |f| > f_d \end{cases} \tag{2}$$

The autocorrelation matrix $\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{\alpha}}^k$ of a block of k consecutive CG is then defined by its $[i,j]$ th entry:

$$[\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{\alpha}}^k]_{i,j} = R_\alpha[i-j] = \sigma_\alpha^2 J_0(2\pi f_d T.(i-j)), \quad 1 \le i,j \le k \tag{3}$$

where J_0 is the zeroth-order Bessel function of the first kind.

The time-varying CG α_k is approached by a first-order autoregressive (AR(1)) model $\tilde{\alpha}_k$:

$$\tilde{\alpha}_k = a\tilde{\alpha}_{k-1} + e_k \tag{4}$$

where e_k is a white circular complex Gaussian noise with variance $\sigma_e^2 = (1-a^2)\sigma_\alpha^2$. The observation equation (4) is then approximated by

$$y_k = \tilde{\alpha}_k + n_k \tag{5}$$

The AR(1) coefficient verifies

$$a = \frac{R_{\tilde{\alpha}}[1]}{R_{\tilde{\alpha}}[0]} \tag{6}$$

If the correlation matching (CM) criterion [2,4–6,8] is imposed, the two first autocorrelation coefficients of the AR(1) process $\tilde{\alpha}$ coincide with those of the exact CG α (i.e., $R_{\tilde{\alpha}}[0] = R_\alpha[0]$, and $R_{\tilde{\alpha}}[1] = R_\alpha[1]$), and using Eqs. (6) and (3) the AR(1) coefficient a noted a_{CM} becomes

$$a_{CM} = J_0(2\pi f_d T) \tag{7}$$

3. MSE analysis, optimization, and simulation results

Given the model and observation equation (4) and (5), we use a KF to get an on-line unbiased estimate, $\hat{\alpha}_k$, of the true α_k. We compare the variance of the error $\varepsilon_k = \alpha_k - \hat{\alpha}_k$ to the on-line BCRB (see [12] for details about the computation of this BCRB):

$$E\{|\varepsilon_k|^2\} \ge BCRB(k)$$

with $BCRB(k) = [\boldsymbol{J}^{-1}]_{k,k}$[3] the last element of the inverse of the Bayesian Information Matrix $\boldsymbol{J}$:

$$\boldsymbol{J} = \frac{1}{\sigma_n^2}\boldsymbol{I}_k + [\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{\alpha}}^{\boldsymbol{k}}]^{-1}$$

and $\boldsymbol{I}_k$ is the $k \times k$ identity matrix.

The KF is given by [14] (see also [16, p. 436])

Prediction	$\hat{\alpha}_{k\|k-1} = a\hat{\alpha}_{k-1}$	(i)
Prediction MSE	$P_{k\|k-1} = a^2 P_{k-1} + \sigma_e^2$	(ii)
Kalman gain	$K_k = \dfrac{P_{k\|k-1}}{\sigma_n^2 + P_{k\|k-1}}$	(iii)
Correction	$\hat{\alpha}_k = \hat{\alpha}_{k\|k-1} + K_k(y_k - \hat{\alpha}_{k\|k-1})$	(iv)
MSE	$P_k = (1-K_k)P_{k\|k-1}$	(v)

Replacing (ii) in (iii), (v) in (ii), and (i) in (iv), we obtain the simplified system:

$$K_k = [a^2 P_{k-1} + \sigma_e^2]/[a^2 P_{k-1} + \sigma_e^2 + \sigma_n^2] \tag{8}$$

$$P_k = (1-K_k)(a^2 P_{k-1} + \sigma_e^2) \tag{9}$$

$$\hat{\alpha}_k = a\hat{\alpha}_{k-1} + K_k(y_k - a\hat{\alpha}_{k-1}) \tag{10}$$

where K_k is the Kalman gain at iteration k and P_k is the estimation error variance. Since the linear system (1) and (4) is observable and controllable, an asymptotic regime for which $K_k = K_{k+1} = K_\infty$ and $P_k = P_{k+1} = P_\infty$ is quickly reached [14].

Based on Eqs. (8) and (9), and given $a^2 = 1 - \sigma_e^2/\sigma_\alpha^2$, we deduce

$$P_\infty = \frac{\sigma_n^2(a^2-1) - \sigma_e^2 + \sqrt{\Delta}}{2a^2}$$

$$K_\infty = \frac{a^2 P_\infty + \sigma_e^2}{a^2 P_\infty + \sigma_e^2 + \sigma_n^2} \tag{11}$$

[2] In general, the observation is rather $y_k = s_k\alpha_k + n_k$ where s_k denotes the transmitted symbols. Our simplified model (1) assumes the symbols are known (or decided). This model relies also on the assumption that the CG variation can be neglected during one symbol period. It should be noted that even if it is simple, this observation model is the same as the one obtained through multipath frequency selective channel in an OFDM system, for each subcarrier.

[3] The Cramér–Rao inequality is verified at every iteration k but the BCRB converges to a constant value after a certain number of iterations [12,15], (i.e., BCRB $\approx$ BCRB(k) for a sufficiently large value of k).

with $\Delta=(\sigma_n^2+\sigma_e^2-a^2\sigma_n^2)^2+4a^2\sigma_n^2\sigma_e^2$. From now on, we assume that the noise model variance satisfies $\sigma_e^2 \ll \sigma_n^2$. Note that this assumption means that $K_\infty \ll 1$, which seems reasonable for low normalized Doppler (i.e., $f_dT \le 10^{-2}$) and the usual range of SNR (i.e., $0.01 \le \sigma_n^2/\sigma_\alpha^2 \le 1$). We then have the following approximations (see Appendix A):

$$\sqrt{\Delta} \approx 2\sigma_e\sigma_n \quad \text{and} \quad a^2P_\infty \approx \sigma_e\sigma_n \tag{12}$$

leading to the following approximate expression of the steady-state Kalman gain:

$$K_\infty \approx \frac{\sigma_e}{\sigma_n} \tag{13}$$

On the other hand, we see that in the asymptotic regime (or tracking mode), Eq. (10) of the KF reduces (using (1)) to a time-invariant linear filter, expressed in the Z-Transform domain by

$$\hat{\alpha}(z)=az^{-1}\hat{\alpha}(z)+K_\infty(\alpha(z)+N(z)-az^{-1}\hat{\alpha}(z))$$

Then $\hat{\alpha}(z)=T(z)(\alpha(z)+N(z))$ and the error is

$$\varepsilon(z)=\alpha(z)-\hat{\alpha}(z)=(1-T(z))\alpha(z)-T(z)N(z) \tag{14}$$

where $T(z)$ is the transfer function of the steady-state KF:

$$T(z)=\frac{K_\infty}{1-a(1-K_\infty)z^{-1}} \tag{15}$$

Using (14), the asymptotic MSE is divided into two parts:

$$MSE=MSE1+MSE2 \tag{16}$$

- MSE1 is the dynamic error variance, due to the CG variations α_k filtered by the high pass filter $1-T(z)$:

$$MSE1 \overset{def}{=} \int_{-1/2T}^{+1/2T} |1-T(e^{j2\pi fT})|^2 \Gamma_\alpha(f)\,df \tag{17}$$

  Under the assumption $\frac{1}{2}\sigma_e^2/\sigma_\alpha^2 \ll 2\pi f_dT < 2\pi f_cT \ll 1$, which is reasonable for a low-Doppler scenario, we obtain (see Appendix B)

$$MSE1 \approx \int_{-f_d}^{+f_d} \left|\frac{2\pi fT}{2\pi f_cT}\right|^2 \Gamma_\alpha(f)\,df = \sigma_\alpha^2\frac{(2\pi f_dT)^2}{2(2\pi f_cT)^2} \tag{18}$$

  where f_c is the cut-off frequency of the low-pass filter $T(z)$, defined such that $2\pi f_cT=(1-a(1-K_\infty))/\ a(1-K_\infty)$. Still assuming that $\sigma_e^2 \ll \sigma_n^2$, it results that $2\pi f_cT \approx (\sigma_n-a(\sigma_n-\sigma_e))/a(\sigma_n-\sigma_e) \approx \sigma_e/\sigma_n$, which means that the (normalized) cut-off pulsation is approximately equal to the steady-state Kalman gain. The approximate closed-form expression of $MSE1$ is then

$$MSE1 \approx \sigma_\alpha^2\frac{(2\pi f_dT)^2\sigma_n^2}{2\sigma_e^2} = \frac{(2\pi f_dT)^2\sigma_n^2}{2(1-a^2)} \tag{19}$$

- MSE2 is the static error variance, due to the additive noise n_k filtered by the low pass filter $-T(z)$:

$$MSE2 \overset{def}{=} \sigma_n^2T\int_{-1/2T}^{+1/2T} |T(e^{j2\pi fT})|^2\,df = \sigma_n^2\frac{K_\infty^2}{|1-a^2(1-K_\infty)^2|} \tag{20}$$

Inserting (13) in (20), using again $a^2=1-\sigma_e^2/\sigma_\alpha^2$ and the previous assumption $\sigma_e^2 \ll \sigma_n^2$, it follows that

$$MSE2 \approx \sigma_n^2\frac{\sigma_e}{2\sigma_n} = \frac{\sqrt{(1-a^2)}\sigma_n\sigma_\alpha}{2} \tag{21}$$

These approximate closed-form expressions (19) and (21) will be useful in the perspective of an optimization (MAV criterion). But first we apply them to the case of the CM criterion in order to explain the performance of CM-based methods.

By imposing the CM criterion (7), and using $[J_0(\varepsilon)]^2 \approx 1-\varepsilon^2/2$ for $\varepsilon \ll 1$, we have $(1-a^2) \approx 2(\pi f_dT)^2$ and then

$$MSE1_{CM} \approx \sigma_n^2 \tag{22}$$

$$MSE2_{CM} \approx \frac{\pi f_dT\sigma_n\sigma_\alpha}{\sqrt{2}} \tag{23}$$

Note that these approximate closed-form expressions assumed that $f_dT < f_cT$ (for a valid computation of MSE1 as (18) and (19)) and then are valid only for $\sigma_n^2/\sigma_\alpha^2 < \frac{1}{2}$, since with the CM criterion we get $\sigma_e \approx \sqrt{2}\pi f_dT$, and then $f_cT \approx K_\infty \approx \sigma_e/\sigma_n \approx \sqrt{2}\pi f_dT/\sigma_n$.

However, for the MAV criterion, we can find the coefficient of the AR(1) model by minimizing the MSE in (16) with respect to a, assuming (19) and (21):

$$a^* = \sqrt{1-4\sqrt[3]{(\pi f_dT)^4\frac{\sigma_n^2}{\sigma_\alpha^2}}} \tag{24}$$

and the theoretical corresponding MSE is

$$MSE^* = \tfrac{3}{2}(\pi f_dT\sigma_n^2\sigma_\alpha)^{2/3} \tag{25}$$

In Fig. 1, we compare the MSE obtained with CM and MAV criteria. We also plot the BCRB (for $k=2000$) as reference.

- With the CM criterion, the MSE is approximately constant with respect to the Doppler frequency and at low Doppler, the error seems to be far from the BCRB. This agrees with Eqs. (22) and (23) since at low $f_dT \le 10^{-2}$ and medium SNR (i.e., $\sigma_n^2/\sigma_\alpha^2 \in [0.01; 0.5]$), $MSE2_{CM}$ is small and the mean square error $MSE_{CM} \approx MSE1_{CM} \approx \sigma_n^2$.
- With the MAV criterion, MSE^* seems to be approximately the same as the MSE computed by Monte Carlo simulation for all the usual range of SNR between 0 and 20 dB, so we validate the closed-form expression (25).
- The most important observation is that with the optimization (MAV criterion), we are closer to the bounds than with the CM criterion, especially for low frequencies ($f_dT=10^{-4}$) and low SNRs (this corroborates the results of [1]).

In Fig. 2, we complete our comparison with the AR(2) KF (under the CM criterion) of [4], and the AR(1) KF of [13] where the AR(1) coefficient a is estimated on-line from observations under the assumption that the channel is a true AR(1) process (instead of a Jakes process). The performance of the first algorithm is close to that of the AR(1) KF under the CM criterion (that corroborates the results in [1,4]) while the second one is poorer, and then the AR(1) KF optimized by the MAV criterion performs better than both of them.

Although the knowledge of $SNR=\sigma_\alpha^2/\sigma_n^2$ is required to design the KF in (8), its value is also needed for MAV-based optimization while it is not for the CM criterion. For the sake of fairness, we depict the sensitivity to imperfect SNR knowledge: Fig. 2 plots the MSE versus the true SNR for wrong values of a (obtained from (24) using arbitrary values of the SNR, fixed to $SNR'=10$, 15, or 20 dB), it shows that the sensitivity to the SNR knowledge is quite

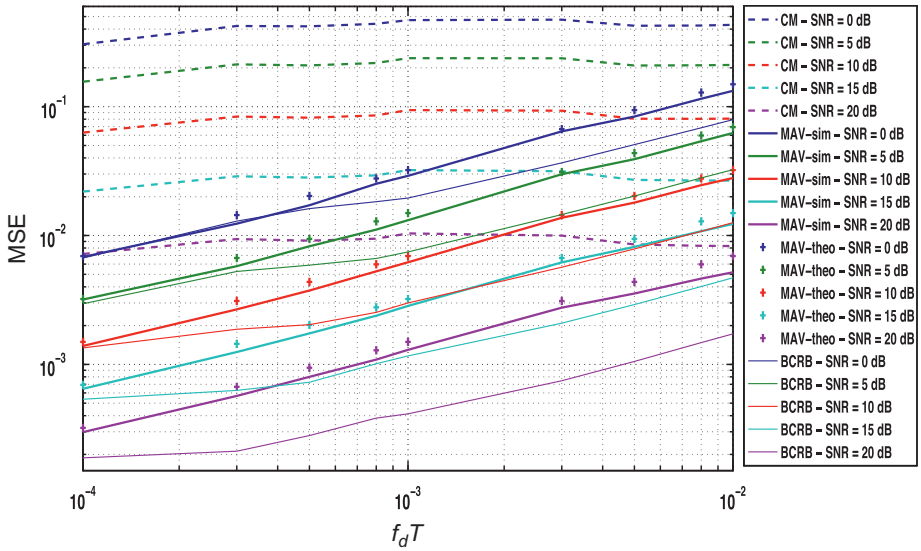


Fig. 1. MSE comparison of the AR(1) KF estimator based on the literature CM criterion (7) or on the MAV criterion (24), for different SNR, as functions of f_dT.

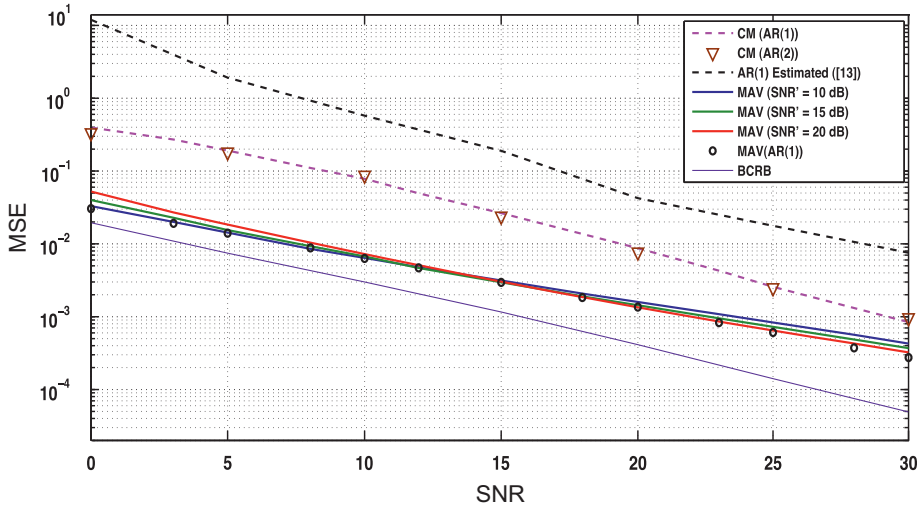


Fig. 2. MSE comparison versus *SNR* for $f_dT = 5 \times 10^{-4}$ of the AR(1) KF (MAV and CM), AR(2) KF (CM), and AR(1) KF of [13], and the effect of a mismatch on the knowledge of the SNR for the AR(1) KF (MAV) with an AR(1) coefficient a computed by (24) with (false) fixed values of SNR, $SNR' = 10, 15$ and 20 dB (solid lines), and (true) *SNR* (circles).

weak and that MAV-based optimization even with an SNR mismatch outperforms other CM-based methods.

4. Conclusion

This paper addresses the problem of estimating a Rayleigh channel using a first order AR model. An analytic study clearly shows that the most widely used choice for the AR(1) pole estimation (the CM criterion) is not accurate for low SNR and low Doppler f_dT. Therefore, switching to an estimation error variance criterion as already proposed in [1], we carry out the optimization of the AR(1) model and the calculation of its performance. We provide an approximate expression of the MSE for the CM and MAV criteria first, and of the AR(1) (MAV) parameter for a given SNR and Doppler scenario. It is demonstrated that the MSE of the AR(1) KF (MAV) is proportional to the (2/3) power of the product $(f_dT \times \sigma_n^2)$, where σ_n^2 is the observation noise variance.

Appendix A. Approximations of Δ in (12)

With the assumption $\sigma_e^2 \ll \sigma_n^2$, it is straightforward to see that

$$\Delta = (\sigma_n^2 + \sigma_e^2 - a^2\sigma_n^2)^2 + 4a^2\sigma_n^2\sigma_e^2$$

$$= \sigma_n^2\left[\frac{\sigma_n^2\sigma_e^4}{\sigma_\alpha^4} + 4\sigma_e^2 - 4\frac{\sigma_e^4}{\sigma_\alpha^2}\right] \approx 4\sigma_n^2\sigma_e^2$$

Note that for an AR(1) model with CM criterion, we have $\sigma_e^2/\sigma_\alpha^2 = 1 - a_{CM}^2 = 1 - [J_0(2\pi f_dT)]^2 = 1 - [1 - (\pi f_dT)^2 + (\pi f_dT)^4/2 - \cdots]^2 \approx 2(\pi f_dT)^2 \le 2\pi^2 10^{-4}$ (due to the low Doppler assumption, i.e., $f_dT \le 10^{-2}$). And due to the additional usual range SNR assumption (i.e., $0\,\text{dB} \le SNR \le 20\,\text{dB}$ and thus $0.01 \le \sigma_n^2/\sigma_\alpha^2 \le 1$), we verify the assumption $\sigma_e^2 \ll \sigma_n^2$.

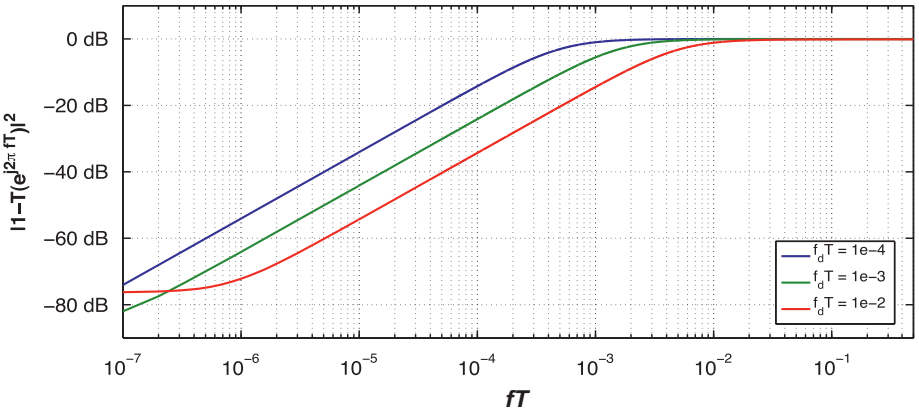


Fig. 3. The high-pass filter $1-T(z)$ for various f_{dT}, $SNR=20$ dB, and $\sigma_e^2/\sigma_\alpha^2=f_dT/1000$.

Appendix B. Approximation of $T(z)$ and approximation of MSE1 in (18)

The approximations made to obtain (18) are:

1. The steady-state KF, $T(z)$, can be approximated in the frequency domain using $z^{-1}=e^{-j2\pi fT}\approx 1-j2\pi fT$ for low frequencies compared to the sampling-rate, i.e., for $f \ll 1/T$, by

$$T(e^{j2\pi fT}) \approx \frac{K_\infty}{1-a(1-K_\infty)(1-j2\pi fT)} = \frac{A}{2\pi f_cT+j2\pi fT} \tag{B.1}$$

then

$$1-T(e^{j2\pi fT}) \approx \frac{2\pi f_cT-A+j2\pi fT}{2\pi f_cT+j2\pi fT} = \frac{2\pi f_{VLF}T+j2\pi fT}{2\pi f_cT+j2\pi fT}$$

where $A=K_\infty/a(1-K_\infty)$, $2\pi f_cT=(1-a(1-K_\infty))/a(1-K_\infty)$, and $2\pi f_{VLF}T=2\pi f_cT-A=(1-a)/a$.
Note that for proper tracking, the cut-off frequency of the steady-state filter, f_c, should be chosen higher than the Doppler frequency f_d, but much lower than the sampling rate $1/T$. The two conditions are quite compatible in the low Doppler scenario, and are summarized by $f_dT<f_cT\ll 1$.
Note also that $2\pi f_{VLF}T=1/a-1$, and given $1/a=[1-\sigma_e^2/\sigma_\alpha^2]^{-1/2}\approx 1+\frac{1}{2}\sigma_e^2/\sigma_\alpha^2$, we have $2\pi f_{VLF}T\approx\frac{1}{2}\sigma_e^2/\sigma_\alpha^2$. And according to Appendix A, we have for the AR(1) model with CM criterion, $\sigma_e^2/\sigma_\alpha^2\approx 2(\pi f_dT)^2\ll 4\pi f_dT$. From now on, our complete assumptions for the computation of the integral (17) will be

$$f_{VLF}T\ll f_dT<f_cT\ll 1$$

2. The function $1-T(e^{j2\pi fT})$ can be (asymptotically) divided into three parts (as can be checked by the plot of $|1-T(e^{j2\pi fT})|^2$ in Fig. 3):
   (a) for $0<fT<f_{VLF}T$, a constant part approximately equal to $2\pi f_{VLF}T/2\pi f_cT$
   (b) for $f_{VLF}T<fT<f_cT$, a linear part approximately equal to $2\pi fT/2\pi f_cT$
   (c) for $fT>f_cT$, a constant part equal to 1, not considered in the integral (17), since $\Gamma_\alpha(f)=0$ for $|f|>f_d$, with $f_dT<f_cT$.

Then

$$MSE1 \approx 2\int_0^{+f_{VLF}} \left[\frac{2\pi f_{VLF}T}{2\pi f_cT}\right]^2 \Gamma_\alpha(f)df + 2\int_{+f_{VLF}}^{+f_d} \left[\frac{2\pi fT}{2\pi f_cT}\right]^2 \Gamma_\alpha(f)\,df \tag{B.2}$$

$$=2I_1[0;+f_{VLF}]+2I_2[+f_{VLF};f_d] \tag{B.3}$$

but $I_2[0;+f_{VLF}]<I_1[0;+f_{VLF}]$ since $f<f_{VLF}$ in this computation, and $I_2[+f_{VLF};+f_d]<I_2[0;+f_d]$, then

$$2I_2[0;+f_d]<MSE1<2I_1[0;+f_{VLF}]+2I_2[0;+f_d]$$

but given the form of Γ_α, it results that $I_1[0;+f_{VLF}]<(f_{VLF}/f_d)I_2[0;+f_d]\ll I_2[0;+f_d]$ since $f_{VLF}\ll f_d$.
In conclusion, $MSE1\approx 2I_2[0;+f_d]=2\int_0^{+f_d}[2\pi fT/2\pi f_cT]^2\Gamma_\alpha(f)df=((2\pi f_dT)^2/(2(2\pi f_cT)^2)\sigma_\alpha^2$.

References

[1] A. Barbieri, A. Piemontese, G. Colavolpe, On the ARMA approximation for frequency channels described by the Clarke model with applications to Kalman-based receivers, IEEE Transactions on Wireless Communications 8 (2) (2009).
[2] K.E. Baddour, N.C. Beaulieu, Autoregressive modeling for fading channel simulation, IEEE Transactions on Wireless Communications 4 (4) (2005) 1650–1662.
[3] H.S. Wang, P.C. Chang, On verifying the first-order Markovian assumption for a Rayleigh fading channel model, IEEE Transactions on Vehicular Technology 45 (2) (1996) 353–357.
[4] C. Komninakis, C. Fragouli, A.H. Sayed, R.D. Wesel, Multi-input multi-output fading channel tracking and equalization using Kalman estimation, IEEE Transactions on Signal Processing 50 (May) (2002).
[5] Z. Liu, X. Ma, G.B. Giannakis, Space-time coding and Kalman filtering for time selective fading channels, IEEE Transactions on Communications 50 (2) (2002).
[6] M. McGuire, M. Sima, Low-order Kalman filters for channel estimation, in: IEEE Communications, Computers and Signal Processing, August, 2005, pp. 352–355.
[7] W. Chen, R. Zhang, Kalman-filter channel estimator for OFDM systems in time and frequency-selective fading environment, in: Proceedings of the IEEE ICASSP, Montréal, Canada, May 2004.
[8] T.Y. Al-Naffouri, An EM-based forward–backward Kalman for the estimation of time-variant channels in OFDM, IEEE Transactions on Signal Processing 55 (July) (2007).
[9] H. Hijazi, L. Ros, Joint data QR-detection and Kalman estimation for OFDM time-varying Rayleigh channel complex gains, IEEE Transactions on Communications 58 (1) (2010) 170–178.
[10] H. Abeida, J.-M. Brossier, L. Ros, J. Vilà-Valls, An EM algorithm for path delay and complex gain estimation of a slowly varying fading

channel for CPM signals, in: Proceedings of the IEEE Globecom, Hawaï, December 2009.
[11] L. Ros, H. Hijazi, E.P. Simon, Paths complex gain tracking algorithms for OFDM receiver in slowly-varying channels, in: Proceedings of the IEEE ISCCSP, Limassol, Cyprus, March 2010.
[12] H. Hijazi, L. Ros, Bayesian Cramér–Rao Bounds for complex gain parameters estimation of slowly varying Rayleigh channel in OFDM systems, Elsevier Signal Processing Fast Communication 89 (January) (2009) 111–115.
[13] M. Enescu, V. Koivunen, On the estimation of state matrix and noise statistics in state space models, in: Proceedings of the IEEE 56th Vehicular Technology Conference, Vancouver BC, September 2002.
[14] G.K. Chui, G. Chen, Kalman Filtering with Real-time Applications, Springer-Verlag, 1987.
[15] S. Ghandour, Estimation de canal à évanouissements lents pour les communications radio-mobiles, Master's Degree Report at Grenoble-INP, June 2010.
[16] S.M. Kay, Fundamentals of Statistical Signal Processing—Estimation Theory, Prentice-Hall, 1993.

Abstract — This manuscript of "Habilitation à diriger les Recherches" (Habilitation to conduct researches) gives me the opportunity to take stock of the last 14 years on my associate professor activities and on my research works in the field of signal processing for digital communications, particularly for radio-mobile communications. The purpose of this signal processing is generally to obtain a robust transmission, despite the passage of digital information through a communication channel disrupted by the mobility between the transmitter and the receiver (Doppler effect), the phenomenon of echoes (multi-path propagation), the addition of noise or interference, or by limitations in bandwidth, in transmitted power or in signal-to-noise ratio. In order to recover properly the digital information, the receiver needs in general to have an accurate knowledge of the channel state. Much of my work has focused on receiver synchronization or more generally on the dynamic estimation of the channel parameters (delays, phases, amplitudes, Doppler shifts, ...). We have developed estimators and studied their performance in asymptotic variance, and have compared them to minimum lower bound (Cramer-rao or Bayesian Cramer Rao bounds). Some other studies have focused only on the recovering of information ("detection" or "equalization" task) by the receiver after channel estimation, or proposed and analyzed emission / reception schemes, reliable for certain scenarios (transmit diversity scheme for flat fading channel, scheme with high energy efficiency, ...).

Keywords : Channel estimation, Synchronization, Equalization, Digital Communications, Signal Processing, Kalman filter, Digital Phase-Locked Loops (D-PLL), Spread-spectrum technique, Coded Division Multiple Access (CDMA), Multi-carrier modulation, Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM), Multi-path channel, Doppler, Diversity.

Résumé — Ce mémoire de HDR est l'occasion de dresser un bilan des 14 dernières années concernant mes activités d'enseignant-chercheur et mes travaux de recherche dans le domaine du traitement du signal pour les communications numériques, et plus particulièrement les communications radiomobiles. L'objet de ce traitement du signal est globalement l'obtention d'une transmission robuste, malgré le passage de l'information numérique au travers d'un canal de communication perturbé par la mobilité entre l'émetteur et le récepteur (effet Doppler), le phénomène d'échos, l'addition de bruit ou d'interférence, ou encore par des limitations en bande-passante, en puissance transmise ou en rapport-signal à bruit. Afin de restituer au mieux l'information numérique, le récepteur a en général besoin de disposer d'une connaissance précise du canal. Une grande partie de mes travaux s'est intéressé à l'estimation dynamique des paramètres de ce canal (retards, phases, amplitudes, décalages Doppler, ...), et en particulier à la synchronisation du récepteur. Quelques autres travaux se sont intéressés seulement à la restitution de l'information (tâches de "détection" ou d' "égalisation") par le récepteur une fois le canal estimé, ou à des schémas d'émission / réception spécifiques. La synthèse des travaux commence par une introduction générale décrivant les "canaux de communications" et leurs problèmes potentiels, et positionne chacun de mes travaux en ces termes. Une première partie s'intéresse aux techniques de réception pour les signaux à spectre étalé des systèmes d'accès multiple à répartition par codes (CDMA). Ces systèmes large-bande offrent un fort pouvoir de résolution temporelle et des degrés de liberté, que nous avons exploités pour étudier l'égalisation et la synchronisation (de retard et de phase) en présence de trajets multiples et d'utilisateurs multiples. La première partie regroupe aussi d'autres schémas d'émission/réception, proposés pour leur robustesse dans différents scénarios (schéma à diversité pour canaux à évanouissement plats, schéma à forte efficacité énergétique, ...). La seconde partie est consacrée à l'estimation dynamique Bayésienne des paramètres du canal. On suppose ici qu'une partie des paramètres à estimer exhibe des variations temporelles aléatoires selon une certaine loi à priori. Nous proposons d'abord des estimateurs et des bornes minimales d'estimation pour des modèles de transmission relativement complexes, en raison de la distorsion temporelle due à la forte mobilité en modulation multi-porteuse (OFDM), ou de la présence de plusieurs paramètres à estimer conjointement, ou encore de non linéarités dans les modèles. Nous nous focalisons ensuite sur le problème d'estimation des amplitudes complexes des trajets d'un canal à évolution lente (à 1 ou plusieurs bonds). Nous proposons des estimateurs récursifs (dénommés CATL, pour "Complex Amplitude Tracking Loop") à structure imposée inspirée par les boucles à verrouillage de phase numériques, de performance asymptotiques proches des bornes minimales. Les formules analytiques approchées de performances asymptotiques et de réglages de ces estimateurs sont établies sous forme de simples fonctions des paramètres physiques (spectre Doppler, retards, niveau de bruit). Puis étant donné les liens établis entre ces estimateurs CATL et certains filtres de Kalman (construits pour des modèles d'état de type marche aléatoire intégrée), les formules approchées de performances asymptotiques et de réglage de ces filtres de Kalman sont aussi dérivées.

Mots clés : Estimation de canal, Synchronisation, Egalisation, Communications numériques, Traitement du signal, Filtre de Kalman, Boucle à verrouillage de phase numérique, Etalement de spectre par séquence directe, Modulation multi-porteuse, Canal multi-trajet, Doppler, Diversité.

Laboratoire Gipsa-lab, Département Images-Signal,
11 rue des Mathématiques, Grenoble Campus, BP46,
F-38402 Saint-Martin D'Hères, FRANCE.