Dynamiques de gouttes funambules : applications à la fabrication de laine de verre

Pierre-Brice Bintein

▶ **To cite this version:**

Pierre-Brice Bintein. Dynamiques de gouttes funambules : applications à la fabrication de laine de verre. Mécanique des matériaux [physics.class-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2015. Français. NNT : 2015PA066091 . tel-01181342

HAL Id: tel-01181342
https://theses.hal.science/tel-01181342

Submitted on 30 Jul 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT
DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE

Spécialité Physique
École doctorale : "Physique en Île-de-France"

présentée par

Pierre-Brice BINTEIN

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE

Dynamiques de gouttes funambules
Applications à la fabrication de laine de verre

Soutenue le 28 janvier 2015 devant le jury composé de :

M.	Christophe Clanet	Directeur de thèse
M.	Benjamin Dollet	Rapporteur
M.	Stéphane Dorbolo	Rapporteur
M.	Jean-François Joanny	Examinateur
Mme	Marie Lamblet	Examinatrice
Mme	Élise Lorenceau	Examinatrice
M.	David Quéré	Directeur de thèse

(...) de la possibilité d'être dans le monde, et traversé par le souffle du monde, comme une goutte d'eau suspendue en un rai de soleil flambe d'être traversée.

Giono, *Jean le Bleu*

Table des matières

Introduction **1**

I Dynamiques spontanées de gouttes funambules **7**

1 Effets capillaires d'un pont liquide mouillant entre deux fibres rigides **9**
1.1 Jonctions liquides entre deux fibres 13
1.2 Couple capillaire : alignement des fibres 39
1.3 Force capillaire : adhésion des fibres 48

2 Étalement d'un liquide mouillant entre deux fibres **61**
2.1 Étalement depuis un réservoir de liquide 65
2.2 Étalement d'une goutte entre deux fibres en coin 82
2.3 Ouverture : effet de l'élasticité des fibres 86

II Dynamiques forcées de gouttes funambules **95**

3 Électrodynamique de gouttes funambules **97**
3.1 Effets d'un champ électrique sur une goutte funambule 98
3.2 Étalement d'une goutte diélectrique sur une fibre conductrice 124

4 Aérodynamique de gouttes funambules **135**
4.1 Translation d'une goutte funambule 137
4.2 Interactions entre gouttes ou avec des obstacles 174
4.3 Autres régimes dynamiques 188
4.4 Détachement d'une goutte funambule 200

Conclusion **217**

Introduction

FIGURE 1 – Un funambule dans le quartier de la Goutte-d'Or (à Paris).

Gouttes et fibres : effets capillaires

Une goutte de pluie, photographiée dans sa chute sur la figure 2(a), présente une forme de sphère due à sa petite taille (millimétrique) ; à cette échelle, la gravité fait tomber le liquide sans le déformer, car la force de pesanteur est négligeable devant les forces de surface. Ces dernières résultent d'interactions attractives entre molécules identiques ; elles ont pour effet de minimiser la surface entre l'eau et l'air, d'où la forme sphérique.
La force capillaire (traduisant la cohésion de la goutte) s'exprime comme le produit d'une constante propre au liquide, appelée tension de surface et notée γ, par une longueur caractéristique, ici le rayon $\mathcal{R}$ de la goutte. Les gouttes plus grosses sont déformées (voire fragmentées) par la gravité ; de telles déformations de la sphère liquide sont induites au-delà d'une taille critique, obtenue en équilibrant la force $\gamma\mathcal{R}$ avec le poids de la goutte de densité ρ, soit $\rho g\mathcal{R}^3$ en loi d'échelle. Cette taille critique est la longueur capillaire $a = \sqrt{\gamma/\rho g}$; pour l'eau pure à température ambiante, $\gamma \approx 72$ mN/m et $a \approx 3$ mm.

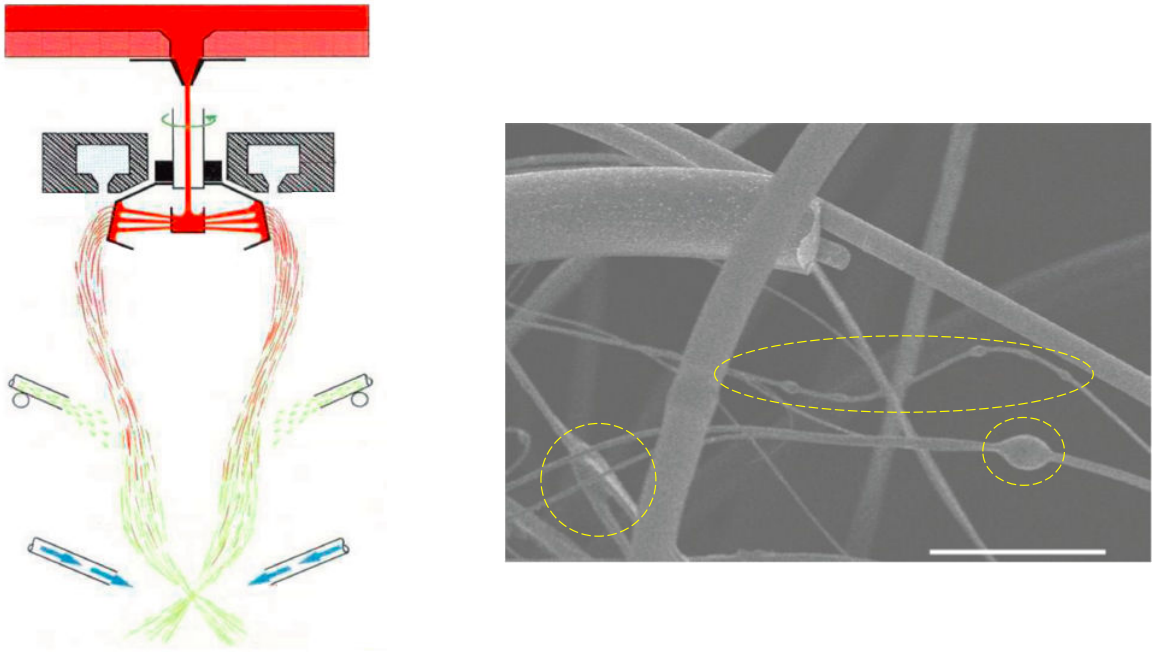
(a) (b) (c)

FIGURE 2 – (a) Goutte d'eau en chute libre dans l'air, de volume $\Omega = 4$ μL (soit un rayon $\mathcal{R} = 1$ mm). (Photo P. Bourrianne.) (b) Un trombone (de rayon $b = 0.8$ mm) déposé à la surface d'un verre d'eau la déforme en créant des ménisques de taille similaire, décelables grâce aux déviations lumineuses par ces interfaces courbes, et lui permettant de flotter. (Photo P. Raux.) (c) En forêt, une toile d'araignée se couvre d'une myriade de gouttelettes de rosée matinale. (Photo A. Ponomarenko.)

Pour un volume de liquide grand devant a^3, la gravité l'emporte ; ainsi la surface d'un verre d'eau est-elle plane et horizontale. Les effets capillaires restent cependant apparents près des interfaces avec un solide partiellement immergé, c'est-à-dire au niveau de la ligne de contact entre le liquide, le solide et l'air environnant (appelée ligne triple). Sur les bords du verre, l'eau forme ainsi des ménisques de taille a. Un objet immergé plus petit que a, comme un fil de rayon b, déforme la surface du liquide en créant des ménisques dont la taille est de l'ordre de cette nouvelle longueur caractéristique b. La force capillaire associée à ces ménisques, qui limite la déformation de l'interface, s'écrit comme le produit de γ par la longueur de la ligne triple. En repliant le fil dans un plan et en le déposant délicatement à la surface de l'eau, comme on le voit avec le trombone de la figure 2(b), la ligne triple peut être assez grande pour que la force en résultant s'oppose au poids du fil et l'empêche de couler malgré sa densité élevée. Cet effet spectaculaire est utilisé par certains insectes pour se déplacer à la surface de l'eau.

Que se passe-t-il à l'inverse si l'on tire rapidement hors de son bain un fil immergé ? On constate l'entraînement d'une partie du liquide, déposé sous la forme d'un manchon entourant le fil. Ce gainage initial ne minimisant pas l'interface entre le liquide et l'air, il se déstabilise par capillarité vers la forme d'énergie plus basse constituée de gouttes espacées, connectées par un film liquide. Ainsi la fine structure d'une toile d'araignée est-elle révélée par la rosée du matin, qui s'y condense et forme un chapelet de gouttes (figure 2(c)). La force capillaire est encore responsable de la sustentation de ces perles liquides sur le fil par l'intermédiaire de ménisques, ainsi que de leur forme quasi-sphérique puisque ces gouttes pendantes ne touchent le fil que sur une faible surface, et sont donc essentiellement entourées d'air. Dans de nombreux domaines industriels impliquant l'ensimage de fibres, la déstabilisation du manchon liquide connue sous le nom d'instabilité de Plateau-Rayleigh pose problème, puisqu'elle rassemble le liquide là où on aurait voulu gainer le fil.

Contexte industriel



(a) (b)

FIGURE 3 – (a) Schéma des premières étapes du procédé (SGR) de fabrication de laine de verre. Le verre en fusion (en rouge) est extrudé en fibres, vers lesquelles sont projetées des gouttes de colle (en jaune). L'ensemble est comprimé par des flux d'air (en bleu). (b) Image en microscopie électronique à balayage (échelle : 1/20 de mm) d'un échantillon de laine de verre, faisant apparaître des fibres entremêlées de tailles variées, ainsi que du liant maintenant solidifié : on distingue (signalés par des pointillés jaunes) une jonction entre deux fibres (en bas, à gauche), un chapelet de gouttelettes sur une fibre ondoyante (au centre) et une goutte isolée plus grosse (en bas, à droite).

Au cours du procédé de fabrication industrielle de laine de verre propre à l'entreprise Saint-Gobain Recherche (SGR) et à sa filiale Isover, dont les premières étapes sont schématisées sur la figure 3(a), du verre en fusion passe dans une assiette de fibrage en rotation ; celle-ci, percée, laisse sortir des fibres de verre qui se solidifent et sont dirigées vers le bas par des flux d'air. Au cours de leur chute, ces faisceaux de fibres sont impactés par des gouttes de colle liquide (appelée liant) projetées dans leur direction. L'ensemble de fibres et des gouttes funambules ainsi accrochées tombe ensuite sur un tapis roulant où le matelas de fibres est compacté puis regonflé par de nouveaux flux d'air, avant d'être déplacé vers les dernières étapes du procédé impliquant notamment le séchage et la cuisson du liant. En sortie de la chaîne de fabrication, on obtient un matelas de laine de verre constitué de nombreuses fibres connectées par du liant séché (figure 3(b)), assurant la cohésion du produit fini.

Questions posées

Différentes questions d'intérêt physique se posent à la vue du procédé de fabrication ainsi que de l'allure du produit fini. On se concentre sur deux ensembles de questions dans cette thèse.
D'une part, comment les jonctions capillaires entre deux fibres se forment-elles spontanément, et quelles sont les forces qui leur sont associées (chapitre 1) ? Quelle est alors la forme adoptée par le liquide à l'équilibre, avant un éventuel séchage (chapitre 2) ?
D'autre part, comment optimiser la répartition du liquide pour augmenter la probabilité de faire des jonctions ? On proposera deux méthodes différentes pour influencer la dynamique de gouttes funambules isolées : l'utilisation d'un champ électrique intense (chapitre 3) et celle, plus facile d'application, d'un flux d'air (chapitre 4).

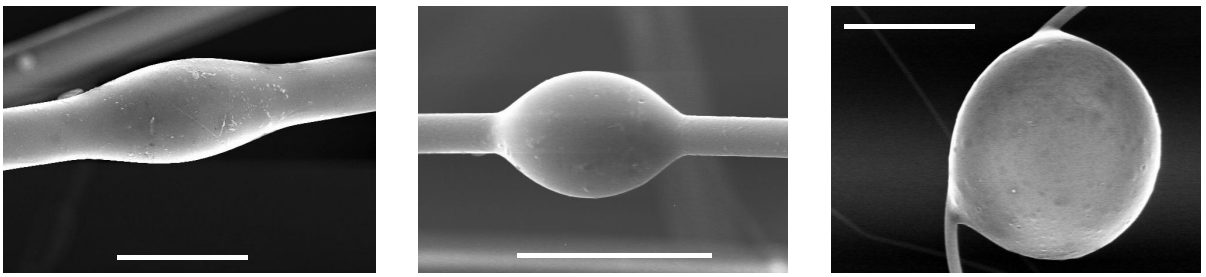
Cadre de l'étude et matériel utilisé

Dans le procédé industriel, gouttes et fibres présentent des distributions de taille larges (et modifiables), centrées vers $b \approx 7$ microns et $\mathcal{R} \approx 40$ microns en ordre de grandeur. Les expériences présentées dans cette thèse sont à l'échelle macroscopique, elles mettent en jeu des fibres et des gouttes aisément manipulables. Les tailles typiques de ces objets seront de l'ordre de $b \approx 125$ microns et $\mathcal{R} \approx 0.7$ mm ; on a ainsi veillé à conserver un rapport d'aspect $\mathcal{R}/b \approx 6$, voisin du cas pratique. Quant à la nature du liquide, le liant industriel le plus récemment développé est en phase aqueuse, et s'étale complètement sur une plaque de verre propre ; on dit que l'eau est en mouillage total sur du verre, ou encore que l'angle de contact formé par une goutte posée (défini localement entre goutte de liant et fibre de verre) est nul. On a conservé cette propriété dans notre étude, où l'on utilise essentiellement des huiles silicones ; ce sont des huiles de polydiméthylsiloxane, c'est-à-dire des chaînes linéaires de longueur variable comprenant une alternance d'atomes de silicium et d'oxygène, et saturées par des groupements méthyls (CH_3). De tels liquides sont chimiquement inertes et mouillent totalement la plupart des surfaces, dont les fibres utilisées ; ces dernières seront en métal ou en nylon suivant les expériences. On indique dans le tableau de la figure 4 certaines propriétés de l'huile la plus utilisée dans la suite ; on en déduit que sa longueur capillaire vaut $a \approx 1.5$ mm.

tension de surface	masse volumique	viscosité dynamique	conductivité thermique	résistivité électrique	rigidité diélectrique	permittivité relative	indice de réfraction
γ	ρ	η	k	$\Re$	$\mathcal{E}_{\max}$	ϵ_r	n
19.7 mN/m	910 kg/m^3	4.55 mPa.s	0.12 W/m.K	10^{15} Ω.cm	14 kV/mm	2.59	1.397

FIGURE 4 – Quelques caractéristiques physiques de l'huile Rhodorsil® 47 "V5", de viscosité cinématique $\nu = 5$ mm^2/s : symboles utilisés ici, et valeurs associées à 25°C.

Les fibres utilisées sont de tailles b s'approchant parfois de la longueur capillaire ; il ne sera donc pas toujours possible de négliger les effets gravitaires dans notre étude. La figure 6 montre ainsi la forme d'équilibre adoptée lors du dépôt d'un certain volume sur une fibre (la fibre étant laissée nue si ce volume ne peut être soutenu) ; on observe que les plus grosses gouttes restent sphériques tant que les fibres sont minces, mais que leur poids les décalent plus ou moins sous la fibre. Des gouttes dont le volume reste comparable à b^3 adoptent une forme dite onduloïdale qui résulte de la condition de mouillage complet et de l'existence d'une pression (donc d'une courbure) constante dans des gouttes à l'équilibre. Ces formes sont proches de celles observées au sein de la laine de verre (cf figure 5), ce qui plaide pour une bonne correspondance entre le système modèle étudié ici et le système industriel développé par Isover.



(a) (b) (c)

FIGURE 5 – Photos (prises au MEB et fournies par SGR) de gouttes funambules de liant séché sur des fibres de verre, au sein d'un matelas de laine de verre (échelles : 20 microns).

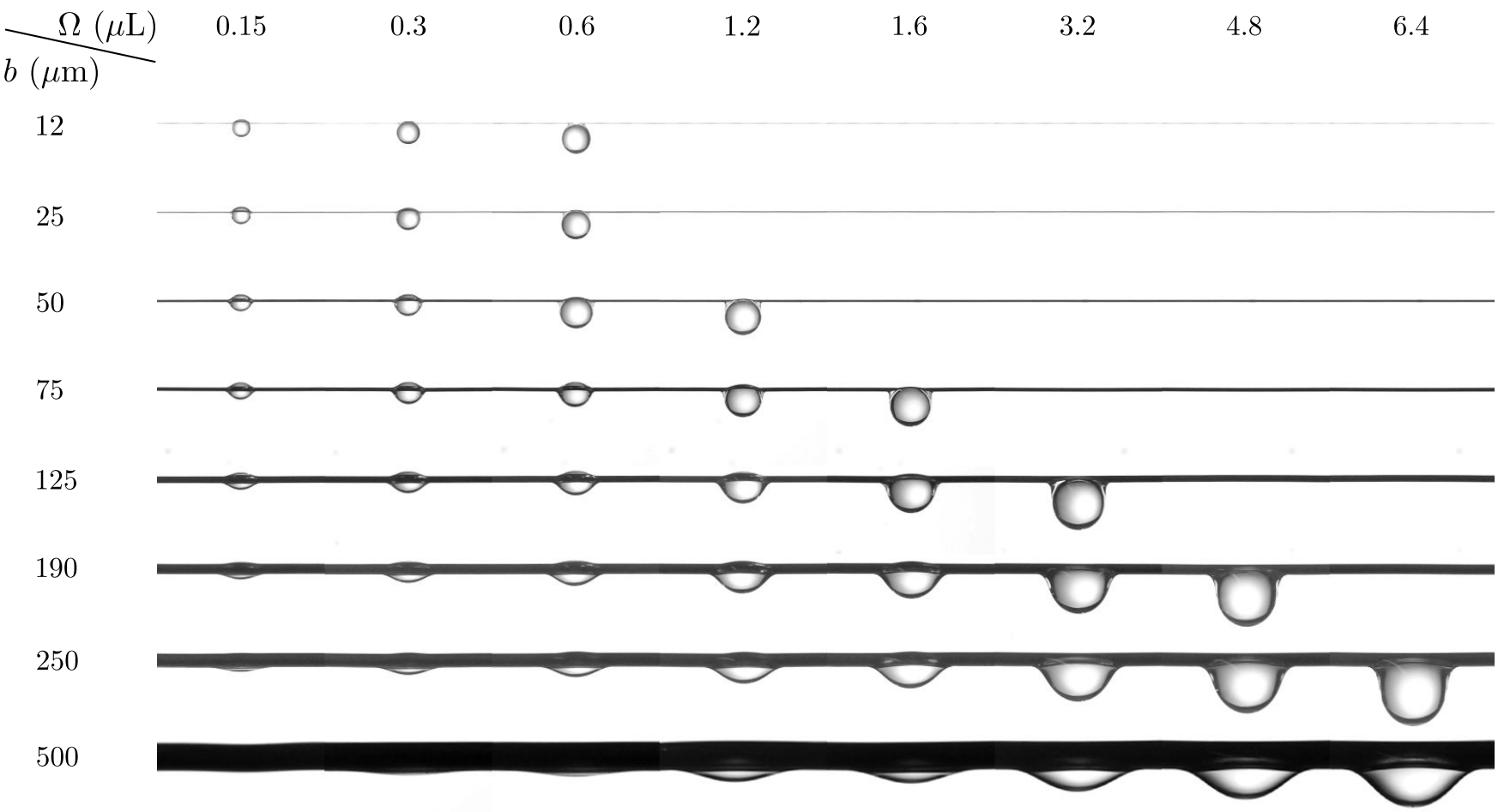


FIGURE 6 – Couples goutte/fibre : l'échiquier des possibles.

Première partie

Dynamiques spontanées de gouttes funambules

Chapitre 1

Effets capillaires d'un pont liquide mouillant entre deux fibres rigides

Sommaire

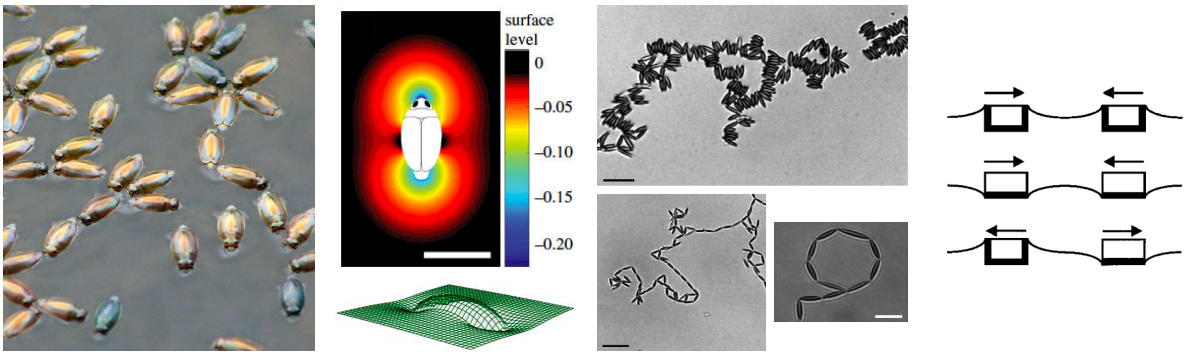
1.1 Jonctions liquides entre deux fibres 13
1.1.1 Rappels sur la forme d'une goutte entre deux fibres parallèles 13
1.1.2 Volume de liquide supporté par deux fibres croisées 23
1.1.3 Forme du liquide mouillant capturé 31
1.2 Couple capillaire : alignement des fibres 39
1.2.1 Comportement oscillant 39
1.2.2 Période aux petits angles et couple capillaire de rappel 41
1.2.3 Temps de décroissance et dissipation 45
1.3 Force capillaire : adhésion des fibres 48
1.3.1 Mesure de forces capillaires 49
1.3.2 Modèles de forces capillaires 51
1.3.3 Énergie d'adhésion 58

Introduction

Pour jouer un rôle au sein d'une assemblée de fibres, une goutte doit lier plusieurs de ces fibres. Le trio fibre/goutte/fibre est ainsi l'élément de base impliqué dans la cohésion et l'imprégnation de milieux fibreux, comme les cheveux [122], le papier [157] ou les textiles [86]. Ces derniers sont des assemblages de nombreux fils, parfois regroupés en brins et souvent traités par des dépôts liquides qui les colorent ou les protègent ; c'est dans ce domaine qu'on trouve les premières observations de la forme d'une goutte entre deux fibres [87].

Dans ce chapitre, on décrit la morphologie adoptée par une goutte de liquide coincée entre deux fibres, avant d'en caractériser les effets : on va voir qu'un liquide mouillant est responsable d'un couple tendant à aligner les fibres, et d'une force tendant à les réunir.

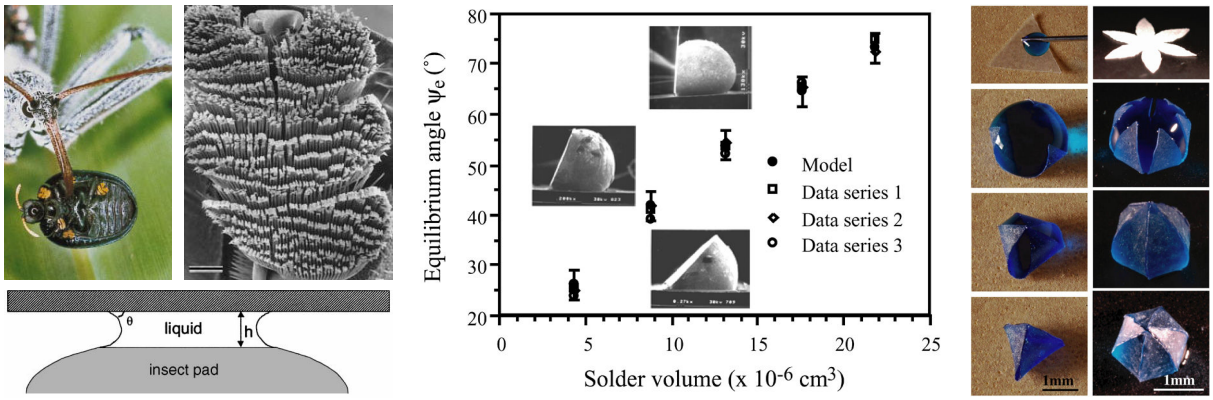
De tels phénomènes de réorientation et d'adhésion capillaires s'inscrivent dans un domaine d'étude plus large, l'auto-organisation de structures par des effets capillaires. Ces effets variant linéairement avec la taille des objets, ils l'emportent sur la gravité pour des structures assez petites ; cependant des effets gravitaires additionnels peuvent être observés [158].



(a) (b) (c) (d)

FIGURE 1.1 – (a) Photo de gyrins, des coléoptères vivant à l'interface entre l'air et l'eau où ils réalisent des auto-assemblages, comme la configuration en fleur dans le coin supérieur droit. On distingue la déformation de la surface grâce à la réflexion lumineuse. (Image issue de [160].) (b) Tracé numérique de la déformation de la surface par un ménisque à symétrie bipolaire autour d'un gyrins (en haut, échelle : 5 mm, image issue de [160]) ou quadrupolaire autour d'une particule ellipsoïdale (en bas, image issue de [77]). (c) Particules ellipsoïdales à l'interface eau-huile, formant des agrégats dont la structure dépend de leur propriétés de mouillage : des particules recouvertes de silice s'agrègent côte à côte (en haut, échelle : 21 μm) alors que des particules de polystyrène se lient par leurs sommets (en bas à gauche, échelle : 33 μm), pouvant former des structures polygonales (en bas à droite, échelle : 14 μm). (Images issues de [77].) (d) La tension de surface s'oppose au poids pour des objets plus denses que la phase inférieure (première ligne), et à la poussée d'Archimède pour des objets moins denses (deuxième ligne) ; suivant cette distinction, ou suivant le caractère hydrophile ou hydrophobe des surfaces dans le cas de structures très légères, l'interface n'est pas courbée dans le même sens, d'où des interactions attractives entre deux objets induisant des courbures de même signe (deux premières lignes) ou répulsives (à grande distance) dans le cas contraire (dernière ligne). (Image issue de [17].)

Les petits objets sont parfois présents aux interfaces, comme les particules colloïdales utilisées pour stabiliser des émulsions ou des mousses. Quand elles sont lourdes, ces particules déforment l'interface, avec une courbure dont le signe change suivant leur densité relative au fluide de la phase inférieure ; cette dépendance induit des interactions attractives ou répulsives entre objets (cf [158] et la figure 1.1(d)). De plus lorsque ces objets sont non sphériques (par exemple ellipsoïdaux), les interactions capillaires qui en résultent sont anisotropes et à longue portée ; l'énergie associée peut être très supérieure à l'énergie d'agitation thermique [77]. Cette anisotropie peut être induite ou modifiée par des traitements chimiques en surface, changeant leur propriétés de mouillage, et conduisant à des formes préférentielles d'assemblage (structures ouvertes ou chaînes visibles sur la figure 1.1(c)) [77], [21], [17]. On peut également jouer sur les charges surfaciques des particules ; l'attraction capillaire s'oppose à la répulsion électrostatique [78]. Une autre application a été observée lors de l'évaporation d'une goutte dans laquelle l'assemblage de particules en suspension les empêche d'atteindre les bords de la goutte et assure ainsi un dépôt uniforme après évaporation [171]. De tels auto-assemblages ont aussi été observés chez les gyrins, des insectes vivant à la surface de l'eau (cf [160] et la figure 1.1(a)).



(a) (b) (c)

FIGURE 1.2 – (a) En haut, à gauche : photo d'un coléoptère (*hemisphaerota cyanea*) attrapé par un prédateur : il n'a pas pu réagir défensivement en appuyant ses tarses (repérables à leur coloration orange) sur la surface pour y adhérer fortement à l'aide de ponts capillaires, et ne présenter que sa carapace à l'agresseur (image issue de [32]). En haut, à droite : zoom sur un tarse du coléoptère photographié en (a) (échelle : 100 μm) ; il est constitué de poils regroupés en blocs qui viennent s'appuyer sur la surface en cas d'agression, et au bout desquels l'huile sécrétée par l'insecte vient créer des ponts capillaires (image issue de [32]). En bas : schéma d'un pont capillaire entre une patte d'insecte et une surface : le pont capillaire est en dépression par rapport à l'air ambiant, d'où l'adhésion humide. (Figure issue de [34].) (d) Exemple d'auto-assemblage contrôlé de MEMS : évolution de l'angle d'équilibre entre deux plaques carrées (de 300 μm de côté) liées par des charnières flexibles, subissant un couple capillaire dû à une goutte de soudure les connectant, en fonction du volume de cette soudure. (Figure issue de [145].) (e) Exemples d'origami capillaire : une feuille élastique (en PDMS) se referme autour d'une goutte mouillante pour former une structure 3D dépendant du patron initial. (Figure issue de [128].)

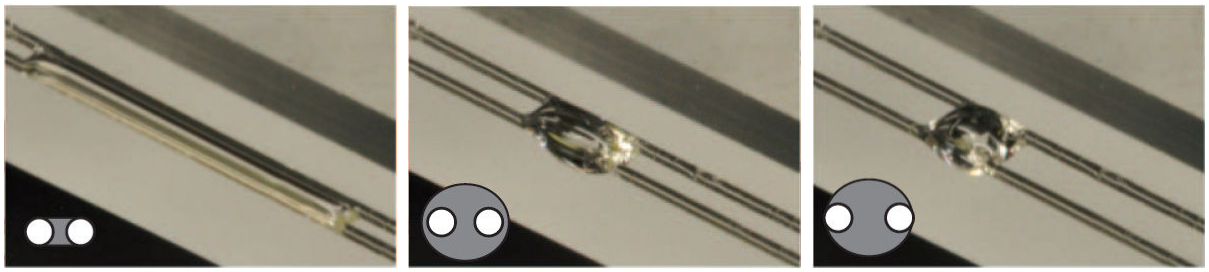
D'autres insectes, comme les fourmis [34] ou certains coléoptères [32], sécrètent des liquides

et utilisent les forces capillaires en résultant pour adhérer fortement aux surfaces, ce qui leur permet de se déplacer lorsque celles-ci sont inclinées, voire de se protéger contre la prédation (cf la figure 1.2(a)). On parle alors d'adhésion humide [118], [144] ; les forces en jeu ne sont plus liées à la déformation locale d'une grande surface liquide, mais à la présence d'un petit volume de liquide connectant deux surfaces solides, comme dans notre étude. Il arrive que ces ponts liquides se forment spontanément par condensation capillaire de vapeur d'eau lorsque deux structures sont assez proches [23] ; les interactions capillaires peuvent alors être néfastes, elles altèrent par exemple le fonctionnement des microscopes à force atomique [104] ou des disques durs magnétiques [40]. À l'inverse, ces interactions peuvent être utilisées pour fabriquer des microstructures mécaniques, électroniques et optiques, à des échelles pour lesquelles des méthodes plus conventionnelles ne sont pas adaptées ([145] et figure 1.2(b)) ; il est même possible de réaliser des origamis capillaires quand les structures assemblées sont déformables (cf la figure 1.2(c)).

Ici, on s'intéresse toujours à des fibres rigides et manipulables aisément, d'un diamètre de l'ordre de la centaine de microns et de longueur centimétrique. Ces structures élancées comportant deux échelles très différentes, on ne pourra pas toujours négliger la gravité.

1.1 Jonctions liquides entre deux fibres

1.1.1 Rappels sur la forme d'une goutte entre deux fibres parallèles



(a) (b) (c)

FIGURE 1.3 – Formes adoptées par un volume $\Omega = 2$ μL de liquide mouillant (huile silicone) entre deux fibres rigides (en verre) de rayon $b = 145$ μm, pour trois espacements X entre ces fibres ; on parlera de colonne lorsque le liquide est étalé le long des fibres ((a), $X/b = 2$), de goutte lorsqu'il est ramassé autour des fibres ((b), $X/b = 3$) et de pont quand il est étiré entre les fibres ((c), $X/b = 5$). Les schémas représentent une section transverse aux fibres dans chaque cas. (Images issues de [29].)

Plusieurs travaux se sont concentrées sur le cas d'un liquide placé entre deux fibres parallèles, une géométrie centrale dans notre étude. On présente ici un résumé de certaines de ces études, dont les résultats seront utilisés plus loin.

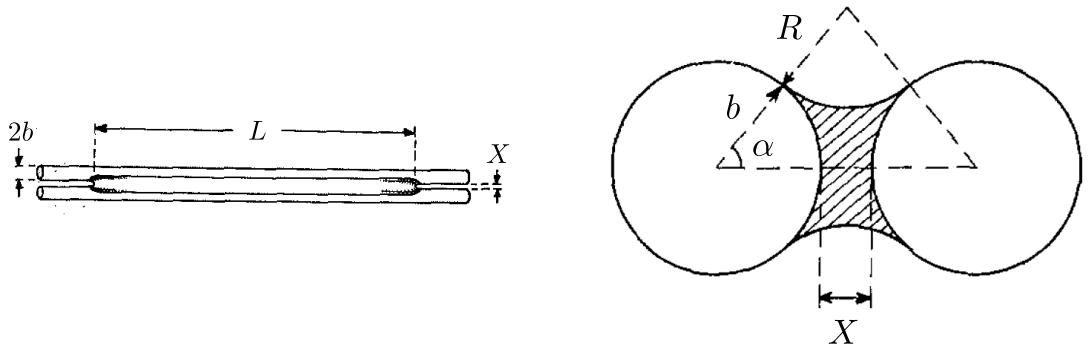
Dans un article théorique et expérimental [113], Princen a établi les équations décrivant la forme alors adoptée par le liquide, ainsi que la force d'adhésion en résultant. Plus récemment, la morphologie d'un liquide entre deux fibres parallèles a été précisée dans des études expérimentales [114] et numériques [168], [11]. On présente ici un résumé de ces travaux, dans lequel on a homogénéisé les notations géométriques, ainsi que les désignations des trois types de morphologies rencontrées lorsqu'on augmente la distance entre fibres : on parlera de colonne ("column") lorsque le liquide est étalé entre les fibres (figure 1.3(a)), de goutte ("drop", "barrel" ou "unduloid") lorsqu'il se ramasse sur lui-même, adoptant une forme quasi-sphérique traversée par les deux fibres (figure 1.3(b)), et de pont ("bridge") lorsque l'espacement augmentant encore, les fibres sortent partiellement hors de la goutte et la déforment (figure 1.3(c)) : le liquide ressemble alors à un petit coussin tendu entre les fibres, souvent asymétrique car déformé par la gravité dans nos expériences macroscopiques ; ainsi, pour des fibres placées dans un plan vertical, la longueur mouillée sur la fibre supérieure est plus faible que celle sur la fibre inférieure, où le liquide s'amasse, avant qu'une ultime augmentation de l'espacement n'entraîne la rupture du pont liquide.

Comme dans tous les travaux résumés ici, on se place cependant dans l'hypothèse où les effets de la gravité sont négligeables. Cela signifie que la hauteur maximale du liquide reste petite devant la longueur capillaire a, qui vaut 1.5 mm pour l'huile silicone utilisée majoritairement dans la suite. La taille des ménisques étant fixée par celle des petites fibres, cette condition semble réalisée dès que le rayon des fibres b est petit devant a, quelle que soit leur orientation ; on verra

au chapitre suivant que cette hypothèse est en fait plus restrictive, les premiers effets gravitaires se faisant sentir dès $b \sim 200$ μm.

Cas d'une colonne

On présente d'abord les calculs effectués par Princen dans [113] pour décrire la forme d'une colonne liquide ; suivant l'exemple des formules établies dans [114], on se restreint au cas d'un liquide mouillant les fibres, ce qui correspond aux expériences réalisées dans cette étude, et qui simplifie les expressions mathématiques obtenues. Le cas général avec un angle de contact non nul est traité théoriquement par Princen dans [113], où l'on peut aussi trouver l'étude du cas d'un liquide connectant plus de deux fibres.



(a) (b)

FIGURE 1.4 – Schémas de la forme de "colonne" adoptée par un volume de liquide mouillant étalé entre deux fibres proches, et notations associées : (a) vue latérale ; les fibres sont de rayon b, espacées de X, et le liquide est étalé sur une longueur L ; (b) vue en coupe loin des bords ; la section liquide hachurée est d'aire A, définie par le rayon de courbure R et l'angle α entre la droite joignant le centre des fibres et celle joignant le centre d'une fibre et l'intersection de la ligne triple avec le plan de la figure. (Figures issues de [112] et [113].)

Lorsque l'espacement X entre les fibres n'est pas trop grand devant leur rayon b, le liquide s'étale entre les fibres, adoptant la forme de colonne représentée sur la figure 1.4. À l'équilibre, on fait l'hypothèse que la section de cette colonne, notée A, ne varie pas le long des fibres, sauf dans la région des ménisques terminaux (difficile à décrire analytiquement) ; si le volume Ω de liquide est assez grand, cette région est d'extension petite devant la longueur mouillée totale notée L. Alors, l'ajout de liquide à un pont préexistant ne modifie que $L = \Omega/A$, A restant inchangée. Seul un changement de l'espacement X entraîne une modification de A, liée à une modification de l'angle α et du rayon de courbure R, comme on peut le voir sur la figure 1.5. Par convention, on notera $R > 0$ pour une surface concave, soit $\alpha < \pi/2$ (comme c'est le cas sur la figure 1.4(b)), et $R < 0$ pour une surface convexe ($\alpha > \pi/2$). Pour $\alpha = \pi/2$, les interfaces liquide-air sont droites, $R \to \infty$. Or la différence de pression à la traversée d'une interface de tension de surface

γ et de courbure $\mathcal{C}$ est donnée par la loi de Laplace [27] :

$$\Delta P = \gamma \mathcal{C}. \tag{1.1}$$

Avec la convention sur le signe de R, et en notant P_{atm} la pression atmosphérique, la pression P dans la colonne s'écrit donc :

$$P = P_{\text{atm}} - \gamma / R. \tag{1.2}$$

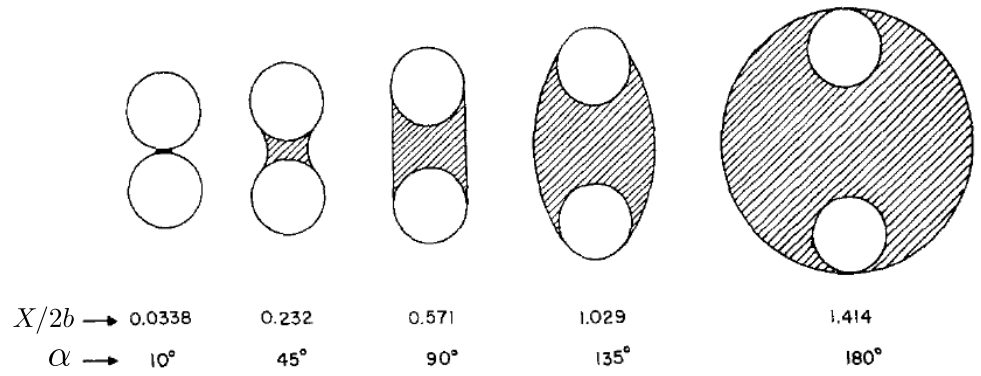


FIGURE 1.5 – Vue en coupe de la forme adoptée par un liquide mouillant ($\theta = 0°$) entre deux fibres de rayon b (cas d'une colonne liquide). L'augmentation de l'espacement X entraîne celle de l'angle α défini sur la figure 1.4(b), et donc celle de l'aire hachurée A. (Figure issue de [113].)

Les schémas de la figure 1.5 ont été obtenus par Princen en exprimant l'aire A de façon exacte. Comme dans [114], on introduit, pour raccourcir les équations qui suivent, la fonction $f(\alpha)$ définie par :

$$f(\alpha) = 2\alpha - \sin(2\alpha), \tag{1.3}$$

dont l'évolution est représentée sur la figure 1.6(a). En écrivant A comme la différence entre l'aire du rectangle dont les sommets sont les intersections entre lignes triples et plan de la figure 1.4(b) et les aires de quatre portions de cercles, on obtient une relation géométrique $\tilde{A}(\tilde{R}, \alpha)$, où le tilde dénote des grandeurs adimensionnées à l'aide du rayon des fibres b (donc divisées par b, b^2 ou b^3 s'il s'agit de longueurs, d'aires ou de volumes) :

$$\tilde{A} = (4\alpha - \pi - f(\alpha))\tilde{R}^2 + 2\sin(2\alpha)\tilde{R} - f(\alpha). \tag{1.4}$$

Une deuxième relation géométrique $\tilde{X}(\tilde{R}, \alpha)$ est obtenue en remarquant que $\cos(\alpha) = (b + X/2)/(b + R)$, d'où :

$$\tilde{X} = 2(1 + \tilde{R})\cos(\alpha) - 2. \tag{1.5}$$

On écrit enfin l'équilibre du système considéré (le liquide entouré par les fibres) dont on néglige la modification de forme aux extrémités : c'est un système idéal de section A sur toute la longueur L. Pour imaginer l'allonger de $\mathrm{d}L$, l'opérateur devrait ajouter un volume $\mathrm{d}V = A\mathrm{d}L$ de liquide dans la colonne, par exemple en l'injectant à l'aide d'une seringue (pour reprendre l'idée de Princen)

et donc en imposant une pression extérieure $P_{\text{ext}} = P - P_{\text{atm}}$ (dans la limite d'une évolution quasistatique, pour ne pas déformer A). Alors le travail élémentaire s'écrit $\delta W = P_{\text{ext}}\ \mathrm{d}V$, soit avec $\mathrm{d}V = A\mathrm{d}L$ et d'après l'équation (1.2), $\delta W = -\gamma A\mathrm{d}L/R$. D'après le théorème de l'énergie mécanique, ce travail élémentaire s'identifie à la variation d'énergie de surface $\mathrm{d}E_{\text{col}}$ de la colonne entre état initial où le liquide est étalé sur L, et état final où il est étalé sur $L + \mathrm{d}L$. Or le liquide étant mouillant, il s'étale sur un film de prémouillage [69], en supprimant donc des interfaces liquide-air le long des fibres déjà mouillées (diminution d'énergie) tout en créant latéralement d'autres interfaces liquide-air (augmentation d'énergie). Les aires de ces différentes interfaces sont calculées à partir de la figure 1.4(b) dans le triangle pointillé, et on en déduit l'expression de $\mathrm{d}E_{\text{col}}$ comme le produit de la tension de surface par la somme algébrique de ces aires élémentaires :

$$\mathrm{d}E_{\text{col}} = -4\gamma\alpha b\mathrm{d}L + 4\gamma\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)R\mathrm{d}L = -\frac{\gamma}{R}A\mathrm{d}L. \tag{1.6}$$

Ainsi en simplifiant par $\mathrm{d}L$:

$$4\gamma\alpha b - 4\gamma\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)R - \frac{\gamma}{R}A = 0. \tag{1.7}$$

On peut interpréter cette équation comme exprimant l'équilibre des forces agissant sur le système : les deux premiers termes expriment la force de mouillage alors que le troisième correspond à la force liée à la pression de Laplace. Sous forme adimensionnée, on obtient une nouvelle relation $\tilde{A}(\tilde{R}, \alpha)$:

$$4\alpha - 4\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\tilde{R} - \frac{\tilde{A}}{\tilde{R}} = 0. \tag{1.8}$$

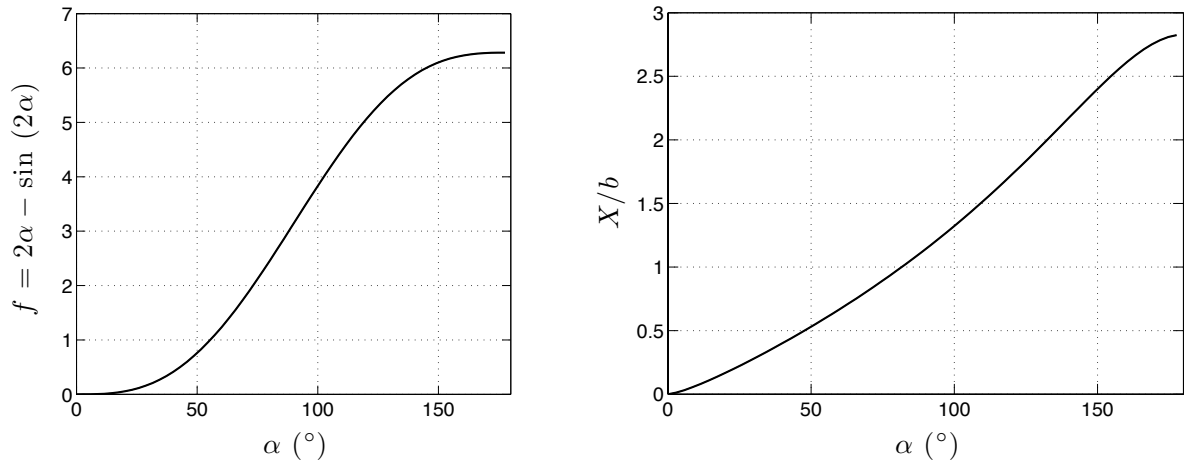
En combinant les équations (1.4) et (1.8), on élimine $\tilde{A}$ pour en déduire une équation d'ordre 2 sur $\tilde{R}$, dont on conserve ici la solution stable $\tilde{R}(\alpha)$:

$$\tilde{R} = \left(\sqrt{\frac{\pi}{f(\alpha)}} - 1\right)^{-1}. \tag{1.9}$$

Cette équation, insérée dans (1.8) ou (1.4), permet d'obtenir $\tilde{A}(\alpha)$; avec (1.5), elle fournit $\tilde{X}(\alpha)$ (relation tracée sur la figure 1.6(b)).

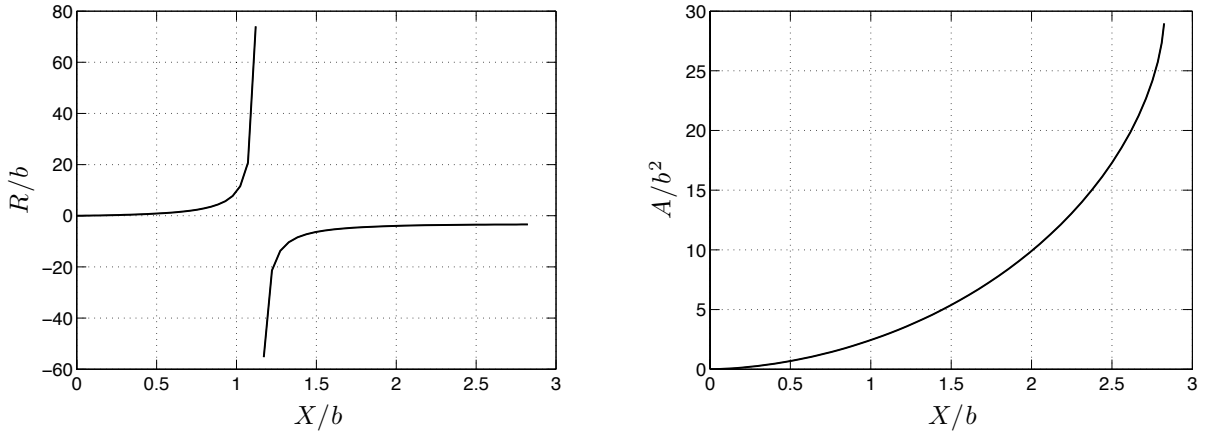
On peut donc exprimer toutes les grandeurs géométriques en fonction du seul paramètre α. Expérimentalement, il est plus aisé de jouer directement sur X que sur α, comme sur la figure 1.3. On trace donc $\tilde{R}$ et $\tilde{A}$ en fonction du paramètre $\tilde{X}$ sur la figure 1.7 ; mais comme on ne peut inverser la relation $\tilde{X}(\alpha)$ pour obtenir une expression analytique $\alpha(\tilde{X})$, on a conservé le paramètre implicite α dans ces tracés.
La courbe 1.7(b) permet alors de prédire la longueur mouillée pour une géométrie (b et X) et un volume de liquide (Ω) donnés, par $L = \Omega/A = \Omega/\tilde{A}b^2$. Ces calculs sont vérifiés expérimentalement dans l'article [114] (cf. figure 1.9(b) plus loin).

On peut vérifier les valeurs numériques calculées par Princen et indiquées sur la figure 1.5 dans les deux cas limites $\alpha = \pi/2$ et $\alpha = \pi$.
Pour $\alpha = \pi/2$ tout d'abord, $f = \pi$ et donc (1.9) indique bien que le rayon de courbure R diverge.



(a) (b)

FIGURE 1.6 – (a) Tracé de la fonction $f(\alpha)$ (équation (1.3)) sur l'intervalle $[0;\pi]$. (b) Tracé de la relation univoque entre l'espacement adimensionné X/b et l'angle α définis sur la figure 1.4(b).



(a) (b)

FIGURE 1.7 – (a) Tracé de l'évolution du rayon de courbure $\tilde{R}$ avec l'espacement $\tilde{X}$. $\tilde{R}$ présente une divergence pour $\alpha = \pi/2$, soit pour $\tilde{X} = \pi - 2$. (b) Tracé de l'évolution de l'aire $\tilde{A}$ avec l'espacement $\tilde{X}$.

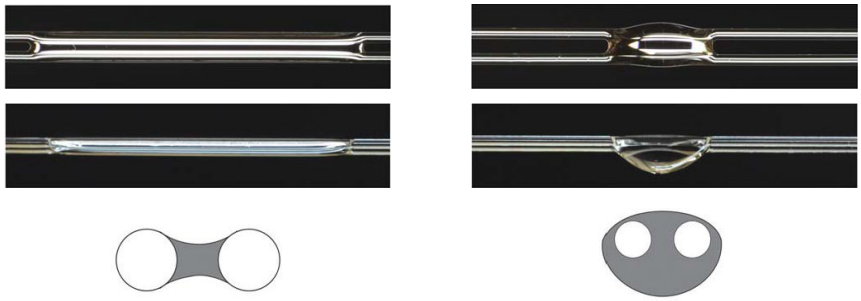
Plus précisément, un développement limité au voisinage de $\pi/2$, $\alpha = \pi/2 - \varepsilon$ (où $\varepsilon \ll 1$), donne après calcul $f \sim \pi - 4\varepsilon$, d'où l'on tire $\tilde{R} \sim \pi/2\varepsilon$ et donc $\tilde{X} \sim \pi - 2 + 2\varepsilon$: $\tilde{X}$ tend vers la limite $\pi - 2$, en accord avec $X/2b \sim 0.571$ indiqué sur la figure 1.5. De plus (1.4) (comme (1.8) développé à un ordre supérieur) donne $\tilde{A} \sim \pi + 4\varepsilon$ soit $A = \pi b^2$, qui est bien égal à la valeur calculée directement sur la figure 1.5, $A = (X + 2b)2b - \pi b^2$, si $X = (\pi - 2)b$. Ce cas particulier d'une colonne à bords plats sera plus spécifiquement étudié au chapitre suivant.
Pour $\alpha = \pi$, on calcule exactement $f = 2\pi$, $\tilde{R} = -\sqrt{2}/(\sqrt{2} - 1)$ et $\tilde{X} = 2\sqrt{2}$ en accord avec $X/2b \sim 1.414$. De plus on trouve $\tilde{A} = 4\pi/(\sqrt{2} - 1)$: A s'identifie bien à $\pi R^2 - 2\pi b^2$, d'où la forme de la section dessinée sur la figure 1.5.

Cette section correspond à l'aire maximale que peut prendre une colonne liquide, car α ne peut dépasser $\alpha_{\max} = \pi$. Augmenter $\tilde{X}$ au-delà d'une valeur critique donnée par :

$$\tilde{X}_{\max} = 2\sqrt{2} \tag{1.10}$$

ne permet donc plus l'équilibre des forces (1.7). Le liquide se rétracte et vient entourer les fibres : on observe la transition d'une colonne vers une goutte (cf figure 1.8).

Cas d'une goutte

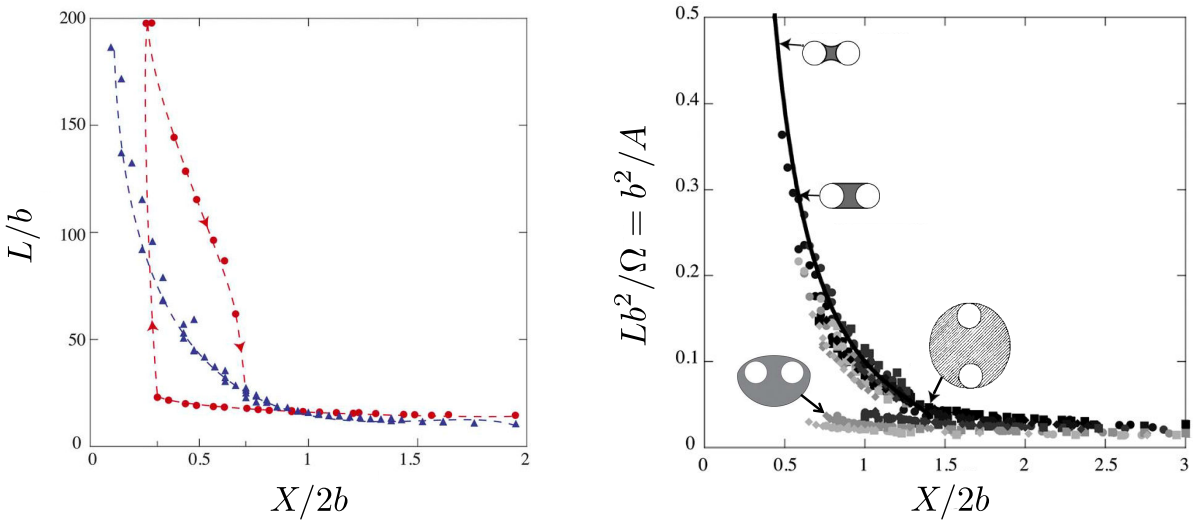


(a) (b)

FIGURE 1.8 – Forme adoptée par un liquide entre deux fibres proches pour (a) une colonne et (b) une goutte ; photo en vue de dessus (première ligne), en vue latérale (deuxième ligne) et schéma de la section centrale (troisième ligne). (Figures issues de [114].)

Pour des espacements entre fibres supérieurs à $X_{\max} = 2\sqrt{2}b$ (équation (1.10)), le liquide se ramasse sur lui-même, formant une goutte traversée par les deux fibres. Cette morphologie a été observée par Princen, qui la désigne sous le terme d'onduloïde, car elle ressemble à la forme adoptée par une goutte sur une fibre unique ("barrel"). Princen constate que c'est effectivement la seule forme stable au-delà de $X_{\max}$, mais il l'observe aussi pour des espacements plus faibles : il existe un domaine de coexistence entre colonnes et gouttes.
Cette transition colonne-goutte (cf. figure 1.8) est spécifiquement étudiée dans l'article [114], où les auteurs font varier X à Ω fixé et inversement, pour différentes tailles de fibre. Sur la figure 1.9(a), on reporte leurs mesures de longueur mouillée en fonction de l'espacement, pour deux volumes de liquide. On observe bien une augmentation importante de L lorsque X est proche de $X_{\max}$, et on vérifie que l'allure de la courbe dépend du volume. Comme $L = \Omega/A = \Omega/\tilde{A}b^2$, le tracé de $Lb^2/\Omega = 1/\tilde{A}$ (figure 1.9(b)) permet de s'affranchir de cette dépendance : la superposition des points expérimentaux correspondant aux colonnes liquides sur cette courbe donnée par les calculs précédents valide l'hypothèse d'une section constante émise par Princen. Un deuxième ensemble de points pour lesquels $1/\tilde{A}$ varie peu, autour de 0.02, regroupe les morphologies de type goutte. Ces deux ensembles coexistent sur une certaine gamme de $\tilde{X}$ en raison du phénomène d'hystérésis observé sur la figure 1.9(a) pour des volumes assez élevés : alors la transition goutte-colonne (à X décroissant) se produit pour un espacement plus petit que lors de la transition

colonne-goutte (à X croissant). L'amplitude de cette hystérésis, et donc la taille de la zone de coexistence, dépend elle-même du volume de liquide, comme on le voit sur le diagramme de phase expérimental de la figure 1.10(a) : la taille de la zone verte augmente avec Ω.



(a) (b)

FIGURE 1.9 – (a) Longueur $\tilde{L}$ mouillée par de l'huile silicone sur des fibres de verre de rayon $b = 250$ μm en fonction de leur espacement $X/2b$ pour un volume $\Omega = 1$ μL (triangles bleus) et $\Omega = 4$ μL (ronds rouges). Les lignes pointillés guident le regard, et les flèches indiquent le sens de parcours du cycle d'hystérésis. (b) Tracé de $1/\tilde{A}$ en fonction de $\tilde{X}/2$, pour des fibres de verre de rayon $b = 125$ μm (cercles) et des fibres de nylon de rayon $b = 100$ μm (carrés) et $b = 175$ μm (losanges), pour un volume de liquide $\tilde{\Omega}$ allant de 373 (noir) à 1500 (gris clair). La courbe est la prédiction analytique issue de l'équation (1.4). Les schémas représentent la section du liquide aux espacements pointés par des flèches. (Figures issues de [114].)

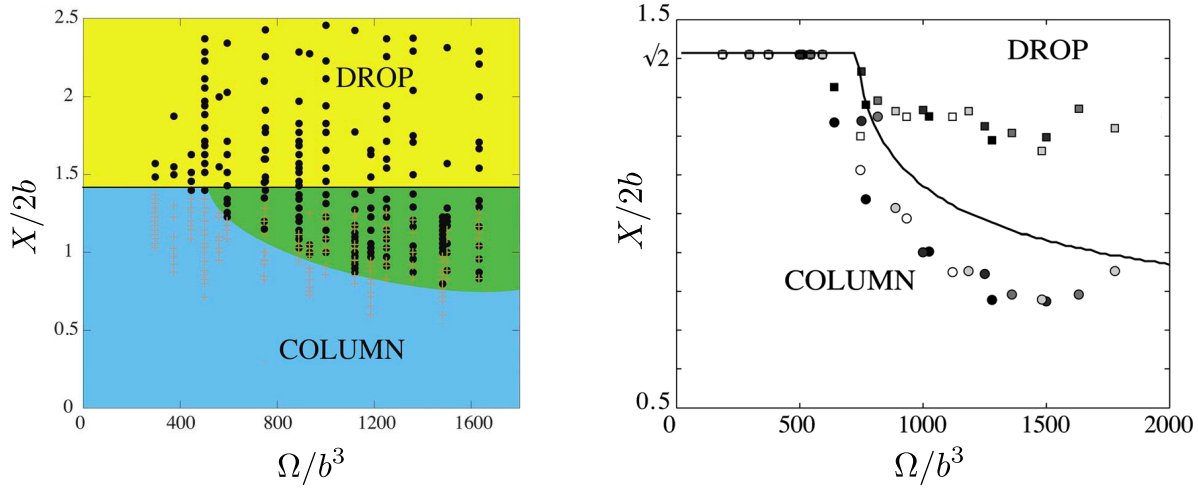
Pour expliquer cette dépendance, Stone *et al.* [114] comparent les énergies des deux morphologies. Celle de la colonne est obtenue en intégrant l'équation (1.6) sur la longueur L, d'où, en adimensionnant l'énergie par γb^2 :

$$\tilde{E}_{\text{col}} = -4\alpha\tilde{L} + 4\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\tilde{R}\tilde{L} = [2\pi - 4\alpha(1+\tilde{R})]\tilde{L} = 4\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\frac{\tilde{\Omega}\tilde{R}}{\tilde{A}} - 4\alpha\frac{\tilde{\Omega}}{\tilde{A}}. \tag{1.11}$$

Pour la goutte, dont la forme complexe n'a pas de définition analytique, Stone *et al.* proposent d'utiliser l'expression de l'énergie d'une sphère liquide de rayon $\mathcal{R} = (3\Omega/4\pi)^{1/3}$ percée par deux fibres séparées de la distance X ; alors la longueur mouillée sur une fibre vaut $L = 2\sqrt{\mathcal{R}^2 - X^2/4}$ (d'après le théorème de Pythagore), et l'énergie de la goutte $E = \gamma 4\pi\mathcal{R}^2 - 2(\gamma 2\pi b L)$ s'écrit donc, sous forme adimensionnée :

$$\tilde{E}_{\text{drop}} = 0.6\left[(36\pi)^{1/3}\tilde{\Omega}^{2/3} - 4\pi\sqrt{(6\tilde{\Omega}/\pi)^{2/3} - \tilde{X}^2}\right]. \tag{1.12}$$

Dans cette expression, on a ajouté le préfacteur 0.6 déterminé dans [114] par ajustement entre les résultats expérimentaux et le modèle prédisant la transition goutte-colonne. En effet



(a) (b)

FIGURE 1.10 – (a) Diagramme de phases dans l'espace $(\tilde{X}/2, \tilde{\Omega})$: gouttes (cercles noirs) et colonnes (croix grises). La ligne horizontale $\tilde{X} = 2\sqrt{2}$ sépare les colonnes (en bleu) des gouttes (en jaune). Pour des volumes assez grands, il existe un domaine de coexistence des deux formes (en vert). (b) Tracé des espacements critiques $X/2b$ pour lesquels on observe la transition goutte-colonne en diminuant X (cercles), et la transition colonne-goutte en augmentant X (carrés), en fonction du volume de liquide $\tilde{\Omega}$, pour des fibres de verre de rayon $b = 100$ μm (en noir), et des fibres de nylon de rayon $b = 100$, 122, 150 et 175 μm (en gris). La ligne continue représente le critère de stabilité absolue issu de la comparaison des équations (1.11) et (1.12). (Figures issues de [114].)

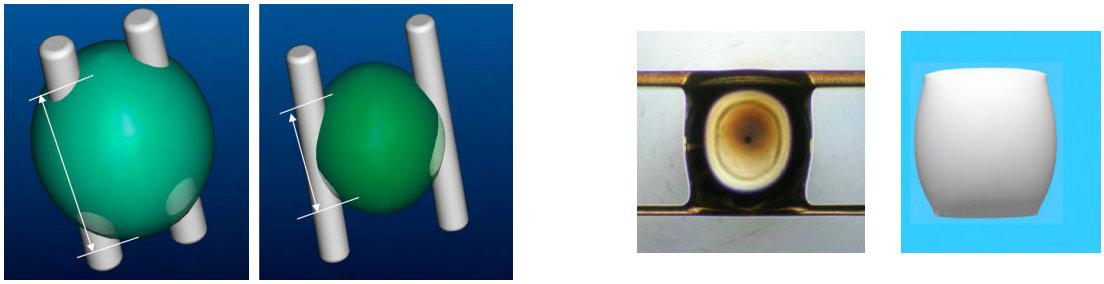
l'égalité des deux énergies données par (1.11) et (1.12) donne la limite de stabilité entre les deux morphologies ; comme à un espacement $\tilde{X}$ donné correspond une valeur de $\tilde{R}$ et de $\tilde{A}$ d'après les calculs précédents pour la colonne liquide, on peut tracer cette limite de stabilité dans le plan $(\tilde{\Omega},\tilde{X})$. C'est la courbe continue sur la figure 1.10(b), dont l'allure est en accord qualitatif avec les mesures expérimentales.

Pour des petits volumes, $\tilde{E}_{\text{drop}}$ est toujours supérieure à $\tilde{E}_{\text{col}}$, la colonne est la forme la plus stable et la transition a lieu lorsqu'il n'est plus possible de former une colonne, à $\tilde{X}_{\text{max}} = 2\sqrt{2}$. Ce n'est plus le cas au-delà d'un volume critique $\tilde{\Omega}_c \sim 700$: alors on observe expérimentalement l'hystérésis entre une valeur d'espacement constante et légèrement inférieure à $\tilde{X}_{\text{max}}$ pour la transition colonne-goutte, et une valeur inférieure qui diminue quand le volume augmente pour la transition goutte-colonne. La région de stabilité de la goutte augmente donc avec le volume. Le modèle simple pour la transition de forme ne prédit pas d'hystérésis, mais présente la même allure décroissante que la transition goutte-colonne à partir d'un volume critique. L'accord avec ce volume critique est quantitatif lorsque l'on fixe le préfacteur dans (1.12) à 0.6.

On peut aussi justifier cet ajustement en observant que la forme de la goutte est effectivement proche de celle d'une demi-sphère sur la figure 1.8(b) ; cet écart à la sphère est lié à la présence des fibres (qui étalent légèrement la goutte dans leur plan), mais aussi à l'influence de la gravité (puisque la section n'est pas symétrique par rapport à l'axe joignant les centres des fibres).

Cas d'un pont

Si l'on augmente encore l'espacement X entre les fibres, la goutte ramassée sur elle-même est de moins en moins sphérique et les fibres finissent par affleurer : on passe d'un volume connexe comportant 4 lignes de contact à un volume simplement connexe qui en comporte 2 (cf. figure 1.11). En cela, cette transition topologique ressemble à la transition "barrel-clamshell", observée pour une goutte accrochée à une fibre ([82],[33]). En toute rigueur cela n'est pas vrai pour un liquide en mouillage total, pour lequel il subsiste un film de prémouillage autour des fibres.



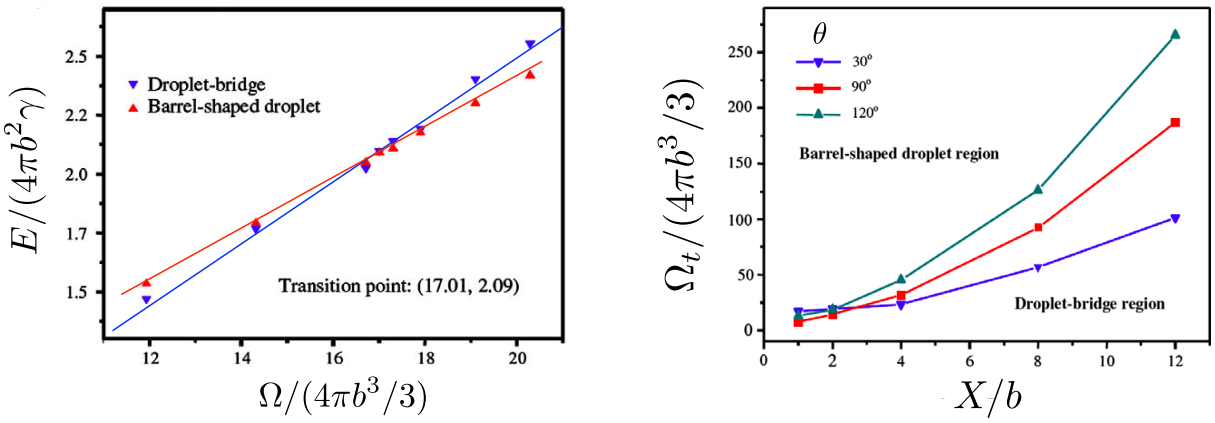
(a) (b)

FIGURE 1.11 – (a) Simulation (logiciel Pro/Engineer^{TM}) de la forme d'une goutte (image de gauche) et d'un pont liquide (image de droite). Les flèches blanches indiquent la longueur mouillée L. (b) Photographie d'un pont liquide entre deux cheveux ($\Omega \sim 0.16$ μL, $X \sim 750$ μm, cheveux de rayons $b \sim 40$ μm et $b \sim 35$ μm pour lesquels $\theta \sim 75^\circ$ et $\theta \sim 100^\circ$), et simulation de la forme liquide correspondante (logiciel Surface Evolver^{TM}). (Figures issues de [11].)

Cette transition vers un pont liquide a été étudiée numériquement dans [168] et [11] grâce au logiciel Surface Evolver : un maillage adéquat de la surface du liquide permet d'en calculer l'énergie et donc, en faisant varier la morphologie du liquide, de trouver la forme la plus stable par minimisation (la simulation numérique est arrêtée lorsque l'erreur numérique relative sur l'énergie de surface de la goutte est inférieure à un pour cent). Ce logiciel étant adapté pour des angles de contact non nuls, le cas d'un liquide en mouillage total n'a pas été étudié, et n'est pas directement extrapolable ; on se contente donc ici de présenter les principaux résultats pour des systèmes non complètements mouillants.

Comme pour la transition colonne-goutte, la comparaison des énergies des deux morphologies permet de déduire leur stabilité relative, et les paramètres influençant la transition ; il s'agit ici de l'angle de contact θ, du volume de liquide Ω et de l'espacement X entre les fibres. Sur l'exemple de la figure 1.12(a), les auteurs de [168] ont fait varier Ω à X et θ fixés. Pour les deux morphologies, ils obtiennent deux énergies très proches, qui augmentent avec le volume de la goutte. La forme attendue est celle de plus basse énergie ; la transition a lieu pour un volume de liquide Ω_t dépendant de X et de θ. Le diagramme de phase obtenu numériquement est reporté sur la figure 1.12(b) : Ω_t augmente avec X et avec θ pour un espacement assez grand ($X > 3b$ environ).

L'augmentation rapide avec X était prévisible : géométriquement, les fibres sortent de la goutte



(a) (b)

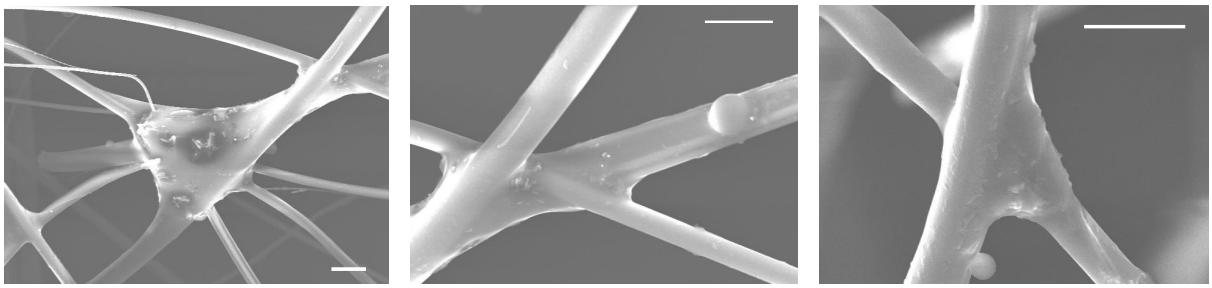
FIGURE 1.12 – (a) Tracé adimensionné de l'énergie E du liquide en fonction de son volume Ω, pour les deux morphologies possibles, dans le cas d'un angle de contact $\theta = 30°$ et d'un espacement $X/b = 1$. Les deux droites se croisent au point de transition de coordonnées (Ω_t, E_t) indiquées sur le graphique. (b) Tracé adimensionné du volume de transition Ω_t entre une forme de goutte ("barrel-shaped droplet") et une forme de pont ("droplet-bridge") en fonction de l'espacement $\tilde{X}$ entre les fibres, et pour différents angles de contact. (Simulations numériques issues de [168].)

lorsque X est de l'ordre de deux fois son rayon, soit $\Omega_t \sim X^3$. Plus précisément, la condition géométrique approchée $X \sim 2\mathcal{R} - 4b$ pour une goutte de rayon $\mathcal{R}$ correspondant au volume critique Ω_t s'écrit $\Omega_t/(4\pi b^3/3) = (\tilde{X}/2 + 2)^3$, relation qui est approximativement vérifiée en utilisant les points de la figure 1.12(b). Pour un angle de contact nul, il semble cependant que cette dernière formule sous-estime l'espacement pour lequel la transition est observée.

On pouvait aussi s'attendre à la dépendance en θ : plus un liquide est mouillant, plus la morphologie "goutte", dont les interfaces liquide-solide sont supérieures à celles du pont, a une zone de stabilité étendue. Aux petits espacements, les résultats obtenus dans [168] ne sont plus pertinents car la morphologie de colonne est ignorée dans cet article, une grande longueur mouillée compliquant les simulations numériques.

En augmentant encore X, le pont finit par se rompre ; la distance maximale correspondante n'a pas été étudiée dans le cas de deux fibres, mais on s'attend à ce qu'elle varie en $\Omega^{1/3}$, comme pour le cas de deux sphères ([165], [70]) dans cette limite des grands espacements.

Dans la suite, on considère le cas de jonctions entre fibres non parallèles ; avant de s'intéresser à la forme du liquide, on s'interroge sur le volume maximal pouvant être retenu à la croisée de deux fibres.

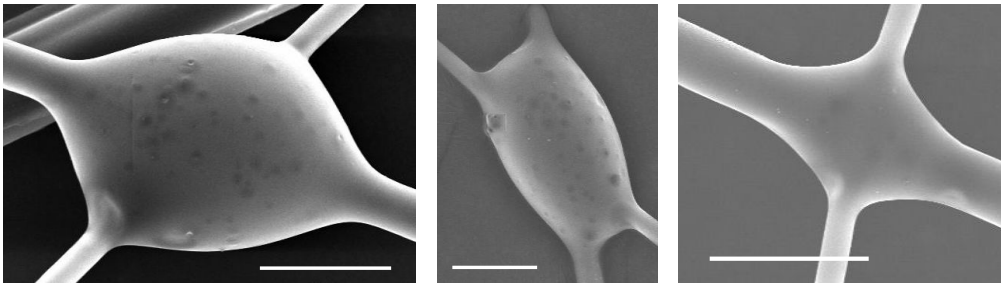


(a) (b) (c)

FIGURE 1.13 – Photographies (MEB) de jonctions croisées dans un matelas de laine de verre (échelle : 10 microns). On observe des jonctions entre (a) de nombreuses fibres croisées, (b) quelques fibres croisées, (c) deux fibres croisées quasiment coplanaires.

1.1.2 Volume de liquide supporté par deux fibres croisées

L'observation de laine de verre en microscopie électronique à balayage (MEB, cf figure 1.13) révèle la présence de liant séché ayant créé des ponts entre fibres. Il arrive que ces jonctions connectent trois fibres ou plus (1.13(a) et 1.13(b)), mais la géométrie impliquant deux fibres croisées (1.13(c)) est la plus fréquente, et l'objet d'étude de cette partie.



(a) (b) (c)

FIGURE 1.14 – (a) Photographies (MEB) de jonctions croisées dans un matelas de laine de verre (échelle : 10 microns). Le volume de liant supporté par des fibres de tailles comparables varie beaucoup d'une jonction à l'autre : il est environ 10 fois plus grand sur la jonction (a) que sur la jonction (c).

Au vu des observations de jonctions croisées dans la laine de verre (figure 1.14) pour lesquelles les gouttes de liant sont de taille variable, on se demande d'abord quel est le volume maximal pouvant être supporté par une telle jonction. Seuls les aspects statiques sont pris en compte : on ne considère pas la dynamique d'accroche d'une goutte. Expérimentalement, on dépose un volume donné en laissant tomber d'une très faible hauteur une ou plusieurs gouttes au-dessus de la jonction, ce qui permet de négliger l'inertie de la goutte ; seul son poids est alors susceptible de la décrocher. Cette méthode a déjà été utilisée dans le cas d'une fibre seule par Élise Lorenceau *et al* ([72] et [73]), dont on rappelle ici les résultats.

Volume maximal supporté par une fibre

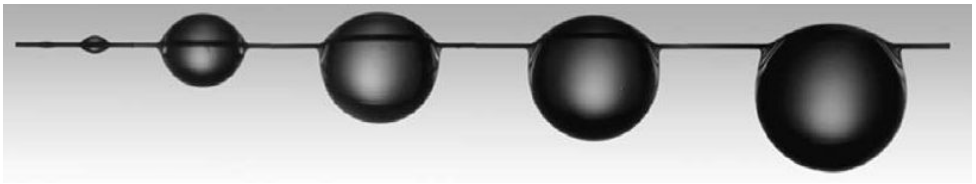
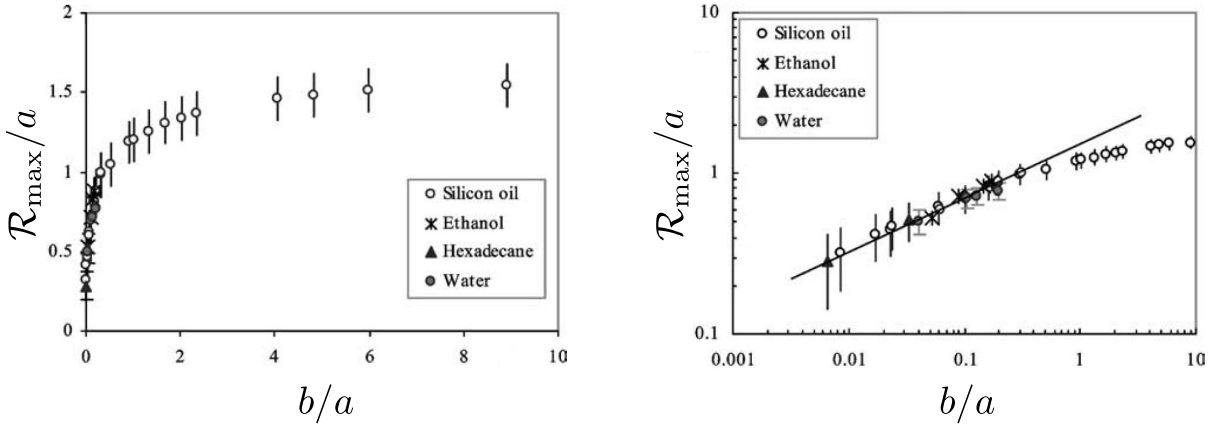


FIGURE 1.15 – Gouttes d'huile silicone de volumes $\Omega = 0.01, 0.10, 0.23, 0.32$ et 0.52 μL, accrochées à une fibre horizontale de rayon $b = 12$ μm. (Figure issue de [73].)

Dans l'article [73], les auteurs déposent des gouttes de plus en plus grosses sur une fibre horizontale (cf figure 1.15), jusqu'au décrochage ; le rayon maximal ainsi obtenu est reporté sur la figure 1.16.



(a) (b)

FIGURE 1.16 – (a) Rayon $\mathcal{R}_{\max}$ de la plus grosse goutte pouvant être supportée par une fibre horizontale en fonction du rayon b de cette fibre, pour différents liquides. Les longueurs sont adimensionnées par la longueur capillaire a ($a = 1.5$ mm pour l'huile silicone, 1.7 mm pour l'éthanol, 1.9 mm pour l'hexadécane et 2.7 mm pour l'eau). (b) Tracé des mêmes données expérimentales en coordonnées logarithmiques. La droite de pente 1/3 est un ajustement des données pour $b < 500$ μm, correspondant à la formule (1.14). (Figures issues de [73].)

Sur le tracé en coordonnées linéaires 1.16(a), on constate que des fibres plus grosses retiennent logiquement plus de liquide ; mais le rayon maximal sature lorsque la taille des fibres augmente. Alors leur courbure est de plus en plus faible, et on se rapproche du cas d'une goutte accrochée sous une surface plane. La seule longueur caractéristique étant alors la longueur capillaire a, le volume maximal de la goutte doit être proportionnel à a^3, comme souligné dans [15] ; plus précisément, ce volume est calculé numériquement dans [98] et fournit la valeur du rayon maximal à la saturation :

$$\mathcal{R}^{\mathrm{s}}_{\max} = 1.65\ a. \tag{1.13}$$

Cette relation est en bon accord avec les mesures de la figure 1.16(a), pour lesquelles $\mathcal{R}_{\max}/a \sim 1.6$ dès que $b/a > 4$ environ. Sur le tracé en coordonnées logarithmiques de la figure 1.16(b),

on observe qu'avant cette saturation, et pour un rayon de fibre inférieur au demi-millimètre, le rayon maximal suit la loi $\mathcal{R}_{\max}/a = 1.53\ (b/a)^{1/3}$, soit :

$$\mathcal{R}_{\max} = 1.53\ b^{1/3}\ a^{2/3}. \tag{1.14}$$

On peut comprendre cette relation en écrivant l'équilibre (à la limite de décrochage) entre le poids de la goutte et la composante verticale de la force capillaire due à la fibre. Cette force étant de l'ordre de γb en loi d'échelle, on s'attend bien à un volume maximal proportionnel au rayon b de la fibre.
On peut préciser l'expression de la force capillaire. Sur la figure 1.15, on constate que dans le cas d'une petite fibre, les gouttes sont quasi-sphériques dès qu'elles sont assez grosses ; la présence de la fibre n'est décelable qu'aux endroits où elle traverse la goutte, zones où le liquide mouillant prend la forme de ménisques pointant le long des fibres : ce sont les "oreilles" de la goutte funambule. La forme de ces oreilles (percées) semble peu dépendre du volume de liquide, contrairement à leur localisation ; plus la goutte est grosse, plus elle pendant et plus ses oreilles sont proches de son sommet.

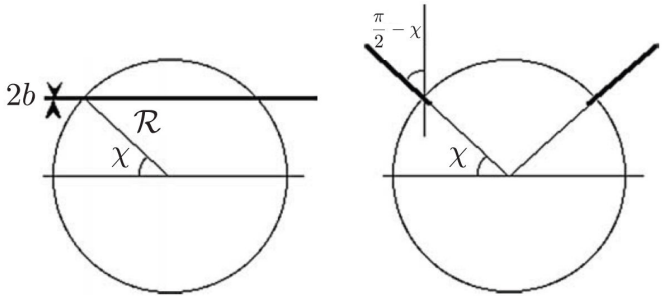


FIGURE 1.17 – Schéma d'une goutte de rayon $\mathcal{R}$ accrochée à une fibre de rayon b (à gauche), et configuration supposée équivalente (à droite) lorsque deux fibres orientées radialement traversent la goutte aux mêmes endroits définis par l'angle χ. (Figure issue de [73].)

Aussi, les auteurs de [73] proposent-ils de modéliser l'effet de la fibre sur des gouttes pendantes par deux fibres de même rayon traversant la goutte aux mêmes endroits, mais orientées radialement, comme schématisé sur la figure 1.17. La force capillaire verticale est alors connue, elle s'écrit $4\pi b\gamma\cos(\pi/2 - \chi)$ et son équilibre avec le poids $4\pi\rho g\mathcal{R}^3/3$ fournit l'expression de l'angle χ à l'équilibre :

$$\sin\chi = \frac{1}{3}\frac{\mathcal{R}^3}{ba^2}. \tag{1.15}$$

Cette relation est bien vérifiée expérimentalement (cf [73]), et n'a plus de solution si $\mathcal{R}^3/ba^2 > 3$, c'est-à-dire si le rayon de la goutte dépasse la valeur limite :

$$\mathcal{R}^{\text{th}}_{\max} = 3^{1/3}\ b^{1/3}\ a^{2/3}. \tag{1.16}$$

Cette dernière formule rend compte de la loi d'échelle expérimentale (1.14), avec un coefficient numérique proche mais légèrement plus faible : $3^{1/3} \sim 1.44$. Un tel écart peut s'expliquer par la

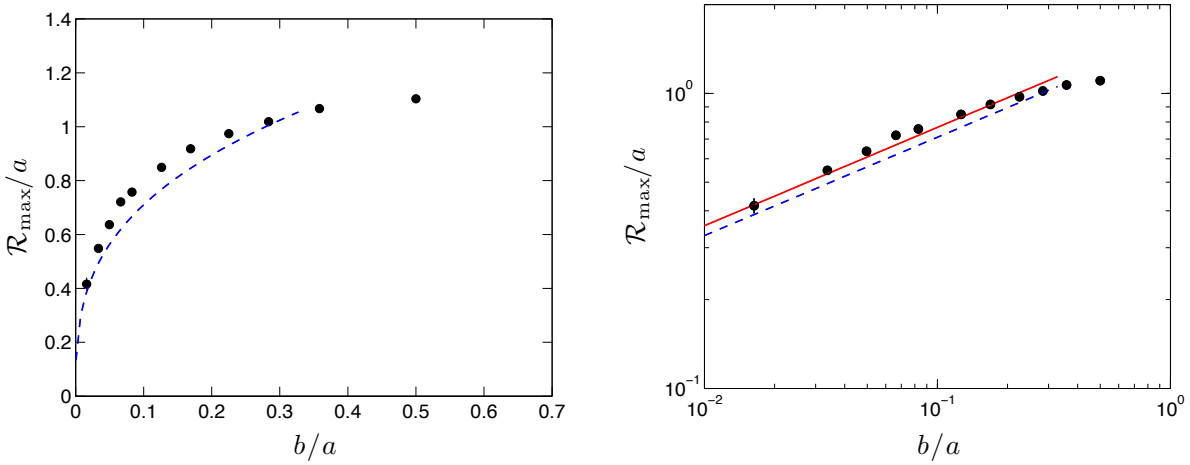
méthode expérimentale employée consistant à ajouter du liquide jusqu'au décrochage, et donc susceptible d'entraîner une légère surestimation du volume maximal.
Cette étude a aussi permis à E. Lorenceau *et al* de déduire la force capillaire maximale pouvant être exercée par une fibre de rayon b sur une goutte de tension de surface γ. Comme deux "fibres" traversent la goutte, on a simplement :

$$F_\gamma^{\max} = 4\pi\gamma b. \tag{1.17}$$

Cette formule sera utilisée au chapitre 6. On s'intéresse à présent au volume maximal de liquide lorsque l'on ajoute une fibre au contact de la première.

Volume maximal supporté par deux fibres croisées

Pour déterminer précisément ce volume, on dépose une certaine quantité de liquide au croisement de deux fils métalliques, sous la forme de plusieurs gouttes obtenues à l'aide d'aiguilles de tailles variables (en commençant par les gouttes les plus grosses) ; on observe alors si la dernière goutte déposée donne lieu à un détachement d'une partie du liquide. On réitère l'expérience en procédant par dichotomie entre le plus grand volume sans détachement et le plus petit volume avec détachement. Si l'aiguille la plus petite est assez fine et si l'on combine suffisamment d'aiguilles de tailles décorrélées, on obtient rapidement une mesure précise du volume maximal.



(a) (b)

FIGURE 1.18 – (a) Tracé du rayon $\mathcal{R}_{\max}$ de la plus grosse goutte pouvant être supportée par deux fibres perpendiculaires en fonction de leur rayon b, dans la limite des petites fibres ($b < a$). $\mathcal{R}_{\max}$ et b sont adimensionnés par la longueur capillaire $a = 1.5$ mm de l'huile silicone utilisée. La courbe bleue montre le résultat attendu pour une fibre unique (formule (1.14)). (b) Tracé des mêmes données en coordonnées logarithmiques. La droite bleue (de pente 1/3) est à nouveau l'équation (1.14), alors que la droite rouge correspond à l'équation empirique (1.19).

On reporte sur la figure 1.18 le rayon maximal de goutte supportée par deux fibres perpendiculaires en fonction de leur rayon. Les gouttes accrochées sous deux fibres sont cependant bien

moins sphériques que pour une fibre seule ; en particulier, le liquide capturé occupe les coins entre les fibres. Aussi ce tracé des rayons de gouttes déposées a-t-il surtout pour but de comparer ce cas avec celui d'une fibre seule décrit plus haut ; comme on pouvait s'y attendre, deux fibres permettent de retenir plus de liquide qu'une seule. Dans l'étude quantitative qui suit, on choisit de comparer les volumes : pour de l'huile silicone, et en exprimant le volume en μL et le rayon en μm, la formule (1.14) valable pour une fibre se réécrit :

$$\Omega_{\max\ (\mu\mathrm{L})} = 0.034\ b\ _{(\mu\mathrm{m})}. \tag{1.18}$$

Pour deux fibres perpendiculaires (exposant (2)), l'ajustement des données expérimentales de la figure 1.18 (courbe rouge) s'écrit :

$$\Omega^{(2)}_{\max\ (\mu\mathrm{L})} = (0.045 \pm 0.004)\ b\ _{(\mu\mathrm{m})}. \tag{1.19}$$

Ainsi deux fibres croisées à 90° ne retiennent que 1.3 fois plus de liquide qu'une fibre unique de même rayon. Par ailleurs, alors que la relation (1.18) s'applique encore pour des fibres de 500 microns de rayon, la relation (1.19) n'est valable que pour des fibres de rayons inférieurs à 250 microns environ. Pour des fibres plus grosses, la formule (1.13) fournit le volume maximal accrochable sous un plan et donc la saturation pour une grosse fibre unique :

$$\Omega^{s}_{\max} = 57.9\ \mu\mathrm{L}. \tag{1.20}$$

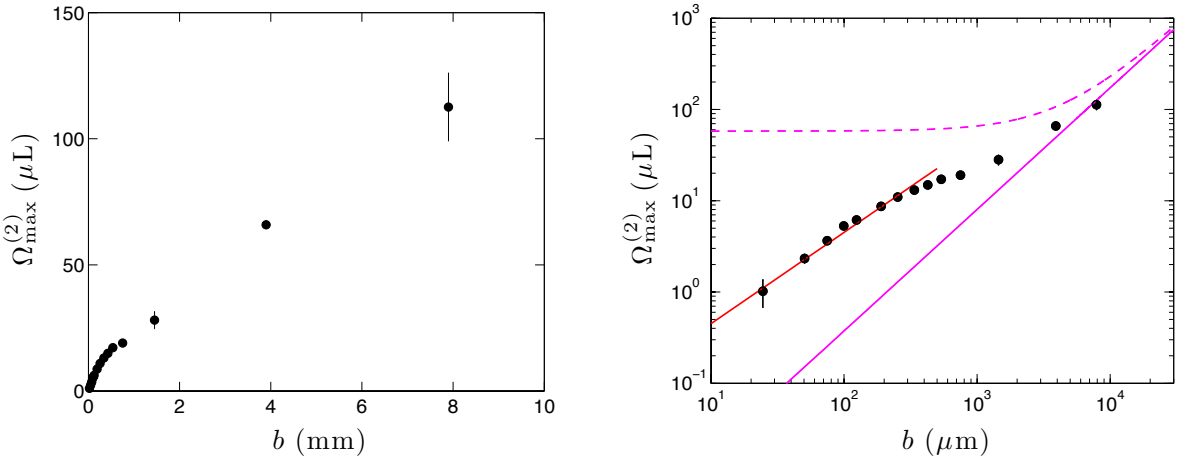
Dans le cas de deux grosses fibres, on n'observe pas de saturation : les données de la figure 1.19 représentent un volume maximal qui croit avec le rayon des fibres dans toute la gamme explorée, jusqu'à des fibres centimétriques.

Pour comprendre cette évolution (modèles tracés en mauve sur la courbe 1.19(b)), on s'intéresse d'abord au volume restant sur la jonction lorsque le volume déposé dépasse le volume maximal.

Volume restant sur deux fibres croisées

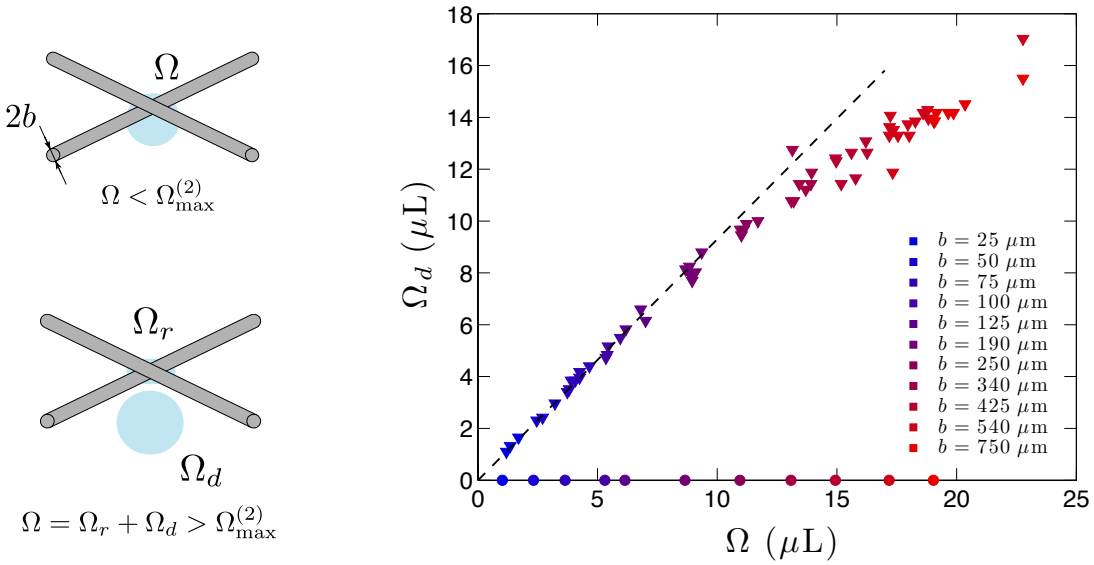
Lorsque $\Omega > \Omega^{(2)}_{\max}$, une partie du liquide est capturé par la jonction alors que le reste se détache (figure 1.20(a)). On peut mesurer précisément ce volume détaché Ω_d par pesée, et en déduire le volume restant Ω_r par différence. Comme on dépose le liquide à l'aide de différentes seringues, on est limité par la taille de la plus grosse seringue et on ne peut donc déposer de volumes très supérieurs à $\Omega^{(2)}_{\max}$ pour une fibre donnée ; on superpose alors les résultats obtenus pour différents rayons b.

Les valeurs mesurées du volume décroché dans le cas de fibres plus petites que la longueur capillaire sont reportés sur la figure 1.20(b) ; on constate que le volume décroché est proportionnel au volume déposé pour $b < 200\ \mu$m. Cette variation est valable pour une fibre donnée, et les points



(a) (b)

FIGURE 1.19 – Volume $\Omega^{(2)}_{\max}$ de la plus grosse goutte pouvant être supportée par deux fibres perpendiculaires en fonction de leur rayon b, en coordonnées linéaires (a) et logarithmiques (b). Dans ce dernier cas, on a superposé l'équation (1.19) (trait rouge), et les courbes attendues pour des fibres millimétriques (ou plus) (équations (1.26), en mauve pointillé ou continu).



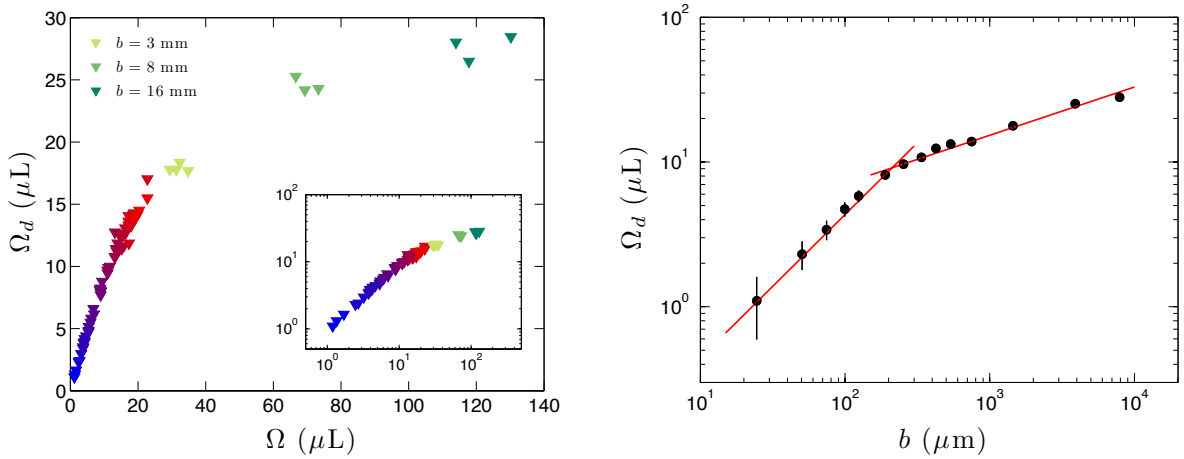
(a) (b)

FIGURE 1.20 – (a) Schéma de l'expérience : une goutte de volume Ω est déposée sur la jonction de deux fibres croisées ($\phi = 90°$) de rayon b. Pour un volume déposé supérieur au volume maximal, un volume Ω_d de liquide se décroche, et il reste un volume Ω_r sur la jonction. (b) Tracé du volume décroché en fonction du volume déposé, pour différentes tailles de fibres (triangles), dans la limite des petites fibres ($b < a$). À la limite du volume maximal supportable (correspondant au rayon maximal tracé sur la figure 1.18), le volume décroché est nul (cercles). La droite en pointillés représente l'ajustement $\Omega_d \approx 0.93\ \Omega$, valable pour $b < 200$ μm.

correspondant à plusieurs fibres sont alignés ; la pente ne dépend donc pas de b. L'ajustement donne $\Omega_d \sim 0.93\ \Omega$, soit :

$$\Omega_r/\Omega \sim 7\ \%\ \text{pour}\ b < 200\ \mu\text{m}. \tag{1.21}$$

Pour un volume déposé plus élevé, sur des fibres plus grosses ($b > a$), on observe un changement de régime (figure 1.21(a)) : Ω_d ne varie plus linéairement avec Ω. La puissance observée en coordonnées logarithmiques semble plus faible (proche de 1/3) ; mais une observation plus attentive pour une fibre donnée (à b fixé) montre que Ω_d ne varie en fait quasiment plus avec Ω. Seule la variation du rayon des fibres a alors une influence sur le volume décroché.



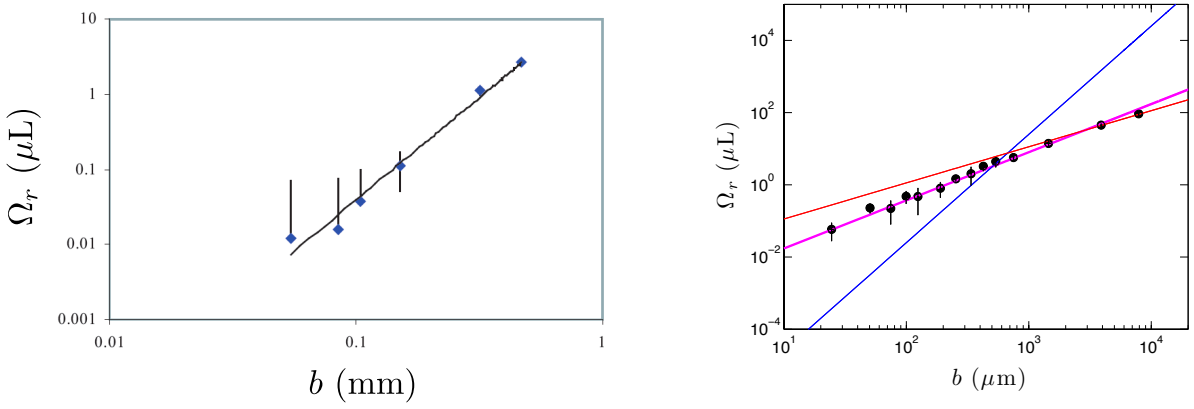
(a) (b)

FIGURE 1.21 – Tracé du volume décroché en fonction du volume déposé, en coordonnées linéaires et logarithmiques (en insert) ; aux points de la figure 1.20(b), on a ajouté les points obtenus avec des fibres de taille supérieure à la longueur capillaire (en vert). On observe un changement de régime pour $b \sim a = 1.5$ mm (correspondant à un volume déposé de l'ordre de 20 μL). (b) Tracé du volume décroché en fonction du rayon des fibres, en coordonnées logarithmiques. On observe deux régimes, soulignés par les droites rouges (qui sont des guides pour les yeux) de pentes 1 pour $b < 200$ μm et 1/3 au-delà.

La figure 1.21(b) montre l'évolution du volume décroché avec le rayon des fibres ; on distingue deux régimes. Pour les petites fibres ($b < 200$ μm), $\Omega_d \propto b$, ce qui est lié au fait que $\Omega_d \propto \Omega$ dans cette gamme, et que le volume déposé est proche du volume maximal, lui-même proportionnel à b dans cette même gamme. Pour des fibres plus grosses, la dépendance en b est plus faible, et peut être approchée par une loi de puissance 1/3. On peut supposer que ce changement de régime est lié à l'influence de la gravité, dont il a déjà été remarqué que les effets se font sentir à partir de tailles de fibre similaires.

En revanche, le tracé du volume restant sur la jonction ($\Omega_r = \Omega - \Omega_d$) en fonction du rayon des fibres ne fait plus apparaître qu'un seul régime sur toute la gamme de rayons étudiée (cf figure 1.22(b)). On explique cette observation par le fait que ce volume constitue une sorte de tore déformé (en double selle de cheval) difficile à décrire analytiquement, mais assimilable à un ménisque autour des deux fibres au contact, et d'extension verticale petite devant la longueur

capillaire (ou au plus de l'ordre de a) ; il s'agit donc d'une forme imposée par la capillarité, et non par la gravité.



(a) (b)

FIGURE 1.22 – (a) Tracé du volume restant Ω_r sur une fibre horizontale de rayon b, en coordonnées logarithmiques. La droite de pente 3 représente l'ajustement donné par la formule (1.22). (Figure issue de [72].) (b) Tracé du volume restant sur deux fibres perpendiculaires horizontales de rayon b, en coordonnées logarithmiques. Les données expérimentales (ronds noirs) suivent une loi de puissance 4/3 (droite mauve donnée par (1.24)) plutôt que 3 (droite bleue donnée par (1.22)) ou 1 (droite rouge donnée par (1.23)).

Pour une fibre seule, E. Lorenceau a reporté le volume restant sur la fibre après décrochage en fonction du rayon de cette fibre (figure 1.22(a)) ; elle observe que ce volume est proportionnel au cube du rayon b, selon l'ajustement :

$$\Omega_r \approx 25\ b^3. \tag{1.22}$$

Cette dépendance se comprend à l'aide d'un argument dimensionnel : le volume restant étant très petit (inférieur à a^3, de l'ordre de 3.5 μL), la seule longueur caractéristique du système à cette échelle est le rayon de la fibre.
On n'observe plus cette dépendance pour deux fibres croisées (figure 1.22(b)) ; la majorité du liquide piégé se trouve alors dans le tore capillaire évoqué précédemment. Le reste du liquide retenu est accroché à la fibre inférieure, avec une forme similaire à celle observée sur une fibre isolée ; mais la superposition de la loi (1.22) sur la courbe des résultats expérimentaux montre que cette contribution est négligeable pour $b < 500$ μm. C'est aussi la gamme explorée par E. Lorenceau ; pour des fibres plus grosses, on s'attend à une saturation de la relation (1.22), le volume restant sur une fibre seule ne pouvant excéder le volume maximal sur une fibre, donné par (1.20). La contribution du liquide résiduel sur la fibre inférieure est donc toujours négligeable devant celle du tore, quelle que soit la taille des fibres.
La figure 1.22(b) indique une variation de Ω_r en $b^{4/3}$ environ. L'explication de cette dépendance réside peut-être dans la forme compliquée adoptée par le liquide. On peut essayer d'approximer celle-ci par un tore de hauteur égale à la longueur capillaire a et de rayon égal à b, donc de

volume :

$$\Omega_{\text{tore}} = \pi^2 a^2 b/2. \tag{1.23}$$

Ce volume ne présente pas tout à fait la dépendance observée en b, mais il fournit des ordres de grandeurs proches des valeurs expérimentales pour les grosses fibres ; c'est la courbe rouge sur la figure 1.22(b).
L'ajustement empirique en puissance 4/3, valable sur toute la gamme de fibres étudiée, s'écrit :

$$\Omega_r^{(2)}{}_{(\mu\text{L})} = 8.10^{-4}\ b^{4/3}{}_{(\mu\text{m})}. \tag{1.24}$$

Grâce à ces mesures, on interprète l'évolution du volume maximal que peut soutenir une jonction en croix dans la limite des grosses fibres (visible sur la figure 1.19(b)) ; on peut en effet imaginer écrire ce volume comme la somme du volume résiduel entre deux fibres croisées et du volume maximal soutenu par une fibre seule (la fibre inférieure). Ainsi :

$$\Omega_{\text{max}}^{(2)} \ \sim\ \Omega_r^{(2)} \ +\ \Omega_{\text{max}}^{-}. \tag{1.25}$$

Cette équation a été ajoutée sur la figure 1.19(b) précédente, avec Ω_r^+ donné par (1.24) et pour Ω_{max}^- donné par (1.18) (courbe mauve en trait plein) ou par (1.20) (courbe mauve en pointillés). Si le premier cas semble bien rendre compte des valeurs mesurées pour les deux plus grosses fibres utilisées, le second n'est pas observé. C'est logique car comme vu précédemment (sur la figure 1.16), la saturation ne devrait survenir que pour des fibres plus grosses ($b/a > 4$ à 6, soit $b \sim 1$ cm ici).
On peut résumer l'évolution observée sur la courbe 1.19(b) en y ajoutant la prédiction pour les très grosses fibres, ainsi qu'une modélisation de la zone de transition $b \in [250\ \mu\text{m}, 4\ \text{mm}]$:

$$\Omega_{\text{max}}^{(2)} = \begin{cases} 0.045\ b & \text{pour} \quad b < 250\ \mu\text{m} \\ 0.27\ b^{2/3} & \text{pour} \quad b \in [250\ \mu\text{m}, 4\ \text{mm}] \\ 0.034\ b + 8.10^{-4}\ b^{4/3} & \text{pour} \quad b \in [4\ \text{mm}, 1\ \text{cm}] \\ 57.9 + 8.10^{-4}\ b^{4/3} & \text{pour} \quad b > 1\ \text{cm} \end{cases} \tag{1.26}$$

où le volume maximal est toujours exprimé en μL, et le rayon des fibres en μm.

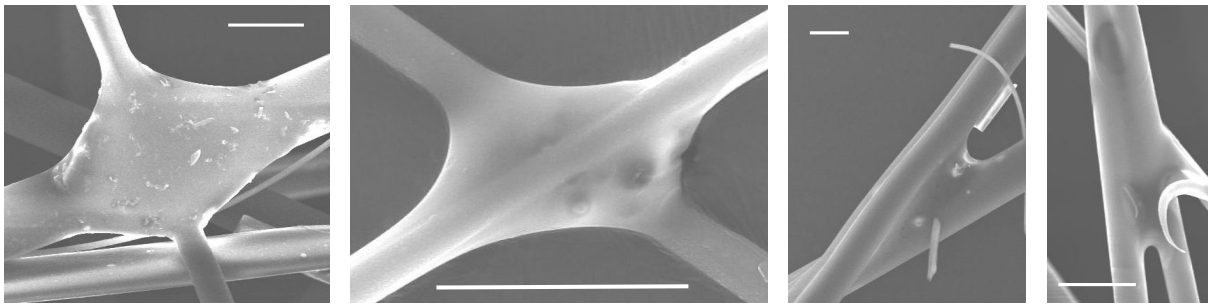
Dans la suite, on s'intéresse à la forme du liquide restant dans le cas où les fibres ne sont pas perpendiculaires.

1.1.3 Forme du liquide mouillant capturé

La forme d'un pont liquide entre deux objets solides a déjà fait l'objet d'études théoriques, mais essentiellement pour des ponts liquides axisymétriques établis entre deux plans, entre deux sphères ou entre une sphère et un plan. Alors la courbure moyenne est uniforme et s'écrit analytiquement. Dans le cas de deux sphères, la section centrale du pont peut être représentée par la figure 1.4(b) ; lorsque l'angle de remplissage α augmente, les profils de liquide suivent une

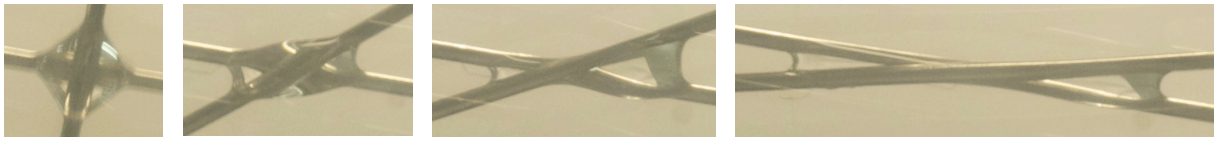
séquence de surfaces de courbure constante classifiée par Plateau [107], allant d'un segment de nodoïde (à courbure négative) à un segment d'onduloïde (de courbure positive) en passant par une caténoïde (de courbure nulle). Dans [97], les auteurs calculent la forme (courbure, aire et volume) des ponts entre une sphère et un plan (extrapolable au cas de deux sphères), de façon analytique (en terme d'intégrales elliptiques) lorsque la gravité est négligeable, et de façon numérique pour prendre en compte ses effets dans certains cas. Les volumes ainsi calculés sont proportionnels au cube du rayon des sphères, seule distance caractéristique en jeu ; ce n'est *a priori* plus le cas pour des objets élancés comme des fibres.
Le cas de deux fibres en contact a fait l'objet d'une étude expérimentale et numérique récente [133] ; on revient sur les résultats de cet article dans la suite. Pour cette géométrie particulière, le pont liquide est de forme complexe ; en particulier, il n'est plus axisymétrique dès que l'angle entre les fibres n'est pas nul ou droit. Quelle est alors l'influence de l'angle sur la forme du pont ?

Angle critique d'étalement



(a) (b) (c) (d)

FIGURE 1.23 – Photographies (MEB) de jonctions dans un matelas de laine de verre (échelle : 10 microns). Les angles ϕ observés entre les fibres varient de 90° (a) à pratiquement 0° (d) ; la forme adoptée par le liquide dépend de cet angle.



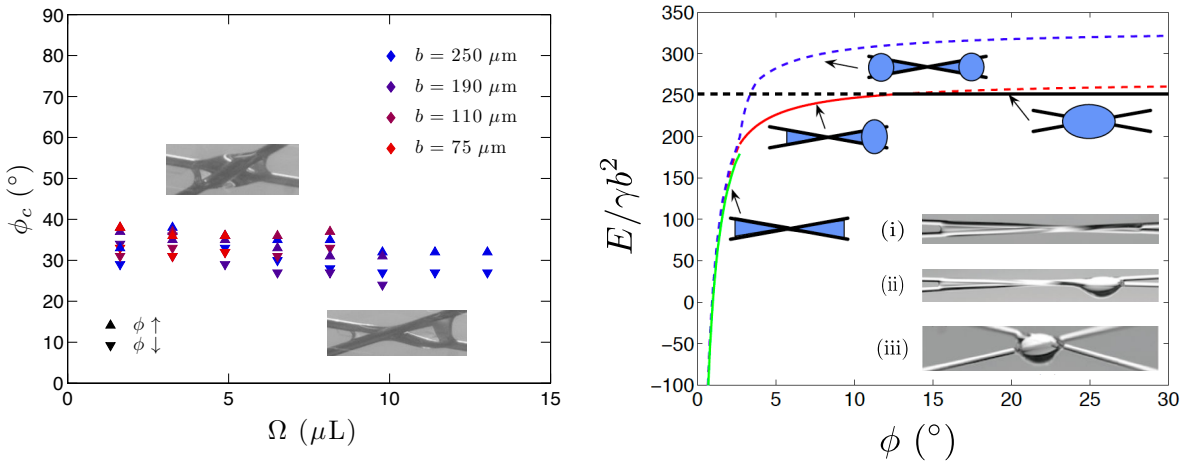
(a) (b) (c) (d)

FIGURE 1.24 – Évolution de la répartition d'un liquide mouillant sur une jonction horizontale avec l'angle entre les fibres : sur ces photos vues de dessus, ϕ vaut environ (a) 90°, (b) 40°, (c) 30° et (d) 12°. On passe d'une jonction à 4 cadrans ((a) et (b)) à une jonction à 2 cadrans constitués d'une goutte et d'une colonne ((c) et (d)) lorsque ϕ diminue en-dessous d'une valeur critique ϕ_c. Les fibres ont un diamètre de 500 μm et le volume d'huile vaut 3 μL.

L'observation du liquide à la jonction entre deux fibres croisées montre que sa forme dépend de l'angle ϕ entre ces fibres. Cette observation est valable dans la laine de verre (figure 1.23)

comme à l'échelle du laboratoire (figure 1.24), où l'on peut faire varier continûment ϕ. En vue de dessus, on constate qu'il existe un angle critique ϕ_c pour lequel on passe d'une jonction liquide occupant les 4 cadrans délimités par les fibres (pour $\phi > \phi_c$), à une jonction ne comportant plus que deux cadrans (pour $\phi < \phi_c$). Cette transition présente une légère hystérésis. Les résultats obtenus en faisant varier la taille des fibres et le volume de liquide sont représentés sur la figure 1.25(a). L'angle critique vaut environ 32°, il ne dépend pas significativement de b et il diminue très faiblement quand le volume augmente. On mesure un écart relatif de moins de 15% lorsque le volume est multiplié par 2. On a ainsi en première approximation :

$$\phi_c \approx 32°. \tag{1.27}$$



(a) (b)

FIGURE 1.25 – (a) Tracé de l'angle ϕ_c entre les fibres pour lequel on observe la transition 2/4 cadrans, en fonction du volume Ω de liquide, pour différentes tailles b de fibres. Cet angle critique présente une légère hystéresis (de 5° environ) selon que l'on augmente ou diminue ϕ, mais il reste proche d'une valeur $\phi_c \approx 32°$ indépendante de b et Ω. (b) Tracé, en fonction de l'angle entre les fibres, de l'énergie adimensionnée d'un volume de liquide $\Omega/b^3 = 1000$ entre deux fibres pour différentes morphologies possibles, et photos associées ; le liquide peut prendre la forme d'une colonne ((i), ligne verte), d'une goutte ((iii), ligne noire) ou d'un mélange de colonne et de goutte ((ii), ligne rouge). Les traits pleins indiquent les formes d'énergie minimale ; la configuration à une colonne et deux gouttes (ligne bleue) n'est observée que de façon transitoire. (Figure issue de [133].)

Sauret *et al.* se sont récemment intéressés au mouillage de deux fibres croisées en contact [133]. Ils observent trois morphologies pouvant être adoptées par le liquide, en fonction de son volume, de la taille des fibres et de l'angle entre fibres ; à géométrie fixée et en ajoutant du liquide, ou à volume fixé et en écartant les fibres, on passe d'une forme de colonne étalée à une forme de goutte ramassée, avec un état intermédiaire mixte constitué d'une colonne et d'une goutte se formant aléatoirement d'un côté ou de l'autre du point de contact entre les fibres ("forme mixte").

La transition 2/4 cadrans relevée dans nos expériences correspond à la transition goutte-forme

mixte. En effet, sur nos images en vue de dessus (figure 1.24), on observe que les jonctions à deux cadrans sont légèrement asymétriques pour des valeurs de ϕ proches de ϕ_c : il y a bien un réservoir de liquide d'un côté de la jonction, en équilibre avec une colonne de liquide. D'après [133], on s'attend à voir la transition forme mixte-colonne en diminuant encore ϕ, mais nous ne l'avons pas observée dans nos expériences en vue de dessus, car la répartition du liquide est alors peu visible.

Les auteurs de [133] expliquent cette dernière transition (colonne-forme mixte) par l'existence d'une longueur maximale de colonne ; l'espacement entre les fibres variant le long de la jonction, l'angle α varie également (cf la figure 1.4(b) et la formule (1.5)) et ne peut excéder π pour l'état colonne. Comme vu précédemment (cf (1.10)), l'espacement correspondant à cet angle maximal vaut $2\sqrt{2}b$; il est atteint pour un volume de liquide dépendant de l'angle ϕ fixé (ou inversement pour un certain angle, à volume fixé).

Pour caractériser les deux transitions, les auteurs comparent les énergies des différentes morphologies. Celle de la colonne est de nouveau calculée en intégrant la formule (1.6) sur toute la longueur mouillée, mais on n'obtient pas la formule (1.11), car ici α et R varient le long de la colonne, et dépendent de ϕ. On peut trouver ces relations implicites dans l'article [133], où les auteurs évaluent numériquement l'énergie d'une colonne le long de fibres croisées. Par ailleurs, l'énergie de la goutte traversée par les deux fibres est estimée avec la formule (1.12) issue de [114], mais toujours avec un espacement variable dépendant de la position de la goutte (et donc de la longueur mouillée) ; en ajoutant le lien entre cette longueur de colonne et le volume fixé, les auteurs obtiennent les évolutions des énergies avec l'angle ϕ entre les fibres, représentées sur la figure 1.25(b) pour un volume donné. Plus précisément, ce sont les énergies minimales vis-à vis de l'espacement entre fibres à l'endroit où se trouve une éventuelle goutte.

La forme attendue pour un angle ϕ donné étant celle d'énergie la plus basse (représentée en trait pleins sur cette figure), on retrouve les deux transitions évoquées plus haut. La transition colonne-forme mixte se produit pour un angle $\phi \approx 2$ à $3°$, en accord avec les observations expérimentales de [133] (cf la figure 1.27(a) plus loin). La transition forme mixte-goutte centrée est prédite pour un angle $\phi \approx 15°$, éloigné de notre valeur expérimentale voisine de $32°$. Comment expliquer cet écart ?

Comme le soulignent les auteurs de [133], la détermination analytique de cette dernière transition n'est que qualitative, car elle est très sensible au préfacteur de (1.12) choisi par ajustement. On le constate sur la figure 1.25(b) : les courbes rouge et noire étant très proches et presque parallèles, une légère modification de la courbe noire entraîne une grande variation de la valeur de l'angle critique à la transition.

On pourrait alors utiliser nos mesures pour ajuster le préfacteur de (1.12) dans le cas de fibres croisées. Il faudrait aussi comprendre pourquoi ϕ_c dépend peu de Ω et b, en vérifiant que les deux énergies précédentes évoluent de façon similaire avec ces deux paramètres, c'est à dire que leur intersection se produit toujours aux alentours du même angle ϕ_c. Pour cela, il faudrait tracer les

courbes similaires à celles de la figure 1.25(b) pour d'autres valeurs de Ω et b. Il faut d'ailleurs noter que dans nos expériences, on a utilisé des fibres et des gouttes assez grosses, et il est possible que la gravité ne puisse alors plus être négligée ; à la transition, la portion de liquide qui constitue la goutte abaisse en effet son énergie potentielle de pesanteur, pouvant apporter une légère correction aux effets capillaires.
On revient ici sur des considérations liées au volume maximal retenu par une jonction. En ajoutant de plus en plus de liquide sur les fibres, et en observant la transition état mixte-goutte (par valeurs croissantes de ϕ), il arrive que le volume déposé sur des fibres quasi-parallèles se décroche au cours de l'augmentation de ϕ. On constate que ce décrochage a lieu pour un angle entre fibres très proche de ϕ_c (quoique légèrement inférieur) ; on reporte les valeurs du volume maximal ainsi mesuré en fonction du rayon des fibres sur la figure 1.26, en superposition des points de la figure 1.18, dans la gamme des petites fibres pour lesquelles la formule (1.14) s'applique. Un ajustement linéaire en b pour les points rouges fournit :

$$\Omega_{\max}^{\phi_c}{}_{(\mu\mathrm{L})} = (0.063 \pm 0.004)\ b\ {}_{(\mu\mathrm{m})}. \tag{1.28}$$

Une comparaison avec la formule (1.18), valable pour une fibre, montre que deux fibres peuvent retenir presque deux fois plus de liquide (le facteur est proche de 1.9) qu'une fibre seule, si ces fibres font un angle $\phi_c \approx 32°$.

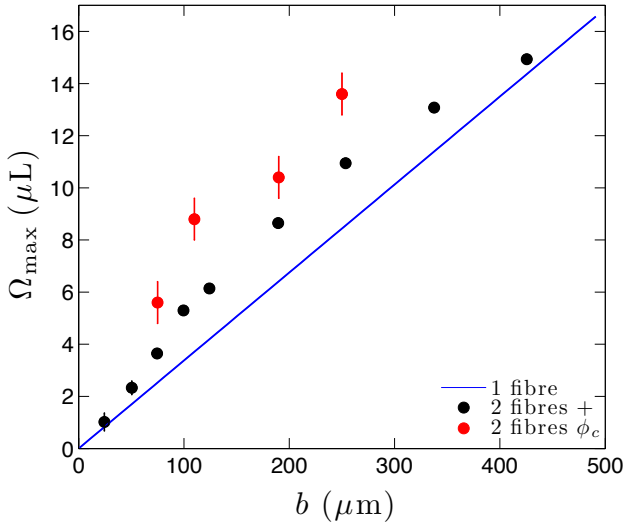


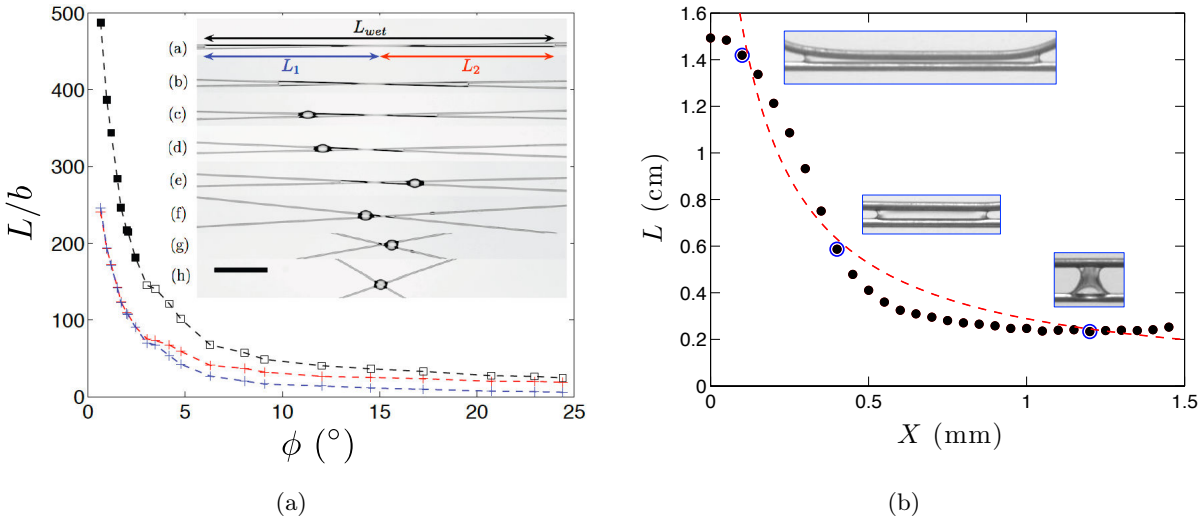
FIGURE 1.26 – Tracé du volume $\Omega_{\max}$ de la plus grosse goutte pouvant être supportée par une fibre (ligne bleue), deux fibres croisées à $\phi = 90°$ (points noirs), et deux fibres croisées à $\phi \lesssim \phi_c$ (points rouges), en fonction du rayon b des fibres.

Les points noirs et rouges encadrent les valeurs possibles du volume maximal retenu par deux fibres croisées, dans le cas où ce volume est entièrement ramassé sous forme de goutte ($\phi \in [\phi_c, 90°]$).

On peut remarquer que ces volumes maximum sont bien supérieurs à ceux mesurés au sein de la laine de verre, comme sur l'image 1.14(a) ; on peut l'expliquer par le fait que le liquide a pu sécher partiellement après capture, mais surtout parce que cette capture s'est faite lors de l'impact d'une goutte sur une ou plusieurs fibres ; le volume maximal dépend alors de la vitesse d'impact et il est certainement beaucoup plus faible que dans le cas statique considéré ici. Une ouverture possible de cette étude consisterait à s'intéresser aux impacts sur une jonction en coin.

Longueur mouillée

Dans la suite, plutôt que de considérer les volumes de liquide, on va s'intéresser à la longueur mouillée le long d'une fibre. Lorsque la goutte est ramassée, cette longueur est du même ordre de grandeur que le rayon $\mathcal{R}$ de la goutte déposée ; ce n'est plus le cas quand cette goutte s'étale, comme lors de la transition goutte-colonne évoquée précédemment.



(a) (b)

FIGURE 1.27 – (a) Longueur mouillée L entre deux fibres au contact ($X = 0$) en fonction de l'angle interfibres ϕ, adimensionnée par leur rayon b. Ici $b \sim 150$ μm et $\Omega \sim 3.4$ μL. En toute rigueur la longueur reportée est celle mesurée suivant l'axe médian aux fibres $L/b\cos(\phi/2) \sim L/b$ dans la gamme d'angles explorée. Les carrés noirs indiquent la longueur totale mouillée (symboles pleins ou vides pour une forme de colonne ou pour une forme mixte colonne et goutte), alors que les croix rouges et bleues précisent la répartition du liquide de chaque côté de la jonction. En insert, photos de la jonction (échelle : 1 cm) pour $\phi = 0.9°$ (a) à $\phi = 49.3°$ (h). (Figure issue de [133].) (b) Tracé de la longueur mouillée L entre deux fibres parallèles ($\phi = 0$) en fonction de l'espacement X entre fibres. Ici $b \sim 250$ μm et $\Omega \sim 1.6$ μL. Aux points expérimentaux (en noir), on a superposé le modèle approché $L = \Omega/A$ (en pointillés rouges) où l'aire A de la tranche de liquide à bords droits est représentée sur le schéma 2.6(b) et donnée par la formule (2.3).

Sauret *et al* [133] ont ainsi mesuré la longueur mouillée en fonction de l'angle entre deux fibres au contact ($X = 0$, figure 1.27(a)). Les auteurs modélisent de nouveau cette évolution à l'aide des calculs de Princen [113] étendus au cas où $\phi \neq 0°$.
À l'inverse, on a mesuré la longueur L mouillée pour deux fibres parallèles ($\phi = 0°$) en fonction

de leur espacement X (cf figure 1.27(b)). On constate que l'évolution observée peut être qualitativement prédite par la conservation du volume d'une colonne liquide dont la section est à bords verticaux, soit $L \approx \Omega/A$ où la section A est représentée sur la figure 2.6(b) et donnée par la formule (2.3) du chapitre suivant. Cette approximation est représentée en pointillés rouges sur la figure 1.27(b) et l'accord n'est valable que dans une certaine gamme d'espacements. Aux faibles X, le liquide atteint les bords courbés de la fibre supérieure et la longueur mouillée sature ; à l'inverse, un espacement trop grand entraîne aussi une saturation de L liée à la rétraction du liquide en forme de goutte, puis de pont liquide. Avec les valeurs de Ω et b choisies ici, on calcule $\Omega/b^3 \sim 100$; d'après la figure 1.10(a), on n'attend donc pas de coexistence goutte/colonne, mais une transition entre ces deux états pour un espacement $X \sim 2\sqrt{2}b \sim 700$ μm.
Entre ces deux saturations, l'accord avec notre modèle de colonne à bords droits n'est pas quantitatif car le profil de liquide varie avec l'espacement, comme calculé par Princen dans [113] (cf figure 1.5) ; on pourrait obtenir une prédiction plus quantitative de L à partir de ces calculs, dans la gamme où le liquide adopte une forme de colonne. On se contente ici de remarquer que dans cette gamme ($X \in [100, 700]$ μm environ, avec le volume de liquide et la taille de fibre choisis ici), le modèle très simple d'une section droite sous-estime la longueur mouillée aux faibles X et la surestime aux X élevés. On comprend ces tendances grâce à la figure 1.5 : pour X petit, le pont liquide a une surface incurvée vers l'intérieur et sa section est donc inférieure à celle du modèle, d'où une longueur mouillée plus grande par conservation du volume. C'est l'inverse à X grand ; la transition se fait pour $X/2b \sim 0.571$ d'après Princen, soit $X \sim 280$ μm ici, en bon accord avec la figure 1.27(b).

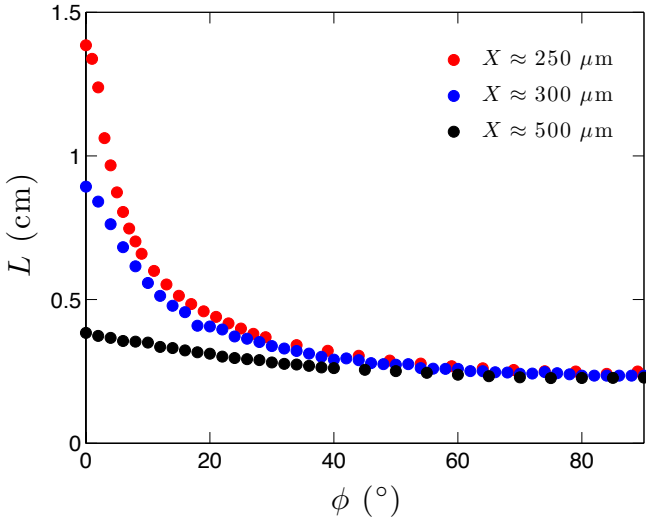


FIGURE 1.28 – Longueur mouillée par un volume $\Omega \approx 1.9$ μL d'huile silicone le long de fibres identiques de rayon $b \approx 250$ μm, en fonction de l'angle ϕ et pour trois espacements verticaux X entre ces fibres.

Dans le cas plus général où X et ϕ sont tous deux non nuls (comme sur la figure 1.28), on pourrait prédire numériquement la longueur mouillée, toujours à l'aide des calculs de Princen

et en s'inspirant de l'étude [133] (valable pour $X = 0$). On se contente ici d'en montrer le principe.

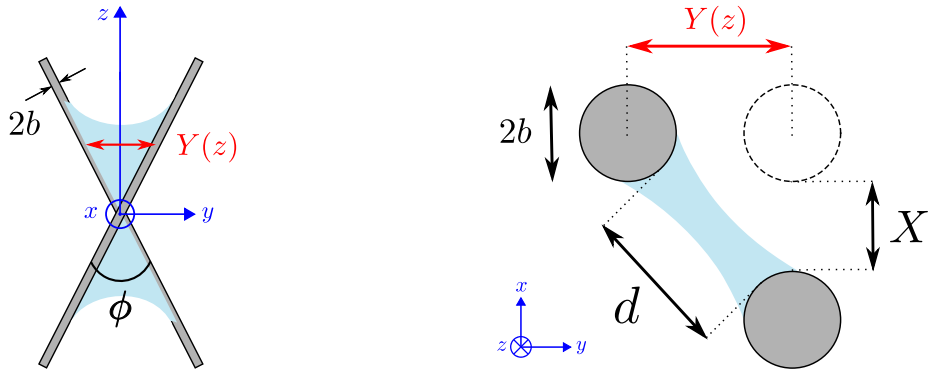


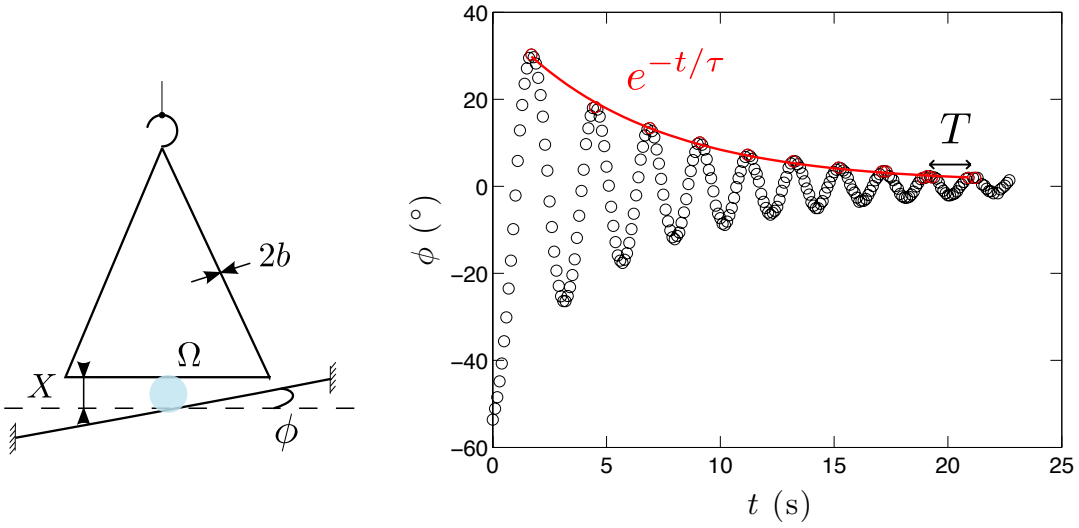
FIGURE 1.29 – Forme d'une colonne liquide entre deux fibres dans le cas général d'un angle ϕ (cf la vue de dessus (a)) et d'une distance verticale X (cf la vue latérale (b)) non nuls, dans le cas où la gravité est négligeable. L'espacement horizontal Y dépend de la position z définie depuis l'intersection des fibres, de même que la distance d entre fibres.

Dans l'hypothèse d'un volume de liquide étalé sous forme de colonne (donc en négligeant la gravité), sa section dépend de la position z le long de l'axe médian aux fibres (cf figure 1.29). Pour un z donné, la distance d entre les fibres dépend de l'espacement vertical X (supposé fixé) et de l'écartement horizontal Y (qui dépend de z) entre elles, selon la relation donnée par Pythagore (cf figure 1.29(b)) : $(d + 2b)^2 = Y^2 + (X + 2b)^2$. Dans cette équation, Y est relié à ϕ et z selon : $\tan(\phi/2) = Y/2z$ (cf figure 1.29(a)) ; en remplaçant Y, on en déduit la relation $d(X,\phi,z)$. On reprend alors les calculs de Princen ; la relation géométrique (1.5) est modifiée, il faut y remplacer l'espacement X par la nouvelle distance entre fibres d, d'où une relation $R(\alpha,d) = R(\alpha,X,\phi,z)$. En revanche la relation géométrique (1.4) et le bilan d'énergie (1.8) sont inchangés, et la combinaison de ces deux relations $A(\alpha,R)$ permet toujours d'en déduire $R(\alpha)$ donné par (1.9). Avec cette relation et $R(\alpha,X,\phi,z)$, on tire $\alpha(X,\phi,z)$ (et donc $R(X,\phi,z)$) ; alors l'une des relations $A(\alpha,R)$ se réécrit $A(X,\phi,z)$.
Le calcul numérique du volume de liquide, qui s'écrit comme l'intégrale de $A(X,\phi,z)\mathrm{d}z$ sur toute la colonne de longueur L, fournit enfin la relation $\Omega(X,\phi,L)$ qui s'inverse en $L(X,\phi,\Omega)$. On pourrait ainsi obtenir numériquement la forme adoptée par le liquide en statique dans le cas général ; mais à moins de fixer ϕ et X, on constate expérimentalement que cette géométrie quelconque est instable. Aussi, on préfère s'intéresser à la dynamique d'évolution d'une jonction dans la suite.

Dans cette première partie, on a caractérisé la forme adoptée par un liquide mouillant déposé sur une jonction de géométrie fixée. Si les fibres sont libres de se mouvoir, on va voir que la présence de liquide modifie cette géométrie, en ayant tendance à réduire ϕ (alignement des fibres) et X (attraction des fibres).

1.2 Couple capillaire : alignement des fibres

1.2.1 Comportement oscillant

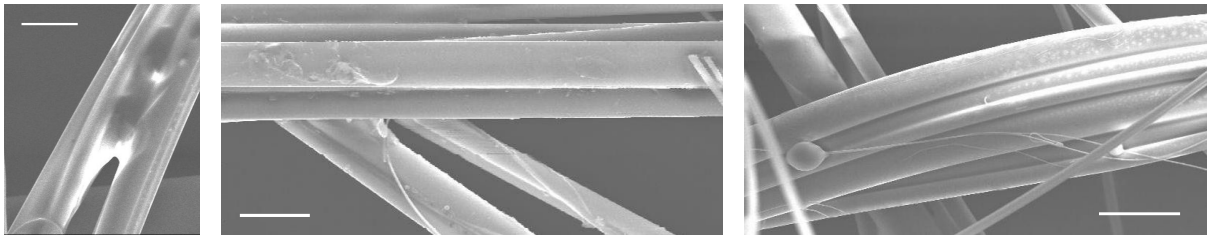


(a) (b)

FIGURE 1.30 – (a) Schéma du montage expérimental : une goutte de liquide mouillant de volume Ω connecte deux fils de rayon b espacés d'une distance X et décalés d'un angle ϕ ; le fil inférieur est fixé, alors que le fil supérieur, en forme de cintre, est libre de tourner sur lui-même. Il est en effet suspendu à un fil de coton, lui même accroché à un support fixe. (b) Tracé de l'évolution temporelle de l'angle ϕ entre deux fibres de rayon $b \sim 250$ μm, séparées d'une distance verticale $X = 600$ μm et connectées par un volume $\Omega = 1.4$ μL d'huile silicone de tension de surface $\gamma = 20$ mN/m et de viscosité $\eta = 300$ mPa.s, lorsqu'on le laisse libre d'évoluer à partir d'un angle imposé (ici de 55°) à $t = 0$. On définit deux temps caractérisant les oscillations observées : la pseudo-période T des oscillations aux petits angles et le temps τ de décroissance exponentielle (enveloppe tracée en rouge par ajustement sur les maxima des oscillations).

Pour étudier l'effet de la présence d'une goutte de liquide entre deux fibres libres (et non bloquées, comme précédemment), on réalise le montage de la figure 1.30(a) avec de l'huile silicone comme liquide mouillant, et des fils métalliques comme fibres rigides. Le fil supérieur, en forme de cintre, est accroché à un support par un fil de coton suffisamment long et fin pour négliger le couple de torsion qu'il impose au cintre : on considère que celui-ci peut évoluer librement. Le fil inférieur est fixé et éloigné du premier d'une distance verticale X contrôlée par une vis micrométrique ; contrairement à l'étude statique précédente, les deux fils ne sont jamais au contact, ce qui permet d'éviter tout frottement solide. On crée un pont capillaire en plaçant une goutte dans l'interstice entre les fils, et on impose un angle initial ϕ entre la projection des fils dans un plan horizontal ; le pont liquide est alors déformé. Lorsque l'on relâche cette contrainte, on observe l'alignement de la fibre supérieure mobile suivant celle fixée en regard, après une dizaine d'oscillations amorties exponentiellement. Un exemple de ce phénomène est visible sur la figure 1.30(b), où l'on reporte l'évolution temporelle de l'angle ϕ entre les fibres.

Le premier effet du liquide est donc d'aligner les fibres ; la configuration pour laquelle les deux fibres sont parallèles ($\alpha = 0°$) est la plus stable énergétiquement. Un tel alignement est analogue à celui observé lorsque l'on place deux lames de microscope neuves (donc très propres) superposées sur une petite portion de leur surface, en ayant préalablement placé une goutte d'eau entre elles : le verre propre ayant une grande énergie de surface, il est totalement mouillé par l'eau dont l'étalement entraîne la rotation jusqu'à alignement des lamelles.
Cet effet peut contribuer à expliquer la présence de nombreuses jonctions longitudinales dans les matelas de laine de verre, comme photographiées sur la figure 1.31 : la présence de liant a pu entraîner une réorganisation de l'assemblage de fibres. C'est une explication plausible lorsque quelques fibres sont collées ; les amas de nombreuses fibres groupées, moins fréquents, sont plus vraisemblablement dus à la capture d'une goutte de liant par un paquet de fibres préexistant.



(a) (b) (c)

FIGURE 1.31 – Photographies (MEB) de jonctions longitudinales dans un matelas de laine de verre (échelle : 20 microns). Ces jonctions composées de 2 à 3 fibres ((a), (b)) sont fréquemment observées au sein du matelas. Celles constituées d'un faisceau de fibres (c) sont plus rares.

Il n'est pas évident de savoir si ces jonctions longitudinales sont avantageuses ou non pour le matériau, car si la présence de plusieurs fibres collées renforce la solidité du matelas, leur direction commune diminue la possibilité de faire des jonctions transverses avec des fibres plus éloignées, et donc la cohésion du matelas. À l'inverse, on peut s'interroger sur l'existence de telles jonctions transverses, dont on a précédemment étudié la forme (visible sur les photos de la figure 1.23). Leur persistance est peut être due au fait que le liant sèche rapidement, avant d'aligner les fibres ; il serait intéressant d'étudier la dynamique de cet alignement, en particulier le temps au bout duquel les fibres sont alignées pour la première fois (c'est-à-dire le premier passage à zéro de la fonction $\phi(t)$). Plus vraisemblablement, ces jonctions transverses existent en raison de l'enchevêtrement des fibres qui ne permet qu'un alignement partiel. En particulier, il est moins probable d'observer des oscillations en présence d'autres fibres intercalées ; l'étude de ces oscillations est néanmoins utile car elle fournit des informations sur les forces en jeu dans ce phénomène.
Dans le cas général, le mouvement d'alignement des fibres est complexe ; il semble difficile de le décrire pour une amplitude d'oscillation (angle ϕ initial) et un espacement X quelconques. En effet, on observe d'une part des oscillations non linéaires aux grandes amplitudes (visibles sur la

figure 1.32(a)), et d'autre part un couplage entre les variables L et ϕ pour les petits espacements. On précise ce dernier cas : lorsque X est assez petit, la longueur mouillée présente elle aussi des oscillations (avec un mouvement "en accordéon"). Cela est dû au fait que la goutte n'est plus ramassée entre les fibres mais qu'elle s'étale sous forme de colonne : la transition goutte-colonne évoquée dans la partie précédente peut avoir lieu durant les oscillations, si X et ϕ sont assez faibles. Ainsi, on montrera au chapitre suivant (cf l'équation (2.2)) que le liquide ne peut s'étaler que si $X < (\pi - 2)\ b \sim b$ lorsque les fibres sont alignées ; si $\phi \neq 0$, cette condition ne suffit plus, il faut en plus que l'angle ϕ soit plus petit qu'une valeur critique ϕ_c. Cette valeur est donnée par (1.27) lorsque $X = 0$, ce qui n'est plus le cas ici, et ϕ_c dépend de X *a priori* (on pourrait caractériser numériquement cette dépendance en s'inspirant de l'étude [133], valable pour $X = 0$).

On peut donc résumer le mouvement de la fibre en distinguant différents cas suivant les valeurs de X et ϕ : pour $X > X_c$ et $\forall\ \phi$, seul $\phi(t, L)$ évolue dans le temps, $L(X,\Omega)$ pouvant être considéré comme constant. C'est la même chose pour $X < X_c$ tant que $\phi > \phi_c$; mais dès que $\phi < \phi_c$, la longueur mouillée dépend aussi du temps, d'où une évolution couplée de L et ϕ. Ces considérations permettent de prévoir la forme de la jonction liquide en statique ; en dynamique, il faut ajouter le fait que l'étalement du liquide n'est pas instantané, mais lié à la géométrie des fibres (taille et espacement) et à la viscosité du liquide. Ainsi le mouvement général des oscillations est-il difficile à décrire.

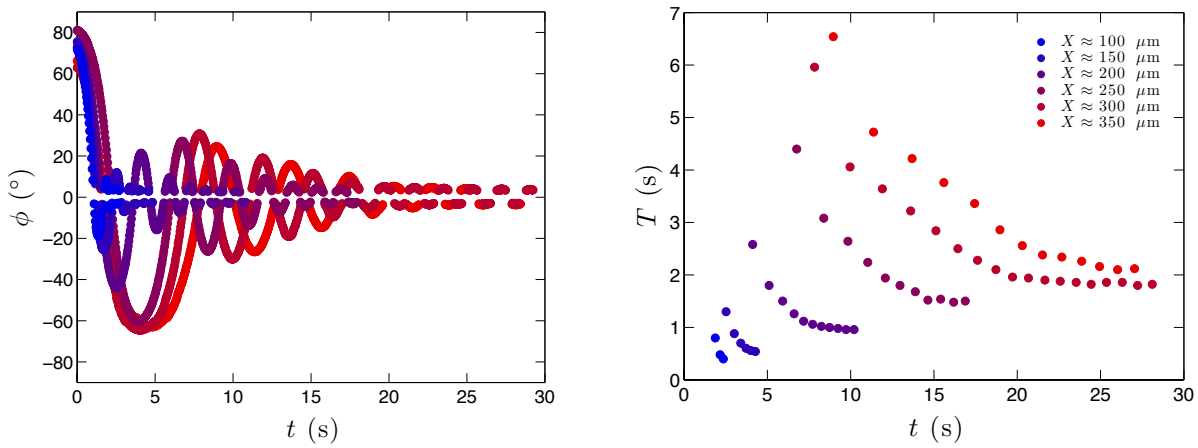
Dans la suite, on va se restreindre aux cas plus simples où la longueur mouillée L peut être considérée comme constante en bonne approximation. C'est vrai lorsque l'espacement X entre les fibres est assez grand pour que le liquide ne s'étale pas lors des oscillations ; mais ces dernières sont alors peu marquées, la faible déformation de la goutte ne créant pas une grande force de rappel. Dans le cas d'une forme de colonne liquide, donc pour des espacements plus petit, cette hypothèse reste vérifiée car l'étalement du liquide (même peu visqueux) entre les fibres est lent, donc souvent négligeable sur le temps des oscillations (en particulier à faible amplitude).

On appelle τ le temps d'amortissement et T la période des oscillations linéaires en fin d'alignement (cf la figure 1.30(b)) ; on s'intéresse dans la suite à ces deux temps caractéristiques qui donnent respectivement accès aux forces résistive et motrice.

1.2.2 Période aux petits angles et couple capillaire de rappel

On choisit ici de s'intéresser au régime linéaire, lorsque l'amplitude des oscillations est faible. Sur la figure 1.32, on reporte l'évolution temporelle de ϕ, et de la pseudo-période associée à ces oscillations ; on note T la valeur stable mesurée aux temps longs, correspondant aux angles de faible amplitude.

Pour décrire ces oscillations observées aux petits angles, on modélise la force de rappel responsable du réalignement de la fibre mobile avec la fibre fixe, lorsqu'on l'écarte légèrement de sa position d'équilibre (correspondant à une jonction parallèle). Comme la fibre est mouillée par le liquide,



(a) (b)

FIGURE 1.32 – (a) Tracé de l'évolution temporelle de l'angle ϕ pour $b = 250$ μm, $\Omega = 1.4$ μL et $\eta = 20$ mPa.s, et différents espacements indiqués dans la légende de (b) ; la fibre supérieure masque l'angle lorsqu'il est proche de 0. (b) Tracé de la période des signaux de (a) mesurée entre deux extrema successifs (de même signe) ; on relève les valeurs constantes aux temps longs, correspondant au régime linéaire des petits angles.

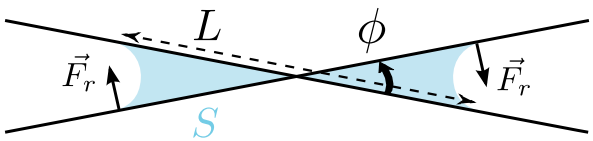


FIGURE 1.33 – Schéma d'une jonction quasi-parallèle (vue de dessus) ; un décalage angulaire ϕ entre les fibres entraîne l'augmentation de la surface de contact S entre le liquide et l'air, et donc une force de rappel F_r qui tend à aligner les fibres. Aux petits angles ϕ, on peut considérer que la longueur mouillée L est constante.

une variation $\mathrm{d}\phi$ de l'angle conduit à une augmentation $\mathrm{d}S$ de l'interface liquide-air, et donc à une force de rappel horizontale F_r (cf la figure 1.33).
Dans l'hypothèse d'une longueur mouillée constante, lors de la rotation de la fibre mobile d'un angle $\mathrm{d}\phi$, la conservation de l'énergie impose l'égalité entre la variation infinitésimale d'énergie de surface $\gamma\ \mathrm{d}S$ et le travail de la force de rappel F_r sur la distance $L\ \mathrm{d}\phi$, soit :

$$\mathrm{d}E = \gamma \mathrm{d}S = F_r L \mathrm{d}\phi. \tag{1.29}$$

Dans cette formule, $\mathrm{d}S$ et $\mathrm{d}\phi$ sont liés géométriquement. Pour un angle ϕ petit, la surface liquide-air vaut $S = 2LX_\phi$, où $X_\phi = \sqrt{X^2 + L^2\phi^2} \approx X(1 + L^2\phi^2/2X^2)$ (pour $L\phi \ll X$) ; on vérifie bien que $S = 2LX$ pour $\phi = 0$. La formule (1.29) fournit alors l'expression de la force de rappel aux petits angles :

$$F_r = \frac{\gamma}{L}\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}\phi} = 2\gamma\frac{L^2}{X}\phi. \tag{1.30}$$

On a calculé la force de rappel en bout de fibre mouillée, soit en $l = \pm\ L/2$ si l'on note l la position sur l'axe de la fibre mobile depuis le croisement avec la fibre fixe. Pour un l plus grand,

la fibre est sèche et cette force est nulle ; pour un l plus petit, l'intensité de la force diffère, elle est proportionnelle à l^2 d'après la formule (1.30). De plus cette force est toujours orientée suivant l'opposé du vecteur vitesse ; elle change donc de sens (à l fixé) lors de l'alignement des fibres durant les oscillations, et quand l change de signe (à ϕ fixé), comme indiqué sur la figure 1.33. Sur l'ensemble de la fibre mobile et à chaque instant, la résultante des forces de rappel est donc nulle par symétrie, mais responsable d'un couple de rappel C_r :

$$C_r = 2\int_0^{L/2} F_r(l)\ \mathrm{d}l = \frac{\gamma L^3}{6X}\phi. \tag{1.31}$$

Deux études numériques récentes ([12], [159]) s'intéressent précisément au couple lié à la présence d'un pont liquide entre deux fibres, en l'absence d'effets gravitaires, et en statique. Toutes deux utilisent le logiciel Surface Evolver™ qui fonctionne par minimisation de l'énergie de surface d'un volume donné, avec des conditions limites fixées, permettant aux auteurs de ces articles de faire varier ϕ, X, Ω et θ. Le cas d'un angle de contact nul n'est pas envisagé car ce logiciel échoue alors à fournir des résultats fiables. Cependant certains résultats obtenus pour des angles $\theta < 90°$ et similaires dans ces deux articles sont en accord qualitatif avec nos expériences. Ainsi, ces simulations fournissent un couple capillaire variant avec ϕ selon une courbe en cloche, entre $\phi = 0$ et 90°, angles limites pour lesquels les ponts liquides sont symétriques, donc le couple s'annule : ce sont deux positions d'équilibre. Comme l'énergie de surface croît (non linéairement) avec ϕ, seule la position $\phi = 0°$ est stable. De plus l'article [159] prévoit un couple capillaire qui croît avec Ω et décroît avec X, des dépendances en accord avec notre formule (1.31). Ces articles prédisent donc la rotation des fibres jusqu'à leur alignement, mais pas le comportement oscillant observé expérimentalement.

Comme les oscillations surviennent même pour des valeurs élevées de viscosité (la courbe sur la figure 1.30(b) a ainsi été obtenue avec de l'huile 300 fois plus visqueuse que l'eau), l'inertie est toujours prédominante devant les frottements visqueux, que l'on néglige donc pour estimer la période des oscillations. En appelant J le moment d'inertie du fil supérieur sur lequel la force de rappel s'applique, l'équilibre des moments s'écrit :

$$J\ddot{\phi} = -\frac{\gamma L^3}{6X}\phi \tag{1.32}$$

d'où l'expression de la période T des oscillations :

$$T = 2\pi\sqrt{6}\sqrt{\frac{J}{\gamma}}\sqrt{\frac{X}{L^3}}. \tag{1.33}$$

Dans le cas général de deux fibres cylindriques isolées, le moment d'inertie de la fibre mobile (de rayon b, longueur L_f et masse volumique ρ_f) par rapport à un axe orthogonal passant par son point central vaut $J = m_f b^2/4 + m_f L_f^2/12$, où $m_f = \rho_f \pi b^2 L_f$ est la masse de la fibre ; dans l'hypothèse d'une fibre élancée ($b \ll L_f$), on a donc $J \sim m_f L_f^2/12 \sim \rho_f \pi b^2 L_f^3/12$ et la formule

(1.33) se réécrit :

$$T = \pi\sqrt{2}\sqrt{\frac{m_f}{\gamma}}\sqrt{\frac{XL_f^2}{L^3}} = \sqrt{2}\pi\sqrt{\frac{\pi\rho_f X b^2 L_f^3}{\gamma L^3}}. \tag{1.34}$$

La première expression permet de distinguer la dépendance géométrique en $(XL_f^2/L^3)^{1/2}$ du facteur dimensionné $(m_f/\gamma)^{1/2}$ qui fournit l'ordre de grandeur de la période des oscillations. Pour nos expériences réalisées avec de l'huile silicone et un cintre de 0.2 g environ, ce facteur vaut 0.1 s ; c'est un ordre de grandeur en dessous des valeurs expérimentales reportées sur la figure 1.32(b), mais la formule (1.34) ne s'applique que pour une fibre non déformée.
Dans le cas particulier d'un cintre, on évalue son moment d'inertie J en assimilant sa forme à celle d'un triangle isocèle de base $L_{f1} = 2$ cm et de côté $L_{f2} = 3.5$ cm, et en estimant sa masse linéique μ_f à partir de sa masse volumique ρ_f selon $\mu_f = \pi b^2 \rho_f = 1.95$ g/m ; la pesée d'une certaine longueur de fil donne le même résultat. On trouve alors, après calcul : $J = \mu_f L_{f1}^2 (L_{f1} + 2L_{f2})/12 = 5.8\ 10^{-9}$ kg.m^2. On en déduit la valeur du préfacteur de l'équation (1.33) : $2\pi\sqrt{6J/\gamma} = 8.3\ 10^{-3}$ m.s.

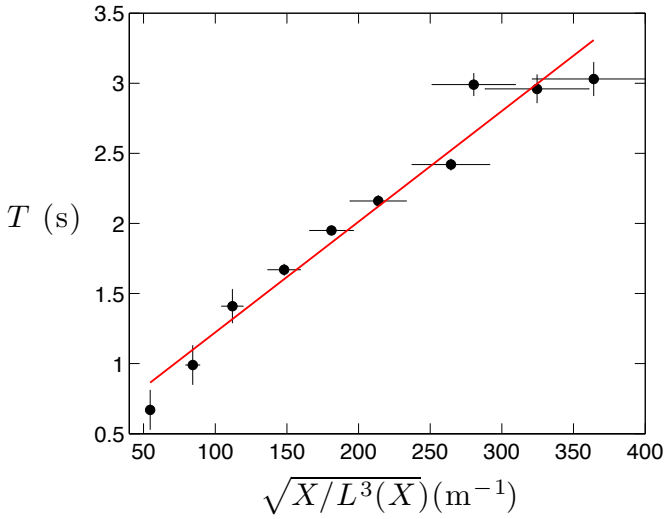
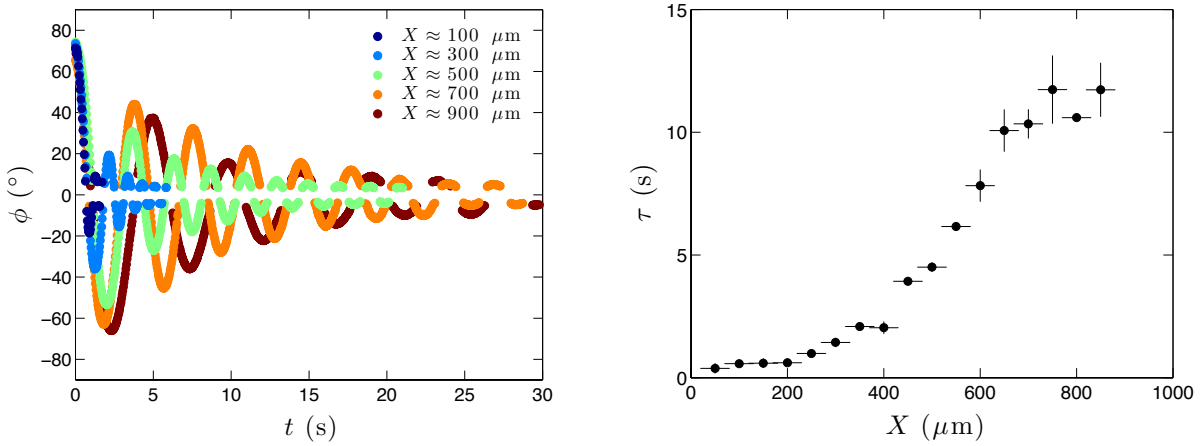


FIGURE 1.34 – Tracé de la période T des oscillations linéaires en fonction du paramètre géométrique $\sqrt{X/L^3}$ (pour $b = 250$ μm, $\Omega = 1.7$ μL et $\eta = 350$ mPa.s) ; L étant une fonction non triviale de X, ces deux distances sont mesurées. X varie ici entre 300 et 750 μm, ce qui correspond à une variation de L entre 5 et 2 mm. L'ajustement linéaire des données (en rouge) est de pente $8.3\ 10^{-3}$ m.s.

La figure 1.34 montre alors un accord quantitatif entre la formule théorique (1.33) et les résultats expérimentaux ; ainsi, la mesure de T valide le modèle de force de rappel (1.30) proposé ici. Pour le vérifier plus rigoureusement, il faudrait faire varier la tension de surface du liquide mouillant, et le moment d'inertie du cintre. La variation de γ n'est pas aisée ; de même, la modification de J n'est pas immédiate car il n'est pas facile de fabriquer un cintre plus étendu ou plus fin, qui conserve une forme plane et équilibrée vis-à-vis du point d'attache. On pourrait cependant faire varier J en ajoutant des masses identiques aux extrémités du cintre, afin de

vérifier la prédominance de l'inertie sur la force visqueuse.
Signalons ici qu'il y a peu d'études similaires sur la vitesse d'auto-assemblage capillaire de structures ; on trouvera néanmoins un modèle pour la dynamique de particules flottantes dans [158], et un modèle de rotation de plaques sous l'effet de pont capillaires dans [145]. Dans ce dernier article, la rotation à lieu sous l'effet d'une force motrice constante (indépendante de l'angle entre les plaques) ; aucune oscillation n'est donc attendue, et les auteurs estiment le temps nécessaire pour atteindre la configuration d'équilibre dans le cas d'une force dissipatrice inertielle ou visqueuse.

1.2.3 Temps de décroissance et dissipation

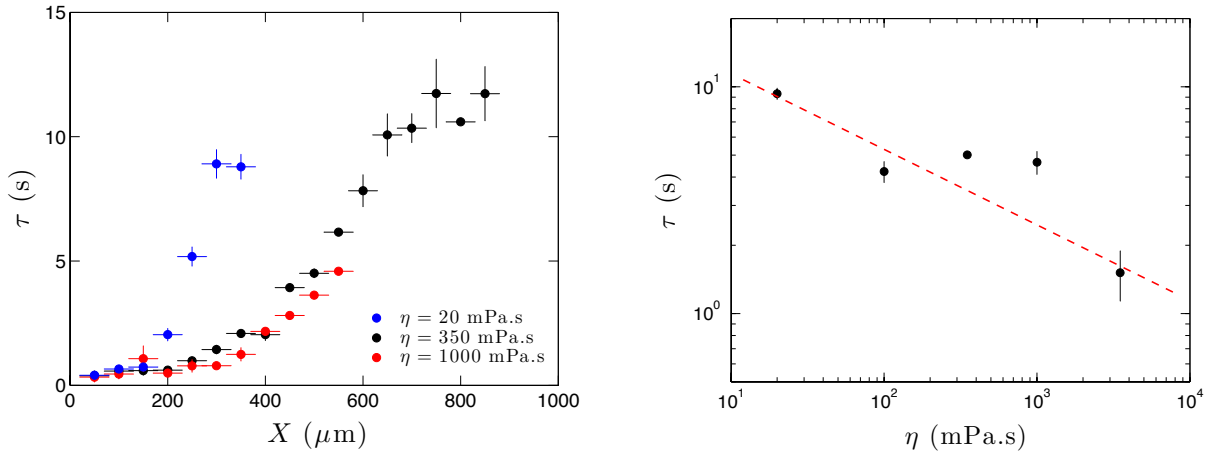


(a) (b)

FIGURE 1.35 – (a) Évolution temporelle de l'angle entre les fibres (rayon $b = 250$ μm), pour un volume $\Omega = 1.6$ μL d'huile silicone de viscosité $\eta = 350$ mPa.s. (b) Tracé du temps caractéristique d'amortissement exponentiel issu d'un ajustement sur les extrema des courbes tracées en (a), en fonction de l'espacement vertical X.

On observe expérimentalement un amortissement des oscillations (figure 1.30(b)) non prévu par l'équation (1.32) ; en modélisant la décroissance temporelle de l'amplitude des oscillations par une exponentielle, on associe à cette décroissance un temps caractéristique τ, dont l'ordre de grandeur varie de 0.1 à 10 s environ. On constate que τ augmente avec l'espacement X (cf figure 1.36), et diminue légèrement quand la viscosité η du liquide augmente (cf figure 1.36). Il semble alors naturel de supposer que cet amortissement est lié aux frottements visqueux au sein du liquide cisaillé.
Pour en rendre compte, on ajoute donc un couple résistif, que l'on écrit simplement comme le produit de la viscosité du liquide par le gradient de vitesse établi sur la hauteur X du liquide, et par le volume de liquide cisaillé proche du volume total Ω, soit en loi d'échelle :

$$C_\eta \sim -\eta \frac{L\dot{\phi}}{X} \Omega. \tag{1.35}$$



(a) (b)

FIGURE 1.36 – (a) Temps d'amortissement τ des oscillations en fonction de l'espacement X, pour un volume $\Omega = 1.6$ μL d'huiles silicones de 3 viscosités différentes. (b) Tracé en coordonnées logarithmiques de τ en fonction de la viscosité η, pour $\Omega = 1.6$ μL et un espacement fixé $X \approx 500$ μm. La droite en pointillés rouges est de pente $-1/3$.

L'équation générale du mouvement du cintre, dans la limite linéaire, s'écrit alors en incluant ce couple dans l'équation (1.32) :

$$\ddot{\phi} + \frac{\eta L \Omega}{JX}\dot{\phi} + \frac{\gamma L^3}{JX}\phi = 0. \tag{1.36}$$

C'est l'équation d'un oscillateur harmonique amorti dont la période est toujours donnée par (1.33), et le temps caractéristique d'amortissement par $2/\tau = \eta L\Omega/JX$, soit :

$$\tau = \frac{2JX}{\eta L \Omega}. \tag{1.37}$$

On estime l'ordre de grandeur de τ avec le moment d'inertie du cintre calculé précédemment, pour un volume de liquide de 1.6 microlitre, ayant une viscosité 350 fois supérieure à celle de l'eau, dans le cas d'un espacement de 500 microns. On est alors à la limite d'étalement du liquide, et la longueur mouillée vaut environ 0.3 cm d'après la figure 1.27(b). On trouve alors $\tau \sim 4$ s en accord avec la mesure de la figure 1.35(b).

Outre cet accord en ordre de grandeur, l'expression (1.37) présente une variation acceptable avec l'espacement X : sur la figure 1.35(b), on peut observer une dépendance linéaire dans une certaine gamme (certes restreinte) d'espacement, bornée par une valeur inférieure $X \approx 400$ μm et une valeur supérieure $X \approx 700$ μm. Ces deux limites ne sont pas expliquées par notre modèle. Si la borne inférieure est difficile à comprendre, la borne supérieure est proche de la valeur pour laquelle le liquide se ramasse en goutte, entraînant une variation importante de la longueur mouillée qui sort du cadre de ce modèle. Cependant cette saturation de τ avec X semble dépendre de la viscosité (figure 1.36(a)).

Autre point de désaccord quantitatif, la dépendance en η^{-1} prévue par (1.37) est trop élevée ;

expérimentalement, on mesure une dépendance plus faible proche de $\eta^{-1/3}$, comme le montre la figure 1.36(b).

Ces écarts au modèle d'oscillateur harmonique (1.36) sont logiques puisque ce dernier ne prend pas en compte les non linéarités bien visibles sur les courbes d'évolution temporelle de l'angle ϕ ; or l'ajustement d'une exponentielle décroissante dépend essentiellement des extrema les plus élevés, hors du régime linéaire. L'origine de ces non linéarités réside dans le fait que la longueur mouillée n'est plus constante aux grandes amplitudes, mais dépend de ϕ.

De plus ces écarts peuvent être liés à la simplicité du modèle. En particulier, l'expression (1.35) est très approchée ; il se peut que le volume de liquide cisaillé dépende de ϕ, ou de $L(\phi)$ dans la limite des petits espacements, et/ou qu'il soit restreint à une couche limite proche des fibres.

Enfin il n'est pas exclu que le fil de suspension soit légèrement extensible ; il est alors illusoire de penser pouvoir fixer l'espacement X avec le montage utilisé ici. En effet, comme on va le voir dans la partie suivante, un liquide mouillant piégé entre deux fibres a non seulement pour effet d'aligner ces fibres, mais aussi de les attirer l'une vers l'autre.

1.3 Force capillaire : adhésion des fibres

Les forces capillaires dues à des ponts liquides ont fait l'objet d'études théoriques et numériques pour des ponts entre deux plaques [39], [28] ou entre deux sphères [97], [70]. Il existe aussi des études expérimentales de mesures de forces dans ce dernier cas, comme [165], [120], ou encore [106] et [105] qui apportent une légère correction liée aux effets visqueux en dynamique, pour les volumes les plus petits. Ces articles font état de forces capillaires toujours attractives en cas de mouillage total, et proportionnelles aux rayons des sphères.
Dans la plupart de ces articles, les forces capillaires modélisées comportent différents termes dont l'origine n'est pas détaillée. On reprend ici la description de ces composantes issue de l'introduction de l'article [157]. Dans le cas général, la force capillaire entre deux surfaces connectées par un pont liquide s'écrit comme la somme de quatre termes :

$$F_{\mathrm{tot}} = F_{\mathrm{W}} + F_{\mathrm{L}} + F_{\Delta X} + F_{\mathrm{A}} \tag{1.38}$$

où $F_{\mathrm{W}} = -2\pi\Upsilon\gamma\cos(\theta)$ est la force liée au mouillage (caractérisé par un angle de contact θ) d'une zone solide de rayon Υ par le liquide, $F_{\mathrm{L}} = \Delta P A_{\mathrm{SL}}$ est la force de Laplace liée à la différence de pression de part et d'autre du ménisque, $F_{\Delta X} = -\gamma\ \partial A_{\mathrm{LV}}/\partial X$ est la force de rappel liée à un étirement du pont suivant la direction X entraînant l'augmentation de la surface liquide-air A_{LV} (qui doit être minimale tout en satisfaisant aux relations de Young et de Laplace), et F_{A} est la poussée d'Archimède liée à l'immersion d'une partie du solide dans le ménisque. Cette dernière force est négligeable dès que le nombre de Bond est petit devant l'unité, ce qui est le cas dans la plupart de nos expériences (où $Bo \sim b^2 g\Delta\rho/\gamma$) pour les petites fibres.

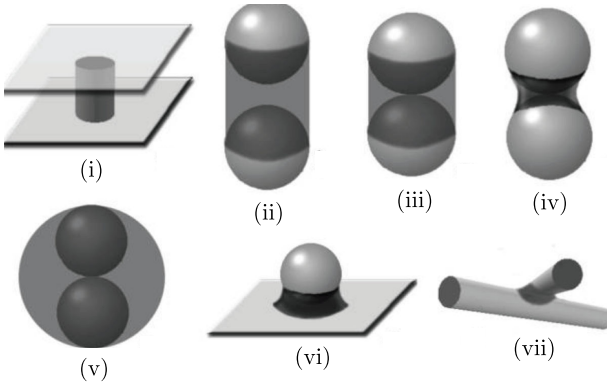


FIGURE 1.37 – Divers ponts capillaires : (i) pont cylindrique entre deux plaques planes, (ii-v) ponts entre deux sphères pour un angle de contact nul et différents volumes, (vi) pont entre une sphère et un plan et (vii) pont entre deux fibres croisées. (Figure issue de [157].)

La force totale dépend alors beaucoup de la géométrie considérée, comme l'illustre la figure 1.37. On peut calculer les différentes composantes dans chacun des cas représentés sur cette figure ; ces calculs sont détaillés dans [157]. Pour un pont cylindrique entre deux plans tels que

$\theta = 90°$ (i), on trouve $F_W = 0$, $F_L = -F_{\Delta X}$ et donc $F_{tot} = 0$. Pour un pont entre deux sphères de rayon R_s avec $\theta = 0°$ et un volume et une distance tels que le pont ait une forme cylindrique (ii), on trouve $F_{tot} = -2\pi\gamma R_s$: les sphères sont attirées l'une vers l'autre et le pont représenté n'est pas à l'équilibre. Lorsque les sphères sont au contact et que le pont est à l'équilibre, $F_W = -2\pi\Upsilon\gamma$ est attractive (avec un rayon Υ de la ligne triple plus faible que R_s), et le signe de F_L dépend du volume de liquide ; pour des grands ponts tels que (iii), la force de Laplace est répulsive alors qu'elle est attractive pour des petits ponts (iv). Sur (v) le pont englobe juste les deux sphères ; alors F_L est nulle car la pression de Laplace agit de façon isotrope sur une sphère, et $F_W = 0$ puisqu'il n'y a plus de ligne triple ; seule $F_{\Delta X}$ maintient les sphères au contact. Enfin pour un pont liquide entre une sphère et un plan (vi) ou entre deux fibres croisées (vii), la situation est similaire au cas de deux sphères : F_W et $F_{\Delta X}$ sont attractives, et F_L est attractive ou répulsive suivant les valeurs des deux rayons de courbure principaux.

Dans le cas qui nous intéresse ici, c'est-à-dire celui de deux fibres, la bibliographie est plus restreinte. Pour des fibres parallèles, Princen donne l'expression théorique de la force capillaire (issue de ses calculs de la forme d'une colonne liquide) dans [113]. L'article [159] évoqué précédemment pour le couple capillaire traite aussi de la force entre fibres croisées par simulation numérique, en mouillage partiel. Par ailleurs, il existe une étude expérimentale de la force entre deux fibres perpendiculaires [163], [164], mais pour un ménisque formé par condensation de vapeur d'eau : le volume de liquide, variable, dépend du taux d'humidité. Ce cas est aussi évoqué théoriquement dans [50] et diffère du cas d'un volume fixé ; en particulier, il existe un optimum d'humidité relative qui maximise la force d'adhésion.

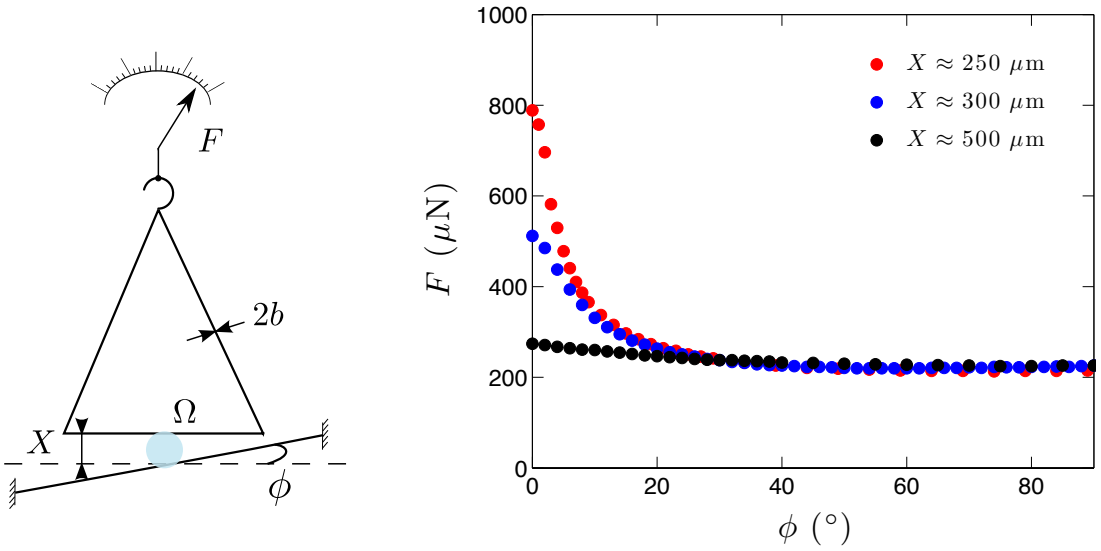
Dans la suite, on présente nos résultats expérimentaux et leur modélisation simple, et on les compare à certains résultats des articles cités plus haut.

Contrairement à la partie précédente traitant de la dynamique d'alignement de fibres sous l'effet d'une force capillaire latérale (dans le plan des fibres), cette partie s'intéresse à la force attractive "verticale", c'est-à-dire orthogonale à l'axe des fibres, lorsque leur espacement (angulaire et vertical) est fixé : on mesure cette force d'adhésion en statique.

1.3.1 Mesure de forces capillaires

Pour mesurer la force d'adhésion entre deux fibres connectées par une goutte de liquide, on modifie légèrement le montage de la figure 1.30(a) ; on utilise toujours de l'huile silicone comme liquide mouillant, et des fils métalliques comme fibres rigides. Le fil inférieur est accroché à un support posé sur une platine pouvant être translatée par le biais d'un moteur pas à pas, ce qui permet de fixer précisément différentes valeurs de l'espacement X. La forme en cintre du fil supérieur permet cette fois de le suspendre à un capteur de force tout en imposant l'angle ϕ (cf figure 1.38(a)).

Le capteur de force est conçu pour mesurer de très faibles charges en traction ou compression. Il fonctionne par induction : la force F déforme une membrane dont le déplacement est transformé



(a) (b)

FIGURE 1.38 – (a) Schéma du montage expérimental : une goutte d'huile silicone de volume Ω connecte deux fibres de rayon b, dont la configuration géométrique (angle ϕ entre leurs projections dans un plan horizontal et espacement vertical X) est fixée. La forme en cintre de la fibre supérieure permet de l'accrocher à un capteur mesurant la force verticale F due à la goutte (l'origine de la force étant fixée par le poids du cintre, en l'absence de goutte). (b) Mesure de la force capillaire exercée sur la fibre supérieure par un volume d'huile silicone $\Omega = 1.9$ μL placé entre deux fibres identiques de rayon $b = 250$ μm, en fonction de l'angle ϕ et pour trois espacements X.

en signal électrique par un capteur inductif. La tension lue après amplification est alors proportionnelle à la force ; on étalonne ce capteur avec une masse de référence et en fixant le zéro grâce à un potentiomètre. Ici, on choisit de fixer l'origine de la force une fois le cintre accroché ; on peut alors mesurer le poids de la goutte déposée en l'absence de fil inférieur, puis la force d'adhésion exercée sur le fil supérieur lorsque la jonction est formée.

Le poids de la goutte peut *a priori* modifier la force mesurée, dans la limite des grosses gouttes. Cette limite ne sera pas observée ici, l'espacement entre fibres étant au maximum de l'ordre de la longueur capillaire : on vérifie que le liquide n'est pas déformé par la gravité, négligeable devant les forces capillaires. Pour s'affranchir complètement de cet effet, on pourrait réaliser ces mesures dans un mélange eau-éthanol de même densité que l'huile utilisée, en veillant à conserver les mêmes conditions de mouillage.

La figure 1.38(b) présente un exemple des forces mesurées dans le cas général où ϕ et X sont non nuls. Avec les tailles de goutte et de fibre choisies, on s'attend à un étalement du liquide sous forme de colonne pour $X < X_{\max} \approx 700$ μm d'après (1.10) et $\phi < \phi_c \sim 32°$ quand $X = 0$ d'après (1.27), mais ϕ_c dépend *a priori* de X sinon.

En fait, on constate grâce à cette courbe que l'angle critique dépend peu de l'espacement, et délimite deux comportements très différents pour l'évolution de la force. Ainsi pour un angle supérieur à ϕ_c, la force ne varie plus avec ϕ et quasiment pas avec X. Ce palier correspond à un

liquide ramassé sous forme de goutte ; la force sature vers 230 μN, une valeur très supérieure au poids de la goutte $\rho\Omega g \sim 17$ μN. Inversement, pour $\phi < \phi_c$ (cas où le liquide est étalé sous forme de colonne), la force mesurée augmente considérablement lorsque ϕ diminue, et d'autant plus que les fibres sont proches ; on atteint ainsi des forces proches du millinewton. On a reporté ces changements de géométrie sur la figure 1.28 précédente, où l'on avait tracé la longueur mouillée par le liquide pour la même série d'expériences. L'allure similaire des courbes donnant F et L incite à tracer la force capillaire en fonction de cette longueur mouillée (figure 1.39).

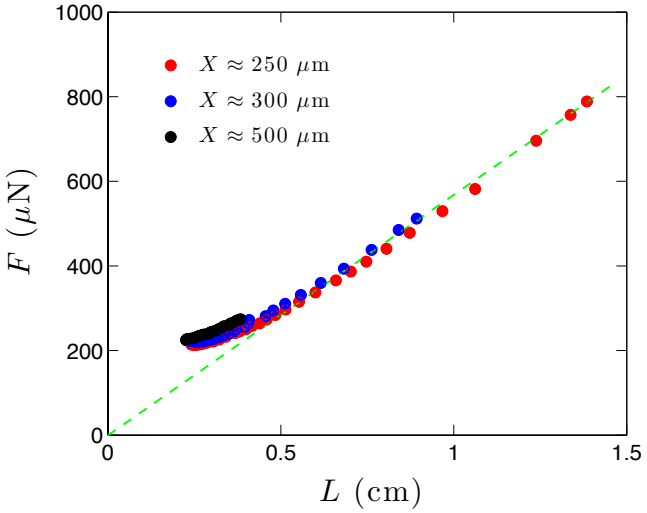


FIGURE 1.39 – Tracé de la force capillaire exercée sur la fibre supérieure pour $\Omega = 1.9$ μL, $b = 250$ μm et trois espacements X entre ces fibres, en fonction de la longueur d'étalement du liquide ; cette variation de L est engendrée par une variation de ϕ (cf figure 1.38(b)). La droite en pointillés verts est de pente 56.8 mN/m.

Sur cette dernière figure, on constate que dès que la goutte est suffisamment étalée, soit dès que $X < 2\sqrt{2}b$ et $\phi < 32°$ en bonne approximation, la force F devient proportionnelle à L et vérifie :

$$F \approx 3\gamma L. \tag{1.39}$$

Cette relation simple, valable dans le cas général pour lequel la forme du liquide est pourtant complexe, suggère de modéliser la force d'adhésion capillaire sans prendre en compte le détail de la géométrie du pont liquide. En outre, on se restreint dans la suite aux cas de fibres parallèles ou perpendiculaires, à la géométrie plus simple.

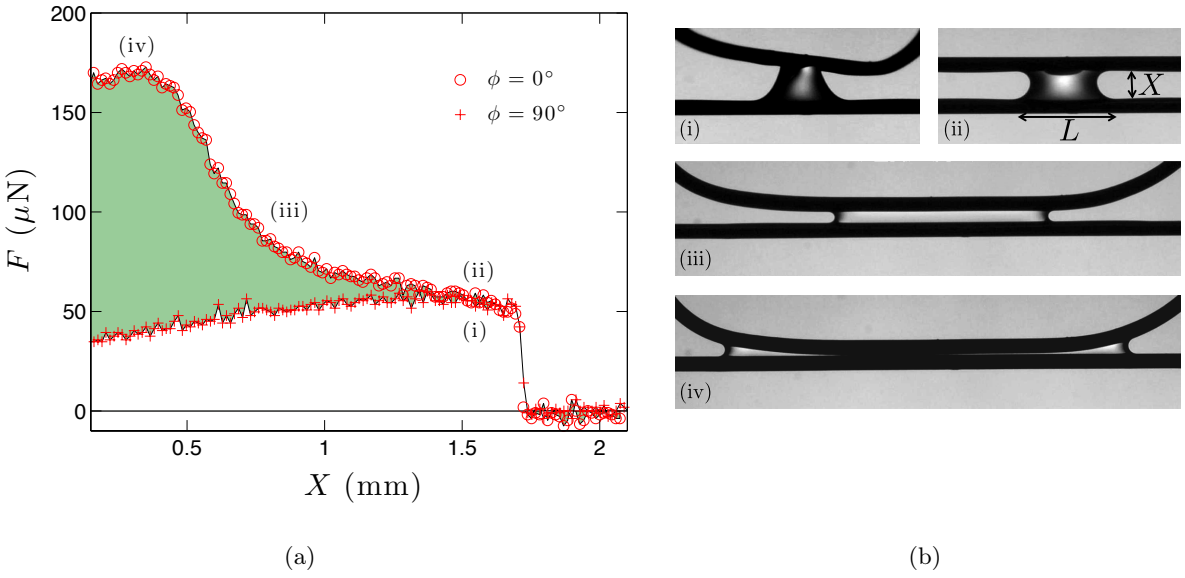
1.3.2 Modèles de forces capillaires

La force d'interaction entre fibres est d'origine capillaire : elle est liée à la déformation du liquide présent dans l'interstice. On fait l'hypothèse que sa composante principale est la force de Laplace F_{L}, soit (avec (1.1)) :

$$F = \Delta P \; A_{\mathrm{SL}} = \gamma \; \mathcal{C} \; A_{\mathrm{SL}} \tag{1.40}$$

où ΔP est la surpression capillaire, produit de la tension de surface γ par la courbure $\mathcal{C}$ du liquide, et A_{SL} est la projection horizontale de la surface de contact entre ce liquide et la fibre supérieure. Quelle que soit la configuration du liquide, A_{SL} est proportionnelle à Lb où L est la longueur mouillée. En revanche, la courbure du liquide dépend bien sûr du détail de sa forme, et elle est compliquée dans le cas général ; même pour une colonne liquide dont le rayon de courbure latéral est connu (donné par (1.9)), les ménisques aux extrémités, de forme complexe, peuvent modifier la force d'adhésion.

La figure 1.40(a) présente l'évolution de la force d'adhésion verticale avec l'espacement X, dans le cas de fibres perpendiculaires et parallèles. Pour le volume de liquide utilisé ici, environ deux fois plus important que sur la figure 1.38(b), on note une grande différence entre ces deux géométries. En faisant varier continûment X, on précise cette dépendance. Alors qu'à $\phi = 90°$, la force mesurée augmente très légèrement avec X en restant proche de 50 μN, elle augmente très fortement lors du rapprochement de fibre parallèles ($\phi = 0°$), jusqu'à atteindre des valeurs quatre fois plus élevées. On relie directement cette évolution à la forme du liquide photographiée sur la figure 1.40(b).



(a) (b)

FIGURE 1.40 – Caractérisation de l'interaction capillaire entre deux fibres de rayon $b = 250$ μm connectées par une goutte de liquide mouillant. (a) Tracé de la force verticale F en fonction de l'espacement X pour un volume de liquide $\Omega = 3.3$ μL et des fibres parallèles (o) ou perpendiculaires (+). L'aire entre ces courbes (en vert) est l'énergie d'adhésion E_{a}. (b) Photos des différentes géométries adoptées par le liquide (volume $\Omega = 1$ μL) quand on diminue l'espacement X entre les fibres, lorsque celles-ci sont parallèles ((ii) à (iv)) ou non ((i)). L est la longueur d'étalement du liquide.

Liquide ramassé en goutte

Lorsque le liquide est ramassé (pas de colonne liquide), donc dans le cas de fibres non parallèles (avec $\phi > \phi_c$, figure 1.40 (i)) ou parallèles et suffisamment éloignées ($X > X_c$, figure 1.40 (ii)),

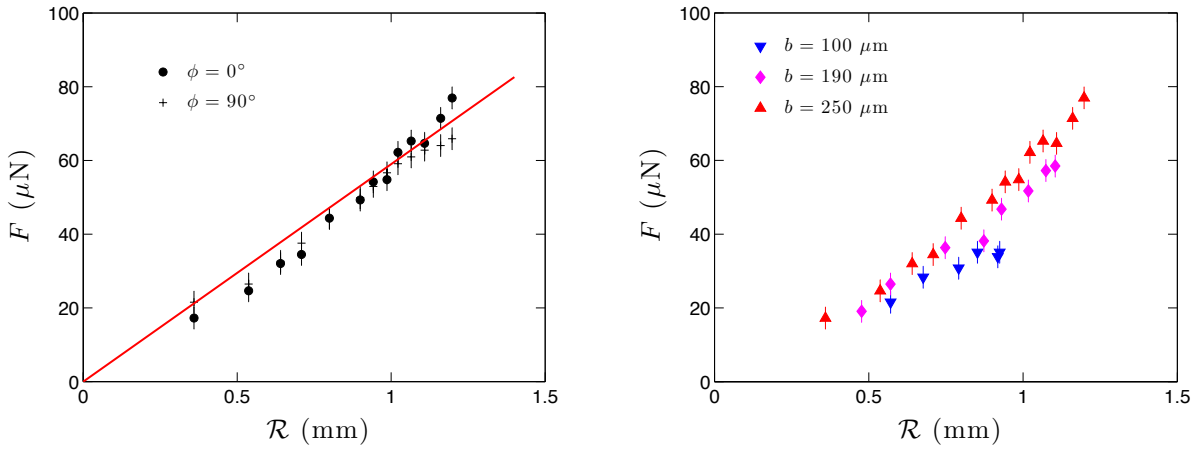
la courbure principale est imposée par les fibres : $\Delta P \sim \gamma/b$. Alors (1.40) devient :

$$F \sim \gamma L. \tag{1.41}$$

On peut tester cette formule en mesurant la force limite juste avant rupture du pont liquide (donc pour des grands espacements X) en fonction du rayon $\mathcal{R}$ de la goutte de liquide mouillant déposée entre les fibres. Dans cette géométrie de goutte ramassée, la longueur mouillée est de l'ordre du diamètre de la goutte. La formule (1.41) prédit donc une force proportionnelle à $\mathcal{R}$, ce qui est bien mesuré (cf la figure 1.41). On observe que cette force limite est similaire pour des fibres parallèles ou perpendiculaires (figure 1.41(a)), en accord avec la ressemblance des formes liquides dans ces deux cas extrêmes ; une modélisation linéaire fournit de nouveau un coefficient directeur de l'ordre de 3γ, d'où l'expression de la force minimale F_{lim} à appliquer pour séparer deux fibres connectées par une goutte de rayon $\mathcal{R}$:

$$F_{\text{lim}} = 3\gamma\mathcal{R}. \tag{1.42}$$

Cette expression ressemble à (1.39) valable pour une colonne ; mais le coefficient numérique diffère, puisque L est plutôt de l'ordre de $2\mathcal{R}$ pour une goutte, d'où un coefficient de proportionnalité avec γL plus faible (proche de $3/2$), en accord avec la figure 1.39.



(a) (b)

FIGURE 1.41 – Tracé de la force d'adhésion mesurée juste avant rupture de la jonction capillaire (force limite F_{lim}) en fonction du rayon $\mathcal{R}$ de la goutte déposée entre les fibres pour (a) des fibres de rayon $b \sim 250$ μm parallèles ou perpendiculaires (la droite rouge est de pente 59 mN/m) ; (b) 3 tailles de fibres différentes dans la configuration parallèle ($\phi = 0°$) .

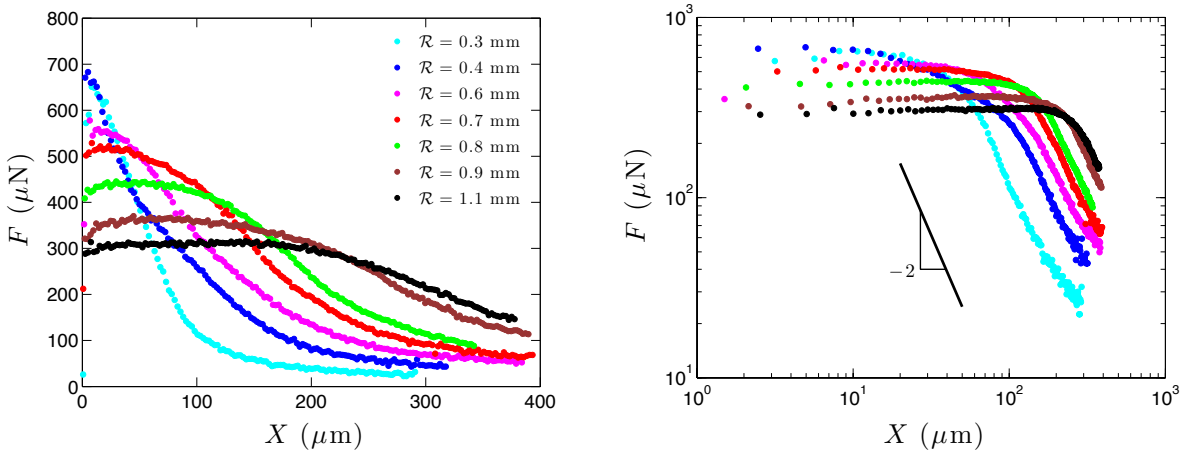
La formule (1.42) ne prédit aucune dépendance avec le rayon des fibres ; la figure 1.41(b) montre qu'en effet la force limite varie très peu avec b, un facteur 2.5 sur ce rayon n'entraînant qu'une faible augmentation de F_{lim} (pas plus de 30%). Cette très faible dépendance en b est

surprenante, et caractéristique des fibres ; en effet, les études citées précédemment et concernant des corps sphériques font tous état d'une force proportionnelle au rayon de ces corps. Ici, il semble qu'il y ait une compensation du rayon des fibres intervenant dans la courbure caractéristique et dans la surface, avec le même exposant.

La légère dépendance observée peut s'expliquer par le fait qu'avant rupture, le liquide a une forme de pont (cf la figure 1.11) qui peut être déformé par la gravité, donc légèrement asymétrique : la longueur mouillée sur la fibre supérieure sera plus petite que sur la fibre inférieure où le liquide s'amasse, et d'autant plus que la fibre est fine. De façon générale, on peut supposer que le liquide est alors moins étalé sur une fibre plus petite, d'où une force moindre.

Liquide étalé en colonne

Pour des espacements moindres, la force d'adhésion augmente considérablement, car le liquide s'étale sous forme de colonne (figure 1.40 (iii)) ; la formule (1.10) issue de [113] prédit un étalement autour de $X \approx 700$ μm pour les fibres utilisées ici. Cette fois, les variations de courbure sont liées à la modification de cet espacement très petit, obligeant le liquide mouillant à adopter un rayon de courbure $X/2$ sur les bords de la colonne.

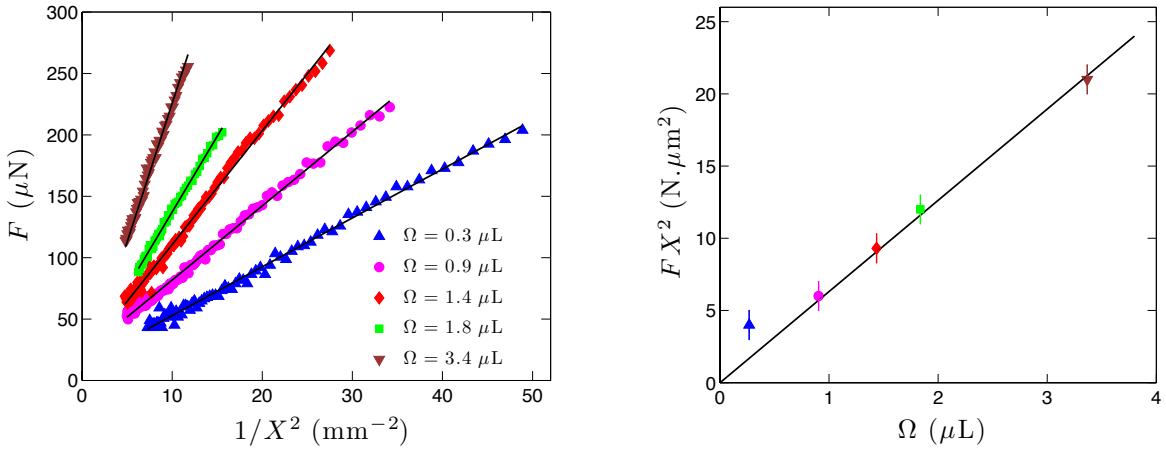


(a) (b)

FIGURE 1.42 – Évolution de la force avec l'espacement pour différentes tailles de goutte (rayon $\mathcal{R}$) déposée entre deux fibres de rayon $b \sim 250$ μm, en coordonnées linéaires (a) et logarithmiques (b). Dans une certaine gamme de X qui dépend légèrement du volume, on observe une décroissance en $1/X^2$.

La formule (1.40) donne alors $F \sim \gamma Lb/X$: la force est toujours proportionnelle à la longueur mouillée, mais on peut exprimer cette dernière en fonction du paramètre X pour modéliser cette dépendance. La conservation du volume supposé proche d'un pavé liquide, une hypothèse valable en première approximation d'après la figure 1.27(b), s'écrit $\Omega \approx 2bLX$, d'où une force attendue $F \sim \gamma\Omega/X^2$. Une telle dépendance en X est bien observée expérimentalement, comme reporté sur la figure 1.42 ; elle est valable dans une gamme d'espacements qui dépend légèrement de

Ω. Ce seuil en espacement comme la valeur de saturation aux petits X alors prise par la force viennent d'effets de bords non pris en compte par notre modèle simple, et que l'on évoquera plus loin.



(a) (b)

FIGURE 1.43 – (a) Tracé de la force F en fonction de $1/X^2$ dans la zone linéaire, pour $b \sim 250$ μm et différents volumes de liquide (les droites en noir sont des guides pour les yeux). (b) Pente de la zone linéaire en fonction du volume de la goutte. L'ajustement (droite en noir) est de pente 6.3 mN/m.

Le tracé de la force en fonction de $1/X^2$ (figure 1.43(a)) confirme la dépendance linéaire et permet d'en mesurer le coefficient, qui dépend du volume ; on reporte cette pente sur la figure 1.43(b) (en excluant les deux volumes extrêmes), et on constate qu'elle est bien proportionnelle à Ω, en accord avec la formule établie plus haut. On précise cette dernière grâce à la pente mesurée, de l'ordre de $\gamma/3$; ainsi la force d'adhésion entre deux fibres séparées de X et connectées par une colonne liquide de volume Ω s'écrit :

$$F_{\text{col}} \approx \frac{\gamma\Omega}{3X^2}. \tag{1.43}$$

Cette dépendance en $1/X^2$ est évoquée dans [28] pour plusieurs ponts liquides séparés joignant deux plaques parallèles ; on trouve même des expressions de la force en $\gamma\Omega/X^2$ à l'ordre dominant en X dans l'article expérimental [165] pour une adhésion entre sphères, et dans l'article théorique [39] pour une adhésion entre plans.

Dans ce dernier article, l'auteur distingue le cas de ponts pour lesquels l'angle de contact est imposé, qui fournit cette décroissance en $1/X^2$, du cas où c'est le rayon des ponts liquides qui est imposé ; alors la force croît à peu près linéairement avec X. Cette prédiction est à rapprocher de la différence observée pour la variation de la force d'adhésion avec l'espacement entre fibres suivant si elles sont parallèles ou perpendiculaires (figure 1.40(a)) ; dans ce dernier cas, le liquide est beaucoup plus confiné et la force croît avec X.

Princen donne l'expression (notée F_P) de la force d'adhésion sur une fibre due à un liquide parfaitement mouillant étalé sous forme de colonne [113], si les effets de bord sont négligeables ;

cette force n'a pas d'expression analytique en X, mais en α (défini sur la figure 1.4(b)), selon :

$$F_P = 2\gamma L\sin(\alpha) + 2\frac{\gamma}{R}Lb\sin(\alpha) = 2\gamma L\sin(\alpha)(1+1/\tilde{R}) = 2\gamma\Omega\frac{\sin(\alpha)}{A}\sqrt{\frac{\pi}{f(\alpha)}}. \tag{1.44}$$

L'expression initiale distingue les deux composantes de cette force ; la première (F_W) est liée à la tension de ligne au niveau des deux lignes triples sur la fibre considérée, projetée sur l'axe vertical joignant les deux fibres, et la seconde (F_L) est la force de Laplace, soit la surpression capillaire multipliée par la surface efficace horizontale. Après factorisation, on remplace $\tilde{R} = R/b$ par son expression (1.9), et L par Ω/A ; pour adimensionner cette force due à une colonne, on voit qu'on ne doit plus la diviser par γb mais par $\gamma\Omega/b^2$, ce qui donne :

$$\tilde{F}_P = \frac{F_P\ b^2}{\gamma\Omega} = \tilde{F}_\mathrm{W} + \tilde{F}_\mathrm{L} = 2\frac{\sin(\alpha)}{\tilde{A}} + 2\frac{\sin(\alpha)}{\tilde{A}\tilde{R}} = 2\frac{\sin(\alpha)}{\tilde{A}}\sqrt{\frac{\pi}{f(\alpha)}}. \tag{1.45}$$

Dans cette formule, A peut s'exprimer uniquement en fonction de α ; X étant lui-même une fonction de α, on peut alors tracer la force $\tilde{F}_p(\tilde{X})$ (en conservant α comme paramètre implicite), comme représenté sur la figure 1.44.

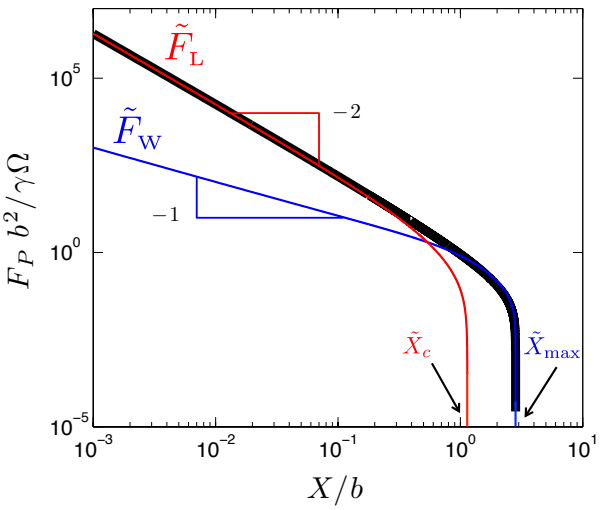


FIGURE 1.44 – Force d'adhésion théorique adimensionnée (équation (1.45), en noir) entre deux fibres parallèles connectées par une colonne liquide, issue des calculs de Princen, et tracée en fonction de l'espacement adimensionné. Cette force est la somme d'une composante liée à la tension de ligne (en bleu) et d'une composante liée à la pression de Laplace (en rouge), qui suivent des lois de puissance différentes avec X, avant de s'annuler respectivement pour X_max et X_c.

On a aussi représenté les deux composantes de la force sur cette courbe ; comme supposé dans la modélisation précédente, on constate que la force de Laplace l'emporte dans presque toute la gamme d'espacements explorables, et qu'elle varie comme $1/X^2$ dans une grande gamme de X. Le coefficient numérique diffère cependant de nos résultats expérimentaux ; la portion droite de la courbe rouge étant d'équation $\tilde{F}_\mathrm{L} = 1/\tilde{X}^2$, Princen prévoit donc une force trois fois supérieure

à celle mesurée dans nos expériences (1.43). Cette différence peut avoir plusieurs origines ; on peut d'abord penser à l'écart à une colonne idéale dans nos expériences, où le liquide n'est pas suffisamment étalé pour pouvoir négliger les contributions des ménisques latéraux. De plus la gamme d'espacements pour lesquels la dépendance en $1/X^2$ est observée dans nos expériences, qui vaut (d'après la figure 1.42(b)) $X \in [100; 500]$ μm, soit $\tilde{X} \in [0.4; 2]$, correspond à une zone où $\tilde{F}_{\mathrm{L}}$ n'est plus la seule force à considérer ; $\tilde{F}_{\mathrm{W}}$ commence à compter et permet le prolongement de l'évolution en $1/X^2$ d'après la figure 1.44, mais avec un coefficient numérique effectivement plus faible.
L'expression (1.45) permet d'ailleurs de comparer l'importance relative des deux composantes de la force : on constate que $\tilde{F}_{\mathrm{L}}/\tilde{F}_{\mathrm{W}} = 1/\tilde{R}$. Ce rapport est grand devant l'unité pour presque tous les espacements X d'après la courbe 1.7(a), sauf pour X proche de X_c (donné plus loin par (2.2)), correspondant logiquement à une interface quasiment plane ($\alpha \approx \pi/2$) : comme indiqué sur la courbe 1.45, la force de Laplace s'annule dans le cas où il n'y a plus de différence de pression. Au-delà de X_c, la force de Laplace est répulsive ; cette composante négative non représentée en coordonnées logarithmiques reste faible devant F_{W} pour $X \in [X_c; X_{\max}[$. La force due à la tension de ligne F_{W} s'annule en effet pour l'espacement $X_{\max}$ donné par (1.10) et représenté sur la figure 1.5 ; les fibres sont alors entièrement entourées de liquide, et cette configuration limite, comme celle de la figure 1.37 (v) pour deux sphères, ne comporte plus de ligne triple.
Le cas d'un espacement supérieur (pour lequel la colonne n'est pas stable) n'est pas décrit par l'équation (1.44) ; la réorganisation du liquide sous forme de goutte conduit alors à la force d'adhésion décrite précédemment pour cette géométrie.
Enfin, si l'on s'intéresse au cas plus général d'une assemblée de fibres connectées par des colonnes liquides, on pourra consulter l'article [156] qui traite des ponts liquides entre trois sphères bidimensionnelles. Il s'agit de l'élément de base d'un assemblage de sphères 2D, mais les formes des ponts et les forces calculées sont extrapolables au cas d'un ensemble de fibres 3D vues en coupe, sans effet de bords.

Effets de bords : saturation de la force

En approchant encore plus les fibres, le liquide peut aller jusqu'à rencontrer un obstacle ou une zone de fibre courbée (figure 1.40 (iv)). Dans ce dernier cas, le liquide n'est plus confiné sur les bords, qui n'imposent plus la courbure la plus grande ; cette dernière est de nouveau donnée par $1/b$, à condition que le volume de liquide soit suffisant pour que les bords de la colonne soit eux-mêmes faiblement courbées. Si l'on note $L_{\max}$ la longueur sur laquelle les fibres sont parallèles, soit approximativement la longueur maximale d'étalement du liquide (en négligeant l'extension des ménisques latéraux), la formule (1.40) prend de nouveau la forme (1.41), prédisant une force maximale proportionnelle à $L_{\max}$.

On a fait varier la longueur $L_{\max}$ pour trois cintres de même rayon b ; la figure 1.45 montre les valeurs des forces relevées. En insert, on vérifie que $F_{\max} \propto L_{\max}$. La pente mesurée est ici

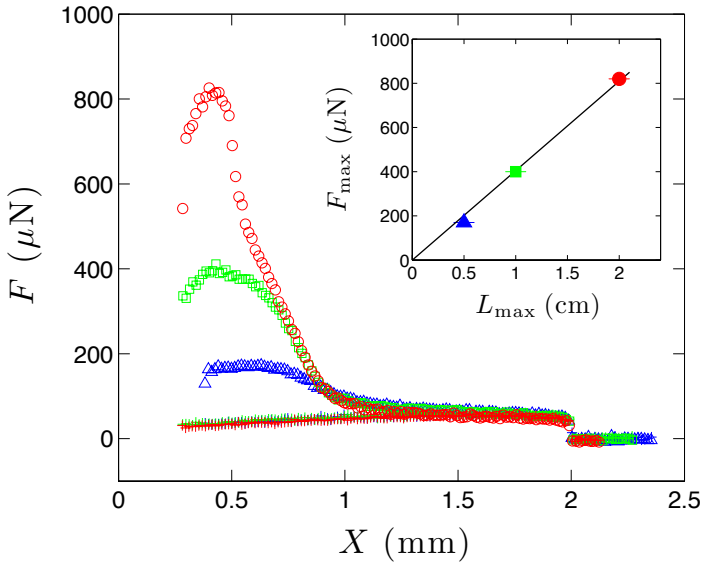


FIGURE 1.45 – Tracé de la force F en fonction de la séparation X dans les cas perpendiculaires (+) et parallèles (o), pour $\Omega = 3.3$ μL, et trois longueurs maximales d'étalement $L_{\max} = 0.5$ cm (triangles bleus), 1 cm (carrés verts) et 2 cm (ronds rouges). On a superposé les courbes en repérant la distance de décrochage, indépendante de l'angle entre les fibres et de leurs longueurs ; l'origine des X est décalée de 0.25 mm pour une meilleure visibilité. En insert : la force maximale $F_{\max}$ est proportionnelle à $L_{\max}$; la pente de l'ajustement linéaire vaut 40.4 mN/m.

de l'ordre de 2γ , d'où l'expression empirique de la force maximale pour des fibres de longueur $L_{\max}$:

$$F_{\max} \approx 2\gamma L_{\max}. \tag{1.46}$$

Au sein d'un ensemble de fibres, X peut être fixé par la présence de fibres transverses ; pour deux fibres isolées, la force d'adhésion entraîne la diminution de X jusqu'au contact entre les fibres. Mais l'étude de $F(X)$ qui précède conserve un intérêt : elle permet de prédire dans quelle mesure l'alignement des fibres caractérisé précédemment est susceptible de se produire.

1.3.3 Énergie d'adhésion

Dans la partie précédente, on a modélisé les différentes zones de la figure 1.40(a). Pour un volume donné, la superposition des deux cas $\phi = 90°$ et $\phi = 0°$ permet de quantifier la stabilité relative de cette dernière configuration. En effet l'aire sous chaque courbe est le travail requis pour briser la jonction (en écartant les fibres) ; la différence entre les deux aires, colorée en vert sur la figure 1.40(a), traduit donc la stabilisation énergétique de la configuration parallèle par rapport à la perpendiculaire. Avec les valeurs typiques de b et Ω, on trouve que cette "énergie d'adhésion" est de l'ordre de la centaine de nanojoules.
Plus généralement, on peut estimer l'ordre de grandeur de l'énergie d'adhésion à partir de la figure 1.45, comme le produit de la force maximale par la valeur de X pour laquelle la longueur

mouillée devient de l'ordre de $\mathcal{R}$, soit :

$$E_{\text{adh}} \sim \frac{\gamma \mathcal{R}^2 L_{\max}}{b} \sim \frac{\gamma \Omega^{2/3} L_f}{b} \tag{1.47}$$

où L_f est la longueur d'une fibre. C'est cette énergie qui est responsable de la rotation des fibres conduisant à leur alignement ; dans un cas plus général de petits objets cylindriques soumis à l'agitation thermique, cette réorganisation ne sera possible que si $E_{\text{adh}} \gg k_b T$.

Conclusion

Grâce à ce chapitre, on comprend que la cohésion d'un ensemble fibreux humide peut être assurée par la présence de ponts liquides entre paires de fibres : ces ponts capillaires ont tendance à réorganiser le réseau en alignant les fibres connectées dans un même plan, et en les attirant l'une vers l'autre. On a montré que l'intensité de cette force d'adhésion est proportionnelle à la longueur de fibre mouillée ; mais quels sont les paramètres dont cette longueur dépend ?

Chapitre 2

Étalement d'un liquide mouillant entre deux fibres

Sommaire

2.1 Étalement depuis un réservoir de liquide 65

2.1.1 Statique : condition d'étalement 65

2.1.2 Dynamique d'étalement entre deux fibres parallèles 70

2.2 Étalement d'une goutte entre deux fibres en coin 82

2.2.1 Dynamique : vitesse terminale du liquide 82

2.2.2 Statique : longueur mouillée à l'équilibre 84

2.3 Ouverture : effet de l'élasticité des fibres 86

2.3.1 Introduction : effets élasto-gravitaires 86

2.3.2 Effets élasto-capillaires 88

Introduction

Un plat de spaghettis constitue un assemblage aléatoire de fibres enchevêtrées fréquemment manipulé au cours d'une thèse. Si ces pâtes sont souvent collantes une fois égouttées, ce n'est pourtant pas sous l'effet de ponts capillaires créés par l'eau de leur cuisson (celle-ci a servi à assouplir les pâtes en désolidarisant certaines chaînes d'amidon). Pour rester proche d'un matelas de laine de verre avant cuisson, il faudrait imaginer une recette de pâtes sèches avec quelques gouttes d'huile... Considérons plutôt un bol de nouilles chinoises, et oublions les pâtes vite dévorées pour s'intéresser au bouillon restant : il est plus rapide de le boire au bol, mais on peut aussi y planter les baguettes accolées pour tirer un peu de liquide par capillarité hors du bol. Une telle ascension dans un coin a été récemment étudiée par Ponomarenko et al [108] ; les auteurs ont montré que contrairement au cas de la montée dans un tube capillaire décrite par Jurin [58], l'ascension n'est alors plus limitée par des effets gravitaires.

(a) (b)

FIGURE 2.1 – (a) Photo d'une goutte d'eau coincée entre deux baguettes chinoises ; l'étalement du liquide est d'autant plus grand que les fibres sont proches. (b) Schéma d'une goutte d'huile coincée (en B) entre deux plaques non parallèles, vues de profil ; la goutte se déplace alors vers le coin (de C vers A). (Image issue de [47]).

En écartant légèrement les deux baguettes, le liquide capturé se ramasse sur lui-même (comme photographié sur la figure 2.1(a)) ; il est même possible de déplacer cette goutte en imposant un petit angle entre les baguettes. Ce type d'observation a déjà été rapporté par Hauksbee [47] dans les années 1710 (et schématisé sur la figure 2.1(b)) à propos de l'étalement d'une "goutte d'huile essentielle d'orange" (essentiellement du limonène) déposée entre deux plaques de verre, qui se déplace spontanément, et de plus en plus vite, vers la zone de contact entre les plaques. On se rapproche ici des expériences décrites dans ce chapitre, traitant du confinement d'un liquide en mouillage total entre deux solides. Cependant la géométrie est différente : dans le cas de deux plaques, la surface de contact du pont liquide avec chacun des solides est bien définie et sa variation va piloter la dynamique de l'étalement, la surface de contact entre le liquide et l'air environnant variant peu (Hauksbee observe d'ailleurs le même phénomène dans le vide). Ce n'est plus le cas pour deux fibres entre lesquelles la goutte est susceptible de s'étaler sous forme de colonne [114], comme vu au chapitre précédent.
Dans la nature, le bec du phalarope présente une telle géométrie élancée ; cet oiseau se nourrit de petites crevettes "encapsulées" dans des gouttes d'eau qu'il attrape dans son bec (cf la figure 2.2). Il les déplace ensuite vers son gosier en faisant varier l'angle entre ses mandibules sur lesquelles l'eau est en mouillage partiel [111]. Ici, on se limitera au contraire au cas d'un liquide en mouillage

total entre deux fibres immobiles.

FIGURE 2.2 – Photo d'un Phalarope de Wilson (Phalaropus tricolor) en train de se nourrir ; en insert, un zoom permet de distinguer une proie capturée dans la goutte coincée entre les bords de son bec. (Image issue de [111]).

Le but de ce chapitre est d'estimer la longueur d'étalement L d'un liquide mouillant entre deux fibres coplanaires rigides, dont la géométrie (distance et angle entre les fibres) est fixée. Compte tenu des chapitres précédents, on peut expliciter ces hypothèses dans le cadre d'un assemblage de fibres, par exemple pour un matelas de laine de verre. La restriction au cas d'une jonction longitudinale entre fibres immobiles signifie que l'on se place à un moment précis de l'évolution du trio fibre/goutte/fibre : sa constitution par capture a déjà eu lieu, ainsi qu'une éventuelle réorganisation partielle des fibres (rotation et rapprochement). En réalité, ces mouvements sont certainement limités par l'enchevêtrement des fibres, mais on fait ici l'hypothèse simplificatrice d'une rotation totale (les fibres sont coplanaires) et d'un rapprochement partiel. Cela n'est pas toujours vrai : en l'absence du reste du réseau, on peut imaginer un rapprochement total des fibres qui se retrouvent au contact sous l'action du liquide s'étalant sur toute leur longueur. L'objet isolé ainsi formé ne jouant pas de rôle dans la cohésion du matelas de fibres, il ne sera pas considéré dans cette étude, où la présence de fibres dans un plan transversal aux deux premières est donc implicitement prise en compte du fait de leur écartement. De même, les rotations partielles existent mais ne permettent que des jonctions transverses, certes essentielles à la structure tridimensionnelle du matelas, mais ne contribuant que faiblement à sa cohésion ; en effet, le chapitre précédent a montré qu'elles induisent des forces capillaires beaucoup plus faibles que les jonctions longitudinales.
Différentes géométries de jonction longitudinale sont alors envisagées, correspondant à différents scénarios de formation du trio. Le plus intuitif est la capture d'une goutte par deux fibres formant un coin, comme étudié dans la deuxième partie de ce chapitre. Auparavant, on aura discuté le cas plus simple d'une fibre capturée par un couple goutte/fibre préexistant ; la goutte constitue alors un réservoir de liquide se trouvant à la jonction des fibres. Enfin, l'influence éventuelle de l'élasticité des fibres est considérée d'un point de vue théorique dans la troisième partie.
Dans chacune de ces parties, on compare les résultats trouvés au cas de la laine de verre. L'obser-

vation de ce matériau au microscope électronique révèle de nombreuses jonctions longitudinales, comme photographié sur la figure 2.3 ; la colle entre les fibres s'est solidifiée lors de la cuisson, mais la forme du ménisque suggère que ce liant s'est figé après étalement. Aussi la dynamique de cet étalement est-elle étudiée pour les deux scénarios, afin de savoir si la longueur mouillée prédite peut effectivement être atteinte avant séchage.

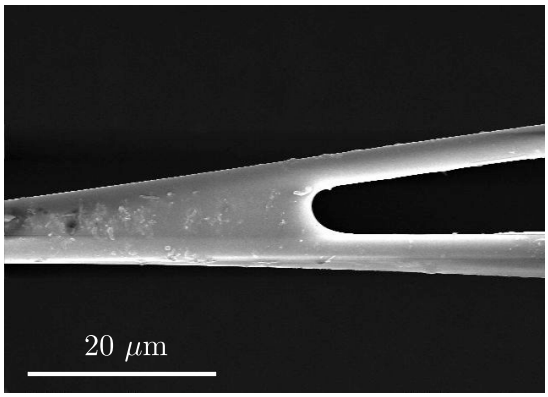
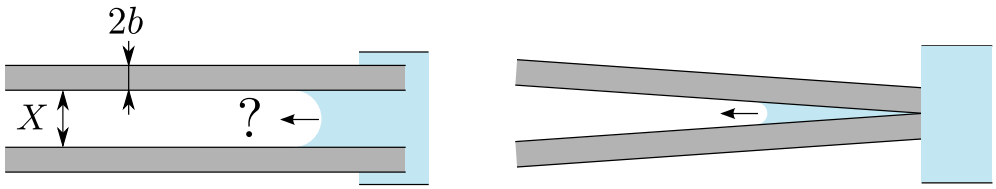


FIGURE 2.3 – Image MEB d'une jonction longitudinale entre deux fibres de verre (photo SGR). Comment cet objet s'est-il formé ?

2.1 Étalement depuis un réservoir de liquide

2.1.1 Statique : condition d'étalement



(a) (b)

FIGURE 2.4 – (a) Quelle est la condition sur la distance X entre deux fibres coplanaires de rayon b connectées à un réservoir pour que le liquide (mouillant) s'étale spontanément entre les fibres ? (b) Schéma du montage expérimental : on impose un angle entre les fibres pour faire varier continûment X.

Dans cette partie, on considère un grand volume de liquide mouillant placé au contact de deux fibres espacées d'une distance X (cf figure 2.4(a)) ; ce choix correspond par exemple au cas d'une goutte de rayon grand devant celui des fibres. On considérera même que cette goutte est assez grande pour pouvoir négliger sa courbure à l'échelle de l'espacement X ; ainsi le réservoir de liquide est supposé être à la même pression que l'air ambiant. Expérimentalement, le liquide est contenu dans un long réservoir cylindrique dont le rayon est de l'ordre de sa longueur capillaire ($a \sim 1.5$ mm pour l'huile silicone utilisée), afin qu'il ne s'écoule pas sous l'effet de son poids. On impose la pression atmosphérique dans le liquide en s'assurant que les interfaces liquide-air du réservoir (loin des fibres) restent planes. (On pourrait aussi relier le cylindre à un réservoir plus grand dont la surface aurait une hauteur fixée, afin d'imposer une pression connue).
On se demande en effet à quelle condition sur l'espacement X le liquide s'étale spontanément dans l'interstice entre les fibres. On sait (cf. [108]) qu'il y a étalement lorsque les fibres sont au contact, le liquide progressant alors dans le coin ainsi formé. Inversement, on devine qu'il ne sortira pas du réservoir si les fibres sont éloignées. On prédit donc l'existence d'une distance critique entre fibres, seuil en-dessous duquel il y aura imprégnation de ce poreux élémentaire. Pour déterminer précisément ce seuil, on modifie le montage en imposant un petit angle entre les fibres, ce qui permet à X de varier continument (figure 2.4(b)). Pour cela, on utilise d'autres fils pour serrer les fibres l'une contre l'autre au niveau de la sortie du réservoir, et autour d'un espaceur loin du réservoir.

On constate alors que le liquide progresse jusqu'à atteindre une position d'équilibre, qui est stable : l'ajout de liquide au-delà de cette position à l'aide d'une seringue conduit à la rétraction du pont liquide dans le réservoir, jusqu'à retrouver la même position d'équilibre. Celle-ci correspond à une distance critique entre fibres X_c (cf figure 2.5) que l'on mesure à l'aide d'un microscope.

On répète cette expérience pour différents rayons de fibre b. La figure 2.6(a) montre le résultat obtenu : la distance critique croit avec le rayon des fibres, c'est-à-dire que des fibres plus grosses

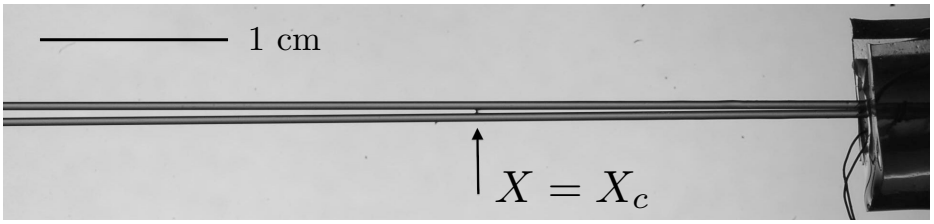
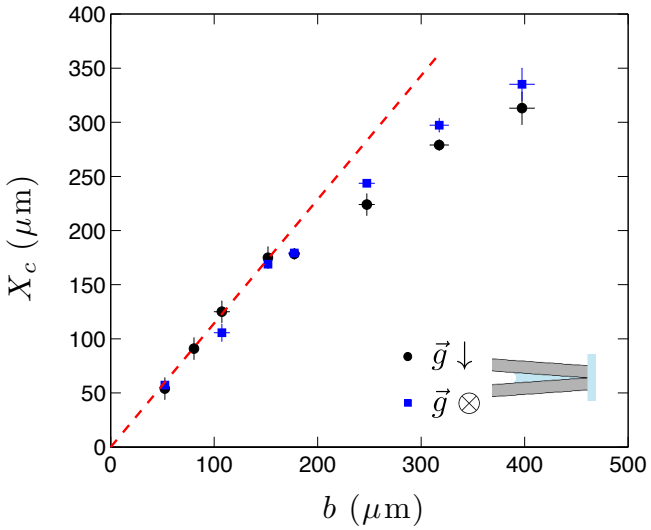
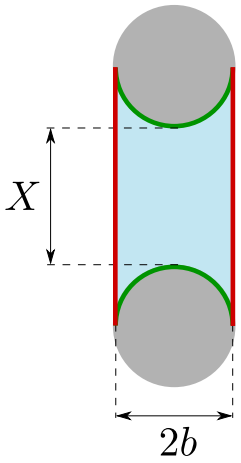


FIGURE 2.5 – Photo de l'état d'équilibre obtenu : le liquide s'arrête pour une distance critique X_c entre les fibres comparable à leur rayon.



(a)



(b)

FIGURE 2.6 – (a) Tracé de la distance critique X_c en fonction du rayon des fibres b, pour un coin vertical (ronds noirs) ou horizontal (carrés bleus). La droite en pointillés rouges représente l'ajustement linéaire $X_c = (1.14 \pm 0.02)\, b$. (b) Schéma de profil de la géométrie adoptée par un liquide mouillant, connecté à un réservoir à pression atmosphérique, entre deux fibres de rayon b séparées par une distance X, dans le cas où la gravité est négligeable devant les forces capillaires. La création des interfaces colorées en vert et rouge est respectivement favorable ou non à l'étalement du liquide le long des fibres.

permettent de transporter du liquide plus loin (pour une géométrie en coin), ou plus facilement (la condition sur la distance X étant moins restrictive, pour une géométrie parallèle). Lorsque les fibres sont assez fines, de rayon inférieur à 200 microns, il existe une relation linéaire entre X_c et b, X_c étant supérieur à b d'environ 10 %. Plus précisément, on obtient un ajustement par une droite de pente $1{,}14 \pm 0.02$. Pour des fibres plus grosses, la distance critique s'éloigne de cette loi par valeur inférieure.

On explique ces observations en écrivant un bilan d'énergie appliqué au système représenté en coupe sur la figure 2.6(b), dont on postule ici la géométrie quand il y a étalement. Le liquide étant mouillant, il avance sur le film de prémouillage qui le précède (cf [69]), faisant disparaître les interfaces liquide-air colorées en vert sur la figure 2.6(b) : c'est le moteur de l'étalement. Mais

il y a simultanément création d'interfaces latérales liquide-air (colorées en rouge), défavorable à l'étalement. Par unité de longueur transverse L, l'énergie du système varie donc de :

$$\Delta E_{/L} = -2\gamma\pi b + 2\gamma(X + 2b). \tag{2.1}$$

On vérifie que cette formule redonne les deux comportements extrêmes évoqués plus haut : au contact, $X = 0$ et la variation d'énergie est toujours négative, donc le liquide s'étale ; pour X très grand au contraire, le second terme l'emporte et il n'y a pas étalement. La transition survient pour une distance critique X_c obtenue en égalant les deux termes, ce qui donne :

$$X_c = (\pi - 2)b. \tag{2.2}$$

Cette relation explique les observations expérimentales de la figure 2.6(a) pour les petites fibres, ce qui valide *a posteriori* l'hypothèse du profil adopté par le liquide (représenté sur la figure 2.6(b)) dans ce cas. Ce profil était attendu car à l'équilibre, le liquide est immobile et sa pression égale à celle du milieu extérieur : sa surface n'est donc pas courbée d'après la loi de Laplace (1.1). Cette section à bords droits diffère de celle calculée par Princen [113] (présentée au chapitre précédent) pour une colonne liquide de volume fini, où la pression n'est pas imposée. Alors la section est courbée et sa courbure dépend de X (cf la figure 1.5) ; on retrouve une section droite pour l'espacement particulier calculé numériquement par Princen, correspondant à un angle α (défini sur la figure 1.4(b)) qui vaut $\pi/2$: $X/2b \sim 0.571 = \pi/2 - 1 = X_c/2b$.
Ici, la section liquide est à bords plats pour tout $X \leq X_c$ et son aire A s'écrit simplement :

$$A = 2b(X + 2b) - \pi b^2 = 2bX + (4 - \pi)b^2. \tag{2.3}$$

Comment expliquer l'écart à la loi (2.2) pour les plus grosses fibres ?
On peut d'abord noter que la formule (2.1) n'est rigoureusement vraie que pour des fibres parallèles ; pour un angle ϕ non nul, l'écartement varie avec la distance au point de contact entre les fibres l selon $X(l) = 2\tan(\phi/2)\ l$. La variation d'énergie $\mathrm{d}E$ pour un étalement $\mathrm{d}L$ à partir de la position $l = L$ s'écrit alors :

$$\frac{\mathrm{d}E}{\gamma} = -2\pi b\ \frac{\mathrm{d}L}{\cos(\phi/2)} + 2\int_L^{L+\mathrm{d}L} \left(X(l) + \frac{2b}{\cos(\phi/2)} \right) \mathrm{d}l + [A(l)]_L^{L+\mathrm{d}L} \tag{2.4}$$

où le premier terme correspond à l'étalement du liquide suivant les fibres, inclinées de $\pm\phi/2$ par rapport à l'axe médian sur lequel on définit ici L ; le deuxième terme correspond à la création d'interfaces latérales incluant aussi le fait que les fibres soient inclinées ; et le dernier terme correspond à la création d'interface liquide-air liée au fait que la section du liquide augmente lorsqu'il s'éloigne du coin. Après calcul, on trouve au premier ordre en $\mathrm{d}L$:

$$\frac{1}{\gamma}\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}L} = \frac{(4 - 2\pi)b}{\cos(\phi/2)} + 4(L + b)\tan(\phi/2). \tag{2.5}$$

Cette expression dépend logiquement de L ; en particulier, elle s'annule pour $L/b = (\pi - 2)/2\sin(\phi/2) - 1$, soit pour un espacement critique :

$$\tilde{X}_c^{\phi} = \frac{\pi - 2}{\cos(\phi/2)} - 2\tan(\phi/2). \tag{2.6}$$

Cette formule donne l'espacement critique pour tout angle ϕ ; dans la limite des petits angles, on obtient, au premier ordre en ϕ : $\tilde{X}_c^{\phi} = \pi - 2 - \phi$. Avec cette correction, on attend un écart à la loi (2.2) par valeur inférieure, mais indépendant de b et surtout extrêmement faible : $\phi \ll \pi - 2 \sim 65°$ dans toutes nos expériences, pour lesquelles la formule (2.2) s'applique donc directement. L'origine de l'écart observé pour les plus grosses fibres est donc à chercher ailleurs.
En fait, la gravité commence déjà à déformer les interfaces au-delà de $b \sim 200$ μm, soit une certaine fraction (13 %) de la longueur capillaire, en accord avec une remarque de [19] qui signale l'apparition d'effets gravitaires dès que b/a est de l'ordre de 10 %.
Les deux fibres représentées sur la figure 2.6(b) étant effectivement placées l'une sous l'autre au cours de ces expériences, on comprend qualitativement que l'effet de la gravité est de diminuer la longueur de la ligne verte supérieure, et de déformer (donc d'allonger) les lignes latérales rouges, ce qui est doublement défavorable à l'étalement : on attend bien une distance seuil plus faible qu'en l'absence de gravité. Une confirmation de cette hypothèse est obtenue en réalisant les mêmes expériences avec des fibres dans un plan horizontal ; la gravité déforme alors différemment les interfaces. Les résultats obtenus sont représentés par les carrés bleus de la figure 2.6(a) : alors que ces points sont logiquement superposés aux précédents dans la limite des petites fibres, on observe à nouveau un écart à l'équation (2.2) pour les grosses fibres, mais légèrement moindre.
Pour vérifier cette hypothèse gravitaire par une mesure directe, il faudrait observer la section liquide. Pour cela, on pourrait imaginer réaliser la même expérience avec un liquide pouvant être solidifié après étalement, à la manière de certaines colles (comme la NOA™) qui réticulent lorsqu'on les expose à des rayonnements UV. On pourrait ensuite faire des coupes du pont obtenu, observables au microscope. Une telle expérience n'est cependant pas immédiate à mettre en œuvre ; en particulier, il faut s'assurer que le liquide utilisé est toujours en mouillage total sur les fibres, et que le pont solidifié ne se déforme pas lorsqu'on le découpe.

La section liquide a donc une surface A déformée dès que l'on utilise des fibres assez grosses ; on s'attend à une déformation analogue (quoique plus faible) pour $X < X_c$, et aussi dans le cas d'un volume fini de liquide. Cette hypothèse n'est pas en contradiction avec les expériences réalisées par Stone et al. dans [114], présentées au chapitre précédent (et résumés sur la figure 1.9(b)), qui confirment l'hypothèse de Princen d'une aire A donnée par la formule (1.4). En effet, les fibres utilisées dans ces expériences ont un rayon de 175 μm au plus, ce qui minimise d'éventuels effets gravitaires. De même, ces effets sont certainement absents à l'échelle des ponts liquides au sein de la laine de verre.

Observations de matelas de laine de verre

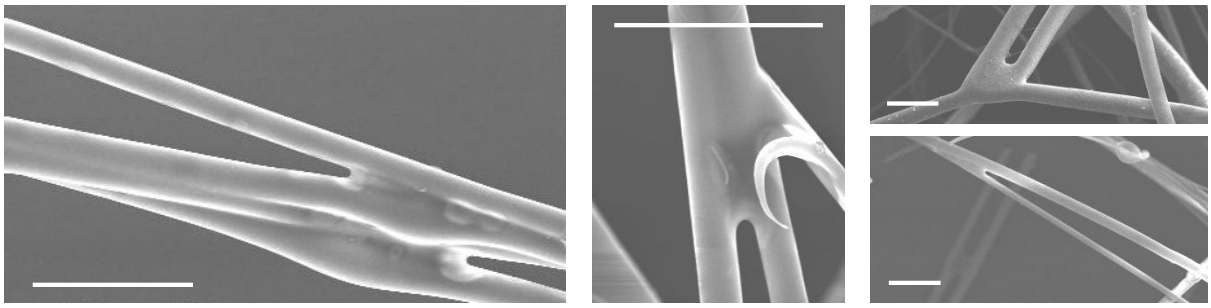
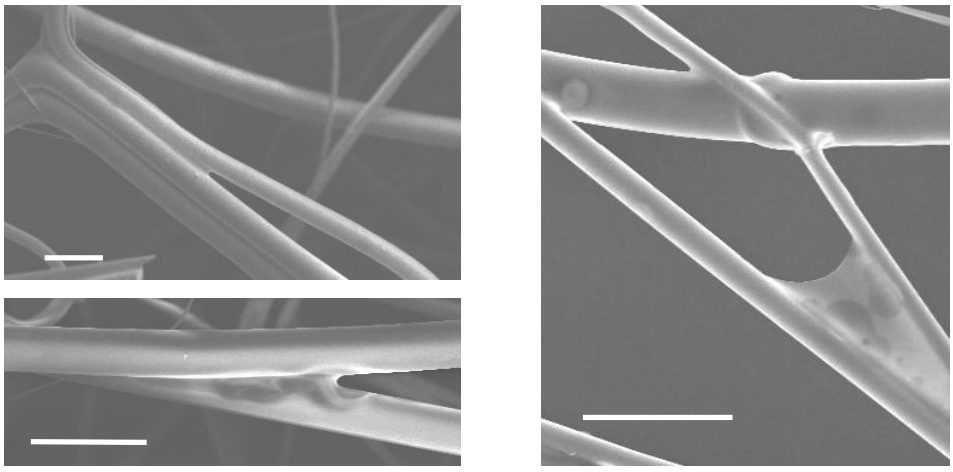


FIGURE 2.7 – Photos (MEB) de laine de verre (échelle : 20 μm). On observe un accord quantitatif avec la formule (2.2) sur ces jonctions.

Dans le cas de la laine de verre, on se trouve dans la limite des petites fibres, et les mesures effectuées sur des photos de matelas telles que celles de la figure 2.7 montrent un accord quantitatif avec la formule (2.2). Ces observations impliquent que le volume de liant initialement à la jonction des fibres est important, ce qui est souvent confirmé par la présence de renflements de liant séché subsistant au niveau de cette jonction. Mais cela implique aussi que l'étalement complet a eu le temps de se produire avant le processus de séchage et cuisson du liant, et que ce processus n'a pas entraîné ensuite de modification majeure du volume de liant. Il s'agit de deux hypothèses fortes qui demandent à être confirmées par des études physico-chimiques spécifiques aux liants utilisées ; une telle étude récente ([52]) a montré qu'il existe (sous certaines conditions) un effet de peau limitant l'évaporation du liant, et donc la diminution du volume de la jonction.



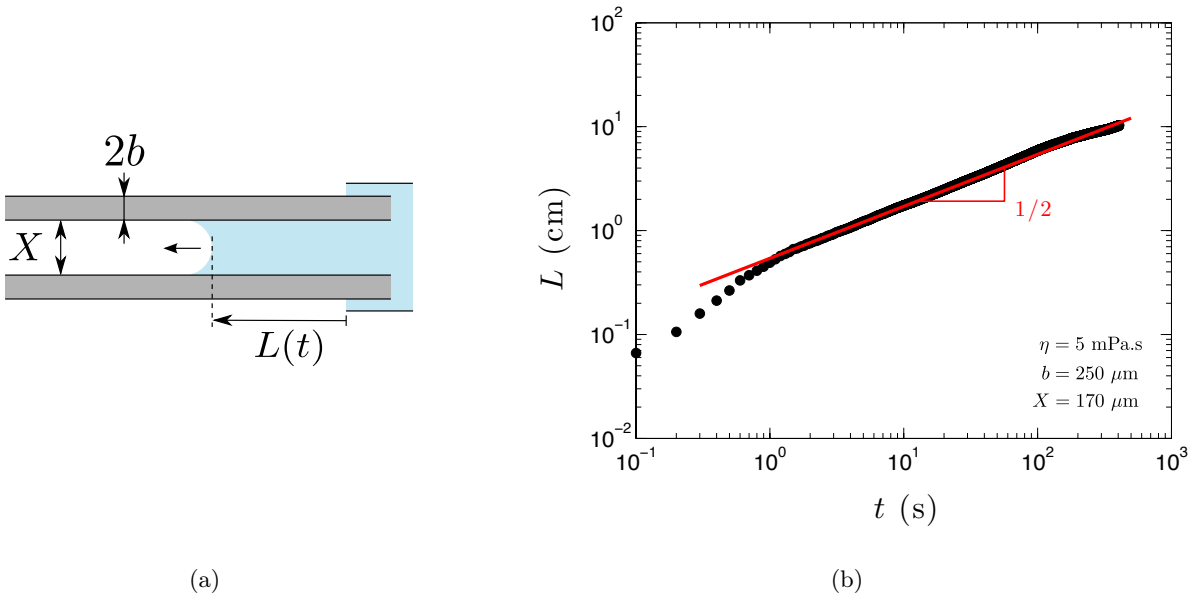
(a) (b)

FIGURE 2.8 – Photos (MEB) de laine de verre (échelle : 20 μm). La formule (2.2) n'est pas vérifiée sur ces jonctions ; le liant est étalé jusqu'à un espacement $X < X_c$ (a) ou $X > X_c$ (b).

Les cas où la formule (2.2) est vérifiée sont les plus fréquents, mais on observe aussi certaines jonctions où l'espacement est très différent, comme sur la figure 2.3, ou sur les photos de la figure 2.8 ; il y a alors plusieurs explications possibles. Lorsque l'espacement atteint est plus petit que X_c (photos 2.8(a)), on peut imaginer que le volume de liant n'était pas suffisant (on n'observe effectivement pas de réservoir séché dans ce cas). Il se peut aussi que les conditions de fabrication (température, humidité relative, formulation du liant) aient rendu le séchage plus rapide que l'étalement.
Quand au contraire l'espacement atteint est supérieur à X_c (figures 2.8(a) et 2.3), l'explication est moins immédiate ; on peut soupçonner l'effet de contraintes dans le matelas (dues à l'enchevêtrement des fibres), ayant modifié la position relative des deux fibres liées (distance X ou angle ϕ) par un liant presque sec, donc moins susceptible de se rétracter, mais éventuellement déformable. Plus probablement, la capture de la goutte peut avoir été effectuée par deux fibres déjà proches ; un tel scénario de formation de jonction sera étudié dans la partie suivante. Auparavant, on s'intéresse à la dynamique de l'étalement du liant.

2.1.2 Dynamique d'étalement entre deux fibres parallèles

On étudie ici la dynamique de l'étalement d'un liquide mouillant entre deux fibres parallèles ; cette géométrie simple permet d'observer l'étalement sur une distance plus grande que lorsqu'il a lieu dans un coin. Ce dernier cas est proche si l'angle ϕ entre les fibres est faible, et il sera évoqué plus loin.

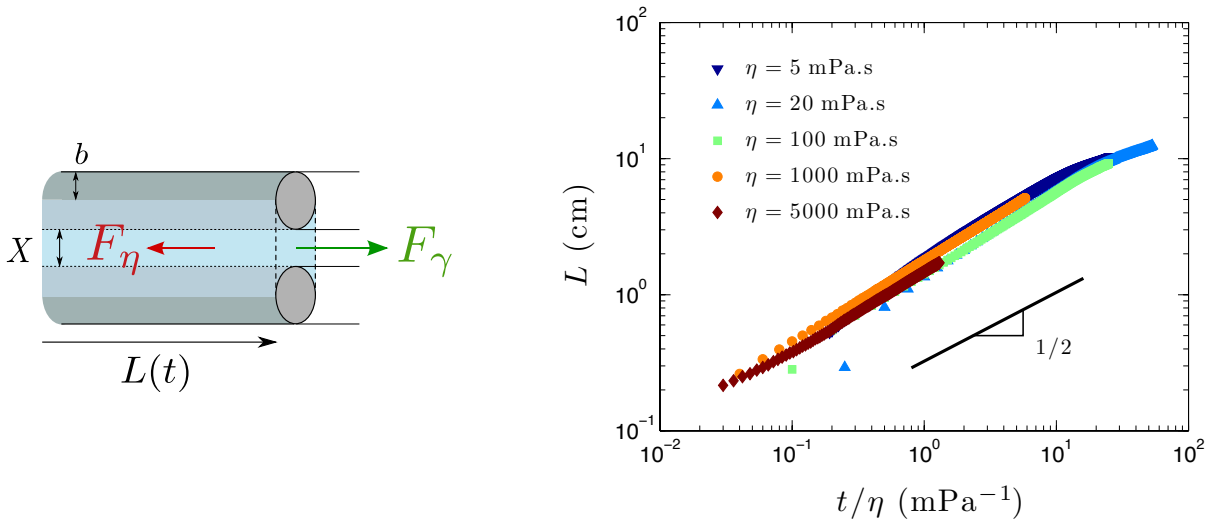


(a) (b)

FIGURE 2.9 – (a) Principe de l'expérience : deux fibres de rayon b sont placées parallèlement à une distance $X < X_c$, et on mesure, à partir du réservoir, la longueur mouillée L au cours du temps. (b) Tracé en coordonnées logarithmiques de L en fonction de t. Après un court régime transitoire, un régime diffusif s'établit : $L \propto t^{1/2}$.

La mesure de la longueur mouillée L au cours du temps (définie sur la figure 2.9(a)) suit une évolution typique reportée sur la figure 2.9(b) : après un régime transitoire d'une durée inférieure à la seconde, que l'on commentera plus loin, on observe un régime "diffusif", où L croît comme la racine carrée du temps. La viscosité est alors le frein principal au mouvement ; c'est ce régime visqueux qu'on étudie dans la suite.

Bilan de forces en régime visqueux



(a) (b)

FIGURE 2.10 – (a) Forces agissant sur le liquide s'étalant : à la force motrice d'origine capillaire F_γ (en vert) s'oppose une force visqueuse F_η (en rouge) due aux frottements le long des fibres. (b) Tracé en coordonnées logarithmiques de la longueur mouillée L en fonction du rapport du temps sur la viscosité t/η, pour des fibres de rayon 250 μm séparées d'une distance X de 100 μm environ.

Les forces agissant sur le liquide une fois le régime visqueux établi sont représentées sur la figure 2.10(a). La force motrice tirant le liquide (en vert) est la force capillaire, qui s'identifie à la variation d'énergie par unité de longueur transverse écrite plus haut (formule (2.1)), soit en introduisant la distance critique X_c définie par la formule (2.2) :

$$F_\gamma = -2\gamma\pi b + 2\gamma(X + 2b) = 2\gamma(X_c - X). \tag{2.7}$$

Cette force est positive pour un faible espacement $X < X_c$ (étalement du liquide), nulle pour $X = X_c$ et négative pour $X > X_c$ (rétraction du liquide vers le réservoir).
On propose un modèle simple de force visqueuse (en rouge) en l'écrivant, en ordre de grandeur, comme le produit de la viscosité η du liquide par le laplacien de la vitesse, et par le volume sur lequel l'énergie est dissipée, soit :

$$F_\eta = K_\eta\, \eta \frac{\dot{L}}{b^2} L b^2 \sim \eta L \dot{L} \tag{2.8}$$

où K_η est un coefficient numérique. On justifie cette expression par le fait que la distance X valant au plus X_c, donc de l'ordre de b, le liquide se déplace essentiellement sur le bord des fibres, d'où un gradient de vitesse établi sur une distance de l'ordre de b. Par ailleurs, l'expression finale proportionnelle à $\eta L\dot{L}$ semble robuste car ce sont *a priori* des surfaces similaires qui interviennent au dénominateur dans le laplacien de la vitesse, et dans le volume de dissipation par unité de longueur transverse.
L'équilibre des forces données par les formules (2.7) et (2.8) fournit, après intégration, la dynamique d'étalement en régime visqueux :

$$L^2 = \frac{4}{K_\eta}\,\frac{\gamma}{\eta}(X_c - X)t \sim \frac{\gamma}{\eta}(X_c - X)t. \tag{2.9}$$

Cette formule donne bien une variation de L en racine du temps ; on cherche dans la suite à tester plus précisément cette loi en faisant varier les différents paramètres. Auparavant, on fait quelques remarques sur l'origine du régime transitoire précédant ce régime diffusif.

Commentaires sur le régime transitoire

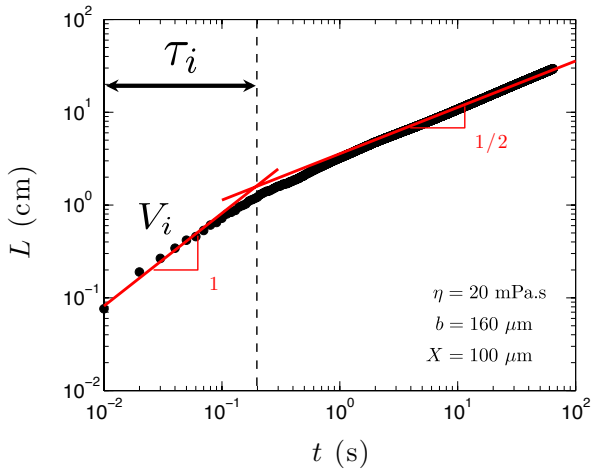


FIGURE 2.11 – Définition de la vitesse V_i comme la pente de l'ajustement linéaire décrivant le régime initial, et de la durée τ_i de ce régime.

On peut supposer que le régime transitoire observé est dû à l'inertie, qui est le principal frein avant que le liquide ne soit assez étalé pour que sa viscosité commence à jouer. Cette hypothèse est en accord avec le fait que la longueur mouillée semble initialement suivre une évolution linéaire avec le temps, comme relevé sur la figure 2.11 ; on définit ainsi la vitesse constante V_i du liquide pendant ce régime de durée τ_i. En effet, le principe fondamental de la dynamique s'écrit ici $\mathrm{d}(\rho AL\dot{L}) = F_\gamma\ \mathrm{d}t$ où l'aire A de la tranche de liquide est donnée par (2.3) et la force motrice capillaire par (2.7). L'intégration de cette relation, en supposant une vitesse finie à $t = 0$, donne l'expression de cette vitesse initiale définie par $L = V_i\ t$ selon : $V_i = [2\gamma(X_c - X)/\rho A]^{1/2}$.

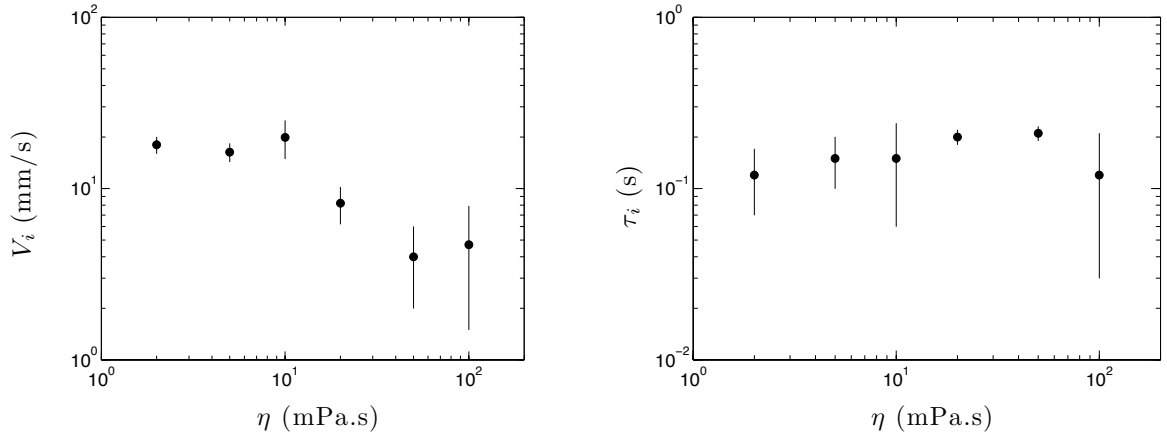
On peut en fait utiliser le bilan total des forces $F_i + F_\eta = F_\gamma$ valable à chaque instant (où l'on a noté F_i la force inertielle), qui s'écrit d'après les expressions précédentes des trois forces, et en notant $\varkappa = L\dot{L}$:

$$\rho A \frac{\mathrm{d}\varkappa}{dt} + \eta\varkappa \sim \gamma(X_c - X) \tag{2.10}$$

Cette équation permet de définir (en ordre de grandeur) le temps caractéristique $\tau_i = \rho A/\eta$ avec lequel la force visqueuse (respectivement inertielle) croît (respectivement décroît) exponentiellement ; intégrée deux fois sous les mêmes hypothèses que précédemment, elle conduit à la loi d'évolution de la longueur mouillée :

$$L^2 \sim \frac{\gamma}{\eta}(X_c - X)[t - \tau_i(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau_i})]. \tag{2.11}$$

La correction apportée à (2.9) n'est sensible qu'aux temps courts devant τ_i, qui est lui même très court (inférieur à la milliseconde) si l'on utilise les données de la figure 2.11. Ces données fournissent aussi une vitesse initiale de l'ordre de 0.3 m/s.



(a) (b)

FIGURE 2.12 – Tracés en coordonnées logarithmiques de la vitesse initiale V_i (a) et de la durée du régime transitoire τ_i (b) en fonction de la viscosité du liquide, pour des fibres de rayon $b \approx 160$ μm espacées d'une distance constante $X \approx 100$ μm.

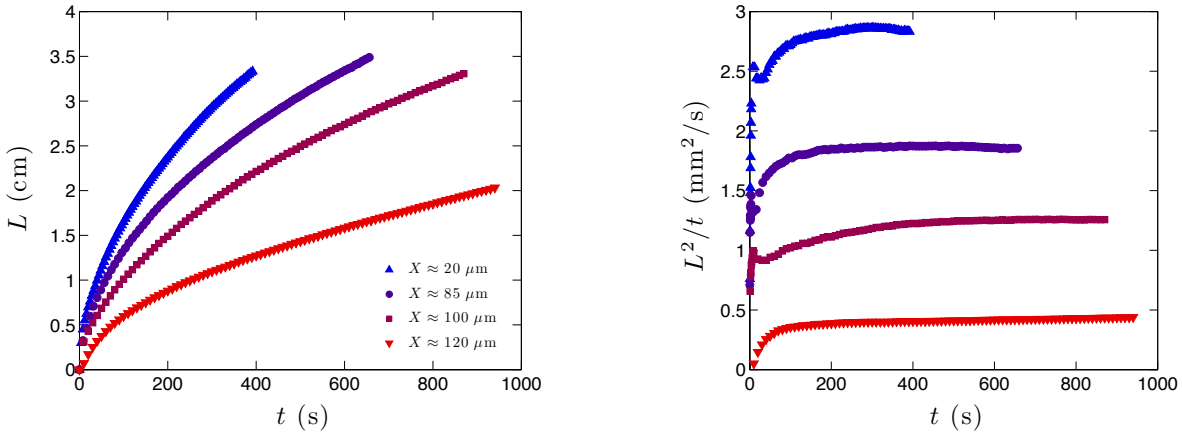
Ces ordres de grandeur sont très éloignés de ceux mesurés expérimentalement sur la figure 2.11 ($\tau_i \sim 0.2$ s et $V_i \sim 1$ cm/s). En outre, les variations de V_i et τ_i avec la viscosité (figure 2.12) ne sont pas en accord avec leurs expressions établies ici. Il apparaît donc que le régime transitoire initial n'est pas piloté par l'inertie du liquide.

Comme discuté au chapitre précédent, ce régime initial est perturbé par le remplissage du réservoir, qui a lieu en un temps fini ; le liquide commence donc à s'étaler avant que la pression atmosphérique n'y soit imposée. De plus aux temps courts, la longueur mouillée L est faible et on ne peut donc plus négliger la forme du ménisque terminal.

Pour ces deux raisons, il est illusoire de vouloir étudier le régime initial avec le montage très simple utilisé ici.

Test de la loi d'étalement

La figure 2.10(b) montre les résultats obtenus en faisant varier la viscosité sur trois ordres de grandeur et valide l'expression de L en $\sqrt{t/\eta}$. Ce résultat était attendu car il s'applique à la dynamique d'imprégnation dans un milieu poreux, notamment dans un milieu constitué de fibres textiles (cf [86]). La particularité du milieu étudié ici, constitué de deux fibres, est le fait qu'il soit "ouvert" : les interfaces liquide-air sont importantes et on évalue directement leur influence en faisant varier la distance X.



(a) (b)

FIGURE 2.13 – (a) Tracé de $L(t)$ pour différents écartements X entre deux fibres de rayon $b \approx 110$ μm. L'huile silicone utilisée est de viscosité $\eta \approx 100$ mPa.s. (b) Tracé du rapport L^2/t en fonction du temps pour les mêmes expériences qu'en (a).

On fait varier discrètement l'écartement entre les fibres en faisant jouer le rôle d'espaceurs par des fils de diamètres connus précisément (ici des fils métalliques calibrés au microscope). On serre les fibres derrière l'espaceur à l'aide d'un autre fil plus fin...
Sur la figure 2.13(a), on reporte la dynamique d'étalement d'une même huile pour différents écartements $X < X_c$; on constate que plus les fibres sont éloignées, et plus l'étalement est lent. Cette caractéristique, due au fait que l'écartement est alors proche de sa valeur critique (où la force motrice s'annule), est originale du point de vue de l'imprégnation des poreux. La loi de Washburn [161] indique en effet que dans un tube capillaire horizontal de rayon $\mathcal{R}_c$ connecté à un réservoir de liquide (γ, η), le front de ce liquide (en L) avance selon :

$$L^2 = \frac{1}{2}\,\frac{\gamma}{\eta}\,\mathcal{R}_c\,t. \tag{2.12}$$

Cette expression est proportionnelle à $\mathcal{R}_c$; ainsi dans le cas de milieux poreux "fermés" (sans interfaces avec l'air), les liquides progressent plus vite dans les poreux les plus larges. C'est le contraire ici, pour un poreux ouvert constitué de deux fibres parallèles : le tracé du rapport L^2/t en fonction du temps (cf figure 2.13(b)) permet de vérifier qu'il est constant (après une centaine

de secondes d'étalement), et d'autant plus grand que les fibres sont proches. L'équation (2.9) se réécrit :

$$\frac{\eta L^2}{\gamma t} \propto X_c - X. \tag{2.13}$$

On teste cette formule en mesurant la valeur constante atteinte par le rapport L^2/t pour différentes fibres plus ou moins espacées ; on divise ce rapport par la vitesse capillaire γ/η propre au liquide, et on reporte sur la figure 2.14 la longueur ainsi obtenue en fonction de l'espacement X. On a utilisé deux huiles de viscosités différentes, car l'huile la moins visqueuse permet d'observer rapidement le régime diffusif (même aux X élevés), alors que la plus visqueuse permet l'obtention de résultats moins dispersés, la définition de l'instant initial étant alors plus aisée. Cet instant correspond au moment où l'on vient de remplir le réservoir à l'aide d'une seringue (en veillant à imposer des interfaces liquides-air planes à ses extrémités), et où le liquide commence juste à progresser hors du réservoir. Le remplissage du réservoir n'étant pas instantané, le liquide commence à en sortir avant que l'on y ait imposé la pression atmosphérique ; on comprend que l'origine des temps soit définie avec une certaine erreur.
Par ailleurs, le confinement important de ces expériences ne permet pas de faire varier X sur une gamme étendue, et rend les manipulations délicates ; on a ainsi écarté certains résultats trop éloignés d'une dynamique en $t^{1/2}$. En plus de la définition approximative de l'instant initial, il y a plusieurs explications envisageables pour cette dispersion des résultats : il est possible que les deux fibres ne soient pas parfaitement coplanaires, un peu écrasées au niveau de l'espaceur, en contact avec les bords du réservoir, ou encore que celui-ci ne soit pas constamment à pression atmosphérique. Ces différentes sources d'erreurs peuvent aussi expliquer le léger écart entre la formule (2.13) et la figure 2.14 subsistant pour les points expérimentaux conservés.

Ces points semblent cependant bien alignés sur trois droites passant par $(X_c, 0)$, avec un alignement approximatif pour le plus petit fil ; mais les pentes de ces droites diffèrent légèrement. Sans surprise, l'adimensionnement des deux longueurs reportées sur la figure 2.14 par le rayon b des fibres ne fournit donc pas l'alignement des points sur une même droite prédit par la théorie :

$$\frac{\eta L^2}{\gamma b t} \propto (\pi - 2) - \frac{X}{b}. \tag{2.14}$$

Mais les points de la figure 2.15(a) (correspondant à cet adimensionnement) sont tout de même assez regroupés autour d'une droite décroissante passant par $(\pi - 2, 0)$ pour valider le modèle très simple proposé ici : en première approximation, l'équation (2.14) suffit à décrire la dynamique de l'étalement entre deux fibres connectées à un réservoir de liquide à pression atmosphérique.

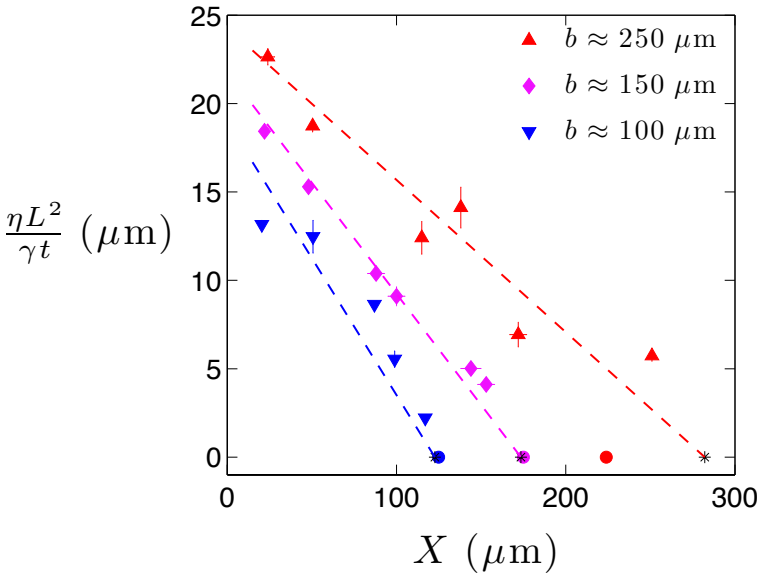


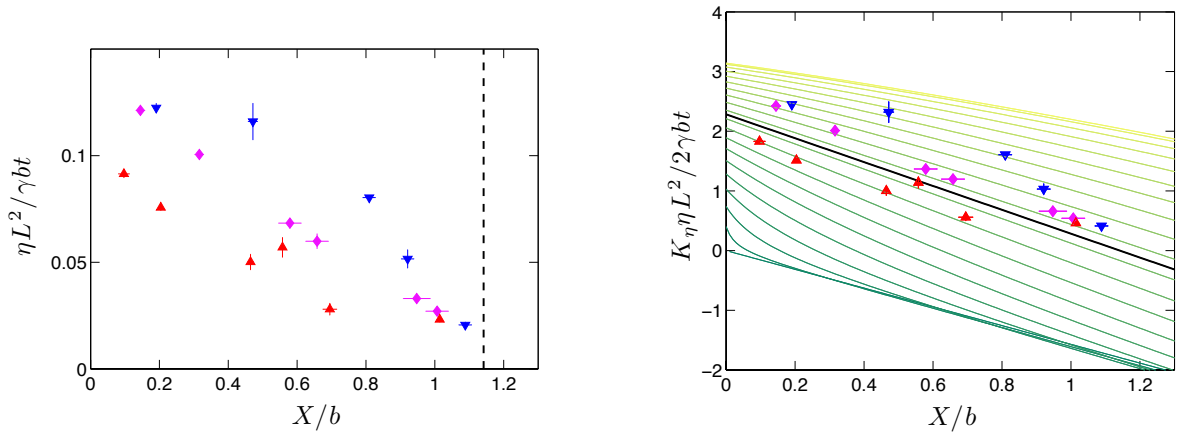
FIGURE 2.14 – Tracé du rapport $\eta L^2/\gamma t$ en fonction de la distance X, pour une huile de viscosité cinématique 5 mm^2/s s'étalant entre des fibres de rayon 250 μm (points en rouge) et pour une huile de viscosité cinématique 100 mm^2/s s'étalant entre des fibres de rayon 150 μm (points en mauve) et 100 μm (points en bleu). On a ajouté les valeurs de l'écartement critique théorique X_c (étoiles noires) et expérimental X_{ce} (cercles colorés) qui sont indiquées plus loin dans le tableau de la figure 2.16, avec les valeurs précises des 3 rayons. En pointillés, ajustements approximatifs passant par X_c.

Amélioration du modèle

Pour aller plus loin, on discute une première hypothèse expliquant l'écart au modèle (outre les imprécisions expérimentales). Si le liquide adopte une forme légèrement différente de celle représentée sur la figure 2.6(b), il faut utiliser les relations géométriques (1.4) et (1.5), toujours valables, et non la relation (1.9) qui supposait l'équilibre des forces (1.8). Cette dernière équation fournit maintenant l'expression de la force motrice dans le cas général où les interfaces sont courbées ; adimensionnée par γb, cette force s'écrit :

$$\tilde{F_\gamma} = 4\alpha - 4\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\tilde{R} - \frac{\tilde{A}}{\tilde{R}} \tag{2.15}$$

À X fixé, (1.5) impose une relation entre R et α, et donc A ne dépend que de α d'après (1.8). Injectées dans (2.15), ces relations donnent $\tilde{F_\gamma}$ en fonction de α et X ; sur la figure 2.15(b), on a tracé $\tilde{F_\gamma}$ en fonction de $\tilde{X}$, pour différentes valeurs de α entre 0 et $\pi/2$. On superpose à ces courbes les points de la figure 2.15(a) multipliés par le facteur $K_\eta/2 = 20$ (déterminé plus loin) pour tracer $F_\gamma/\gamma b = 2(\pi - 2 - \tilde{X})$ qui s'identifie bien à $K_\eta \eta L^2/2\gamma bt$ d'après (2.7) et (2.9). On constate que ces points expérimentaux ne suivent pas exactement des lignes correspondant à α (donc R) constant : la dispersion des points ne semble pas s'expliquer par une modification de la forme des interfaces qui, malgré une pression dans la colonne supposée être égale à la pression



(a) (b)

FIGURE 2.15 – (a) Tracé des points de la figure 2.14, adimensionnés par le rayon b des fils. La verticale en pointillés a pour abscisse $\tilde{X}_c = \pi - 2$. (b) Tracé de ces mêmes points dont on a multiplié l'ordonnée par $K_\eta/2 = 20$ afin de comparer la force motrice adimensionnée $\tilde{F}_\gamma = F_\gamma/\gamma b$ issue de l'expérience avec celle prédite par la théorie de Princen pour des interfaces courbées, caractérisées par l'angle α et le rayon R (cf. figure 1.4(b)), pour α variant de 0 (en vert) à π (en jaune). La droite en noir correspondant à $\alpha = \pi/2$ est d'équation $\tilde{F} = 2(\pi - 2 - \tilde{X})$.

atmosphérique, seraient légèrement courbées en dynamique. Sur cette figure, on a tracé en noir la droite d'équation $\tilde{F}_\gamma = 2(\pi - 2 - \tilde{X})$ (qui correspond bien au cas limite $\alpha = \pi/2$) autour de laquelle les points expérimentaux se rassemblent : l'hypothèse d'une forme donnée par la figure 2.6(b) semble la plus convaincante.

b (μm)	X_c (μm)	X_{ce} (μm)
107.5	122.7	125
152	173.5	175
247.5	282.5	224

FIGURE 2.16 – Tableau indiquant la valeur précise (à 0.5 microns près) des rayons des fils utilisés pour les expériences de la figure 2.14, et les valeurs correspondantes de l'espacement critique théorique attendu $Xc = (\pi - 2)b$ et mesuré expérimentalement sur la figure 2.6(a) X_{ce}.

On peut cependant obtenir une meilleure superposition des données en adimensionnant les longueurs de la figure 2.14 par l'écartement critique expérimental X_{ce} reporté dans le tableau 2.16 ; comme observé précédemment sur la figure 2.6(a), X_{ce} s'écarte légèrement de $(\pi - 2)b$, il n'est plus proportionnel à b pour les plus grosses fibres.

La figure 2.17 montre le résultat obtenu : sauf pour le plus petit fil dont les résultats ne s'alignaient pas dès la figure 2.14, les points expérimentaux se regroupent sur une droite. Pour expliquer précisément les résultats, il faut donc prendre en compte l'influence de la gravité pour les plus gros fils. La droite tracée en pointillée est d'équation $y = 0.10\ (1.1 - x)$. Or en conservant

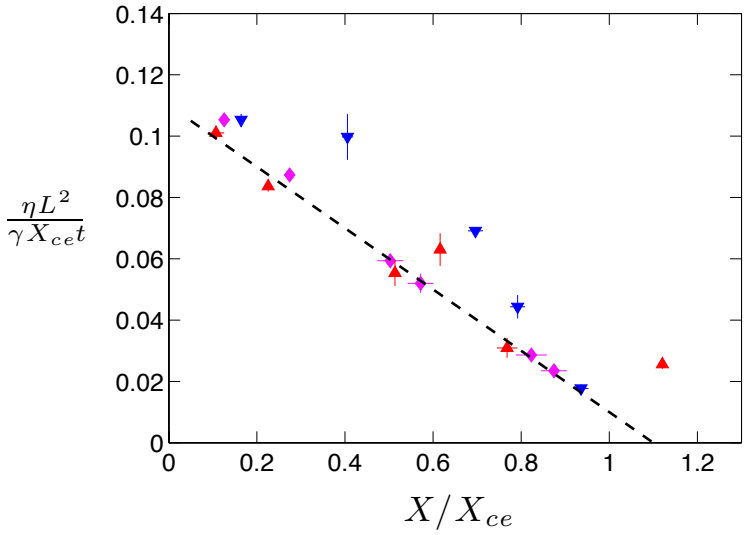


FIGURE 2.17 – Tracé des points de la figure 2.14, adimensionnés par l'espacement critique expérimental X_{ce} qui n'est plus proportionel au rayon b des plus gros fils (cf. les valeurs du tableau 2.16) : on prend ainsi en compte les effets gravitaires. L'ajustement en pointillés pour les deux fils les plus gros est une droite d'équation $y = 0.10\ (1.1 - x)$.

les préfacteurs de l'équation (2.9), on a :

$$\frac{\eta L^2}{\gamma X_{ce} t} = \frac{4}{K_\eta}\left(\frac{X_c}{X_{ce}} - \frac{X}{X_{ce}}\right). \tag{2.16}$$

En identifiant les termes, on retrouve bien que $X_c/X_{ce} > 1$, et on déduit la valeur de $K_\eta = 40 \pm 4$. Pour comprendre l'origine physique de ce préfacteur particulièrement élevé, il faudrait une meilleure description géométrique de la zone où la friction est prédominante. On peut d'ailleurs supposer qu'en toute rigueur, la force visqueuse donnée ici par (2.8) doit varier avec X/b. Pour préciser cette légère dépendance, on pourrait par exemple faire varier le rayon des fibres sur une plus grande gamme, et leur espacement de façon continue.

On peut cependant déduire de cette étude l'expression approchée de la force dissipative au sein d'un liquide s'étalant entre deux fibres depuis un "grand" réservoir de liquide (à pression atmosphérique) :

$$F_\eta \approx 40\ \eta L \dot{L}. \tag{2.17}$$

On s'intéresse alors à la possibilité de transporter du liquide avec le système représenté sur la figure 2.9(a).

Application : transport contrôlé de liquide

On se place toujours dans l'hypothèse où l'on impose la pression atmosphérique dans le liquide, et dans la limite où la gravité est négligeable. En augmentant la distance entre les fibres X, on augmente la section A de liquide déplacé visible sur la figure 2.6(b) et donnée par la formule (2.3) ; mais simultanément, on se rapproche de la distance critique de séparation, diminuant ainsi la force motrice donnée par la formule (2.7). Il existe donc une distance optimale X_o qui maximise le débit volumique entre les fils $\mathcal{D}_{\text{fils}} = \mathrm{d}\Omega/\mathrm{d}t = A\ \mathrm{d}L/\mathrm{d}t$. D'après les expressions de A et L issues de (2.3) et (2.9) et en notant toujours $\tilde{X} = X/b$, ce débit s'écrit :

$$\mathcal{D}_{\text{fils}} = \sqrt{\frac{\gamma}{K_\eta \eta t}}\ b^{5/2}\ (4 - \pi + 2\tilde{X})(\pi - 2 - \tilde{X})^{1/2}. \tag{2.18}$$

Le débit volumique diminue donc au cours du temps (selon $1/\sqrt{t}$) : comme tout système diffusif, ce dispositif est de moins en moins efficace (avec la longueur) pour transporter du liquide.

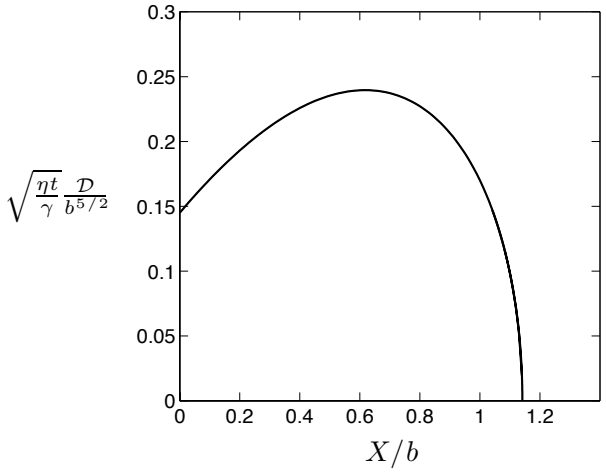


FIGURE 2.18 – Tracé du débit $\mathcal{D}$ adimensionné pour un liquide mouillant (de tension de surface γ et de viscosité η) issu d'un réservoir à pression atmosphérique et s'étalant entre deux fibres de rayon b séparées de X, en fonction cet espacement adimensionné.

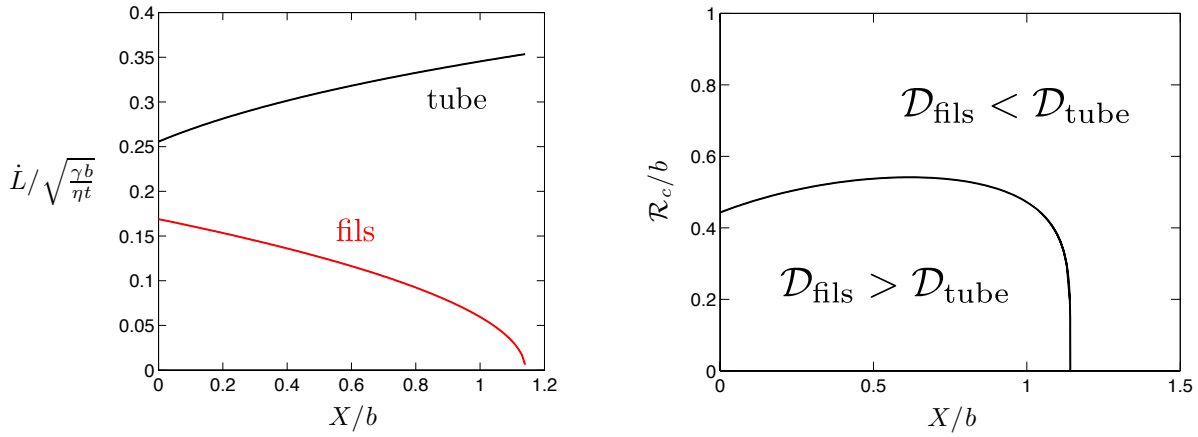
On trace sur la figure 2.18 l'équation (2.18) sous forme adimensionnée $\tilde{\mathcal{D}}(\tilde{X})$, c'est-à-dire en divisant le débit par $b^{5/2}\sqrt{\gamma/\eta t}$; la courbe générale obtenue présente bien un maximum dont on peut calculer les coordonnées en maximisant (2.18) par rapport à X. On trouve ainsi que ce système de guidage d'un liquide est géométriquement optimal pour une distance entre fibres donnée par :

$$\frac{X_o}{b} = \frac{5\pi}{6} - 2 \approx 0.62 \tag{2.19}$$

qui est inférieur à $\pi - 2$: on a bien $X_o < X_c$. Le débit maximal vaut alors, en utilisant $K_\eta = 40$:

$$\mathcal{D}_{\max} = \sqrt{\frac{2}{5}}\left(\frac{\pi}{6}\right)^{3/2}\sqrt{\frac{\gamma}{\eta t}}\ b^{5/2} \sim 0.24\ \sqrt{\frac{\gamma}{\eta t}}\ b^{5/2}. \tag{2.20}$$

On pourrait vérifier expérimentalement ces calculs en suspendant le réservoir de liquide à une balance et en mesurant ainsi la variation du débit au cours du temps, pour différentes valeurs de b et X. On préfère s'interroger ici sur l'intérêt d'un tel système pour transporter du liquide ; pour cela, on peut le comparer à un tube capillaire dont le débit est issu de (2.12). On compare d'abord les vitesses d'étalement $\dot{L} = \mathrm{d}L/\mathrm{d}t$ pour une même section de liquide, c'est-à-dire pour un rayon de capillaire équivalent donné par $\pi\mathcal{R}_c^2 = A = 2bX + (4-\pi)b^2$ d'après (2.3). Sur la figure 2.19(a), on représente alors les vitesses adimensionnées calculées à partir de (2.12) et (2.13), en fonction du seul paramètre géométrique $\tilde{X}$. On constate que la vitesse d'étalement $\dot{L}$, et donc le débit $\mathcal{D} = A\dot{L}$, sont toujours supérieurs dans le tube.



(a) (b)

FIGURE 2.19 – (a) Tracé des vitesses d'étalement d'un liquide issu d'un réservoir à pression atmosphérique s'étalant entre deux fils en fonction de leur espacement (courbe rouge), et dans un tube capillaire dont la section présente la même aire de liquide (courbe noire). (b) Comparaison des débits dans un tube ou entre deux fils, en fonction du rayon du tube et de l'espacement entre les fils, adimensionnés par le rayon des fils. La séparation entre les deux domaines est donnée par la relation (2.22).

Ce n'est plus vrai dans le cas général où le rayon du capillaire peut varier. Alors le débit dans le tube s'exprime en fonction de ce rayon selon :

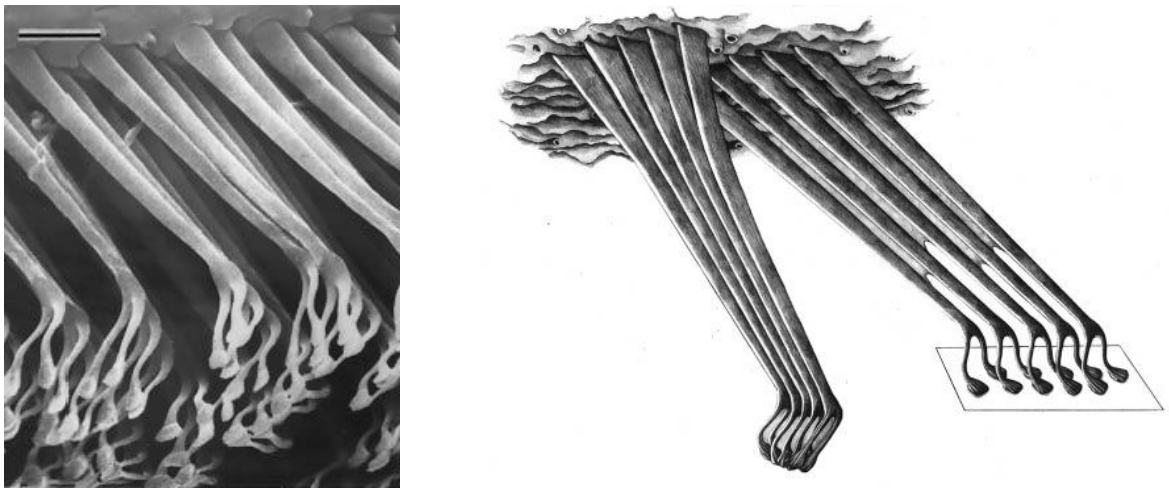
$$\mathcal{D}_{\text{tube}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}\sqrt{\frac{\gamma}{\eta t}}\,{\mathcal{R}_c}^{5/2}. \tag{2.21}$$

À la limite, l'égalité des deux débits (2.18) et (2.21) impose la relation :

$${\tilde{\mathcal{R}}_c}^{5/2} = \frac{(4-\pi+2\tilde{X})(\pi-2-\tilde{X})^{1/2}}{\pi\sqrt{5}} \tag{2.22}$$

qui est représentée sur la figure 2.19(b), et délimite le domaine restreint dans lequel il sera plus efficace d'utiliser des fils plutôt qu'un tube, si l'on souhaite maximiser le débit.
En fait le véritable intérêt du système constitué de deux fils réside dans la possibilité de faire varier la distance X ; en passant au-delà de X_c, on peut stopper la progression du liquide. On

dispose ainsi d'un interrupteur à l'étalement, contrairement au cas d'un tube capillaire où le mouvement du liquide ne peut être interrompu (sauf en déconnectant le capillaire du réservoir). Cette possibilité a déjà été signalée comme prometteuse dans [44] concernant les circuits de microfluidique avec fibres.
Dans la nature, un tel effet géométrique est peut-être exploité par le coléoptère *hemisphaerota cyanea* mentionné précédemment (cf la figure 1.37), qui s'accroche par adhésion humide sur une surface. D'après les auteurs de [32], l'espacement entre les poils aux extrémités des pattes de cet insecte varie selon qu'il appuie ou non sur la surface, lui permettant d'avoir les pattes couvertes d'huile et prêtes à adhérer si elles sont levées, mais de ne pas déraper sur un excès d'huile une fois la patte posée (cf la figure 2.20).



(a) (b)

FIGURE 2.20 – (a) Image MEB (échelle : 10 μm) de poils constituant les tarses du coléoptère *hemisphaerota cyanea* (photographié sur l'image 1.2(a)) ; on distingue les différentes parties des poils (en forme de tiges aux extrémités inclinées terminées par des patins), et les pores d'huile entre leurs bases. (Image issue de [32]). (b) Schéma du fonctionnement supposé des tarses par adhésion humide. Lorsque les pattes sont levées (à gauche), les tiges sont regroupées donc prémouillées par l'huile étalée dans leurs coins jusqu'aux extrémités. En cas d'alerte (à droite), les patins mouillés appuient sur la surface par l'intermédiaire de ponts capillaires, ce qui écarte les extrémités et sépare les tiges ; l'huile se rétracte vers la base, évitant un excès au niveau des patins qui empêcherait l'adhésion. (Image issue de [32].)

Dans la suite, on va voir que ce système permet aussi le déplacement plus rapide d'un volume fini de liquide, en imposant un angle entre les fibres.

2.2 Étalement d'une goutte entre deux fibres en coin

Principe de l'expérience

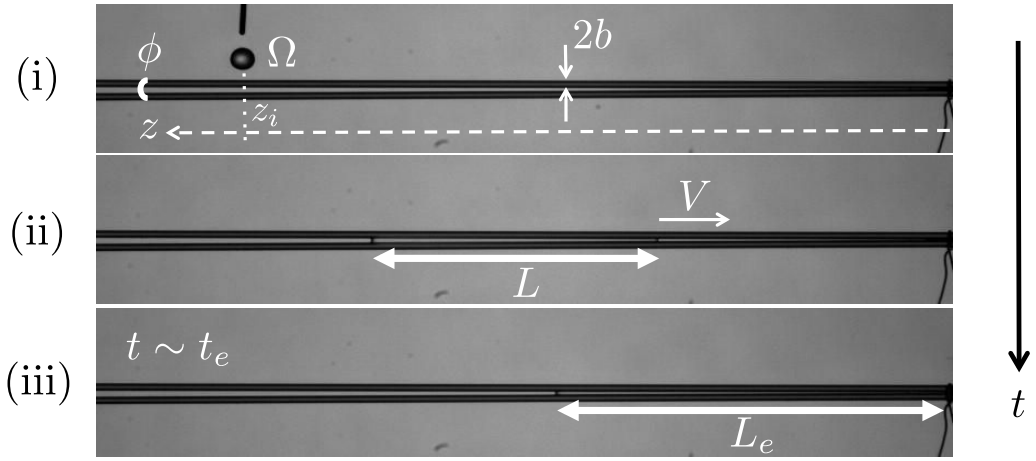
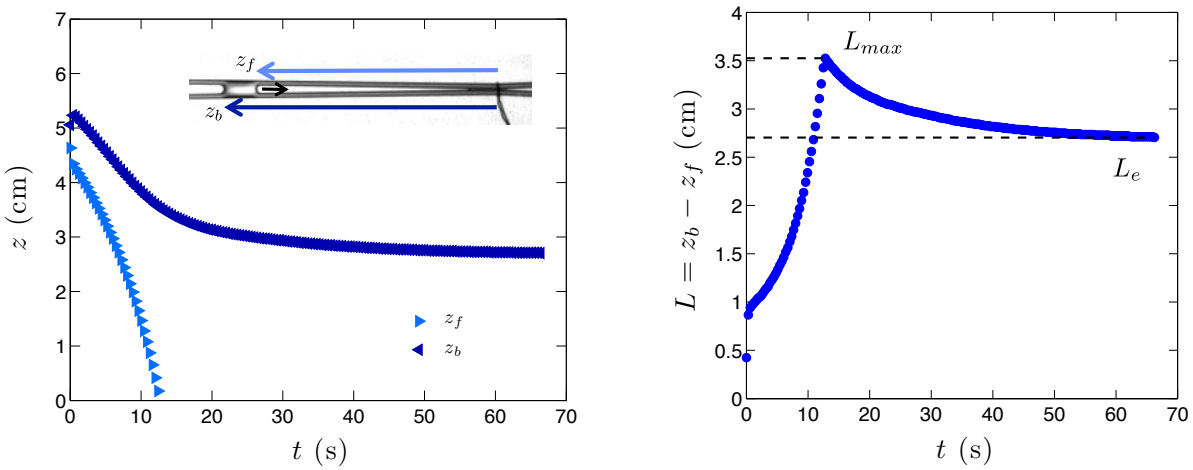


FIGURE 2.21 – Photos successives de l'expérience, et notations utilisées. (i) Avant la capture de la goutte de volume Ω impactant en $z = z_i$ à $t = 0$ s, par les fibres de rayon b et faisant un angle ϕ. (ii) Au cours du déplacement à la vitesse V du liquide étalé sur la longueur L. (iii) À l'état final : après avoir atteint le point de contact entre les fibres (à $t = t_e$), le liquide est immobile et étalé sur la longueur mouillée à l'équilibre L_e.

Dans cette partie, on étudie l'étalement d'une goutte capturée par un coin formé de deux fibres dont on la géométrie (rayon b, angle ϕ) est fixée. On observe l'étalement de la goutte de volume Ω (tension de surface γ et viscosité η) puis l'avancée, à des vitesses différentes, des deux extrémités du pont liquide (de longueur variable L) vers le point de contact entre les fibres ($z = 0$). La goutte se déplace donc dans le sens opposé à celui d'un pont liquide à bords plats, étudié précédemment. Après avoir atteint ce point (à $t = t_e$), le liquide progresse encore légèrement de l'autre côté du coin ($z < 0$) et se réorganise dans le plan transverse à la direction de propagation, conduisant à une forme d'équilibre pour laquelle les interfaces liquide-air sont planes (cf. partie 3). Ces deux effets conduisent à une légère diminution de la longueur mouillée : à l'équilibre, $L = L_e < L(t = t_e)$. Les notations utilisées sont indiquées sur la figure 2.21.

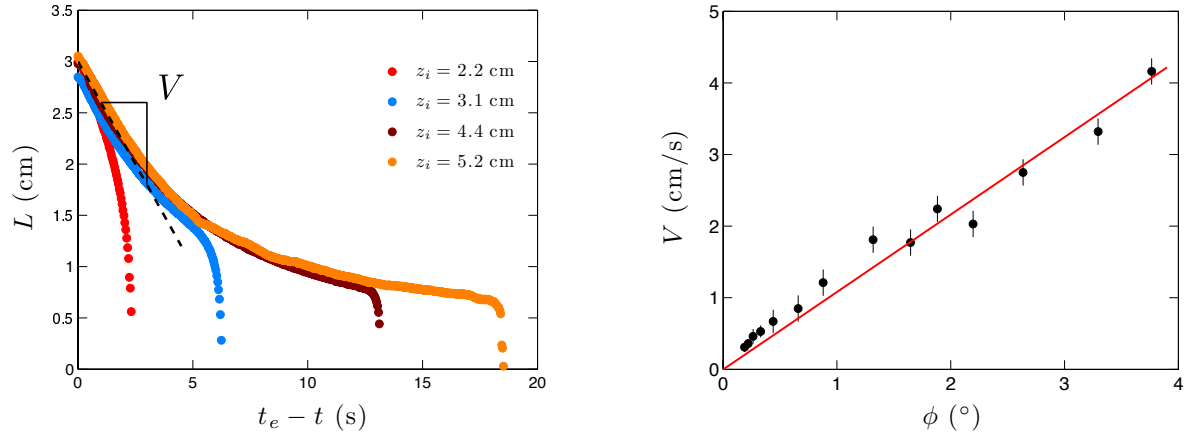
2.2.1 Dynamique : vitesse terminale du liquide

Sur la figure 2.23(a), on a reporté la longueur mouillée L en fonction de $t_e - t$ pour différentes positions z_i de capture d'une goutte de volume fixé. Cette représentation permet de superposer les courbes d'évolution, indiquant que la dynamique d'étalement ne dépend pas de z_i, ou encore que la quantité de liquide laissé sur la surface des fibres derrière le volume qui avance est négligeable devant ce volume pour de telles distances. De plus on observe une même vitesse terminale, dont on estime l'ordre de grandeur en équilibrant la force motrice liée à la différence des pressions de



(a) (b)

FIGURE 2.22 – (a) Évolution temporelle de la position des bords d'une goutte de volume $\Omega \approx 2.5$ μL coincée entre deux fils de rayon $b \approx 250$ μm faisant un angle $\phi \approx 10^{-2}$ rad, pour une huile de tension de surface $\gamma \approx 20$ mN/m et de viscosité $\eta \approx 4.5$ mPa.s. z_f ("front") et z_b ("back") sont les positions respectives de l'avant et de l'arrière de la goutte, celle ci se déplaçant vers le coin, dans le sens des z décroissants (cf. insert). Tracé de la longueur sur laquelle la goutte est étalée $L = z_b - z_f$ en fonction du temps. L croît rapidement jusqu'à une valeur maximale L_{max}, puis diminue lentement jusqu'à une valeur d'équilibre L_e.



(a) (b)

FIGURE 2.23 – (a) Tracé de la longueur mouillée L en fonction de la différence entre l'instant final t_e et le temps t, dont l'origine est prise au moment de l'impact, pour une configuration de fibres en coin (rayon $b \approx 250$ μm, angle $\phi \approx 10^{-2}$ rad) et un volume de liquide $\Omega \approx 1.7$ μL fixés, et différentes positions d'impact z_i. (b) Évolution de la vitesse terminale V du liquide avec l'angle ϕ entre les fibres. La droite rouge représente l'ajustement $V \approx 0.14\,\gamma\phi/\eta$ (où $\gamma \approx 20$ mN/m et $\eta \approx 4.5$ mPa.s).

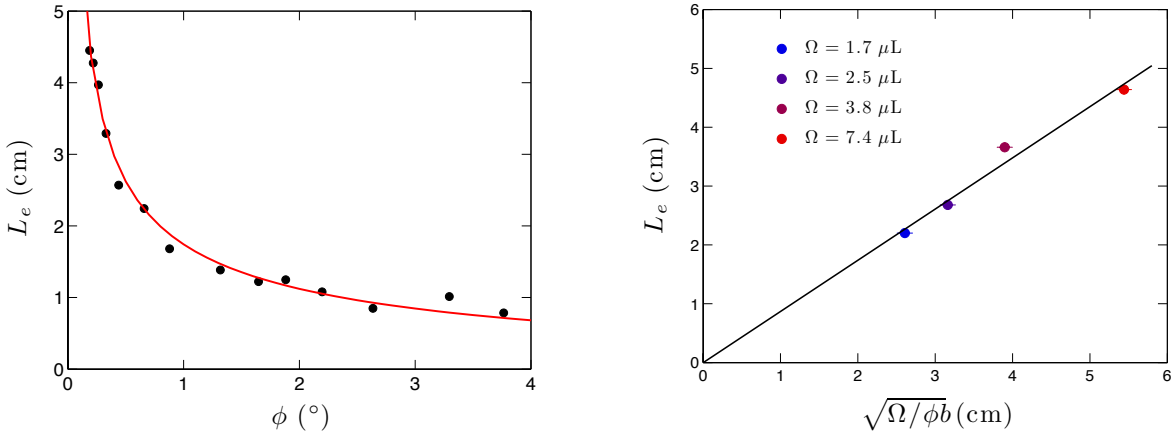
Laplace et la force visqueuse intégrée sur la longueur mouillée. L'article [111] établit ce même équilibre dans le cas d'un liquide progressant entre deux plans. En première approximation, on

obtient ainsi :

$$V \sim \frac{\gamma\phi}{\eta} \tag{2.23}$$

qui est du même ordre de grandeur que la vitesse mesurée expérimentalement. On vérifie la dépendance linéaire de cette vitesse avec l'angle entre les fibres sur la figure 2.23(b). Remarquons qu'une description plus précise de la friction au sein de la goutte et au niveau de la ligne triple serait peut-être possible en adaptant l'étude récente de E. Reyssat concernant l'étalement de gouttes dans des coins [125] à la géométrie liée à deux fibres.

2.2.2 Statique : longueur mouillée à l'équilibre



(a) (b)

FIGURE 2.24 – (a) Évolution de la longueur mouillée finale L_e avec l'angle ϕ entre les fibres ($b \approx 250$ μm, $\Omega \approx 2.5$ μL). La courbe rouge représente l'ajustement $L_e = 0.95\sqrt{\Omega/\phi b}$. (b) Longueur mouillée à l'équilibre L_e, pour différents volumes de liquide Ω, en fonction de la longueur théorique $\sqrt{\Omega/\phi b}$ ($b \approx 250$ μm, $\phi \approx 10^{-2}$ rad). La droite représentant une relation linéaire est de pente 0.88.

On constate enfin une même longueur mouillée à $t = t_e$, d'environ 3 cm. On cherche la variation de la longueur mouillée à l'équilibre L_e avec le volume de la goutte et l'angle entre les fibres ; en première approximation, la conservation du volume de liquide s'écrit :

$$\Omega = \int_0^{L_e} A(z)dz, \tag{2.24}$$

où $A(z)$ est la surface de liquide à l'équilibre à l'abscisse z, donnée par (2.3) en première approximation, où X est la distance entre les fibres : $A(z) = 2bX + (4-\pi)b^2 = 2b\alpha z + (4-\pi)b^2 \approx 2b\alpha z$ pour $\alpha z \gg b$. On en déduit :

$$L_e = \sqrt{\frac{\Omega}{\alpha b}}. \tag{2.25}$$

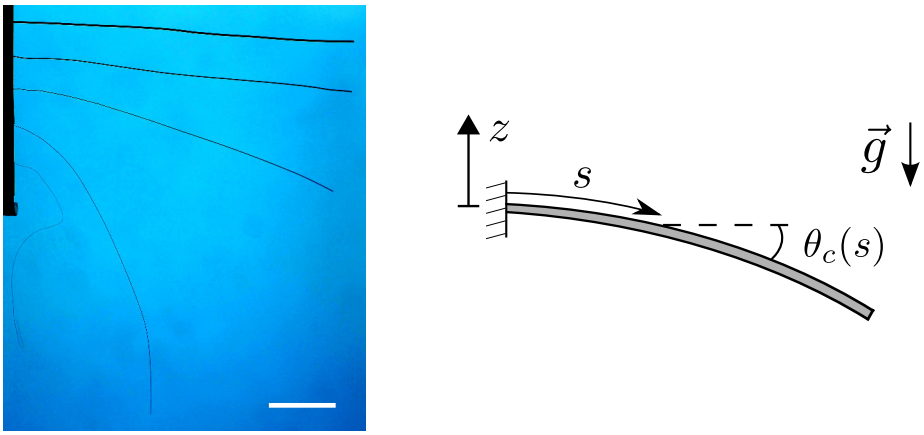
On peut d'abord comment L_e varie avec l'angle ϕ. On modifie la position de l'espaceur entre les fibres pour faire varier ϕ et on dépose une goutte de volume $\Omega = 2.45$ μL. On constate sur la

figure 2.24(a) que L_e décroît quand ϕ augmente (car la surface ouverte entre les fibres augmente donc le liquide est moins étalé), l'ajustement (courbe rouge) montrant une variation en $1/\sqrt{\phi}$. L'accord est même quantitatif puisque cette courbe a pour équation $L_e = 0.95\sqrt{\Omega/\phi b}$.
On peut également faire varier Ω à ϕ fixé en déposant les gouttes avec des aiguilles de diamètres différents. On trace sur la figure 2.24(b) la longueur mouillée obtenue expérimentalement en fonction de sa valeur attendue théoriquement. Les points obtenus s'alignent sur une droite de pente proche de l'unité, vérifiant donc la relation (2.25). Cette relation simple suffit à décrire la longueur à l'équilibre sans prendre en compte la courbure des interfaces détaillée au chapitre précédent, peut-être parce que nos expériences avec des fibres macroscopiques n'impliquent pas de courbure importante : la pression au sein du pont liquide reste proche de la pression atmosphérique.
Dans la laine de verre, le liant gaine rarement les fibres sur une longueur importante ; comme les gouttes de liant sont pourtant susceptibles d'être volumineuses, on en déduit que le mécanisme de formation d'une jonction présenté dans cette partie est peu susceptible de survenir dans le procédé. En outre, le déplacement de gouttes sur de grandes distances empêché par l'enchevêtrement des fibres.

2.3 Ouverture : effet de l'élasticité des fibres

Dans toute l'étude qui précède, on a négligé l'élasticité des fibres ; à quelle condition cette approximation est-elle valable, et quels sont les effets de l'élasticité sur la longueur mouillée dans le cas contraire ?

2.3.1 Introduction : effets élasto-gravitaires



(a) (b)

FIGURE 2.25 – (a) Photo (en vue latérale) de fils de cuivre de même longueur $L_f \approx 10$ cm fixés horizontalement par une extrémité ; leur forme à l'équilibre dépend de leurs rayons b. De haut en bas : $b \approx 250$, 125, 60, 25 et 12 μm (échelle : 2 cm). (b) Allure d'une telle fibre dans le champ de la pesanteur ; on caractérise sa déflexion par l'angle de courbure θ_c à l'abscisse curviligne s.

À l'échelle macroscopique, on observe qu'une fibre isolée sèche est défléchie par poids. Cet effet gravitaire est d'autant plus marqué que la fibre est longue à rayon fixé, ou fine à longueur donnée (cf figure 2.25(a)). Dans l'hypothèse d'une déformation plane (sans torsion), la forme adoptée par une fibre fixée horizontalement à une extrémité, représentée sur la figure 2.25(b), résulte d'un équilibre entre le gain d'énergie gravitationnelle dû au déplacement de la fibre vers le bas, et le coût en énergie élastique lié à sa déformation. Si la fibre ne possède pas de courbure naturelle (contrairement au cas de cheveux bouclés par exemple), son énergie totale s'écrit [6] :

$$E_{\text{ fibre pendante}} = \int_0^{L_f} \left(\frac{EI}{2} \kappa(s)^2 + \rho g \zeta z(s) \right) \mathrm{d}s \tag{2.26}$$

où E et ρ sont le module de Young et la masse volumique du matériau, $I = \pi b^4/4$ et $\zeta = \pi b^2$ le moment quadratique et la section de la fibre, et κ et z la courbure et la position verticale de la fibre à l'abscisse curviligne s. Le premier terme sous l'intégrale représente l'énergie élastique d'un morceau de fibre de longueur ds alors que le second terme (négatif avec z) est son énergie potentielle dans le champ de pesanteur $\vec{g}$. En loi d'échelle, et pour une fibre de longueur L_f, les deux termes sont du même ordre de grandeur lorsque $EI/L_f \sim \rho g \zeta L_f^2$, soit lorsque la fibre a une

longueur totale L_f de l'ordre de la longueur élasto-gravitaire définie par :

$$L_{\mathrm{EG}} \sim \left(\frac{EI}{\rho g \zeta}\right)^{1/3} \sim \left(\frac{Eb^2}{\rho g}\right)^{1/3}. \tag{2.27}$$

Cette longueur compare donc l'importance relative de l'élasticité et de la gravité. Pour des longueurs de fibres plus petites, on pourra négliger la déformation due au poids. On peut être plus quantitatif en donnant une interprétation simple de L_{EG}, dans le cas de petites déformations : alors le poids de la fibre $P \sim \rho \zeta L_f g$ induit un couple $C_g \sim P L_f$, donc une courbure $\kappa \sim C_g/EI$, et l'angle de déflexion en bout de fibre s'écrit :

$$\theta_c\,(L_f) \sim \kappa\; L_f \sim \frac{\rho g \zeta L_f^3}{EI} \sim \left(\frac{L_f}{L_{\mathrm{EG}}}\right)^3. \tag{2.28}$$

Cette formule fournit le bon ordre de grandeur dans le cas des fils de cuivre ($E_{\mathrm{Cu}} = 124$ GPa, $\rho_{\mathrm{Cu}} = 8920$ kg/m^3) : comme reporté dans le tableau de la figure 2.26, les angles calculés sont proches de ceux mesurés, dans la limite des petites déflexions. Les écarts observés pour ces fils métalliques peuvent provenir d'une courbure résiduelle issue d'une déformation plastique due à leur bobinage, particulièrement visible pour le fil le plus fin (qui n'est pas plan).

b (μm)	L_{EG} (cm)	$\theta_c(L_f)_{\mathrm{th}}$	$\theta_c(L_f)_{\mathrm{exp}}$
250	29	$\approx 3°$	2.5°
125	18	$\approx 10°$	7°
60	11	$\approx 40°$	30°
25	6	$\approx 90°$	90°
12	4	$\approx 90°$	??

FIGURE 2.26 – Tableau indiquant la longueur élasto-gravitaire L_{EG} (2.27) pour les fils de cuivre photographiés en 2.25(a), l'angle $\theta_c(L_f)_{\mathrm{th}}$ attendu en bout de fibre selon (2.28) et l'angle $\theta_c(L_f)_{\mathrm{exp}}$ effectivement mesuré.

Les fibres de verre ($E_{\mathrm{verre}} \approx 70$ GPa, $\rho_{\mathrm{verre}} \approx 2500$ kg/m^3) formant un matelas de laine de verre sont de rayon variable ; leurs rayons moyens en nombre et en masse sont respectivement de l'ordre de 2 et 10 μm (données SGR), valeurs choisies dans la suite pour estimer les ordres de grandeur associés à ce matériau. La formule (2.27) donne ainsi $L_{\mathrm{EG}} \approx 2$ cm pour $b \approx 2$ μm, et $L_{\mathrm{EG}} \approx 7$ cm pour $b \approx 10$ μm. Or la longueur maximale de ces fibres est de quelques millimètres : de telles fibres de verre ne sont pas défléchies sous l'effet de leur poids. Même pour des fibres beaucoup plus fines (comme observées sur la figure 2.27), les effets gravitaires restent négligeables : $b \approx 150$ nm donne $L_{\mathrm{EG}} \approx 4$ mm, très supérieure à la longueur de fibre courbée. Cette courbure peut alors s'expliquer par l'existence de contraintes spatiales dues à la présence d'autres fibres enchevêtrées : les fibres sont déformées par leurs voisines au contact, l'ensemble du matelas gardant sa cohésion grâce aux ponts capillaires.

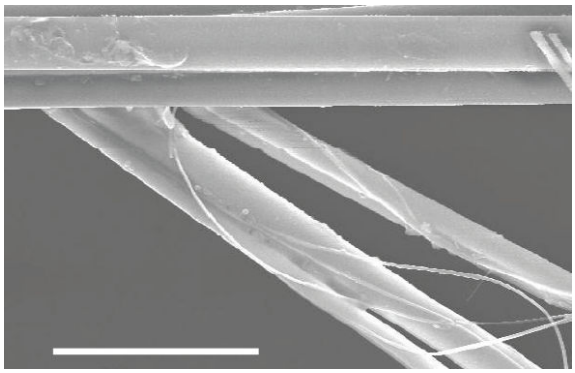


FIGURE 2.27 – Photo (MEB) de laine de verre (échelle : 20 μm). Les fibres de verre les plus fines sont les plus courbées.

2.3.2 Effets élasto-capillaires

On observe que la présence de liquide au sein d'un assemblage de fibres flexibles modifie leur arrangement spatial : ainsi des cheveux humides se collent et semblent plus lisses. La forme de cet ensemble de fibres mouillées résulte alors d'un équilibre de deux forces : à la force élastique liée à la rigidité EI de la fibre, s'oppose cette fois la force capillaire d'ordre γb. Par analogie avec la formule 2.27, et par analyse dimensionnelle, la longueur caractéristique issue de cet équilibre, dite longueur élasto-capillaire, s'écrit :

$$L_{\mathrm{EC}} \sim \left(\frac{EI}{\gamma b}\right)^{1/2} \sim \left(\frac{Eb^3}{\gamma}\right)^{1/2}. \tag{2.29}$$

Plus généralement, cette longueur est l'ordre de grandeur du rayon de courbure des structures minces (fibres ou plaques) déformées par capillarité [128] ; une telle déformation est alors perceptible si la longueur de la structure est grande devant L_{EC}.
Pour des fibres de verre de rayons $b \sim 2$ à 10 μm connectées par du liant de tension de surface moyenne $\gamma_{\text{ liant}} \sim 40$ mN/m (susceptible de varier avec la composition chimique et la température), la longueur élasto-capillaire est de $L_{\mathrm{EC}} \sim 4$ mm à 4 cm environ, bien supérieure à la longueur moyenne des fibres. Pour deux fibres de verre collées par du liant liquide, les forces capillaires l'emportent donc sur l'élasticité.
Ce n'est plus le cas en présence d'une troisième fibre dans un plan transverse, constituant un obstacle situé à une certaine distance d du plan de la jonction capillaire. Cette géométrie, schématisée sur la figure 2.28, est la configuration la plus simple permettant de prendre en compte l'influence d'une autre fibre sur une jonction ; cette fibre peut imposer un espacement d suffisamment grand pour défléchir (voire séparer) les fibres.

Les deux fibres coplanaires sont alors au contact sur une certaine longueur mouillée L résultant de l'équilibre entre la force capillaire qui tend à étaler le liquide et donc coller les fibres, et la force élastique qui tend à les séparer pour éviter leur déformation. On estime ici l'ordre de grandeur de

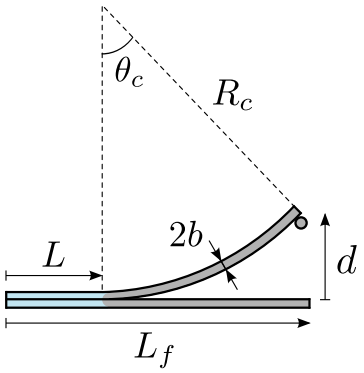


FIGURE 2.28 – Schéma de la géométrie étudiée : deux fibres de rayon b et de longueur L_f sont en contact sur une longueur L grâce à la force d'adhésion capillaire due au liquide étalé. La présence d'une troisième fibre dans un plan transverse, et à une distance d de leur axe initial, impose à la fibre supérieure une déflexion définie par l'angle θ_c et le rayon de courbure R_c.

cette longueur L dans l'hypothèse d'un réservoir de liquide assez grand (volume"infini", à pression atmosphérique) ; l'énergie du système constitué des deux fibres et du liquide les connectant comporte un terme d'énergie capillaire :

$$E_\gamma \sim -\gamma b L, \tag{2.30}$$

et un terme d'énergie de courbure :

$$E_c \sim \frac{E b^4}{R_c^2}(L_f - L) \tag{2.31}$$

où E est toujours le module de Young du matériau, R_c est le rayon de courbure et $L_f - L$ la longueur de fibre courbée, avec L_f la longueur totale d'une fibre (cf figure 2.28). On peut exprimer R_c en fonction de la distance d entre la fibre non défléchie et l'obstacle, dans la limite des faibles déflexions (c'est-à-dire pour un angle θ_c petit, donc une distance d et une longueur de fibre courbée $L_f - L$ inférieures au le rayon de courbure). On a alors $\sin\theta_c \approx \theta_c \approx (L_f - L)/R_c$ et $\cos\theta_c \approx 1 - \theta_c^2/2 \approx 1 - d/R_c$, d'où :

$$E_c \sim \frac{E b^4 d^2}{(L_f - L)^3}. \tag{2.32}$$

La minimisation de l'énergie globale $E_{\text{tot}} = E_\gamma + E_c$ du système (par rapport à L) fournit la longueur mouillée à l'équilibre :

$$L \sim L_f - \left(\frac{E b^3 d^2}{\gamma}\right)^{1/4}. \tag{2.33}$$

On peut réécrire cette équation en introduisant différentes longueurs élasto-capillaires :

$$L \sim L_f - \sqrt{L_{\text{EC}} d} \sim L_f - L_{\text{EC}_d} \tag{2.34}$$

où L_{EC} est donnée par (2.29) et $L_{\mathrm{EC}_d} \sim (Eb^3d^2/\gamma)^{1/4}$ est une autre définition possible de longueur élasto-capillaire, intervenant lorsque les structures flexibles sont séparées d'une distance fixée d (cf. par exemple les références [64], [5], [30]). D'après (2.34), L_{EC_d} s'interprète donc comme la longueur minimale de fibres (de rayon b, séparées de d) pouvant être défléchie par capillarité.
A contrario, l'espacement entre fibres non coplanaires d n'est pas fixé au sein d'un assemblage aléatoire de fibres comme la laine de verre ; il peut être suffisamment grand pour détruire la jonction. À la limite, les deux fibres se séparent lorsque L est nulle, donc lorsque l'espacement dépasse la valeur critique :

$$d_c \sim \sqrt{\frac{\gamma {L_f}^4}{Eb^3}}. \tag{2.35}$$

Il existe donc une distance moyenne maximale entre fibres transverses (de même longueur L_f et rayon b moyens) au-delà de laquelle les ponts capillaires ne peuvent plus résister aux déformations des fibres : les jonctions longitudinales sont rompues. On utilise l'expression de d_c pour réécrire la formule (2.33) :

$$\frac{L}{L_f} \sim 1 - \sqrt{\frac{d}{d_c}}. \tag{2.36}$$

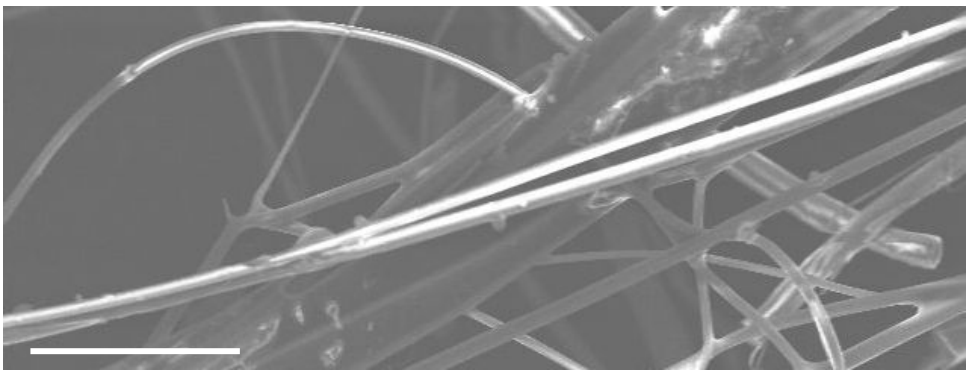


FIGURE 2.29 – Photo (MEB) de laine de verre (échelle : 50 μm). Au premier plan, on remarque deux fibres légèrement défléchies, au contact sur une partie de leur longueur.

On estime les ordres de grandeur typiques des formules précédentes pour la laine de verre, en choisissant toujours $E_{\mathrm{verre}} \approx 70$ GPa et $\gamma_{\text{ liant}} \approx 40$ mN/m et en mesurant les paramètres géométriques d'après les photos obtenues par microscopie électronique, telles que la figure 2.29. On a vérifié que les deux fibres observées au centre de l'image sont bien en contact, en prenant des clichés MEB de la jonction sous d'autres incidences. On mesure $b \approx 2$ μm, $L_f \approx 300$ μm, $d \approx 10$ μm ; la formule (2.33) donne alors une estimation de la longueur mouillée $L \approx 100$ μm proche de celle mesurable sur l'image.
On peut aussi calculer la distance critique d_c au-delà de laquelle le liant liquide n'aurait pas pu maintenir ces deux fibres au contact avant de sécher, avec la formule (2.35) : on obtient $d_c \approx 25$ μm lorsque $L_f \approx 300$ μm et $d_c \approx 250$ μm lorsque $L_f \approx 1$ μm. On pourrait aussi relier d à la densité d'un assemblage aléatoire de fibres pour estimer la densité critique en-deçà de

laquelle la cohésion d'un tel matelas n'est plus assurée.
On trouve des validations expérimentales de la relation (2.33) dans l'article [14] pour un ensemble de lamelles flexibles fixées et espacées à une extrémité, et en contact avec un réservoir de liquide mouillant à pression atmosphérique à l'autre extrémité, ainsi que dans l'article [117] pour un ensemble de fibres dans les mêmes conditions. Ce dernier article développe le calcul précédent de façon exacte, ce qui permet d'obtenir le facteur numérique propre à la géométrie particulière des fibres. On détaille ici ce calcul pour en souligner les hypothèses. L'énergie élastique, donnée par (2.32) en loi d'échelle, s'écrit plus précisément [6] :

$$E_c = \frac{3EId^2}{(L_f - L)^3} = \frac{3\pi}{4}\frac{Eb^4d^2}{(L_f - L)^3}. \tag{2.37}$$

L'énergie capillaire est l'énergie de la colonne liquide connectant les deux fibres sur L, donc d'après (1.6) et avec les notations de la figure 1.4(b) :

$$E_\gamma = \int_0^L \mathrm{d}E_{\mathrm{col}} = -\gamma \int_0^L \left[4\alpha b - 4\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) R\right] \mathrm{d}z = -2\gamma b \int_0^L G(z)\mathrm{d}z \tag{2.38}$$

où z est la direction de la jonction, et G la fonction donnée par :

$$G = 2\alpha - 2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\tilde{R} = 2\alpha - 2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\left(\frac{1}{\cos\alpha} - 1\right). \tag{2.39}$$

Dans cette dernière formule, on a remplacé $\tilde{R}$ par son expression issue de la relation géométrique (1.5) dans laquelle on a imposé $X = 0$: on considère que les deux fibres sont au contact sur toute la longueur L, c'est-à-dire que l'on néglige l'extrémité en selle de cheval du ménisque. Cette hypothèse est valable si cette zone, sur laquelle les deux fibres sont espacées mais encore connectées par du liquide, est d'extension petite devant L. Comme la pression dans le liquide est la pression atmosphérique imposée par le réservoir (on néglige les effets gravitaires car $L \ll a$), l'angle α vaut $\pi/2$ tout le long de la colonne, loin de ses extrémités (et non pas $\alpha = 0$ comme le suggère la figure 1.5 lorsque $X = 0$, valable uniquement pour un volume fini de liquide). G prend donc une valeur constante, donnée par un développement limité pour α au voisinage de $\pi/2$; on trouve $G = \pi - 2$. Ainsi E_γ, donnée en loi d'échelle par (2.30), vaut précisément :

$$E_\gamma = -2(\pi - 2)\gamma b L. \tag{2.40}$$

On pouvait obtenir ce résultat plus directement en dessinant le profil adopté par le liquide, qui est le même que celui de la figure 2.6(b) dans le cas où les deux fibres sont au contact ($X = 0$) : l'équation (2.1) redonne alors bien (2.40). La minimisation de l'énergie totale, somme de (2.37) et (2.40), fournit alors (2.33) avec le coefficient numérique :

$$L = L_f - \left[\frac{9\pi}{8(\pi - 2)}\right]^{1/4}\left(\frac{Eb^3d^2}{\gamma}\right)^{1/4} \sim L_f - 1.33\left(\frac{Eb^3d^2}{\gamma}\right)^{1/4}. \tag{2.41}$$

On peut en déduire l'expression exacte de l'espacement critique donné en bonne approximation par (2.35), l'expression (2.36) restant inchangée.

En fait cette dernière relation n'est pas rigoureusement exacte ; on revient ici sur l'hypothèse d'un ménisque terminal d'extension négligeable. Compte tenu de l'étude menée à la partie précédente, on sait que le liquide à pression atmosphérique progresse dans le coin ouvert formé par les deux fibres, au-delà de leur zone de contact, et ce jusqu'à atteindre l'espacement critique X_c donné par l'équation (2.2). Ce qui conduit à une longueur mouillée additionnelle non représentée sur la figure 2.28, mais qui vaut dans cette géométrie (avec Pythagore) : $L_+ = (R_c^2 - (R_c - X_c)^2)^{1/2} \approx (2R_cX_c)^{1/2}$, car $X_c < d \ll R_c$ par hypothèse. On suppose de plus que cette longueur supplémentaire ne modifie pas la déflexion ; la configuration des fibres est inchangée, le rayon de courbure vaut toujours $(L_f - L)^2/d$ où L est la longueur mouillée calculée sans ajout et donnée par (2.36), d'où $R_c \sim L_f^2/d_c$. En remplaçant également X_c donnée par (2.2) et d_c par (2.35), il vient :

$$L_+ \approx \sqrt{\frac{2X_c}{d_c}} L_f \approx \left(\frac{4(\pi-2)^2 E b^5}{\gamma}\right)^{1/4}. \tag{2.42}$$

Il est remarquable que cette expression soit indépendante de l'espacement d et de la longueur des fibres L_f ; il serait intéressant de le vérifier expérimentalement, ainsi que les dépendances en E et b, afin de valider cette étude.

L'expression de la longueur mouillée totale s'écrit donc finalement :

$$\frac{L}{L_f} \approx 1 - \sqrt{\frac{d}{d_c}} + \sqrt{\frac{2X_c}{d_c}} \approx 1 - \frac{\sqrt{d} - \sqrt{2X_c}}{\sqrt{d_c}}. \tag{2.43}$$

Dans le cas de fibres de verre ($b \approx 2$ à 10 μm, $\gamma_{\text{ liant}} \approx 40$ mN/m et $E_{\text{verre}} \approx 70$ GPa), on trouve un ordre de grandeur de L_+ particulièrement élevé : $L_+ \approx 130$ à 980 μm. Cela peut expliquer pourquoi la configuration de la figure 2.29 est rarement observée sur les clichés MEB : le liquide a tendance à s'étaler sur une grande distance, comblant presque entièrement l'interstice entre les fibres. Cette correction ne semble pourtant pas s'appliquer dans le cas de la figure 2.29 : la formule 2.43 donne $L \sim 0.8\ L_f$, en désaccord avec la mesure de L dans le cas particulier de cette photo. De plus (2.43) constitue une correction à (2.36) qui est négligeable si $d \gg b$, comme c'est le cas dans l'article [117] pour tous les agencements de fibres utilisés : L_+ est alors négligeable devant L.

Cependant la formule (2.43) permet de discuter la possibilité d'existence des jonctions. Cette formule présuppose l'existence d'un pont liquide entre deux fibres défléchies au contact ; la condition $d < d_c$ (telle que $L > 0$) où d_c reste donnée par (2.35) est donc inchangée. En revanche (2.43) indique qu'il faut $d > 2X_c$ pour avoir $L < L_f$. Ainsi l'existence d'une jonction "zippée", telle que $L \in]0, L_f[$, n'est possible que si $2X_c < d < d_c$, condition qui ne peut être remplie que si $2X_c < d_c$. En remplaçant les ces deux longueurs critiques par leurs expressions (2.2) et (2.35), on obtient la condition portant sur la géométrie et la physico-chimie des constituants (fibres et liquide) utilisés :

$$\frac{\gamma}{E}\frac{L_f^4}{b^5} > 4(\pi-2)^2 \sim 5.2. \tag{2.44}$$

Cette inégalité se réécrit logiquement $L_f > L_+$ où L_+ est donnée par (2.42) ; l'application numérique dans le cas du verre redonne donc $L_f > 130$ à 980 μm pour $b \approx 2$ à 10 μm, respectivement.
Pour prolonger cette étude, on pourrait aussi s'intéresser à un volume fini de liquide : c'est le cas d'une goutte de liquide mouillant déposée entre deux fibres flexibles, étudié récemment par Duprat *et al.* dans [29]. Les auteurs ont montré expérimentalement que le paramètre X/b ne suffit plus à prédire la conformation adoptée par un volume donné de liquide, contrairement au cas de fibres rigides [114]. Comme dans ce dernier cas, l'étalement de la goutte ne peut se produire que si $X/b < 1.11 \pm 0.07$, en accord avec $\tilde{X}_c = \pi - 2$ établi dans notre étude ; mais l'élasticité des fibres impose une autre condition à l'étalement portant sur le volume de liquide, qui doit être inférieur à un volume seuil pour que la force capillaire suffise à défléchir les fibres.
Alors l'étalement du liquide est soit total, soit partiel si le volume de liquide dépasse le volume critique $\pi b^2 L$, où L est donnée par (2.41) ; dans ce dernier cas, l'état d'équilibre observé est la coexistence de liquide étalé sous forme de colonne, et ramassé sous forme de goutte. Les auteurs font ici aussi l'hypothèse d'une colonne à bords plats, correspondant à un angle $\alpha \sim \pi/2$ (cf figure 1.5) ; il semble que cette approximation reste valable pour des colonnes assez étendues (et dans le cas d'un mouillage total).
Enfin, la dynamique d'étalement est également modifiée par la flexibilité des fibres. Cet effet n'a pas été observé directement, mais Duprat *et al.* ont étudié la dynamique d'évaporation d'une goutte mouillante étalée entre deux fibres flexibles [31] ; l'évaporation du liquide diminuant progressivement son volume, il peut arriver que celui-ci devienne inférieur au volume critique $\pi b^2 L$, conduisant à l'étalement de la goutte, donc à une modification importante de son taux d'évaporation. En effet ce taux est constant pour les gouttes (quasi sphériques) mais il augmente beaucoup pour les colonnes lorsque l'espacement entre fibre diminue (le liquide étant alors plus étalé).
Cette dernière étude se rapproche alors du comportement complexe mais plus réaliste d'une goutte de liant, qui s'étale en s'évaporant, et rapproche donc les fibres. Pour être complet, il faudrait aussi prendre en compte la dynamique de solidification de ce liant, elle-même liée à des effets thermiques.

Conclusion

Ce chapitre permet notamment de prédire la longueur mouillée L entre deux fibres connectées par un liquide en mouillage total. L'intérêt porté à cette longueur vient du fait qu'elle est directement responsable d'une force capillaire d'adhésion entre les fibres. On a montré l'existence de trois types de ponts liquides longitudinaux entre fibres coplanaires séparées par une troisième fibre.

Lorsque la distance moyenne d entre deux fibres non coplanaires est grande devant le rayon moyen b d'une fibre, elle impose une courbure des fibres pouvant conduire à leur séparation. Dans la limite des faibles courbures :

$$L \sim L_f - \left(\frac{Eb^3d^2}{\gamma}\right)^{1/4} \tag{2.45}$$

où E est le module de Young du matériau, γ la tension de surface du liquide et L_f la longueur moyenne d'une fibre.

Lorsque cette distance est plus faible, de l'ordre du rayon des fibres, on peut négliger leur courbure ; la longueur du pont liquide dépend alors de la façon dont il s'est formé.

Si le pont liquide se forme suite à la capture d'une goutte de liant de volume Ω par deux fibres déjà connectées formant un coin d'angle ϕ, la goutte s'étale en direction du coin et la longueur mouillée sera :

$$L \sim \sqrt{\frac{\Omega}{\phi b}}. \tag{2.46}$$

Si le pont liquide est au contraire formé lors de la capture d'une fibre par une goutte déjà accrochée sur une autre fibre, cette goutte aligne les fibres et s'étale entre elles. Cet étalement est complet si les fibres sont parallèles et séparées d'une distance plus petite que la distance critique $X_c = (\pi - 2)b$; si ces fibres font un angle ϕ, le liquide s'étale en s'éloignant de ce réservoir en coin et la longueur mouillée est alors de l'ordre de :

$$L \sim \frac{(\pi - 2)b}{\phi}. \tag{2.47}$$

Dans ces deux derniers cas, on a étudié la dynamique de l'étalement afin de prédire si ces différentes longueurs peuvent être atteintes avant un éventuel séchage du liquide.

Deuxième partie

Dynamiques forcées de gouttes funambules

Chapitre 3

Électrodynamique de gouttes funambules

Sommaire

3.1 Effets d'un champ électrique sur une goutte funambule 98

3.1.1 Observations préliminaires : conditions électriques d'étalement 98

3.1.2 Mesures avec une électrode plane 105

3.1.3 Modèle de champ critique d'inversion : goutte capacitive 108

3.1.4 Modèle de champ critique d'étalement : surpression électrostatique . . . 110

3.1.5 Autres géométries et effets dynamiques 117

3.1.6 Cônes de Taylor funambules 121

3.2 Étalement d'une goutte diélectrique sur une fibre conductrice . . . 124

3.2.1 Longueur d'étalement 124

3.2.2 Longueur d'onde 130

3.1 Effets d'un champ électrique sur une goutte funambule

3.1.1 Observations préliminaires : conditions électriques d'étalement

Les conducteurs électriques sont des matériaux contenant des porteurs de charge pouvant se déplacer facilement, et transmettre ainsi le courant. À l'inverse, les isolants, ou matériaux diélectriques, n'ont pas assez de charges mobiles pour conduire le courant. Mais cette faible mobilité permet aux diélectriques d'emmagasiner localement des excès de charges élevés. Ce phénomène est exploité dans les condensateurs, constitués de deux électrodes (conductrices) séparées par un diélectrique, ce qui permet le stockage temporaire de charges. Plus couramment, cet excès local de charges (ou "électricité statique") se produit lors du contact entre deux corps ayant une affinité différente pour les électrons ; le frottement entre ces corps amplifie le phénomène en renouvelant les zones de contact. On ressentira cette électricité statique de façon inattendue et souvent désagréable ; en effet, le corps humain peut également se charger en surface, s'il est isolé du sol (par exemple par des semelles de caoutchouc). Par temps sec, la charge accumulée peut être importante, l'air étant alors un très bon isolant ; la peau ne se déchargera qu'au contact avec un objet souvent conducteur, comme une portière de voiture, entraînant un léger picotement.
L'électrisation par frottement peut être utilisée, par exemple dans les photocopieurs pour charger et fixer l'encre sur une surface portant l'empreinte électrostatique du document à reproduire. Mais dans des processus de production, on cherche souvent à éviter les charges statiques qui provoquent l'adhésion des pièces isolantes entre elles ou avec les machines, et l'attraction de poussières chargées. Afin d'y remédier, on utilise des appareils produisant des champs électriques assez intenses pour diviser les molécules d'air en ions positifs et négatifs ; le matériau chargé attire les ions de polarité opposée et retrouve ainsi sa neutralité.

(a) (b)

FIGURE 3.1 – Matériel permettant d'observer l'étalement d'une goutte d'huile sur un fil métallique : (a) pistolet antistatique commercial Zerostat™ ; (b) règle en plastique électrisée par frottement. Ces deux objets produisent des champs électriques non uniformes et assez intenses pour étaler un liquide.

Parmi les systèmes ionisants, on trouve les pistolets antistatiques qui évitent l'accumulation de poussière sur les pièces moulées, les composants optiques ou les disques vinyles. Lorsqu'on actionne un tel pistolet (photographié sur la figure 3.1(a)), on libère un flux d'ions engendrés par des cristaux piézoélectriques comprimés. Ces ions sont positifs lorsque la gâchette est pressée,

négatifs lorsqu'elle est relâchée, la charge totale étant de l'ordre de 1.5 Coulombs. Que se passe-t-il si l'on tire avec ce pistolet en direction d'une goutte funambule ? Le résultat dépend beaucoup des propriétés électriques du liquide et du fil, comme l'illustre le tableau de la figure 3.2.

		Gouttes	
		conducteur (eau)	isolant (huile silicone)
Fibres	isolant (nylon ou verre)	légère déformation	déplacement latéral
	conducteur (métal)	variation de θ, chute	ÉTALEMENT

FIGURE 3.2 – Résultats expérimentaux observés lorsqu'une goutte funambule est soumise au champ électrique issu d'un pistolet antistatique, en fonction du caractère conducteur ou isolant du liquide et du fil. Une goutte isolante sur un fil conducteur s'étale le long du fil si le champ électrique est suffisant.

Le comportement d'une goutte funambule est lié au champ électrique intense et non uniforme créé lors du tir. Un tel champ s'obtient également en électrisant par frottement une règle en plastique (telle celle de la figure 3.1(b)) ; l'approche par cette règle de la goutte funambule produit des effets similaires à ceux décrits dans le tableau 3.2. Certains de ces effets (en bleu) ont déjà été décrits ; on en redonne ici une brève explication.

Sur un fil isolant (en nylon), une goutte d'eau n'est quasiment pas affectée, alors qu'une goutte d'huile est légèrement déplacée lors d'un tir latéral. Cet effet est connu depuis longtemps ; au VI^{e} siècle avant notre ère, les Grecs avaient remarqué que l'ambre frotté avec de la soie attire de petits morceaux de paille. Cette expérience d'électrisation par influence est communément réalisée à l'aide une règle en plastique frottée avec un morceau de laine, qui attire de petits morceaux de papier (s'ils sont assez légers). L'explication est la suivante : la règle frottée présentant un excès de charges négatives à sa surface, la répartition des charges change au sein du papier quand la règle s'en approche : les charges positives sont déplacées vers la périphérie, alors que les négatives sont repoussées loin de la règle. C'est le phénomène de polarisation propre aux diélectriques : placés dans des champs électriques, ils acquièrent une polarisation induite qui traduit macroscopiquement les déplacements de charges sur de petites distances. L'effet sur le papier est lié à la non-uniformité du champ ; l'attraction du côté positif par la règle (chargée négativement) l'emporte sur la répulsion du côté négatif, car celui-ci est plus loin de la règle, où le champ qu'elle crée est moins intense ; la force résultante est donc attractive, mais serait nulle dans un champ uniforme. Cette explication qualitative indique que le signe du champ ne joue pas ; on observe effectivement le même effet avec une tige de verre se chargeant positivement par frottement. Les déplacements de charges sont alors inversés, mais la force résultante reste attractive. Plus

généralement, un objet diélectrique placé dans un champ non uniforme est soumis à une force dirigée vers les régions où le champ est le plus intense [37].

Sur un fil conducteur (en cuivre), l'eau est en mouillage partiel et voit son angle de contact θ diminuer légèrement en présence d'un champ électrique ; cet effet connu nommé "électro-mouillage" peut être exploité avec un dispositif expérimental adapté, permettant d'obtenir une ample variation de θ [89]. Avec les tensions importantes utilisées dans ce chapitre, le changement brusque de θ peut conduire au décrochage de la goutte, qui tombe ou "saute" et se colle à l'électrode (avec l'électrode plane utilisée plus loin). Mais pour une goutte d'huile, dont l'angle de contact sur le fil de cuivre est nul, le phénomène observé est beaucoup plus spectaculaire : si la pointe du pistolet (ou la tranche de la règle) est assez proche (donc son champ assez intense), on assiste à un étalement du liquide le long de la fibre, comme on le voit sur la figure 3.3.

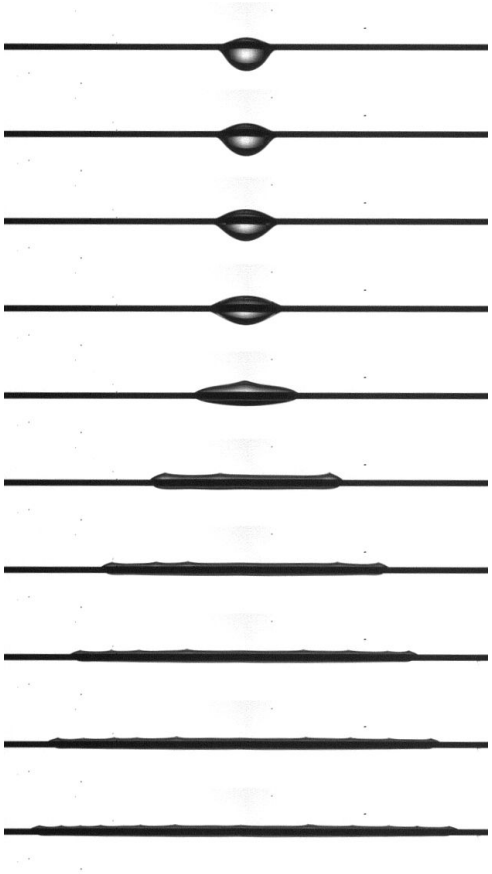


FIGURE 3.3 – Succession de photos ($\Delta t = 0.1$ s) en vue latérale montrant l'étalement d'une goutte funambule ($\Omega = 1.6$ μL, $b = 125$ μm) lors de l'approche manuelle (par au-dessus) d'une règle en plastique préalablement électrisée par frottement. La goutte s'étale sur une distance très supérieure à son diamètre (largeur des images : 2 cm).

Le manchon alors obtenu présente des bosses évoquant le chapelet de gouttes formées lors de

l'instabilité de Rayleigh-Plateau [123] ; l'arrêt du champ électrique (lié à la décharge du pistolet ou de la règle) conduit à la déstabilisation du manchon dont résultent plusieurs gouttes régulièrement espacées le long de la fibre. Ces gouttes étant reliées par un film d'huile, les voisines peuvent éventuellement se rapprocher et coalescer.

Là encore, le signe du champ électrique semble sans effet, puisque l'étalement est obtenu aussi bien en appuyant qu'en relâchant la gâchette du pistolet antistatique. Dans la suite de ce chapitre, on se concentrera sur cet effet qui engendre un étalement du liquide sur une distance très supérieure au rayon de la goutte initiale.

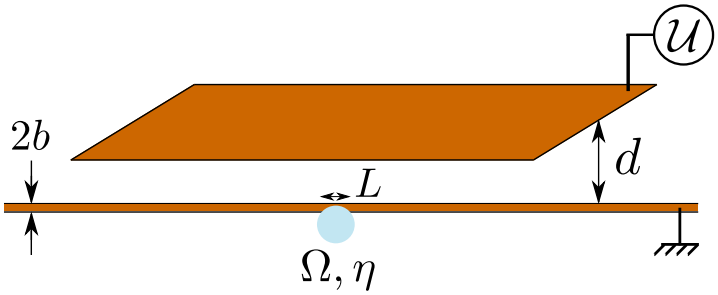
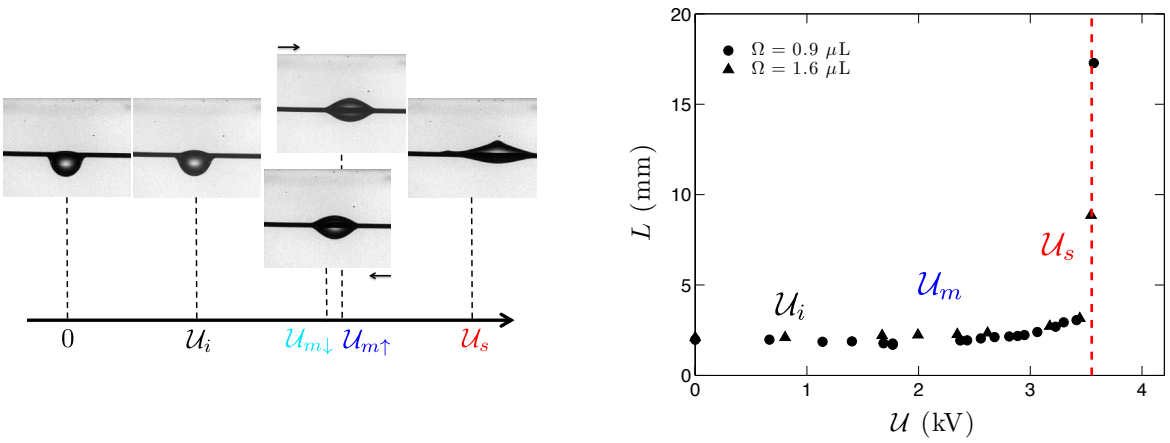


FIGURE 3.4 – Schéma du montage utilisé : on impose un champ électrique entre le fil de cuivre (de rayon b) relié à la masse et une plaque de cuivre horizontale située à la distance d du fil et reliée à un générateur de haute tension $\mathcal{U}$. Si le champ est assez intense, la goutte d'huile silicone (de volume Ω et viscosité η) s'étale sur une longueur L très supérieure à son diamètre, pouvant aller jusqu'à la longueur de la plaque.

Pour effectuer des mesures quantitatives de ce phénomène, on réalise le montage de la figure 3.4, avec des électrodes (fil et plaque) en cuivre non traité (pur à 99 %) et de l'huile silicone comme liquide. Lorsque l'on augmente progressivement la tension $\mathcal{U}$, mesurée à l'aide d'une sonde à haute tension (qui divise la tension d'un facteur 1000 environ, et calibrée précisément), différentes étapes précèdent l'étalement de la goutte.

La figure 3.5 montre ces observations successives : on relève d'abord (pour $\mathcal{U} > \mathcal{U}_i \sim 1$ kV) un déplacement léger et continu de la goutte vers le haut, c'est-à-dire vers la plaque. Ce phénomène correspond à l'attraction d'un milieu diélectrique par des zones de champ intense. Au-delà d'un seuil $\mathcal{U}_{m\uparrow} \sim 2$ kV, le déplacement n'est plus continu : la goutte bascule brusquement vers le haut de la fibre, et elle forme alors une sorte de pyramide. Ce saut a lieu à une tension mieux définie que $\mathcal{U}_i$. En outre, il est réversible, mais présente une hystérésis : si l'on diminue la tension, la goutte retombe sous la fibre pour une tension $\mathcal{U}_{m\downarrow}$ légèrement inférieure à $\mathcal{U}_{m\uparrow}$. En augmentant encore $\mathcal{U}$, on atteint enfin un deuxième seuil $\mathcal{U}_s$, pour lequel la goutte (alors sous forme de cône) s'étale de façon irréversible le long du fil.

Comme constaté plus haut avec le pistolet ou la règle, le liquide s'étale de chaque côté de la fibre en formant des pointes dont l'espacement est régulier, sauf au voisinage des bords où le liquide progresse sur la fibre sèche ; si le parallélisme entre les électrodes n'est pas parfait, la



(a) (b)

FIGURE 3.5 – Phénomènes observés lors de l'augmentation de la tension $\mathcal{U}$ sur le montage de la figure 3.4, avec $d = 3$ mm et $b = 125$ μm, et ordre de grandeur des tensions critiques associées : (a) photos (en vue latérale) de la goutte funambule de volume $\Omega = 1.6$ μL et (b) mesure de la longueur mouillée L correspondante, pour ce volume et pour une goutte plus petite. On note $\mathcal{U}_i$ la tension pour laquelle on commence à observer une influence du champ ($\mathcal{U}_i \sim 1$ kV, avec une imprécision importante), $\mathcal{U}_m \sim 2$ kV la tension pour laquelle la goutte bascule brusquement de l'autre côté de la fibre (de façon réversible, mais avec une légère hystérésis : $\mathcal{U}_{m\uparrow} > \mathcal{U}_{m\downarrow}$), et $\mathcal{U}_s \sim 3.5$ kV la tension au-delà de laquelle la goutte commence à s'étaler sur la fibre, laissant derrière elle un manchon constitué de gouttes plus petites reliées par un film. $\mathcal{U}_s$ semble peu dépendante du volume de liquide ; le passage au-delà de ce seuil très marqué (en pointillés rouges) n'est pas réversible.

goutte initiale s'étale préférentiellement d'un côté, d'où son déplacement apparent (cf la figure 3.6).

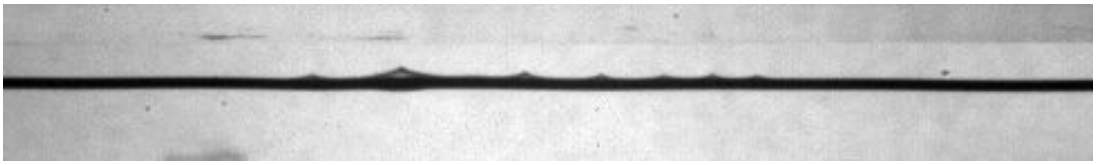


FIGURE 3.6 – Photo d'une goutte funambule ($\Omega = 1.8$ μL sur $b = 250$ μm) en train de s'étaler sous l'effet d'un champ électrique ($\mathcal{U} = 4.1$ kV, $d = 3$ mm). On distingue la goutte initiale, plus grosse que les gouttes filles engendrées lors de son étalement, qui est ici accompagné d'un déplacement vers la gauche en raison d'un réglage imparfait du parallélisme entre fil et plaque. Chacune de ces gouttes est surmontée d'un cône de Taylor.

Ces pointes de forme approximativement conique émettent des jets de minuscules gouttelettes, issus de leur sommet et dirigés vers la plaque ; un film à la caméra rapide permet de distinguer de tels jets, comme le montre la figure 3.7.

Ce phénomène a été étudié pour une goutte isolée, conductrice ou isolante, et placée dans un champ intense [35] ; observé initialement par Taylor [148], il est connu sous le nom de cône de Taylor. Ici les cônes se trouvent au sommet des gouttes issues de la déstabilisation du liquide

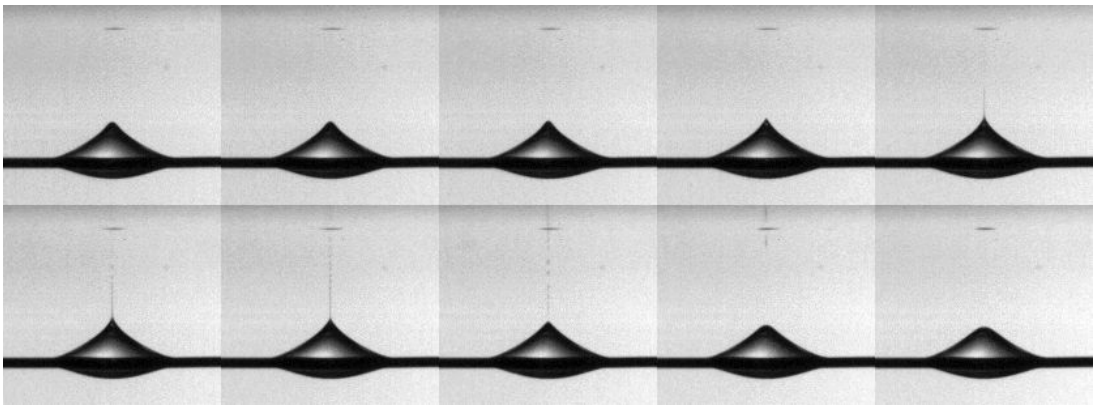


FIGURE 3.7 – Successions de photos (Δt = 0.3 ms) d'une goutte funambule (Ω = 0.9 μL sur b = 125 μm) dont l'extrémité est déformée en cône de Taylor vers la plaque portée à haute tension ($\mathcal{U}$=3.6 kV, d=3 mm) ; on observe l'émission d'un jet vertical se scindant en minuscules gouttelettes qui forment un résidu sur la plaque. L'émission se produit à partir d'une tension seuil $\mathcal{U}_c$, avec une fréquence dépendant du champ électrique, et elle est aussi présente au-dessus des cônes de Taylor après étalement du liquide.

étalé ; la goutte initiale émet aussi des gouttelettes juste avant de s'étaler. Dans la suite, on note $\mathcal{U}_c$ la tension seuil de formation d'un cône de Taylor, qui se situe donc dans l'intervalle $[\mathcal{U}_m, \mathcal{U}_s]$; mais sa mesure n'est pas très reproductible et semble dépendre d'effets dynamiques, contrairement aux autres tensions seuils évoquées sur la figure 3.5.
L'étalement est de moins en moins rapide, mais il se fait jusqu'aux bords de la fibre situés à la verticale de la plaque (c'est à dire dans toute la zone où règne le champ électrique) si l'on attend assez longtemps, et dans l'hypothèse d'un volume de liquide suffisant. Cette dynamique d'étalement sera étudiée au paragraphe 3.2 ; on cherche ici à comprendre les raisons de l'étalement en caractérisant les seuils en tension relevés.

Si l'on impose directement une tension supérieure à $\mathcal{U}_s$, le liquide s'étale immédiatement ; c'est ce qui se produit lorsque l'on tire au pistolet antistatique ou que l'on approche une règle frottée. Comme le montrent des mesures réalisées avec une sonde haute tension, ces deux objets permettent d'imposer brièvement un champ électrique plus intense que celui obtenu avec une plaque située à 3 mm et portée à 3.5 kV, donc de l'ordre de $\mathcal{U}/d \sim 1$ MV/m en première approximation. Cet ordre de grandeur est cohérent avec l'observation d'arcs électriques entre la pointe du pistolet et le fil, si l'on se rapproche encore un peu plus ; on est donc proche du champ disruptif (appelé aussi rigidité diélectrique, valant 3.6 MV/m par temps sec) à partir duquel l'air devient conducteur. On remarque d'ailleurs que la rigidité diélectrique de l'huile silicone utilisée ici (donnée dans l'introduction, cf la figure 4) est de 14 MV/m ; avec la distance d = 3 mm utilisée dans la suite, il faudrait une tension de 42 kV pour faire claquer l'huile, soit environ dix fois plus que les tensions utilisées ici. On peut calculer plus précisément le champ maximal $\mathcal{E}_{\max}$ obtenu avec des électrodes fil-plan ; l'ouvrage [4] fournit le rapport $\mathcal{E}_{\max}/(U/d)$ en fonction du rapport $(d+b)/b$ dans cette géométrie. Sauf mention contraire, les valeurs typiques utilisées ici

sont $d = 3$ mm et $b = 125$ μm ; le rapport $(d + b)/b = 25$ reporté dans la courbe donnée dans [4] indique que le champ électrique ne dépasse pas 6 fois la valeur estimée par U/d. Même si le champ imposé est relativement proche du champ disruptif de l'huile silicone, ce n'est donc pas son claquage qui explique l'étalement du liquide.
Pour tester l'influence de la forme du champ électrique, on a modifié le montage de la figure 3.4 pour obtenir un champ électrique différent quoique d'intensité proche. La figure 3.8 présente les conséquences sur les seuils de déplacement $\mathcal{U}_m$ et d'étalement $\mathcal{U}_s$. Ces tests qualitatifs vont permettre d'écarter certaines explications possibles de l'étalement.

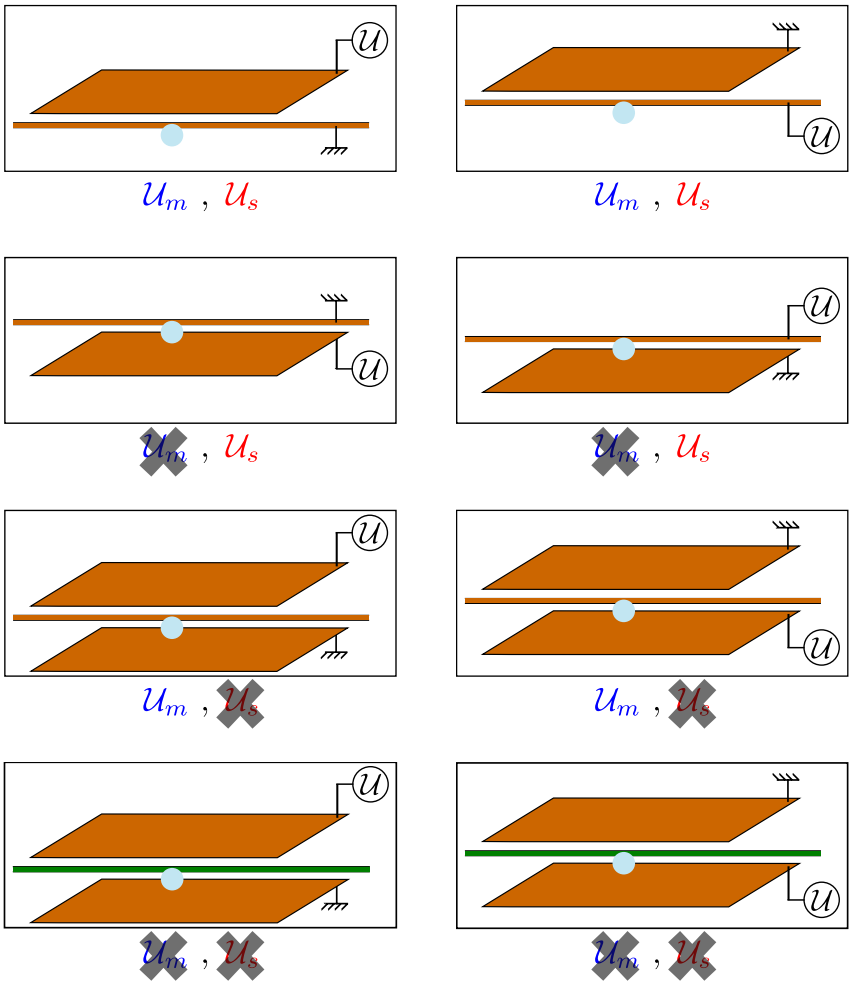


FIGURE 3.8 – Schémas des montages électriques testés : on peut inverser les branchements (deuxième colonne), retourner le montage pour inverser la gravité (deuxième ligne), utiliser deux plaques pour uniformiser le champ électrique (troisième ligne), et remplacer le fil de cuivre par un fil isolant (en nylon) de même taille (quatrième ligne). On indique les modifications alors observées sur les seuils de déplacement $\mathcal{U}_m$ et d'étalement $\mathcal{U}_s$.

On vérifie de nouveau que la polarité du champ est sans conséquence sur les deux effets de déplacement et d'étalement (car les deux colonnes de la figure 3.8 sont identiques) ; à ceci près que le déplacement de la goutte sera vers le bas et plus brutal si la plaque est sous la fibre, car

la gravité joue alors dans le même sens. On explique ainsi la disparition du déplacement vers le haut à la deuxième ligne (le champ est plus intense vers le bas). L'utilisation d'une plaque en regard comme deuxième électrode permet d'imposer un champ symétrique (haut-bas) ; si le fil est conducteur, on observe un léger déplacement vers le haut, qui vient du fait que la goutte est pendante et donc naturellement excentrée par rapport au fil. En outre, il n'y a pas d'étalement ; cependant, cet étalement est retrouvé dès que les deux plaques ne sont pas rigoureusement parallèles. Enfin si le fil est isolant (dernière ligne), le champ est uniforme (vertical) et la goutte (même pendante) n'est logiquement pas déplacée ; on constate également qu'elle ne s'étale pas. L'absence d'étalement pour les deux dernières configurations dans la figure 3.8 révèle l'importance du rôle d'électrode que doit jouer la fibre pour observer ce phénomène. Nous avons conclu ces observations préalables en testant un autre fil conducteur que le cuivre (figure 3.9).

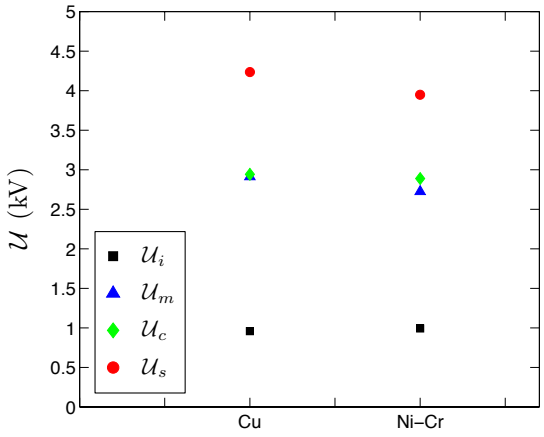


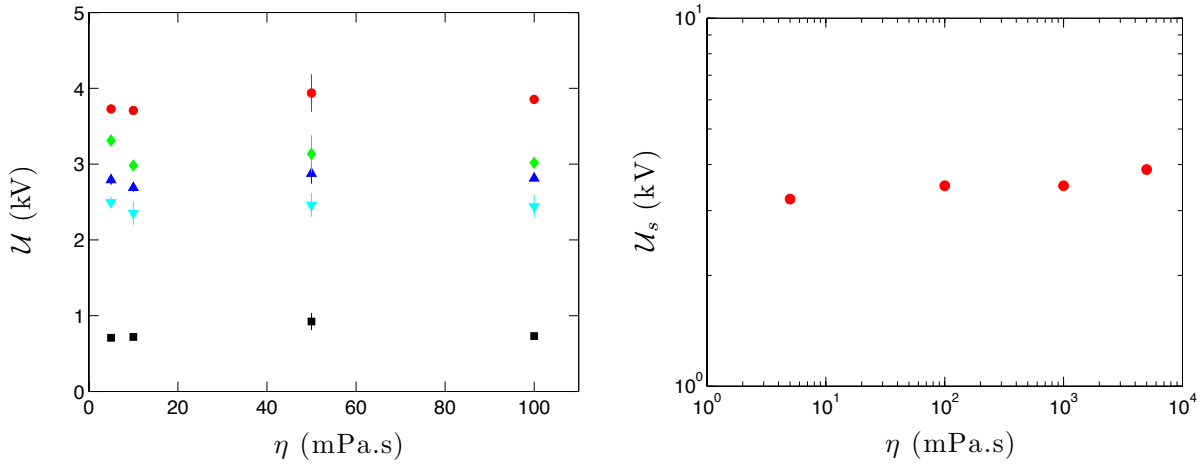
FIGURE 3.9 – Tracé comparatif des tensions seuils mesurées (avec $\Omega = 1.6$ μL, $b = 125$ μm et $d = 5$ mm) pour deux fils de nature chimique différente, l'un en cuivre et l'autre en alliage de nickel et de chrome ; on n'observe pas de différence appréciable.

On constate que la nature chimique du fil conducteur utilisé n'a pas d'influence sur les phénomènes observés ; cette comparaison exclut donc un effet dû à la présence éventuelle d'une fine couche d'oxyde du cuivre (connue pour être imperméable). Dans la suite, on n'utilisera que des fils en cuivre. Remarquons enfin qu'on ne mesure pas de courant macroscopique dans le fil ; on n'a pas cherché à déceler un éventuel courant électrique dans la suite de nos expériences.

3.1.2 Mesures avec une électrode plane

On présente ici les mesures de tensions seuils définies plus haut et rappelées sur la figure 3.10(a), réalisées avec le montage de la figure 3.4. Sur ce montage, les variations possibles des différents paramètres sont limitées. On a déjà vu que le volume maximal d'une goutte funambule dépend de la taille de la fibre, on ne pourra donc pas faire varier indépendamment Ω et b sur une grande gamme ; sauf exception, on se restreint au cas de fibres plus fines que la longueur capillaire. Par ailleurs l'amplificateur de tension continue utilisé ne permet pas de délivrer des

tensions supérieures à 4.5 kV environ. Pour que le champ créé ait tout de même un effet sur la goutte, il faut alors placer l'électrode plane assez près : d ne peut excéder 6 mm en pratique, alors qu'un espacement inférieur à 1 mm conduit à la création d'une jonction liquide entre les électrodes lors du déplacement de la goutte, ce qui déplace le fil et produit des arcs électriques. C'est finalement la viscosité du liquide que l'on peut faire varier largement, sans modifier notablement les propriétés électriques des huiles silicones selon leur fiche technique. Les variations des tensions seuils avec η sont présentées sur la figure 3.10.

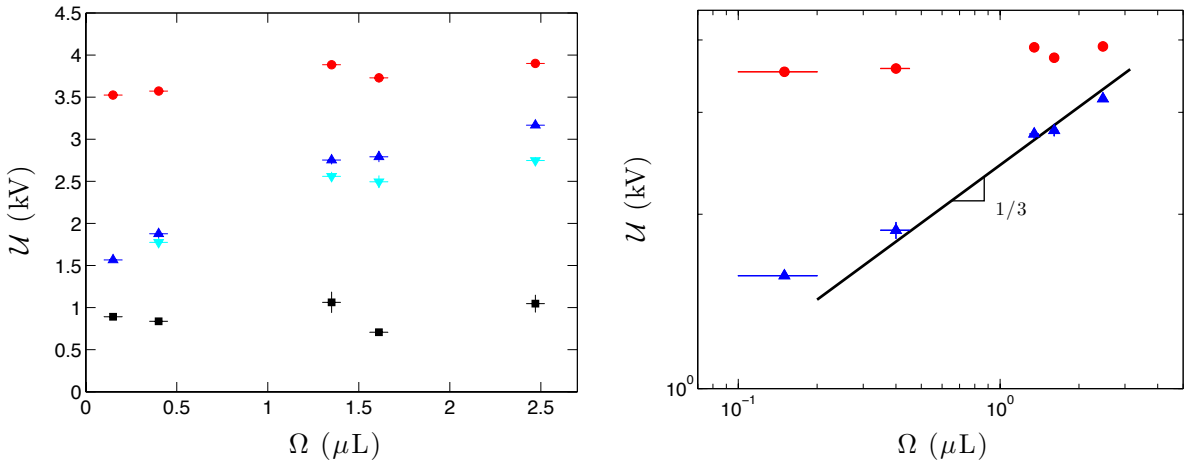


(a) (b)

FIGURE 3.10 – Tracés des tensions seuils de déplacement (carrés noirs), d'inversion vers le haut (triangles bleus foncés) et vers le bas (triangles bleus clair), d'émission de gouttelettes (losanges verts) et d'étalement (ronds rouges), avec $\Omega = 1.6$ μL, $b = 125$ μm et $d = 3$ mm, en fonction de la viscosité de l'huile silicone ; (a) tensions seuils dans le régime des faibles viscosités, en coordonnées linéaires ; (b) tension d'étalement $\mathcal{U}_s$ dans une grande gamme de viscosités, en coordonnées logarithmiques. La viscosité est sans influence notable sur les tensions seuils mesurées.

On constate que la viscosité est sans effet sur les seuils ; pour la suite de cette étude en statique, on utilisera une huile 5 fois plus visqueuse que l'eau (η= 5 mPa.s). La nature du liquide utilisé a cependant une influence via ses propriétés capillaires : la figure 3.10(b) indique qu'une huile 1000 fois plus visqueuse que l'eau présente un seuil d'étalement, ce qui n'est pas le cas du glycérol (de viscosité proche) qui est détaché de la fibre par le champ et vient se coller à la plaque avant d'atteindre des tensions aussi élevées. Ce détachement se produit à $\mathcal{U}_m$; on l'explique par le mouillage seulement partiel du glycérol. Son angle de contact sur la fibre n'est pas nul et la force capillaire qui retient la goutte à la fibre est inférieure à celle d'une goutte d'huile ; elle ne suffit pas à compenser la force d'attraction électrique, et le seuil d'étalement n'est donc plus accessible. On a aussi fait varier le volume de la goutte ; les résultats pour une fibre donnée sont présentés sur la figure 3.11. L'utilisation de fibres plus grosses fournit des résultats similaires sur une gamme de volumes légèrement plus importante.

On observe que seules les deux tensions seuil d'inversion dépendent notablement de Ω, et de



(a) (b)

FIGURE 3.11 – Tracé des tensions seuils définies plus haut en fonction du volume de la goutte (pour $b = 125$ μm et $d = 3$ mm), en coordonnées (a) linéaires et (b) logarithmiques. Lorsque le volume est assez grand, $\mathcal{U}_m$ varie comme $\Omega^{1/3}$ alors que $\mathcal{U}_s$ ne dépend quasiment pas de Ω.

façon similaire, c'est-à-dire selon une loi de puissance 1/3 dans la petite gamme explorée ; cette relation sature aux petits volumes, pour des volumes approximativement inférieurs à 0.3 μL lorsque $b = 125$ μm, ou 1 μL pour $b = 250$ μm. Ce seuil en volume augmentant avec b, il est susceptible d'être lié à la déformation du liquide.
Pour un volume donné, la taille de la fibre elle-même a peu d'influence sur $\mathcal{U}_m$, comme le montre la figure 3.12.

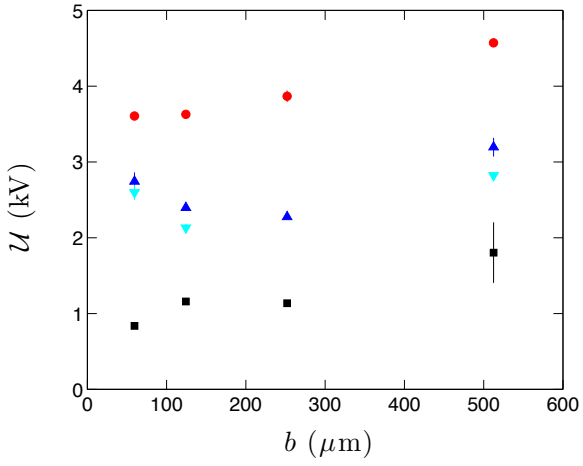


FIGURE 3.12 – Tracé des tensions seuils définies plus haut, en fonction du rayon du fil (pour $\Omega = 0.9$ μL et $d = 3$ mm) ; hormis une légère croissance de $\mathcal{U}_s$ avec b, ce paramètre a peu d'influence sur les différents seuils mesurés.

En particulier, l'amplitude de l'hystérésis présentée par $\mathcal{U}_m$ ne varie pas notablement avec b. Cette observation invalide une hypothèse qui aurait pu expliquer l'écart entre $\mathcal{U}_{m\uparrow}$ et $\mathcal{U}_{m\downarrow}$ en

faisant intervenir la force capillaire (proportionnelle à b) : celle-ci change brusquement de sens lors de l'inversion de part et d'autre de la fibre, puisqu'elle s'oppose essentiellement au poids (vers le bas) lorsque $\mathcal{U} < \mathcal{U}_{m\uparrow}$, et à la force d'attraction électrique (vers le haut) lorsque $\mathcal{U} > \mathcal{U}_{m\downarrow}$.
Le rayon de la fibre modifie légèrement le seuil en étalement $\mathcal{U}_s$; la compréhension de cette variation n'est pas immédiate, car b influence à la fois la forme du liquide mais aussi le champ électrique, la fibre jouant le rôle d'électrode. Une façon de ne jouer que sur le champ est de modifier d, comme présenté sur la figure 3.13.

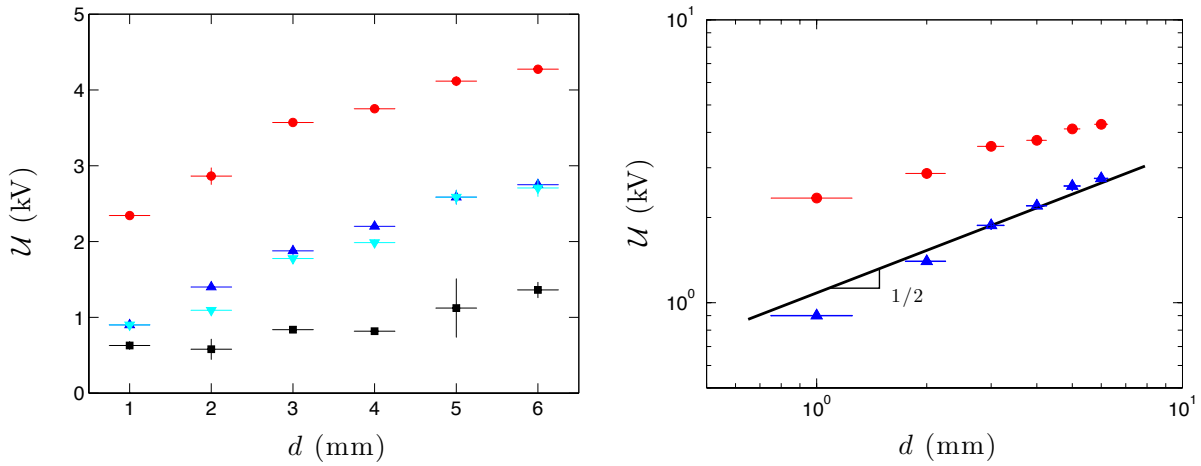


FIGURE 3.13 – Tracé des tensions seuils définies plus haut, en fonction de la distance entre le fil et la plaque (pour $\Omega = 0.4$ μL sur $b = 125$ μm), en coordonnées (a) linéaires et (b) logarithmiques. $\mathcal{U}_m$ varie comme $d^{1/2}$ alors que $\mathcal{U}_s$ croît moins vite, plutôt comme $d^{1/3}$.

On mesure une variation nette des seuils d'inversion et d'étalement avec le champ électrique, par l'intermédiaire de d : ces deux seuils en tension augmentent logiquement avec d, indiquant qu'il s'agit vraisemblablement de seuils en champ électrique. On modélise ces deux seuils dans la suite.

3.1.3 Modèle de champ critique d'inversion : goutte capacitive

On a constaté sur la figure 3.11 que la tension d'inversion $\mathcal{U}_m$ (correspondant au seuil de déplacement de la goutte vers le haut) augmente avec le volume. On propose un modèle très simple pour décrire ce seuil, en supposant que le champ électrique $\mathcal{E}$ est à l'origine d'une force F_e tirant la goutte vers le haut. On s'inspire de l'expression de la force exercée par un champ électrique extérieur sur une charge ponctuelle q :

$$\vec{F_e} = q\ \vec{\mathcal{E}}. \tag{3.1}$$

On considère donc ici que la goutte est "ponctuelle", et qu'elle porte une charge q ; le liquide étant isolant, cette charge est induite par le champ. Comme la plaque est portée au potentiel le

plus élevé, le champ est dirigé vers la fibre (on précisera plus loin l'allure du champ électrique, cf figure 3.15(a)), et la face supérieure de la goutte se charge négativement par influence ; $q < 0$ et la force (3.1) est bien dirigée vers le haut. Ce modèle ignore la localisation des charges induites ; on verra plus loin qu'elles sont susceptibles de se trouver en surface et en volume. Pour exprimer q, on propose toutefois une description légèrement plus élaborée de la goutte, cette fois modélisée par un condensateur plan. On considère en effet qu'elle porte des charges opposées sur deux bords en regard, distants de $l \approx 2\mathcal{R}$ et de surfaces $\mathcal{S} \approx 2\pi\mathcal{R}^2$. La capacité électrique C de cette goutte modèle est alors donnée par [37] :

$$C = \frac{\epsilon\mathcal{S}}{l} \approx K\epsilon_0\epsilon_r\pi\mathcal{R} \tag{3.2}$$

où K est un préfacteur lié à la forme réellement adoptée par le liquide, qui dépend donc du rapport entre les tailles de goutte et fibre, et peut différer entre une goutte et un cône de même volume.

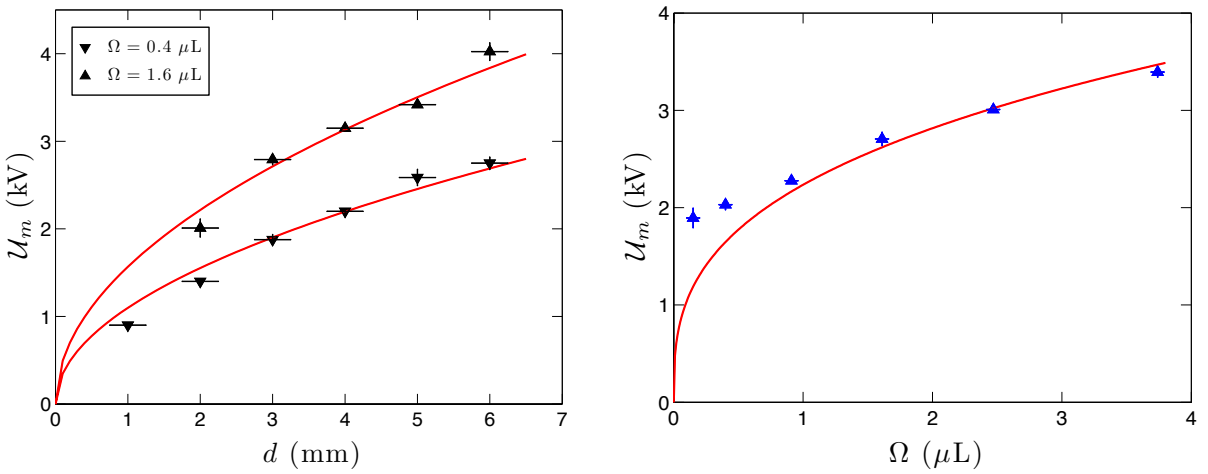
On écrit alors, en loi d'échelle, la charge électrique totale portée par la goutte comme le produit de cette capacité C (supposée constante) par la tension appliquée sur la plaque ; cette modélisation ignore donc le détail du champ électrique ainsi que la déformation de la goutte résultant de ce champ (et susceptible de faire varier C).

Pour en déduire l'expression de la force électrique ressentie par la goutte de charge $q = C\mathcal{U}$, on utilise de nouveau le modèle du condensateur, appliqué cette fois au montage électrique constitué des deux électrodes séparées par une couche d'air isolant. On approxime le champ entre la plaque et la fibre par celui régnant entre les deux armatures d'un condensateur plan séparées de d [37] : $\mathcal{E} \approx \mathcal{U}/d$. L'équation (3.1) donne alors $F_e = C\mathcal{U}^2/d = K\epsilon_0\epsilon_r\pi\mathcal{R}\mathcal{U}^2/d$. La goutte passe du côté supérieur de la fibre lorsque cette force compense son poids, d'où l'expression de la tension critique d'inversion :

$$\mathcal{U}_m \approx \frac{(4/3)^{1/6}}{\pi^{1/3}K^{1/2}}\sqrt{\frac{\rho g}{\epsilon_0\epsilon_r}}\; d^{1/2}\;\Omega^{1/3}. \tag{3.3}$$

Cette formule rend bien compte des dépendances en d et Ω observées sur les figures précédentes, ainsi que de la faible influence de b. On la teste plus quantitativement sur la figure 3.14, en ajustant le paramètre K pour décrire nos résultats.

Malgré les fortes approximations du modèle (3.3), on obtient un bon accord dans les gammes de d et Ω explorées, avec un coefficient $K \approx 0.1$ dépendant faiblement de Ω. Cette dépendance (ainsi que l'écart au modèle pour les plus petits volumes) peut être liée à la déformation du liquide. Le même ajustement (3.3) pour $\mathcal{U}_{m\downarrow}$ (relevé sur les figures précédentes) permet de déduire la capacité associée à la forme d'un cône de Taylor ; on trouve un coefficent K légèrement plus élevé, $K \approx 0.12$. Autrement dit, une forme de cône permet de stocker légèrement plus de charges que le même volume ramassé en goutte ; la force électrique subie à la transition présente donc un saut, et cette discontinuité de capacité (d'origine géométrique, liée à un effet de pointe) peut expliquer la rapidité du mouvement d'inversion de la goutte, et l'hystérésis associée.



(a) (b)

FIGURE 3.14 – (a) Tracé de la tension seuil d'inversion $\mathcal{U}_m$ en fonction de la distance entre le fil (de rayon $b = 125$ μm) et la plaque, pour deux volumes de liquide, et ajustement (en rouge) par la formule (3.3) avec $K = 0.09$ pour le petit volume, et $K = 0.11$ pour le grand volume. (b) Tracé de $\mathcal{U}_m$ en fonction du volume Ω de liquide, pour $b = 250$ μm et $d = 3$ mm, et ajustement (en rouge) par (3.3) avec $K = 0.12$. On observe un accord acceptable au-delà d'un volume de l'ordre de 1 μL.

3.1.4 Modèle de champ critique d'étalement : surpression électrostatique

Hypothèses envisagées

L'étalement d'un liquide sur une fibre a été observé dans d'autres conditions expérimentales ; on pense notamment à la transition goutte/manchon pour un liquide en mouillage total placé sur une fibre [19]. Dans ce cas, les forces de van der Waals entraînent l'étalement d'un film nanométrique ; l'effet est donc moindre que dans nos expériences. Un effet analogue a cependant été observé à l'échelle macroscopique, lors de l'ascension d'un ferrofluide en mouillage partiel le long d'une fibre verticale parcourue par un courant qui crée un champ magnétique [7]. La force magnétique sur le liquide étant plus intense que les forces de van der Waals, elle provoque l'étalement d'un manchon plus épais ; cette expérience se rapproche donc de notre étude. On se demande comment expliquer l'étalement observé ici.

On a déjà écarté certaines hypothèses comme le claquage de l'huile ou d'un vernis isolant la fibre. Signalons aussi que la permittivité du liquide reste constante tant que le champ électrique appliqué ne dépasse pas le MV/cm [152], ce qui est le cas dans notre étude.

On pourrait en revanche imaginer une variation de la tension de surface de l'huile avec la charge. Un tel effet a été étudié par Lippmann [71], et observé indirectement par Rayleigh [123],[100] qui a considéré les variations de la fréquence d'oscillations de gouttes en chute libre préalablement chargées. Une expérience similaire a été réalisée plus récemment par M. Brandenbourger et S. Dorbolo [18] ; ils modélisent avec succès l'effet observé par une variation de γ avec la charge q.

En effet, des charges de mêmes signes localisées en surface de la goutte se repoussent, créant une contrainte qui tend à augmenter l'interface liquide-air, à l'encontre de la capillarité. Il en résulte une tension de surface apparente diminuée ; pour notre goutte funambule, on peut imaginer que le liquide localisé près de la fibre conductrice s'y décharge, et garde la tension de surface du liquide neutre, alors que la partie supérieure du cône se charge, faisant localement diminuer γ. Le gradient de tension de surface en résultant aurait bien tendance à étaler la goutte : on verra plus loin qu'on peut effectivement modéliser l'étalement de la goutte par un tel effet Marangoni. Le seuil observé correspondrait à une saturation de la surface de la goutte par des charges, analogue à une explosion de Coulomb pour des gouttes isolées (se produisant lorsque la tension de surface apparente s'annule) [123]. Cette hypothèse semble confirmée par le fait que le seuil d'étalement $\mathcal{U}_s$ est très proche du seuil d'émission par un cône de Taylor $\mathcal{U}_c$: il y a bien un effet de saturation de charges, et l'étalement constitue une sorte d'explosion de la goutte guidée le long de la fibre. On remarque cependant que le caractère conducteur du fil utilisé est aussi lié au rôle d'électrode qu'il doit jouer, afin d'obtenir un champ non uniforme et plus intense au voisinage de cette fibre. Le déplacement de liquide par ce type de champ, ou diélectrophorèse liquide, constitue une autre explication possible au mouvement observé.
On se demande alors d'où viennent les charges responsables de l'étalement. On exclut l'influence d'impuretés au sein de l'huile silicone, présentes (et responsables de sa faible conductivité), mais en quantité trop faible. Le fait que l'étalement ait lieu au-delà d'un seuil peut aussi suggérer un phénomène d'injection de charges [152], [143], mécanisme initié par des champs assez élevés : aux hautes tensions, des réactions électrochimiques se produisent aux interfaces avec les électrodes et entraînent l'apparition d'ions dans le liquide. Ce phénomène est invoqué pour expliquer l'électroconvection observée à proximité d'électrodes pointues immergées, ou encore l'effet Sumoto [101],[102],[162], plus proche de notre étude, avec l'influence supplémentaire de la gravité : un liquide isolant monte le long d'une électrode cylindrique portée à une haute tension (jusqu'à une hauteur maximale où le manchon liquide se déstabilise). Cet effet est cependant peu probable dans notre expérience essentiellement baignée dans l'air ; de plus, les champs électriques nécessaires à l'injection de charges sont souvent supérieurs à ceux utilisés ici, car de l'ordre de 5 à 20 MV/m (même s'ils se rapprochent de 50 kV/cm pour des liquides de permittivité plus faible).
Les charges sont plus vraisemblablement induites dans le liquide, et l'effet observé est lié à la polarisabilité du milieu, qui déplace le liquide vers les zones de champ plus intense (comme décrit en début de chapitre). On va voir que cette explication conduit à identifier une surpression due au champ au sein du liquide.

Surpression électrostatique

Pour modéliser le champ critique d'étalement, on commence par décrire plus précisément la charge q portée par la goutte d'huile dans un champ non uniforme. Dans l'huile apolaire utilisée, il n'y a pas de dipôles permanents : seuls les dipôles induits par le champ contribuent à

la polarisation de la goutte. Comme vu plus haut, ces dipôles sont liés au décalage des centres de masse des charges positives (les noyaux atomiques) et négatives (les nuages électroniques) sous l'effet du champ ; une caractérisation macroscopique de cet effet est donnée par le nombre de dipôles par unité de volume, qui définit la polarisation $\vec{\mathcal{P}}$ [37]. En supposant que malgré les hautes tensions imposées, le diélectrique utilisé reste en régime linéaire (en plus d'être homogène et isotrope), ce vecteur est proportionnel au champ électrique selon :

$$\vec{\mathcal{P}} = \epsilon_0 \chi \vec{\mathcal{E}} \tag{3.4}$$

où $\epsilon_0 \approx 8.85\ 10^{-12}$ F/m est la permittivité du vide, et $\chi = \epsilon_r - 1 = 1.59$ est la susceptibilité électrique de l'huile silicone utilisée (cf le tableau de la figure 4 donnant ϵ_r). Celle-ci étant isolante, la goutte peut se charger en surface dans un champ électrique uniforme, mais peut aussi acquérir une charge volumique si le champ n'est plus uniforme. En effet, on peut montrer que les effets de la polarisation d'un diélectrique sont équivalents à la superposition d'une densité surfacique σ_i et volumique ρ_i de charges de polarisation (ou charges induites), dont le lien avec le vecteur polarisation est donné par les relations [37] :

$$\sigma_i = \vec{\mathcal{P}}.\vec{n},\ \rho_i = -\vec{\nabla}.\vec{\mathcal{P}} \tag{3.5}$$

où $\vec{n}$ est le vecteur unitaire normal à la surface du diélectrique. Avec (3.4), il apparaît que $\rho_i \neq 0$ si $\mathcal{E}$ n'est pas uniforme.

On en déduit une interprétation qualitative des tests rapportés sur la figure 3.8, pour lesquels il semble qu'un champ uniforme suffise à déplacer la goutte, alors qu'un champ non uniforme est nécessaire pour l'étaler ; une goutte pourra donc être déplacée si elle est chargée en surface, mais ne pourra s'étaler que si elle comporte des charges induites en volume.
Avec l'expression de la force électrique (3.1) valable pour une charge et d'après le principe de superposition, la force électrique due aux charges en volume s'écrit comme l'intégrale sur le volume du liquide de la force volumique f_e, dont l'expression issue de (3.5) et (3.4) est :

$$\vec{f_e} = \rho_i \vec{\mathcal{E}} = -\vec{\nabla}.(\epsilon_0 \chi \vec{\mathcal{E}})\ \vec{\mathcal{E}} = -\vec{\nabla}\left(\frac{\epsilon_0 \chi \mathcal{E}^2}{2}\right). \tag{3.6}$$

Pour établir cette dernière égalité, on a supposé que χ (et donc ϵ_r) est constant au sein du liquide : l'huile est supposée homogène. Cette expression indique en outre que la force électrique volumique s'écrit comme le gradient d'un scalaire, identifié à la surpression électrosatique P_e régnant dans la goutte soumise au champ $\mathcal{E}$:

$$P_e = \frac{\epsilon_0 \chi \mathcal{E}^2}{2}. \tag{3.7}$$

Cette surpression favorise l'étalement du liquide dans la région des champs intenses (le long de la fibre). On en déduit un critère simple expliquant le seuil en étalement : il a lieu lorsque la

surpression électrostatique dans la goutte à proximité de la fibre l'emporte sur la surpression capillaire P_c dans l'extrémité du manchon. On suppose en effet que la pression dans la goutte déformée en cône de Taylor juste avant étalement n'est plus influencée par la fibre, alors que le précurseur du manchon, très fin et en contact avec la fibre conductrice, n'est pas chargé. Sa surpression est donc uniquement liée à la courbure de la fibre selon :

$$P_c \approx \frac{\gamma}{b}. \tag{3.8}$$

On supposera que la pression dans l'extrémité du manchon progressant sur la fibre est encore donnée par (3.8) lors de l'étalement. L'égalité entre les deux surpressions (3.7) et (3.8) fournit l'expression du champ critique d'étalement $\mathcal{E}_s$:

$$\mathcal{E}_s \approx \sqrt{\frac{2\gamma}{\chi\epsilon_0 b}}. \tag{3.9}$$

Avec une goutte funambule typique de nos expériences ($\gamma = 20$ mN/m, $\chi = 1.59$, $b = 125$ μm), on calcule une surpression capillaire $P_c \approx 160$ Pa, d'où un champ critique de 4.8 MV/m environ. En supposant que ce champ est de l'ordre de U/d où $d \approx 3$ mm, on en déduit une tension seuil de 14 kV : c'est environ 4 fois plus que la tension mesurée. Un tel ordre de grandeur est cependant accessible avec le montage fil-plan, puisqu'on a indiqué plus haut que le champ exact peut alors atteindre 6 fois la valeur donnée par $\mathcal{U}/d$; la géométrie du montage avec le fil est essentielle, elle concentre les lignes de champ au voisinage de la goutte.

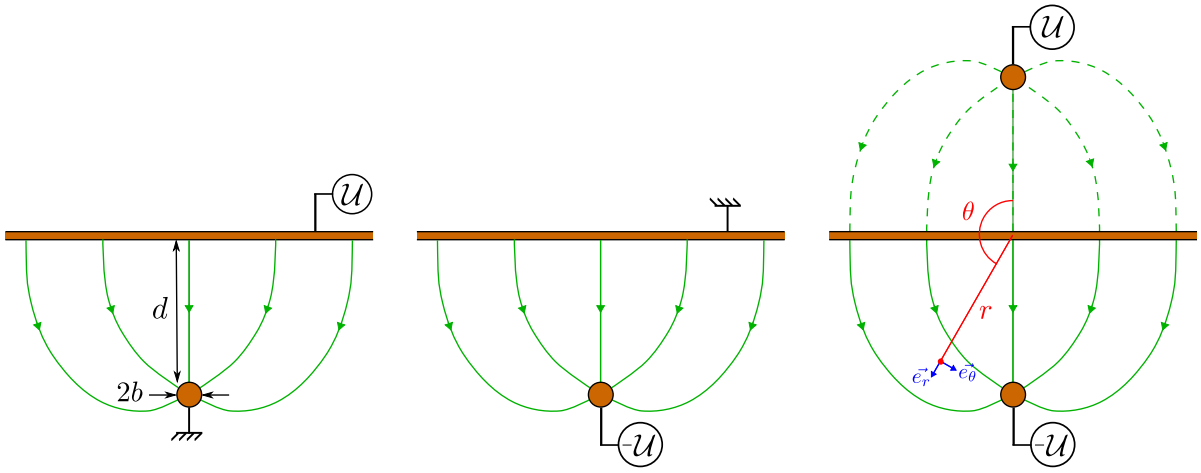
Remarquons qu'il est possible de modéliser différemment l'effet du champ sur le liquide en utilisant le formalisme de l'électrohydrodynamique des milieux diélectriques [134]. L'expression la plus générale de la force volumique agissant sur un liquide placé dans un champ électrique est la force dite de Korteweg-Helmholtz [65] (issue du tenseur des contraintes de Maxwell [134]) :

$$\vec{f}_{KH} = \rho_l \vec{\mathcal{E}} - \frac{\mathcal{E}^2}{2}\vec{\nabla}\epsilon + \vec{\nabla}\left[\frac{\mathcal{E}^2}{2}\rho\left(\frac{\partial\epsilon}{\partial\rho}\right)_T\right]. \tag{3.10}$$

Le premier des trois termes du membre de droite est la force de Coulomb volumique (analogue à (3.1)), proportionnelle à la densité de charges libres, supposée nulle pour notre huile isolante. Le dernier de ces termes est la force volumique d'électrostriction, également nulle pour un liquide supposé incompressible. Le terme central, appelé force volumique diélectrophorétique, diffère de (3.6). L'article [57], qui s'intéresse à certains effets de cette force, indique que son expression donnée par (3.10) n'est pas exacte (en particulier, la localisation de $\vec{f}$ au niveau de l'interface entre les deux fluides n'a pas de sens physique) mais permet de déduire la force exercée sur le liquide par intégration volumique. Cette affirmation valide notre approche en terme de pression ; la formule (3.10) donne une expression analogue à (3.6) en supposant que le champ électrique varie peu à la traversée de l'interface entre les fluides, alors que ϵ passe de $\epsilon_r\epsilon_0$ dans l'huile à ϵ_0 dans l'air (soit une différence de $\chi\epsilon_0$). Un champ uniforme étalerait cependant aussi la goutte d'après cette formule, en contradiction avec les résultats expérimentaux.

Expression du champ électrique

Pour tester plus précisément le modèle de champ critique (3.9) avec nos expériences, on calcule le champ électrique exact lié à la géométrie imposée par le fil. À la figure 3.15, on rappelle cette géométrie, et on indique un montage équivalent, constitué de deux fils et produisant le même champ électrique dans le demi-espace inférieur. L'avantage de cette dernière configuration est le calcul plus aisé du champ ; dans l'axe du fil, les lignes de champs ressemblent donc à celles créées par un ensemble de deux charges ponctuelles opposées (figure 3.16).



(a) (b) (c)

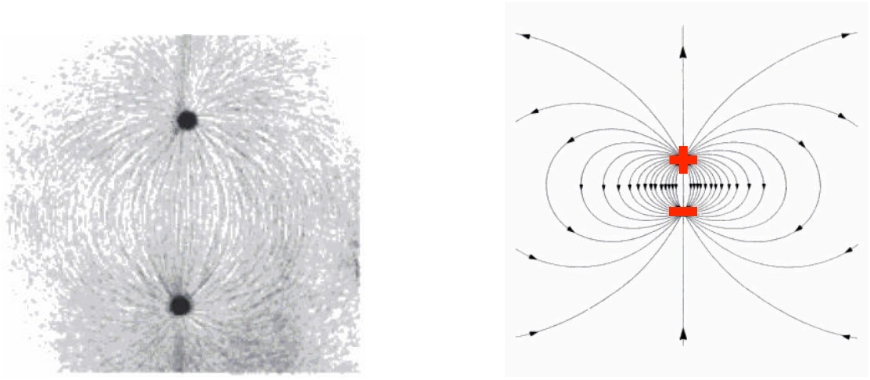
FIGURE 3.15 – Schéma de trois branchements électriques pour le montage de la figure 3.4 vu en coupe (la fibre étant représentée par un cercle et la plaque par un rectangle), et allure des lignes de champ identiques (en vert) qui en résultent : (a) configuration utilisée expérimentalement ; (b) la tension étant définie à une constante près, on peut la décaler de $-\mathcal{U}$; (c) d'après la méthode des images, on peut remplacer la plaque à la masse par une fibre image de la première par cette plaque, de charge opposée. Les lignes de champ (parallèles au champ) sont orthogonales aux conducteurs (où $\mathcal{E}$ s'annule).

On calcule le champ électrique régnant entre les deux fils de la figure 3.15(c). Pour cela, on calcule d'abord le potentiel créé par ces fils en partant de l'expression (issue du théorème de Gauss) du potentiel créé à la distance r par une distribution de charge surfacique uniforme σ sur un fil de diamètre b : $\mathcal{V} = -\sigma b \ln(r)/\epsilon_0 +$ cste [37], et en utilisant le théorème de superposition pour prendre en compte les deux fils. Avec les notations en coordonnées polaires de la figure 3.15(c) et les branchements de la figure 3.15(a) (correspondant à l'expérience), et en imposant les conditions limites équivalentes $\mathcal{V}(r = d,\, \theta = 0) = \mathcal{U}$ et $\mathcal{V}(r = d,\, \theta = \pi) = -\mathcal{U}$, on obtient :

$$\mathcal{V} = \mathcal{U} + \frac{\mathcal{U}}{2\ln(1+2d/b)} \ln\left(\frac{(d+b)^2 + r^2 + 2(d+b)r\cos\theta}{(d+b)^2 + r^2 - 2(d+b)r\cos\theta}\right). \tag{3.11}$$

On remarque que cette expression vérifie aussi $\mathcal{V}(\theta = \pm\pi/2) = \mathcal{U}\ \forall r$; ce potentiel est bien celui qui règne sous la plaque de la figure 3.15(a). On en déduit le champ $\vec{\mathcal{E}} = -\vec{\nabla}\mathcal{V}$:

$$\vec{\mathcal{E}} = -\frac{2\,\mathcal{U}\,(d+b)}{\ln(1+2d/b)}\,\frac{[(d+b)^2 - r^2]\cos\theta\ \vec{e_r} - [(d+b)^2 + r^2]\sin\theta\ \vec{e_\theta}}{(d+b)^4 + r^4 + 2(d+b)^2 r^2 - 4(d+b)^2 r^2\cos^2\theta}. \tag{3.12}$$



(a) (b)

FIGURE 3.16 – Photographie des lignes de champ créées par deux petits conducteurs de charges opposées, visualisées par la présence de morceaux de fils en suspension dans de l'huile, qui s'alignent avec le champ électrique. (b) Tracé des lignes du champ électrique produit par deux charges ponctuelles opposées. (Images issues de [136].)

Cette expression exacte permet d'obtenir un tracé des lignes de champ analogue à celui de la figure 3.16(b). À la surface de la fibre, et sur l'axe de symétrie, on a $\theta = \pi$ et $r = d$, d'où un champ électrique orienté vers le bas, de norme :

$$\mathcal{E} = \frac{2\,\mathcal{U}(d+b)}{b(2d+b)\ln(1+2d/b)} = 2\,\frac{\mathcal{U}}{b}\,G(d/b). \tag{3.13}$$

Dans cette dernière expression, on a introduit (pour simplifier certaines équations qui suivent) la fonction sans dimension G de la variable adimensionnée d/b, liée à la géométrie du système fil-plan, et définie par :

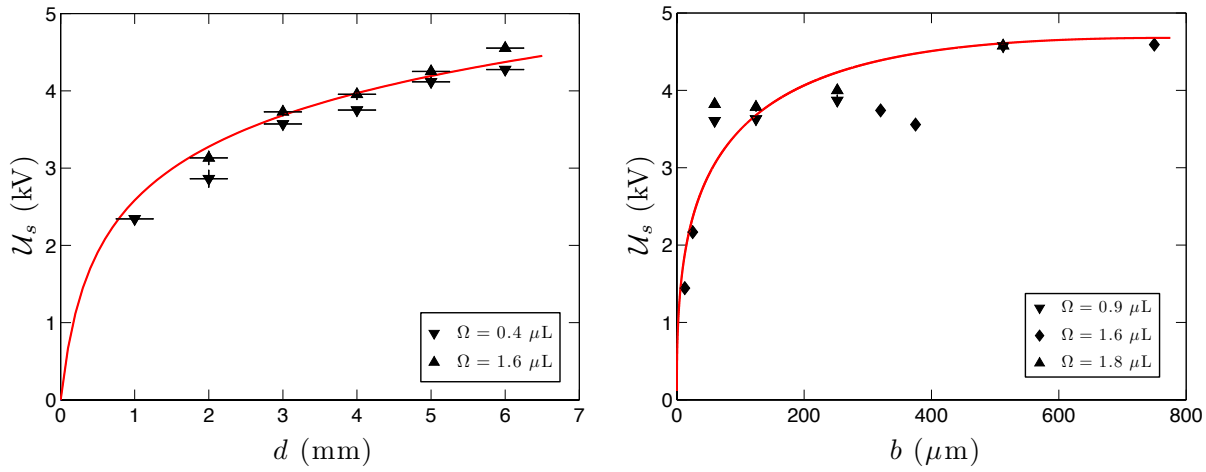
$$G(x) = \frac{1+x}{(1+2x)\ln(1+2x)}. \tag{3.14}$$

L'ouvrage [4] calcule directement le champ électrique sur l'axe entre les fibres de la figure 3.15(c) en appliquant le théorème de Gauss pour une fibre (et en exprimant la tension imposée en fonction de l'intégrale du champ pour éliminer la charge électrique inconnue), puis en utilisant le principe de superposition ; l'expression obtenue, estimée sur la fibre inférieure, redonne bien (3.13).

Toutes ces expressions sont exactes en l'absence de goutte ; la présence d'un diélectrique modifie l'allure des lignes de champ. On trouvera par exemple dans [167] le tracé numérique du champ dans une goutte diélectrique posée sur une électrode plane et déformée par un champ. On suppose cependant que c'est le champ dans l'air à proximité de la ligne triple, donné par (3.13), qui impose la pression électrostatique (3.7) dans le liquide proche. Ce champ atteint le seuil (3.9) pour la tension seuil d'étalement donnée par :

$$\mathcal{U}_s \approx \sqrt{\frac{\gamma b}{2\chi\epsilon_0}}\,\frac{(2d+b)}{(d+b)}\ln(1+2d/b) = \sqrt{\frac{\gamma b}{2\chi\epsilon_0}}\,G(d/b)^{-1}. \tag{3.15}$$

Sur la figure 3.17, on a tracé l'évolution de $\mathcal{U}_s$ avec les paramètres d et b afin de tester le modèle (3.15).



(a) (b)

FIGURE 3.17 – (a) Tracé de la tension seuil d'étalement en fonction de la distance entre le fil (de rayon $b = 125$ μm) et la plaque, pour deux volumes de liquide, et ajustement (en rouge) du modèle donné par (3.15) avec un coefficient multiplicatif valant 1.62. On retrouve l'influence négligeable de Ω déjà constatée sur la figure 3.11. (b) Tracé de la tension seuil d'étalement en fonction du rayon de la fibre, pour $d = 3$ mm et 3 volumes de liquide, et ajustement (en rouge) du modèle donné par (3.15) avec le même coefficient multiplicatif 1.62.

La figure 3.17 montre que le modèle proposé décrit bien les résultats expérimentaux (à un préfacteur de l'ordre de l'unité près). On interprète donc l'étalement observé comme un effet diélectrophorétique induit par un champ non uniforme.

Remarques bibliographiques

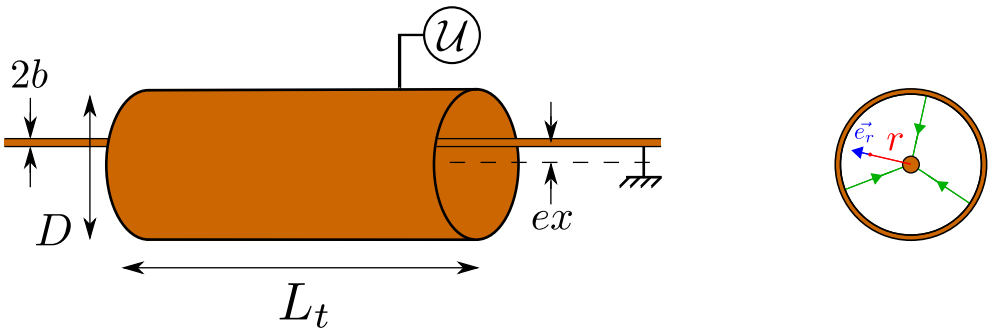
Un effet similaire d'étalement a été observé sur des diélectriques en mouillage partiel [81], et permet alors le contrôle réversible de l'angle de contact ; dans notre étude concernant un liquide totalement mouillant, il n'y a pas de tel phénomène d'électromouillage. L'article [57] s'attache ainsi à distinguer ces deux effets d'un champ statique sur un liquide, l'électromouillage et la diélectrophorèse liquide ; cette dernière résulte d'une force électromécanique permettant le transport de liquide, sans lien avec la forme du ménisque et non localisable, contrairement aux forces en jeu dans l'électromouillage (qui s'appliquent sur la ligne triple). La plupart des expériences impliquent les deux effets simultanément, comme l'expérience historique de Pellat [99] concernant la montée d'un liquide diélectrique entre deux électrodes. L'expérience présentée ici, qui met en jeu un liquide en mouillage total mais ramassé grâce à la fibre, permet d'isoler l'effet diélectrophorétique.

Par ailleurs, la condition d'égalité entre pressions électrostatique et capillaire a déjà été utilisée dans [148] pour des gouttes isolées de conductivités plus élevées ; elle permet de prédire la forme de ces gouttes et le seuil au-delà duquel elles se déstabilisent (sous forme de cônes de Taylor). La déformation et la stabilité de gouttes diélectriques sous l'effet de champs intenses ont été

étudiées théoriquement et numériquement pour différentes géométries (gouttes isolées, posées ou pendantes), dans [127],[126],[85],[137],[121],[54], [141] et [167], où l'on trouvera aussi l'allure du champ dans la goutte. La plupart de ces articles résolvent simultanément l'équation de Laplace pour le potentiel et l'équation de Young-Laplace pour la forme de la goutte ; le traitement de la singularité de forme lors de la déstabilisation diffère suivant l'étude.
D'autres articles font état d'applications éventuelles de tels déplacements de liquide sans contact, comme la stabilisation de liquides en gravité nulle [48], la fabrication de lentilles liquides de distance focale ajustable [169],[13], ou encore le déplacement de liquides peu confinés en micro ou nano-fluidique [56].
Enfin, certains articles s'attachent à des effets plus subtils pouvant constituer un prolongement de notre étude. L'article numérique [10] s'intéresse ainsi au cas d'une goutte de diélectrique posée ou pendante, mais en régime non linéaire, et prédit sa forme ainsi que le champ dans et hors le liquide. L'article numérique [137] s'intéresse au détail de la forme d'une goutte immergée dans un autre fluide soumise à un champ intense. Un test expérimental de ces effets consisterait à faire varier la nature du liquide ; nous n'avons pas exploré cette piste, en préférant tester d'autres configurations du champ électrique.

3.1.5 Autres géométries et effets dynamiques

Tests avec une électrode cylindrique

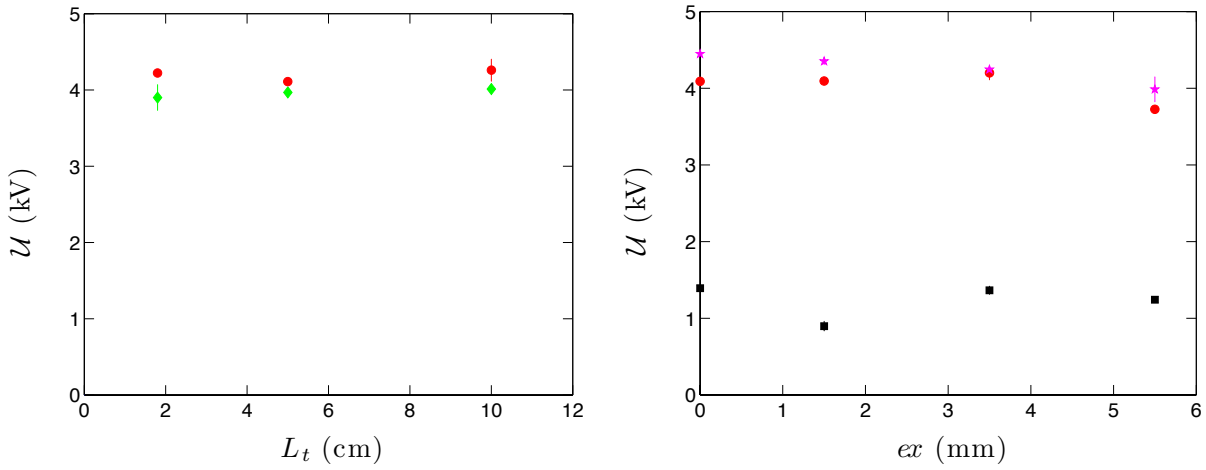


(a) (b)

FIGURE 3.18 – (a) Schéma du montage électrique avec une électrode cylindrique autour du fil, et notations associées : la fibre est décalée de ex par rapport à l'axe du tube, de diamètre D et longueur L_t. (b) Vue en coupe des électrodes dans le cas centré, et tracé de l'allure du champ (radial).

L'utilisation d'une électrode cylindrique autour du fil permet d'imposer un champ électrostatique différent, encore non uniforme (cf figure 3.18). On observe de nouveau différents seuils en tension similaires à ceux relevés avec une électrode plane (cf figure 3.19). La goutte est d'abord déplacée vers le milieu du tube (si elle est a été déposée près d'un bord) pour une tension proche

des valeurs de $\mathcal{U}_i$ avec le montage précédent. En augmentant la différence de potentiel, on retrouve aussi l'émission de gouttelettes par un cône de Taylor surmontant la goutte, puis l'étalement du liquide. On observe enfin un autre seuil une fois le liquide étalé, avec l'apparition d'ondes à la surface du manchon. Ces ondes peuvent être dues à une intensité élevée du champ ; elles sont aussi observées lorsqu'on utilise une règle frottée ou un pistolet antistatique pour créer le champ. L'étude [60], qui concerne l'étalement d'un film d'huile s'étalant vers le coin formé par deux électrodes planes, mentionne l'existence d'ondes similaires dans ce cas et modélise leur vitesse.



(a) (b)

FIGURE 3.19 – Tracé des tensions seuils de déplacement (carrés noirs), d'émission de gouttelettes (losanges verts), d'étalement (ronds rouge) et d'apparition d'ondes (étoiles mauves) pour une goutte funambule ($\Omega = 0.4$ μL, $b = 125$ μm) soumise au champ créé par une électrode cylindrique (représentée sur la figure 3.18) de diamètre $D = 19$ mm, en fonction (a) de la longueur du cylindre lorsque la goutte est centrée et (b) de l'excentricité du fil par rapport au centre d'un cylindre de longueur $L_t = 1.7$ cm. Ces deux paramètres sont sans influence notable.

La figure 3.19 indique que la longueur du tube L_t n'a pas d'influence sur ces seuils en tensions, de même que l'excentricité du fil par rapport au cylindre (sauf aux bords de l'électrode). On calcule de nouveau le champ électrique imposé ; c'est celui régnant entre les armatures d'un câble coaxial, obtenu en résolvant l'équation de Laplace $\Delta\mathcal{V} = 0$ qui s'écrit, en coordonnées cylindriques :

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial r}) = 0. \tag{3.16}$$

D'où $\mathcal{V}(r) = A\ln r + B$; les constantes d'intégration A et B sont déterminées grâce aux conditions limites $\mathcal{V}(b) = 0$ et $\mathcal{V}(D/2) = \mathcal{U}$. On en déduit l'expression du potentiel, puis du champ électrique radial associé :

$$\mathcal{V} = \frac{\mathcal{U}}{\ln(D/2b)}\ln\left(\frac{r}{b}\right), \quad \vec{\mathcal{E}} = \frac{\mathcal{U}}{\ln(D/2b)}\frac{\vec{e_r}}{r} \tag{3.17}$$

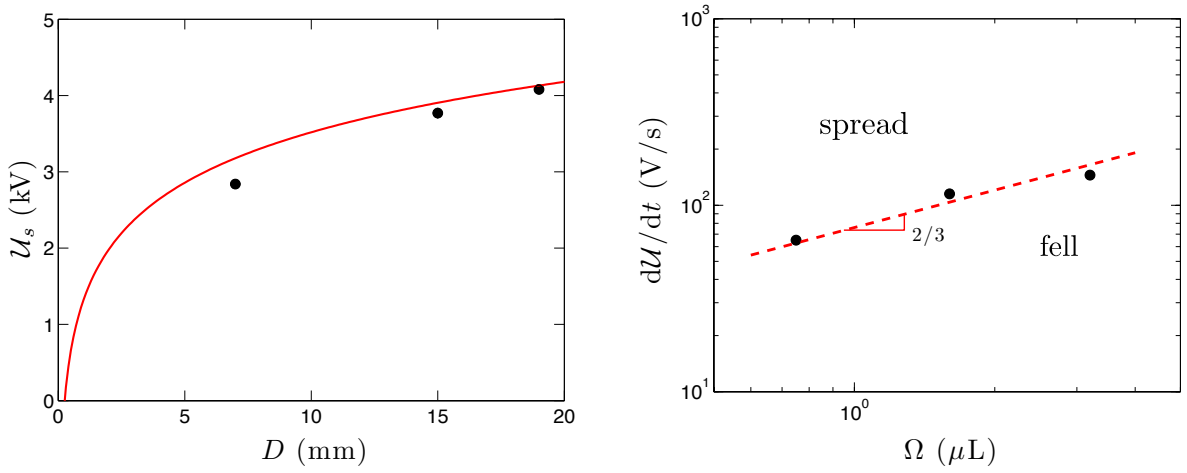
La norme de ce champ, calculée sur la fibre (en $r = b$) et identifiée au champ critique d'étalement

(3.9) fournit l'expression de la tension seuil $\mathcal{U}_s$ attendue dans cette géométrie :

$$\mathcal{U}_s \approx \sqrt{\frac{2\gamma b}{\chi\epsilon_0}}\ \ln\left(\frac{D}{2b}\right). \tag{3.18}$$

La figure 3.20(a) présente les résultats expérimentaux obtenus en faisant varier le diamètre du tube, et l'ajustement donné par la formule (3.18). On obtient un accord acceptable lorsque cette dernière formule est multipliée par le coefficient 1.6, très proche du facteur 1.62 qui permettait d'ajuster les résultats de la figure 3.17, obtenus avec une électrode plane, par la formule (3.15). Ce préfacteur n'est donc pas lié à la géométrie du montage électrique, il est intrinsèque à l'égalité des pressions d'où découle l'expression (3.9) du champ critique d'étalement. On précise alors cette dernière équation selon :

$$\mathcal{E}_s \approx 1.6\ \sqrt{\frac{2\gamma}{\chi\epsilon_0 b}}. \tag{3.19}$$



(a) (b)

FIGURE 3.20 – (a) Tracé de la tension seuil d'étalement en fonction du diamètre de l'électrode cylindrique de longueur $L_t = 1.7$ cm, pour une goutte funambule centrée ($\Omega = 0.4$ μL, $b = 125$ μm), et ajustement (en rouge) du modèle donné par (3.18) avec le coefficient multiplicatif 1.6. (b) Tracé (en coordonnées logarithmiques) de la pente critique d'un signal électrique en forme de rampe, en-deçà de laquelle une partie du liquide tombe avant de s'étaler, en fonction du volume de ce liquide déposé sur une fibre de rayon $b = 125$ μm entourée par une électrode cylindrique de diamètre (et longueur) 1.6 cm.

Par ailleurs cette géométrie cylindrique permet de mettre en évidence un effet dynamique qui n'est pas observé avec la plaque : une augmentation trop lente du potentiel appliqué (lors de la détermination des seuils en tension) entraîne le détachement partiel de la goutte (qui tombe sur le cylindre). L'utilisation d'une rampe de tension de pente ajustable à l'entrée de l'amplificateur haute tension permet de vérifier que c'est bien la vitesse de variation de $\mathcal{U}$ qui peut provoquer la chute de la goutte. La figure 3.20(b) indique la pente critique mesurée et révèle qu'elle varie comme le volume de la goutte à la puissance 2/3. On peut supposer que ce phénomène est associé

à la charge en surface de la goutte, avec un seuil similaire à une explosion de Coulomb, susceptible de survenir avant l'étalement du liquide si la tension est augmentée trop lentement.

Tests avec une plaque inclinée

Des tests réalisés avec le système fil-plan mais en inclinant ce dernier permettent de déplacer une goutte funambule vers les zones d'espacement plus faible (donc de champ plus intense) tant que $\mathcal{U} \in]\mathcal{U}_m, \mathcal{U}_s[$. Cependant, la vitesse de la goutte n'est pas rigoureusement constante, et le champ total est modifié du fait de cette inclinaison ; la modélisation du mouvement de translation observé n'est donc pas aisée. Il semble de plus que la charge portée par la goutte puisse varier durant son déplacement, et dépende de sa vitesse ; il arrive ainsi que les gouttes les plus lentes chutent. On retrouve donc un effet similaire à celui observé avec un cylindre, traduisant un effet dynamique.

Temps caractéristiques

Pour tenter de comprendre les effets dynamiques précédents, on rappelle que le déplacement des charges dans un liquide peut être assuré par un mécanisme de conduction (attraction des charges vers les zones de potentiel plus faible), ou par un mécanisme de convection (entraînement par le mouvement du liquide lui-même) ; on néglige toute diffusion de charges, beaucoup plus lente. C'est le mécanisme se déroulant sur le temps caractéristique le plus petit qui pilotera effectivement le déplacement des charges. À partir des expressions issues de l'étude [60], on estime les temps caractéristiques de relaxation par conduction t_e et par convection t_c dans nos expériences, impliquant une huile dont la viscosité varie entre 5 et 1000 fois celle de l'eau, pour une conductivité constante $\sigma \approx 10^{-13}$ S/m, et avec un champ de l'ordre du MV/m. D'où $t_e \sim \epsilon\epsilon_0/\sigma \approx 240$ s, et $t_c \sim \eta/\epsilon\epsilon_0\mathcal{E}^2 \approx 10$ ms.
Les charges sont donc essentiellement déplacées par convection dans nos expériences, ce qui explique en particulier le régime intermittent d'émission de gouttelettes par les cônes. En effet, la pression électrostatique ne peut équilibrer en permanence la pression capillaire qui augmente avec l'amenuisement de l'extrémité du cône ; entre les jets intermittents, les charges se réorganisent (à l'échelle du temps t_e). Le rapport des deux temps caractéristiques t_e/t_c constitue un nombre adimensionné parfois appelé "nombre de Reynolds électrique", qui est donc grand devant l'unité dans nos expériences.
Ce régime (où la convection domine) a fait l'objet de peu d'études ; notons cependant l'article [173] qui étudie l'écoulement d'huiles poussées hors d'une aiguille et soumises à un champ électrostatique intense, entraînant deux régimes intermittents (détachement de grosses gouttes ou émission de gouttelettes issues d'un cône de Taylor). L'article [60] se rapproche encore plus de notre étude, puisqu'il observe l'étalement d'une couche d'huile silicone sur du verre en direction d'une zone de champ plus intense (grâce à une électrode inclinée).

3.1.6 Cônes de Taylor funambules

Études précédentes

Les cônes de Taylor ont fait l'objet de nombreuses études [35], il se produisent notamment lors d'une explosion de Coulomb (évoquée précédemment), c'est-à-dire lorsqu'un excès de charge crée une contrainte surfacique suffisante pour l'emporter sur la tension de surface. De tels cônes se produisent naturellement dans les gouttes de pluie durant un orage [2] ; leur application principale est la formation d'un électrospray [22], c'est-à-dire un nuage de gouttelettes chargées issues du cône, utilisé en spectrométrie de masse.
La structure du jet, décrite initialement par Taylor [148], résulte de l'équilibre entre les contraintes capillaires et électrostatiques. Il est donc logique que la tension seuil $\mathcal{U}_c$ d'émission de gouttelettes par ces cônes, qui intervient lorsque cet équilibre n'est plus vérifié, soit très proche de la tension seuil d'étalement $\mathcal{U}_s$. Cependant la surpression au voisinage de l'extrémité de la goutte peut différer de γ/b ; cet écart est lié à l'existence de plusieurs formes stables de cônes de Taylor (également associée à une hystérésis), comme détaillé dans [35]. Cet article indique en outre que des gouttes neutres forment deux jets de directions et courants opposés (préservant leur neutralité), contrairement au cas de gouttes légèrement chargées qui émettent un jet unique. L'observation d'un tel jet dans nos expériences confirme donc l'hypothèse de goutte chargée adoptée dans la modélisation de l'étalement.
Si l'équilibre des contraintes est exactement satisfait et pour un liquide conducteur, la surface du cône est une équipotentielle et l'angle au sommet est proche de 100°. En pratique, l'angle mesuré est souvent plus faible (quoique supérieur à 90°) ; il peut être nettement inférieur lors de la formation du jet. Pour un liquide isolant, le sommet du cône est moins pointu, l'angle au sommet Φ est moins élevé [25].
Le mouvement interne liquide dans ces cônes a été étudié dans [9], pour des liquides légèrement moins isolants que l'huile utilisée ici. Pour des conductivités plus faibles, le comportement de ces cônes reste méconnu ; on sait essentiellement que le diamètre des jets est plus gros que pour un électrospray, et que les émissions de gouttes sont intermittentes.

Mesures

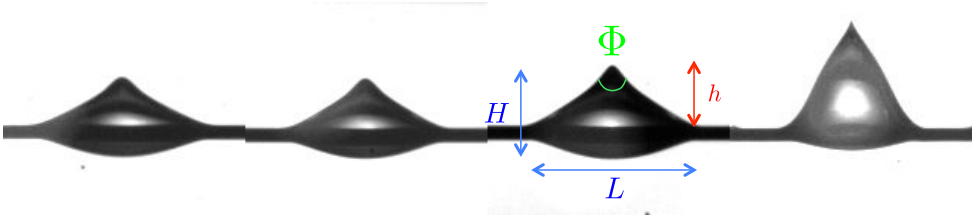
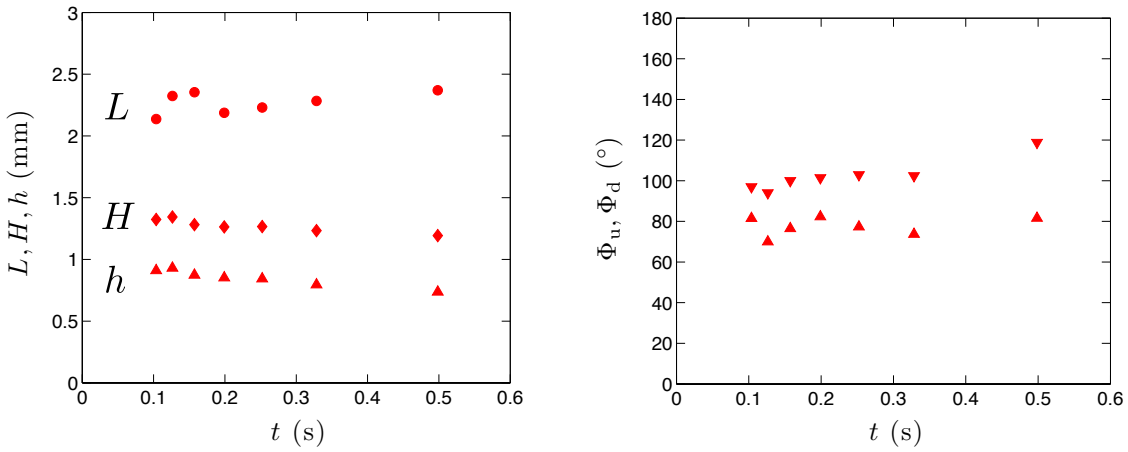


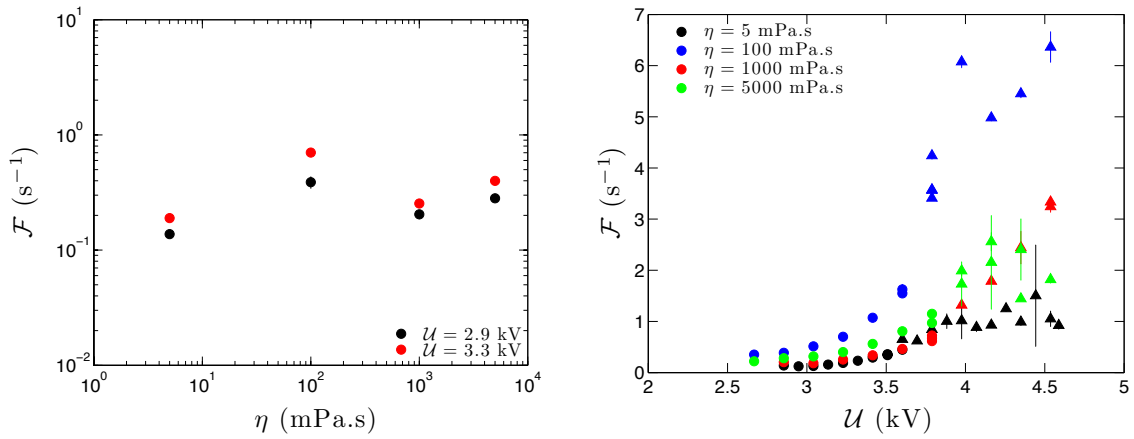
FIGURE 3.21 – Photographies de gouttes déplacées par un champ (avant étalement) et surmontées d'un cône de Taylor émettant des gouttelettes, pour des viscosités croissantes : de gauche à droite, $\eta = 5$, 100, 1000 et 5000 mPa.s. La viscosité influe peu sur la forme du cône ($\Omega = 1.6$ μL, $b = 125$ μm).

On constate sur les figures 3.21 et 3.22 que les cônes de Taylor situés au sommet de gouttes funambules ont une forme stable dépendant peu de la viscosité du liquide, et que leur angle est proche de celui attendu (légèrement inférieur à 100°.)



(a) (b)

FIGURE 3.22 – La géométrie d'une goutte funambule ($\Omega = 1.6$ μL, $b = 125$ μm) déformée par le champ est stable malgré les émissions à son sommet : (a) L, H et h (définis sur la figure 3.21) sont constants. (b) L'angle au sommet avant (Φ_u, triangles pointant vers le haut) ou après (Φ_d, triangles pointant vers le bas) l'émission de gouttelettes reste voisin de 90 °.



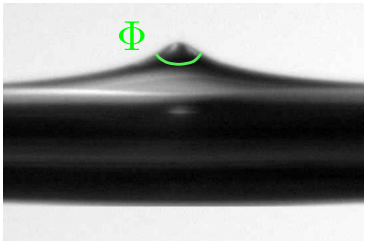
(a) (b)

FIGURE 3.23 – Fréquence d'émission $\mathcal{F}$ de gouttelettes par un cône de Taylor situé au sommet d'une goutte déformée ($\Omega = 1.6$ μL, $b = 125$ μm), en fonction (a) de la viscosité en coordonnées logarithmiques et (b) de la tension pour différentes viscosités en coordonnées normales.

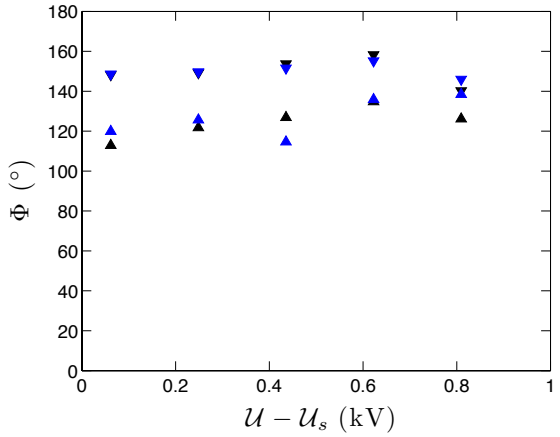
Sur la figure 3.23, on observe que la fréquence d'émission de gouttelettes $\mathcal{F}$ est indépendante de la viscosité et augmente avec $\mathcal{U}$, contrairement à la fréquence mesurée dans l'étude [60]. Ici, c'est donc l'inertie et la capillarité qui freinent le mouvement au sein du liquide (comme dans

l'étude [80]).

Les cônes funambules observés au sommet du manchon (donc après étalement) sont beaucoup plus petits et plus plats (cf la figure 3.24) : leur angle au sommet est de l'ordre de 140 °. Leur forme évolue peu dans le temps, mais est influencée par la tension ; même si l'angle Φ reste constant, ils peuvent grossir quand $\mathcal{U}$ diminue, comme on le verra plus loin.



(a)



(b)

FIGURE 3.24 – Cône de Taylor funambule : (a) photo sur une fibre de rayon $b = 125$ μm, et définition de Φ ; (b) Variation faible de cet angle au cours du temps (les points noirs et bleus correspondent à des mesures réalisées respectivement une et deux minutes après l'étalement), et avec la tension.

3.2 Étalement d'une goutte diélectrique sur une fibre conductrice

On s'intéresse ici à la dynamique d'étalement d'une goutte funambule au-delà de $\mathcal{U}_s$, dans la configuration de la figure 3.4, avec des électrodes fil-plan. Pour cela, on ne reporte que les expériences où ces électrodes ont été assez bien réglées pour que la goutte se scinde symétriquement lors de son étalement, sans se déplacer préférentiellement d'un côté (contrairement au cas photographié sur la figure 3.6). Le diagramme spatio-temporel de l'étalement, réalisé juste au-dessus de la fibre, a alors l'allure de la figure 3.25.

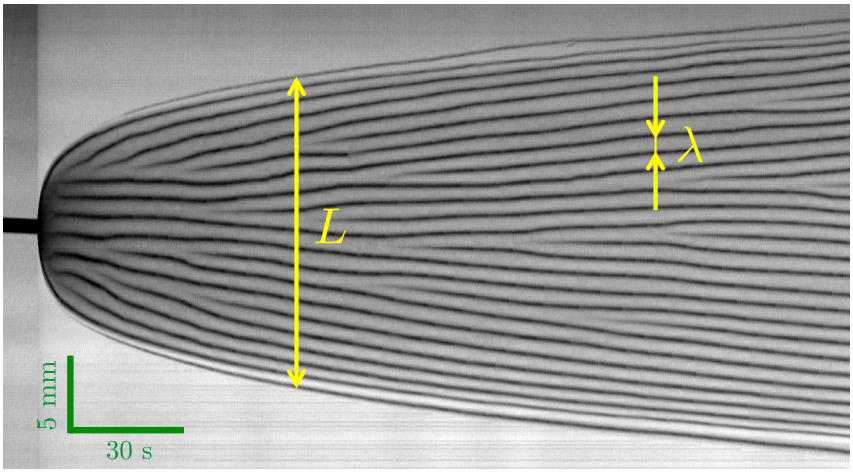


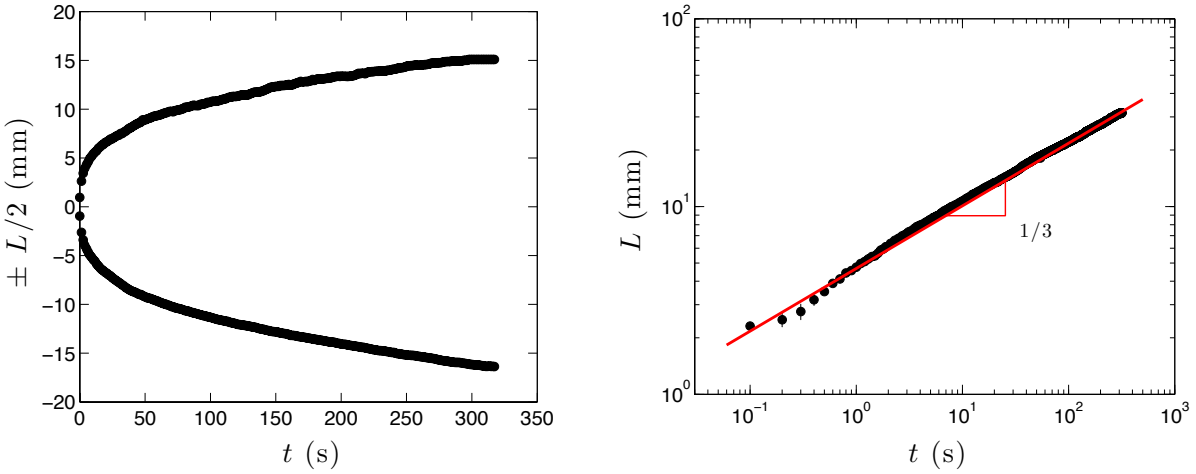
FIGURE 3.25 – Diagramme spatio-temporel de l'étalement d'une goutte funambule ($\eta = 5$ mPa.s, $\Omega = 0.15$ μL, $b = 125$ μm) soumise à un champ électrique entre fibre et plaque horizontale éloignée de $d = 3$ mm et portée à la tension $\mathcal{U} = 4$ kV ($> \mathcal{U}_s$). En s'étalant, le liquide mouille la fibre sur une distance L et se scinde en cônes de Taylor espacés d'une distance λ. Ces cônes émettent des gouttelettes de façon périodique, d'où les variations de niveaux de gris le long d'une ligne.

3.2.1 Longueur d'étalement

Mesures expérimentales

Sur un diagramme spatio-temporel similaire à celui de la figure 3.25, on repère les bords de la zone mouillée. On en déduit la longueur L tracée à partir de la position du bord de la goutte avant étalement, c'est-à-dire diminuée de la longueur initiale $L_i \approx 2\mathcal{R}$, ce qui permet d'assurer la condition $L(t = 0) = 0$. Ce décalage est important pour caractériser la dynamique, notamment sur les tracés en coordonnées logarithmiques. Les ordres de grandeur sur L sont en revanche inchangés puisque la distance L est rapidement très supérieure à $2\mathcal{R}$.

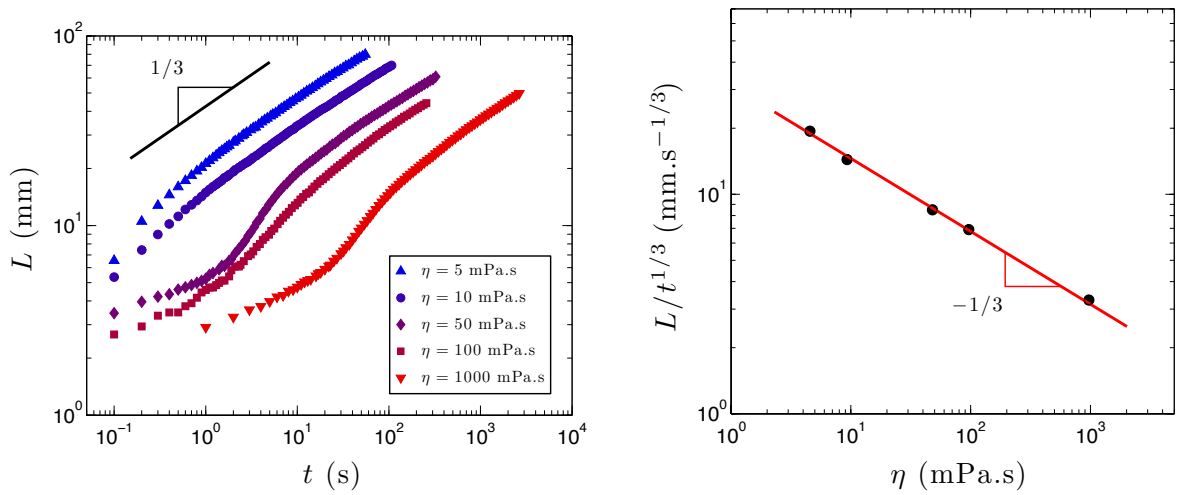
Un résultat typique pour la courbe $L(t)$ en coordonnées normales ou logarithmiques est reporté sur la figure 3.26. Il semble que la longueur mouillée croisse comme la racine cubique du temps. Les influences de la viscosité, du volume et du champ apparaissent respectivement sur



(a) (b)

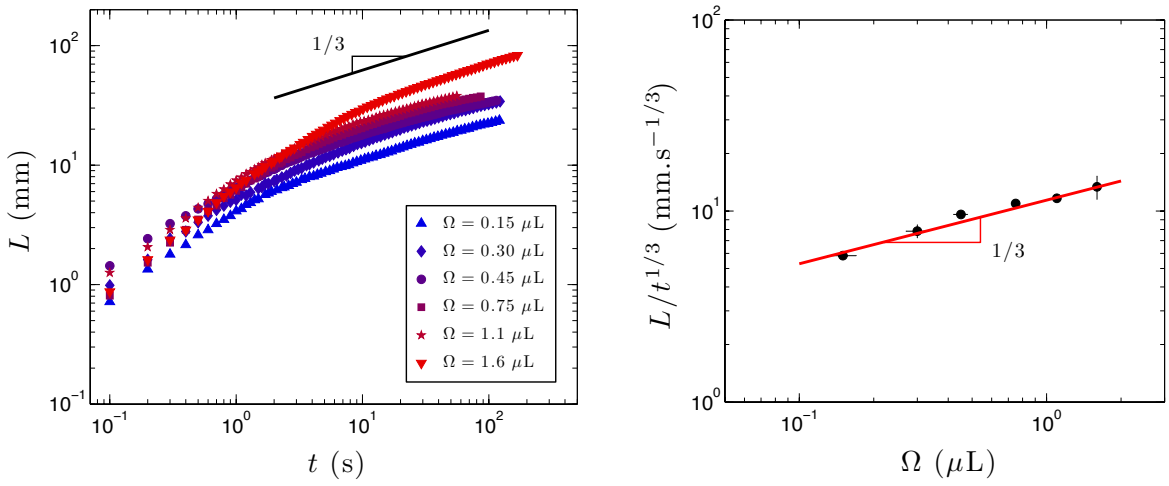
FIGURE 3.26 – Tracé de la longueur d'étalement L du liquide sur la fibre, définie sur la figure 3.25, en coordonnées (a) linéaires avec la mesure de $L/2$ par le repérage des deux bords de la zone mouillée (cette double mesure de $L/2$ permet d'obtenir les barres d'erreur sur L) ; et (b) logarithmiques faisant apparaître une loi de puissance 1/3. On a ici $\eta = 5$ mPa.s, $\Omega = 0.15$ μL et $b = 125$ μm, avec $\mathcal{U} = 3.9$ kV et $d = 3$ mm.

les figures 3.27, 3.28 et 3.29, 3.30. On relève des lois de puissance après un régime initial de plusieurs secondes correspondant approximativement au temps mis par la goutte pour se déformer en manchon.



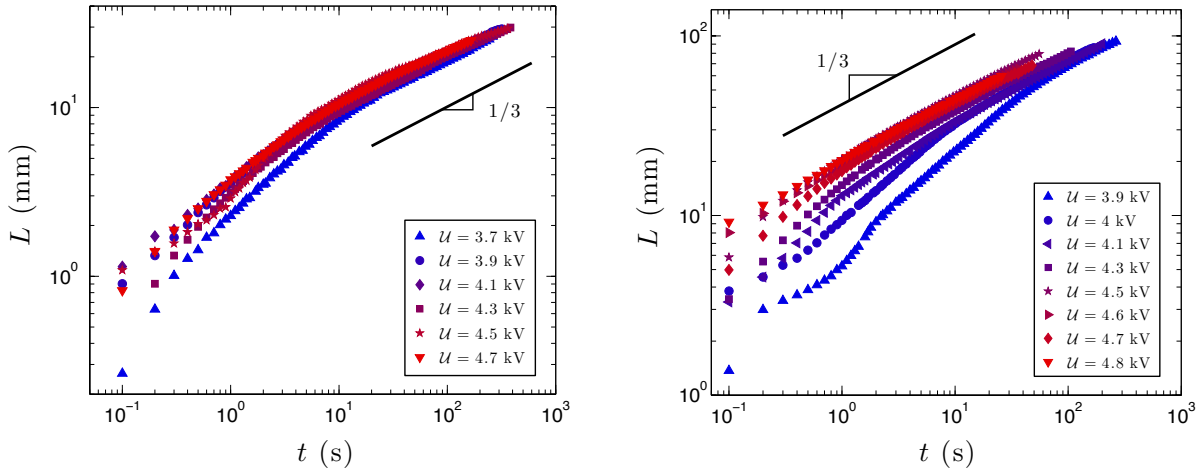
(a) (b)

FIGURE 3.27 – (a) Tracé de L(t) en coordonnées logarithmiques, pour $\Omega = 1.6$ μL et $b = 125$ μm, soumise à $\mathcal{U} = 4.5$ kV à $d = 3$ mm, et différentes viscosités η. La loi de puissance 1/3 est retrouvée après un délai dont la durée augmente avec η. (b) Tracé du coefficient issu de cette loi de puissance en fonction de η, en coordonnées logarithmiques.



(a) (b)

FIGURE 3.28 – (a) Tracé de L(t) en coordonnées logarithmiques, pour une goutte funambule de viscosité $\eta = 5$ mPa.s sur une fibre de rayon $b = 125$ μm, et soumise à $\mathcal{U} = 4$ kV à $d = 3$ mm, pour différents volumes Ω. La loi de puissance 1/3 est observée après un régime en t^1 durant quelques secondes. (b) Tracé du coefficient issu de cette loi de puissance en fonction de Ω, en coordonnées logarithmiques.

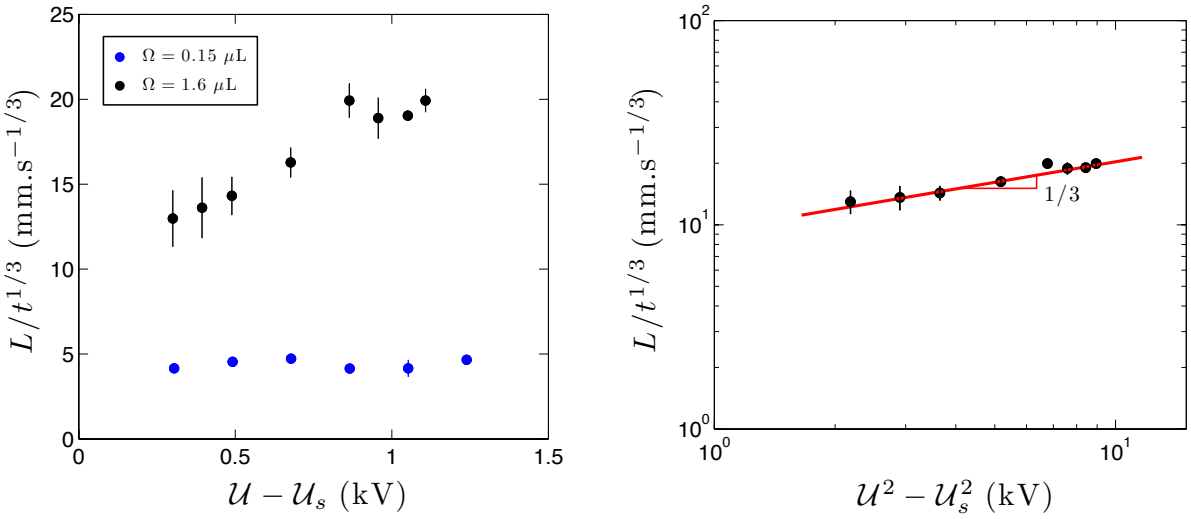


(a) (b)

FIGURE 3.29 – Tracés de $L(t)$ en coordonnées logarithmiques, pour $\eta = 5$ mPa.s, $b = 125$ μm et différentes tensions $\mathcal{U}$ (à $d = 3$ mm), et pour (a) $\Omega = 0.15$ μL et (b) $\Omega = 1.6$ μL. La dépendance en $t^{1/3}$ est observée après un régime proche de $t^{2/3}$ de 10 s environ pour le petit volume, alors qu'elle est observée plus tôt mais seulement à champ assez élevé ($\mathcal{U} > 4$ kV) pour le grand volume.

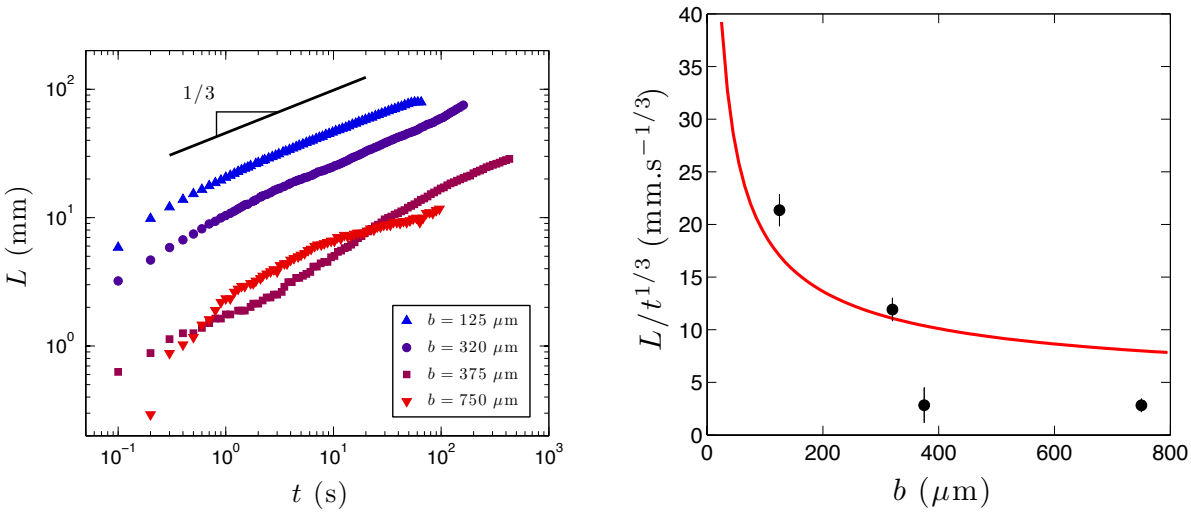
Modélisation de l'étalement

On modélise l'étalement du liquide, schématisé sur la figure 3.32, comme résultant de la surpression électrique qui règne dans la goutte, et qui l'emporte sur la surpression capillaire dans le manchon. Comme mentionné plus haut lors de la détermination du seuil d'étalement,



(a) (b)

FIGURE 3.30 – (a) Tracé du coefficient issu des lois de puissance 1/3 de la figure 3.29 en fonction de l'écart au seuil d'étalement en tension. Ce coefficient ne dépend pas de $\mathcal{U}$ pour le plus petit volume. (b) Tracé de ce coefficient pour le plus grand volume, en fonction de $\mathcal{U}^2 - \mathcal{U}_s^2$, en coordonnées logarithmiques. La dépendance obtenue est en accord avec la formule (3.25).



(a) (b)

FIGURE 3.31 – (a) Tracés de L(t) en coordonnées logarithmiques, pour $\eta = 5$ mPa.s et $\Omega = 1.6$ μL avec $\mathcal{U} = 4.5$ kV à $d = 3$ mm, sur différentes fibres de rayons b. (b) Tracé du coefficient de la loi en $t^{1/3}$ en fonction de b (points noirs), et modèle issu de (3.25) (ligne rouge).

on suppose en effet que lors de son étalement, la goutte est suffisamment attirée vers la plaque par le champ électrique (cf la déformation importante apparente sur la figure 3.7) pour que la pression en son sein ne dépende plus de la courbure de la fibre. À l'inverse, on suppose aussi

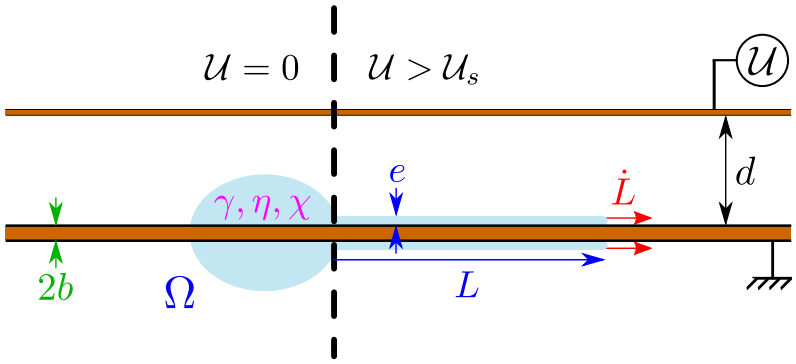


FIGURE 3.32 – Schéma (en coupe) de l'étalement d'une goutte funambule initialement ramassée (à gauche, en l'absence de champ), de volume Ω, de tension de surface γ, viscosité η et susceptibilité électrique χ, et notations utilisées pour caractériser son étalement sur une longueur L, à la vitesse $\dot{L}$ et formant un film d'épaisseur e autour du fil de rayon b (à droite, pour un champ dépassant le seuil d'étalement, soit une tension supérieure à $\mathcal{U}_s$ imposée entre le fil et une plaque distante de d).

que cette courbure impose seule la pression dans le manchon, car les charges susceptibles d'être induites localement dans le film liquide en avancée sur la fibre conductrice sont évacuées à son contact. Une autre explication possible serait la trop grande finesse de ce film pour comporter des charges en volume. La pression électrostatique est donc supposée nulle dans le film.
On remarque qu'une telle différence de pression contrôle aussi la dynamique de l'étalement d'un film de prémouillage lors de la transition goutte/manchon évoquée plus haut, la pression dans le film étant diminuée de la pression de disjonction (due aux forces de van der Waals) par rapport à celle dans la goutte [20].
On propose ici une description supposée équivalente à cette différence de pression, interprétée comme une modification de la tension de surface apparente, qui s'annule au seuil d'étalement. Au vu des formules précédentes (3.7) et (3.8), on considère que tout se passe comme si la tension de surface γ tirant vers la goutte était réduite de $\chi\epsilon_0\mathcal{E}^2 b/2$ pour un champ $\mathcal{E} < \mathcal{E}_s$, alors que la tension de ligne qui étale le liquide au-delà du seuil s'écrit, à l'opposé :

$$\Delta\gamma \approx \frac{\chi\epsilon_0\mathcal{E}^2 b}{2} - \gamma. \tag{3.20}$$

On interprète donc l'étalement observé comme étant dû à un effet Marangoni électrique, bien que les pressions évoquées plus haut aient un sens physique ; mais il est moins aisé d'en déduire la force agissant sur le liquide (car on ne connaît pas précisément les surfaces sur lesquelles ces pressions s'appliquent). On sait à l'inverse que la tension de ligne agit sur la longueur de ligne triple proportionnelle à b, d'où la force F_s responsable de l'étalement du liquide en loi d'échelle :

$$F_s \sim \Delta\gamma\ b \sim \chi\epsilon_0 b^2(\mathcal{E}^2 - \mathcal{E}_s^2) \tag{3.21}$$

où $\mathcal{E}$ est le champ électrique créé entre les électrodes fil-plan au niveau du fil et donné par (3.13), alors que $\mathcal{E}_s$ est le champ seuil d'étalement donné par (3.19).

Pour estimer la force de friction qui s'oppose à cette force motrice, on considère le système simplifié de la figure (3.33), un manchon d'épaisseur moyenne e ; la force de friction est proportionnelle au gradient de vitesse sur e, à la viscosité et à la surface de contact, soit en loi d'échelle :

$$F_\eta \sim \eta \frac{\dot{L}}{e} bL. \tag{3.22}$$

L'épaisseur moyenne est fournie par la conservation du volume qui s'écrit à tout instant :

$$\Omega \sim Leb. \tag{3.23}$$

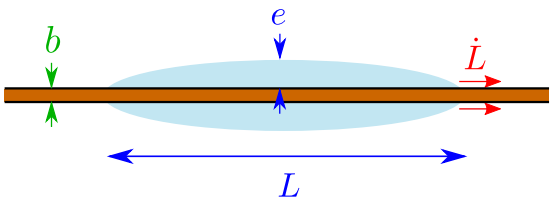


FIGURE 3.33 – Schéma de la forme supposée du liquide durant son étalement, et notations associées.

L'équilibre de (3.21) avec (3.22), en éliminant e avec (3.23), fournit, après intégration avec la condition initiale $L(t=0)=0$, la dynamique d'étalement d'une goutte funambule soumise au champ électrique entre la fibre et une plaque "infinie" :

$$L^3 \sim \frac{\Omega F_s t}{\eta b^2} \sim \frac{\Omega \Delta\gamma t}{b\eta} \sim \frac{\Omega \chi \epsilon_0 (\mathcal{E}^2 - \mathcal{E}_s^2) t}{\eta} \tag{3.24}$$

où l'on a utilisé l'expression (3.21) de la force d'étalement. Avec la dernière formule, on pourrait croire à première vue que la dynamique d'étalement est indépendante de b, mais le rayon de la fibre intervient par l'intermédiaire du champ seuil $\mathcal{E}_s$. En utilisant l'expression du champ (3.13), on obtient :

$$L^3 \sim \frac{(d+b)^2}{(2d+b)^2 \ln^2(1+2d/b)} \frac{\Omega\ \chi\ \epsilon_0}{\eta\ b^2} (\mathcal{U}^2 - \mathcal{U}_s^2)\ t \sim G^2(d/b) \frac{\Omega\ \chi\ \epsilon_0}{\eta\ b^2} (\mathcal{U}^2 - \mathcal{U}_s^2)\ t. \tag{3.25}$$

Dans cette équation, la tension seuil d'étalement $\mathcal{U}_s$ est donnée par (3.15) et a été déterminée expérimentalement dans les différentes conditions des figures précédentes (concernant la dynamique d'étalement) ; la fonction géométrique G a été introduite précédemment dans (3.14).

Cette formule explique les dépendances relevées expérimentalement (aux temps longs) avec les différents paramètres : L^3 est bien proportionnelle à t, $1/\eta$, Ω et $\mathcal{U}^2 - \mathcal{U}_s^2$ (pour des volumes assez élevés). Le modèle fournit aussi les bons ordres de grandeur. On indique ici les valeurs des coefficients numériques en facteur de l'expression (3.25) utilisés pour ajuster les tracés continus (en rouge) aux points expérimentaux des courbes précédentes ; ces facteurs multiplicatifs sont de 2.6 pour la figure 3.26(b), 1.7 pour la figure 3.27(b), 2.2 pour la figure 3.28(b), 1.7 pour la figure 3.30(b) et 1.9 pour la figure 3.31(b). Aux incertitudes expérimentales près (essentiellement sur les réglages de d et sur les mesures de $\mathcal{U}_s$), le modèle (3.25) multiplié par un préfacteur de l'ordre de 2 suffit donc à décrire la dynamique d'étalement.

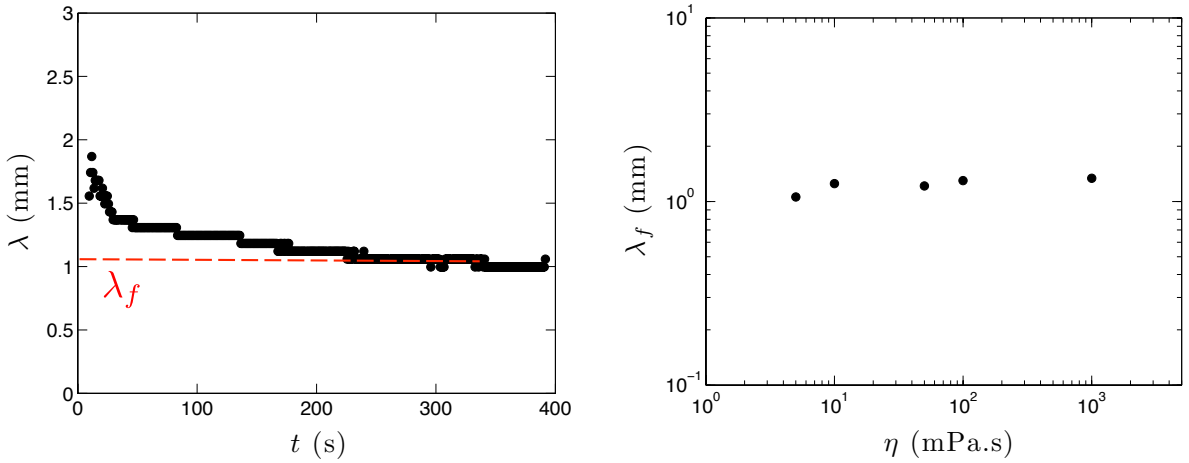
Remarques sur le modèle

Une première remarque concerne la forme simplifiée de la figure 3.33, supposée décrire le liquide à tout instant de l'étalement. Si l'on considère un manchon d'épaisseur e constante (valable aux temps longs), la conservation du volume s'écrit (avec $e \ll b$) : $\Omega = \pi[(b+e)^2 - b^2]L \approx 2\pi beL$. C'est une expression analogue à (3.23) en loi d'échelle, d'où le succès du modèle aux temps longs. Inversement cette forme de manchon décrit mal le liquide au début de son étalement, ce qui explique les écarts relevés sur les figures précédentes. La forme globulaire du liquide impose alors un gradient de vitesse sur une hauteur $e \sim L$; d'où un régime initial de vitesse constante $\dot{L} \sim \Delta\gamma/\eta$. Ce régime est peut-être observé brièvement, par exemple sur la figure 3.28(a).
Une deuxième remarque concerne la rapidité de l'étalement observé ; la dépendance temporelle (en $t^{1/3}$), certes plus faible que le régime diffusif obtenu par déplacement du liquide entre deux fibres (cf. le chapitre précédent), est beaucoup plus élevée que les dynamiques d'étalement typiques en géométrie ouverte ; le rayon d'une goutte en mouillage total sur un plan augmente par exemple comme $t^{1/10}$ (d'après la loi de Tanner, cf [27]). On explique qualitativement cette différence par deux raisons. D'abord la force motrice est ici constante contrairement à un étalement dû à la gravité, dont l'effet s'amenuise au cours du temps avec la chute du liquide. Secondairement, l'effet de la viscosité est limité par l'aspect unidimensionnel de la fibre.
On se demande enfin pourquoi la dépendance en b est moins bien vérifiée (cf figure 3.31(a)) ; cela peut être dû à l'expression approchée du champ électrique, qui n'est exacte que sur la fibre. La gamme de valeurs de b parcourue est faible, car on ne peut tendre assez les fils plus fins (sans les casser) pour les empêcher d'être eux-mêmes attirés par la plaque (ce qui change d, donc le champ ressenti par la goutte) ; mais les fibres plus grosses sont plus rigides et on ne peut pas les tendre suffisamment pour les rendre parallèles à la plaque, d'où un étalement moins contrôlé. Par ailleurs cet étalement sur les fibres plus grosses (millimétriques) semble qualitativement différent, des cônes de Taylor pouvant se former sous la fibre ; la longueur d'onde entre ces cônes est alors moins bien définie.

3.2.2 Longueur d'onde

La déstabilisation du manchon qui s'étale est attendue : comme évoqué dès l'introduction de cette thèse, cette géométrie ne minimise pas l'interface entre le liquide et l'air, et évolue (à champ électrique nul) pour résulter en un ensemble de gouttes reliées par un film liquide. Cette instabilité dite de Plateau-Rayleigh a déjà été étudiée [27] ; ici, elle est perturbée par la présence du champ. Le manchon présente en effet des cônes de Taylor apparaissant au cours de son étalement ; on constate sur la figure 3.25 que ces formations de cônes permettent de maintenir un espacement quasi-constant entre eux, malgré l'étalement. Cet espacement noté λ ne semble donc pas dépendre de l'épaisseur e du manchon (qui diminue au cours du temps d'après (3.23)). On discute la constance de λ d'après la figure 3.34(a) ; suite à une rapide décroissance initiale au début de l'étalement du liquide, λ continue en fait à diminuer très légèrement au cours du

temps, peut-être en lien avec la diminution du volume total due à l'émission de gouttelettes. On relève une valeur aux temps longs λ_f, constante en bonne approximation. Cette longueur d'onde ne dépend pas de la viscosité (cf figure 3.34(b)).



(a) (b)

FIGURE 3.34 – (a) Évolution temporelle typique de la longueur d'onde λ entre cônes de Tayor lors de l'étalement d'une goutte funambule. Ici (et dans les autres figures de ce paragraphe sauf mention contraire), on a $\eta = 5$ mPa.s, $b = 125$ μm, $\Omega = 1.6$ μL, $\mathcal{U} = 4.2$ kV et $d = 3$ mm. Après un régime initial où λ est mal définie, cet espacement diminue légèrement au cours du temps, et de moins en moins vite. En attendant assez longtemps après le début de l'étalement (300 s ici), on relève une valeur λ_f quasi constante. (b) Tracé de λ_f en fonction de la viscosité η (les autres paramètres étant inchangés), en coordonnées logarithmiques, qui ne révèle pas de dépendance.

En l'absence de champ, la longueur d'onde entre gouttes issues de l'instabilité de Rayleigh-Plateau est donnée par la relation [27] :

$$\lambda_{RP} = 2\pi\sqrt{2}b. \tag{3.26}$$

La longueur d'onde ne dépend donc que de b dans ce cas ; mais un tel chapelet est susceptible d'évoluer (par des coalescences). On a fait varier b dans nos expériences, sur une gamme assez restreinte comme expliqué plus haut. Les résultats sont présentés sur la figure 3.35.

On constate que λ suit la formule (3.26) en bonne approximation, sauf pour les fibres trop grosses. Le champ électrique semble donc induire une perturbation faible sur l'instabilité de Rayleigh-Plateau classique. Ses effets sont observés en faisant varier le volume de la goutte et la tension électrique (cf figure 3.36) : on relève de légères variations de λ_f avec ces paramètres.
Une piste pour comprendre les variations avec le champ pourrait consister à s'affranchir des effets liés à la fibre, en considérant les déformations de la surface d'un bain d'huile surmontant une autre électrode plane. Les tests réalisés ne donne pas d'effet suffisant avec le champ maximal dont on dispose (des déformations de la surface sont perçues lorsque l'électrode est quasiment au contact du liquide). Dans [147], Taylor étudie un phénomène ressemblant : la surface d'un bain liquide conducteur, surmonté par un fluide isolant et placé dans un champ électrique vertical

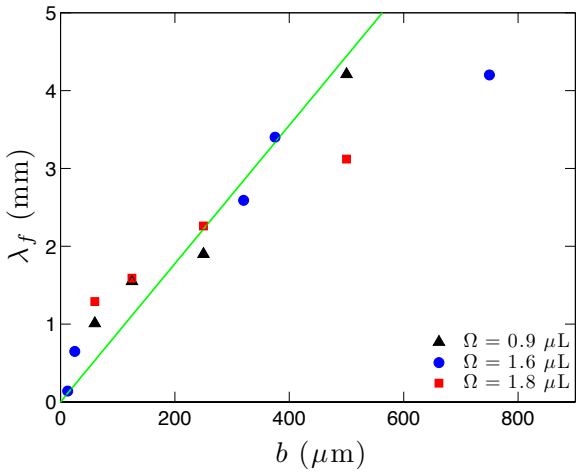
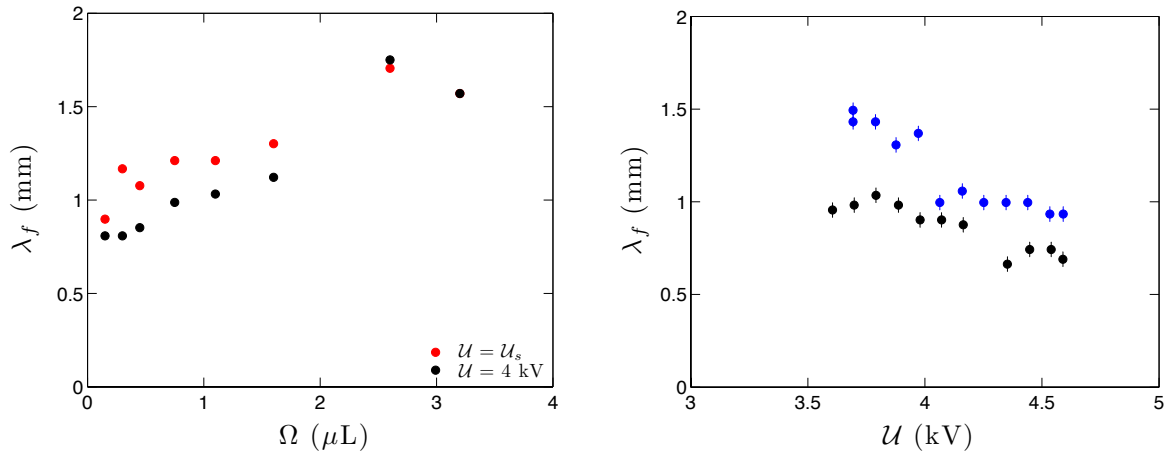


FIGURE 3.35 – Tracé de λ_f en fonction du rayon de la fibre, pour trois volumes différents de gouttes au seuil de l'étalement ($\mathcal{U} = \mathcal{U}_s$). On a ajouté (en vert) la longueur d'onde (3.26) de l'instabilité de Plateau-Rayleigh (correspondant à $\mathcal{U}$=0.)

intense, présente des déformations périodiques au-delà d'un seuil. La longueur d'onde est alors fixée par la longueur capillaire (selon $\lambda = 2\pi a$), et indépendante du champ, donc éloignée de nos résultats expérimentaux.



(a) (b)

FIGURE 3.36 – (a) Tracé de λ_f en fonction du volume de liquide, pour deux tensions (les autres paramètres étant les mêmes qu'à la figure 3.34(a)). λ_f croît légèrement avec Ω. (b) Tracé de λ_f en fonction de la tension, pour deux volumes de liquide ($\Omega = 0.15$ μL en noir, et $\Omega = 1.6$ μL en bleu). λ_f décroît légèrement avec $\mathcal{U}$.

On peut cependant obtenir un effet plus remarquable en étalant le liquide avec un champ suffisant, puis en diminuant ce champ sous le seuil (cf figure 3.37) ; les cônes de Taylor persistent et ne coalescent pas (grâce à la répulsion électrostatique). En revanche, ils grossissent par vidange du film intermédiaire. Aux faibles champs en particulier, on arrive à stabiliser des chapelets de

cônes de forme quasi-sphérique ; de telles gouttes funambules coalesceraient rapidement en l'absence de champ. L'étude de la coalescence de ces objets chargés lors de l'arrêt du champ constitue d'ailleurs un développement possible de cette étude.

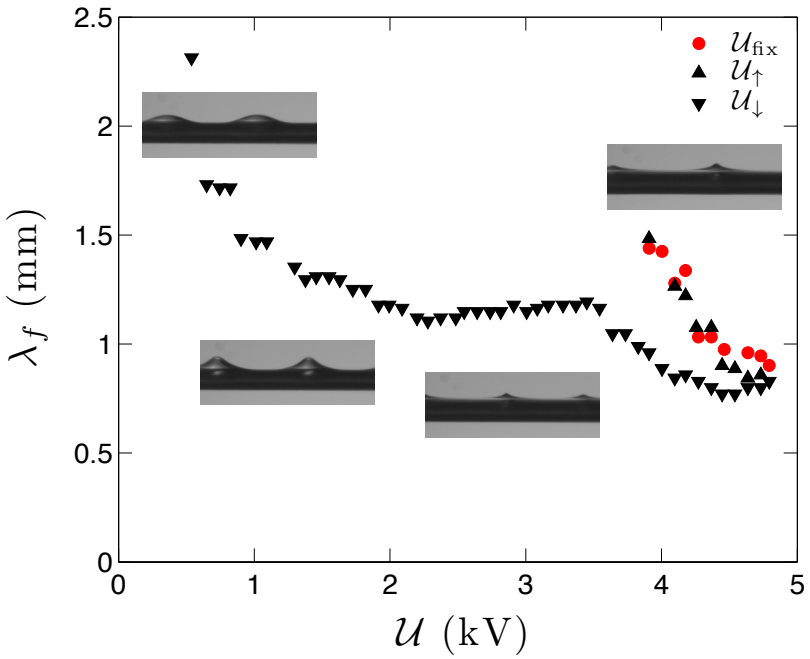


FIGURE 3.37 – Tracé de λ_f en fonction de $\mathcal{U}$ (pour $b = 125$ μm), en imposant un champ constant (ronds rouges), en augmentant le champ au-delà du seuil (triangles noirs vers le haut) ou en le diminuant (triangles noirs vers le bas). Dans ce dernier cas, on conserve des cônes de Taylor lorsque l'on passe sous la valeur seuil d'étalement ; ces cônes grossissent et s'arrondissent lorsque $\mathcal{U}$ diminue, tandis que λ_f augmente. Les photos indiquent l'évolution de la forme des cônes avec la tension.

Chapitre 4

Aérodynamique de gouttes funambules

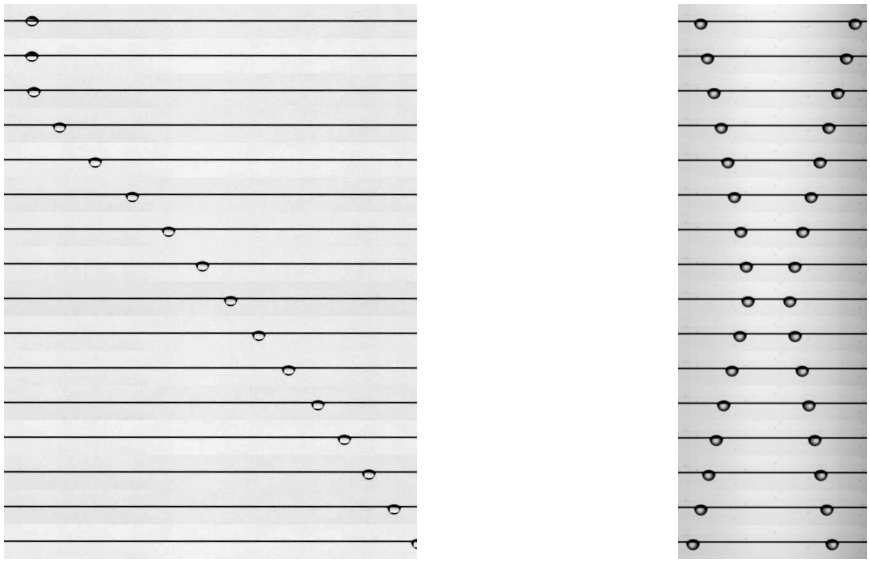
Sommaire

4.1 Translation d'une goutte funambule 137
4.1.1 Dispositif expérimental 137
4.1.2 Diagramme de phase 146
4.1.3 Sources d'asymétrie : observation des mouvements de fluides 149
4.1.4 Interlude bibliographique : écoulements derrière des sphères 154
4.1.5 Modélisation du mouvement de translation 165
4.2 Interactions entre gouttes ou avec des obstacles 174
4.2.1 Obstacles sur le fil 175
4.2.2 Obstacles dans l'écoulement 180
4.3 Autres régimes dynamiques 188
4.3.1 Translation guidée sur un fil incliné 188
4.3.2 Régime de vibrations 194
4.4 Détachement d'une goutte funambule 200
4.4.1 Observations de détachements 200
4.4.2 Modèle de vitesse critique 205
4.4.3 Ouvertures 209

Cette étude a été réalisée avec Hadrien Bense.

Introduction

Dans la description du procédé industriel de fabrication de laine de verre, on a mentionné l'existence de flux d'air visant à diriger les fibres de verre dans leur chute, à compacter le matelas de fibres puis à lui redonner du volume. Ces différents flux sont susceptibles de souffler en direction de gouttes funambules ; on se demande ici s'il est possible de les exploiter pour déplacer des gouttes isolées encore liquides afin de gainer les fibres sur une plus grande longueur. Plusieurs géométries sont envisageables ; on conçoit qu'un vent parallèle à une fibre puisse pousser la goutte (comme étudié récemment dans [131]). Mais cette configuration est peu probable dans un enchevêtrement aléatoire ; qu'en est-il pour une inclinaison quelconque du vent par rapport à la fibre ? On verra que cette géométrie peut parfois conduire au déplacement contre-intuitif de la goutte dans le sens contraire au vent. On considère d'abord un cas *a priori* peu favorable au déplacement de la goutte, celui d'un flux d'air perpendiculaire à la fibre, ou le seul effet attendu est l'arrachement de la goutte aux hautes vitesses (également abordé dans l'article [131]). Ce décrochage fera l'objet de la fin de ce chapitre ; mais il s'avère que pour des vents moins violents, on observe le phénomène surprenant montré sur la figure 4.1(a), et favorable à l'enduction des fibres. La goutte est en effet translatée continument le long de la fibre, dans un sens choisi aléatoirement au début du mouvement.



(a) (b)

FIGURE 4.1 – Chronophotographies des déplacements de gouttes funambules ($\Omega = 1.2$ μL, $\eta = 5$ mPa.s, $b = 75$ μm) vues de dessus, soumises à un flux d'air uniforme de 3 m/s transverse à la fibre (orienté du haut vers le bas de l'image). (a) Après avoir été décalée dans le sens du vent (lors de la montée en vitesse de la soufflerie), une goutte est translatée le long de la fibre, c'est-à-dire dans la direction perpendiculaire au vent, et dans un sens aléatoire fixé au début du mouvement ($\Delta t = 0.8$ s). (b) Deux gouttes peuvent donc se déplacer en sens contraires ; leur interaction est alors toujours répulsive à longue portée, la distance de rebond étant de l'ordre de la taille des gouttes ($\Delta t = 80$ ms).

Le sens de déplacement peut s'inverser en cas de perturbation dans l'écoulement en aval de la goutte (par exemple en passant la main derrière la goutte) ou en présence d'un obstacle sur la fibre, comme une perle, une autre fibre croisée ou une seconde goutte. La figure 4.1(b) montre ainsi le cas de deux gouttes arrivant en sens contraires ; on constate que leur interaction est répulsive, à longue portée.
Partant d'une configuration symétrique en apparence, on observe donc un déplacement asymétrique. On se demande d'abord (dans la partie 1) quelle est l'origine de cette asymétrie, et quelle est la force motrice en résultant. L'études des interactions entre gouttes et avec des obstacles est abordée dans la partie 2.

4.1 Translation d'une goutte funambule

4.1.1 Dispositif expérimental

Régularité du flux d'air

Dans nos expériences, le vent soufflant sur la goutte est issu de différentes souffleries photographiées sur la figure 4.2. Le changement de soufflerie a permis d'atteindre une gamme de vitesses élevées nécessaires au décrochage de la goutte étudié dans la partie 3, mais aussi de tester la robustesse du phénomène de translation décrit ici.

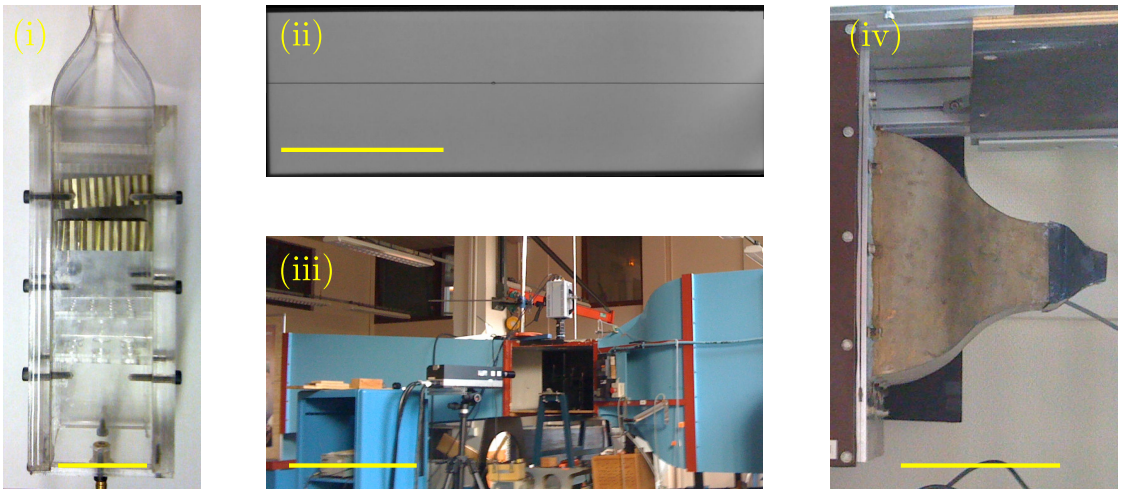
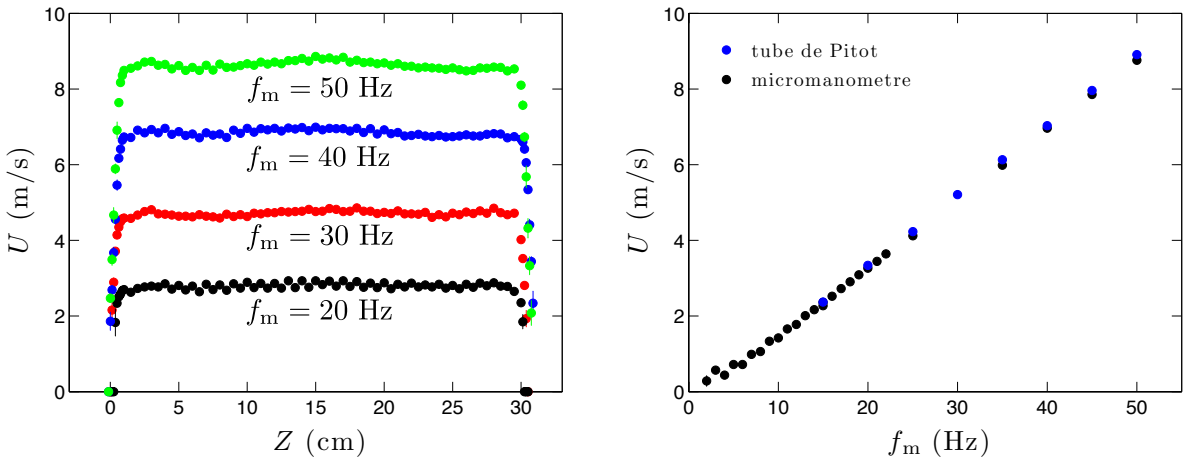


FIGURE 4.2 – Photos des souffleries utilisées lors de cette étude. (i) Soufflerie fabriquée avec des plaques de plastique, des nids d'abeilles et un convergent, dimensionnée pour fonctionner avec le circuit d'air comprimé (échelle : 5 cm). (ii) Vue de face de la sortie de la soufflerie délivrant de faibles vitesses de vent avec précision, utilisée pour la mesure des vitesses de translation des gouttes (cf la partie 2 de ce chapitre) ; on distingue la goutte sur son fil (échelle : 10 cm). (iii) Soufflerie en circuit fermé disposant d'un injecteur à gouttelettes microscopiques d'huile comme traceurs, utilisée pour obtenir les images de PIV (partie 2) ; on peut remarquer le laser et la caméra rapide croisés (échelle : 1 m). (iv) Convergent de la soufflerie utilisée pour mesurer les vitesses de décrochage (partie 3), avec un deuxième convergent amovible (en noir) permettant d'atteindre des vitesses plus élevées (échelle : 20 cm). Le phénomène décrit dans la partie 2 a été observé avec ces différentes souffleries.

La translation de goutte nécessite un flux particulièrement laminaire, et constitue donc un test indirect de la "propreté" de ce flux ; ainsi la soufflerie "maison" de la figure 4.2 (i) doit être munie d'un convergent adapté pour permettre d'observer cette translation.
À l'aide d'un tube de Pitot, d'un micromanomètre (au fonctionnement similaire) et d'un anémomètre à fil chaud, on a étalonné les deux souffleries utilisées lors des mesures quantitatives et caractérisé la régularité de leur flux (cf les figures 4.3 et 4.4) ; on relève des taux de turbulence toujours inférieurs au pourcent.



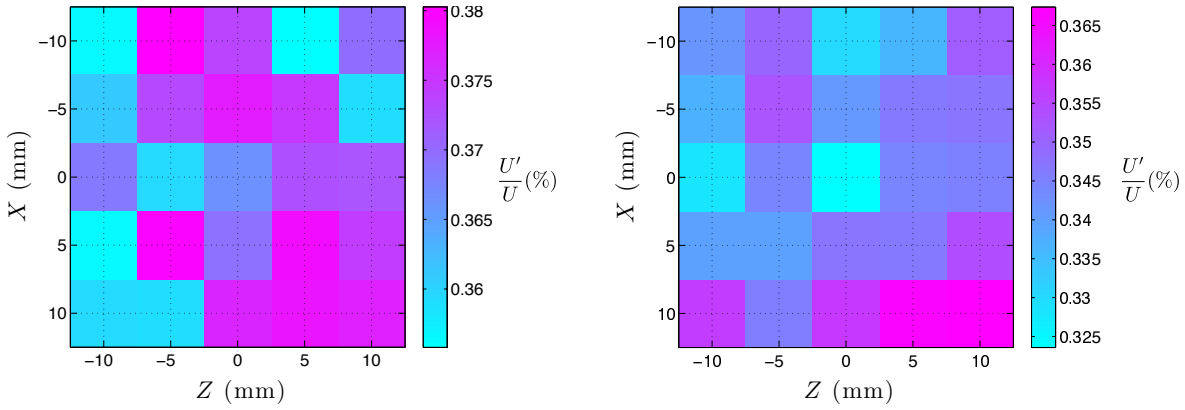
(a) (b)

FIGURE 4.3 – Caractérisation de la soufflerie photographiée sur la figure 4.2 (ii). (a) Tracé de la vitesse du vent U en fonction de la position Z le long de l'axe horizontal centré sur la sortie de la soufflerie (où sera placée la fibre), et pour différentes fréquences f_m commandant la rotation du moteur. U est constante en bonne approximation, sauf près des bords sur une couche limite inférieure au cm. (b) Étalonnage $U(f_m)$ pour une position centrée $Z \approx 15$ cm. Un micromanomètre permet de compléter les mesures aux faibles vitesses ; une relation linéaire est valable dans la gamme de vitesses explorée par la suite.

Forme de la goutte funambule

Une explication immédiate de la translation d'une goutte serait une asymétrie de sa forme, qui induirait une force de lift à la manière de la voile d'un navire inclinée par rapport au vent. Pour tester cette hypothèse, on caractérise ici l'évolution de la forme d'une goutte funambule avec la vitesse d'un flux d'air transversal de vitesse U, dans le cas où cette goutte présente un régime de translation ; c'est le cas dès qu'elle est assez pendante sous la fibre. Ainsi, $b = 75$ μm et $\Omega = 1$ μL (de même que $\eta = 5$ mPa.s) sont fixés pour cette étude morphologique.

À première vue, les photos de la goutte vue de dessus (sur la figure 4.5) pourraient suggérer un simple décalage de la goutte sous la fibre. Les vues latérales contredisent cette idée et indiquent plutôt (grâce à la réflexion de la fibre) une rotation d'ensemble, sauf aux vitesses proches du décrochage où la goutte est plus déformée. Sur cette figure 4.5), on a indiqué la dynamique de



(a) (b)

FIGURE 4.4 – Cartographies du taux de turbulence U'/U de la zone centrale (2x2 cm^2) en sortie de la soufflerie photographiée sur la figure 4.2 (iv) (en présence du convergent amovible), dans le plan vertical où l'on place la fibre, pour une vitesse moyenne (a) $U \sim 1.7$ m/s et (b) $U \sim 3.1$ m/s. Les mesures de vitesse ont été réalisées aux intersections des pointillés, avec un anémomètre à fil chaud constitué d'un fil de platine placé dans un pont de Wheatstone ; la tension mesurée varie avec le flux de chaleur issu du fil, et donc avec la vitesse de l'air. Un filtrage passe-bas donne la vitesse moyenne U alors qu'un filtrage passe-haut donne accès aux fluctuations temporelles (écart-type) U'. Dans les conditions de vitesse de cette étude, le rapport U'/U ne dépasse pas 0.5%.

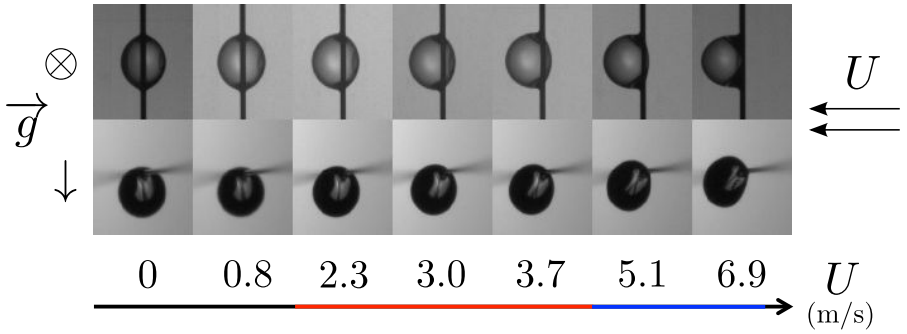
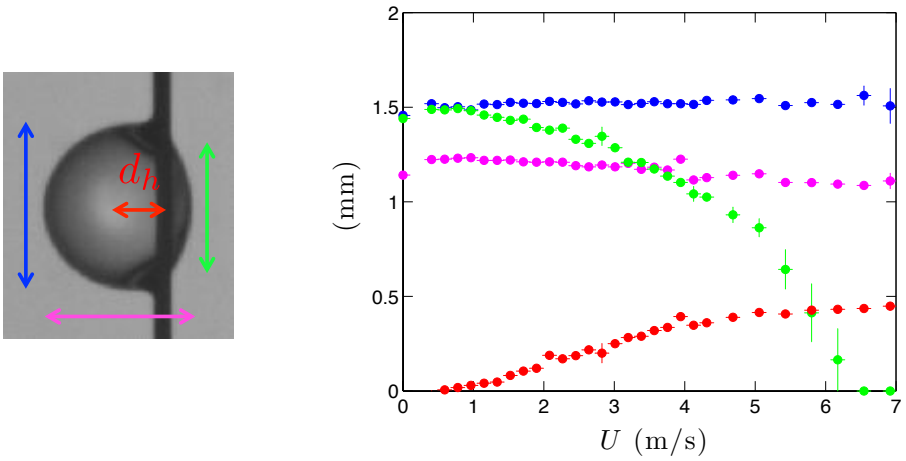


FIGURE 4.5 – Photos d'une goutte funambule pendante ($\Omega = 1$ μL sur $b = 75$ μm), vue de dessus (ligne supérieure) et latéralement (ligne inférieure), soumise à un flux d'air latéral (orienté ici de la droite vers la gauche) de vitesse U variable. Les couleurs sur l'axe des U indiquent le comportement de la goutte le long de la fibre : aux faibles vitesses (gamme colorée en noir), la goutte reste immobile ; aux hautes vitesse avant décrochage (en bleu), elle oscille sur une distance inférieure à son rayon ; dans le régime intermédiaire (en rouge), elle se déplace continûment.

la goutte le long du fil : elle est immobile à basse vitesse, se déplace continûment aux vitesses intermédiaires (régime de translation), et oscille quasiment sur place aux hautes vitesses (régime de vibrations), avant d'être partiellement détachée par le flux.

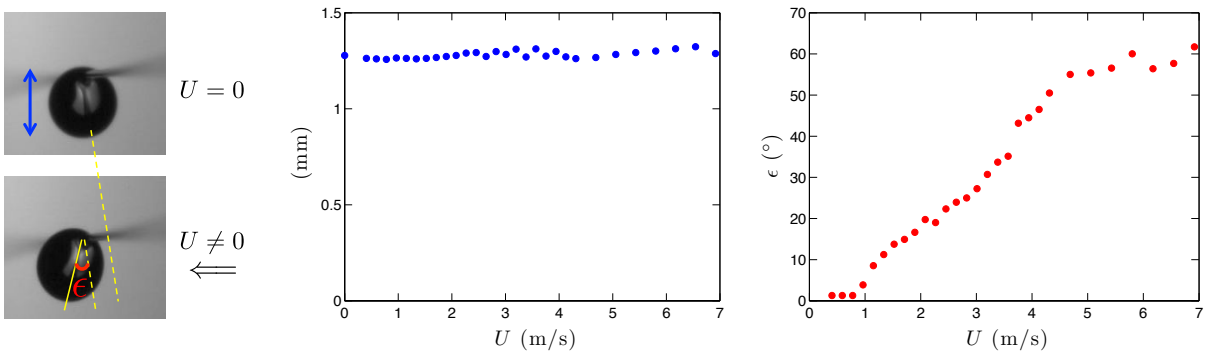
Le mouvement de rotation autour de la fibre est confirmé par les mesures de la morphologie d'une telle goutte "soufflée" (figures 4.6 et 4.7) : la goutte n'est quasiment pas déformée, ces mesures indiquant en particulier qu'elle offre toujours la même surface apparente au vent (de l'ordre de $\pi\mathcal{R}^2$). En vue latérale, on peut vérifier que la distance d_f entre les centres de la goutte



(a) (b)

FIGURE 4.6 – Mesures de la forme d'une goutte funambule soufflée vue de dessus : (a) longueurs mesurées, (b) évolution de ces longueurs avec U. d_h est la distance apparente entre le centre de la fibre et celui de la goutte.

et de la fibre (représentée sur la figure 4.8(b)) est constante en bonne approximation (comme tracé sur figure 4.10(a) plus loin), ce qui valide l'hypothèse de rotation solide.



(a) (b) (c)

FIGURE 4.7 – Mesures de la forme d'une goutte funambule soufflée vue latéralement : (a) longueur et angle mesurés, et évolution (b) de cette longueur et (c) de cet angle avec U. ϵ est l'angle d'inclinaison de la goutte défini entre la verticale et l'axe de symétrie de la goutte déformée lorsque $U \neq 0$ (cf figure 4.8) ; comme la caméra n'est pas exactement dans l'axe de la fibre en raison de son système d'attache, on mesure cet angle avec le reflet de la fibre sur la goutte, par comparaison au cas sans vent (pointillés jaunes).

On note ϵ l'angle de rotation de la goutte, qui est nul à vent nul ; on constate sur la figure 4.7(c) que cet angle augmente logiquement avec U (au-delà d'une petite vitesse seuil) avant de saturer en régime de vibration. Les mesures de ϵ et de d_f, en particulier dans ce dernier régime, sont entachées d'une erreur importante ; on mesure plus précisément la projection horizontale d_h. Aussi fait-on intervenir cette distance pour modéliser l'évolution de ϵ avec U.

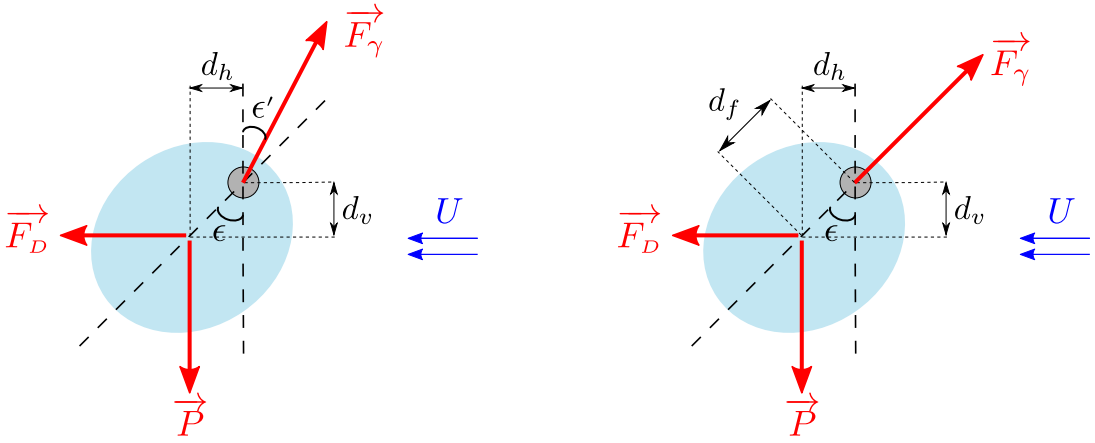


FIGURE 4.8 – Schéma de la forme d'une goutte funambule pendante déformée par un vent latéral de vitesse U ; la goutte est soumise à son poids P, à une force aérodynamique dont la projection dans le plan de la figure est une force de traînée notée F_D, et à une force capillaire qui la retient sur la fibre (due aux ménisques) dont la résultante projetée dans ce plan est notée F_γ. Le bilan de ces forces et de leurs moments indique que l'angle ϵ' (défini en (a)) entre la verticale et F_γ s'identifie à ϵ ; à l'équilibre, la goutte est donc soumise aux forces représentées en (b). d_f est la distance entre le centre de la goutte et celui de la fibre, dont les projections horizontale et verticale sont notées respectivement d_h et d_v.

Une goutte funambule dans le vent est soumise à trois forces : son poids, la force capillaire due aux lignes de contact du liquide avec la fibre, et une force aérodynamique dont la composante dans la direction du vent est une force de traînée notée F_D. Il existe aussi une composante transverse à U, une force de lift F_L (ou plus rigoureusement une force de dérive, car dans un plan horizontal) expliquant le régime de translation ; elle n'intervient pas dans la rotation de la goutte (la fibre empêchant toute rotation due à F_L comme l'indique la constance des relevés mauves de la figure 4.6). Aussi, on représente (en rouge) les projections des trois forces en vue latérale sur la figure 4.8. On connaît les expressions de deux de ces forces projetées ; le poids P de la goutte s'écrit évidemment $P = (4/3)\pi\mathcal{R}^3\rho g$ alors que la force de traînée s'écrit, comme pour une sphère solide :

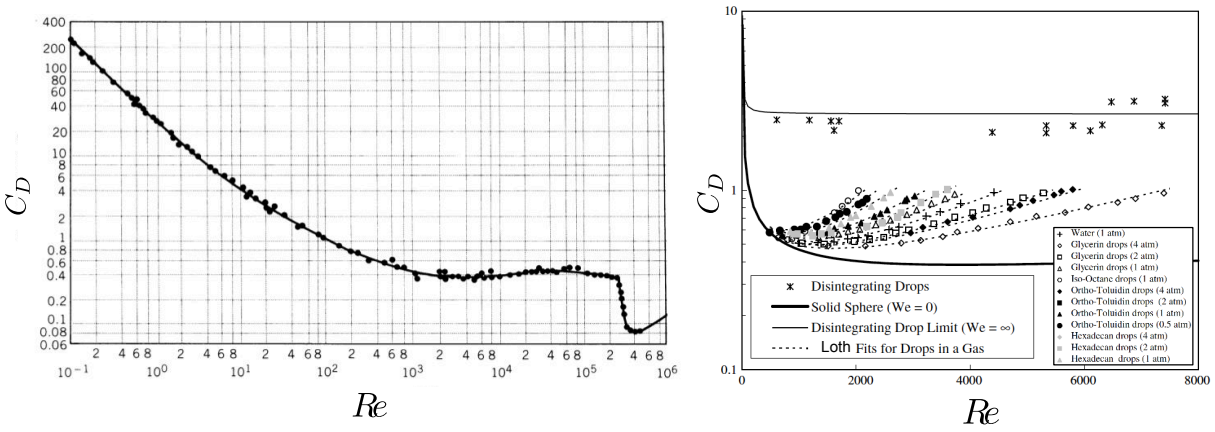
$$F_D = \frac{1}{2} C_D \pi \mathcal{R}^2 \rho_a U^2. \tag{4.1}$$

Cette dernière équation qui rappelle la proportionnalité entre force aérodynamique et pression dynamique $\rho_a U^2/2$ définit le coefficient de traînée C_D (sans dimension) pour une sphère solide. Ce coefficient ne dépend que du nombre sans dimension caractérisant l'écoulement, le nombre de Reynolds Re donné par :

$$Re = \frac{2\mathcal{R}U}{\nu_a} \tag{4.2}$$

où ν_a est la viscosité cinématique du fluide (ici l'air, $\nu_a = 10^{-5}$ m^2/s). Ce nombre de Reynolds compare les effets de l'inertie à ceux de la viscosité ; en effet on peut l'écrire comme le rapport

entre les temps de transport par diffusion d^2/ν_a et par convection d/U, sur une distance caractéristique d de l'ordre du diamètre de la sphère [46]. Comme pour la formule (4.1), on étend la formule (4.2) au cas d'une sphère liquide ; de plus, on néglige ici tout effet de la fibre pour les gouttes funambules pendantes. On trouve ainsi que $Re \in [0, 870]$ pour les gouttes de la figure 4.5. La figure 4.9(a) rappelle l'allure de la courbe universelle $C_D(Re)$ dans le cas d'une sphère solide.



(a) (b)

FIGURE 4.9 – (a) Tracé du coefficient de traînée C_D (défini par (4.1)) d'une sphère solide en fonction du nombre de Reynolds Re de l'écoulement autour de cette sphère, en coordonnées logarithmiques. (b) Tracé, en coordonnées semi-logarithmiques, de C_D en fonction de Re pour une sphère liquide, dans le cas où elle garde sa cohésion (pour différentes pressions atmosphériques) et lors de sa désintégration. Les données expérimentales issues de [124] et [139] sont bien ajustées par les formules empiriques données dans [76], tracées en pointillés. (Figure issue de [76].)

Pour une sphère liquide, la figure 4.9(b) issue de l'article [76] indique que le coefficient de traînée d'une goutte est compris entre celui d'une sphère solide et celui d'une goutte se désintégrant sous l'effet du flux d'air. Dans cet article, on pourra trouver une relation empirique permettant d'exprimer C_D pour une goutte ; cette expression dépend du nombre de Reynolds mais aussi du rapport entre les viscosités dynamiques du liquide et de l'air, et du nombre de Weber de l'écoulement. Ce dernier compare les effets inertiels aux effets capillaires et caractérise la déformation de la goutte [27] ; il peut s'interpréter comme le rapport de la pression dynamique du flux d'air sur la pression capillaire dans la goutte, et est défini par :

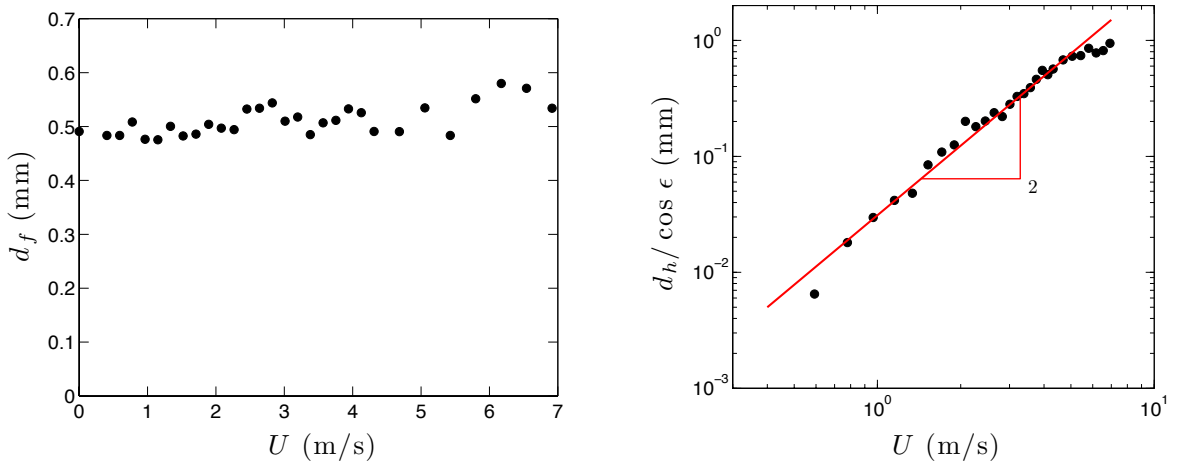
$$We = \frac{2\mathcal{R}\rho_a U^2}{\gamma}. \tag{4.3}$$

L'application numérique donne $We \in [0{,}3]$ pour les gouttes de la figure 4.5 ; on s'attend bien à une fiable déformation de la goutte. D'après la figure 4.9(b), le coefficient de traînée d'une goutte gardant sa cohésion est compris entre 0.4 et 1 ; pour l'étude du mouvement de translation qui suit, le nombre de Reynolds de l'écoulement ne dépassera pas 1000 et on peut donc considérer que le C_D d'une goutte reste, en première approximation, proche de celui d'une sphère solide de même taille. L'évolution de C_D avec Re sera précisée plus loin dans la gamme correspondant au

régime de translation (cf la figure 4.26(a)).
On peut maintenant modéliser la forme de la goutte inclinée représentée sur la figure 4.8(a). Le bilan des moments par rapport à l'axe de la fibre (permettant d'éliminer la force inconnue F_γ) s'écrit $Pd_h = F_D d_v$; on en déduit l'expression donnant l'angle d'inclinaison de la goutte ϵ en fonction des deux forces connues :

$$\tan\epsilon = \frac{d_h}{d_v} = \frac{F_D}{P} = \frac{3\rho_a C_D U^2}{8\rho g \mathcal{R}} \tag{4.4}$$

où l'on a remplacé la force de traînée par son expression (4.1). Le bilan des forces s'écrit $P = F_\gamma \cos\epsilon'$ en projection verticale, et $F_D = F_\gamma \sin\epsilon'$ en projection horizontale ; ainsi $\tan\epsilon' = F_D/P$. On en déduit (avec (4.4)) que $\epsilon' = \epsilon$ pour une goutte soufflée à l'équilibre, dont la forme est représentée sur la figure 4.8(b).



(a) (b)

FIGURE 4.10 – (a) Tracé de l'évolution de d_f (définie sur la figure 4.8) avec U ; on observe une valeur constamment proche de 0.5 mm, avec des fluctuations qui s'amplifient logiquement dans la zone d'oscillations de la goutte. (b) Tracé de l'évolution avec U du rapport $d_h/\cos\epsilon$ combinant les vues de dessus (figure 4.6) et latérales (figure 4.7), en échelle logarithmique ; la pente 2 obtenue valide le modèle résumé par l'équation (4.5).

L'équation (4.4) prédit l'évolution de l'angle d'inclinaison de la goutte, donc de sa morphologie générale, avec la vitesse du vent. On peut la tester directement à partir des mesures de la figure 4.7(c) ; cependant ces mesures sont moins précises que celles de d_h, en raison du décalage lié à la fibre (cf la figure 4.7(a)). On préfère donc utiliser aussi les mesures latérales de la figure 4.6(b) donnant d_h. De plus, on exprime d_v selon $d_v = d_f \cos\epsilon = \mathit{F}\mathcal{R}\cos\epsilon$, où le coefficient F est obtenu grâce aux mesures de la figure 4.10(a) et connaissant $\Omega = 1$ μL, donc $\mathcal{R} = 0.62$ mm ; on trouve $\mathit{F} \approx 0.5/0.62 \approx 0.8$. Ce qui permet de réécrire (4.4) selon :

$$\frac{d_h}{\cos\epsilon} = \left(\frac{3}{8}\frac{\rho_a}{\rho}\frac{\mathit{F}C_D}{g}\right) U^2. \tag{4.5}$$

Cette dépendance en U^2 est vérifiée expérimentalement sur la figure 4.10(b) ; la pente de l'ajustement vaut 32 ms^2/m, d'où l'on déduit la seule inconnue C_D (en imposant $\mathit{F} = 0.8$ déterminé

ci-dessus) :

$$C_D \approx 0.9. \tag{4.6}$$

Le coefficient de traînée d'une goutte funambule semble donc constant sur la gamme de Re accessibles, contrairement au cas d'une sphère solide (figure 4.9(a)) ; pour une goutte, la figure 4.9(b) confirme la faible variation de C_D lorsque $Re \in [0; 1000]$. L'ordre de grandeur de ce coefficient est cependant plus faible que celui mesuré ici ; on peut invoquer un possible effet de la fibre pour l'expliquer. On remarque d'ailleurs qu'il conviendrait de généraliser l'étude à d'autres tailles de gouttes et fibres ; cependant les nombres de Reynolds accessibles ne seront pas beaucoup plus élevés, de plus grosses gouttes se décrochant pour des vitesses moindres (comme on le verra plus loin).
Les mesures précédentes suffisent à exclure l'hypothèse d'une déformation de la goutte pour expliquer sa translation ; la figure 4.11 indique en effet qu'une goutte en translation garde sensiblement la même forme, indépendamment de son sens de déplacement.

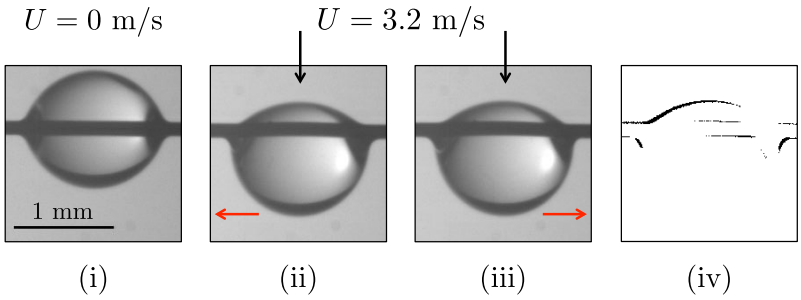
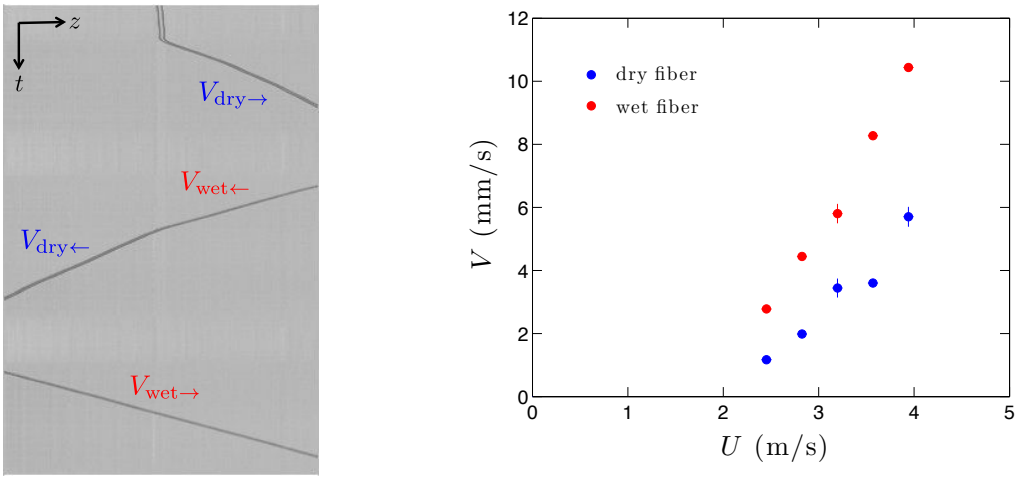


FIGURE 4.11 – Comparaison de la forme des gouttes vues de dessus (i) en l'absence de flux, en régime de translation (ii) vers la gauche ou (iii) vers la droite, et (iv) différence entre les images (ii) et (iii) (en couleurs inversées). Cette vue ne révèle pas de différence notable de la forme de la goutte suivant son sens de déplacement ; les légers écarts relevés sur (iv) se concentrent à proximité des ménisques et semblent être plutôt une conséquence qu'une cause du déplacement de la goutte.

La goutte étant faiblement déformée, on se demande si une perle (solide) de même taille est déplacée dans le même flux ; les tests avec des perles sphériques sont négatifs. L'utilisation de "pâte de dentiste", un polymère réticulant (Elite double Zhermack™), déposé en gouttes et séché sous ce flux, a même permis d'obtenir des formes solides identiques à celle des gouttes soufflées ; ces objets ne sont pas translatés non plus. Même si l'on a pris soin d'utiliser une fibre lubrifiée et plus fine que le trou percé dans ces objets, la friction sur ces solides reste plus importante que dans le cas liquide et suffit peut-être à expliquer cette immobilité. Pour cette raison, voire pour d'autres effets liés à la possibilité de mouvements au sein de la goutte (qui seront décrits plus loin), le caractère liquide de la sphère semble donc essentiel à son déplacement.

Mesure de vitesses

En plus de la forme de la goutte, on mesure aisément sa vitesse en régime de translation. Un exemple de résultats obtenus est donné sur la figure 4.12. On constate logiquement que la goutte glisse plus vite sous un vent fort ou sur une fibre mouillée.



(a) (b)

FIGURE 4.12 – Mesure des vitesses d'une goutte de volume $\Omega = 1$ μL et de viscosité dynamique $\eta = 5$ mPa.s translatée vers la droite ou vers la gauche le long d'une fibre de rayon $b = 75$ μm sèche ou déjà mouillée (ici par un passage précédent de la goutte). (a) Exemple de diagramme spatio-temporel (tracé sur une droite parallèle à l'axe z de la fibre et passant par la goutte), permettant de suivre la position de la goutte avec le temps ; les quatre segments de droites obtenus indiquent que la goutte se déplace à vitesse constante, calculée grâce à leurs pentes. (b) Évolution de la vitesse V de la goutte en régime de translation avec la vitesse U du vent ; les légères différences relevées selon le sens de déplacement peuvent provenir d'un réglage approximatif de l'orthogonalité du fil avec le flux, et fournissent les barres d'erreur. On constate que V augmente avec U, que V est environ 1000 plus faible que U, et qu'une goutte en translation voit sa vitesse augmenter de 60% sur une fibre mouillée par rapport à une fibre sèche.

Le mouillage de la fibre peut être dû à un précédent passage d'une goutte translatée, ayant déposé un film liquide sur la fibre. L'effet de ce film en présence d'un flux intermittent est similaire à celui observé pour une goutte poussée (dans [131]) : la force capillaire "de rappel" qui en résulte implique que la translation d'une goutte sur une fibre à moitié mouillée se fait préférentiellement dans le sens du retour vers la région déjà enduite.
Compte tenu de l'ordre de grandeur des vitesses de translation (cf la figure 4.12(b)), on estime l'épaisseur de ce dépôt et la variation de volume associée : avec $\eta = 5$ mPa.s et alors $V \approx 1$ cm/s au maximum, on trouve un nombre capillaire $Ca = \eta V/\gamma \approx 2.5.10^{-3}$ et la formule de Landau-Levich-Derjaguin [119], soit $e/b = 1.34\ Ca^{2/3}$, fournit une épaisseur de film $e_f \approx 1.8$ μm sur un fil de rayon $b = 75$ μm. On en déduit une variation relative de volume lors du déplacement d'une goutte sur une longueur L, estimée pour les valeurs typiques $\Omega = 1\mu$L et L=10 cm : $\Delta\Omega/\Omega \approx 2\pi beL/\Omega \approx 8\%$. Dans la suite, on considérera donc que la goutte déplacée est de volume

constant, l'erreur commise sur Ω étant inférieure à 10%. Dans le cas d'un mouvement confiné par des obstacles (décrit à la partie suivante), ce film très mince (donc lentement déstabilisé) peut présenter une épaisseur constante, en équilibre dynamique avec la goutte.
Par ailleurs, on observe de nouveau que la gamme de vitesses du vent dans laquelle la translation est observée est restreinte. Dans la partie suivante, on cherche à comprendre et caractériser ce régime de translation.

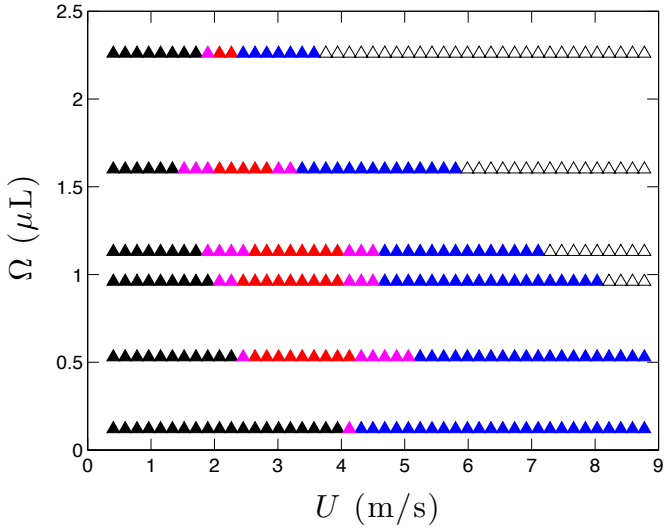
4.1.2 Diagramme de phase

On étudie ici l'influence de l'intensité du vent et de la géométrie du système funambule (goutte et fibre) sur le régime de translation. Le diagramme de phase de la figure 4.13(a) montre que ce régime est observé pour des vitesses de vent intermédiaires, entre une zone où la goutte reste immobile et une zone où elle vibre quasiment sur place. De même, la translation a lieu pour des volumes de goutte intermédiaires entre le volume maximal supportable par la fibre, qui n'est déplacé que sur une très faible plage de vitesses, et un volume trop faible pour être translaté. Les photos des gouttes funambules sur la figure 4.13(b) permettent de comprendre qu'une goutte trop petite est plus symétrique autour de la fibre, elle offre moins de prise au vent alors que son aire de contact avec la fibre est similaire (voire légèrement supérieure) à celle d'une goutte plus pendante. Pour une force de friction proche, la forme motrice sera donc plus faible.

Par ailleurs l'aspect pendant de la goutte est essentiel pour observer la translation, peut-être parce qu'il empêche la goutte de se protéger du vent derrière la fibre. Ainsi des tests d'expérience similaire en canal hydraulique, sur des gouttes d'huile funambules immergées dans l'eau, avec des conditions de mouillage et des nombres de Reynolds proches, n'ont pas révélé de régime de translation ; on observe des vibrations de la goutte dans un plan vertical qui semblent empêcher un mouvement continu... L'origine de ces vibrations sera indiquée plus loin ; elles semblent facilitées par le fait que l'eau et l'huile étant de densités proches, les forces gravitaires contraignent moins fortement la goutte à être pendante.
On a tracé des diagrammes de phases similaires à celui de la figure 4.13(a) pour deux fibres plus grosses ; on observe qualitativement la même allure, avec une zone de translation décalée vers des gouttes plus volumineuses. Pour comparer ces mesures, on choisit de diviser le volume de la goutte par le volume maximal que la fibre peut supporter, proportionnel à son rayon b et issu de la formule (1.14) vue précédemment, c'est-à-dire de l'équilibre entre le poids de la goutte $\rho g\Omega$ et la force capillaire maximale donnée par (1.17). Soit :

$$\Omega_{\max} = \frac{4\pi\gamma b}{\rho g} = 4\pi a^2 b. \tag{4.7}$$

On a photographié sur la figure 4.14(a) des gouttes funambules de rapports $\Omega/\Omega_{\max}$ variés. Un autre paramètre est le nombre de Reynolds caractérisant l'écoulement ; on obtient alors la superposition de diagrammes adimensionnés faisant l'objet de la figure 4.14(b).



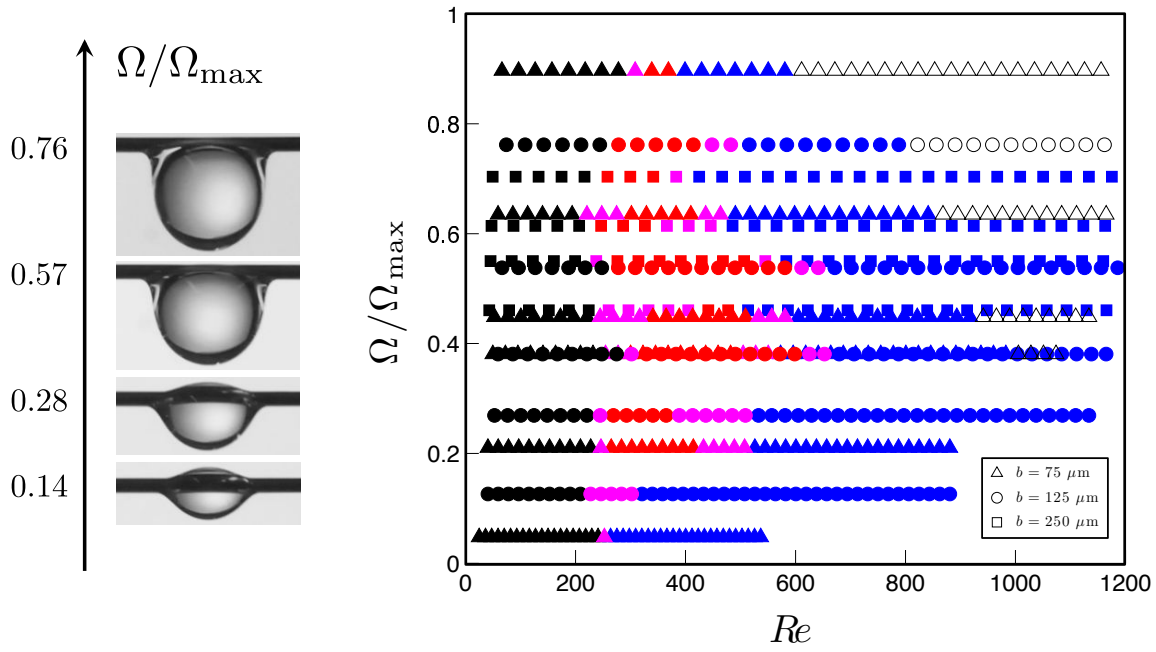
(a)

0.12 μL 0.53 μL 0.96 μL 1.13 μL 1.61 μL 2.26 μL

(b)

FIGURE 4.13 – (a) Diagramme de phase des régimes de déplacement d'une goutte funambule (sur une fibre de rayon $b = 75$ μm), en fonction de son volume Ω et de la vitesse U du vent transversal. Les symboles noirs pleins correspondent à une goutte immobile, alors que les symboles noirs vides traduisent le détachement de la goutte sous l'effet du vent. Entre ces deux extrêmes, la goutte peut se déplacer continûment (régime de translation, en rouge) ou osciller sur une longueur de moins d'un rayon (régime de vibrations, en bleu). Les symboles mauves représentent un régime intermédiaire où la goutte se déplace sur une distance plus grande mais peut rebrousser chemin. (b) Photos (échelle : 1 mm) en vue latérale des gouttes utilisées en (a), en l'absence de vent. Seules les gouttes assez grosses (donc pendantes) peuvent être translatées.

Cette figure fait apparaître une nette frontière verticale inférieure pour la zone de translation, indiquant un nombre de Reynolds seuil $Re^* \approx 250$. La frontière supérieure est moins bien définie, mais les points rouges et mauves se superposent sur une zone de translation bien délimitée, pour un nombre de Reynolds approximativement compris entre 200 et 600.
Une telle translation de goutte est-elle susceptible de se produire durant la fabrication industrielle de laine de verre ? Ce serait un moyen de répartir le liant sur de très grandes distances de fibre, en utilisant les flux d'air déjà présents dans le procédé (comme vu en introduction). Ces flux sont orientés verticalement une fois le matelas formé ; on peut alors supposer que les fibres enchevêtrées formant ce matelas ont une orientation moyenne proche de l'horizontale. Une autre hypothèse forte est d'ignorer ici l'effet de l'enchevêtrement sur le flux d'air, considéré comme localement uniforme et perpendiculaire à une fibre donnée. Les tailles de fibres de verre sont dispersées autour de valeur typiques de l'ordre de $b \approx 2$ μm ; les tailles de gouttes de liant étant



(a) (b)

FIGURE 4.14 – (a) Allure de certaines gouttes utilisées en (b) (pour $b = 125$ μm), et valeurs du rapport $\Omega/\Omega_{\max}$ correspondant. (b) Diagramme de phase adimensionné des régimes de déplacement de gouttes funambules en fonction du nombre de Reynolds de l'écoulement et du rapport entre le volume de la goutte et le volume maximal pouvant être supporté par la fibre, pour trois fibres différentes. Le code des couleurs est le même que pour la figure 4.13(a) ; le régime de translation est représenté en rouge.

également très dispersées, on considère une goutte de volume $\Omega = \Omega_{\max}/2$ sur cette fibre, soit $\mathcal{R} \approx 0.25$ mm (avec $a_{\text{liant}} \approx 2$ mm). On estime alors le nombre de Reynolds de l'écoulement autour de cette goutte, sachant que la vitesse typique de l'air est de 2.4 m/s, et en négligeant les variations de sa viscosité avec la température élevée du procédé en première approximation. On obtient $Re \approx 120$, situé dans la zone où la goutte reste immobile. Il faudrait multiplier par 2 la vitesse du vent pour atteindre Re^* ; un facteur 3 permettrait d'être plus certainement dans la zone de translation. En pratique, il n'est pas aisé d'augmenter cette vitesse car cela entraîne une plus grande recirculation des fibres libres, pouvant perturber la bonne projection des gouttes de colle. Il est en revanche possible d'augmenter la taille moyenne des gouttes en modifiant les buses, pour atteindre plus fréquemment le régime de translation. Un tel test reste à mener sur une ligne pilote de fabrication de laine de verre afin d'observer une éventuelle modification du produit fini.

Pour comprendre l'origine du seuil en nombre de Reynolds lié à la cause du mouvement, on a cherché à visualiser les déplacements de l'air autour de la goutte.

4.1.3 Sources d'asymétrie : observation des mouvements de fluides

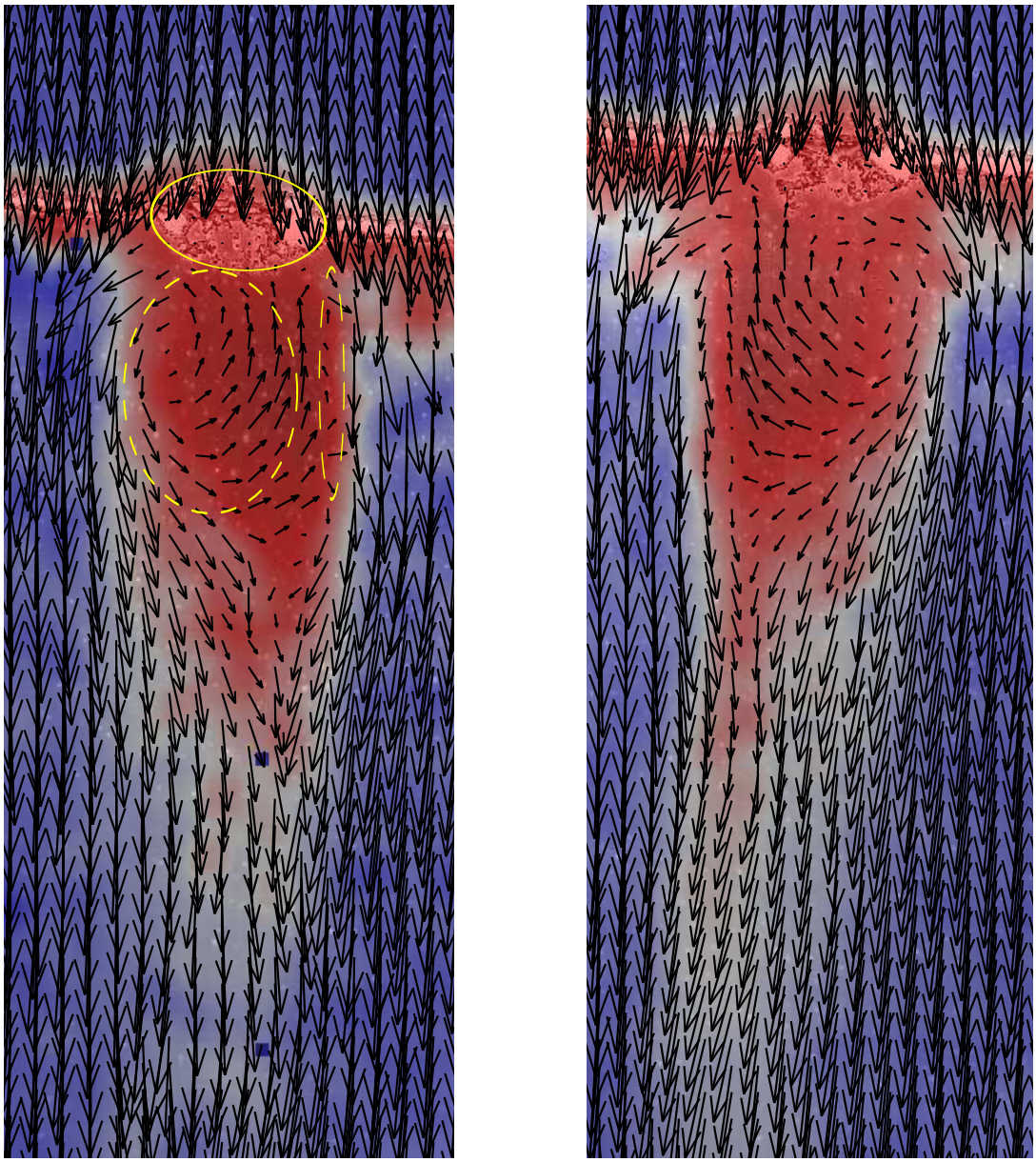
Ce travail a été réalisé avec Hadrien Bense.

Asymétrie du sillage

Pour observer le sillage de la goutte, on a réalisé des visualisations du flux d'air par vélocimétrie par image de particules (PIV). Cette technique a aussi été utilisée récemment pour observer les lignes de courant autour d'une goutte lors de son éclatement suivant différents scénarios, donc à plus haute vitesse [49]. Nos traceurs sont des micro-gouttelettes d'huile d'olive, injectées dans une soufflerie en circuit fermé (photographiée sur la figure 4.2 (iii)) où l'on avait placé la goutte sur son fil. Les images du flux sont obtenues à l'aide d'une nappe lumineuse horizontale traversant la goutte sous la fibre, issue d'un laser haute puissance pulsé, dont chacun des flash (émis à une fréquence variable) déclenche l'acquisition de deux images (séparées de 50 μs) par une caméra rapide. L'obturateur de celle-ci est ouvert en permanence, et l'enregistrement d'images se fait lors d'une variation brutale de l'intensité lumineuse. Cette méthode permet d'obtenir deux images beaucoup plus rapprochées qu'avec un obturateur mécanique ; un logiciel calcule ensuite le champ de vitesse par corrélation des paires d'images, en suivant le mouvement des gouttelettes d'huile. La figure 4.15 montre un exemple d'images PIV obtenues dans le régime de translation.

On observe que derrière une goutte en translation se trouvent (dans le plan d'observation) un gros tourbillon principal, faisant environ deux fois la taille de la goutte, et un tourbillon plus écrasé, très excentré ; l'interface entre ces deux tourbillons contra-rotatifs, là où la vitesse opposée au flux d'air est la plus élevée, est elle-même excentrée par rapport à la goutte. En aval de cette interface, le sillage forme une queue (également décalée) qui s'étend loin derrière la goutte. Ces observations révèlent ainsi une asymétrie forte, qui est inversée avec le sens de déplacement de la goutte ; cette asymétrie est absente hors du régime de translation.

Ces expériences de PIV révèlent l'importance primordiale du sillage de la goutte comme moteur possible du déplacement. En raison de la complexité du montage réalisé ponctuellement sur une soufflerie prêtée par l'ENSTA, on n'a pas réalisé d'étude systématique de la forme du sillage en fonction de la taille de la goutte funambule et du nombre de Reynolds de l'écoulement.



(a) (b)

FIGURE 4.15 – Images obtenues par PIV du sillage d'une goutte funambule en translation ($\Omega = 1.6$ μL, $b = 125$ μm) lorsqu'elle se déplace (a) vers la gauche et (b) vers la droite. Les vecteurs représentent la vitesse de l'air, qui est aussi donnée par le code couleur ; elle varie de 3 m/s vers le bas (bleu foncé) à 0.7 m/s vers le haut (rouge foncé). Le nombre de Reynolds associé est de l'ordre de 500. Sur (a), on a indiqué la goutte par un trait jaune continu, et les deux tourbillons asymétriques (en aval) par des pointillés jaunes.

Circulation dans la goutte

On s'est aussi intéressé aux mouvements dans la goutte, plus aisément accessibles. Pour les observer, on a utilisé de la fluorescéine solide (en poudre) ou des microbilles de verre comme traceurs mélangés à l'huile silicone. On suit essentiellement les particules se trouvant près de la

surface de la goutte ; le mouvement de cette surface est ainsi révélé sur la figure 4.16.

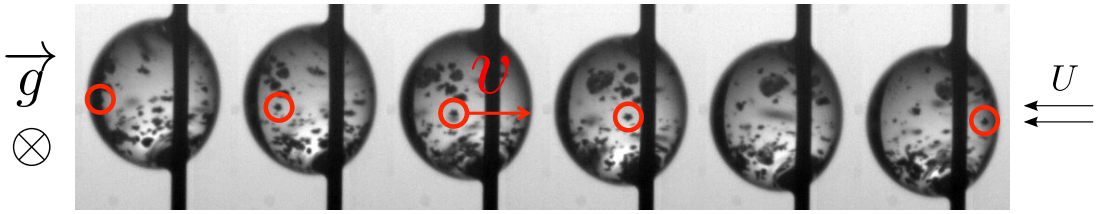


FIGURE 4.16 – Succession de photos (Δt=50 ms) permettant le suivi d'amas de particules (de fluorescéine solide) situés en surface d'une goutte en mouvement ($\Omega = 1$ μL, $\eta = 5$ mPa.s, $b = 75$ μm) ; l'amas net cerclé de rouge est du côté de l'objectif, en haut de la goutte, alors que les amas sur le bord inférieur de la goutte sont grossis par un effet de loupe ; le mouvement principal de la goutte, en plus de sa translation le long de la fibre (ici vers le bas de l'image), est donc essentiellement une rotation sous la fibre, comme représenté sur la figure 4.17.

On observe que la surface de la goutte pendante tourne, dans un sens indépendant de celui de sa translation : la partie la plus basse de cette surface est toujours entraînée par le flux d'air, alors que la partie supérieure de la goutte se déplace contre le vent. La figure 4.17 résume alors les trois vitesses en jeu dans nos expériences, et indique leurs ordres de grandeurs lorsque l'huile utilisée est 5 fois plus visqueuse que l'eau.

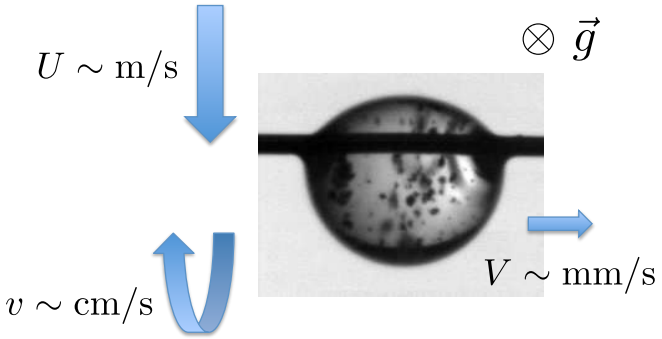
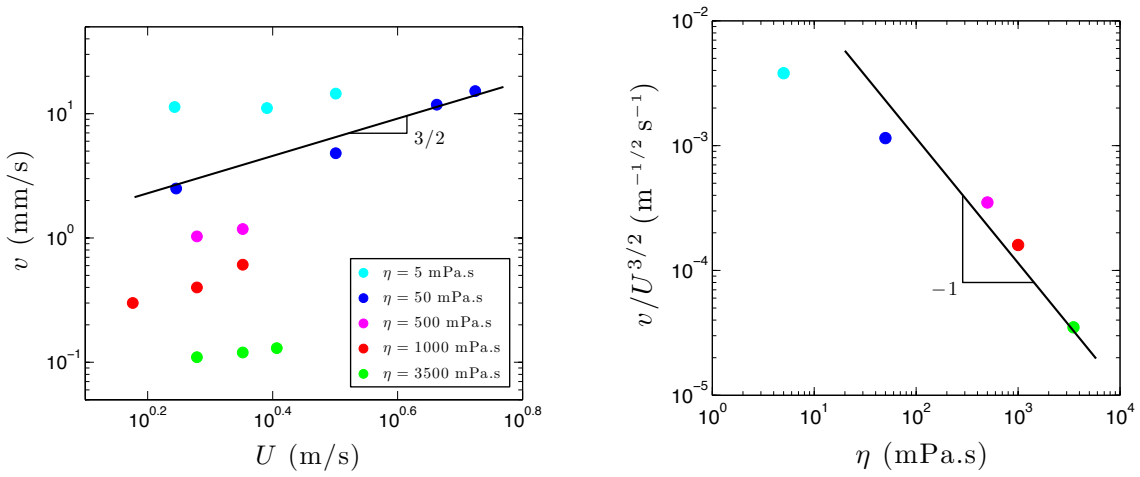


FIGURE 4.17 – Notations, orientations et ordres de grandeurs des vitesses en jeu : celle du vent U, celle de la goutte V (aléatoirement dans un sens ou dans l'autre le long de la fibre), et celle, approximative, de la surface de la goutte v, pour $\eta \approx 5$ mPa.s.

Cette rotation est peut-être due au fait que la partie basse de la goutte est la plus exposée au flux, alors que le déplacement contre le vent est facilité dans la zone protégée par la fibre (cette zone n'est pas négligeable puisque la goutte est aussi inclinée par le vent, comme on l'a vu précédemment, à la figure 4.5).
Une telle rotation de particules au sein d'une goutte accrochée à une fibre et soumise à un flux a déjà été observée dans l'article [90] qui étudie les captures d'aérosols liquides et solides dans un filtre à particules constitué de fibres humides ; les poussières capturées par des gouttes d'eau pendantes révèlent en effet leur mouvement de rotation. Dans les conditions de cette étude, les gouttes ne sont cependant pas en régime de translation, les effets gravitaires étant prédominants.

Ici, le mouvement de la surface de la goutte est en fait plus compliqué qu'une simple rotation solide ; en particulier, les particules ne restent pas en surface (notamment près de la fibre), leur trajectoire à proximité des deux lignes de contact est plus compliqué qu'un arc de cercle, et la vitesse en haut de la goutte diffère de la vitesse sur la partie inférieure (elle est environ quatre fois supérieure). En raison de cette vitesse non uniforme, du suivi approximatif des particules dû à la courbure de la surface, et du fait que ces particules ne sont pas exactement en surface, les mesures de la vitesse v présentées sur la figure 4.18 sont relativement peu précises.



(a) (b)

FIGURE 4.18 – (a) Tracé de la vitesse des particules en surface de la goutte (sur la face inférieure) en fonction de celle du vent, pour différentes viscosités, en coordonnées logarithmiques (Ω = 1.4 μL, b = 75 μm). Sur la gamme de vitesses U permettant la translation, les points bleus sont ajustés par une loi de puissance avec un exposant 3/2. (b) Tracé du coefficient de la loi de puissance issue de (a) en fonction de la viscosité de la goutte, en coordonnées logarithmiques. Pour des liquides assez visqueux, ce coefficient varie comme l'inverse de la viscosité.

Pour décrire le mouvement, on suppose que la surface de la goutte est entraînée par l'intermédiaire d'une couche limite dans l'air, supposée laminaire et représentée sur la figure 4.19 ; cette couche limite fait la transition entre l'écoulement uniforme loin de la goutte où l'air est assimilé à un fluide parfait, et l'écoulement près de la surface de la goutte, contrôlé par la viscosité de l'air. Son épaisseur e_o est alors donnée par [46] :

$$\frac{e_o}{\mathcal{R}} \sim \frac{1}{\sqrt{Re}}. \tag{4.8}$$

L'application numérique pour $Re \approx 500$ indique que $e_0/\mathcal{R} \approx 5\%$; e_0 est de l'ordre de 30 microns.

La continuité des contraintes à la surface de la goutte s'écrit, comme $U \gg v$:

$$\eta \frac{v}{\mathcal{R}} \sim \eta_a \frac{U}{e_o} \tag{4.9}$$

d'où l'expression de la vitesse v en loi d'échelle :

$$v \sim \frac{\sqrt{\rho_a \eta_a}\ \mathcal{R}^{1/2}\ U^{3/2}}{\eta}. \tag{4.10}$$

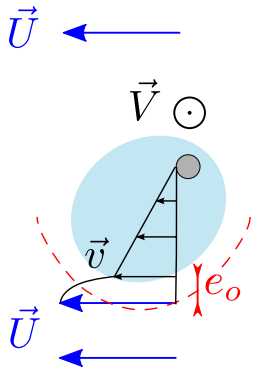


FIGURE 4.19 – Schéma de la goutte en rotation, vue latéralement. Les gradients de vitesse dans l'air sont concentrés dans une couche limite d'épaisseur e_o, grossie sur cette figure.

Les dépendances en U et en η sont vérifiées en bonne approximation sur la figure 4.18 ; les coefficients numériques des deux modèles issus de (4.10) tracés en noir sur cette figure valant 0.72 (pour 4.18(a)) et 1.4 (pour 4.18(b)), on en déduit que le préfacteur de (4.10) est de l'ordre de l'unité, l'écart venant de l'erreur importante sur la mesure de v. En raison de cette erreur et de la faible gamme sur laquelle on peut faire varier le rayon d'une goutte translatée, on n'a pas cherché à vérifier la dépendance en $\mathcal{R}$.
Le mouvement à la surface de la goutte semble donc symétrique à première vue. En réalité, un examen plus attentif, en se plaçant dans le référentiel de la goutte (en translation à la vitesse V) et en superposant les images successives, permet d'obtenir la trajectoire des particules et révèle que celle-ci est inclinée par rapport à la direction du vent (c'est-à-dire par rapport à un axe perpendiculaire à la fibre). La direction de cette inclinaison notée ψ dépend du sens de déplacement de la goutte, et son amplitude de l'intensité du vent. La figure 4.20 montre que les résultats obtenus avec différentes gouttes funambules se superposent en prenant le nombre de Reynolds de l'écoulement comme variable.

Cette figure atteste l'existence d'une bifurcation au-delà de $Re \approx 250$. Un test avec une viscosité plus grande indique par ailleurs que ψ ne dépend pas de η. Les droites obtenues ont pour équation :

$$| \psi | \approx K_\psi (Re - Re^*) \tag{4.11}$$

où le coefficient K_ψ est de l'ordre de $2.7\ 10^{-4}$. Dans la suite, on utilisera les ordres de grandeurs de $\psi(Re)$ donnés par cette figure plutôt qu'une telle relation explicite car la détermination de l'exposant de la parenthèse $(Re - Re^*)$ (ici choisi égal à 1 mais pouvant aller jusqu'à 1.5), de Re^* et de K_ψ sont liées et approximatives, en raison de l'imprécision sur la mesure de ψ et de la gamme restreinte de valeurs explorables pour Re.
Avant de tenter de modéliser la dynamique de translation d'une goutte, on évoque certaines études antérieures qui se sont intéressées aux sillages de sphères et aux bifurcations associées.

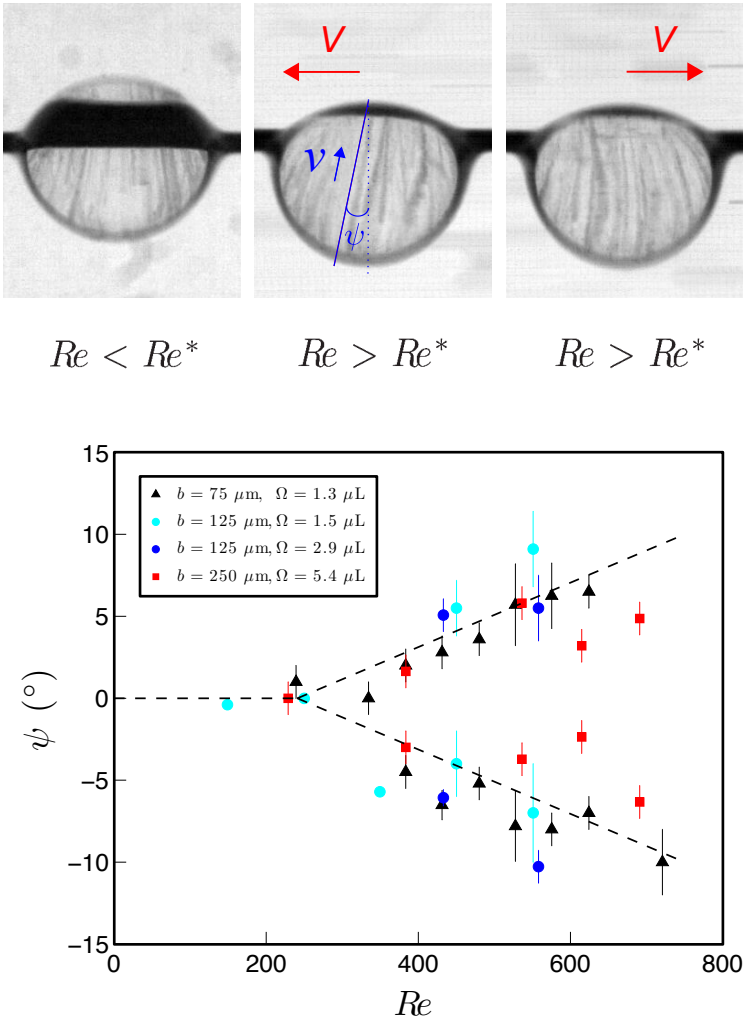
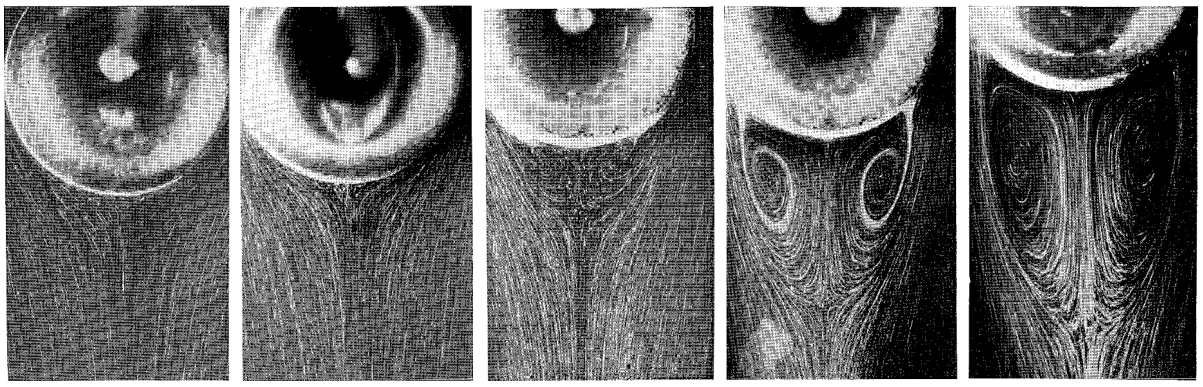


FIGURE 4.20 – Mouvement à la surface d'une goutte en translation (de viscosité $\eta = 50$ mPa.s). En haut : superposition des photos d'une goutte contenant des billes de verre, pour une goutte immobile ($Re < Re^*$) ou en translation ($Re > Re^*$). On définit alors l'angle d'inclinaison ψ de la trajectoire des particules par rapport à une droite orthogonale à la fibre. Par convention, ψ est orienté dans le sens trigonométrique. En bas : tracé de ψ en fonction du nombre de Reynolds, pour différentes tailles de gouttes et de fibres ; les points expérimentaux se regroupent autour de trois segments de droites révélant une bifurcation au-delà de $Re \approx 250$. La pente de ces droites est de l'ordre de $\pm 3\ 10^{-4}$ si ψ est exprimé en radian.

4.1.4 Interlude bibliographique : écoulements derrière des sphères

Régimes d'écoulements derrière une sphère solide

Les photos de Taneda [146] (cf la figure 4.21) comptent parmi les premières images de lignes de courant derrière une sphère. Dans ce régime des faibles nombres de Reynolds, on observe qu'une zone de recirculation se forme au-delà d'un Re critique de l'ordre de 24 ; il s'agit d'un anneau de vortex dont la vue en coupe montre deux tourbillons contra-rotatifs symétriques par



(a) (b) (c) (d) (e)

FIGURE 4.21 – Photos des lignes de courants observées en aval d'une sphère solide lorsque le nombre de Reynolds est augmenté, dans le régime de sillage symétrique : (a) $Re = 9$, (b) $Re = 25$, (c) $Re = 38$, (d) $Re = 74$, (e) $Re = 118$. (Images issues de [146].)

rapport à l'axe médian. L'extension de cette structure dans la direction de l'écoulement, appelée longueur de recirculation (et notée $\mathcal{L}$ par la suite), augmente avec le nombre de Reynolds.
Des études ultérieures se sont intéressées à l'évolution de ce sillage pour des Re plus élevés ; l'article [55] de Johnson et Patel constitue une étude numérique complète jusqu'à $Re = 300$, qui confirme les résultats antérieurs et comporte des visualisations expérimentales du sillage. On en présente ici certains résultats.

La figure 4.22 montre l'évolution du sillage jusqu'à $Re = 200$; il est caractérisé par différentes grandeurs géométriques dont l'évolution confirme que la zone de recirculation augmente dans ce régime. L'écoulement reste stationnaire et symétrique.
Pour $Re \approx 212$, il se produit une bifurcation dite régulière, c'est-à-dire conservant la stationnarité de l'écoulement. En revanche, elle brise sa symétrie : observé dans un plan transverse à l'écoulement, le sillage n'a plus la forme d'un anneau mais se scinde en deux vortex parallèles contra-rotatifs. La figure 4.23, issue de l'étude expérimentale [116], montre que la taille de ces vortex (décalés par rapport au centre de la sphère) augmente avec Re si l'on considère le sillage assez loin de la sphère.

Juste derrière la sphère, l'écoulement n'est plus identique dans tous les plans médians, et certaines lignes de courant ne sont plus contenues dans un seul plan. Comme indiqué sur la figure 4.24, on observe plus précisément que le sillage conserve un plan de symétrie, c'est-à-dire que l'observation dans un plan qui lui est perpendiculaire montre deux structures tourbillonnaires symétriques (qui sont encore des vortex). L'observation dans le plan de symétrie révèle au contraire une asymétrie entre un gros vortex et un vortex plus écrasé. Ces observations sont confirmées par l'expérience ; la position du plan de symétrie est aléatoire dans l'étude numérique (fixée en pratique par les conditions initiales de la simulation), alors qu'il est imposé par le système d'attache de la sphère dans le cas expérimental : le plan de symétrie est alors orthogonal à

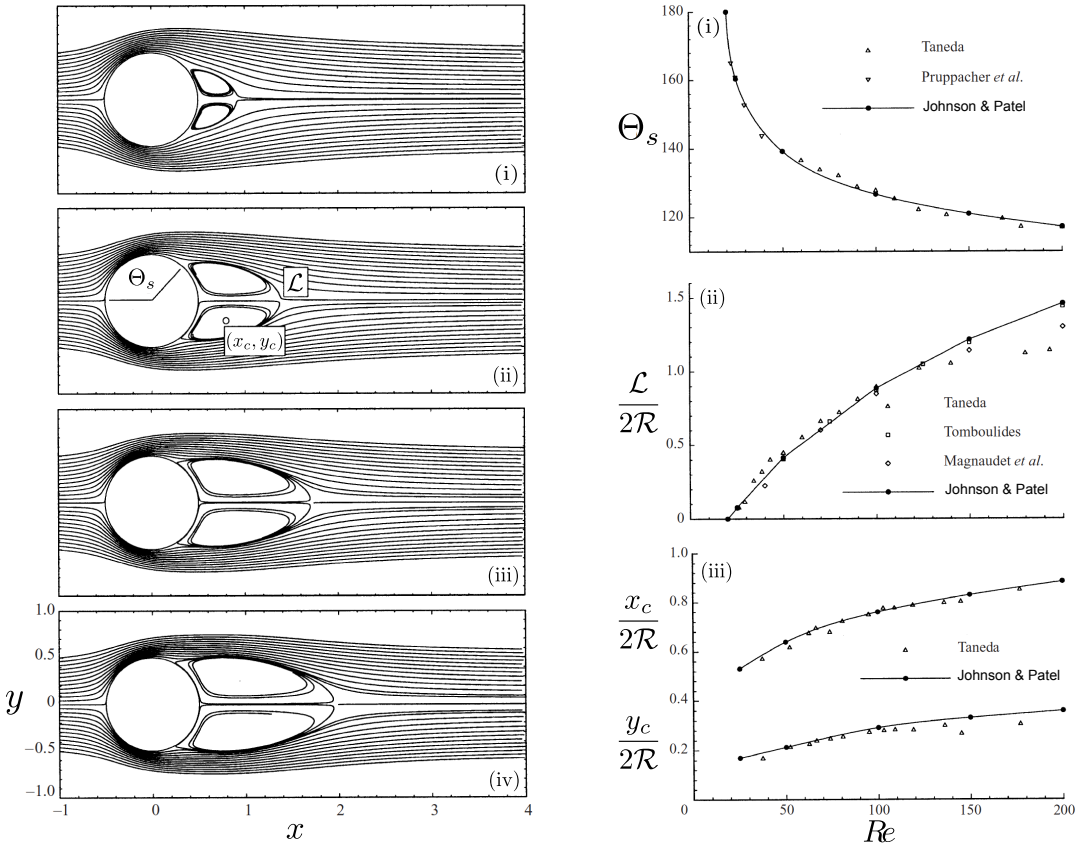


FIGURE 4.22 – (a) Tracé numérique des lignes de courant axisymétriques autour d'une sphère, pour un nombre de Reynolds valant : (i) 50, (ii) 100, (iii) 150 et (iv) 200. (b) Tracé numérique de la géométrie du flux (avec les notations de (a)(ii)) en fonction du nombre de Reynolds, et comparaison avec les données expérimentales issues de [146], et numériques issues de [115], [153] et [79] : (i) angle de séparation (entre le point de stagnation et le point de séparation du flux avec la surface de la sphère), (ii) longueur de recirculation et (iii) position du vortex. Les longueurs sont adimensionnées par le diamètre de la sphère. (Images issues de [55].)

la tige utilisée.

Le régime stationnaire asymétrique se maintient jusqu'à un nombre de Reynolds d'environ 273, pour lequel l'écoulement subit une seconde bifurcation (dite de Hopf) qui le fait devenir instationnaire. Alors les tourbillons se détachent alternativement de la sphère et sont émis avec une fréquence qui dépend du nombre de Reynolds. De ce fait le sillage, beaucoup plus allongé, présente une structure tridimensionnelle périodique. En moyenne dans le temps, l'écoulement reste cependant asymétrique : les tourbillons sont émis alternativement mais toujours dans un plan décalé par rapport au plan médian.
Ces deux régimes sont attestés dans d'autres articles. Ainsi, les études expérimentales [43],[93], [96],[45],[116] et numériques [138],[94],[153],[67] confirment l'existence des bifurcations survenant aux nombres de Reynolds indiqués plus haut, et les plus récentes s'accordent sur une modélisa-

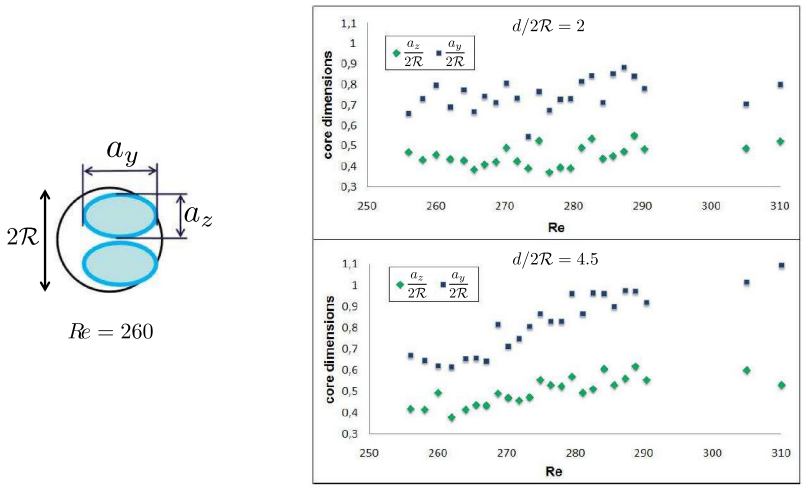


FIGURE 4.23 – Tracés de l'évolution des dimensions du sillage de la goutte (constitué de deux tourbillons) avec $Re > Re^*$, pour deux distances d en aval du bord de la sphère. (Images issues de [116].)

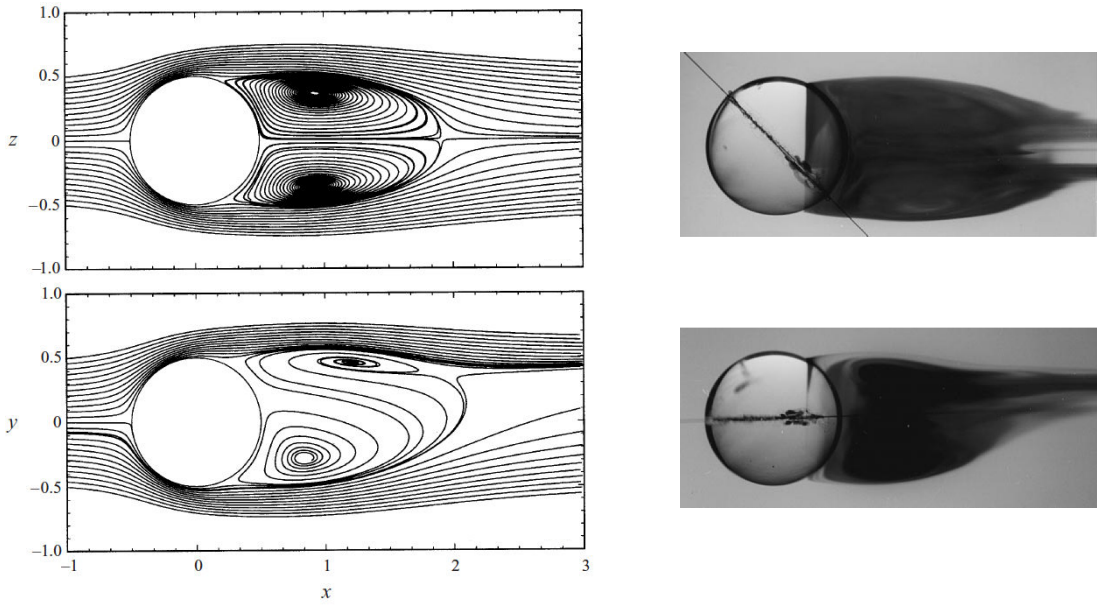


FIGURE 4.24 – Tracé, pour $Re = 250$, des lignes de courant de la projection des vecteurs vitesses déterminés numériquement (à gauche), et photos des visualisations expérimentales du flux (à droite), dans le plan (x, z) (en haut) et dans le plan de symétrie (x, y) (en bas). Ce plan de symétrie est arbitraire (lié aux conditions initiales) dans le cas numérique d'une sphère isolée, et fixé par le système d'attache de la sphère dans le cas expérimental. (Images issues de [55].)

tion par une équation de Landau, détaillée dans les études numériques et théoriques [41] et [150]. En augmentant encore le nombre de Reynolds, on assiste à une autre bifurcation associée à l'oscillation des tourbillons à une autre fréquence, puis à la perte de toute axisymétrie et à un comportement chaotique. Ces observations sont faites pour des nombres de Reynolds supérieurs à 400 (mais qui diffèrent suivant les études), et elles constituent la signature de la transition

vers la turbulence. On pourra trouver une description détaillée des modifications successives du sillage à haut Re dans [132].
Ce balayage en nombre de Reynolds, extrapolé au cas d'une goutte pendante quasi-sphérique, révèle l'origine de la frontière inférieure de sa zone de translation. Cette frontière située un peu au-dessus de $Re = 200$ (cf la figure 4.14(b)) semble en effet coïncider avec le seuil d'asymétrie du sillage. De plus, la forme de ce sillage, observée sur la figure 4.15, ressemble à la photo et au tracé de la figure 4.24 (en bas). Dans nos expériences de gouttes en translation, on est donc bien en régime asymétrique, et la fibre semble imposer un plan de symétrie horizontal (celui de la nappe laser utilisée, dans lequel apparaît l'asymétrie). Dans un plan transverse, on observerait deux tourbillons contra-rotatifs (dont l'extension correspond à la queue du sillage observée ici), décalés par rapport au centre de la goutte (comme observé en haut de la figure 4.24). La principale différence entre nos images de PIV et la figure 4.24 est la grande taille des structures derrière la goutte (notamment la longueur de recirculation $\mathcal{L}$), qui est certainement liée au nombre de Reynolds plus élevé dans notre expérience ; pour cette raison également, l'écoulement est *a priori* instationnaire, ce qui n'apparaît pas dans le plan de symétrie (les structures observées étant stables sur au moins 50 ms). Dans le plan transverse en revanche, on prévoit que les deux tourbillons sont émis alternativement en raison de cette instationnarité. Comment expliquer alors que la goutte présente un mouvement continu ?

Effets aérodynamiques en régime asymétrique

L'étude numérique récente de Bouchet, Mebarek et Dušek s'intéresse aux forces subies par une sphère solide en raison de cette asymétrie de l'écoulement, donc dans la gamme de Re liée à la translation d'une goutte [16]. En régime asymétrique stationnaire, ces auteurs montrent que la sphère est soumise à une force de portance (ou lift) F_L en plus de la force de traînée F_D déjà présente dans le cas symétrique. Par analogie avec (4.1), cette force s'écrit :

$$F_L = \frac{1}{2} C_L \pi \mathcal{R}^2 \rho_a U^2 \tag{4.12}$$

où le coefficient de lift C_L dépend du nombre de Reynolds. De plus, la sphère est soumise à un moment perpendiculaire au plan de symétrie et à la direction du flux, noté M_Z. La figure 4.25 représente ces effets aérodynamiques et le lien entre leur orientation et la position décalée du plan dans lequel se trouvent les deux vortex contrarotatifs, c'est-à-dire la position du sillage.

La figure 4.26 montre l'évolution des coefficients C_D et C_L, ainsi que du moment et de la longueur de recirculation adimensionnés, en fonction du nombre de Reynolds. La courbe donnant le coefficient de traînée est une portion de celle donnée dans la figure 4.9(a) ; on y retrouve bien que C_D décroît avec Re. Le coefficient de lift, logiquement nul pour $Re < 212$ où l'écoulement est symétrique, augmente rapidement avec Re avant de saturer (à partir de $Re \approx 250$) à une valeur proche de 0.06 ; on note que C_L est environ 10 fois plus petit que C_D. Le moment M_Z présente

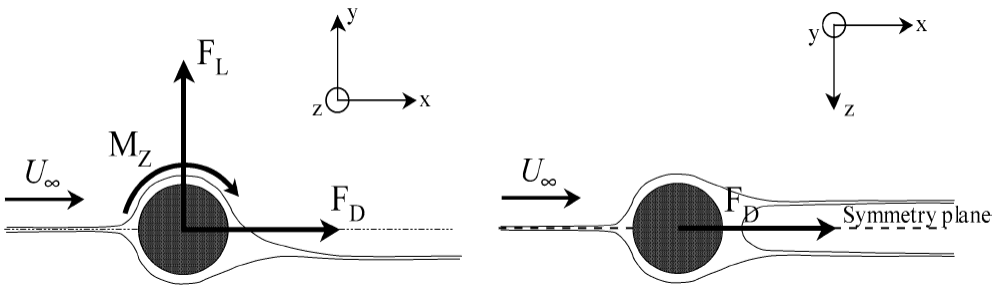


FIGURE 4.25 – Schéma de l'écoulement autour d'une sphère solide en régime stationnaire non axisymétrique, dans le plan de symétrie (x, y) (à gauche) et dans le plan orthogonal (x, z) (à droite), et des effets en résultant : la force de traînée ("drag") F_D, la force de portance ("lift") F_L et le moment de ces forces hydrodynamiques M_Z. (Images issues de [16].)

une évolution non monotone avec Re, mais croît aux grands Reynolds. Enfin, $\mathcal{L}$ sature à environ 1.4 fois le diamètre de la sphère dans le régime de translation.

En régime instationnaire ($Re > 273$), les calculs numériques indiquent que les valeurs moyennes de ces quatre grandeurs sans dimension sont dans le prolongement de celles obtenues en régime stationnaire asymétrique. En particulier, C_L sature et ne retombe pas à zéro : l'instationnarité ne rétablit pas de symétrie.

Ces observations conduisent à identifier la force de lift caractérisée ici comme responsable du mouvement de translation des gouttes ; ce mouvement commence lorsque l'asymétrie se met en place (zone violette), et n'est pas perturbé par l'instationnarité. Au contraire, il semble paradoxalement rendu plus continu par cette perte de stationnarité, puisque la zone rouge de translation commence justement vers $Re \approx 273$. Le plan dans lequel se trouvent les deux vortex contrarotatifs de même taille (constituant la queue du sillage, cf la figure 4.25) semble pouvoir être aléatoirement décalé d'un côté ou de l'autre du plan médian ; d'où la capacité des gouttes à se déplacer dans un sens ou dans l'autre le long de la fibre.

Comme souligné dans [16], la force de portance est faible ($C_L < 0.1$), et peu d'études expérimentales relèvent les effets d'une telle force. On peut citer l'article numérique [88] qui met en avant l'influence essentielle d'une instabilité du sillage de bulles remontant dans un liquide sur leurs trajectoires, ainsi que l'étude numérique et expérimentale [53] qui explique l'observation de trajectoires obliques d'une sphère à haut Reynolds par l'existence d'une force de lift (due à une bifurcation) rendant asymétrique son sillage. L'utilisation de gouttes funambules permet ici d'observer expérimentalement un effet de la force de portance, grâce la faible friction du liquide sur le fil.

Cas d'une goutte

Dans quelle mesure le caractère liquide des sphères utilisées ici modifie-t-il leur comportement ? L'étude du sillage derrière des gouttes indique une forme identique des lignes de courant

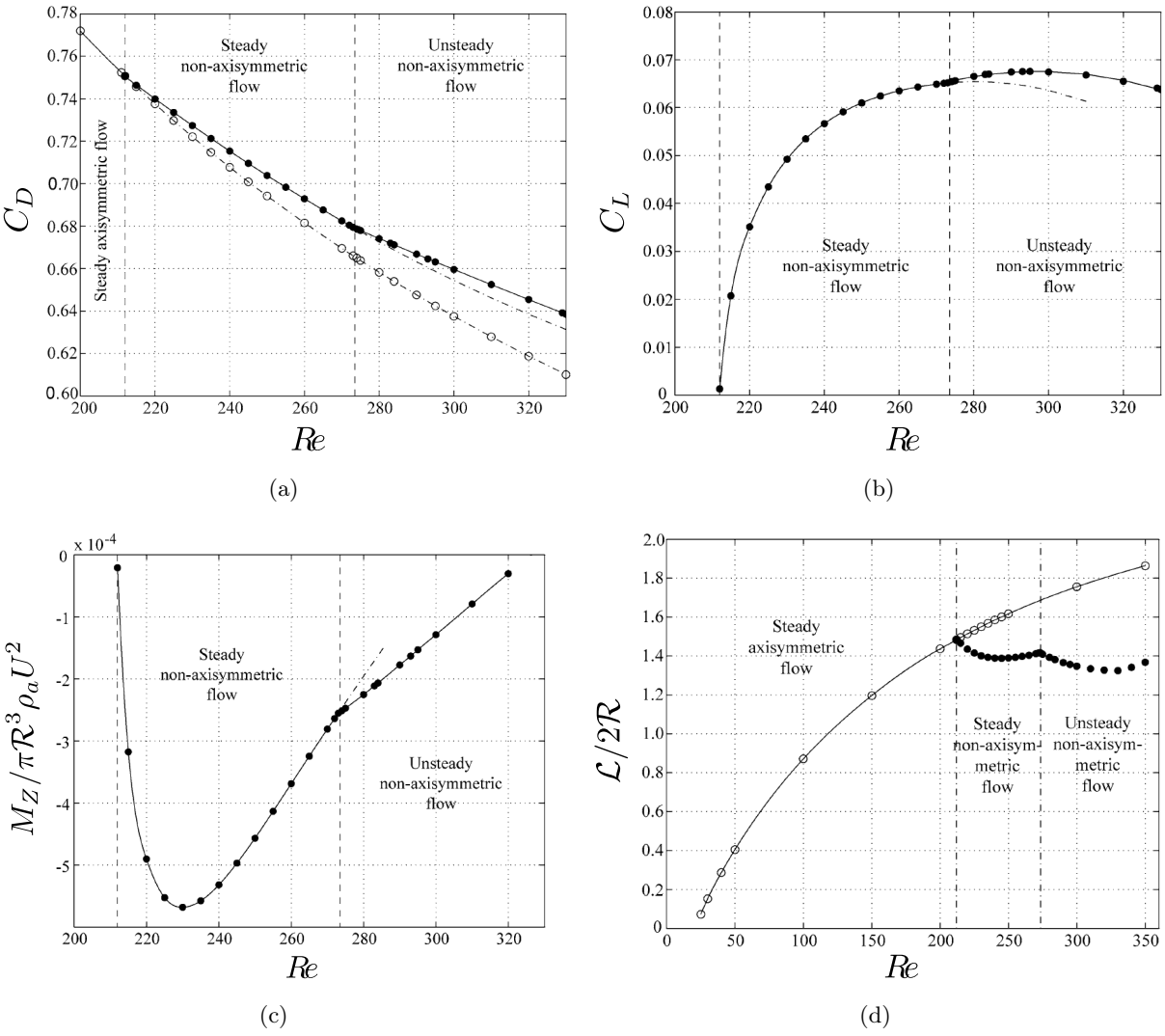


FIGURE 4.26 – Prédictions numériques, en fonction du nombre de Reynolds, (a) du coefficient de traînée, (b) du coefficient de portance, (c) du moment hydrodynamique adimensionné (avec la convention de signe de la figure 4.25) et (d) de la longueur de recirculation adimensionnée d'une sphère solide ; les cercles vides correspondent au flux axisymétrique forcé, alors que les cercles pleins représentent le flux total ; les pointillés traduisent une extrapolation des résultats subcritiques. Les résultats en régime instationnaire correspondent à des grandeurs moyennées temporellement. (Images issues de [16].)

(en régime symétrique forcé). Ainsi la figure 4.27, issue de l'article numérique [66] s'intéressant à l'allure des lignes de courant autour et à l'intérieur d'une goutte de pluie en vitesse terminale (dans l'air), montre de nouveau l'apparition d'un tore de recirculation derrière la goutte, dont la taille croît avec *Re*.

La différence essentielle est le déplacement du fluide dans la goutte, qui est le siège de deux vortex contrarotatifs à faible Reynolds (et pour une goutte isolée, en l'absence de fibre) ; de plus on observe l'entraînement du fluide de la goutte par les vortex attachés en aval au-delà d'un

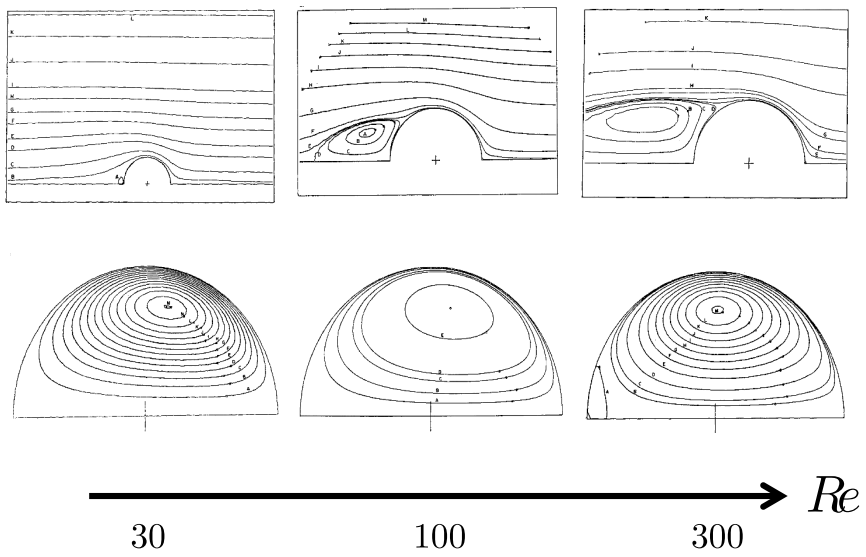


FIGURE 4.27 – Tracé numérique des lignes de courant dans une goutte d'eau et dans l'air environnant, pour trois nombres de Reynolds ; les tourbillons présents dans le sillage dès $Re \approx 20$ ne s'attachent à la surface de la sphère que pour $Re > 100$. Pour $Re > 300$ environ, la contrainte tangentielle duee à ces tourbillons fait naître deux petits vortex secondaires dans la goutte, de circulations opposées à celles des vortex principaux. (Images issues de [66].)

nombre de Reynolds de l'ordre de 300 (donc compris dans la zone de translation). Ces vortex secondaires, confirmés par des études numériques récentes comme [24] concernant aussi les gouttes de pluie ou [3] s'intéressant à la sédimentation de gouttes, ne semblent présents que dans des gouttes assez grosses ($\mathcal{R} > 0.2$ mm). Comme on a vu que les petites gouttes ne sont pas translatées (cf la figure 4.13), on peut se demander si ces vortex jouent un rôle dans le mouvement d'ensemble de la goutte ; ils semblent cependant confinés dans une zone très petite.
L'article [66] compare enfin la vitesse du liquide dans la goutte obtenue par résolution numérique de l'équation du mouvement (équation de Navier-Stokes) à celle prédite par différents modèles théoriques ; les auteurs constatent qu'un modèle d'écoulement visqueux sous-estime largement la vitesse de surface, alors qu'un modèle d'écoulement potentiel la surestime largement. Seul un modèle de couche limite semble satisfaisant lorsque les gouttes ne sont pas trop grosses ($\mathcal{R} < 0.5$ mm), avec une épaisseur de couche limite proche de celle autour d'une sphère solide.

Cas de deux gouttes

D'autres études ont porté sur les interactions aérodynamiques entre deux sphères. De nouveau, il n'y a pas de mise en évidence expérimentale directe d'une répulsion entre elles. L'article [155] comporte des visualisations du sillage derrière deux sphères placées dans un flux transversal, ainsi que des mesures expérimentales de leur coefficient de traînée C_D. Celui-ci augmente pour des sphères proches ; cet effet disparaît lorsque l'espacement est supérieur à deux à trois

fois leur diamètre. La force de traînée est au contraire atténuée pour deux sphères placée à proximité l'une derrière l'autre. Ces relevés sont confirmés et expliqués par l'étude numérique [154] comprenant les calculs des pressions et des gradients de vitesse, ainsi que l'allure des sillages. De même, l'article [135] reporte des résultats expérimentaux visualisant l'évolution des sillages derrière deux sphères approchées à $Re \approx 300$, et mentionne l'existence de vibrations mécaniques fortes de leur support, traduisant l'effet d'une force. Les sillages se couplent à faible espacement (avec l'émission en phase de tourbillons), comme le confirment les simulations numériques de [135].
Ces différentes études sont essentiellement numériques ; elles s'accordent sur l'existence d'une répulsion pour un espacement entre sphères de l'ordre de leur diamètre, et d'une attraction faible à plus grande distance. On détaille ici certains résultats de l'article [59] de Kim, Elghobashi et Sirignano, qui étudient numériquement les interactions entre deux sphères identiques en fonction de leur espacement, pour différents Re inférieurs à 200 ; pour simplifier, les auteurs se placent volontairement en régime stationnaire symétrique dans le cas d'une sphère isolée. De plus, les sphères, étant fixées, ne tournent pas sous l'effet du couple. Les auteurs considèrent des sphères solides ou liquides ; dans ce dernier cas, ils observent des recirculations internes similaires à celles prédites sur la figure 4.27 (même si les rapports de viscosités et de densités choisis diffèrent de [66] et de nos expériences), alors que le flux externe est sensiblement le même que pour des sphères solides. Aussi, on présente dans la suite les résultats obtenus pour deux sphères solides, plus détaillés dans [59]. La figure 4.28 montre la modification des lignes de courants derrière une sphère (à $Re = 100$ fixé) quand l'espacement entre les sphères diminue : la structure se disymétrise et le tourbillon le plus proche du plan médian aux deux sphères est essentiellement formé de fluide issu de l'extérieur de la sphère, et non de la zone interstitielle. En cela, l'allure des structures ressemble à celle observée en régime asymétrique, dans le plan de symétrie (cf la figure 4.24). Lorsque l'autre sphère se rapproche encore, le vortex le plus proche disparaît, ainsi que le point de stagnation ; seul le vortex le plus éloigné subsiste.

Ces modifications des lignes de courant sont à l'origine des interactions calculées numériquement dans [59]. La figure 4.29 montre ainsi les valeurs adimensionnées de la pression et du cisaillement pour deux sphères distantes d'un rayon à $Re = 100$, c'est-à-dire dans le cas de la figure 4.28 (iii). On constate sur 4.29(a) que la pression est en moyenne plus élevée du côté interne ("top") que du côté externe ("bottom") ; les auteurs de [59] l'expliquent essentiellement par le déplacement du point de stagnation en amont, vers le plan médian, qui implique une vitesse du fluide plus grande du côté externe que du côté interne. La conséquence sur la pression est déduite de la relation de Bernoulli (cf [46] et (4.14) plus loin) pour le fluide supposé parfait et incompressible, qui impose une évolution inversée entre vitesse et pression. Cette différence de pression entre les côtés interne et externe implique la répulsion des sphères.
On constate aussi sur 4.29(b) que le taux de cisaillement est en moyenne plus élevé du côté externe ("bottom") que du côté interne ("top") ; cela est dû au fait que le gradient de vitesse (et

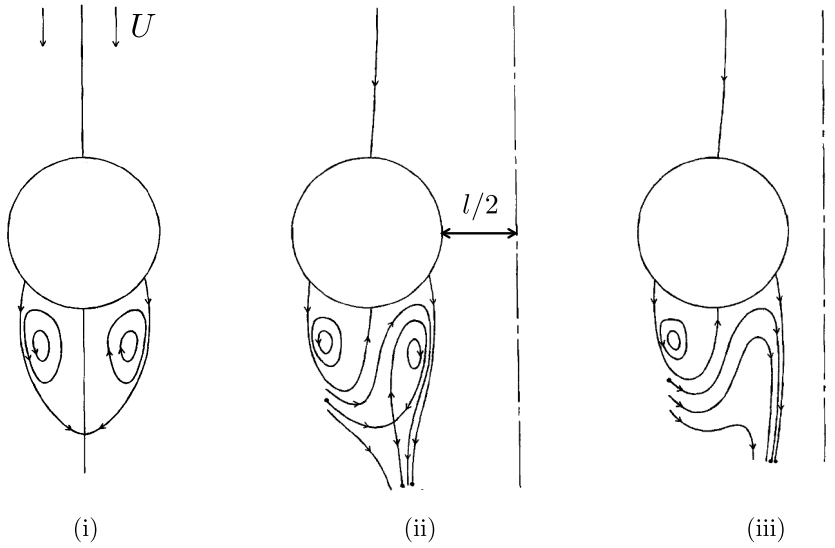
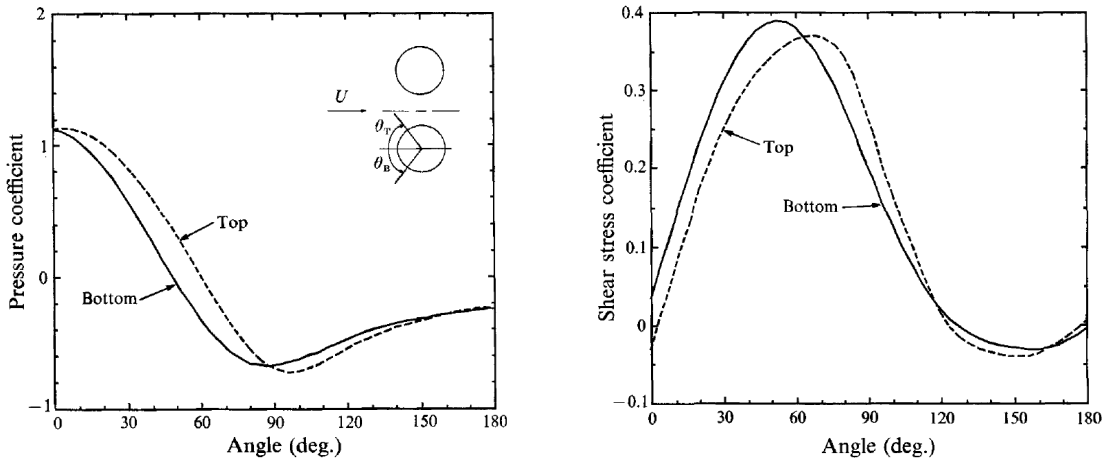


FIGURE 4.28 – Schémas, à $Re = 100$, des lignes de courant typiques du sillage de l'une des deux sphères dans le plan principal (contenant U et passant par le centre des sphères), pour différents éloignements l entre deux sphères solides identiques (en pointillés figure le plan médian aux sphères). (i) La seconde sphère est infiniment éloignée : la sphère est isolée, l'écoulement est axisymétrique pour ce nombre de Reynolds. (ii) La seconde sphère est placée à un diamètre ; en amont, la ligne de stagnation est décalée vers le plan médian ; en aval, le vortex proche du plan médian est formé de fluide entraîné par le vortex voisin. (iii) La seconde sphère est est placée à un rayon ; le vortex proche du plan médian et le point de stagnation en aval disparaissent. Ces situations correspondent à une répulsion entre sphères. (Images issues de [59].)

non plus la vitesse) est également plus élevé du côté externe. Par ailleurs, l'inclinaison des forces de cisaillement par rapport à l'axe médian implique que ces forces du côté interne contribuent essentiellement à la traînée, contrairement à celles du côté externe qui contribuent autant à la traînée qu'à la portance. Le différentiel des taux de cisaillement joue donc dans le même sens que celui des pressions, renforçant la répulsion entre sphères.

L'interaction latérale se traduit par un coefficient de lift également noté C_L, qui prend en compte les deux effets de la pression et du taux de cisaillement. Le résultat du calcul de ce coefficient pour d'autres espacements l et à différents Re est montré sur la figure 4.30.

Sur cette figure, on constate que l'interaction entre deux sphères est faiblement attractive aux moyennes distances, et fortement répulsive à courte distance, c'est-à-dire pour des espacements inférieurs à trois fois le diamètre des sphères. On explique ainsi la répulsion de gouttes en translation, lorsqu'elles s'approchent à une distance de l'ordre de leur diamètre.
D'autres études numériques confirment un tel effet, comme [38] à faible Re, ou [68] sur les interactions entre deux bulles remontant côte à côte dans un liquide, à des Re proches de ceux de notre étude. Il est alors montré que la répulsion provient d'effets visqueux suffisant pour que les champs de vorticité engendrés à la surface de chacune des bulles interagissent lorsqu'elles sont assez proches. Cette vorticité ralentit le fluide situé entre les bulles, d'où leur répulsion (d'après la relation de Bernoulli étendue à cet écoulement non potentiel) ; la limite d'un écoulement irro-



(a) (b)

FIGURE 4.29 – Tracés numériques, à $Re = 100$, des distributions (a) du coefficient de pression $2(P - P_{\text{atm}})/\rho_a U^2$ et (b) du coefficient de cisaillement tangentiel $2\tau_{r\theta}/\rho_a U^2$ autour d'une sphère solide en présence d'une sphère identique distante d'un rayon. On distingue la demi-sphère proche du plan médian (top) de celle éloignée (bottom) (cf le schéma en insert) ; en moyenne, la pression est plus grande en haut alors que le cisaillement est plus grand en bas. Ces deux effets contribuent à la répulsion entre sphères. (Images issues de [59].)

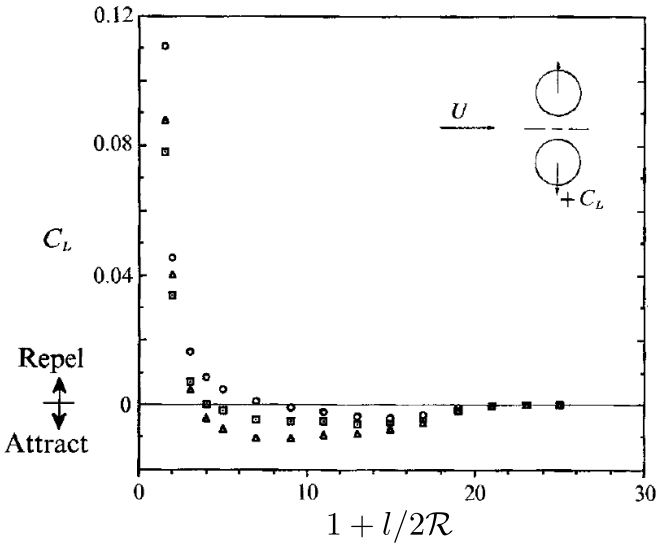


FIGURE 4.30 – Calcul numérique du coefficient de portance (issu des deux contributions représentées sur la figure 4.29) dû à l'interaction entre deux sphères solides identiques placées côte à côte dans un écoulement dont le nombre de Reynolds vaut 50 (ronds), 100 (carrés) ou 150 (triangles), en fonction de l'espacement l (adimensionné) entre ces deux sphères. On relève une faible attraction à distance intermédiaire ($6\mathcal{R} < l < 40\mathcal{R}$), alors que les sphères se repoussent nettement aux espacements proches de leur diamètre ($l < 6\mathcal{R}$). (Image issue de [59].)

tationnel prévoit au contraire une force attractive [61].

Il semble donc que ces différentes études fassent émerger un scénario cohérent expliquant le déplacement et la répulsion des gouttes funambules, dans lequel leur comportement serait essen-

tiellement contrôlé par les tourbillons présents dans leurs sillages. Cette hypothèse est en accord avec l'influence constatée d'un objet placé derrière une goutte sur sa dynamique. De plus, ces études soulignent que dans la gamme de Re concernée, les mouvements de fluide dans et hors de la goutte ne peuvent être décrit ni par un écoulement visqueux, ni par un écoulement potentiel : il s'agit d'un régime intermédiaire qui met en jeu des couches limites.

4.1.5 Modélisation du mouvement de translation

Remarques préalables

D'après les observations expérimentales et l'étude bibliographique précédente, on comprend qu'une force de portance (ou dérive, ou "lift") peut résulter de l'asymétrie du sillage (stationnaire ou non) de la goutte. Il est cependant délicat de proposer une expression analytique pour cette force, car l'effet de l'asymétrie sur le mouvement d'ensemble de la goutte n'est pas direct.
Les figures 4.26(b) et 4.30 donnant la variation du coefficient de lift avec le nombre de Reynolds (pour une sphère isolée ou deux sphères en interaction) sont issues d'études numériques qui ne proposent pas d'autre expression analytique pour la force de lift que la formule (4.12) ; cette dernière concentre les inconnues dans le coefficient C_L.
Dans le cas de gouttes funambules, d'autres effets compliquent la description de la force de lift. Ainsi, on a constaté expérimentalement l'existence d'un mouvement de surface susceptible de modifier les forces agissant sur la goutte. En particulier, le coefficient de traînée C_D a été mesuré constant (de l'ordre de 0.9), sur une grande gamme de Re incluant la zone de translation ; ce résultat diffère de la décroissance avec Re prévue par la figure 4.26(a) pour une sphère solide. On s'attend donc à ce que le coefficient de lift C_L d'une goutte funambule diffère de celui d'une sphère solide, et ne présente pas la même saturation que sur la courbe 4.26(b).
Le mouvement de rotation de la surface de la sphère est lié à son caractère liquide facilitant son mouvement sur la fibre, mais aussi à la présence même de cette fibre, qui induit un cisaillement de l'air autour de cet obstacle. Sur la figure 4.27, on constate qu'une goutte isolée ne présente pas un tel mouvement d'ensemble de sa surface ; en outre, on a mesuré une différence notable entre vitesses des parties haute et basse de la surface.
Des études numériques et parfois expérimentales se sont déjà penchées sur les forces de lift agissant sur des particules, des bulles ou des gouttes, en raison d'une rotation de ces sphères [140],[172],[110],[95], d'un cisaillement du fluide [130],[26],[83], ou encore de ces deux effets combinés [63], et éventuellement liés lorsque la sphère n'est pas fixée [8]. On pourra en trouver une liste plus complète dans le livre [84] et l'article numérique [75], qui formalisent l'expression de la force de lift suivant qu'elle est due au cisaillement du fluide autour de la sphère (force de Saffman), ou à la rotation de la sphère (force de Magnus). Les expressions analytiques de ces forces données dans [84] font intervenir le taux de rotation de la particule ou la vorticité du fluide, elles ne sont valables qu'aux nombres de Reynolds faibles voire intermédiaires, et pour une sphère solide ; à Re élevé, seules les études numériques permettent une évaluation quantitative des forces.

L'article [75] souligne en outre que la relation entre vorticité du flux et taux de rotation de la particule, ainsi que leur impact combiné sur le lift, ne sont pas encore entièrement compris.
Pour des gouttes funambules, on a mis en évidence que la translation se produit au-delà d'un seuil en Re, indiquant que l'asymétrie du sillage est la cause principale du mouvement ; il semble pourtant difficile de négliger complètement les effets de cisaillement lié à la fibre et la rotation de la goutte. En effet les coefficients de lift résultant de ces effets, calculés dans les articles cités précédemment, sont souvent du même ordre de grandeur que le C_L lié à la bifurcation (donné par la figure 4.26(b) dans le cas d'une sphère solide), voire un ordre de grandeur plus grand. De plus, l'article [110] indique que le coefficient de traînée C_D augmente avec la vitesse de rotation de la sphère, donc avec Re, ce qui pourrait compenser sa diminution constatée précédemment pour une sphère solide, et expliquer sa faible variation avec le nombre de Reynolds dans nos expériences. Enfin, l'article [95] étudie l'influence non négligeable de la rotation de la sphère sur l'asymétrie du sillage liée à la bifurcation.

Hypothèses envisagées et ordres de grandeur

En préambule, on estime l'ordre de grandeur la force motrice responsable de la translation en l'opposant à une force de friction sur la fibre. L'expression de cette dernière est elle-même délicate à établir, elle varie avec la géométrie adoptée par le liquide dont dépend l'importance relative entre la friction dans le volume de la goutte et la friction dans les coins près de la fibre [74]. Compte tenu des photos de la figure 4.16 et 4.20 où la goutte semble englober la fibre, ainsi que de l'ordre de grandeur de la vitesse des gouttes (10 mm/s au maximum pour $\eta = 5$ mPa.s), on utilise ici la formule de friction longitudinale subie à faible nombre de Reynolds par un cylindre de rayon b se déplaçant à la vitesse V sur la longueur $2\mathcal{R}$ dans un liquide de viscosité η [46] :

$$F_\eta \approx \frac{4\pi\eta\mathcal{R}V}{\ln(2\mathcal{R}/b) - 0.72}. \tag{4.13}$$

L'application numérique pour une goutte funambule typique de nos expériences ($\Omega = 1$ μL soit $\mathcal{R} = 0.62$ mm, $\eta = 5$ mPa.s, $b = 75$ μm) déplacée par un vent de vitesse $U = 4$ m/s (donc à $Re \approx 500$) donne une force de l'ordre de 0.2 μN. On cherche une force motrice du même ordre de grandeur.
Quelle est l'origine de cette force motrice ? L'observation des lignes de courant constituant le sillage d'une goutte translatée (images PIV de la figure 4.15) peut faire penser à plusieurs causes du mouvement.
Tout d'abord, le flux d'air en aval est principalement dévié dans la direction opposée au mouvement de la goutte, et la variation de quantité de mouvement associée (par réaction) pourrait être à l'origine du mouvement (de façon analogue à l'effet Coanda). Cependant, cette force agirait plutôt sur le tourbillon principal que sur la goutte elle-même.
Par ailleurs, la rotation du tourbillon principal (juste derrière la goutte) est susceptible de produire une différence de pression (donc une force) par effet Bernoulli , c'est-à-dire résultant d'une

différence de vitesse en sens opposé. En effet, la relation de Bernoulli [46], établie pour un fluide parfait incompressible (ici en l'absence de forces volumiques), prédit une variation inverse de la vitesse U et de la pression P, selon :

$$\frac{U^2}{2} + \frac{P}{\rho_a} = \text{cste.} \tag{4.14}$$

Cette relation est vérifiée dans tout l'espace pour un écoulement stationnaire potentiel, mais seulement le long d'une ligne de courant si l'écoulement n'est pas potentiel. Son utilisation est contestable puisqu'on a vu que l'écoulement global met en jeu des tourbillons et des couches limites associées à des effets visqueux. Si on l'applique tout de même à la goutte de la figure 4.15(b) (se dirigeant vers la droite), on constate que le gros tourbillon accélère l'écoulement d'air à sa droite alors qu'il le ralentit à sa gauche. Le différentiel de pression est donc dirigé vers la droite ; mais de nouveau, la force en résultant s'applique plutôt au tourbillon lui-même qu'à la goutte. On peut cependant imaginer que ce tourbillon modifie de façon similaire l'écoulement en amont, autour de la goutte. Alors la force sur la goutte est bien dirigée vers la droite et s'écrit, avec (4.14) : $F_L = (P_+ - P_-)\pi\mathcal{R}^2 = 2\pi\rho_a\mathcal{R}^2 U\Delta U$. Dans cette expression, ΔU est le différentiel de vitesse de part et d'autre de la goutte ; on suppose qu'il est de l'ordre de la vitesse du tourbillon V_T en première approximation, soit $V_T \approx U/5$ d'après la figure 4.15 qui indique en effet que $V_T/U \approx 0.7/3 \approx 1/5$ à $Re \approx 500$. L'application numérique donne une force de 8 μN, 40 fois trop grande. On pourrait imaginer un différentiel de vitesse plus faible au voisinage de la fibre, mais un autre argument s'oppose à une force due à un effet Bernoulli : un tel différentiel de vitesses entraînerait aussi une rotation horizontale en surface de la goutte, dans le sens opposé à celui relevé expérimentalement. Ce dernier, dessiné en mauve sur la figure 4.31 qui suit, permet en effet d'expliquer l'inclinaison ψ du plan de rotation des particules relevée sur la figure 4.20. La translation par effet Bernoulli conduirait à un angle ψ de signe opposé.

Enfin, on peut proposer un autre moteur au déplacement de la goutte, à la vue de la figure 4.15 : le tourbillon principal, placé derrière la goutte, est susceptible de la déplacer par entraînement visqueux. On voit en effet que le sens de rotation de ce tourbillon s'accorde avec le sens de déplacement de la goutte. On propose d'écrire cette force d'entraînement visqueux comme le produit de la viscosité de l'air par le gradient de vitesse établi sur une couche limite autour de la goutte, multiplié par la surface de cette goutte, soit :

$$F_L \sim \eta_a \frac{V_T}{e_o} \pi\mathcal{R}^2 \tag{4.15}$$

où V_T est la vitesse typique du tourbillon et e_o est l'épaisseur de la couche limite dans l'air, donnée par (4.19). L'application numérique à $Re = 500$ avait fourni $e_o/\mathcal{R} = 5\%$; en conservant $V_T \approx U/5$ à ce nombre de Reynolds, on en déduit un ordre de grandeur pour F_L de 0.3 μN, proche de celui de la force résistive en régime stationnaire de translation. L'entraînement visqueux par le tourbillon peut donc expliquer le mouvement de la goutte.

Interprétation de ψ et expression de la force motrice

Pour aller plus loin dans la modélisation de la force de lift F_L donnée par (4.15), il faut exprimer la vitesse V_T du tourbillon. On n'a pas mesuré la variation de celle-ci avec la taille de la goutte funambule et la vitesse du vent ; pour cela, il faudrait réaliser des mesures plus complètes par PIV. Mais on va utiliser les mesures des déplacements en surface de la goutte exposées précédemment, en supposant qu'ils sont aussi une conséquence de V_T. En effet l'inclinaison ψ du plan des particules relevée sur la figure 4.20 est due à un mouvement de la surface dans le plan horizontal, dessiné en mauve sur la figure 4.31.

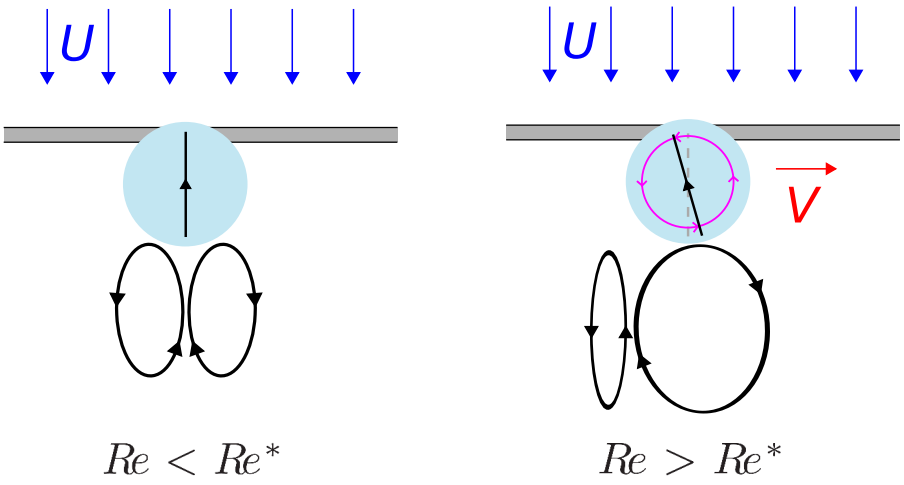


FIGURE 4.31 – Schéma (en vue de dessus) expliquant la translation d'une goutte funambule dans un flux d'air transversal : pour un nombre de Reynolds $Re > Re^* \approx 250$, le sillage de la goutte n'est plus symétrique, et le tourbillon le plus mince est décalé : en aval de la goutte se trouve essentiellement le plus gros tourbillon, qui la déplace par entraînement visqueux. Ce cisaillement asymétrique modifie aussi la vitesse de la surface de la goutte en lui imposant une composante dans le plan de la figure (en mauve), d'où l'inclinaison du plan de rotation des particules. La direction de cette inclinaison ψ est en accord avec les observations expérimentales de la figure 4.20.

Pour $Re > Re^*$, la vitesse des particules présente donc une petite composante non perpendiculaire à la fibre (en projection), notée v_T et liée à V_T par une expression supposée similaire à celle reliant v à U (4.10). Comme ψ est un petit angle, on en déduit que $\psi \sim v_T/v \sim (V_T/U)^{3/2}$. D'où l'expression de V_T :

$$V_T \approx \psi^{2/3}\, U. \tag{4.16}$$

Cette formule indique que V_T/U ne dépend que du nombre de Reynolds de l'écoulement ; la valeur de $\psi \approx 5°$ relevée sur la figure 4.20 pour $Re \approx 500$ donne $V_T \sim U/5$, en bon accord avec les mesures de la figure 4.15.
L'angle ψ semble donc bien traduire le couplage entre le mouvement des tourbillons et le mouvement de la surface de la goutte. Notons cependant que la friction sur la fibre joue dans le même sens que la friction du tourbillon, et pourrait contribuer à renforcer ψ.

L'expression de V_T (4.16) injectée dans celle de F_L (4.15) donne :

$$F_L \approx \sqrt{2\rho_a\eta_a}\ (\mathcal{R}U)^{3/2}\ \psi^{2/3} \approx \frac{1}{2}\frac{\eta_a^2}{\rho_a}\ \psi^{2/3} Re^{3/2}. \tag{4.17}$$

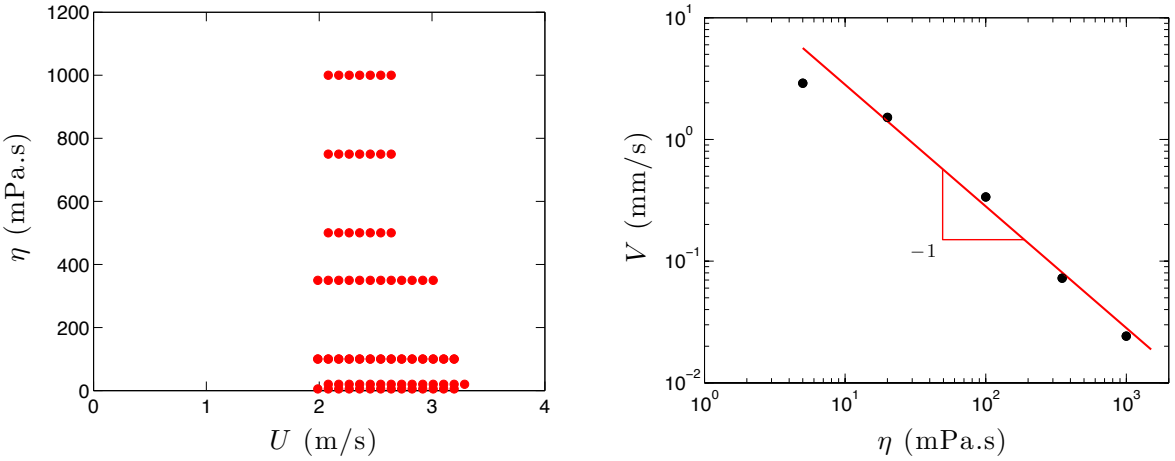
L'identification de cette formule avec l'équation (4.12) fournit l'expression du coefficient de lift déduit de ce modèle :

$$C_L \approx \frac{4}{\pi}\ \psi^{2/3} Re^{-1/2} \approx \frac{4}{\pi} K_\psi^{2/3}\ \frac{(Re - Re^*)^{2/3}}{\sqrt{Re}} \tag{4.18}$$

où l'on a utilisé l'expression (4.11) de ψ. L'application numérique, avec les données précédentes (à $Re \approx 500$), donne $C_L \approx 0.013$, relativement proche des prédictions de la figure 4.26(b) pour une sphère solide (à un facteur 5 près). Ce modèle est cependant spécifique au cas d'une goutte, avec une dépendance en Re différente de celle prévue dans l'article [16] ; mais C_L reste une fonction croissante de Re.

Influence de η et expression de la force résistive

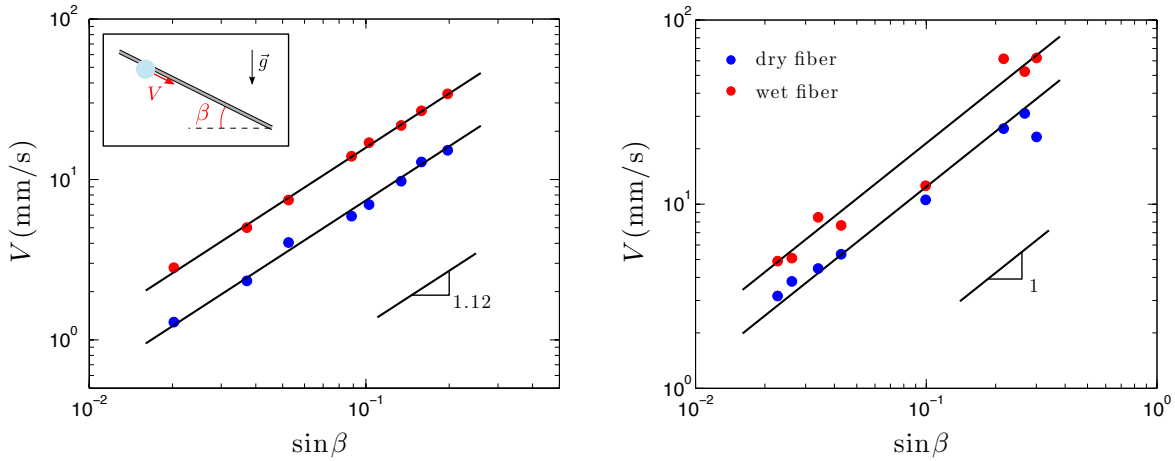
La figure 4.32 présente l'influence de la viscosité sur le mouvement de translation : un changement de η ne modifie logiquement pas les conditions d'observation du phénomène puisque le nombre de Reynolds de l'écoulement d'air n'en dépend pas. Cependant, une goutte plus visqueuse se déplace moins vite : la viscosité modifie la dynamique par l'intermédiaire de la force de friction.



(a) (b)

FIGURE 4.32 – Effet de la viscosité η sur le phénomène de translation. (a) η n'a pas d'influence notable sur les frontières de la zone de translation (représentée en points rouges) ($\Omega = 1$ μL et $b = 75$ μm). (b) Tracé de la vitesse d'une goutte funambule ($\Omega = 1.3$ μL et $b = 75$ μm) soumise à un vent constant $U = 2.5$ m/s en fonction de sa viscosité, en coordonnées logarithmiques ; V varie comme l'inverse de η, la pente de la droite rouge étant ici de l'ordre de $-3.\ 10^{-5}$ kg.s^{-2}.

La viscosité constitue en fait le seul paramètre de l'expérience pouvant être varié sur plusieurs ordres de grandeurs ; la dépendance $V \propto 1/\eta$ observée expérimentalement sur la figure 4.32(b) (pour des huiles assez visqueuses) est bien vérifiée par notre modèle simple lorsque l'on équilibre la force motrice (4.17) avec la force visqueuse (4.13). Dans la suite, on ajoute un préfacteur numérique K_η dans l'expression de la force de friction (4.13) ; ce préfacteur dépend de l'état de surface de la fibre, il diffère suivant qu'elle est sèche ($K_{\eta,\mathrm{d}}$) ou déjà mouillée ($K_{\eta,\mathrm{w}}$). Pour tester plus précisément la validité de ce modèle de force visqueuse, et déterminer en particulier les préfacteurs numériques $K_{\eta,\mathrm{d}}$ et $K_{\eta,\mathrm{w}}$, on utilise une expérience réalisée hors du régime de translation. On se place en effet à $Re < Re^*$, et on incline légèrement la fibre d'un angle β par rapport à l'horizontale pour que les gouttes se déplacent sous l'effet de leur poids, avec une vitesse proche de celles relevées en régime de translation ; la présence du flux d'air permet de conserver le mouvement de rotation de la goutte susceptible de modifier la dissipation. Les résultats présentés sur la figure 4.33 montrent que cette rotation perturbe légèrement le mouvement d'une goutte dévalant une fibre, puisque la loi de puissance liant V à $\sin\beta$ n'est pas identique sur les deux figures.



(a) (b)

FIGURE 4.33 – Tracés, en coordonnées logarithmiques, de la vitesse d'une goutte funambule ($\Omega = 1.3$ μL et $\eta = 5$ mPa.s sur $b = 75$ μm) en fonction du sinus de l'angle β que fait la fibre avec l'horizontale (cf le schéma en insert), lorsqu'elle est sèche (points bleus) ou mouillée (points rouges), et (a) en l'absence de flux d'air ou (b) en présence d'un flux à $U \approx 1.5$ m/s (soit à $Re < Re^*$). La présence du vent ne translate donc pas la goutte mais entraîne sa rotation et modifie légèrement la loi de puissance, plus proche de 1 aux petites inclinaisons.

Dans ces expériences, la force motrice est la projection du poids sur la fibre $\rho g \Omega \sin\beta$, qui est équilibrée par la force visqueuse : on relève une vitesse constante des gouttes dévalant la fibre. Avec les tailles de goutte et de fibre choisies ici, on peut en effet négliger la variation du volume de liquide en déplacement due au dépôt d'un film derrière la goutte.
Les études [42] et [74] se sont déjà intéressées au déplacement de gouttes le long de fibres ; alors que le premier article considère une dissipation dans tout le volume de la goutte, le second

distingue une telle dissipation globale d'une dissipation locale, dans un coin à proximité des lignes triples. Ici, la dissipation devrait être essentiellement locale compte tenu de l'ordre de grandeur des vitesses de déplacement. Mais au vu des résultats en l'absence de vent (figure 4.33(a)), il semble en fait que les deux dissipations (globale et locale) soient à prendre en compte, puisque V dépend de $\sin\beta$ à un exposant de l'ordre de 1.12, intermédiaire entre 1 (cas d'une dissipation globale) et 1.5 (cas d'une dissipation locale) [74].
En présence de vent, cette dissipation est modifiée et semble essentiellement globale, en accord avec la formule (4.13) : l'équilibre de cette force de friction avec la projection du poids prévoit un exposant 1 qui rend compte des mesures expérimentales, l'écart au modèle (aux plus hautes vitesses) pouvant être lié à la présence des autres sources dissipation. Ces deux droites permettent de déterminer les ordres de grandeur des coefficients sans dimension : $K_{\eta,\mathrm{d}} \approx 4.8$ et $K_{\eta,\mathrm{w}} \approx 2.8$.

Vitesse de la goutte

L'équilibre entre la force motrice (4.17) multipliée par un préfacteur noté K_L et la force visqueuse (4.13) multipliée par le préfacteur K_η donne l'expression de V :

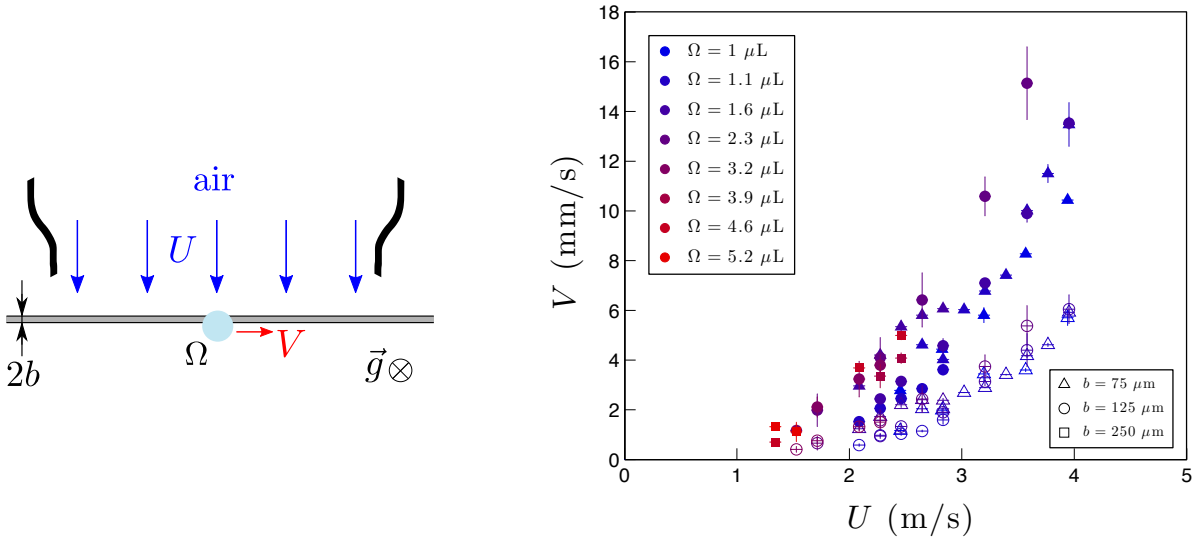
$$V \approx \frac{K_L}{K_\eta}\,(\ln(2\mathcal{R}/b) - 0.72)\,\frac{\sqrt{2\rho_a\eta_a}}{4\eta}\,\mathcal{R}^{1/2}\,U^{3/2}\,\psi^{2/3}. \tag{4.19}$$

Comme vu précédemment, cette expression fournit la bonne dépendance en η. De plus, elle prédit le bon ordre de grandeur pour V ; ainsi dans les conditions de la figure 4.12, on calcule bien une vitesse de quelques mm/s (avec K_L de l'ordre de l'unité). Pour un liquide plus visqueux, l'ordre de grandeur du coefficient ηV obtenu à la figure 4.32(b) est de 3.10^{-5} kg.s^{-2} alors que le modèle (4.19) prédit, dans les mêmes conditions ($Re \approx 338$ pour lequel $\psi \approx 1.4°$ d'après (4.11)), une valeur de 2.9 10^{-5} kg.s^{-2} (toujours avec $K_L \approx 1$). Ce bon accord confirme la pertinence du modèle (4.17).
On peut aussi tester les dépendances avec les paramètres géométriques que l'on a fait varier à viscosité $\eta = 5$ mPa.s fixée ; la figure 4.34(b) présente les tracés $V(U)$ en résultant.

Sur la figure 4.34(b), on observe une croissance de V avec U, plus rapide qu'une croissance linéaire ; à U et b fixés, les grosses gouttes se déplacent plus rapidement que les petites ; enfin à U et Ω donnés, les gouttes se déplacent plus vite sur les fils plus fins. Ces remarques sont en accord qualitatif avec la formule (4.19).
Pour un test quantitatif, on réécrit cette formule en séparant les paramètres géométriques d'un côté, et une fonction du nombre de Reynolds de l'autre, selon :

$$\frac{\mathcal{R}\,V}{\ln(2\mathcal{R}/b) - 0.72} \approx \frac{1}{8}\,\frac{K_L\,K_\psi^{2/3}}{K_\eta}\,\frac{\eta_a^2}{\rho_a\,\eta}\,Re^{3/2}(Re - Re^*)^{2/3}. \tag{4.20}$$

Le tracé correspondant est donné sur la figure 4.35, où l'on obtient bien des alignements passant par $Re^* \approx 250$. Les pentes des droites sont ajustées aux réstulats expérimentaux grâce au seul paramètre K_L, de l'ordre de 1.6 dans le cas sec et 2.4 dans le cas humide ; soit un préfacteur



(a) (b)

FIGURE 4.34 – (a) Rappel du montage et des notations utilisées. (b) Données brutes concernant le mouvement d'une goutte funambule soufflée : vitesse de translation de la goutte en fonction de celle du vent, pour différentes tailles de gouttes (de même viscosité $\eta = 5$ mPa.s) et de fibres, lorsque ces dernières sont prémouillées (symboles pleins) ou non (symboles creux).

moyen de l'ordre de 2 pour la formule de la force motrice (4.17) (indépendante de l'état de surface de la fibre).

Pour expliquer l'alignement imparfait des points expérimentaux (essentiellement près du seuil de la bifurcation, et dans le cas d'une fibre mouillée), on souligne les approximations réalisées pour exprimer la force visqueuse ; on a notamment négligé les contributions de la friction dans les coins, dont le poids varie avec la géométrie d'une goutte funambule (comme étudié dans [74]). De plus il se peut que dans la cas prémouillé, la force de friction dépende légèrement de l'épaisseur du manchon liquide déposé, ce qui complique l'étude.

Le bon accord néanmoins obtenu avec le modèle proposé confirme que l'asymétrie du sillage de la goutte est la cause directe de son mouvement : le tourbillon principal entraîne la goutte par frottement (alors que le plus écrasé est trop décalé pour sembler influencer son mouvement). Ces tourbillons interviennent aussi lors les interactions de gouttes avec des obstacles.

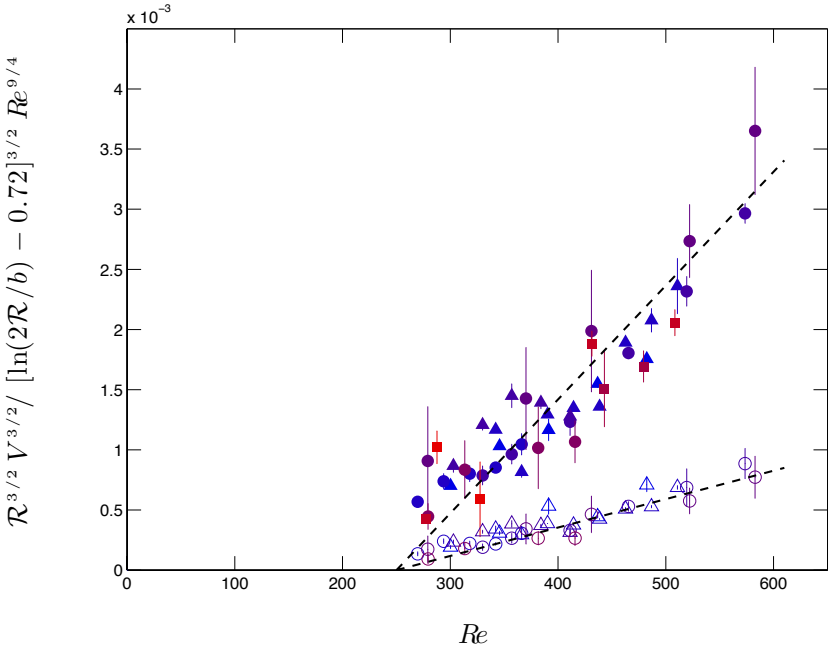


FIGURE 4.35 – Tracé du groupe $\mathcal{R}V/(\ln(2\mathcal{R}/b) - 0.72)$ issu de la modélisation (4.20), divisé par $Re^{3/2}$ et adimensionné par $\eta_a^2/\rho_a\eta$, le tout porté à la puissance $3/2$, en fonction du nombre de Reynolds ; dans l'hypothèse où l'angle ψ est donné par la formule (4.11), on s'attend alors à obtenir deux droites (pour chacun des K_η) passant par Re^*. On obtient effectivement deux alignements, passant par $Re^* \approx 250$; les pentes des droites tracées en pointillés noirs pour les cas sec et prémouillé correspondent au modèle (4.20) (où l'on a utilisé K_ψ donné par (4.11) avec $Re^* = 250$), avec un coefficient K_L valant respectivement 1.6 et 2.4.

4.2 Interactions entre gouttes ou avec des obstacles

Outre son déplacement transverse au flux d'air dans un sens aléatoire, l'interaction d'une goutte funambule avec des obstacles sur la fibre est également surprenante. En effet, cette goutte est repoussée à distance par des perles, comme on le reporte sur la figure 4.36. De tels rebonds évoquent ceux de gouttes sur une couche d'air entourant la fibre décrits au chapitre 1 ; mais ils se produisent ici beaucoup plus loin de l'obstacle, et à plus faible vitesse d'approche. Le diagramme spatio-temporel de la figure 4.36 révèle la dynamique de ce phénomène de rebond ; en régime de translation, une goutte confinée effectuera donc des allers-retours entre les deux obstacles. Le rebond semble instantané, et la goutte ne ralentit quasiment pas lorsqu'elle change de sens : il semble que son inertie soit négligeable, et que la force responsable de son mouvement change de sens sans diminuer d'intensité.

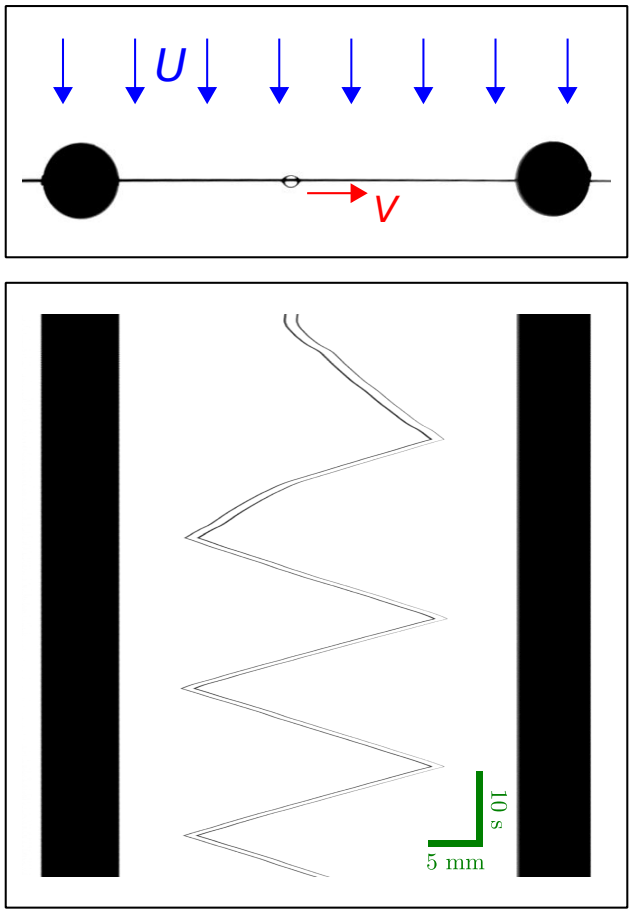


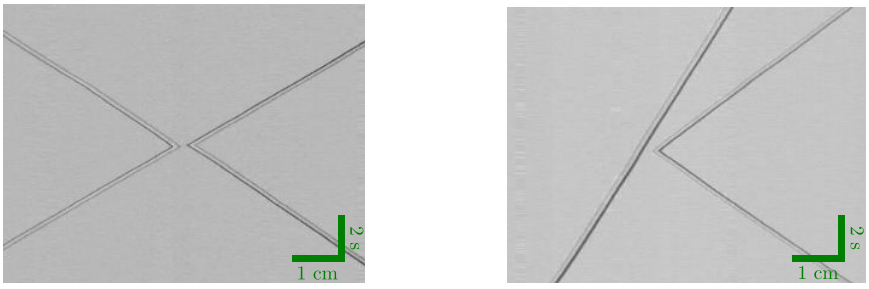
FIGURE 4.36 – Illustration des phénomènes de translation et de rebond d'une goutte funambule. En haut : photo du système étudié ; la goutte soumise à flux d'air de vitesse U orthogonale au fil se déplace aléatoirement vers la gauche ou vers la droite. Elle change de sens en cas de perturbation, et lors d'un rebond à distance sur une autre goutte ou sur un obstacle (ici des perles). En bas : le diagramme spatio-temporel montre la dynamique de la translation ; le rebond est quasi-instantané et se produit à une distance de l'obstacle de l'ordre de son diamètre.

Avec des obstacles solides fixes, il est donc possible de piéger des gouttes sur un certain segment de fibre ; on a montré expérimentalement que la présence d'autres fils croisés est aussi répulsive, indiquant que des gouttes dans des réseaux de fibres sont naturellement confinées par la présence de jonctions. Comme les fils sont très fins et parfois entortillés aléatoirement, il arrive qu'une goutte s'approche tout de même suffisamment de la jonction pour s'y accrocher ; mais sa présence repousse alors toute goutte funambule s'approchant ultérieurement. En effet, le phénomène de répulsion (avec rebond) est aussi observé entre plusieurs gouttes funambules se déplaçant sur la même fibre.
Par ailleurs, un obstacle placé dans le sillage de la goutte (en aval de l'écoulement) et assez proche du fil perturbe également sa translation, en confinant son déplacement sur une longueur dépendant de sa distance à l'obstacle.
Dans cette partie, on discute ces interactions d'une goutte translatée avec des obstacles.

4.2.1 Obstacles sur le fil

Rebonds de gouttes funambules

Deux gouttes en translation sur un fil se repoussent si elles s'approchent trop, qu'elles avancent l'une vers l'autre ou que l'une rattrape l'autre (cf la figure 4.37). De tels changements de sens pour une seule goutte sont observés si la vitesse des deux gouttes n'est pas identique : c'est le cas si les gouttes ont des tailles légèrement différentes, mais aussi lorsque la fibre a un état de surface différent de part et d'autre d'une goutte ; sur une fibre sèche en particulier, la goutte de tête mouille la fibre, permettant à sa poursuivante de se déplacer plus vite et donc de la rattraper.



(a) (b)

FIGURE 4.37 – Diagrammes spatio-temporels relevésés sous une fibre sur laquelle deux gouttes sont en translation sous l'effet d'un flux d'air ; (a) les deux gouttes se déplacent initialement en sens opposé ; (b) les deux gouttes se déplacent initialement dans le même sens mais la goutte de tête est plus lente. Ces deux possibilités d'approche de deux gouttes conduisent toujours à un rebond, des deux gouttes dans le premier cas et de la poursuivante dans le second ; ce rebond se produit lorsqu'elles sont espacées d'une distance de l'ordre de leur diamètre.

La présence de tourbillons asymétriques explique aussi la répulsion entre gouttes s'approchant l'une de l'autre. Dans la gamme de Re correspondant au régime de translation, ces tourbillons sont attachés à la goutte (si Re est assez faible), ou commencent à être émis de façon intermit-

tente (pour Re plus élevé) ; ils peuvent donc facilement être détachés par une perturbation. On propose alors le modèle schématique de la figure 4.38, où l'approche de deux gouttes entraîne le détachement des deux tourbillons les plus proches ; on reprend ainsi l'évolution des lignes de courant du sillage représentée à la figure 4.28 issue de [59], qui indiquait déjà la "disparition" de tourbillons vicinaux.

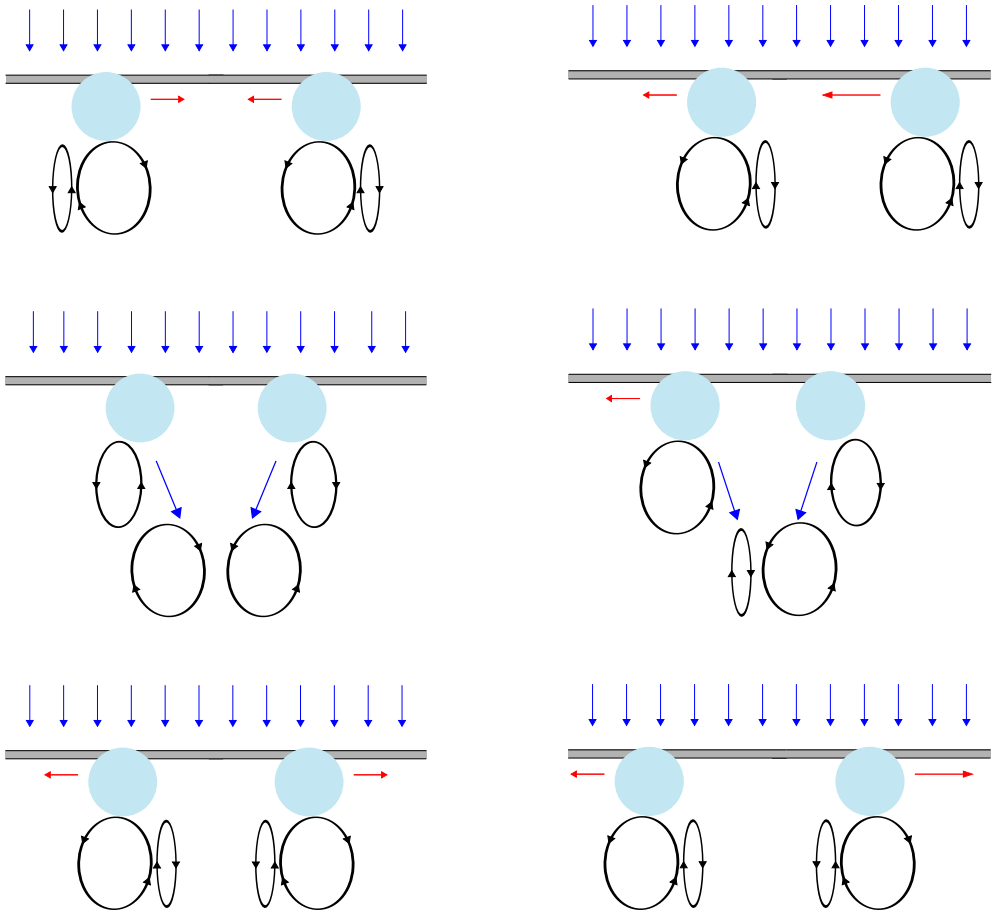


FIGURE 4.38 – Explication schématique des rebonds entre gouttes funambules. Comme vu à la figure 4.37, les gouttes peuvent arriver face à face (a), ou une goutte peut se faire rattraper par une poursuivante (b) ; dans les deux cas, les gouttes interagissent par l'intermédiaire des deux tourbillons en regard, qui tournent dans le même sens. Lorsqu'ils sont assez proches, ils s'entraînent (voire s'amplifient) jusqu'à se détacher de la goutte et être advectés par le flux. Le tourbillon qui reste attaché (et peut croître alors que le second tourbillon se reforme) impose immédiatement le déplacement ultérieur de la goutte.

Ce modèle simple explique les rebonds observés entre les gouttes, et le fait que ces rebonds semblent instantanés ; en effet le tourbillon responsable du déplacement après rebond est déjà présent, et on peut supposer que le détachement de l'autre tourbillon se produit en un temps d'ordre $\mathcal{R}/U \sim 1$ ms, donc très rapidement. De plus, ce modèle explique le fait qu'une goutte poursuivante ne fasse jamais changer le sens de déplacement d'une goutte poursuivie ; car alors

c'est toujours le petit tourbillon de la goutte de tête qui est détaché. On constate d'ailleurs que sa dynamique n'est pas modifiée (puisqu'on voit une droite dans le diagramme spatio-temporel) : ceci confirme que la vitesse de déplacement d'une goutte funambule est essentiellement contrôlée par le gros tourbillon en aval. Le petit tourbillon semble cependant croître rapidement pour occuper la place du plus gros lorsque ce dernier a été entraîné, expliquant qualitativement l'aspect quasi-instantané du rebond entre deux gouttes opposées.
On présente un exemple de diagramme spatio-temporel obtenu avec cinq gouttes confinées entre deux perles sur la figure 4.39.

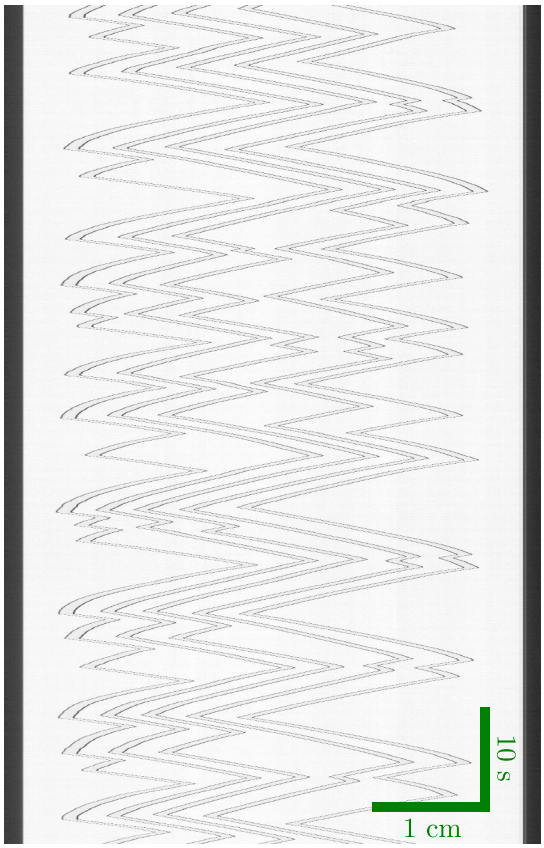


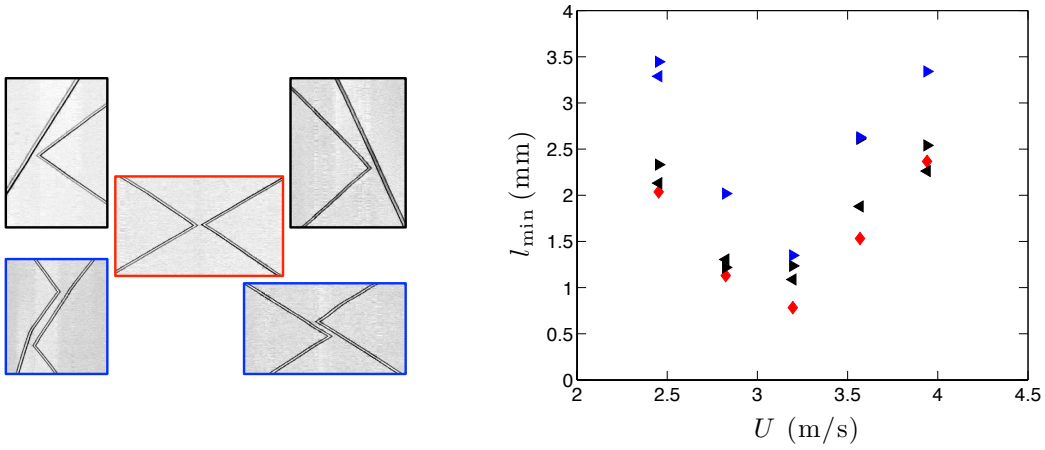
FIGURE 4.39 – Diagramme spatio-temporel obtenu sous une fibre sur laquelle cinq gouttes funambules identiques ($\eta = 5$ mPa.s, $\Omega = 1$ μL, $b = 75$ μm) sont translatées par un flux d'air à la vitesse $U = 2.4$ m/s, et confinées par deux perles de 3 mm de diamètre (correspondant aux bords noirs de la figure). Les gouttes rebondissent entre elles et sur les perles.

Le rebond entre gouttes est un phénomène robuste : on n'observe jamais de coalescence. La dynamique de gouttes multiples ne fait pas apparaître de trajectoire commune stable : les gouttes ne restent pas en phase, essentiellement parce qu'elles ralentissent parfois légèrement à l'approche d'autres gouttes ou des perles. En outre, cette figure rappelle que les gouttes rebondissent aussi sur des perles, comme on l'a vu précédemment (à la figure 4.36) ; le modèle d'interaction par entraînement des deux tourbillons centraux l'explique également. Pour le confirmer, il conviendrait

de faire des relevés de PIV derrière une perle de taille similaire aux gouttes (pour que le sillage soit assez stable). On prévoit alors d'observer toujours le même sens de rotation du tourbillon principal derrière la perle après rebond, quel que soit son sens (arbitraire) de rotation avant rebond : il s'agit du sens du tourbillon le plus éloigné de la goutte incidente, qui tourne donc dans le sens horaire si la goutte arrive de la gauche (et inversement).
Sur la figure 4.39, on remarque aussi que la distance de rebond entre gouttes diffère de celle sur une grosse perle ; on s'intéresse à ces distances dans la suite.

Distance de rebond entre deux gouttes

Comme l'illustre la figure 4.40, la distance minimale d'approche $l_{\min}$ entre deux gouttes est de l'ordre de quelques fois le rayon de la goutte, et présente un minimum avec la vitesse du vent.



(a) (b)

FIGURE 4.40 – Rebonds entre deux gouttes funambules identiques ($\Omega = 1$ μL soit $\mathcal{R} = 0.62$ mm, $\eta = 5$ mPa.s et$b = 75$ μm). (a) Diagrammes spatio-temporels des différentes configurations possibles de rebond : sur une fibre sèche, une goutte peut être rattrapée par une poursuivante en raison de sa vitesse plus grande, la fibre étant mouillée (en haut) ; plus généralement, les gouttes peuvent arriver face à face (au centre). Il arrive que les gouttes se suivent de près sur une petite distance de fibre avant de rebondir (en bas). (b) Tracé de la distance minimale d'approche $l_{\min}$ pour les différents cas photographiés en (a) (les couleurs des symboles correspondant à celles des cadres, et l'orientation des triangles à celle des gouttes), en fonction de la vitesse du vent U.

On peut réitérer ces observations avec des gouttes de tailles différentes ; le tracé adimensionné de la figure 4.41 permet de superposer à peu près les données et indique que, hormis pour les plus grosses gouttes, la distance de rebond $l_{\min}$ est minimale pour $Re \approx 350$; elle est alors de l'ordre de quelques rayons de goutte.

Peut-on prédire cette distance de rebond en ordre de grandeur ? On a déjà souligné la soudaineté des rebonds observés expérimentalement, et proposé de l'expliquer par la présence du second tourbillon. On peut aussi relier cette rapidité à la variation brutale du coefficient de lift constatée sur la figure 4.30 ; ce coefficient passe en effet de valeurs faiblement négatives à des

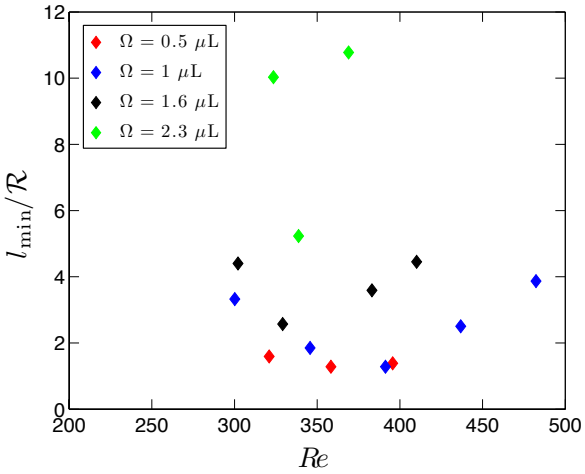


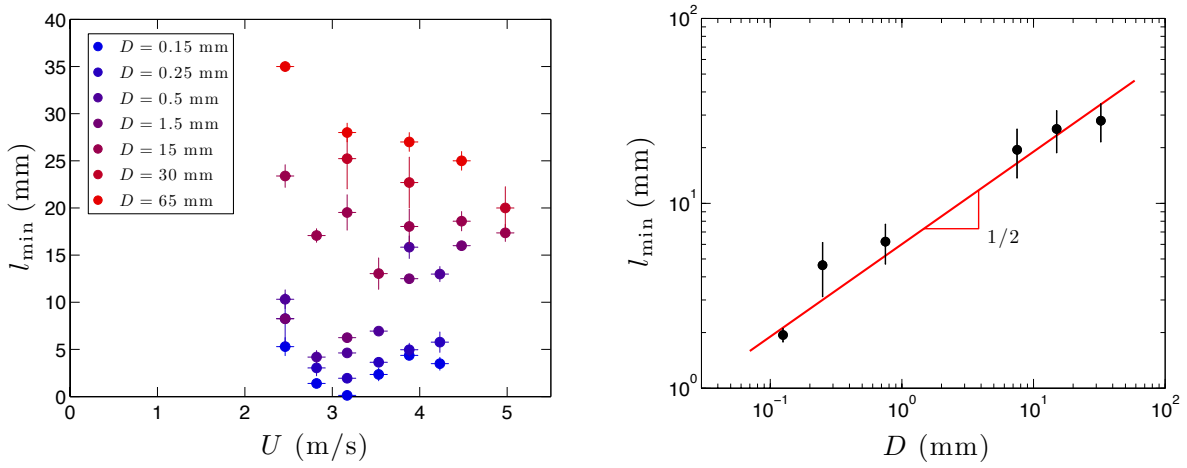
FIGURE 4.41 – Tracé de la distance minimale d'approche divisée par le rayon de la goutte en fonction du nombre de Reynolds de l'écoulement, pour différents volumes et dans le cas d'un choc frontal.

valeurs positives dix fois plus élevées (en valeur absolue), lorsque l'espacement est seulement réduit du diamètre d'une sphère. Plus quantitativement, on peut considérer que la goutte changera de sens lorsque la répulsion de la seconde goutte l'emporte sur la force motrice de portance ; c'est-à-dire lorsque le coefficient de lift répulsif de la figure 4.30 est égal au coefficient de lift moteur donné par la figure 4.26(b). Si l'on admet que ce dernier sature rapidement vers 0.06, ces deux C_L sont bien du même ordre de grandeur et le report de cette valeur dans le graphe de la figure 4.30 indique une distance de rebond $l_{\min}$ de l'ordre de $2\mathcal{R}$. Cette prédiction est en très bon accord avec les mesures expérimentales de la figure 4.41. On a extrapolé les valeurs de C_L répulsif à des plus grandes valeurs du nombre de Reynolds, correspondant à la zone de translation ; ce coefficient semble en effet peu dépendre de *Re* d'après la figure 4.30, au moins aux faibles l.
Enfin, on peut aussi comprendre la dépendance expérimentale de $l_{\min}$ avec *Re*, peut-être en raffinant la description de la courbe donnée par 4.26(b) qui présente une allure légèrement en cloche, ou plus probablement en se souvenant que les tailles des structures derrière la goutte augmentent avec *Re* (comme vu sur les figures 4.23 et 4.26(d)), ce qui explique la partie croissante de la courbe $l_{\min}(Re)$. La partie décroissante peut être éclairée par l'étude de rebonds sur des perles, car on peut faire varier la dimension d'obstacles solides sur une plus grande gamme et donc proposer un modèle plus quantitatif.

Distance de rebond sur une perle

On a mesuré la distance de rebond $l_{\min}$ sur une perle, en fonction de U et D (cf la figure 4.42).

On observe de nouveau une dépendance non monotone avec U (avec la présence d'un minimum), alors que $l_{\min}$ semble varier comme $\sqrt{D}$ sur la gamme explorée.
On a aussi incliné la fibre par rapport à l'horizontale pour imposer une force connue (la projec-



(a) (b)

FIGURE 4.42 – Tracés de la distance minimale d'approche $l_{\min}$ d'une goutte translatée ($\Omega = 1.45$ μL, $\eta = 5$ mPa.s et $b = 75$ μm) vers une bille solide, en fonction (a) du diamètre D de cette bille et de la vitesse U du vent ; (b) de D à $U = 3.2$ m/s fixée, en coordonnées logarithmiques. La droite rouge a pour équation $l_{\min} = 6D^{1/2}$.

tion du poids de la goutte) et regarder à quelle distance d'équilibre de la perle cette goutte se bloque ; mais la goutte oscille alors, empêchant un relevé précis de cette distance.
Pour comprendre les relevés de la figure 4.42, on considère d'abord le cas d'un obstacle derrière la goutte.

4.2.2 Obstacles dans l'écoulement

Confinement d'une goutte translatée

La présence d'un obstacle dans le flux, en aval de l'écoulement et suffisamment proche de la goutte translatée, perturbe aussi son mouvement. On a par exemple constaté qu'en plaçant le bord mince d'une feuille de papier verticalement derrière une goutte translatée, on immobilise celle-ci ; l'effet est le même en plaçant une petite aile d'avion. Dans ces deux cas, on empêche la formation du sillage asymétrique. On a étudié le cas d'un objet cylindrique de façon plus systématique, en faisant varier précisément la distance d entre le bord du cylindre et celui de la fibre (à l'aide d'un bras articulé sur lequel on peut fixer un vernier pour les plus petits obstacles). On constate que lorsque le cylindre est assez proche, la goutte translatée est confinée sur une certaine longueur mouillée L de fibre : elle change de sens à des positions précises sur la fibre, qui dépendent de d. Cette expérience est schématisée sur la figure 4.43.

On a relevé la longueur de confinement L en fonction de d sur la figure 4.44(a) ; L dépend aussi de U comme révélé sur 4.44(b).

Des images de PIV (figure 4.45) confirment que le cylindre a pour rôle essentiel de resymmétriser le sillage de la goutte, ce qui immobilise cette dernière. Comme pour les rebonds, il n'est

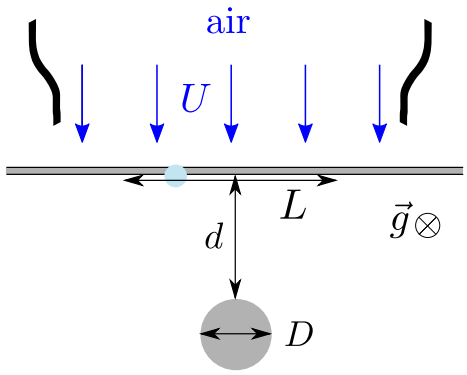
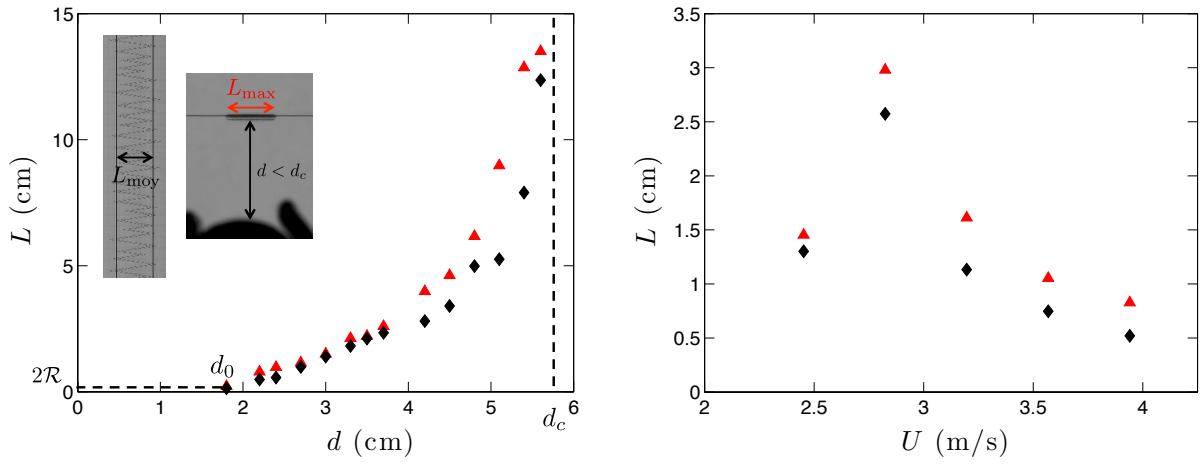


FIGURE 4.43 – Schéma de l'expérience : dans l'écoulement, on ajoute un cylindre de diamètre D (et de longueur grande devant la hauteur de la buse de sortie), en aval de la goutte, à une distance d de la fibre. Pour d inférieure à une distance critique d_c, on observe une influence de ce cylindre sur la translation de la goutte, alors limitée à une distance L sur la fibre le long de laquelle la goutte fait des allers-retours. L est l'amplitude de ces oscillations, et correspond donc toujours à la longueur mouillée.

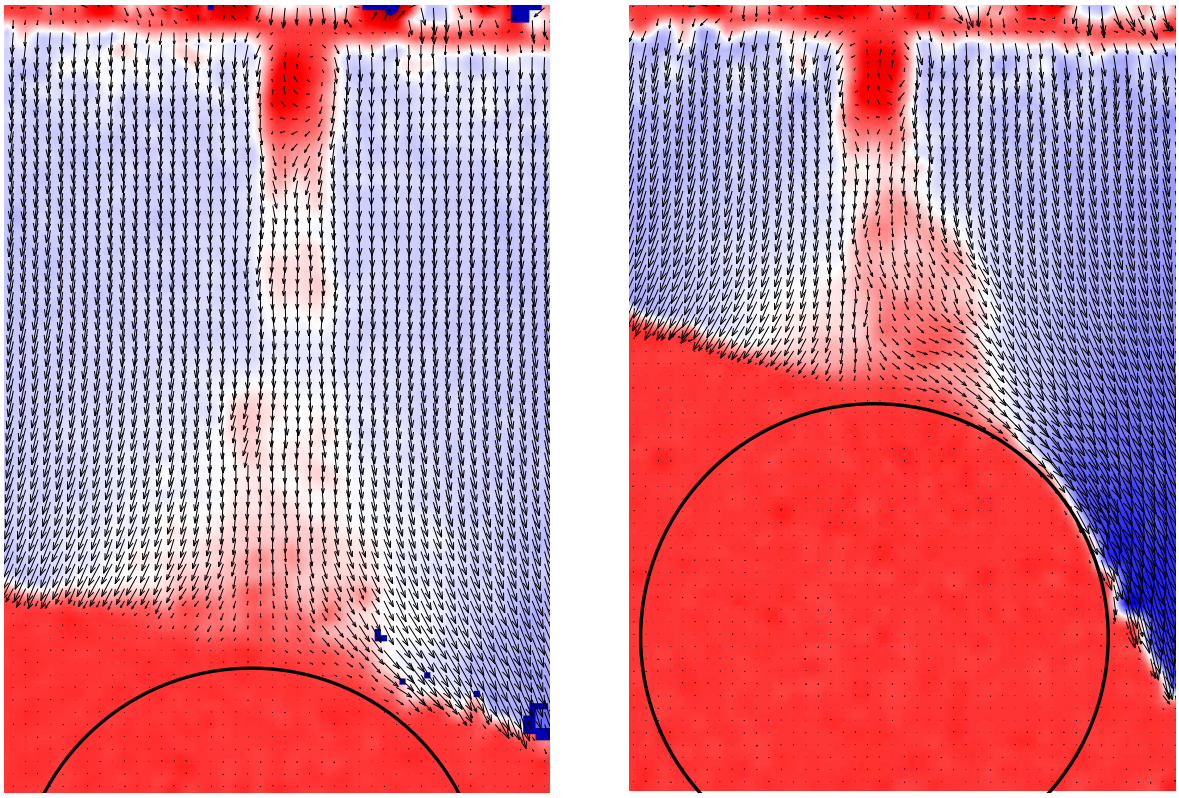


(a) (b)

FIGURE 4.44 – Amplitude L des oscillations d'une goutte funambule ($\Omega = 1$ μL, $\eta = 5$ mPa.s et $b = 75$ μm) en régime de translation, perturbée par un cylindre de diamètre $D = 2$ cm situé en aval à une distance d de la fibre (inférieure à la distance critique d_c) ; on reporte les valeurs moyennes L_{moy} (en noir) et maximale L_{max} (en rouge) de L (cf les photos en insert). (a) Tracé de L en fonction de d à U=3.6 m/s fixée. L diminue lorsqu'on rapproche l'obstacle ; pour une distance finie d_0, la goutte s'immobilise derrière le cylindre, et $L = 2\mathcal{R}$. (b) Tracé de L en fonction de U à $d = 2.6$ cm fixée.

pas aisé d'observer la modification du sillage au moment où la goutte rebrousse chemin, car ce phénomène est très rapide.

Dans la suite, on s'intéresse surtout à la distance critique d_c, qui est la plus grande distance pour laquelle on peut piéger des gouttes. Pour la mesurer en pratique, on part d'une situation où la goutte est bloquée derrière le cylindre, et on éloigne progressivement ce dernier ; on observe donc l'augmentation de L, jusqu'à ce que la goutte soit libérée de l'influence du cylindre, d'abord

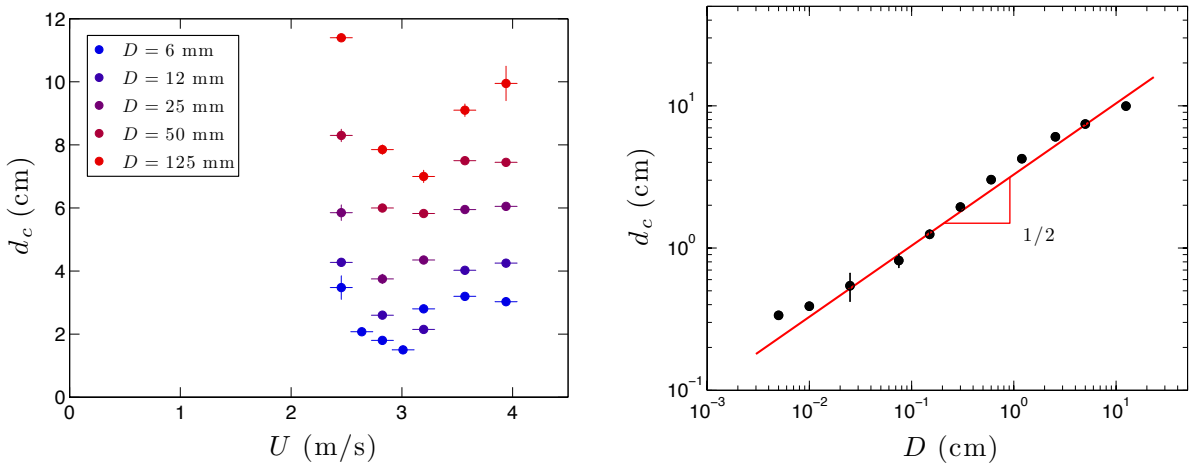


(a) (b)

FIGURE 4.45 – Images PIV de l'écoulement derrière une goutte funambule (échelle de couleur : vitesse verticale orientée vers le haut variant de -3 m/s (bleu foncé) à 1 m/s (rouge foncé)) en présence d'un obstacle cylindrique de diamètre $D = 2.2$ cm placé dans son sillage à une distance d de la fibre (et repéré sur l'image par un cercle noir). (a) d est comprise entre d_0 et d_c : la goutte en translation effectue des allers-retours. On retrouve l'asymétrie du sillage, qui semble influencée par l'obstacle via les tourbillons alternés émis dans ce régime. (b) : d est légèrement inférieure à d_0 : la goutte est bloquée par l'obstacle. L'origine du piégeage est révélée ici : l'obstacle interagit fortement avec le sillage de la goutte, en le symétrisant de nouveau (le cylindre empêche la visualisation complète du champ de vitesses).

d'un côté la fibre puis (quasiment pour la même distance d) de l'autre côté. Cette légère différence, qui peut être due à l'alignement imparfait du cylindre avec la verticale, ou à un défaut de sa surface, fournit les barres d'erreurs sur les relevés de d_c présentés sur la figure 4.46.

De façon similaire au cas d'un obstacle sur la fibre (figure 4.42), on retrouve une variation non monotone avec U : les courbes $d_c(U)$ présentent un minimum pour une valeur de U de l'ordre de 3 m/s, et augmentant légèrement avec le diamètre D du cylindre. De plus, d_c est de nouveau proportionnelle à la racine du diamètre, sur une grande gamme de D (allant d'un dixième de taille de goutte à la moitié de la buse de la soufflerie). Hormis pour ces deux cas limites, la dépendance $d_c \propto \sqrt{D}$ est bien vérifiée.



(a) (b)

FIGURE 4.46 – Tracés de la distance critique d'influence d_c d'un cylindre placé en aval d'une goutte translatée ($\Omega = 1$ μL, $\eta = 5$ mPa.s et $b = 75$ μm), en fonction (a) du diamètre D du cylindre et de la vitesse U du vent (pour les cylindres les plus gros utilisés) ; (b) de D à $U = 3.9$ m/s fixée, en coordonnées logarithmiques. La droite rouge a pour équation $d_c = 3.3D^{1/2}$.

Modélisation du piégeage

On propose un modèle expliquant qualitativement ces interactions avec des obstacles. Ceux-ci vont avoir une influence sur le mouvement de la goutte lorsque la circulation qu'ils imposent à une certaine distance (l ou d) est du même ordre de grandeur que la circulation Γ_T qui influence le déplacement de la goutte, et est donc liée au tourbillon principal du sillage. On suppose ici que cette circulation s'écrit $\Gamma_T \sim 2\pi R_T V_T$.

La circulation Γ_o due à l'obstacle semble être liée à une couche limite à son voisinage, qui permet d'expliquer la dépendance en $\sqrt{D}$. Elle ne s'écrit alors pas DU en ordre de grandeur, mais plutôt $e_D U$ où l'épaisseur e_D de la couche limite est donnée par une expression analogue à (4.8) ; soit $\Gamma_o \sim \sqrt{\nu_a D U}$.

Or l'influence des circulations en jeu décroît comme l'inverse de la distance à l'objet créant cette circulation [46] ; on en déduit la relation donnant l'ordre de grandeur de la distance limite d'influence entre ces circulations :

$$\frac{\Gamma_o}{d} \sim \frac{\Gamma_T}{R_T}. \tag{4.21}$$

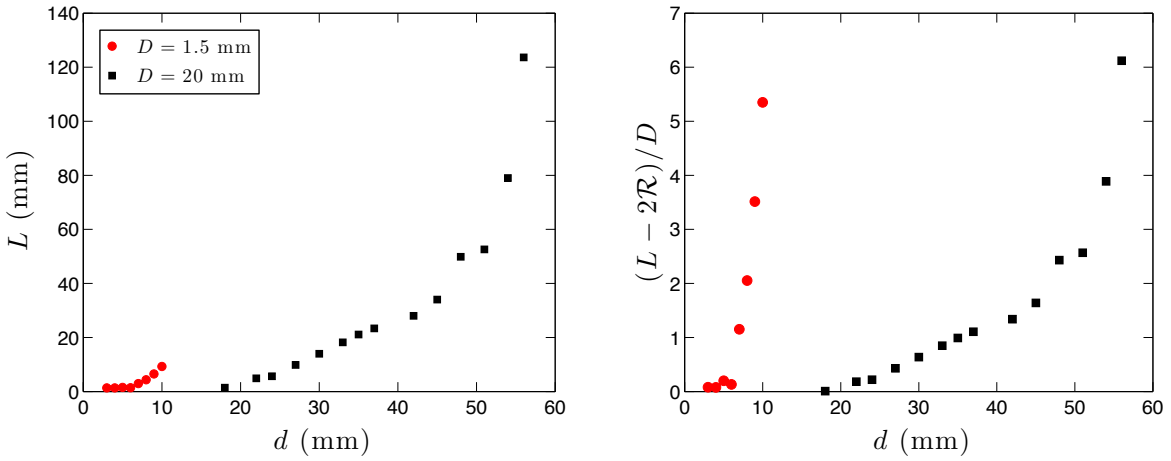
Soit avec les expressions qui précèdent :

$$\frac{d_c}{\sqrt{D\mathcal{R}}} \sim \frac{1}{\sqrt{Re}\ (Re - Re^*)^{1/3}}. \tag{4.22}$$

Si ce modèle permet d'expliquer la proportionnalité de d_c et $l_{\min}$ (dans le cas de perles) à $\sqrt{D}$, la dépendance en Re n'est cependant pas celle observée expérimentalement. De plus, la comparaison de la formule 4.22 aux exemples des figures 4.42(b) et 4.46(b) suggère des préfacteurs de l'ordre

de 300 dans l'expression (4.22) ; ces coefficients loin de l'unité sont peu plausibles. Remarquons que le facteur deux entre la bille et le cylindre peut provenir de la différence géométrie (ainsi que de la distinction tri- ou bidimensionnelle de l'objet), mais aussi de la position de la couche limite considérée vis-à-vis de l'écoulement (latérale pour la perle, longitudinale pour le cylindre). Ces écarts indiquent que l'expression choisie pour Γ_T n'est pas la bonne. Il semble que l'obstacle interagisse surtout avec le sillage loin de la goutte ; des visualisations par PIV avec différentes tailles d'obstacles et à différentes vitesses permettraient peut-être de mieux comprendre cette interaction.

Comment comprendre la sensibilité de L avec d ? En dépit d'une étude analogue récente concernant les oscillations d'un drapeau [151], indiquant que l'amplitude avec laquelle le drapeau flotte diminue lorsqu'on rapproche un cylindre en aval, l'influence d'un obstacle fixe dans le sillage d'un objet se déplaçant transversalement n'a pas été directement étudiée.



(a) (b)

FIGURE 4.47 – Tracé de $L(d)$ pour une goutte funambule en translation ($\eta = 5$ mPa.s, $\Omega = 1$ μL et $b = 75$ μm, $U = 3.6$ m/s) perturbée par deux obstacles différents : (a) données brutes ; (b) tracé adimensionné par la taille de chaque obstacle (et décalé de $2\mathcal{R}$ pour s'annuler lorsque la goutte est bloquée).

Avec les mesures de l'amplitude d'oscillation de gouttes piégées par deux cylindres très différents (figure 4.47), on remarque que L est proportionnelle à D ; la variation avec d est moins claire. En première approximation, on pourrait estimer que d varie comme d_c, et est donc proportionnelle à $\sqrt{D}$. Il semble en fait qu'il y ait deux régimes, une évolution quasi linéaire de L avec d aux petits d, puis une divergence pour d approchant d_c.

À l'inverse, on précise l'influence de l'obstacle aux très petites distances d : si l'on rapproche encore plus le cylindre, la goutte se remet en mouvement (d'un côté ou de l'autre) pour aller s'immobiliser un peu plus loin sur la fibre, c'est-à-dire excentrée par rapport au cylindre, comme photographié sur la figure 4.48.

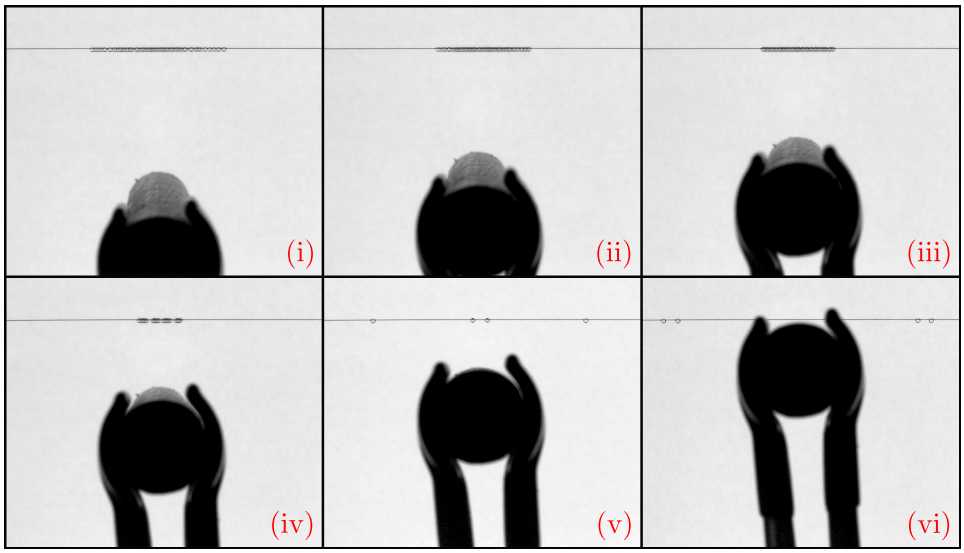


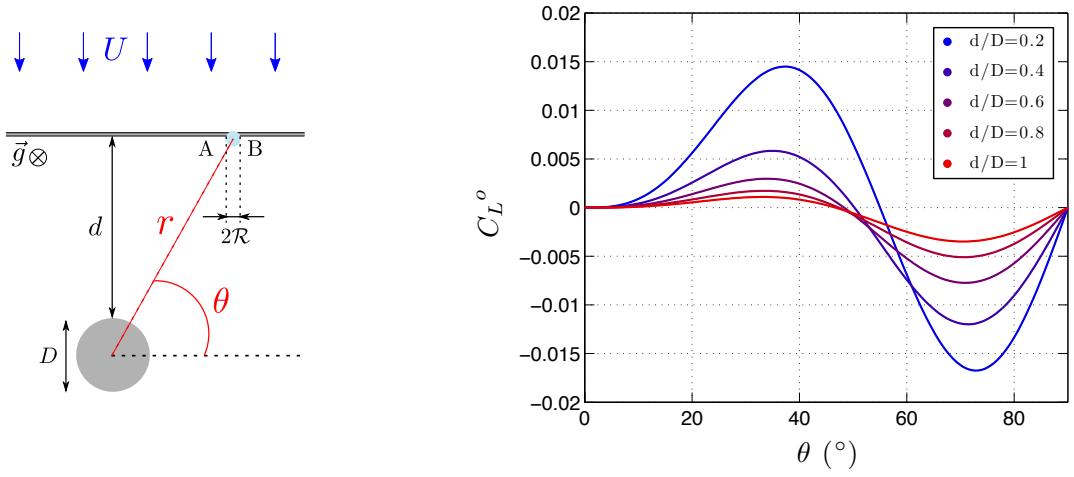
FIGURE 4.48 – Superpositions de photos (en vue de dessus) montrant l'évolution de la trajectoire de quatre gouttes identiques ($\Omega = 1$ μL, $\eta = 5$ mPa.s et $b = 75$ μm) piégées par un obstacle cylindrique ($D = 2$ cm) situé à une distance d variable, inférieure à d_c. (i) à (iii) : les gouttes sont dans un état "gazeux" et la longueur mouillée diminue avec d ; (iv) : les gouttes sont dans un état "liquide", elles oscillent légèrement autour de positions fixes ; (v) et (vi) : l'état est "solidifé", les gouttes sont immobilisées à des positions dépendant de d.

On peut essayer de comprendre ce comportement en s'intéressant à l'influence d'un cylindre en aval d'un écoulement avec le formalisme de Biot et Savart, c'est-à-dire dans la limite d'un fluide parfait (sans couche limite). En coordonnées polaires et avec les notations de la figure 4.49(a), on peut en effet exprimer la différence de vitesses entre les points A et B de part et d'autre de la goutte due à cet obstacle, qui se traduit par une différence de pression (et donc une force) d'après la relation de Bernoulli (4.14) valable dans le cadre de ce calcul.

Pour faire ce calcul, on traite le cylindre comme un terme source et un terme puits (distants de D), ce qui fournit l'expression du potentiel des vitesses Υ [46] : $\Upsilon = -U \sin\theta \; r(1 + D^2/4r^2)$. Ce potentiel permet d'exprimer les vitesses en A et B, d'où les pressions associées ; on en déduit la force proportionnelle à $P_B - P_A$ (qui est donc une force de rappel vers l'objet), exprimée uniquement en fonction de la variable θ puisque la fibre impose la relation $r = (d + D/2)/\sin\theta$, et adimensionnée par $\rho_a U^2 \pi \mathcal{R}^2/2$. Il s'agit ainsi du coefficient de lift ${C_L}^o$ lié à la présence de l'obstacle :

$$ {C_L}^o = \frac{\mathcal{R}}{D}\left(\frac{\sin^5\theta\cos\theta}{2(0.5 + d/D)^5} + \frac{2\sin^3\theta\cos\theta\cos 2\theta}{(0.5 + d/D)^3}\right). \tag{4.23} $$

Cette relation ${C_L}^o(\theta)$ (valable dans la limite $d \gg \mathcal{R}$) est tracée sur la figure 4.49(b), dans les conditions de la figure 4.48 (soit $\mathcal{R} = 0.62$ mm et $D = 2$ cm) et pour différents espacements d inférieurs à $d_c \approx 4.7$ cm pour un obstacle de ce diamètre (d'après la figure 4.46(b)). Cette figure 4.49(b) prédit que la position d'équilibre derrière le cylindre ($\theta = 90°$) est instable, la présence du cylindre créant une force tendant à éloigner la goutte aux grands angles (${C_L}^o < 0$ pour $\theta \lesssim \pi/2$ et ${C_L}^o > 0$ pour $\theta \gtrsim \pi/2$). En l'absence d'autre force, la goutte se déplace jusqu'à la position



(a) (b)

FIGURE 4.49 – (a) Notations utilisées ; la goutte est repérée par ses coordonnées polaires (r,θ) par rapport au centre d'un obstacle cylindrique en aval. (b) Tracé du coefficient de lift dû à la présence d'un obstacle de diamètre D situé à plusieurs distances d du fil (dans le régime des faibles espacements), en fonction de l'angle θ caractérisant la position de la goutte. Ce tracé est issu de la formule (4.23) obtenue en supposant l'écoulement potentiel.

pour laquelle $C_L{}^o = 0$ (donnée par un angle θ dépendant de d/D), qui est une position d'équilibre stable d'après cette courbe ; au-delà en effet (aux petits angles), $C_L{}^o$ est positif, d'où une force de "rappel" attirant la goutte vers l'obstacle.

Seule cette dernière affirmation est observée expérimentalement aux grands espacements : pour des vitesses de vent légèrement en dehors de la gamme de translation, la présence d'un cylindre proche déplace les gouttes en les attirant vers l'obstacle. Elles viennent cependant se bloquer juste derrière le cylindre (en amont). Ainsi tant que d n'est pas trop faible, c'est la position $\theta = 90°$ qui est stable, et non la position intermédiaire proche de $\theta \approx 45°$. Cet écart avec le modèle de fluide parfait confirme qu'il ne serait pas valide d'ignorer les couches limites.

Mais on retrouve approximativement les prévisions de la figure 4.49(b) lorsque d est assez faible ; la figure 4.48 montre en effet une transition conduisant aux positions d'équilibre $\theta = 90°$ et $\theta \approx 45°$ (photo (v)) puis $\theta \approx 25°$ (photo (vi)) lorsque d diminue. Pour ces petites distances, la circulation liée à la couche limite, dont l'effet décroit en $1/r$, n'est plus prédominante ; la circulation "de Biot et Savart" (dont l'effet décroît en $1/r^3$ d'après (4.23)) joue aussi.

Si l'on suppose que cette circulation est prédominante, l'immobilisation des gouttes indique que le coefficient de lift associé à l'obstacle est supérieur à celui qui déplace les gouttes. Or pour $d/D \approx 0.2$, correspondant à l'image (vi) de la figure 4.48 sur laquelle les gouttes sont bloquées vers $\theta \approx 23°$, $C_L{}^o$ est de l'ordre de 0.01 pour cet angle et vaut 0.02 au maximum (cf la figure 4.49(b)). Cet ordre de grandeur pour C_L est proche de celui estimé précédemment par la formule

(4.18). Au contact ($d/D = 0$), ${C_L}^o$ atteint 0.06 au maximum.
La valeur de ${C_L}^o$ obtenue à l'image (vi) est en fait une borne supérieure pour C_L, l'égalité $C_L \approx {C_L}^o$ est plutôt vérifiée dans les conditions de l'image (iv) pour lesquelles les gouttes ne sont pas totalement immobilisées. Mais l'effet de la couche limite ne peut être négligé pour cette valeur de d/D, compliquant alors l'estimation de C_L.
On aurait pu penser que l'utilisation d'un obstacle en aval de la goutte (pour bloquer son mouvement) permettrait d'en déduire la force motrice ; mais la force supplémentaire liée à l'obstacle n'est elle-même pas entièrement déterminée. Un autre moyen d'accéder à C_L est d'utiliser la force de traînée en inclinant la fibre par rapport au flux d'air.

4.3 Autres régimes dynamiques

4.3.1 Translation guidée sur un fil incliné

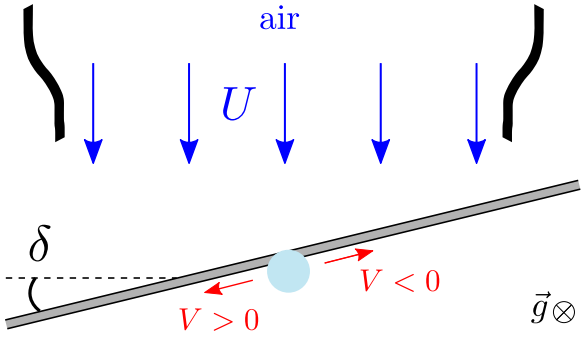


FIGURE 4.50 – Schéma du montage vu de dessus et notations : en sortie d'une soufflerie émettant un flux d'air à la vitesse uniforme U, on place le fil faisant un angle δ par rapport à une incidence normale. Par convention, $\delta > 0$ sur ce schéma. Suivant les valeurs de δ et U, la goutte se déplace le long du fil dans le sens du vent ($V > 0$) ou dans le sens contraire ($V < 0$).

Dans le cas le plus général d'une goutte funambule déplacée par un flux d'air (et uniquement par celui-ci, donc sur un fil horizontal), les paramètres sont la vitesse du vent U et l'inclinaison entre la direction de ce vent et le fil. On utilisera plutôt l'angle noté δ entre la position du fil et celle qu'il aurait en incidence normale (figure 4.50). Cette expérience très simple révèle alors un comportement inattendu : sous certaines conditions sur (δ, U), le liquide remonte le vent ! La figure 4.51 montre ainsi le cas de deux gouttes allant contre le vent.

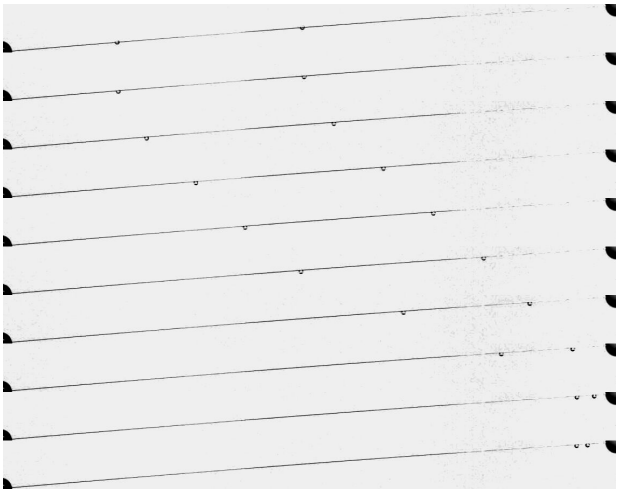
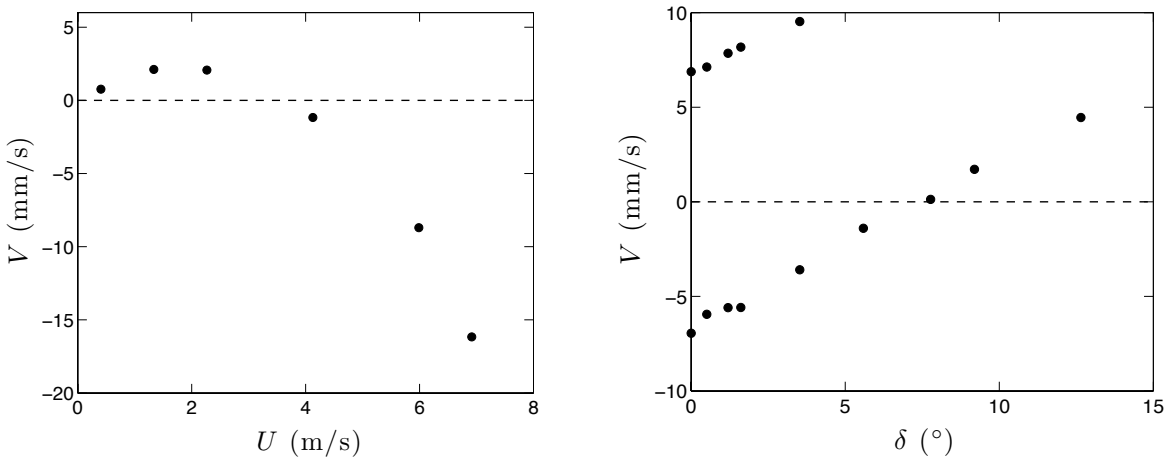


FIGURE 4.51 – Succession de photographies ($\Delta t = 2$s) montrant le déplacement de deux gouttes funambules ($\eta = 5$ mPa.s, $\Omega = 1$ μL, $b = 75$ μm) placées sur un fil incliné d'un angle $\delta = 4°$ par rapport à la perpendiculaire au flux d'air, de vitesse $U = 5$ m/s. Une fois cette vitesse établie, les gouttes ont un mouvement déterministe, elles remontent toujours le vent et ne rebroussent jamais chemin ; elles ne rebondissent plus sur des obstacles mais s'arrêtent à proximité (en oscillant légèrement sur place).



(a) (b)

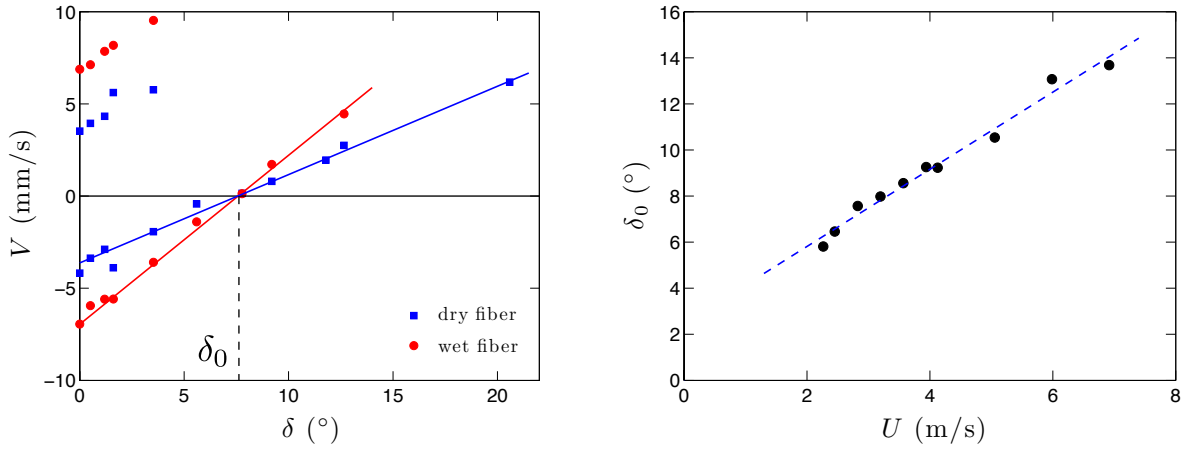
FIGURE 4.52 – (a) Tracé de la vitesse d'une goutte funambule sur un fil déjà mouillé ($\eta = 5$ mPa.s et $\Omega = 1$ μL sur $b = 75$ μm) avec les conventions algébriques de la figure 4.50, en fonction de (a) U à $\delta = 8.6°$ fixé ; (b) δ à $U = 2.8$ m/s fixée.

Plus précisément, on constate sur la figure 4.52(a) (à δ fixé) que la goutte suit le vent ($V > 0$) lorsqu'il est faible ; sa vitesse V augmente d'abord avec U, avant de diminuer jusqu'à s'annuler pour une certaine vitesse. La goutte est alors immobile malgré le courant d'air ; en continuant à augmenter U, la goutte se met à remonter le vent, avec une vitesse qui croît (en norme) avec U. Cette partie de la courbe est contre-intuitive : plus on souffle fort vers une goutte, plus elle se rapproche vite de nous ! L'allure de la courbe $V(U)$ semble continue.

À U fixée, la variation de V avec δ (figure 4.52(b)) révèle un comportement plus compliqué puisqu'en-deçà d'un angle critique de l'ordre de 4°, la goutte peut se déplacer aléatoirement dans un sens ou dans l'autre le long de la fibre. Plus précisément, la goutte part aléatoirement dans un sens et n'en change plus ensuite. La valeur algébrique de V augmente avec δ pour les deux sens, avec une pente similaire ; ce qui signifie qu'une goutte dans le sens du vent accélère quand δ augmente, contrairement à une goutte dans le sens opposé qui ralentit. Pour $\delta > 4°$, on retrouve un comportement déterministe, le mouvement se faisant d'abord toujours contre le vent et en ralentissant (dans une gamme restreinte de δ petits), puis dans le sens du vent et en accélérant lorsque δ augmente, c'est-à-dire lorsque le fil se rapproche de la position alignée avec le vent ; cette dernière observation est cette fois en accord avec l'intuition. Tous les points $V(\delta)$ semblent être alignés selon deux droites parallèles.

Sur chacune des deux courbes de la figure 4.52, on constate l'existence d'un point où la goutte s'immobilise. On le vérifie expérimentalement, la goutte restant alors quasiment à l'arrêt : elle se déplace très lentement dans un sens puis dans l'autre le long de la fibre. Dans l'espace des paramètres, il existe un ensemble de points $(\delta, U)_0$ permettant d'immobiliser la goutte ; on l'écrit sous la forme d'une relation $\delta_0(U)$ dans la suite, l'angle δ_0 à U fixée étant en effet mesuré

facilement sur la figure 4.52(b) par l'intersection entre l'ajustement linéaire des points et l'axe des abscisses.



(a) (b)

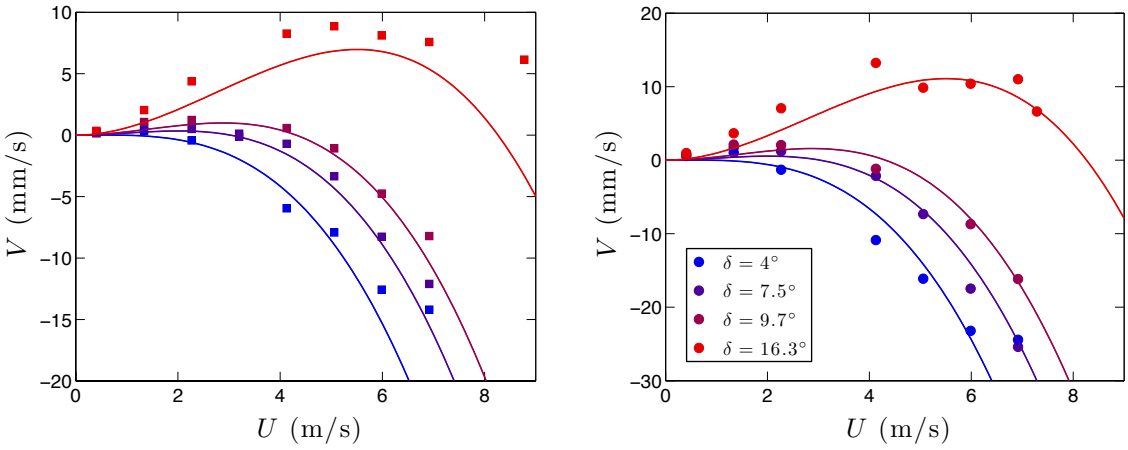
FIGURE 4.53 – (a) Tracé de V en fonction de l'angle δ à $U = 2.8$ m/s ; aux points de la figure 4.52(b), on a ajouté les points obtenus sur fil sec. L'intersection des deux ajustements affines avec l'axe des abscisses permet une détermination précise de δ_0. (b) Tracé de l'angle δ_0 déterminé comme en (a), pour différentes valeurs de U. En pointillés bleus figure un ajustement affine.

La détermination de cet angle d'immobilisation $\delta_0(U)$ peut être rendue encore plus précise par la superposition des points $V(\delta)$ obtenus sur une fibre sèche et sur une fibre déjà mouillée (cf la figure 4.54(a)) ; la friction étant alors différente, on obtient deux ensembles de points rassemblés sur deux droites sécantes. Le tracé de ces deux ajustements linéaires est alors plus précis, car on sait qu'ils doivent se couper en $V = 0$; c'est en effet à vitesse quasi-nulle que l'état de surface de la fibre ne joue plus (la friction étant très faible). La figure 4.53(b) montre les points $\delta_0(U)$ obtenus, qui se rassemblent en bonne approximation sur une droite. On remarque qu'en dessous d'une vitesse seuil d'environ 2 m/s, δ_0 n'est plus défini car le mouvement de la goutte est alors déterministe, et toujours dans le sens du vent. Dans la gamme de vitesses étudiées, on peut maintenant modéliser empiriquement la vitesse de la goutte ; on a constaté qu'elle est proportionnelle à $\delta - \delta_0(U)$; sa dépendance en U à δ fixé (outre celle incluse dans δ_0) peut être décrite par une parabole. D'où l'expression :

$$V \propto [\delta - \delta_0(U)]\, U^2 \tag{4.24}$$

où δ_0 est donné par l'ajustement affine de la figure 4.53(b). La figure 4.54 montre que cette formule décrit bien les points expérimentaux, avec un préfacteur constant environ 1.6 fois plus grand dans le cas d'un fil mouillé que dans le cas d'un fil sec.

On propose une explication qualitative de ce déplacement contre le vent. Il semble que l'inclinaison de la fibre au-delà d'un angle limite de l'ordre de 4° entraîne la disparition de l'un des



(a) (b)

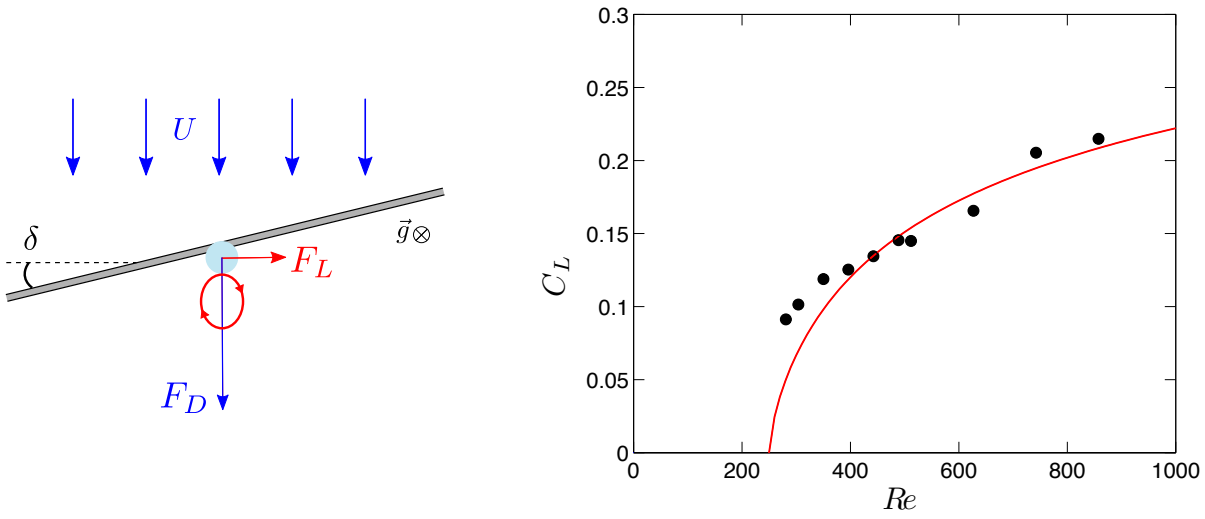
FIGURE 4.54 – Tracés de la vitesse d'une goutte funambule en fonction de celle du vent, pour plusieurs inclinaisons du fil indiquées dans la légende, lorsque ce fil est (a) sec ou (b) prémouillé (par un premier passage d'une goutte de la même huile). On a superposé les modèles empiriques donnés par la formule (4.24), avec un préfacteur identique pour chacune des figures, qui diffère selon que le fil est sec ou mouillé : on trouve un préfacteur de l'ordre de 2.86 $.10^{-3}$ s/m dans le cas sec, et 4.54 $.10^{-3}$ s/m dans le cas humide.

tourbillons ; ce postulat (restant à vérifier, par exemple par PIV) permet d'expliquer le déterminisme du mouvement alors observé. Comme il ne subsiste qu'un tourbillon, la force de lift est en effet toujours orientée dans le même sens, indiqué sur la figure 4.55 : c'est forcément le sens permettant d'obtenir une composante opposée au vent le long de la fibre. On en déduit que le tourbillon ayant disparu était le plus proche de la fibre inclinée (à proximité de laquelle se trouve aussi une nappe de tourbillons, cf la figure 4.15) : il se peut que la fibre déstabilise le tourbillon, qui n'est alors plus accroché à la goutte. Il est également possible que ce tourbillon reste attaché à la goutte, mais en étant amoindri ; le gros tourbillon responsable du mouvement est toujours le plus éloigné de la fibre.

Le phénomène remarquable de gouttes remontant le vent est donc dû à la suppression (ou à la réduction) d'un des tourbillons lorsqu'on incline la fibre, le tourbillon restant étant (par chance !) celui qui fournit une force de lift en mesure de s'opposer à la force de traînée. La projection de ces forces sur la direction du mouvement (qui est l'axe de la fibre) fournit l'expression de la force motrice globale F_m orientée le long de la fibre dans le sens du vent, et simplifiée dans le cas d'une inclinaison δ faible :

$$F_m = F_D \sin\delta - F_L \cos\delta \approx F_D\delta - F_L = \frac{1}{2}\pi\mathcal{R}^2\rho_a U^2 C_D \left(\delta - \frac{C_L}{C_D}\right). \tag{4.25}$$

Dans cette dernière formule, on a remplacé les forces de traînée F_D et de lift F_L par leurs expressions analogues (4.1) et (4.12), qui ne se distinguent que par les coefficients C_D et C_L. Par comparaison avec la formule (4.24) obtenue initialement, l'angle δ_0 qui immobilise la goutte pour une vitesse donnée s'identifie donc au rapport C_L/C_D, c'est-à-dire à la finesse de la goutte.

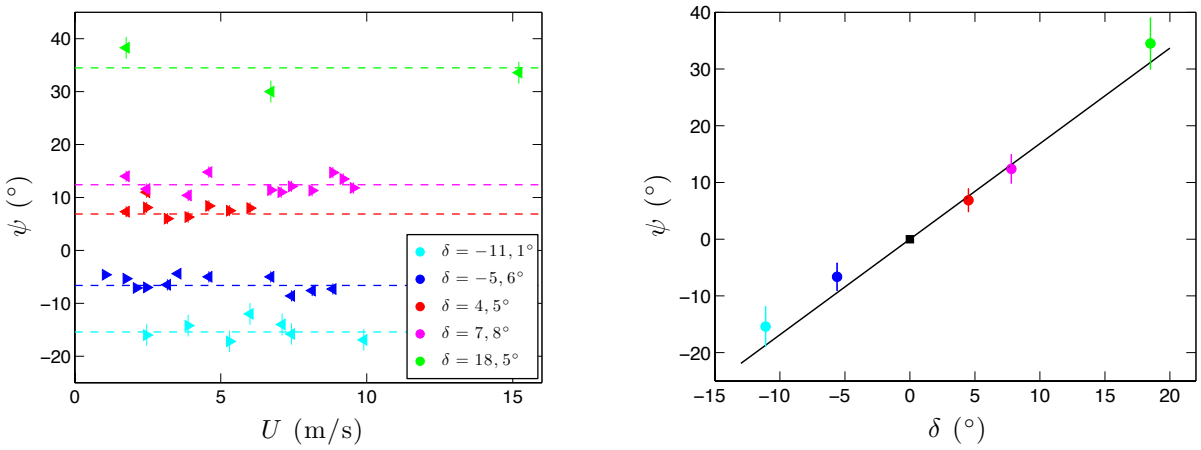


(a) (b)

FIGURE 4.55 – (a) Schéma des forces agissant sur une goutte en translation sur un fil incliné par rapport au vent ; si δ est supérieur à 4° environ, il ne subsiste essentiellement qu'un tourbillon dans le sillage, celui permettant un déplacement dans le sens opposé au vent. (b) Tracé du coefficient de lift en fonction du nombre de Reynolds avec les points issus de la figure 4.53(b) ; on a superposé en rouge le tracé de la prédiction (4.18) issue du modèle de force motrice, multipliée par le coefficient 2 trouvé par l'ajustement de la figure 4.35, et multipliée par un nouveau coefficient d'ajustement de l'ordre de 8.

Si l'on considère d'abord le cas d'une sphère solide, on a vu (sur la figure 4.26) que C_L augmente avec le nombre de Reynolds avant de saturer, alors que C_D diminue ; la finesse de la sphère augmente donc avec Re. Cette prédiction est en accord avec la croissance de δ_0 avec U observée sur la figure 4.53(b) pour une goutte. L'application numérique à $Re \approx 300$ donne $C_L/C_D \approx 0.068/0.66 \approx 0.1$, proche de la valeur $\delta_0 \approx 6° \approx 0.1$ radians de la figure 4.53(b) à cette valeur de Re correspondant à $U \approx 2.4$ m/s. Ainsi la tendance croissante comme l'ordre de grandeur semblent confirmer la factorisation de la formule (4.25), qui permet un accès expérimental au rapport C_L/C_D sans considérer la force visqueuse (à l'expression approximative) .
Pour une sphère liquide cependant, on a vu que les prédictions numériques de la figure 4.26 ne sont pas vérifiées ; expérimentalement, on a trouvé un coefficient de traînée constant $C_D \approx 0.9$ (cf la formule (4.6)), et un coefficient de lift C_L proche de 0.01 à $Re \approx 500$ (d'après la formule (4.18)). Cela impliquerait $\delta_0 \approx 0.7°$ à ce Re, en désaccord avec la figure 4.53(b). Comme les gouttes pendantes utilisées sont quasiment sphériques, il est probable que C_D reste donné par (4.6) lorsque la fibre est inclinée ; il semble en revanche que cette inclinaison modifie C_L dont l'évolution avec le nombre de Reynolds (déduite de la figure 4.53(b)) est donnée sur la figure 4.55(b). On trouve donc un coefficient de lift trois à dix fois supérieur aux valeurs estimées pour un flux d'air normal à la fibre. De plus, on observe un seuil pour $Re \approx Re^* \approx 250$. La variation de C_L avec Re semble cependant pouvoir être décrite par (4.18) à un préfacteur près, comme le

montre la courbe rouge de la figure 4.55(b).
Si l'on suppose tout de même que C_D est modifié par l'inclinaison du fil, ce préfacteur s'explique par un coefficient de traînée 8 fois plus petit ; mais cette condition ne permet pas de trouver le bon ordre de grandeur des préfacteurs utilisés pour l'ajustement de la figure 4.54.
Une autre possibilité serait une variation de l'angle ψ ; la formule (4.11) pourrait n'être valable que pour un flux transversal. La figure 4.56 représentant l'évolution de cet angle avec U et δ confirme sa modification.



(a) (b)

FIGURE 4.56 – (a) Tracé de l'angle ψ d'inclinaison de la trajectoire des particules (avec la convention algébrique de la figure 4.20) en fonction de U, pour différents angles δ d'inclinaison du fil (avec la convention algébrique de la figure 4.50). Ici $\Omega = 1.4$ μL et $\eta = 50$ mPa.s sur $b = 75$ μm, et l'orientation des triangles donne le sens de déplacement de la goutte. ψ ne dépend pas de ce sens, ni de U en première approximation. (b) Tracé de ψ en fonction de δ issu des valeurs moyennes données par les pointillés en (a). La droite en noir est un ajustement linéaire de pente 1.7.

Sur ces graphiques, on constate que l'inclinaison de la trajectoire des particules prend une valeur indépendante de U et proportionnelle à δ. Cette modification est sûrement à l'origine des valeurs différentes du coefficient de lift ; elle reste à expliquer, mais c'est peut-être l'absence du tourbillon secondaire qui en est responsable. L'inclinaison du fil peut aussi asymétriser l'écoulement et créer un différentiel de vitesse important, qui n'est plus lié à v. Les mesures de vitesses de particules révèlent un même ordre de grandeur et une même dépendance en U que dans le cas non incliné (cf la figure 4.18(a)), indiquant de nouveau la présence d'une couche limite dans le cas incliné. Mais la dépendance $V \propto U^2$ constatée sur la figure 4.54 n'est pas prévue par l'équation (4.19) si ψ est constant. Le modèle le plus simple consistant à équilibrer la force motrice (4.25) par une dissipation globale proportionnelle à η [74] conduit à un préfacteur environ vingt fois plus élevé que ceux relevés à la figure 4.54. Ces observations indiquent que le cas d'un fil incliné diffère en fait fortement du cas considéré avant, et mériterait d'être étudié spécifiquement.
Incliner la fibre modifie donc la force motrice, ce qui empêche sa caractérisation plus précise dans

le cas transversal. En revanche, cette inclinaison rend le mouvement prédictible ; pouvoir inverser le sens de déplacement des gouttes en modifiant la vitesse de l'air à inclinaison donnée (comme vu sur la courbe 4.52(a)), est intéressant en vue d'une éventuelle application du phénomène de translation.
De plus, cette inclinaison stabilise aussi la translation sur une plus grande gamme de vitesses : pour un fil incliné, on a en effet observé une translation jusqu'au Reynolds maximal accessible avec la soufflerie utilisée, de l'ordre de 1000.
L'unique tourbillon possible dans le cas d'un fil incliné semble donc stable même aux hauts Reynolds ; ce constat indique que la transition vers le régime de vibrations est sûrement due à des perturbations extérieures qui inversent l'asymétrie du sillage (à la manière d'un rebond) plutôt qu'à une modification du sillage lui-même (comme un décrochage différent des tourbillons). On s'intéresse à l'origine de ces vibrations dans la suite.

4.3.2 Régime de vibrations

Perturbations liées à la soufflerie

On a déjà souligné l'importance de la laminarité du flux d'air pour observer la translation. Avec la soufflerie de la figure 4.2 (iv), on observe des perturbations présentant une certaine régularité : la goutte a un mouvement oscillant dont l'amplitude et la fréquence varient avec U, comme relevé sur la figure 4.57. Aux vents faibles, la goutte se déplace sur toute la largeur de la sortie d'air : mais cette amplitude diminue quand U augmente. Les causes faisant rebrousser chemin à la goutte semblent alors de plus en plus fréquentes, ce qui constitue une sorte de transition continue vers le régime de vibrations, propre à cette soufflerie.

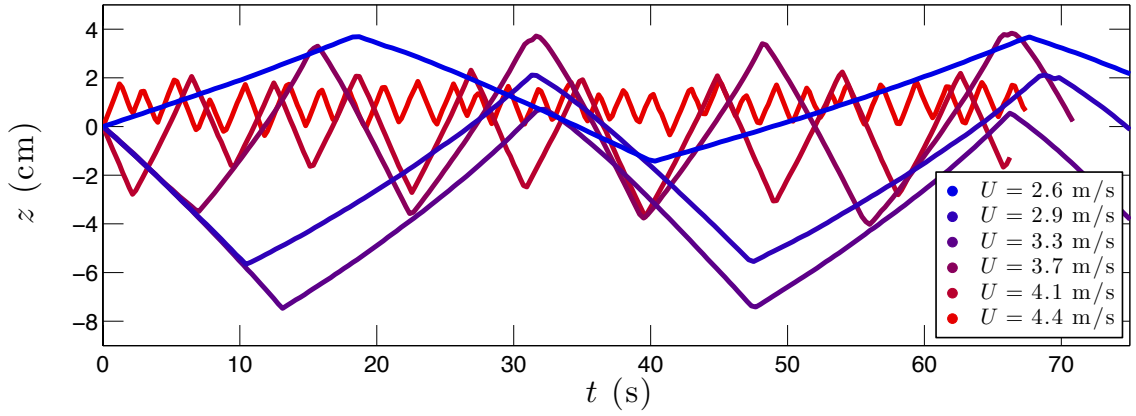
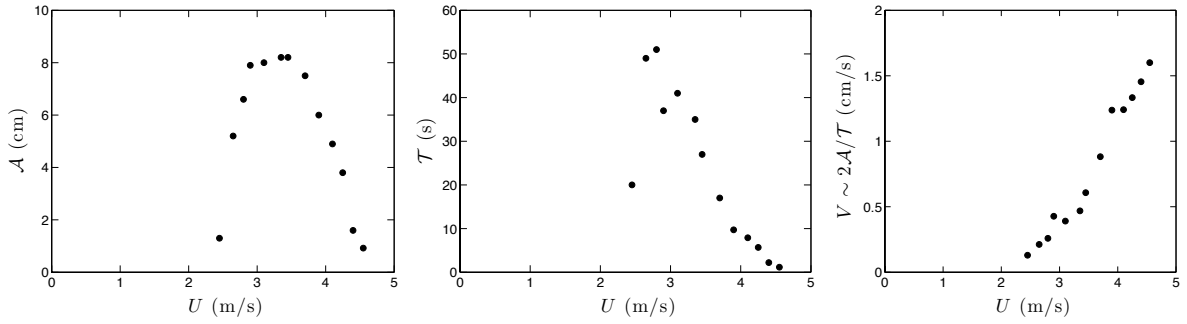


FIGURE 4.57 – Tracé de la position z (mesurée à partir de la position initiale) d'une goutte en translation le long d'une fibre placée en sortie de la soufflerie photographiée sur la figure 4.2 (iv) (sans support amovible, avec un convergent de 10 cm de large), en fonction du temps ; on observe des oscillations de la goutte le long de la fibre, dont l'amplitude et la période varient avec la vitesse du vent. Ici $\Omega = 1.1$ μL et $\eta = 5$ mPa.s sur $b = 75$ μm.

Les mesures de vitesse de goutte (cf la figure 4.58) sont cependant similaires à celles obtenues



(a) (b) (c)

FIGURE 4.58 – Tracés de (a) l'amplitude, (b) la période et (c) la vitesse de la goutte en fonction de la vitesse du vent ; ces mesures sont issues des signaux quasi triangulaires de la figure 4.57. La dernière figure indique que la relation $V(U)$ est sensiblement identique à celle tracée sur la figure 4.12(b), obtenue avec une soufflerie plus "propre", où de telles oscillations ne sont pas observées.

avec une soufflerie plus propre.

Vibrations d'une goutte soufflée

Comment expliquer la frontière du régime de translation à haut Reynolds, c'est-à-dire l'apparition du régime de vibrations ? Les images en aval de la goutte obtenues par PIV dans ce régime (cf la figure 4.59) révèlent des sillages asymétriques comportant un tourbillon principal décalé tantôt d'un côté, tantôt de l'autre, entrecoupés de sillages sans asymétrie nette, le tout sans périodicité supérieure à 4 ms. La configuration symétrique ne retrouve pas non plus de stabilité ; tout se passe comme si le mouvement de translation était perturbé, forçant la goutte à changer fréquemment de sens.

Sur la figure 4.60, on a relevé les déplacements de gouttes en régime de vibration ; malgré leur aspect erratique, on peut en déduire une fréquence approximative, qui semble ici encore dépendre de la soufflerie utilisée (c'est-à-dire de la laminarité du flux).

Si l'on se restreint à la soufflerie la plus "propre", on observe que la goutte vibre avec une fréquence de l'ordre de quelques dizaines de hertz, qui croît avec U.
On a mentionné précédemment l'existence d'un régime d'émission alternée de tourbillons se décrochant en aval de la sphère, au-delà de $Re \approx 273$. Ces décrochages peuvent-ils être à l'origine des vibrations de la goutte ? L'article expérimental [1] étudie spécifiquement le décrochage de tourbillons derrière une sphère solide, et indique une fréquence d'émission de l'ordre du kHz dans nos conditions sur $\mathcal{R}$ et U. L'étude expérimentale [132] confirme cet ordre de grandeur, en précisant qu'il existe (à partir de $Re \approx 800$) un autre régime comprenant un deuxième mode d'émission, mais à une fréquence encore plus élevée (associée à l'instabilité de la couche limite). L'alternance de décrochages semble donc trop rapide pour la goutte, qui ne peut suivre le mouvement du fait de son inertie ; mais ces émissions peuvent suffire à forcer la vibration de la goutte

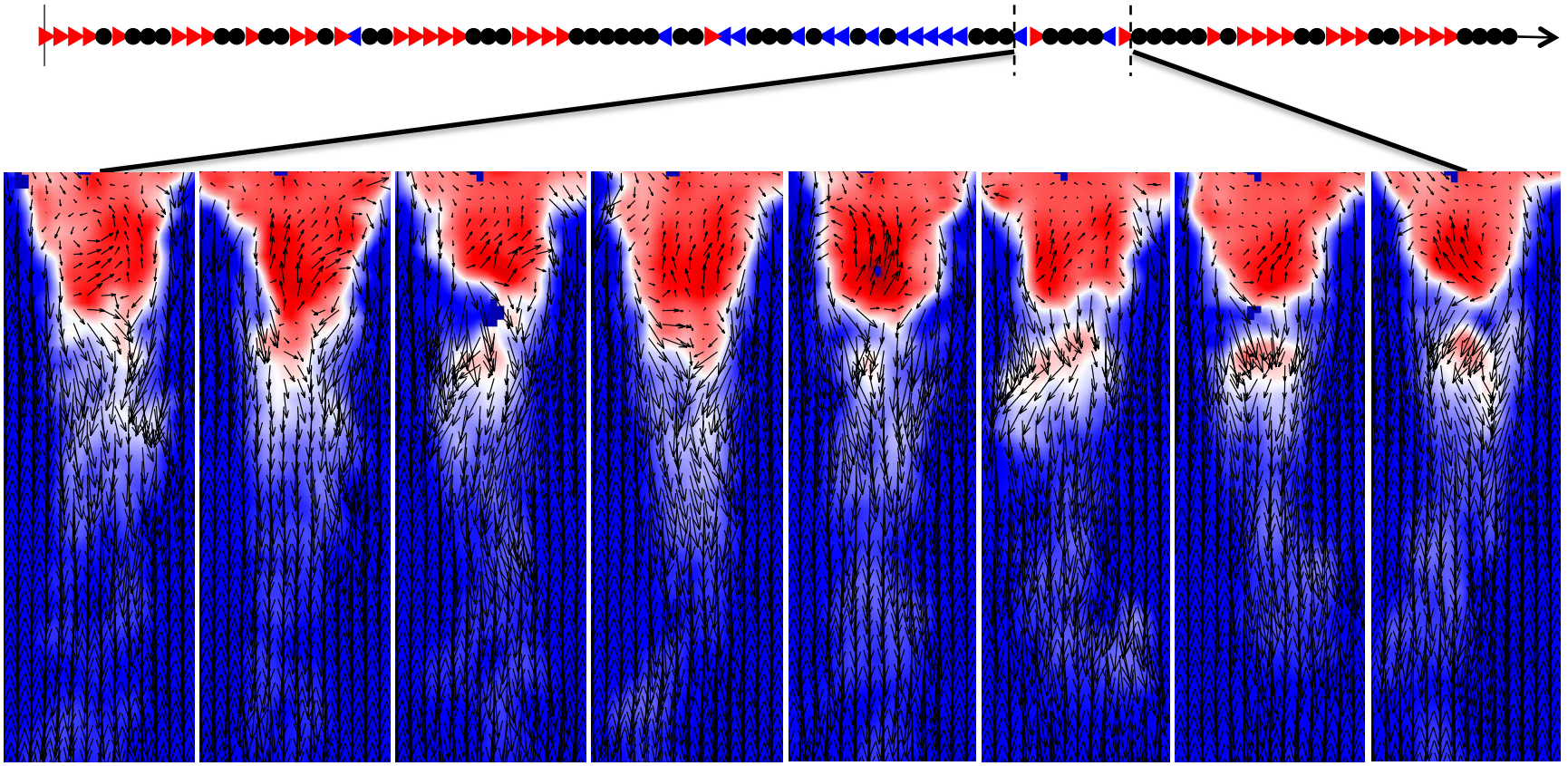
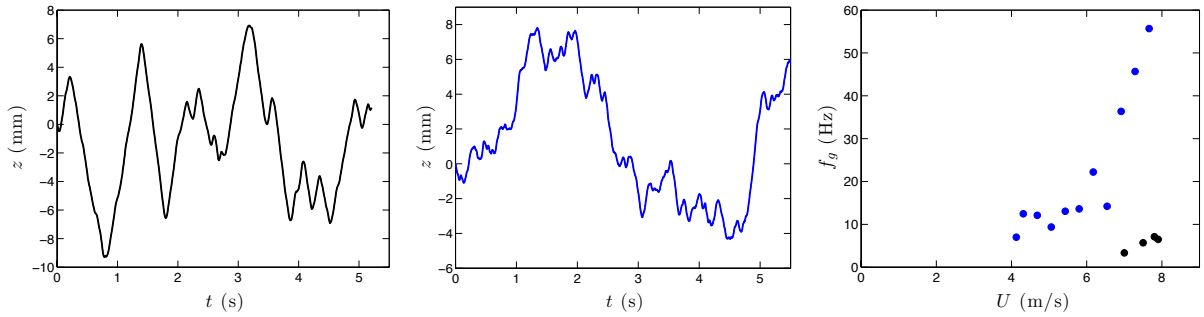


FIGURE 4.59 – Succession d'images PIV ($\Delta t = 4$ ms) du sillage d'une goutte funambule en régime de vibrations (échelle de couleur : vitesse verticale orientée vers le haut, variant de -3.5 m/s (bleu foncé) à 1.5 m/s (rouge foncé)). On observe une succession de sillages parfois similaires à ceux observés en régime de translation (cf la figure 4.15), mais avec un tourbillon principal tournant aléatoirement dans le sens horaire (triangle rouge) ou anti-horaire (triangle bleu) ; parfois l'asymétrie est moins claire, ou le sillage est constitué de deux tourbillons symétriques (cercles noirs). Aucune de ces configurations n'est stable ; avec cette résolution temporelle et en observant le sillage sur 40 ms (ligne supérieure de symboles), on ne relève pas de périodicité claire.



(a) (b) (c)

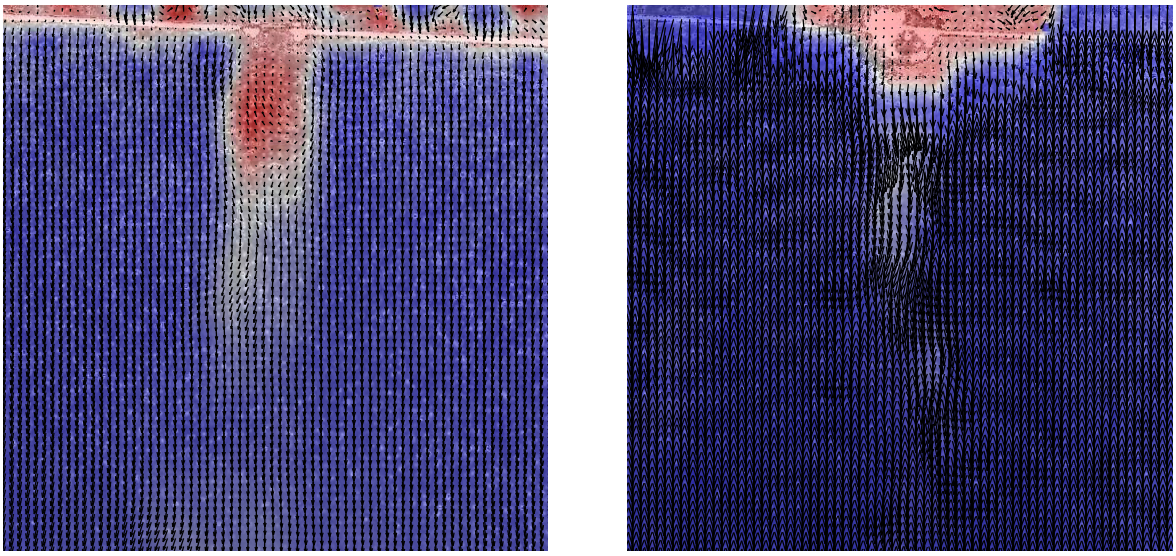
FIGURE 4.60 – Évolution temporelle de la position d'une goutte funambule le long de l'axe z de la fibre, dont l'origine est prise à la position initiale de la goutte, pour (a) $b = 125$ μm, $\mathcal{R} = 0.86$ mm, $\eta = 5$ mPa.s, $U = 8$ m/s dans la soufflerie photographiée à la figure 4.2 (iv) et (b) $b = 75$ μm, $\mathcal{R} = 0.64$ mm, $\eta = 5$ mPa.s, $U = 6.5$ m/s dans la soufflerie photographiée à la figure 4.2 (ii). (c) Variation avec U des fréquences approximatives déduites des signaux en (a) (points noirs) et en (b) (points bleus).

à des fréquences plus basses, proches de sa fréquence propre. L'expression de la période propre d'une goutte issue de [142], $T_G \approx 2\pi\sqrt{\rho\mathcal{R}^3/\gamma}$, implique une fréquence propre qui est de l'ordre de quelques dizaines de hertz pour les tailles considérées ici, en accord avec les valeurs de la figure 4.60(c).

Cependant, on a déjà indiqué que ces décrochages de tourbillons ont lieu dans un plan fixé et différent du plan médian : en moyenne dans le temps, l'écoulement reste asymétrique, préservant la translation. C'est ce qui explique que la frontière avec le régime de vibration ne soit pas à $Re \approx 273$. Mais l'étude numérique [67] révèle que la localisation de ce plan d'émission n'est plus fixée au-delà de $Re \approx 500$. Cette prédiction est en accord avec les observations expérimentales de [132] selon lesquelles l'émission de vortex devient spatialement irrégulière pour $480 < Re < 650$; c'est bien dans cette gamme que l'on observe la transition entre les régimes de translation et vibrations pour nos mesures (cf la figure 4.14(b)).

Enfin, il faut aussi considérer l'effet de la fibre, négligé jusque là. L'observation éloignée du sillage de la goutte funambule en régime de vibrations fait en effet apparaître des structures périodiques derrière toute la fibre, qui semblent perturber le sillage de la goutte ; ces structures sont absentes en régime de translation (cf la figure 4.61).

Une telle périodicité évoque de nouveau les allées de vortex alternativement émis derrière un obstacle, dans une gamme de nombres de Reynolds intermédiaires entre un régime de tourbillons attachés à l'obstacle et un régime turbulent ; l'obstacle en question n'est plus la goutte mais son support, la fibre. Pour un obstacle cylindrique, ces allées dites de Bénard-von Karman ont été très étudiées ; les tourbillons sont alors émis avec une fréquence d'émission f_t dont la forme adimensionnée est le nombre de Strouhal, défini par $St = Df_t/U$ où $D = 2b$ est le diamètre du cylindre. Alors que certains articles numériques s'intéressent au seuil d'apparition de ce phénomène [51],[62], plusieurs articles [129],[166],[36] reportent des résultats expérimentaux



(a) (b)

FIGURE 4.61 – Comparaison des distributions de vitesse du vent (obtenues par PIV) en aval d'une goutte funambule (a) en régime de translation (U orientée vers le haut variant de -3 m/s (bleu foncé) à 1 m/s (rouge foncé)) et (b) en régime de vibrations (U variant de -3.5 m/s à 1.5 m/s) ; l'échelle et la densité des vecteurs vitesses sont les mêmes sur les deux images. On observe une périodicité spatiale de U qui apparaît en régime de vibrations, avec une longueur d'onde caractéristique de l'émission alternée de tourbillons de Bénard-von Karman derrière la fibre (de l'ordre de 8 fois son diamètre).

et établissent des relations empiriques voisines entre ce nombre de Strouhal et le nombre de Reynolds associé à l'écoulement autour de la fibre, c'est-à-dire $Re_b = 2bU/\nu_a$; l'article [109] propose une modélisation physique d'une telle relation universelle $St(Re_b)$. Toutes ces études s'accordent sur le fait que St vaut environ 0.2 pour un nombre de Reynolds assez grand ($Re_b > 250$), alors que $St \approx 0.12$ au seuil d'émission des tourbillons, qui se produit vers $Re_b \approx 47$. On prévoit alors une longueur d'onde des structures $\lambda_t = U/f_t = D/0.12 \approx 8.3D$.

Les observations de la figure 4.15 sont en accord quantitatif avec ces valeurs numériques ; on mesure en effet une longueur d'onde environ 8 fois plus grande que le diamètre de la fibre, et le seuil d'émission se produit pour $U \in [3, 3.5]$ m/s, soit $Re_b \in [45, 52]$ (avec $b = 75$ microns). C'est donc l'émission de tourbillons alternées en aval de la fibre qui semble empêcher la translation de la goutte sur une plus grande grande gamme de nombres de Reynolds. Cette émission étant aussi présente derrière une fibre inclinée, la stabilisation de la translation dans ce cas ne s'explique que par l'impossibilité d'observer alors l'une des deux configurations du sillage : malgré les perturbations, il ne peut y avoir d'inversion de l'asymétrie, et la goutte garde son cap.

Ce mécanisme explique aussi l'absence (mentionnée plus haut) de régime de translation pour une goutte funambule sous-marine, soumise à un flux d'eau ; alors la goutte présente des oscillations haut-bas (dans un plan vertical), facilitées par la faible différence de densités, et qui sont la signature des émissions alternées de tourbillons de part et d'autre du fil. Ces émissions empêchant

le mouvement continu de la goutte se produisent au même Re_b critique que dans l'air, donc pour des vitesses de courant $U_{\text{eau}} = (\nu_{\text{eau}}/\nu_{\text{air}})U_{\text{air}} = U_{\text{air}}/10$. Le régime d'émission de von Karman recouvre donc celui de translation : on ne peut observer de goutte translatée sous l'eau.
Le tracé des points de la figure 4.14(b) avec Re_b comme paramètre ne fait cependant pas apparaître de frontière claire ; cela confirme que l'émission non localisée de tourbillons derrière la goutte peut aussi jouer. Le mécanisme de couplage éventuel entre ces différents tourbillons reste à étudier ; en complément, on pourra trouver, dans les études [91] et [92] (qui concernent des filtres à fibres nettoyant des flux d'air de leurs impuretés), un modèle empirique rendant compte des vibrations radiales et transverses de gouttes funambules soufflées.

4.4 Détachement d'une goutte funambule

Si l'on souffle assez fort (transversalement) sur une goutte funambule, on arrache une partie du liquide. On s'intéresse à ce phénomène dans cette dernière partie ; pour observer les détachements, on impose une vitesse d'air sur la goutte en retirant rapidement un obstacle plan placé entre la sortie de la soufflerie et le fil. On permet ainsi à la soufflerie d'atteindre la vitesse fixée sans déplacer ou décrocher la goutte aux vitesses intermédiaires. Cette méthode semble fiable car la reproductibilité des résultats en enlevant le cache suivant différentes directions indique l'absence d'effet de souffle trop important.

4.4.1 Observations de détachements

Différents scénarios

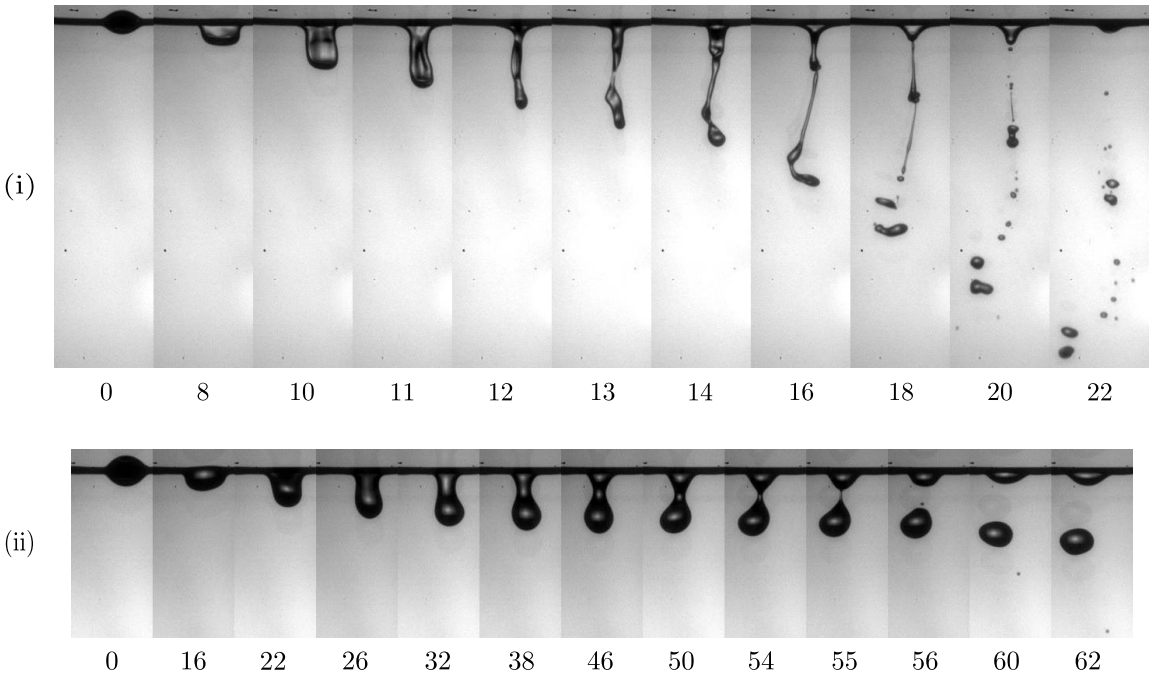


FIGURE 4.62 – Photos du décrochage de gouttes sous l'effet d'un flux d'air transversal à la fibre (de rayon $b = 180$ μm) à la vitesse minimale d'arrachement, imposé approximativement à t=0 (les chiffres indiquent le temps mesuré en ms). Suivant le volume de la goutte, on observe deux types de scénarios très différents. (i) $\Omega = 1.6$ μL, $U = 8.3$ m/s : une grande vitesse est nécessaire au détachement des petites gouttes ; elles sont d'abord étirées dans la direction du flux sous la forme d'une langue, qui s'amincit en filament. Également étiré par le flux, celui-ci se fragmente au cours de son amincissement par des instabilités de Rayleigh-Plateau successives. (ii) $\Omega = 3.2$ μL, $U = 4.5$ m/s : pour des plus gros volumes, la vitesse minimale de décrochage est plus faible, une proportion importante du liquide oscille avant qu'un pincement n'entraîne son départ sous forme d'une grosse goutte (et d'une éventuelle goutte minuscule correspondant au petit filament formé lors du pincement).

L'observation de détachements à la caméra rapide met en évidence deux scénarios très différents, photographiés sur la figure 4.62 : les grosses gouttes sont détachées sous forme d'une

goutte unique, alors que les petites gouttes (offrant moins de prise au vent) sont étirées en filament qui se fragmente en gouttelettes. Cette différence a une traduction quantitative : le volume décroché dans le scénario "goutte" est plus important que dans le scénario "filament". On relève ces volumes plus loin ; auparavant, l'observation plus précise des détachements possibles montre que la transition entre le cas d'un filament et celui d'une goutte n'est pas vraiment discontinue ; on peut raffiner les scénarios en considérant la déformation de la langue initialement formée, comme détaillé à la figure 4.63.

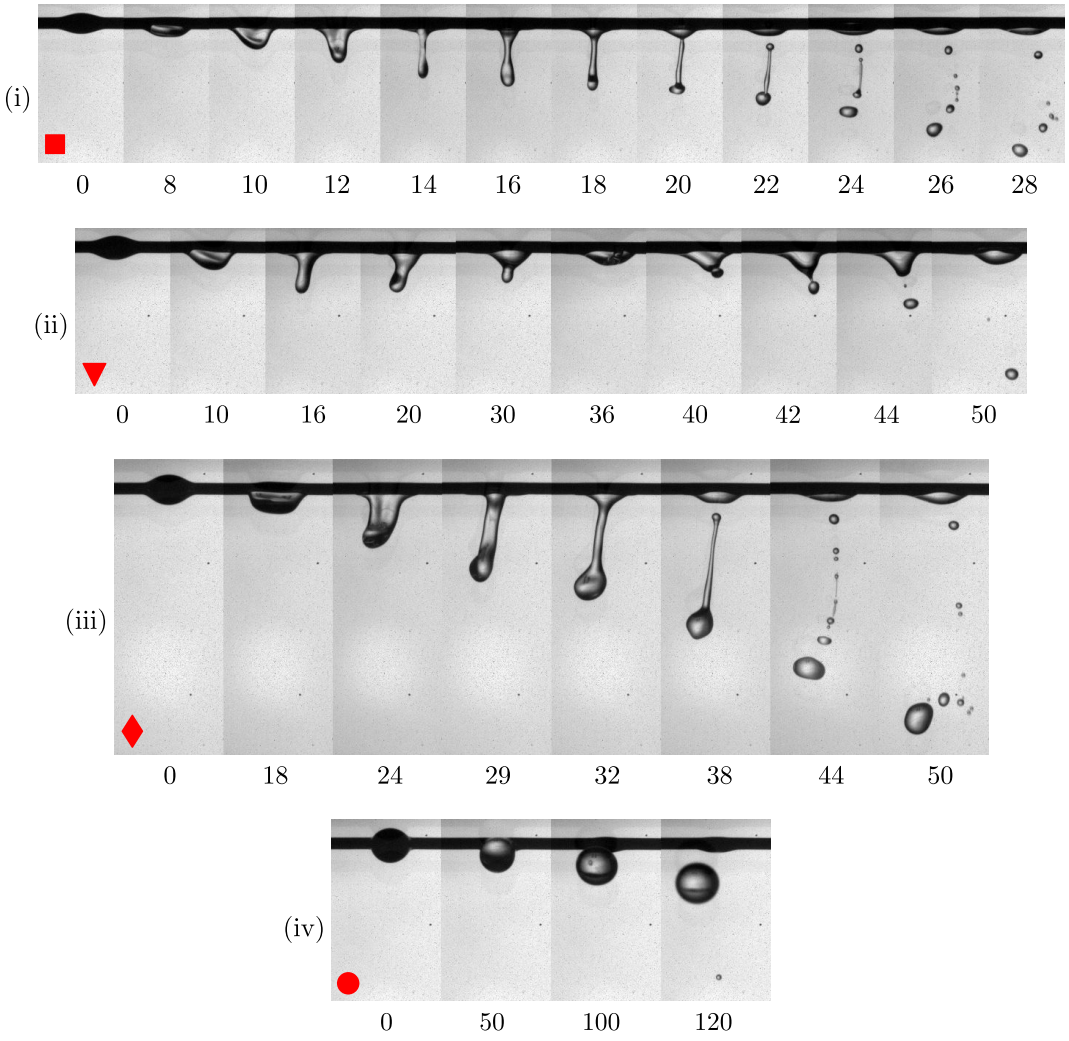


FIGURE 4.63 – Distinction plus précise des régimes de décrochage au seuil, observés pour différents volumes d'huile silicone ($\gamma = 20$ mN/m, $\eta = 5$ mPa.s) déposés sur une fibre de rayon $b = 375$ μm. (i) $\Omega = 1.8$ μL, $U = 9.6$ m/s : une partie de la goutte est étiré sous forme de filament qui se scinde en plusieurs gouttelettes. (ii) $\Omega = 3.2$ μL, $U = 8$ m/s : un début de filament oscille et se pince pour être arraché sous forme d'une petite goutte. (iii) $\Omega = 6.4$ μL, $U = 6.4$ m/s : la langue formée est étirée et se détache sous forme d'une grosse goutte entraînant avec elle un filament (qui se déstabilise). (iv) $\Omega = 9.7$ μL, $U = 0.9$ m/s : la quasi totalité du liquide oscille et se détache sous forme de goutte. Dans les coins inférieurs gauches figurent les symboles repris par la suite pour distinguer ces différents régimes ; le mode (ii) est marginal, peu reproductible.

Volumes décroché et restant

On s'intéresse ici à l'influence des modes de décrochage (décrits à la figure 4.63) sur le volume restant sur la fibre lors du décrochage au seuil. Pour cela, on mesure le volume décroché par analyse d'images ; la méthode par pesée est en effet moins précise. On mesure donc l'aire des pixels détachés sur les images obtenus en caméra rapide, et on en déduit le volume de liquide décroché puis le volume restant par différence. Cette analyse d'image est très précise lors des scénarios (ii), (iii) et (iv) de la figure 4.63, où le liquide se détache sous la forme d'une goutte principale, mais un peu moins précise dans le cas du scénario (i) présentant de nombreuses petites gouttes. Dans tous les cas, on réalise les mesures sur des photos prises suffisamment "longtemps" après le décrochage pour que les amas liquides aient eu le temps de retrouver une forme approximativement sphérique ; on choisit de même un instant où la forme observée est sphérique en cas d'oscillations pour les plus grosses gouttes. La figure 4.64 présente les résultats obtenus pour différents volumes de liquide placés sur quatre fibres.

On constate logiquement que le volume décroché a tendance à augmenter avec la taille de la goutte (indépendamment du mode de décrochage). Ce volume décroché est très proche du volume initial dans le cas d'un décrochage sous forme d'une grosse goutte (scénario (iv)). La variation du volume restant est moins monotone, puisque dès que la fibre est assez grosse pour présenter des décrochages avec filaments, ce volume restant passe par un maximum. Le cas du détachement d'une petite goutte isolée (scénario (ii)) est plus marginal, et peut être lié à un défaut du flux ou à une vibration de la fibre. Il semble ainsi peu reproductible ; on signale que l'article [131] présente une étude plus statistique du volume restant après détachement.
Le tracé des volumes adimensionnés par le volume maximal pouvant être soutenu par chacune des fibres (toujours donné par (4.7)) permet de comparer les données pour différentes fibres ; l'optimum pour $\Omega_r/\Omega_{\max}$ est alors observé à $\Omega \approx 0.45\ \Omega_{\max}$ pour lequel $\Omega_r \approx \Omega_{\max}/4$, et correspond au décrochage d'un filament entraîné par une goutte plus grosse (mode (iii)).

Le tracé de la figure 4.66 permet de constater que cet optimum de $\Omega_r/\Omega_{\max}$ est le point de croisement des différentes courbes dans cette représentation (en excluant toujours les relevés de la fibre la plus petite), et correspond à taux de liquide restant de l'ordre de 50%.

On signale enfin que ce volume restant peut se réorganiser sous l'effet du flux d'air persistant : on observe qu'il forme un chapelet de gouttelettes (cf la figure 4.67). Ce phénomène pourrait être étudié en faisant varier la taille de l'ouverture de la soufflerie.

Vitesse de décrochage

Sur la figure 4.68(b), on reporte les vitesses d'air minimales U_d nécessaires au décrochage de gouttes funambules, en fonction de leur volume et de la taille de la fibre. On conserve aussi les différents symboles de la figure 4.63 pour indiquer les scénarios de décrochage.

On note que malgré la diversité des scénarios, les points obtenus semblent décrire une relation continue entre la vitesse U_d et le volume Ω, confirmant la continuité de ces scénarios et laissant

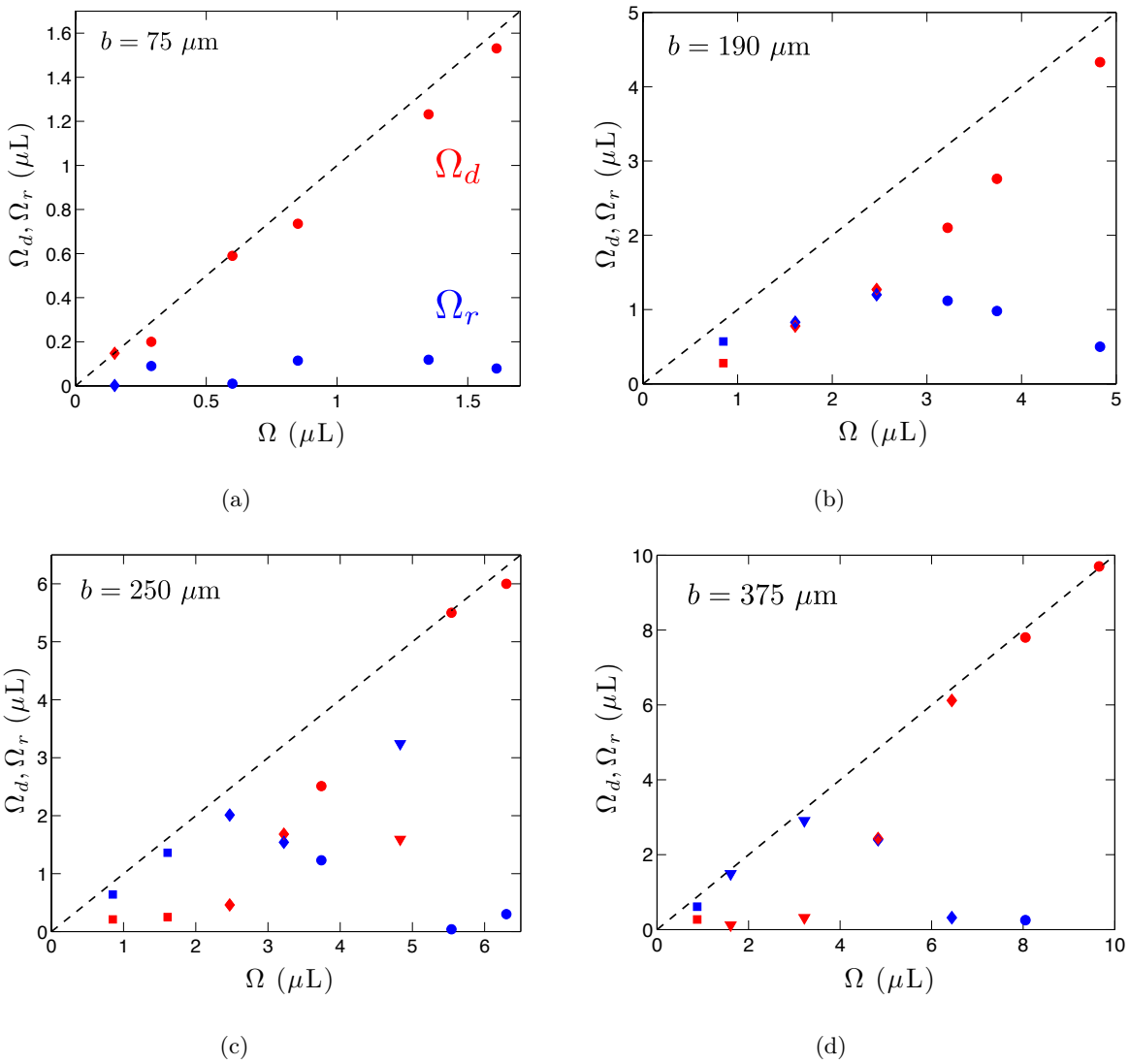
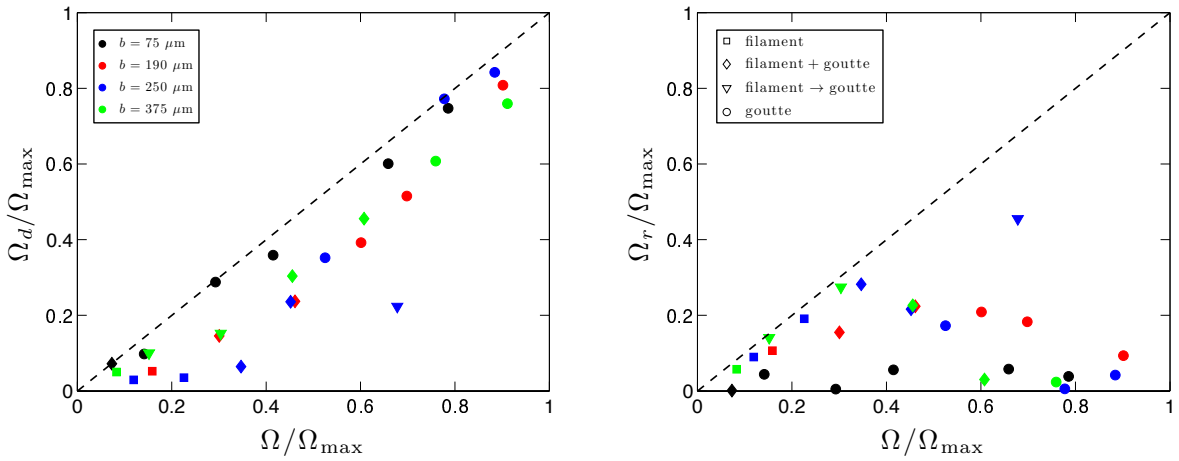


FIGURE 4.64 – Tracé des volumes décroché (Ω_d, en rouge) et restant (Ω_r, en bleu) après décrochage (au seuil) d'une goutte en fonction de son volume initial Ω, pour quatre tailles de fibre. Les symboles se réfèrent aux scénarios de décrochages photographiés sur la figure 4.63. En pointillés figure la limite supérieure pour ces deux volumes.

espérer un unique modèle de détachement. On constate qu'il faut souffler moins fort sur les grosses gouttes que sur les petites pour les détacher ; et à volume de liquide donné, il faut souffler plus fort sur les grosses fibres, qui accrochent la goutte plus fortement. Avant d'être plus quantitatif, on essaie de distinguer les scénarios en retraçant ces points avec d'autres coordonnées.

Diagrammes de phase

Comme un même volume de liquide est plus étalé sur une grosse fibre, le mode de détachement dépend certainement des tailles relatives de la goutte et de la fibre. On peut d'abord adimensionner ces données en traçant (comme précédemment) le rapport $\Omega/\Omega_{\max}$, en fonction du



(a) (b)

FIGURE 4.65 – Tracé des volumes (a) décroché et (b) restant en fonction du volume de la goutte, adimensionnés par le volume maximal pouvant être soutenu par la fibre, pour les quatre fibres de la figure 4.64.

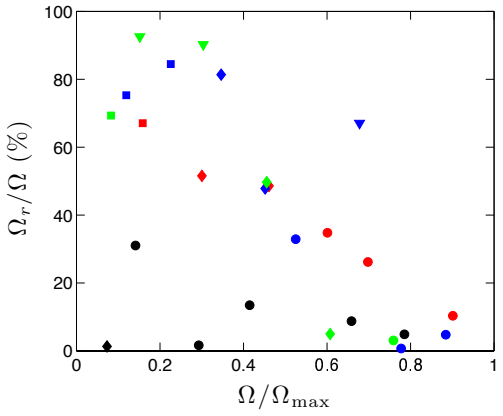


FIGURE 4.66 – Tracé du taux de liquide restant sur la fibre après décrochage, en fonction du volume initial adimensionné par le volume maximal.

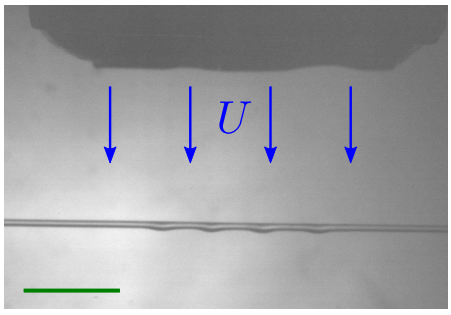
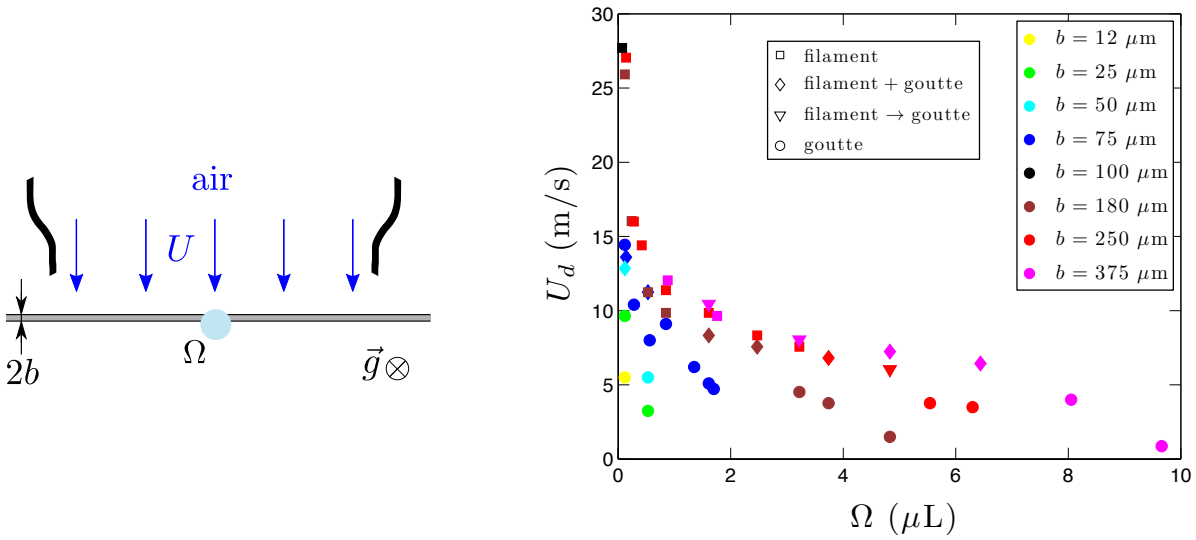


FIGURE 4.67 – Photo (échelle : 1 cm) du liquide restant sur la fibre après décrochage lorsque le flux d'air est maintenu ; on observe une répartition en gouttes dont l'espacement dépend du volume restant, de la taille de la fibre et de celle du convergent.



(a) (b)

FIGURE 4.68 – (a) Rappel des notations utilisées. (b) Tracé de la vitesse U_d du flux d'air minimal nécessaire au décrochage partiel d'une goutte de volume Ω sur une fibre de rayon b. Les différents symboles correspondent aux scénarios illustrés sur la figure 4.63, rappelés dans la légende.

nombre de Reynolds de l'écoulement donné par (4.2). On remarque alors (sur la figure 4.69(a)) que ce tracé permet de distinguer le scénario "grosse goutte" de tous les autres, avec une frontière à Reynolds fixé $Re \approx 1100$. En revanche, cette représentation ne fait pas apparaître de taille critique pour la transition entre les deux scénarios de la figure 4.62.

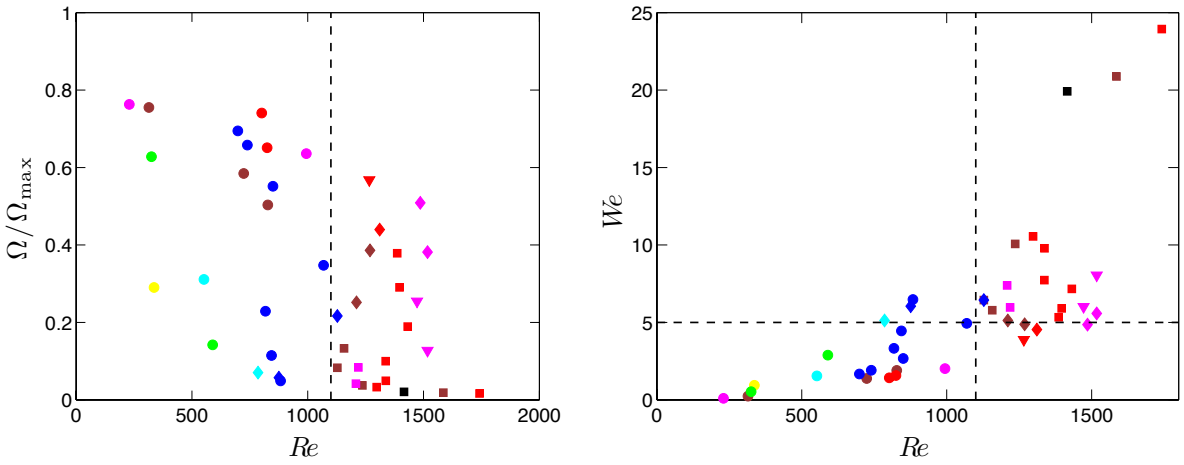
Par ailleurs, le tracé du nombre de Weber (donné par (4.3)) en fonction du nombre de Reynolds (sur la figure 4.69(b)) indique que cette transition a approximativement lieu à nombre de Weber également fixé, de l'ordre de 5. Un nombre de Weber de l'ordre de l'unité correspond au début de la déformation d'une goutte (en l'absence de fibre) ; la présence de la fibre semble donc décaler ce seuil vers un We légèrement plus élevé. On remarque enfin que ces tracés ne permettent pas de distinguer aisément les autres scénarios (impliquant un filament).

4.4.2 Modèle de vitesse critique

Dépendances principales

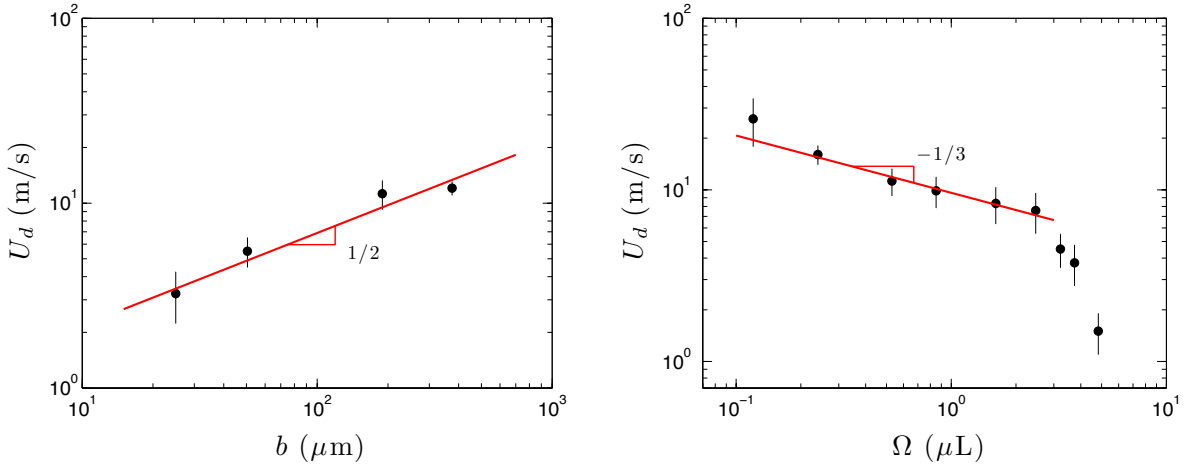
On présente sur la figure 4.70 les dépendance de U_d avec b à Ω fixé, et inversement ; on observe deux lois d'échelles sur les gammes de tailles accessibles avec nos expériences à échelle macroscopique.

On quantifie ainsi les observations précédentes liées à la figure 4.68(b), selon : $U_d \propto b^{1/2}\,\Omega^{-1/3}$. On explique ces dépendances en équilibrant simplement la force de traînée (4.1) par la force capillaire qui retient la goutte, et dont on a vu précédemment que la valeur maximale est donnée par (1.17) : $F_\gamma = 4\pi\gamma b$. C'est bien cette valeur qui intervient au moment du détachement, ici



(a) (b)

FIGURE 4.69 – Tracé adimensionné des points de la figure 4.68(b) en fonction du nombre de Reynolds de l'écoulement et (a) du rapport entre le volume de la goutte et le volume maximale supportable par la fibre ; (b) du nombre de Weber We de l'écoulement. On distingue deux zones sur ces diagrammes : pour $Re < 1100$ et $We < 5$, le liquide se détache toujours sous la forme d'une grosse goutte ; les autres scénarios sont observés pour $Re > 1100$ et $We > 5$.



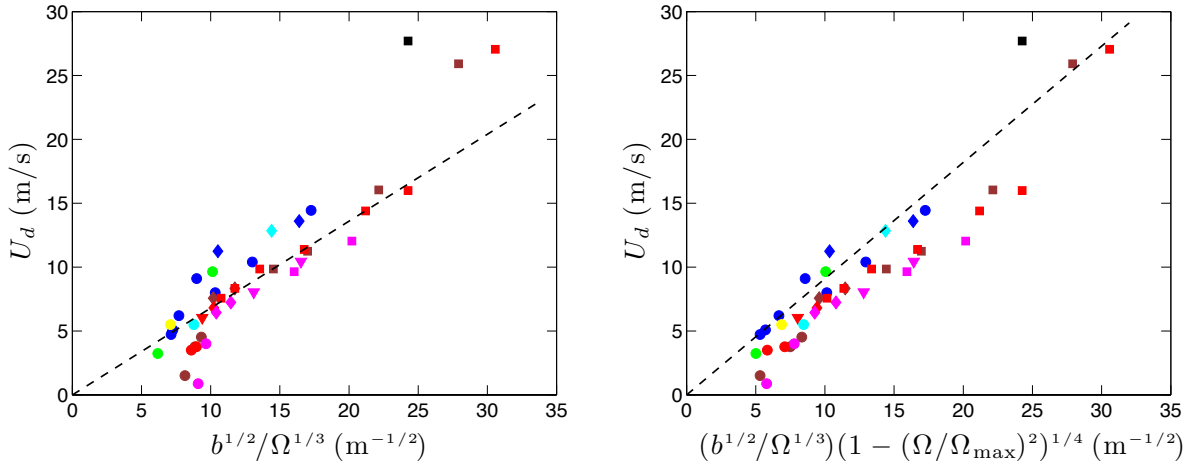
(a) (b)

FIGURE 4.70 – Tracés, en coordonnées logarithmiques, de la vitesse seuil de décrochage (a) en fonction du rayon de la fibre à $\Omega = 0.5$ μL fixé ; (b) en fonction du volume de la goutte à $b = 180$ μm fixé. On observe une dépendance de U_d en $b^{1/2}$ et en $\Omega^{-1/3}$, sauf pour les grosses gouttes dont le poids n'est plus négligeable devant la force capillaire (de l'ordre de $4\pi\gamma b$).

dans un plan horizontal. L'équilibre de ces deux forces $F_D \sim F_\gamma$ se traduit par l'expression de la vitesse de décrochage :

$$U_d = \sqrt{\frac{8\gamma}{\rho_a C_D}}\,\frac{b^{1/2}}{\mathcal{R}} = \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/3}\sqrt{\frac{8\gamma}{\rho_a C_D}}\,\frac{b^{1/2}}{\Omega^{1/3}}. \tag{4.26}$$

Le tracé de U_d en fonction de $b^{1/2}/\Omega^{1/3}$ sur la figure 4.71(a) permet de superposer les points expérimentaux de la figure 4.68(b) en bonne approximation. En pointillés noirs, on a ajouté la relation (4.26) dans laquelle on a imposé $C_D = 0.9$ trouvé auparavant (cf (4.6)). Le bon accord avec les points expérimentaux confirme cette valeur constante pour le coefficient de traînée d'une goutte funambule dans la gamme de Re explorée, ainsi que la validité du modèle (4.26) hormis dans les trois cas limites des très petits volumes. La singularité de ces points correspondant aux hautes vitesses était déjà révélée par le tracé 4.69(b).



(a) (b)

FIGURE 4.71 – Tracés des modèles pour la vitesse de décrochage. (a) En première approximation, le poids est négligeable et les dépendances principales sont issues de la figure 4.70 (cf l'équation (4.26)) ; la pente de la droite pointillés vaut 0.68 $m^{3/2}/s$, d'où un coefficient de traînée moyen $C_D \approx 0.9$. (b) En prenant en compte l'effet du poids (cf l'équation (4.28)) ; la pente de la droite en pointillés vaut 0.91 $m^{3/2}/s$, d'où un coefficient de traînée moyen $C_D \approx 0.5$.

Correction gravitaire

À l'autre extrême, le décrochage des gouttes les plus grosses échappe aussi à la modélisation (4.26). On propose une légère correction à ce modèle permettant d'inclure ces points ; on remarque sur la figure 4.70(b) que la dépendance en volume n'est pas vérifiée pour les plus grosses gouttes, décrochées avec des flux d'air beaucoup plus faibles que prévus. On l'interprète comme un effet du poids qui n'est plus négligeable devant les autres forces.On avait déjà constaté (sur la figure 4.7(c)) que le détachement de la goutte peut se produire à un angle d'inclinaison ϵ plus faible que 90° ; pour les dimensions particulières de cette figure, l'angle de décrochage était voisin de 60°. Le décrochage n'a donc pas lieu dans un plan horizontal, traduisant un effet du poids qui intervient dans le bilan des forces. D'après la figure 4.8(b), ce bilan s'écrit, sur l'axe de décrochage : $F_\gamma = P\cos\epsilon + F_D \sin\epsilon$. Or la tangente de l'angle ϵ est toujours donné par le rapport F_D/P d'après (4.4) ; on en déduit, grâce aux relations trigonométriques, la relation exacte d'équilibre

entre les forces :

$$F_U{}^2 = F_\gamma{}^2 - P^2. \tag{4.27}$$

D'où l'expression corrigée de U_d (en considérant de nouveau que la force capillaire est maximale au moment du décrochage) :

$$U_d = \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/3} \sqrt{\frac{8\gamma}{\rho_a C_D}}\ \frac{b^{1/2}}{\Omega^{1/3}} \left[1 - \left(\frac{\Omega}{\Omega_{\max}}\right)^2\right]^{1/4}. \tag{4.28}$$

Le terme correctif par rapport à (4.26), qui est le terme entre crochet à la puissance $1/4$, n'a logiquement de poids que pour les plus grosses gouttes ; la prise en compte de ce facteur, tracée sur la figure 4.71(b), permet effectivement de rapprocher les points correspondant aux gouttes les plus grosses des points déjà regroupés. Par ailleurs, si la valeur $C_D = 0.9$ reste acceptable, on a ajouté sur cette figure (toujours en pointillés noirs) la relation (4.28) en choisissant cette fois un coefficient $C_D = 0.5$; ce choix permet de décrire approximativement les points aux faibles volumes (qui restent excentrés), indiquant une possible modification de C_D (liée à la fibre) pour ces points.

Plus généralement, le caractère approximatif de la superposition des données peut s'expliquer par une telle variation de C_D, essentiellement liée à la fibre. Les tests de variations de C_D liées au nombre de Reynolds différent pour chacun de ces détachements ($Re \in [200; 1800]$ dans nos expériences), et inspirées de différents modèles (pour des sphères solides ou liquides [76]) ne fournissent pas, en effet, de meilleure superposition des données. La fibre joue un rôle d'écran, induit un cisaillement du flux, et permet à la goutte de se déformer avant détachement.

Cette déformation de la goutte est la principale limite du modèle simple proposé ici, qui suppose une forme sphérique ; outre le cisaillement qu'elle induit, la fibre elle-même déforme la goutte, et cette approximation sphérique est d'autant moins vérifiée que la goutte est petite devant b. L'article [131] propose ainsi une modélisation différente de la forme adoptée par la goutte (en paraboloïde) pouvant constituer un raffinement du modèle simple présenté ici.

Effet de la viscosité

On peut aussi envisager l'effet des forces visqueuses durant le détachement, en dépit de sa brièveté. On a fait varier ce paramètre pour trois volumes de goutte, correspondants à trois scénarios différents de détachements. On reporte les valeurs de U_d en fonction de la viscosité dynamique η du liquide pour ces trois volumes sur la figure 4.72.

La viscosité ne semble donc pas intervenir dans la la vitesse limite de détachement U_d. En revanche, la viscosité joue un rôle important sur le volume restant sur la fibre, car elle pilote la déformation de la langue intermédiaire et le moment du pincement. De même, pour des vitesses imposées plus grandes que U_d, la viscosité intervient ; on peut quantifier son effet à l'aide du nombre sans dimension de Ohnesorge $Oh = \eta/\sqrt{2\mathcal{R}\rho\gamma}$. L'étude [131] établit ainsi le diagramme de phase des différents scénarios observés lors du détachement en coordonnées (Oh, We), ces

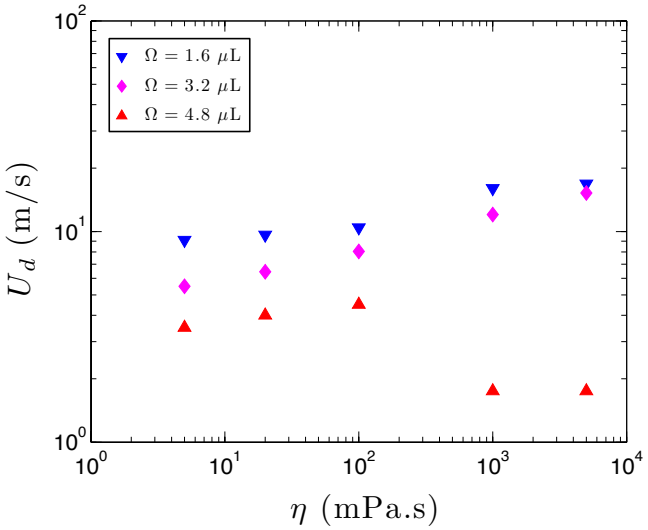


FIGURE 4.72 – Tracé de la vitesse de décrochage en fonction de la viscosité du liquide en coordonnées logarithmiques, pour $b = 180$ μm et différents volumes ; la figure 4.70(b) indique que le poids de la goutte a de l'influence pour le plus grand volume, et n'en a pas pour le plus petit. (Le volume intermédiaire est à la limite).

deux nombres sans dimensions étant variés sur une gamme plus étendue que dans notre étude focalisée sur le seuil de détachement. Ce diagramme révèle que la viscosité n'a d'influence qu'aux grands nombres de Weber, supérieurs à 20 environ ; or $We \in [0; 25]$ pour nos expériences de détachement, d'où une influence marginale de η. À plus hautes viscosités en revanche, η prend le relais de γ pour piloter la dynamique et le scénario du détachement, de façon analogue à la dynamique d'accrochage d'une goutte vue au chapitre 1. On trouvera enfin dans l'article [131] des mesures expérimentales du temps nécessaire au détachement d'une goutte, indiquant que cette durée dépend fortement de la viscosité si le nombre de Weber est assez faible.

4.4.3 Ouvertures

On présente ici quelques résultats préliminaires liés à des phénomènes pouvant intervenir lors du détachement d'une goutte.

Cas d'un flux longitudinal : seuil d'étalement en vitesse

Lorsque le vent pousse la goutte, on observe d'autres phénomènes avant son décrochage. D'abord cette goutte est mise en mouvement au-delà d'une certaine vitesse seuil de vent U_m ; celle-ci doit vaincre la friction à l'arrêt de la goutte, associée à une hystérésis de l'angle de contact dans le cas d'un mouillage partiel du liquide. En augmentant U, on relève un autre seuil U_s au-delà duquel le film laissé derrière la goutte se déstabilise en gouttelettes bien visibles ; autrement dit, ce film est de volume conséquent, la goutte diminue donc progressivement de volume et finit par être complètement étalée. Enfin on retrouve un seuil de détachement U_d dans cette géométrie

longitudinale ; le liquide restant après détachement est lui-même étalé et poussé sur la fibre. Ce phénomène d'étalement apparaît sur la figure 4.73.

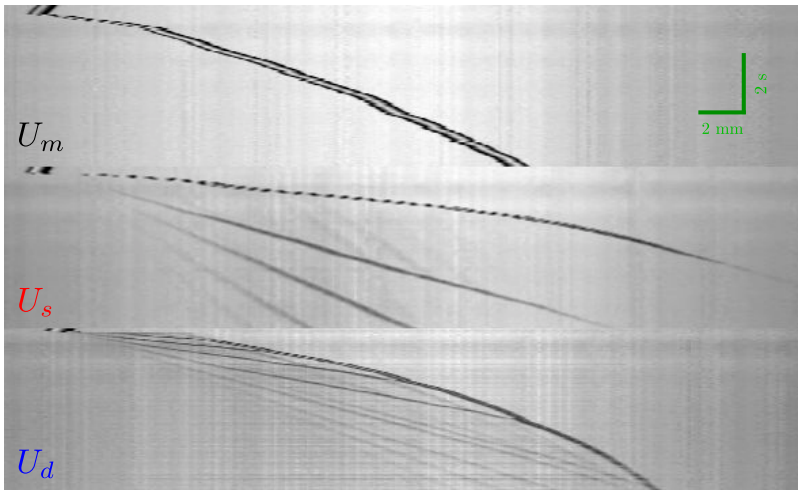
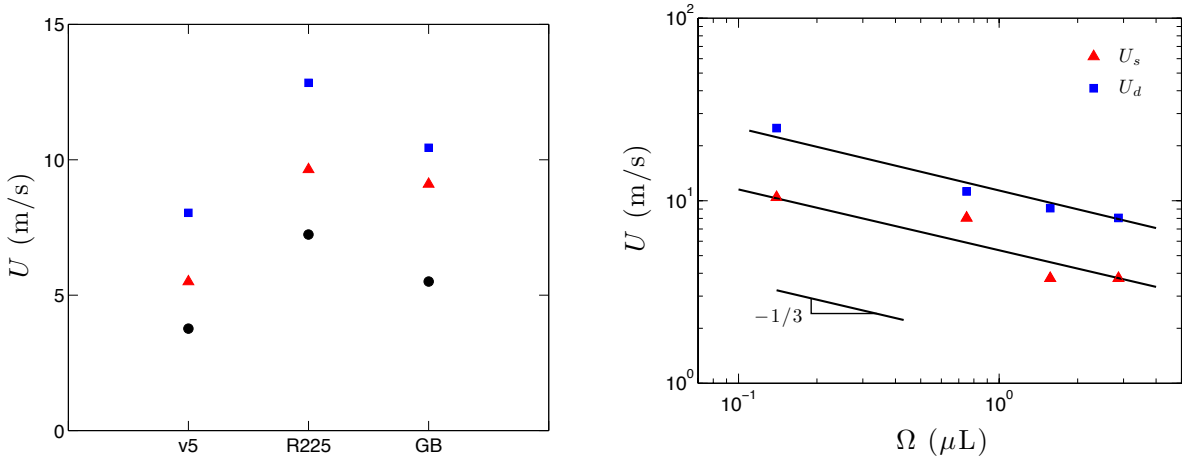


FIGURE 4.73 – Diagrammes spatio-temporels relevés sous une fibre de verre de rayon $b \approx 300$ μm parcourue par une goutte d'huile silicone ($\Omega \approx 2.4$ μL, $\eta = 5$ mPa.s) poussée par un vent (de dos) de vitesse croissante. En haut : $U = U_m = 3.8$ m/s, la goutte est poussée, on n'observe pas d'étalement macroscopique ; au milieu : $U = U_s = 5.5$ m/s, la goutte est étalée (et le film qu'elle dépose est déstabilisé en gouttelettes elle-mêmes poussées par le vent) ; en bas : $U = U_d = 8$ m/s, la goutte est partiellement détachée (et le liquide résiduel est étalé).

Le cas d'une goutte poussée par un vent de dos a été étudié expérimentalement dans l'article récent [131], pour des flux d'air allant de 3 à 10 à m/s environ ; les auteurs proposent une modélisation du mouvement de la goutte prenant notamment en compte la décroissance du vent avec sa distance à la source. Les grosses gouttes (pendantes) sont poussées plus rapidement que les petites, centrées sur la fibre. Cette étude s'intéresse également aux mouvements d'oscillations et de stick-slip de la goutte, ainsi qu'au dépôt qu'elle laisse derrière elle. Ce dépôt peut se fragmenter (par instabilité de Rayleigh-Plateau), mais il tire aussi sur la goutte si le flux d'air est stoppé : la goutte rebrousse alors chemin sous l'effet de la force capillaire. Les auteurs interprètent la formation d'une telle queue liquide derrière la goutte en déplacement (correspondant à ce que l'on a désigné sous le terme d'étalement), comme étant liée à un glissement de cette queue à une vitesse différente de celle de la goutte en raison d'un angle de contact dynamique différent de l'angle de contact à l'équilibre θ_0. Ils obtiennent la condition sur le nombre capillaire lié au déplacement de la goutte $Ca > K \sin\theta_0$ (où K est un préfacteur constant) pour observer la formation d'une queue ; ce qui signifie qu'il y a toujours étalement pour un liquide en mouillage total. Notre seuil correspond peut-être au moment où ce film déposé devient décelable à l'oeil en raison de sa déstabilisation en gouttes plus grosses. On propose alors un autre critère d'étalement "macroscopique" : on considère que la majeure partie du manchon liquide laissé sur la fibre sera tiré par la goutte en mouvement si le temps que met ce manchon (d'épaisseur e) à se déstabiliser pour former des gouttes espacées de $\lambda = 2\pi\sqrt{2}b$ est plus long que le temps que met la goutte

à parcourir une longueur de fibre $L = \lambda$. Le temps de déstabilisation étant donné par [170] $12\eta b^4/\gamma e^3$ où l'épaisseur e est donnée par la formule (**??**) vue précédemment, on en déduit une condition sur le nombre capillaire lié au déplacement de la goutte : $Ca < 0.56$ environ permet d'éviter la formation d'un chapelet de gouttelettes derrière la goutte en mouvement.
Sur la figure 4.74(a), on relève des ordres de grandeur proches pour les trois vitesses seuils, avec des variations liés à la nature chimique du liquide utilisé. Ces vitesses sont cependant susceptibles de varier fortement avec les conditions de températures et d'humidité relative ; on remarque ainsi que dans les conditions usuelles précisées sur cette figure, le liant "GB" a tendance à sécher au cours du temps (ce qui modifie sa dynamique).



(a) (b)

FIGURE 4.74 – Tracés des vitesses seuils de déplacement (ronds noirs), d'étalement (triangles rouges) et de détachement (carrés bleus) en fonction de différents paramètres. (a) Variation avec la nature du liquide de volume proche de 2.4 μL sur une fibre de verre de rayon $b \approx 300$ μm, pour de l'huile silicone "v5" ($\eta = 5$ mPa.s, correspondant à la figure 4.73), et deux liants industriels ("R225" à base d'huile et "GB" à base d'eau). Ces relevés ont été réalisés à une température de 22.4° et une humidité relative de 59%. (b) Variation de U_s et U_d avec le volume d'huile "v5" ($\eta = 5$ mPa.s) sur une fibre de rayon $b = 190$ μm, en coordonnées logarithmiques.

La figure 4.74(b) précise la dépendance de U_s et U_d avec le volume du liquide ; on trouve des vitesses seuils proportionnelles à l'inverse du rayon des gouttes déposées.
La variation $U_s(\Omega)$ permet de tester l'ordre de grandeur du nombre capillaire critique proposé plus haut ; en équilibrant la force de traînée, supposée être toujours exprimable selon (4.1) malgré la présence de la fibre, avec une friction visqueuse de l'ordre de $10\eta V b$ (pour une goutte pendante sur une fibre sèche d'après [74]), et en se plaçant à la limite d'étalement macroscopique où V est supposée être donnée par $Ca = 0.56$, on obtient une vitesse seuil d'étalement qui est bien proportionnelle à $1/\mathcal{R}$, avec un coefficient de l'ordre de 6.10^{-3} m^2/s. Le coefficient issu de la figure 4.74(b) est de 5.3 10^{-3} m^2/s ; ce même ordre de grandeur indique que le modèle d'étalement proposé est pertinent. On remarque que cet étalement se fait sur des distances beaucoup plus faibles que la translation décrite à la partie précédente, mais permet de déposer plus de liquide

localement.
Enfin, la variation $U_d(\Omega)$ permet de comparer le décrochage dans ce cas longitudinal avec le cas transverse précédemment étudié plus en détail. On avait alors déjà relevé une vitesse de décrochage proportionnelle à l'inverse du rayon de la goutte (cf la figure 4.70(b)). Avec la taille de fibre utilisée ici, la modélisation de la figure 4.71(a) donne un coefficient $U_d/\Omega^{-1/3} \approx 9.4.10^{-3}$ m^2/s dans le cas d'un flux transverse, alors que le coefficient issu de la figure 4.74(b) (pour un flux dans l'axe de la fibre) est de $11.4.10^{-3}$ m^2/s. Cette grande proximité indique que l'orientation du vent ne joue quasiment pas dans le processus de détachement de la goutte. En revanche, elle intervient sûrement dans le volume restant sur la fibre (lorsque les gouttes ne sont pas trop pendantes).

Cas d'une jonction en croix

Les expériences réalisées avec une jonction de deux fibres croisées (perpendiculaires) révèlent deux phénomènes supplémentaires avec les fibres macroscopiques utilisées.
La fibre verticale entraîne l'apparition d'allées de tourbillons perturbant le détachement du liquide ; lors de la formation d'un filament, celui-ci suit les lignes de courant liées à ces tourbillons, ce qui révèle leur structure (cf la figure 4.75). De tels tourbillons sont aussi présents derrière une fibre unique horizontale ; mais ils sont alors situés dans un plan vertical et donc moins susceptibles de modifier le détachement.

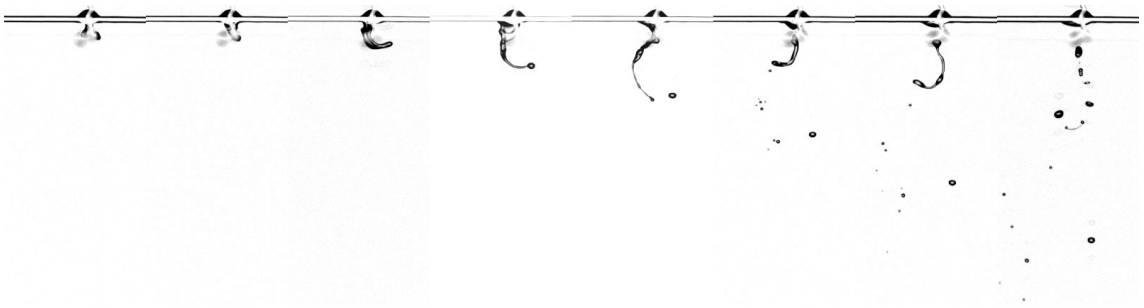


FIGURE 4.75 – Photos successives (Δt = 2 ms) du détachement d'une goutte (η = 5 mPa.s, Ω = 1.6 μL, b = 190 μm) déposée à la jonction de deux fibres perpendiculaires placées dans un flux transverse au plan de la jonction, au seuil de détachement : U = 12 m/s.

De plus, le liquide initialement placé à la jonction (où il prend l'allure d'une voile de cerf-volant déjà observée sur la figure 1.23(b)) peut être déplacé (avant un éventuel détachement) le long de la fibre verticale, vers le bas, sous l'effet du vent combiné à la gravité (cf la figure 4.76).

On note de nouveau U_m la vitesse seuil pour observer le déplacement (ici transverse au flux d'air), et U_d la vitesse seuil de détachement, au-delà de laquelle le détachement se produit sans déplacement préalable. Sur les relevés de la figure 4.77, on constate que U_m semble peu dépendre de Ω, et augmenter légèrement avec b. Cette étude mériterait d'être poussée ; on interprète ici l'évolution de U_d, similaire au cas d'une unique fibre.

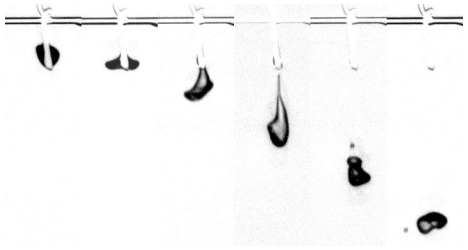
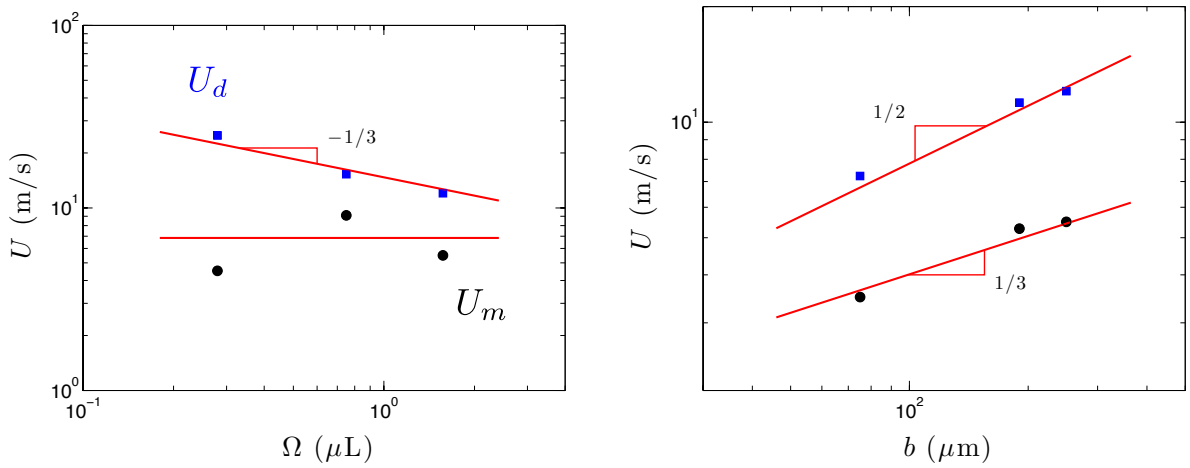


FIGURE 4.76 – Photos successives (Δt = 4 ms) du détachement d'une goutte (η = 5 mPa.s, Ω = 3.2 μL, b = 190 μm) initialement déposée à la jonction de deux fibres perpendiculaires placées dans un flux transverse au plan de la jonction, au seuil de détachement : U = 8.8 m/s. Une partie du liquide s'est déplacée avant son décrochage.



(a) (b)

FIGURE 4.77 – Tracé des vitesses seuil de déplacement U_m (ronds noirs) et de détachement U_d (carrés bleus) pour des gouttes placées à la jonction de deux fibres orthogonales dans un flux transverse au plan de la jonction en fonction (a) du volume de la goutte à b = 250 μm fixé, et (b) du rayon des fibres à Ω = 1.6 μL fixé, en coordonnées logarithmiques. Les droites rouges représentent les tendances relevées sur la gamme restreinte explorée ici.

Sur la figure 4.77 en effet, on retrouve les mêmes dépendances que celles relevées à la figure 4.70, c'est-à-dire $U_d \propto b^{1/2}\,\Omega^{-1/3}$. Le préfacteur est de l'ordre de 0.91 m$^{3/2}$/s sur la figure 4.77(a), et 0.93 m$^{3/2}$/s sur la figure 4.77(b). Cette grande similitude valide les lois de puissance proposées malgré la faible gamme de paramètres parcourus ici ; on calcule un facteur multiplicatif d'environ $0.92/0.68 \approx 1.35$ par rapport à la relation (4.26) établie pour une fibre. Comme il s'agit d'un facteur sur U_d, on en déduit que la force capillaire est augmentée d'un facteur $1.35^2 \approx 1.8$ par la présence d'une fibre croisée. Ce préfacteur est du même ordre de grandeur (quoique légèrement plus grand) que celui trouvé lors d'un décrochage gravitaire dans la même géométrie (cf le chapitre 2 où la comparaison des formules (1.18) et (1.19) avait fourni un facteur 1.3).

Effet de la vitesse du vent : explosions de gouttes

Des tests réalisés en augmentant progressivement U jusqu'aux limites de notre soufflerie permettent d'observer d'autres scénarios de décrochage photographiés sur la figure 4.78.
L'article [131] s'intéresse aussi à l'arrachement de gouttes funambules, sans se focaliser sur le seuil de détachement ; les auteurs reportent différents modes de détachement, dépendant des nombre de Weber (donné par (4.3) et varié de 2 à 40) et d'Ohnesorge $Oh = \eta/\sqrt{2\mathcal{R}\gamma\rho}$, caractérisant la déformation des gouttes en comparant les forces visqueuses aux forces inertiell et capillaire (et varié de 0.07 à 0.8). Ces détachements sont en effet accompagnés de déformations importantes du liquide pouvant aller jusqu'à l'explosion de gouttes ; de telles observations sont similaires à celles exposées dans des études expérimentales antérieures [103],[149],[174] pour des gouttes isolées, soudainement exposées à des flux d'air.
Les auteurs de [131] utilisent la même terminologie que dans [103] pour désigner les modes successifs observés en augmentant progressivement We à Oh fixé : "vibrationnal" de trois types possibles (départ d'une grosse goutte sphérique, d'une goutte reliée à un filament, puis reliée à deux filaments successifs), "bag" (gonflement puis explosion de la goutte, observé à partir de $We \approx 12$ pour une goutte isolée), "bag+stamen" (soit un ballon relié à un filament), "chaotic", "stripping", et "catastrophic". On trouvera un diagramme de phases de ces modes de détachement dans le plan (We, Oh) dans [131].
Dans nos expériences (figure 4.78), on observe successivement les trois modes "vibrationnal" (i) à (iii), un mode "bag" (iii), un mode "bag+stamen" (iv) (avec un deuxième "bag", donc "multibag" [149]), un mode "piercing" (v) [149] et un mode à la limite du "stripping" (vi).

Le calcul des nombres de Weber associés aux vitesses précisées dans la légende de cette figure 4.78 (variant de 2 à 70 environ) révèle que les seuils de transition entre scénarios sont fortement diminués par rapport aux cas d'une goutte isolée [149] ; une explication possible est le cisaillement supplémentaire induit par la présence de la fibre. Celle-ci perturbe le flux et complique la géométrie étudiée, mais facilite le montage expérimental (pour placer la goutte dans le flux d'air) et semble donc aussi décaler les transitions vers des vitesses plus basses, donc plus facile d'accès pour l'étude d'explosions de gouttes.

On trouvera enfin dans [131] deux autres prolongements susceptibles de concerner l'application au cas de la laine de verre : l'influence de l'enchevêtrement du réseau de fibres avec le cas d'une goutte sautant de fibres en fibres au cours de décrochages successifs, et l'influence de la nature du liquide avec l'exemple d'un liquide non newtonien.

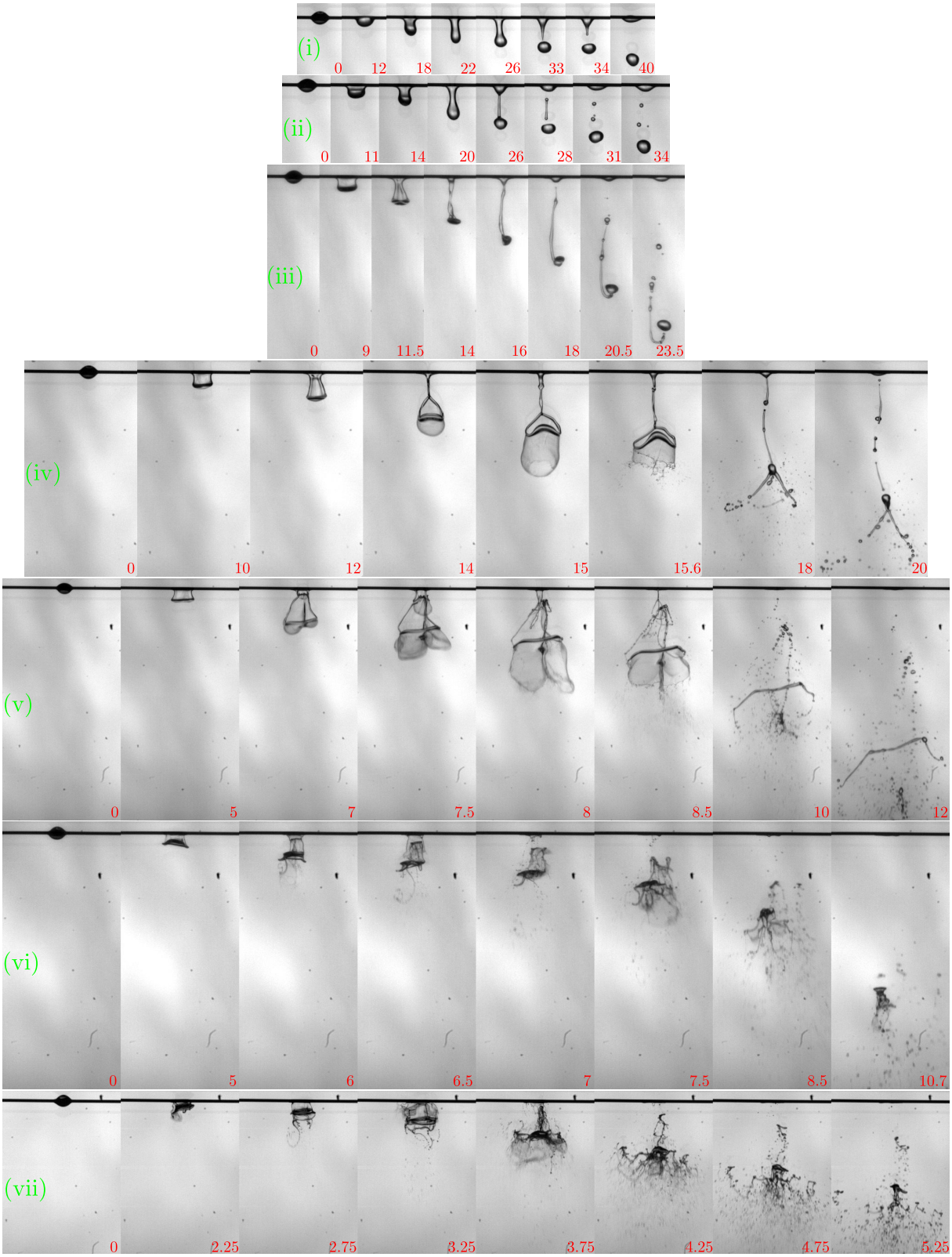


FIGURE 4.78 – Photos de détachements d'une goutte funambule ($\eta = 5$ mPa.s et $\Omega = 3.2$ μL sur $b = 190$ μm) sous l'effet d'un flux d'air transversal de différentes vitesses : (i) $U = 5.3$ m/s, (ii) $U = 5.6$ m/s, (iii) $U = 8$ m/s, (iv) $U = 8.8$ m/s, (v) $U = 12$ m/s, (vi) $U = 20.7$ m/s et (vii) $U = 26.8$ m/s. Les chiffres en rouge indiquent le temps mesuré en ms depuis l'instant de la première image, qui précède le moment où le flux est imposé.

Conclusion

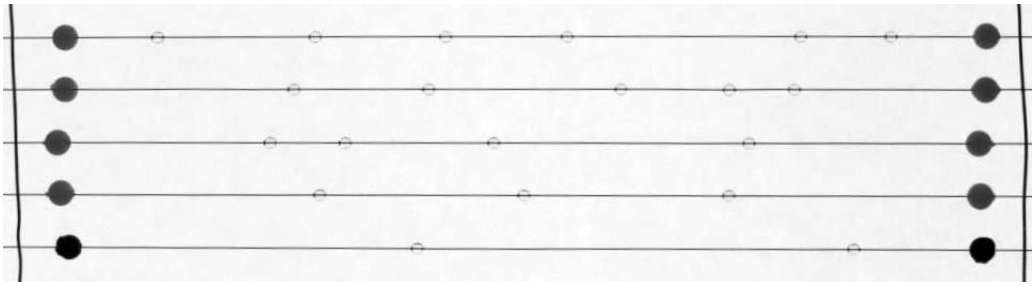
Les gouttes funambules étudiées au cours de cette thèse posent une question liée à leur existence même ; constituées d'un liquide qui s'étalerait sur un solide plan, elles conservent une forme globulaire lorsqu'elles sont accrochées sur une fibre du même matériau. Ce paradoxe apparent (on pourrait croire que le liquide ne mouille pas son support) est lié à un effet géométrique, une fibre offrant moins de surface qu'un plan pour favoriser l'étalement : la forme de goutte funambule est la plus stable énergétiquement.
Or ce constat est problématique pour les applications industrielles comme la fabrication de laine de verre, où l'on cherchera le plus souvent à enduire des fibres sur des distances aussi grandes que possible. Les procédés tels l'ensimage consistant à extraire des fibres hors d'un bain liquide ne sont pas toujours possibles à mettre en œuvre et ils conduisent en général, après déstabilisation par l'instabilité de Plateau-Rayleigh, à une répartition irrégulière de liquide sous forme de gouttes connectées par un film (et donc susceptibles de coalescer). Les gouttes funambules isolées qui en résultent ne jouent pas le rôle attendu et constituent une perte d'un liquide parfois coûteux. Pour la laine de verre en particulier, elles ne participent pas à la cohésion du matelas. Comment forcer alors la goutte à se déplacer pour déposer un film liquide derrière elle, voire à s'étaler, et ce en l'absence d'effets gravitaires ? Cette thèse propose trois réponses distinctes à cette question.

En premier, on peut offrir plus de surface solide à la goutte pour favoriser son étalement, en plaçant une seconde fibre suffisamment près de la première ; on observe alors une réorganisation spontanée de ce système, les fibres ayant tendance à s'aligner et s'approcher pour minimiser l'interface entre le liquide et l'air. À géométrie fixée, le liquide s'étalera entre deux fibres si elles sont assez proches. Ce phénomène conduira à la formation d'une jonction capillaire entre les deux fibres, élément de base de la cohésion d'un ensemble de fils humides. On a mesuré et modélisé les forces capillaires responsable de ces mouvements et de cette adhésion ; un prolongement possible consisterait à inclure le séchage du liquide, qui peut entrer en compétition avec son étalement.

On a ensuite présenté deux méthodes permettant de forcer à distance le déplacement d'une goutte funambule, lorsqu'un paramètre extérieur dépasse une valeur seuil.
(i) Dans le cas spécifique d'une goutte isolante sur une fibre conductrice, et s'il est possible

de créer un champ électrique intense à proximité, on peut forcer l'étalement de la goutte en y imposant une surpression électrostatique supérieure à la surpression capillaire. Ce seuil et la dynamique de l'étalement associé ont été caractérisés. On pourrait envisager d'autres géométries, comme le cas d'une goutte diélectrique entre deux fils ; leur différence de potentiel contrôle alors l'étalement de la jonction liquide.

(ii) On a enfin proposé une méthode plus générale pour déplacer des gouttes, via un flux d'air transversal à la fibre, et si le nombre de Reynolds associé à cet écoulement dépasse le seuil de bifurcation au-delà duquel le sillage est asymétrique. Ce sillage est alors constitué d'un tourbillon principal entraînant la goutte par frottement visqueux, et également responsable des interactions répulsives à distance entre gouttes. Cette translation peut se faire sur des longueurs de fibre considérables ; elle est limitée aux hauts Reynolds par les allées de tourbillons se décrochant derrière la fibre, et qui perturbent le sillage de la goutte. Deux développements à cette étude aérodynamique ont été esquissés : incliner le fil par rapport au vent, tout en se rapprochant d'un cas plus général, permet de déplacer les gouttes de façon déterministe et sur une grande gamme de nombre de Reynolds, en supprimant l'un des tourbillons ; cette expérience permet en outre de faire remonter les gouttes contre le vent de façon inattendue. Par ailleurs l'interaction entre plusieurs gouttes funambules sur une même fibre évoque un gaz de sphères dures à une dimension, dont les transitions de phases seraient observables en modifiant leur volume propre via le confinement ou leur agitation via la vitesse du vent. Les interactions entre gouttes déposées sur plusieurs fibres combinent enfin la répulsion entre gouttes voisines et l'attraction des sillages de gouttes décalées, évoquant une portée musicale, partition dynamique qui reste à interpréter.



Bibliographie

[1] Elmar Achenbach. Vortex shedding from spheres. *Journal of Fluid Mechanics*, 62(02) :209–221, 1974.

[2] T. Achtzehn, R. Müller, D. Duft, and T. Leisner. The coulomb instability of charged microdroplets : dynamics and scaling. *The European Physical Journal D - Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics*, 2005.

[3] M. Adekojo Waheed, Martin Henschke, and Andreas Pfennig. Simulating sedimentation of liquid drops. *International journal for numerical methods in engineering*, 59(14) :1821–1837, 2004.

[4] M. Aguet and M. Ianoz. *Traité d'électricité, vol 22 : Haute Tension*. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 1982.

[5] Jeffrey M. Aristoff, Camille Duprat, and Howard A. Stone. Elastocapillary imbibition. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 46(4) :648–656, May 2011.

[6] B. Audoly and Y. Pomeau. *Elasticity and Geometry. From hair curls to the non linear response of shells*. Oxford University Press, 2010.

[7] J. C. Bacri, R. Perzynski, and D. Salin. Magnetic wetting transition. In *Wetting Phenomena*, pages 1–12. Springer, 1990.

[8] P. Bagchi and S. Balachandar. Effect of free rotation on the motion of a solid sphere in linear shear flow at moderate re. *Physics of Fluids*, 14(8) :2719, 2002.

[9] A. Barrero, A. M. Ganan-Calvo, J. Davila, A. Palacio, and E. Gomez-Gonzalez. Low and high reynolds number flows inside taylor cones. *Physical Review E*, 58(6) :7309, 1998.

[10] Osman A. Basaran and Fred K. Wohlhuter. Effect of nonlinear polarization on shapes and stability of pendant and sessile drops in an electric (magnetic) field. *Journal of Fluid Mechanics*, 244 :1–16, 1992.

[11] A. Bedarkar, X.F. Wu, and A. Vaynberg. Wetting of liquid droplets on two parallel filaments. *Applied Surface Science*, 256(23) :7260–7264, 2010.

[12] Amol Bedarkar and Xiang-Fa Wu. Capillary torque in a liquid bridge between two angled filaments. *Journal of Applied Physics*, 106(11) :113527, 2009.

[13] Bruno Berge and Jérôme Peseux. Variable focal lens controlled by an external voltage : An application of electrowetting. *The European Physical Journal E*, 3(2) :159–163, 2000.

[14] J. Bico, B. Roman, L. Moulin, and A. Boudaoud. Elastocapillary elastocapillary coalescence in wet hair. *Nature*, 432 :690, 2004.

[15] E. A. Boucher and M. J. B. Evans. Pendent drop profiles and related capillary phenomena. *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, 346(1646) :349–374, 1975.

[16] G. Bouchet, M. Mebarek, and J. Dušek. Hydrodynamic forces acting on a rigid fixed sphere in early transitional regimes. *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, 25(3) :321–336, May 2006.

[17] Ned Bowden, Francisco Arias, Tao Deng, and George M. Whitesides. Self-assembly of microscale objects at a liquid/liquid interface through lateral capillary forces. *Langmuir*, 17(5) :1757–1765, March 2001.

[18] Martin Brandenbourger and Stephane Dorbolo. Electrically charged droplet : Influence of the generator configuration and the nature of the liquid. *arXiv preprint arXiv :1304.4080*, 2013.

[19] F. Brochard. Spreading of liquid drops on thin cylinders : The "manchon/droplet" transition. *The Journal of Chemical Physics*, 84(8) :4664, 1986.

[20] Françoise Brochard-Wyart, Jean-Marc di Meglio, and David Quéré. Theory of the dynamics of spreading of liquids on fibers. *Journal de Physique*, 51(4) :293–306, 1990.

[21] A. B. D. Brown, C. G. Smith, and A. R. Rennie. Fabricating colloidal particles with photolithography and their interactions at an air-water interface. *Physical Review E*, 62(1) :951, 2000.

[22] Andries P. Bruins. Mechanistic aspects of electrospray ionization. *Journal of chromatography A*, 794(1) :345–357, 1998.

[23] Elisabeth Charlaix and Matteo Ciccotti. *Handbook of Nanophysics : Principles and Methods*, chapter Capillary Condensation in Confined Media. CRC Press, 2010.

[24] Wei-Hsin Chen. Dynamics of sulfur dioxide absorption in a raindrop falling at terminal velocity. *Atmospheric Environment*, 35(28) :4777–4790, 2001.

[25] Robert T. Collins, Jeremy J. Jones, Michael T. Harris, and Osman A. Basaran. Electrohydrodynamic tip streaming and emission of charged drops from liquid cones. *Nature Physics*, 4(2) :149–154, February 2008.

[26] David S. Dandy and Harry A. Dwyer. A sphere in shear flow at finite reynolds number : effect of shear on particle lift, drag, and heat transfer. *Journal of Fluid Mechanics*, 216 :381–410, 1990.

[27] P.-G. de Gennes, F. Brochard-Wyart, and D. Quéré. *Gouttes, Bulles, Perles et Ondes*. Belin, 2002.

[28] E. J. De Souza, M. Brinkmann, C. Mohrdieck, and E. Arzt. Enhancement of capillary forces by multiple liquid bridges. *Langmuir*, 24(16) :8813–8820, August 2008.

[29] C. Duprat, S. Protiere, AY Beebe, and HA Stone. Wetting of flexible fibre arrays. *Nature*, 482(7386) :510–513, 2012.

[30] Camille Duprat, Jeffrey M. Aristoff, and Howard A. Stone. Dynamics of elastocapillary rise. *Journal of Fluid Mechanics*, 679 :641–654, July 2011.

[31] Camille Duprat, Alison D. Bick, Patrick B. Warren, and Howard A. Stone. Evaporation of drops on two parallel fibers : Influence of the liquid morphology and fiber elasticity. *Langmuir*, 29(25) :7857–7863, June 2013.

[32] Thomas Eisner and Daniel J. Aneshansley. Defense by foot adhesion in a beetle (hemisphaerota cyanea). *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 97(12) :6568–6573, 2000.

[33] Hüseyin Burak Eral, Jolet de Ruiter, Riëlle de Ruiter, Jung Min Oh, Ciro Semprebon, Martin Brinkmann, and Frieder Mugele. Drops on functional fibers : from barrels to clamshells and back. *Soft Matter*, 7(11) :5138, 2011.

[34] Walter Federle, Mathis Riehle, Adam SG Curtis, and Robert J. Full. An integrative study of insect adhesion : mechanics and wet adhesion of pretarsal pads in ants. *Integrative and Comparative Biology*, 42(6) :1100–1106, 2002.

[35] Juan Fernández de la Mora. The fluid dynamics of taylor cones. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 39(1) :217–243, January 2007.

[36] Uwe Fey, Michael König, and Helmut Eckelmann. A new strouhal–reynolds-number relationship for the circular cylinder in the range $47 < re < 2.10^5$. *Physics of Fluids*, 10(7) :1547, 1998.

[37] Feynman, Leighton, and Sands. *Le cours de physique de Feynman, Electromagnétisme 1*. Dunod, 1999.

[38] Rudy Folkersma, H. N. Stein, and F. N. Van de Vosse. Hydrodynamic interactions between two identical spheres held fixed side by side against a uniform stream directed perpendicular to the line connecting the spheres' centres. *International journal of multiphase flow*, 26(5) :877–887, 2000.

[39] M. A. Fortes. Axisymmetric liquid bridges between parallel plates. *Journal of Colloid and Interface Science*, 88(2) :338–352, 1982.

[40] Chao Gao and Bharat Bhushan. Tribological performance of magnetic thin-film glass disks : its relation to surface roughness and lubricant structure and its thickness. *Wear*, 190 :60–75, 1995.

[41] Bradut Ghidersa and Jan Dušek. Breaking of axisymmetry and onset of unsteadiness in the wake of a sphere. *Journal of Fluid Mechanics*, 423 :33–69, 2000.

[42] T. Gilet, D. Terwagne, and N. Vandewalle. Droplets sliding on fibres. *The European Physical Journal E*, 31(3) :253–262, March 2010.

[43] A. Goldburg. Transition and strouhal number for the incompressible wake of various bodies. *Physics of Fluids*, 9(1) :45, 1966.

[44] Selcuk Guceri, Yury G. Gogotsi, Vladimir Vladimirovich Kuznetsov, and Vladimir Kuznetsov. *Nanoengineered nanofibrous materials*, volume 169, chapter Towards fiber-based micro- and nanofluidics. Springer, 2004.

[45] K. Gumowski and J. Miedzik. Transition to a time-dependent state of fluid flow in the wake of a sphere. *Physical Review E*, 77(5), May 2008.

[46] Etienne Guyon, Jean-Pierre Hulin, and Luc Petit. *Hydrodynamique Physique*. EDP Sciences, 2001.

[47] Fr. Hauksbee. An account of an experiment touching the direction of a drop of oil of oranges, between two glass planes, towards any side of them that is nearest press'd together. *Philosophical Transactions*, 27 :395–396, 1710 - 1712.

[48] M. Hurwitz and J. R. Melcher. Gradient stabilization of electrohydrodynamically oriented liquids. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 4(7) :864–871, 2015/01/06 1967.

[49] Takao Inamura, Hideki Yanaoka, and Takaaki Kawada. Visualization of air flow around a single droplet deformed in an airstream. *Atomization and Sprays*, 19, 2009.

[50] Jacob N. Israelachvili. *Intermolecular and Surface Forces*. Academic Press, 2011.

[51] C. P. Jackson. A finite-element study of the onset of vortex shedding in flow past variously shaped bodies. *Journal of Fluid Mechanics*, 182 :23–45, 1987.

[52] Macron Jennifer. Etude du séchage de liants organiques. Master's thesis, ESPCI, SGR, 2011.

[53] Mathieu Jenny, Gilles Bouchet, and Jan Dušek. Nonvertical ascension or fall of a free sphere in a newtonian fluid. *Physics of Fluids*, 15(1) :L9, 2003.

[54] G. Joffre, B. Prunet-Foch, S. Berthomme, and M. Cloupeau. Deformation of liquid menisci under the action of an electric field. *Journal of electrostatics*, 1982.

[55] T. A. Johnson and V. C. Patel. Flow past a sphere up to a reynolds number of 300. *Journal of Fluid Mechanics*, 378 :19–70, 1999.

[56] T. B. Jones, M. Gunji, M. Washizu, and M. J. Feldman. Dielectrophoretic liquid actuation and nanodroplet formation. *Journal of Applied Physics*, 89(2) :1441, 2001.

[57] Thomas B. Jones. On the relationship of dielectrophoresis and electrowetting. *Langmuir*, 18(11) :4437–4443, May 2002.

[58] J. Jurin. An account of some experiments shown before the royal society ; with an enquiry into the cause of the ascent and suspension of water in capillary tubes. by james jurin, m. d. and r. soc. s. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 30(351-363) :739–747, January 1717.

[59] Inchul Kim. Three-dimensional flow over two spheres placed side by side. *Journal of Fluid Mechanics*, 1993.

[60] Pilnam Kim, Camille Duprat, Scott S. H. Tsai, and Howard A. Stone. Selective spreading and jetting of electrically driven dielectric films. *Physical Review Letters*, 107(3), July 2011.

[61] J.B.W. Kok. Dynamics of a pair of gas bubbles moving through liquid. part i. theory. *Eur. J. Mech. B/Fluids*, 12, 1993.

[62] Bhaskar Kumar and Sanjay Mittal. Prediction of the critical reynolds number for flow past a circular cylinder. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195(44-47) :6046–6058, September 2006.

[63] Ryoichi Kurose and Satoru Komori. Drag and lift forces on a rotating sphere in a linear shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 384 :183–206, 1999.

[64] Hyuk-Min Kwon, Ho-Young Kim, Jérôme Puëll, and L. Mahadevan. Equilibrium of an elastically confined liquid drop. *Journal of Applied Physics*, 103(9) :093519, 2008.

[65] Landau and Lifshitz. *Electrodynamics of continuous media*. Pergamon, 1960.

[66] B. P. LeClair, A. E. Hamielec, H. R. Pruppacher, and W. D. Hall. A theoretical and experimental study of the internal circulation in water drops falling at terminal velocity in air. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 1972.

[67] Sungsu Lee. A numerical study of the unsteady wake behind a sphere in a uniform flow at moderate reynolds numbers. *Computers and Fluids*, 29, 2000.

[68] Dominique Legendre, Jacques Magnaudet, and Guillaume Mougin. Hydrodynamic interactions between two spherical bubbles rising side by side in a viscous liquid. *Journal of Fluid Mechanics*, 497 :133–166, December 2003.

[69] L. Leger and J. F. Joanny. Liquid spreading. *Reports on Progress in Physics*, 55(4) :431, 1992.

[70] Guoping Lian, Colin Thornton, and Michael J. Adams. A theoretical study of the liquid bridge forces between two rigid sperical bodies. *Journal of Colloid and Interface Science*, 161 :138–147, 1993.

[71] M. Gabriel Lippmann. *Relations entre les phénomènes électriques et capillaires*. PhD thesis, Ecole Polytechnique, 1875.

[72] E. Lorenceau. *Interfaces en grande déformation : oscillations, impacts, singularités*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI, 2003.

[73] Élise Lorenceau, Christophe Clanet, and David Quéré. Capturing drops with a thin fiber. *Journal of Colloid and Interface Science*, 279(1) :192–197, November 2004.

[74] Élise Lorenceau and David Quéré. Drops on a conical wire. *Journal of Fluid Mechanics*, 510 :29–45, July 2004.

[75] E. Loth. Numerical approaches for motion of dispersed particles, droplets and bubbles. *Progress in Energy and Combustion Science*, 26, 2000.

[76] E. Loth. Quasi-steady shape and drag of deformable bubbles and drops. *International Journal of Multiphase Flow*, 34(6) :523–546, June 2008.

[77] J. Loudet, A. Alsayed, J. Zhang, and A. Yodh. Capillary interactions between anisotropic colloidal particles. *Physical Review Letters*, 94(1), January 2005.

[78] Basavaraj Madivala, Jan Fransaer, and Jan Vermant. Self-assembly and rheology of ellipsoidal particles at interfaces. *Langmuir*, 25(5) :2718–2728, March 2009.

[79] Jacques Magnaudet, Mayela Rivero, and Jean Fabre. Accelerated flows past a rigid sphere or a spherical bubble. part 1. steady straining flow. *Journal of fluid mechanics*, 284 :97–135, 1995.

[80] Ioan Marginean, Lida Parvin, Linda Heffernan, and Akos Vertes. Flexing the electrified meniscus : The birth of a jet in electrosprays. *Analytical Chemistry*, 76(14) :4202–4207, July 2004.

[81] G. McHale, C. V. Brown, M. I. Newton, G. G. Wells, and N. Sampara. Dielectrowetting driven spreading of droplets. *Physical Review Letters*, 107(18), October 2011.

[82] Glen McHale, M. I. Newton, and B. J. Carroll. The shape and stability of small liquid drops on fibers. *Oil & Gas science and technology*, 56(1) :47–54, 2001.

[83] R. Mei and J. F. Klausner. Shear lift force on spherical bubbles. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 15, 1994.

[84] E. E. Michaelides. *Transport Processes in Bubbles, Drops and Particles*, chapter Analytical Expressions. Taylor and Francis, 2002.

[85] Michael J. Miksis. Shape of a drop in an electric field. *Physics of Fluids*, 24(11) :1967, 1981.

[86] F.W. Minor, A.M. Schwartz, EA Wulkow, and L.C. Buckles. The migration of liquids in textile assemblies part ii : The wicking of liquids in yams. *Textile Research Journal*, 29(12) :931–939, 1959.

[87] F.W. Minor, A.M. Schwartz, EA Wulkow, and L.C. Buckles. The migration of liquids in textile assemblies part iii : The behavior of liquids on single textile fibers. *Textile Research Journal*, 29(12) :940–949, December 1959.

[88] Guillaume Mougin and Jacques Magnaudet. Path instability of a rising bubble. *Physical Review Letters*, 88(1), December 2001.

[89] Frieder Mugele and Jean-Christophe Baret. Electrowetting : from basics to applications. *Journal of Physics : Condensed Matter*, 17(28) :R705–R774, July 2005.

[90] Benjamin J. Mullins, Roger D. Braddock, and Igor E. Agranovski. Particle capture processes and evaporation on a microscopic scale in wet filters. *Journal of Colloid and Interface Science*, 279(1) :213–227, November 2004.

[91] Benjamin J. Mullins, Roger D. Braddock, Igor E. Agranovski, and Roger A. Cropp. Observation and modelling of barrel droplets on vertical fibres subjected to gravitational and drag forces. *Journal of Colloid and Interface Science*, 300(2) :704–712, August 2006.

[92] Benjamin J. Mullins, Roger D. Braddock, Igor E. Agranovski, Roger A. Cropp, and Rebecca A. O'Leary. Observation and modelling of clamshell droplets on vertical fibres subjected to gravitational and drag forces. *Journal of Colloid and Interface Science*, 284(1) :245–254, April 2005.

[93] Isao Nakamura. Steady wake behind a sphere. *Physics of Fluids*, 19(1), 1976.

[94] Ramesh Natarajan and Andreas Acrivos. The instability of the steady flow past spheres and disks. *Journal of Fluid Mechanics*, 254 :323–344, 1993.

[95] H. Niazmand and M. Renksizbulut. Surface effects on transient three-dimensional flows around rotating spheres at moderate reynolds numbers. *Computers and Fluids*, 32(10) :1405–1433, December 2003.

[96] Delphine Ormières and Michel Provansal. Transition to turbulence in the wake of a sphere. *Physical Review Letters*, 83(1) :80, 1999.

[97] F. M. Orr, L. E. Scriven, and Ay P. Rivas. Pendular rings between solids : meniscus properties and capillary force. *Journal of Fluid Mechanics*, 67(04) :723–742, 1975.

[98] J. F. Padday and A. R. Pitt. The stability of axisymmetric menisci. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 275(1253) :489–528, 1973.

[99] H. Pellat. Électrostatique non fondée sur les lois de coulomb. forces électriques agissant sur un diélectrique non électrisé ;(deuxième partie). *J. Phys. Theor. Appl.*, 5(1) :525–540, 1896.

[100] J. M. H. Peters. Rayleigh's electrified water drops. *European Journal of Physics*, 1(3) :143, 1980.

[101] William F. Pickard. Experimental investigation of the sumoto effect. *Journal of Applied Physics*, 32(10) :1888, 1961.

[102] William F. Pickard. An explanation of the dc sumoto effect. *Journal of Applied Physics*, 33(3) :941, 1962.

[103] M. Pilch and C. A. Erdman. Use of breakup time data and velocity history data to predict the maximum size of stable fragments for acceleration-induced breakup of a liquid drop. *International Journal of Multiphase Flow*, 13(6), 1987.

[104] Richard D. Piner and Chad A. Mirkin. Effect of water on lateral force microscopy in air. *Langmuir*, 13(26) :6864–6868, 1997.

[105] Olivier Pitois, P. Moucheront, and Xavier Chateau. Rupture energy of a pendular liquid bridge. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 23(1) :79–86, 2001.

[106] Olivier Pitois, Pascal Moucheront, and Xavier Chateau. Liquid bridge between two moving spheres : An experimental study of viscosity effects. *Journal of Colloid and Interface Science*, 231(1) :26–31, November 2000.

[107] Joseph Plateau. *Statique expérimentale et théorique des liquides soumis aux seules forces moléculaires*. Gauthier-Villars, 1873.

[108] Alexandre Ponomarenko, David Quéré, and Christophe Clanet. A universal law for capillary rise in corners. *Journal of Fluid Mechanics*, 666 :146–154, January 2011.

[109] Fernando Ponta and Hassan Aref. Strouhal-reynolds number relationship for vortex streets. *Physical Review Letters*, 93(8), August 2004.

[110] K. W. Poon, A. Ooi, M. Giacobello, C. Peralta, and A. Melatos. Numerical simulation of flow past a stationary and rotating sphere. In *16th Australasian Fluid Mechanics Conference (AFMC)*, pages 870–875. School of Engineering, The University of Queensland, 2007.

[111] M. Prakash, D. Quéré, and J.W.M. Bush. Surface tension transport of prey by feeding shorebirds : the capillary ratchet. *Science*, 320(5878) :931–934, 2008.

[112] H. M. Princen. Capillary phenomena in assemblies of parallel cylinders : I. capillary rise between two cylinders. *Journal of Colloid and Interface Science*, 30(1) :69–75, 1969.

[113] HM Princen. Capillary phenomena in assemblies of parallel cylinders : Iii. liquid columns between horizontal parallel cylinders. *Journal of Colloid and Interface Science*, 34(2) :171–184, 1970.

[114] S. Protiere, C. Duprat, and H. A. Stone. Wetting on two parallel fibers : drop to column transitions. *Soft Matter*, 9(1) :271, 2013.

[115] H. R. Pruppacher, B. P. Le Clair, and A. E. Hamielec. Some relations between drag and flow pattern of viscous flow past a sphere and a cylinder at low and intermediate reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 44(04) :781–790, 1970.

[116] A. Prządka, J. Miedzik, K. Gumowski, S. Goujon-Durand, and J. E. Wesfreid. The wake behind the sphere ; analysis of vortices during transition from steadiness to unsteadiness. *Archives of Mechanics*, 60(6) :467–474, 2008.

[117] C Py, R Bastien, J Bico, B Roman, and A Boudaoud. 3D aggregation of wet fibers. *Europhysics Letters (EPL)*, 77(4) :44005, February 2007.

[118] Jin Qian and Huajian Gao. Scaling effects of wet adhesion in biological attachment systems. *Acta Biomaterialia*, 2(1) :51–58, January 2006.

[119] David Quéré. Fluid coating on a fiber. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 31(1) :347–384, 1999.

[120] Yakov I. Rabinovich, Madhavan S. Esayanur, and Brij M. Moudgil. Capillary forces between two spheres with a fixed volume liquid bridge : Theory and experiment. *Langmuir*, 21(24) :10992–10997, November 2005.

[121] A. Ramos and A. Castellanos. Equilibrium shapes and bifurcation of captive dielectric drops subjected to electric fields. *Journal of electrostatics*, 33(1) :61–86, 1994.

[122] R. W. Rance. Studies of the factor controlling the action of hair spraysi : The spreading of hair spray resin solutions on hair. *Journal of the Society of Cosmetic Chemists*, 24 :501–522, 1973.

[123] Lord Rayleigh. XX. *On the equilibrium of liquid conducting masses charged with electricity. Philosophical Magazine Series 5*, 14(87) :184–186, September 1882.

[124] Anton Reinhart. Das verhalten fallender tropfen. *Chemie Ingenieur Technik*, 36(7) :740–746, 1964.

[125] Etienne Reyssat. Drops and bubbles in wedges. *Journal of Fluid Mechanics*, 748 :641–662, June 2014.

[126] S. N. Reznik, A. L. Yarin, A. Theron, and E. Zussman. Transient and steady shapes of droplets attached to a surface in a strong electric field. *Journal of Fluid Mechanics*, 516 :349–377, October 2004.

[127] Dov Rhodes and Ehud Yariv. The elongated shape of a dielectric drop deformed by a strong electric field. *Journal of Fluid Mechanics*, 664 :286–296, December 2010.

[128] B Roman and J Bico. Elasto-capillarity : deforming an elastic structure with a liquid droplet. *Journal of Physics : Condensed Matter*, 22(49) :493101, December 2010.

[129] Anatol Roshko. On the development of turbulent wakes from vortex streets. Technical report, National Advisory Committee For Aeronautics, 1954.

[130] PGt Saffman. The lift on a small sphere in a slow shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 22(02) :385–400, 1965.

[131] R. P. Sahu, S. Sinha-Ray, A. L. Yarin, and B. Pourdeyhimi. Blowing drops off a filament. *Soft Matter*, 9(26) :6053, 2013.

[132] Haniu Sakamoto and H. Haniu. A study on vortex shedding from spheres in a uniform flow. *Journal of Fluids Engineering*, 112(4) :386–392, 1990.

[133] Alban Sauret, Alison D. Bick, Camille Duprat, and Howard A. Stone. Wetting of crossed fibers : Multiple steady states and symmetry breaking. *EPL (Europhysics Letters)*, 105(5) :56006, 2014.

[134] D. A. Saville. Electrohydrodynamics : the taylor-melcher leaky dielectric model. *Annual review of fluid mechanics*, 29(1) :27–64, 1997.

[135] L. Schouveiler, A. Brydon, T. Leweke, and M.C. Thompson. Interactions of the wakes of two spheres placed side by side. *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, 23(1) :137–145, January 2004.

[136] R. A. Serway. *Physics for Scientists and Engineers*. 1990.

[137] J. D. Sherwood. Breakup of fluid droplets in electric and magnetic fields. *Journal of Fluid Mechanics*, 188 :133–146, 1988.

[138] Susumu Shirayama. Flow past a sphere - topological transitions of the vorticity field. *AIAA Journal*, 30(2) :349–358, 2014/11/17 1992.

[139] P. G. Simpkins and E. L. Bales. Water-drop response to sudden accelerations. *Journal of Fluid Mechanics*, 55(04) :629–639, 1972.

[140] B. E. Stewart, M. C. Thompson, T. Leweke, and K. Hourigan. Numerical and experimental studies of the rolling sphere wake. *Journal of Fluid Mechanics*, 643 :137, January 2010.

[141] H. A. Stone, J. R. Lister, and M. P. Brenner. Drops with conical ends in electric and magnetic fields. *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 455(1981) :329–347, January 1999.

[142] Lord Rayleigh Strutt, J.W. On the capillary phenomena of jets. *Proceedings of the Royal Society of London*, 29 :71–97, 1879.

[143] Otmar M. Stuetzer. Ion drag pressure generation. *Journal of Applied Physics*, 30(7) :984, 1959.

[144] Yewang Su, Baohua Ji, Yonggang Huang, and Kehchih Hwang. Effects of contact shape on biological wet adhesion. *Journal of Materials Science*, 42(21) :8885–8893, August 2007.

[145] R.R.A. Syms, E.M. Yeatman, V.M. Bright, and G.M. Whitesides. Surface tension-powered self-assembly of microstructures - the state-of-the-art. *Journal of Microelectromechanical Systems*, 12(4) :387–417, August 2003.

[146] Sadatoshi Taneda. Experimental investigation of the wake behind a sphere at low reynolds numbers. *Journal of the Physical Society of Japan*, 11(10), 1956.

[147] G. I. Taylor and A. D. McEwan. The stability of a horizontal fluid interface in a vertical electric field. *Journal of Fluid Mechanics*, 22(01) :1–15, 1965.

[148] Geoffrey Taylor. Disintegration of water drops in an electric field. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 280(1382) :383–397, 1964.

[149] T. G. Theofanous, G. J. Li, and T. N. Dinh. Aerobreakup in rarefied supersonic gas flows. *Journal of Fluids Engineering*, 126(4) :516, 2004.

[150] M. C. Thompson, T. Leweke, and M. Provansal. Kinematics and dynamics of sphere wake transition. *Journal of Fluids and Structures*, 15, 2001.

[151] Fang-Bao Tian, Haoxiang Luo, Luoding Zhu, and Xi-Yun Lu. Interaction between a flexible filament and a downstream rigid body. *Physical Review E*, 82(2), August 2010.

[152] R. Tobazéon and A. Denat. Conduction électrique dans les liquides. *Techniques de l'ingénieur*, 2006.

[153] A. Tomboulides, S. Orszag, and G. Karniadakis. *Direct and large-eddy simulations of axisymmetric wakes.* American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2014/11/17 1993.

[154] T. Tsuji, R. Narutomi, T. Yokomine, S. Ebara, and A. Shimizu. Unsteady three-dimensional simulation of interactions between flow and two particles. *International Journal of Multiphase Flow*, 29(9) :1431–1450, September 2003.

[155] Y. Tsuji, Y. Morikawa, and K. Terashima. Fluid-dynamic interaction between two spheres. *International Journal of Multiphase Flow*, 8, 1982.

[156] Maria Elena D. Urso, Chris J. Lawrence, and Michael J. Adams. Pendular, funicular, and capillary bridges : Results for two dimensions. *Journal of Colloid and Interface Science*, 220 :42–56, 1999.

[157] Theo G. M. van de Ven. Capillary forces in wet paper. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 47(19) :7250–7256, October 2008.

[158] Dominic Vella and L. Mahadevan. The "cheerios effect". *American Journal of Physics*, 73(9) :817, 2005.

[159] Alexander Virozub, Nir Haimovich, and Simon Brandon. Three-dimensional simulations of liquid bridges between two cylinders : Forces, energies, and torques. *Langmuir*, 25(22) :12837–12842, November 2009.

[160] J. Voise, M. Schindler, J. Casas, and E. Raphael. Capillary-based static self-assembly in higher organisms. *Journal of The Royal Society Interface*, 8(62) :1357–1366, September 2011.

[161] Edward W. Washburn. The dynamics of capillary flow. *Physical review*, 17(3) :273, 1921.

[162] Akira Watanabe. Investigations of some electric force effects in dielecric liquid. *Japanese Journal of Applied Physics*, 1973.

[163] Thomas M. Wentzel and William S. Bickel. Adhesion force due to a meniscus in a crossed-fiber system. In *Particles on Surfaces 2*, pages 35–48. Springer, 1989.

[164] Thomas Martin Wentzel. *Measurement of adhesion force due to condensed water vapor in a crossed-fiber system.* PhD thesis, The University of Arizona, 1994.

[165] Christopher D. Willett, Michael J. Adams, Simon A. Johnson, and Jonathan PK Seville. Capillary bridges between two spherical bodies. *Langmuir*, 16(24) :9396–9405, 2000.

[166] C. H. K. Williamson. Defining a universal and continuous strouhal–reynolds number relationship for the laminar vortex shedding of a circular cylinder. *Physics of Fluids*, 31(10) :2742, 1988.

[167] Fred K. Wohlhuter and Osman A. Basaran. Shapes and stability of pendant and sessile dielectric drops in an electric field. *Journal of Fluid Mechanics*, 235 :481–510, 1992.

[168] Xiang-Fa Wu, Amol Bedarkar, and K. Abraham Vaynberg. Droplets wetting on filament rails : Surface energy and morphology transition. *Journal of Colloid and Interface Science*, 341(2) :326–332, January 2010.

[169] Su Xu, Hongwen Ren, and Shin-Tson Wu. Dielectrophoretically tunable optofluidic devices. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 46(48) :483001, December 2013.

[170] Alexander L. Yarin, Alexander Oron, and Philip Rosenau. Capillary instability of thin liquid film on a cylinder. *Physics of Fluids A : Fluid Dynamics*, 5(1) :91–98, January 1993.

[171] Peter J. Yunker, Tim Still, Matthew A. Lohr, and A. G. Yodh. Suppression of the coffee-ring effect by shape-dependent capillary interactions. *Nature*, 476(7360) :308–311, August 2011.

[172] Lanying Zeng, Fady Najjar, S. Balachandar, and Paul Fischer. Forces on a finite-sized particle located close to a wall in a linear shear flow. *Physics of Fluids*, 21(3) :033302, 2009.

[173] H. B. Zhang, M. J. Edirisinghe, and S. N. Jayasinghe. Flow behaviour of dielectric liquids in an electric field. *Journal of Fluid Mechanics*, 558 :103, July 2006.

[174] Hui Zhao, Hai-Feng Liu, Xian-Kui Cao, Wei-Feng Li, and Jian-Liang Xu. Breakup characteristics of liquid drops in bag regime by a continuous and uniform air jet flow. *International Journal of Multiphase Flow*, 37(5) :530–534, June 2011.

Résumé

On considère dans cette thèse plusieurs situations dynamiques concernant des gouttes accrochées à des fibres, en mouillage total. Ces gouttes funambules se rencontrent au moment de la fabrication industrielle de laine de verre quand la colle projetée à l'état liquide lie les fibres de verre composant l'isolant thermique.
Dans une première partie, nous étudions l'évolution spontanée d'une jonction liquide entre deux fils : une goutte mouillante aligne et attire les fibres qu'elle connecte et nous caractérisons la dynamique et l'intensité de ces interactions capillaires. En outre, si deux fibres se recentrent avec un angle aigu, une goutte à leur intersection s'étale dans le coin tandis qu'un excès de liquide progressera en sens inverse entre les fibres jusqu'au point où leur espacement est de l'ordre de leur rayon. Nous calculons cette distance critique et l'observons au sein de la laine de verre, révélant l'étalement possible du liant industriel avant séchage. L'influence de l'élasticité des fibres est discutée.
Dans une seconde partie, nous proposons deux méthodes forçant le déplacement d'une goutte funambule isolée. Premièrement, un champ électrostatique établi entre une fibre conductrice et une contre-électrode provoque l'étalement irréversible d'une goutte isolante lorsque la surpression électrostatique l'emporte sur la surpression capillaire. Nous modélisons la dynamique de cet étalement diélectrophorétique comme un effet Marangoni. Deuxièmement, un flux d'air transverse à la fibre induit un mouvement de la goutte dans un sens aléatoire si le nombre de Reynolds associé dépasse la valeur critique où le sillage devient asymétrique. Nous modélisons la dynamique de cette translation comme un effet d'entraînement visqueux de la goutte par le tourbillon principal du sillage, alors que les interactions entre tourbillons expliquent la répulsion à longue distance entre plusieurs gouttes, leurs rebonds sur des obstacles solides ou leur capture par un obstacle placé en aval de l'écoulement.

Mots-clés : interfaces, gouttes, fibres, force capillaire, imprégnation, élasticité, électrostatique, force diélectrophorétique, aérodynamique, force de traînée, bifurcation, force de lift, tourbillons, interactions à grande distance.

Abstract

This thesis deals with several dynamic situations involving drops hanging on fibers, in total wetting. Such drops can be found during the industrial process of glass wool manufacturing, as liquid glue is projected onto glass fibers in order to bind them and form the thermal insulator.
In the first part, we study the spontaneous evolution of a liquid junction between two wires : a wetting drop makes the wires align and approach, and we characterize the dynamics and magnitude of these capillary interactions. Besides, a drop placed in the wedge between two fibers spreads in the corner, whereas an excess of liquid placed at the intersection spreads in the opposite direction until it reaches a spacing close to the fiber radius. We calculate this critical distance and observe it inside glass wool, revealing the possible spreading of industrial binder before it dries. The influence of elasticity is discussed.
In the second part, we propose two ways to induce drop displacement. First of all, an electrostatic field between a conductive fiber and a counter electrode leads to the irreversible spreading of an insulating drop when the electric overpressure exceeds the capillary overpressure. We model the dynamics of this dielectrophoretic spreading as a Marangoni effect. Secondly, a transversal air flow can induce the continuous motion of the drop in a random direction if the Reynolds number exceeds a critical value, at which point the wake becomes asymmetric. We model the dynamics of this translation as a viscous entrainment of the drop by the main vortex of the wake. The interactions between vortices are responsible for long-range repulsion between drops, their rebonds over solid obstacles and their capture by a downstream obstacle.

Keywords : interfaces, drops, fibers, capillary force, impregnation, elasticity, electrostatics, dielectrophoretic force, aerodynamics, drag, bifurcation, lift, vortices, long-range interactions.