



**HAL**  
open science

# Étude des propriétés du moment angulaire orbital des ondes EM : développement de capteurs, transfert de moment et applications

Ronan Niemiec

► **To cite this version:**

Ronan Niemiec. Étude des propriétés du moment angulaire orbital des ondes EM : développement de capteurs, transfert de moment et applications. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université de Rennes, 2014. Français. NNT : 2014REN1S154 . tel-01162369

**HAL Id: tel-01162369**

**<https://theses.hal.science/tel-01162369>**

Submitted on 10 Jun 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**THÈSE / UNIVERSITÉ DE RENNES 1**  
*sous le sceau de l'Université Européenne de Bretagne*

pour le grade de  
**DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE RENNES 1**  
*Mention : Traitement du Signal et Télécommunications*

**Ecole doctorale Matisse**

présentée par

**Ronan NIEMIEC**

Préparée à l'unité de recherche UMR 6164 – IETR  
Institut d'Electronique et de Télécommunications de Rennes  
ISTIC – UFR Informatique Electronique

---

**Etude des propriétés  
du moment angulaire  
orbital des ondes élec-  
tromagnétiques :  
développement de  
capteurs, transfert de  
moment et applica-  
tions.**

**Soutenance prévue à Rennes  
le 08 décembre 2014**

devant le jury composé de :

**Olivier PASCAL**

Professeur, Université Paul Sabatier, Toulouse / *rapporteur*

**Laurence PRUVOST**

CR CNRS / HDR, Université de Paris Sud, Orsay / *rapporteur*

**Bo THIDE**

Professeur, Uppsala University, Suède / *examineur*

**Eric LHEURETTE**

Professeur, Université de Lille 1 / *examineur*

**Philippe POULIGUEN**

HDR, DGA/DS/MRIS / *examineur*

**Kouroch MAHDJOUBI**

Professeur, Université de Rennes 1 / *examineur*

**Christian BROUSSEAU**

Maitre de conférences - HDR, Université de Rennes 1 /  
*Directeur de thèse*

**Olivier EMILE**

Professeur, Université de Rennes 1 / *co-directeur de thèse*





# Remerciements

# Résumé

## Mots-clefs

Moment angulaire orbital ; lame de phase ; génération ; transfert ; réflexion ; réception

# **Abstract**

## **Keywords**

Orbital angular momentum ; phase plate ; generation ; transfer ; reflection : reception

# Tables des matières

Tables des matières	i
Tables des figures	iv
Introduction Générale	1
<b>Chapitre 1 Qu'est-ce que le Moment Angulaire Orbital ?</b>	<b>5</b>
<b>1.1 Moments et quantité de mouvement</b>	<b>6</b>
1.1.1 Les moments en mécanique classique	6
1.1.2 Moment d'une onde électromagnétique	6
1.1.2.1 Le moment linéaire : vecteur de Poynting	6
1.1.2.2 Le moment angulaire : OAM et polarisation	7
1.1.3 Conservation des moments	10
1.1.3.1 Interactions entre une onde polarisée et un objet, transfert de SAM	11
1.1.3.2 Interactions entre une onde portant de l'OAM et un objet	13
<b>1.2 Mise en évidence expérimentale de l'OAM dans le domaine radio</b>	<b>13</b>
1.2.1 Présentation de l'expérimentation réalisée	14
1.2.1.1 La source : une antenne tourniquet	14
1.2.1.2 Le détecteur : un anneau de cuivre	16
1.2.1.3 Equations de champs et potentiel vecteur	17
1.2.1.4 Expression du moment angulaire au niveau du détecteur	20
1.2.1.5 Résultats de simulation	22
1.2.2 Expérimentations	25
1.2.2.1 Résultats de mesure	27
1.2.2.2 Couple induit par le transfert d'OAM	28
1.2.3 Commentaires sur le mécanisme de transfert	29
<b>1.3 Conclusion du chapitre</b>	<b>31</b>
<b>Chapitre 2 Génération d'ondes transportant du Moment Angulaire Orbital</b>	<b>33</b>
<b>2.1 Introduction</b>	<b>34</b>
<b>2.2 Génération de moment angulaire orbital en optique</b>	<b>34</b>
2.2.1 Réseaux de diffraction	35
2.2.2 Lame de phase spirale	37
<b>2.3 Génération de moment angulaire orbital dans le domaine radio</b>	<b>38</b>
2.3.1 Translation des méthodes de l'optique vers le domaine radio	39
2.3.1.1 Réseaux diffractants	39
2.3.1.2 Lames de phase	40
2.3.2 Antennes spécifiques au domaine radio	43
2.3.2.1 Réseaux circulaires	43
2.3.2.2 Antennes à réflecteurs	46
<b>2.4 Réalisation d'antennes dans le domaine radio</b>	<b>48</b>

2.4.1	Source illuminant les lames de phase _____	49
2.4.1.1	Diagramme de rayonnement simulé de l'antenne cornet. _____	50
2.4.1.2	Positionnement relatif du cornet et de la lame de phase spirale _____	51
2.4.2	Réalisation d'une lame de phase spirale _____	51
2.4.2.1	Caractéristiques de la lame de phase spirale _____	52
2.4.2.2	Résultats de simulation de la lame de phase « idéale » _____	53
2.4.2.3	Réalisation mécanique _____	55
2.4.3	Réalisation d'une lame de phase « à trous » _____	57
2.4.3.1	Conception théorique _____	59
2.4.3.2	Résultats de simulation de la lame de phase idéale _____	62
2.4.3.3	Réalisation mécanique _____	62
2.4.4	Mesures en chambre anéchoïque des antennes réalisées _____	64
2.4.4.1	Présentation des conditions de mesure _____	64
2.4.4.2	Mesures en azimut _____	66
2.4.4.3	Cartographie en amplitude et en phase _____	70
2.4.5	Comparaisons simulations/mesures _____	75
<b>2.5</b>	<b>Conclusion du chapitre _____</b>	<b>76</b>
<b>Chapitre 3</b>	<b>Propagation et détection d'ondes portant du Moment Angulaire</b>	
<b>Orbital</b>	<b>79</b>	
<b>3.1</b>	<b>Introduction _____</b>	<b>80</b>
<b>3.2</b>	<b>Mesurer l'OAM porté par une onde _____</b>	<b>80</b>
3.2.1	Mesures par interférences _____	80
3.2.1.1	Utilisation d'un « démultiplexeur OAM » _____	80
3.2.1.2	Diffraction par une ouverture _____	81
3.2.1.3	Mesure du doppler rotationnel _____	81
3.2.2	Mesure directe de champs électromagnétiques _____	82
3.2.3	Mesures par transfert de moment _____	83
<b>3.3</b>	<b>Développement d'une méthode d'estimation des modes d'OAM _____</b>	<b>83</b>
3.3.1	Relation entre caractéristiques du cercle et estimation des modes d'OAM _____	84
3.3.1.1	Variation du rayon du cercle d'extraction _____	84
3.3.1.2	Variation du positionnement du centre du cercle d'extraction _____	87
3.3.2	Influence de l'échantillonnage _____	88
3.3.2.1	Variation du nombre de point sur un cercle complet. _____	89
3.3.2.2	Utilisation d'un arc de cercle _____	90
<b>3.4</b>	<b>Estimation des modes d'OAM sur une bande de fréquence _____</b>	<b>92</b>
3.4.1	Détermination du cercle pour chacune des fréquences de la bande _____	92
3.4.2	Détermination d'un cercle unique pour toute la bande de fréquence _____	93
3.4.3	Découpage en sous-bandes de fréquences _____	95
<b>3.5</b>	<b>Réflexion d'une onde OAM sur une surface réfléchissante _____</b>	<b>96</b>
3.5.1	Présentation des matrices ABCD _____	96
3.5.2	Décomposition en une somme de faisceaux de Hermite-Gauss. _____	97
3.5.3	Application à la réflexion sur une surface _____	98
3.5.3.1	Réflexion sur une surface réfléchissante plane _____	98
3.5.3.2	Réflexion sur une surface courbe _____	99

---

3.5.3.3	Combinaison de plusieurs faisceaux OAM	102
<b>3.6</b>	<b>Conclusion du chapitre</b>	<b>104</b>
<b>Conclusion générale et perspectives</b>		<b>105</b>
<b>Références bibliographiques</b>		<b>108</b>
<b>Bibliographie de l'auteur</b>		<b>113</b>

# Tables des figures

Figure 1.1 : Définition des angles pour la suite du document. _____	8
Figure 1.2 : Courbe en spirale représentant les vecteurs de Poynting d'un faisceau LG de rayon $w(z)$ [20].	8
Figure 1.3 : Représentation d'un mode pur $\ell=1$ (première colonne), et d'un mode impur $\ell=1$ avec (deuxième colonne) et sans (troisième colonne) inclusion d'un mode $\ell=0$ , la proportion des autres modes restant identique. Le trait vertical blanc passe par l'axe du faisceau. Première ligne : Répartition de l'énergie, avec la forme caractéristique en « donut » plus ou moins perturbée. Deuxième ligne : distribution de phase allant de $0$ à $2\pi$ . _____	10
Figure 1.4 : Montage expérimental complet (a) tel que proposé par Beth [27], zoom sur la partie centrale (b) et résultats de mesures (c). _____	11
Figure 1.5 : Montage expérimental proposé par Vul'fson [40]. 1 - Détecteur. 2 - Suspension de l'anneau. 3 - Dipôles. 4 - Miroir. 5 - Filament de quartz. _____	13
Figure 1.6 : Montage expérimental utilisé. _____	14
Figure 1.7 : Représentation schématique de l'antenne tourniquet (a) et longueur des brins des dipôles $d_1$ (b) et $d_2$ (c). Les longueurs $h_1$ et $h_2$ correspondent à la distance des dipôles par rapport au plan de masse. _____	14
Figure 1.8 : Configuration du système d'alimentation de l'antenne tourniquet, constitué d'un générateur de fréquence, d'un coupleur -3dB et de deux amplificateurs de puissance. _____	15
Figure 1.9 : Photographie du coupleur -3 dB réalisé, utilisé en sortie du générateur. _____	15
Figure 1.10 : Gain (a) et phase (b) pour les deux voies du système d'alimentation pour un déphasage de $90^\circ$ . _____	15
Figure 1.11 : Taux d'onde stationnaire des deux dipôles en présence de l'anneau de cuivre. _____	16
Figure 1.12 : Gain (a) et phase (b) pour les deux voies du système d'alimentation pour un déphasage proche de $0^\circ$ . _____	16
Figure 1.13 : Photographie d'une section de l'anneau de cuivre utilisé comme détecteur. _____	17
Figure 1.14 : Distribution de phase dans le plan des antennes pour un déphasage relatif du dipôle $d_2$ par rapport au dipôle $d_1$ de $+\pi/2$ (a) et de $-\pi/2$ (b). _____	18
Figure 1.15 : Schéma de l'antenne tourniquet et du système de coordonnées utilisé. _____	19
Figure 1.16 : Modèle 3D utilisé lors des simulations sous CST MWS. _____	23
Figure 1.17 : Résultats de simulation du champ électrique dans le plan de l'antenne en l'absence (première ligne) et en présence (seconde ligne) du détecteur. Première colonne : amplitude du champ selon $\vartheta$ en dBV/m. Deuxième colonne : phase du champ selon $\vartheta$ en radians. _____	24
Figure 1.18 : Directivité des antennes, dans leur plan en fonction de l'angle de roulis, avec et sans le détecteur (anneau). _____	24
Figure 1.19 : Résultats de simulation du champ électrique dans le plan à la limite inférieure (colonne de gauche) et supérieure (colonne de droite) du détecteur. _____	25
Figure 1.20 : Photographie du montage expérimental placé en chambre anéchoïque. L'anneau de cuivre est suspendu au plafond à l'aide de fils de coton. _____	26
Figure 1.21 : Rotation de l'anneau en fonction du temps, de la puissance et du déphasage entre les deux antennes (Right / Left). _____	27
Figure 1.22 : Accélération de l'anneau en fonction de la puissance et du déphasage entre les deux antennes (Right / Left). _____	28

Figure 1.23 : Courant induit sur la surface du détecteur à un instant $t$ .	30
Figure 1.24 : Intégration numérique de l'équation différentielle (1-45) pour une puissance $P = 25$ W. Deux oscillations sont visibles : une rapide à la fréquence du champ électromagnétique, et une lente due à la présence d'OAM.	30
Figure 2.1 : Représentations d'un hologramme pour différentes charge topologiques $l$ , en utilisant les équations (2-3) et (2-4). (a) $l = 1$ . (b) $l = 3$ .	36
Figure 2.2 : Génération d'OAM par diffraction avec un hologramme $l = \pm 3$ [56].	37
Figure 2.3 : lame de phase spirale d'indice de réfraction constant $n$ . L'épaisseur $L$ de la lame varie linéairement avec l'angle de roulis $\vartheta$ .	38
Figure 2.4 : Simulation numérique (4nec2) d'un hologramme pour une fréquence de 5 GHz et une charge topologique $l = 1$ [61]. (a) Représentation du réseau avec des fils métalliques. (b) Répartition annulaire de l'énergie d'un des faisceaux diffractés de premier ordre. (c) Répartition de la phase au niveau d'un des faisceaux diffractés de premier ordre.	39
Figure 2.5 : Hologramme réalisé pour une fréquence de 60 GHz et une charge topologique $l = 1$ [62], [63]. (a) Réalisation par gravure sur une plaque de cuivre. (b) Résultats de mesure et de simulation.	40
Figure 2.6 : Résultats de mesures en champ lointain du faisceau généré par une lame de phase spirale à 86 GHz [64]. (a) Pour une charge topologique $l = 1$ . (b) Pour une charge topologique $l = 2$ .	41
Figure 2.7 : Création d'une lame de phase ajustable [66]. (a) Inclinaison entre les deux sections. (b) Différence de chemin optique due à l'inclinaison.	41
Figure 2.8 : Utilisation d'une lame de phase spirale ajustable à la fréquence de 60 GHz [62], [63]. (a) Photographie de la lame de phase spirale ajustable. (b) Relation entre la différence de hauteur et la charge topologique $l$ .	42
Figure 2.9 : Résultats de mesure et de simulation pour une lame de phase spirale ajustable à la fréquence de 60 GHz [62], [63]. (a) pour une charge topologique $l = 3$ . (b) pour une charge topologique $l = 4$ .	43
Figure 2.10 : Configuration d'un réseau circulaire d'antennes ( $N = 12$ dipôles) pour générer une onde portant du moment angulaire orbital [3]. Le déphasage $\delta\phi$ entre deux antennes successives est défini en (2-12).	43
Figure 2.11 : Simulations numériques présentant l'amplitude (a, c) et la phase (b, d), en champ lointain et sur une demi-sphère, d'une onde générée par un TSA circulaire [68]. (a-b) Pour une charge topologique $l = 1$ . (c-d) Pour une charge topologique $l = 2$ .	44
Figure 2.12 : Simulations numériques présentant un réseau circulaire de patch permettant de générer de l'OAM [69]. (a) Configuration proposée pour le réseau. (b) Diagrammes de rayonnement pour une charge topologique $l = 1$ et deux diamètres du réseau. (c) Distribution de phase pour une charge topologique $l = 1$ .	45
Figure 2.13 : Utilisation d'un réseau circulaire d'antenne Vivaldi pour générer de l'OAM [12]. (a) Configuration d'une des antennes Vivaldi. (b) Configuration 3D du réseau. (c) Représentation linéaire du réseau.	46
Figure 2.14 : Résultats de simulation de l'énergie rayonnée par un réseau circulaire d'antennes Vivaldi [12].	46
Figure 2.15 : Utilisation d'un réflecteur à paliers pour générer de l'OAM [70]. (Gauche) Photographie du réflecteur. (Milieu) Résultats de simulation. (Droite) Résultats de mesure.	47
Figure 2.16 : Photographie de la parabole twistée utilisée en environnement réel (a), cartographie du trou d'intensité en champ lointain (b) et valeurs utilisées pour déformer la parabole (c) [15].	48

<i>Figure 2.17 : Photographie du cornet utilisé en tant que source de l'antenne OAM, relié à un guide d'onde rectangulaire fonctionnant dans la même bande de fréquence.</i>	49
<i>Figure 2.18 : Caractéristiques de l'ensemble « cornet + guide d'onde » utilisé en tant que source de l'antenne OAM.</i>	50
<i>Figure 2.19 : Diagramme de rayonnement du cornet à la fréquence de 30 GHz.</i>	50
<i>Figure 2.20 : Gain dans l'axe sur la bande de fréquence 26,5-40 GHz.</i>	50
<i>Figure 2.21 : Positionnement relatif du cornet et de la lame de phase spirale. (a) Les deux axes confondus. (b) Position de référence à 0°. (c) Position à 45°. (d) Position à 90°.</i>	51
<i>Figure 2.22 : Modèle 3D de la lame de phase spirale « idéale » réalisé avec le logiciel CST MWS</i>	53
<i>Figure 2.23 : Résultats de simulations pour la lame de phase spirale « idéale » réalisé avec le logiciel CST MWS. Le trait blanc localise la variation brutale de l'épaisseur de la lame, et chaque cercle concentrique correspond à un pas de 3°. A gauche : amplitude (a) et phase (c) pour la position 90° du cornet. A droite : amplitude (b) et phase (d) pour la position 0° du cornet.</i>	54
<i>Figure 2.24 : Estimation de l'OAM de l'onde générée pour les positions 0° et 90° du cornet.</i>	54
<i>Figure 2.25 : Photographie de la lame de phase spirale en cours de réalisation (a) et réalisée (b).</i>	55
<i>Figure 2.26 : Influence du diamètre du tube central sur l'onde générée par la lame de phase spirale. Le trait blanc localise la variation brutale de l'épaisseur de la lame, et chaque cercle concentrique correspond à un pas de 3°. Colonne de gauche : directivité. Colonne de droite : phase. (a-b) Diamètre de 10 mm. (c-d) Diamètre de 15 mm. (e-f) Diamètre de 20 mm.</i>	56
<i>Figure 2.27 : Photographies du support utilisé pendant les mesures (a) et du système de fixation du joint tournant (b).</i>	57
<i>Figure 2.28 : Modèle 3D (a) et résultats de simulations pour la lame de phase spirale réalisée. Le trait blanc localise la différence d'épaisseur. (b) Directivité (c) Phase (d) Estimation des modes d'OAM.</i>	58
<i>Figure 2.29 : Variation de l'indice de réfraction en fonction de l'angle de roulis <math>\vartheta</math>.</i>	60
<i>Figure 2.30 : Visualisation d'un volume élémentaire.</i>	61
<i>Figure 2.31 : Cartographie des trous nécessaire pour obtenir la loi de phase désirée, en fonction du secteur élémentaire. (a) Nombre de trous (b) Profondeur des trous (en mm).</i>	62
<i>Figure 2.32 : Modèle 3D de la lame de phase percée réalisée (a) et résultats de simulations correspondants à la fréquence de 30 GHz. Le trait blanc localise la variation brutale de permittivité, et chaque cercle concentrique correspond à un pas de 3°. (b) Répartition annulaire de l'énergie. (c) Distribution de la phase.</i>	63
<i>Figure 2.33 : Nouvelle structure de la lame de phase à trous. Les galettes sont maintenues entre elles par 4 tiges verticales en nylon (en noir sur le dessin). (a) Vue de côté (coupe). (b) Vue de dessus.</i>	63
<i>Figure 2.34 : Vue d'une des façades de la chambre CHEOPS. La salle de contrôle est visible au centre. Derrière le panneau recouvert d'absorbants sur la gauche se trouve un mât sur lequel les antennes d'émissions sont fixées.</i>	64
<i>Figure 2.35 : Configuration des antennes dans la chambre de mesures. L'antenne OAM est placée sur un mât en polystyrène à gauche. Sur la droite, l'antenne cornet d'émission se déplace de haut en bas le long d'un mât.</i>	65
<i>Figure 2.36 : Photographie de la lame de phase à trous, sur son support et dans la chambre.</i>	65
<i>Figure 2.37 : L'antenne d'émission reste fixe lorsque le mât se déplace. Il est donc nécessaire de corriger la contribution du lobe de cette antenne.</i>	66
<i>Figure 2.38 : Mesures en azimut pour une fréquence de 30 GHz de l'antenne OAM utilisant une lame de phase spirale, avec un pas en élévation de 0.2°. Les deux lobes principaux, correspondant à une coupe de</i>	

- la répartition annulaire de l'énergie, et le minimum d'intensité au niveau de l'axe de propagation sont tous les deux bien visibles en co-polarisation. (a) Position en roulis  $\vartheta = 0$ . (b) Position en roulis  $\vartheta = 90^\circ$ . (c) Position en roulis  $\vartheta = 45^\circ$ . (d) Champ reconstitué pour une position en roulis  $\vartheta = 45^\circ$ . \_\_\_\_\_ 68
- Figure 2.39 : Illustration d'un décalage du vortex par rapport à l'axe de propagation sur une mesure en azimut classique. Le point bleu représente la position du minimum d'intensité, et les deux traits (horizontal et vertical) représentent les axes de symétrie de la lame de phase. \_\_\_\_\_ 68
- Figure 2.40 : Mesure de la directivité en co-polarisation, en fonction de l'azimut et de la fréquence, de l'antenne OAM utilisant la lame de phase spirale, avec un pas en élévation de  $0.2^\circ$  et un pas en fréquence de 10 MHz. Les deux lobes principaux, correspondant à une coupe de la répartition annulaire de l'énergie, et le minimum d'intensité au niveau de l'axe de propagation sont tous les deux bien visibles. (a) Position en roulis  $\vartheta = 0$ . (b) Position en roulis  $\vartheta = 90^\circ$ . \_\_\_\_\_ 68
- Figure 2.41 : Mesure de la directivité en cross-polarisation, en fonction de l'azimut et de la fréquence, de l'antenne OAM utilisant la lame de phase spirale, avec un pas en élévation de  $0.2^\circ$ , une position en roulis  $\vartheta = 0^\circ$  et un pas en fréquence de 10 MHz. \_\_\_\_\_ 69
- Figure 2.42 : Mesure de la directivité, en fonction de l'azimut et de la fréquence, de l'antenne OAM utilisant la lame de phase percée, avec un pas en élévation de  $0.2^\circ$ , un pas en fréquence de 10 MHz et une position en roulis  $\vartheta = 0^\circ$ . (a) Mesure en co-polarisation. Les deux lobes principaux, correspondant à une coupe de la répartition annulaire de l'énergie, et le minimum d'intensité au niveau de l'axe de propagation sont tous les deux bien visibles. (b) Mesure en cross-polarisation. \_\_\_\_\_ 69
- Figure 2.43 : Cartographie sur un plan de l'amplitude du champ mesuré, à la fréquence de 30 GHz, pour l'antenne utilisant la lame spirale (a-b) et la lame à trous (c-d). Le trait blanc localise la variation brutale de l'épaisseur de la lame, et chaque cercle concentrique correspond à un pas de  $3^\circ$ . Colonne de gauche : Mesure en co-polarisation. La répartition caractéristique de l'énergie en forme de « donut » est bien visible pour les deux antennes. (b) Mesure en cross-polarisation Les niveaux restent au moins 10 dB inférieurs à ceux mesurés en co-polarisation. \_\_\_\_\_ 71
- Figure 2.44 : Cartographie sur un plan de la phase du champ mesuré en co-polarisation, à la fréquence de 30 GHz, pour l'antenne utilisant la lame spirale (a) et la lame à trous (b). Le trait blanc localise la variation brutale de l'épaisseur de la lame, et chaque cercle concentrique correspond à un pas de  $3^\circ$ . La répartition de phase de  $0$  à  $2\pi$  attendue est bien visible. \_\_\_\_\_ 72
- Figure 2.45 : Estimations des modes d'OAM pour les deux antennes réalisées à la fréquence de 30 GHz. 72
- Figure 2.46 : Cartographie sur un plan, de l'amplitude et de la phase du champ mesuré en co-polarisation pour l'antenne utilisant la lame spirale, pour les fréquences de 28 GHz (a-b), 35 GHz (c-d) et 40 GHz (a-f). Le trait blanc localise la variation brutale de l'épaisseur de la lame, et chaque cercle concentrique correspond à un pas de  $3^\circ$ . La distribution caractéristique de l'énergie en « donut » (première ligne) et la répartition de phase de  $0$  à  $2\pi$  (seconde ligne) attendues sont bien visibles. \_\_\_\_\_ 73
- Figure 2.47 : Cartographie sur un plan, de l'amplitude et de la phase du champ mesuré en co-polarisation pour l'antenne utilisant la lame à trous, pour les fréquences de 28 GHz (a-b), 35 GHz (c-d) et 40 GHz (a-f). Le trait blanc localise la variation brutale de l'épaisseur de la lame, et chaque cercle concentrique correspond à un pas de  $3^\circ$ . La distribution caractéristique de l'énergie en « donut » (première ligne) et la répartition de phase de  $0$  à  $2\pi$  (seconde ligne) attendues sont bien visibles. \_\_\_\_\_ 73
- Figure 2.48 : Estimations des modes d'OAM pour les deux antennes réalisées sur la bande de fréquence allant de 28 à 40 GHz. (a) Antennes OAM utilisant la lame spirale. (b) Antenne OAM utilisant la lame à trous. \_\_\_\_\_ 74
- Figure 2.49 : Comparaison de l'amplitude et de la phase des champs simulés (a) et simulé avec une

<i>inclinaison de la lame de phase de 1° (à droite) pour l'antenne utilisant la lame spirale, sur un plan et à la fréquence de 30 GHz. Le trait blanc localise la variation brutale de l'épaisseur de la lame, et chaque cercle concentrique correspond à un pas de 3°. La distribution caractéristique de l'énergie en « donut » et la rotation du couple « minimum et maximum d'intensité » sont bien visibles.</i>	75
<i>Figure 2.50 : Estimations des modes d'OAM pour l'antenne OAM utilisant la lame de phase percée. Les résultats obtenus à partir des mesures, avec un pas de 10 MHz, sont en noir, et à partir des résultats de simulations, avec un pas de 500 MHz, en gris.</i>	76
<i>Figure 3.1 : Transformation d'une onde OAM pour mesurer sa charge topologique [79].</i>	81
<i>Figure 3.2 : Diffraction d'une onde de charge topologique <math>\ell</math> par une ouverture triangulaire [80].</i>	81
<i>Figure 3.3 : Mesure de l'effet du doppler rotationnel grâce à deux prismes de Dove [83].</i>	82
<i>Figure 3.4 : Influence de la distance <math>z</math> par rapport à l'émetteur sur le taux d'erreur pour <math>\ell = 2</math> et un Rapport Signal sur Bruit (RSB) de 30 dB. [84].</i>	83
<i>Figure 3.5 : Estimation des modes d'OAM pour la lame de phase spirale pour trois ouvertures angulaires du cercle d'extraction, à la fréquence <math>f = 30</math> GHz (a) et cartographie de la phase associée (b).</i>	85
<i>Figure 3.6 : Estimation des modes d'OAM pour la lame de phase percée pour trois ouvertures angulaires du cercle d'extraction, à la fréquence <math>f = 38</math> GHz (a) et cartographie de phase associée (b).</i>	86
<i>Figure 3.7 : Evolution de l'estimation du mode d'OAM prédominant, en fonction du rayon du cercle d'extraction, pour les deux lames de phase réalisées et pour une fréquence de 30 GHz (a) et 38 GHz (b).</i>	86
<i>Figure 3.8 : Estimation des modes d'OAM pour la lame de phase spirale, en fonction de la position du centre d'extraction, pour la fréquence <math>f = 30</math> GHz (a) et cartographie associée (b).</i>	88
<i>Figure 3.9 : Estimation des modes d'OAM pour la lame de phase percée, en fonction de la position du centre d'extraction, pour la fréquence <math>f = 30</math> GHz (a) et cartographie associée (b).</i>	88
<i>Figure 3.10 : Estimation des modes d'OAM pour la lame de phase spirale (a) et la lame de phase percée (b), pour une fréquence <math>f = 38</math> GHz.</i>	88
<i>Figure 3.11 : Estimation de l'amplitude normalisée des modes principaux, en fonction du nombre de points d'échantillonnage. (a) Mode <math>\ell = 1</math> (b) Lame de phase percée (noir) et spirale (gris), pour une fréquence <math>f = 30</math> GHz.</i>	89
<i>Figure 3.12 : Caractérisation de l'arc de cercle d'extraction.</i>	90
<i>Figure 3.13 : Estimation des modes d'OAM pour un faisceau de charge topologique <math>\ell = 1</math> en fonction de la longueur de l'arc de cercle. Les modes <math>\ell = 0</math> et <math>\ell = 2</math> sont quasiment confondus.</i>	91
<i>Figure 3.14 : Estimation des modes d'OAM en fonction de la longueur de l'arc du cercle d'extraction utilisé, à la fréquence de 30 GHz. (a) Lame de phase spirale. (b) Lame de phase percée</i>	91
<i>Figure 3.15 : Estimation des modes d'OAM en fonction de la rotation d'un arc de cercle d'extraction pour les deux antennes réalisées et une fréquence <math>f = 30</math> GHz. (a) 80% du cercle complet. (b) 25% du cercle complet.</i>	92
<i>Figure 3.16 : Estimation des modes d'OAM pour la lame de phase spirale (en gris) et la lame de phase percée (en noir), sur une bande de fréquence allant de 28 à 40 GHz avec un pas de 10 MHz. Les cercles d'extractions sont centrés sur le minimum d'intensité (a) ou sur l'axe de l'antenne d'émission (b).</i>	93
<i>Figure 3.17 : Estimation des modes d'OAM pour la lame de phase spirale, sur une bande de fréquence allant de 28 à 40 GHz. Cercle centré sur l'axe de l'antenne d'émission (a) et sur la position moyenne du minimum d'intensité (b)</i>	94
<i>Figure 3.18 : Estimation des modes d'OAM pour la lame de phase spirale (en gris) et pour la lame de phase percée (en noir), sur une bande de fréquence allant de 28 à 40 GHz. Trois cercles sont utilisés,</i>	

<i>correspondants à des ouvertures de 10° (28 à 32 GHz), 9° (32 à 36 GHz) et 8° (36 à 40 GHz).</i>	95
<i>Figure 3.19 : Exemple de décomposition de LG en HG, pour un mode <math>\ell=1</math>.</i>	97
<i>Figure 3.20 : Propagation d'une onde OAM <math>\ell=1</math> après réflexion sur une surface réfléchissante plane. (a) Répartition de l'énergie. (b) Distribution de phase de 0 à <math>2\pi</math>.</i>	99
<i>Figure 3.21 : Représentation géométrique de la réflexion (incidence oblique) d'une onde OAM sur une surface plane.</i>	99
<i>Figure 3.22 : Modification de la divergence du faisceau lors de la réflexion avec incidence normale sur une surface courbe concave (a), plane (b) et convexe (c).</i>	100
<i>Figure 3.23 : Réflexion avec incidence normale d'une onde de charge topologique <math>l=1</math> sur un cylindre concave (rayon de courbure 5 m) à la fréquence de 2.45 GHz. (a) Répartition de l'énergie et (b) Distribution de phase de 0 à <math>2\pi</math>.</i>	100
<i>Figure 3.24 : Estimation des modes pour une onde de charge topologique <math>\ell=1</math> avec (trajet direct) et sans (trajet réfléchi) réflexion sur un cylindre de hauteur infinie.</i>	101
<i>Figure 3.25 : Réflexion avec incidence de 60° d'une onde de charge topologique <math>\ell=1</math> sur une sphère de 15 m de rayon. (a) Répartition de l'énergie et (b) Distribution de phase de 0 à <math>2\pi</math>.</i>	102
<i>Figure 3.26 : Estimation des modes pour une onde de charge topologique <math>\ell=1</math> avec (trajet direct) et sans (trajet réfléchi) réflexion sous incidence oblique sur une sphère de 5 m (a) et 15 m (b) de rayon.</i>	102
<i>Figure 3.27 : Configuration de la scène considérée, avec un trajet direct (trait continu) et un trajet réfléchi (trait pointillé).</i>	103
<i>Figure 3.28 : Figure d'interférence entre un faisceau direct et un faisceau réfléchi avec incidence de 60° sur une sphère concave de 5 m de rayon. (a) Répartition de l'énergie et (b) Distribution de phase de 0 à <math>2\pi</math>.</i>	103
<i>Figure 3.29 : Estimation des modes d'OAM pour une combinaison entre un trajet direct et un trajet réfléchi.</i>	103



# Introduction Générale

## Contexte et motivations de l'étude

Une onde électromagnétique est définie par son amplitude, son vecteur d'onde, sa fréquence et son moment angulaire. Ce dernier peut être séparé en deux parties :

- Le moment angulaire de spin, associé à la polarisation circulaire de l'onde,
- Le moment angulaire orbital, qui représente la distribution spatiale et dépend du gradient des champs.

Cette dernière caractéristique n'a vraiment attiré l'attention de la communauté scientifique qu'à partir de 1992 [1], et en optique [2]. Plus récemment, en 2007, le moment angulaire orbital a été proposé comme nouvelle diversité des ondes électromagnétiques pour les transmissions radio, pouvant s'ajouter à celles déjà utilisées [3]. En effet, il est possible de contrôler l'excitation de ce moment, indépendamment de l'amplitude, de la polarisation et de la fréquence.

Depuis, que ce soit en optique ou en micro-ondes, de nombreuses études ont eu lieu sur le sujet [2], parmi lesquelles :

- Le transfert de ce moment d'une onde à un objet [4]–[8],
- La présentation, dans le domaine radio, de nouvelles techniques pour le générer [9]–[12],
- L'utilisation du moment angulaire orbital comme une nouvelle diversité, en optique [13] et en micro-ondes [14], [15].

Ce dernier point est encore l'objet d'un large débat pour déterminer s'il s'agit véritablement d'une nouvelle diversité, ou d'une façon différente de faire du MIMO (Multiple Input – Multiple Output) [16]–[18], et a attiré l'attention même en dehors des milieux scientifiques [19].

De nombreuses questions se posent autour de l'utilisation du moment angulaire orbital, parmi lesquelles :

- Comment générer ce moment dans le domaine radio ?
- Comment une onde portant du moment angulaire orbital se propage-t-elle ?
- Comment interagit-elle avec son environnement ?

Pour y répondre, pouvoir profiter des avancées dans deux domaines différents, l'optique et la radio, est un formidable atout. En effet, chacun possède des capacités et des limitations qui lui sont propres, au niveau de la facilité de manipulation par exemple, ou de la quantité d'informations disponible par mesure directe. Il s'agit donc de rapprocher ces deux domaines qui n'ont pas forcément l'occasion de travailler ensemble habituellement (à l'exception notable des TéraHertz). Le double encadrement de ce travail de thèse en est une parfaite illustration, avec deux enseignants-chercheurs venant chacun d'un de ces deux domaines : O. Emile pour l'optique, C. Brousseau pour la radio.

Ce travail de thèse se trouve donc à la frontière entre ces deux domaines, et s'adresse aux deux communautés. Certaines notions qui peuvent sembler évidentes d'un côté ne le sont pas forcément de l'autre, et trouver le bon équilibre a été une tâche parfois ardue.

### **Objectifs et contributions**

Les travaux présentés dans cette thèse s'intéressent à certains aspects bien précis de l'utilisation du moment angulaire orbital : génération, propagation, détection et interactions avec l'environnement.

Le premier axe porte sur les interactions avec l'environnement, à travers la mise en évidence du moment angulaire orbital pour les ondes électromagnétique dans le domaine radio. A cette fin, un système expérimental a été mis en place afin de pouvoir visualiser le transfert de ce moment d'une onde à un objet, selon le principe de la conservation des moments.

Le deuxième et principal axe de travail s'attaque lui au problème de la génération de moment angulaire orbital, et plus particulièrement à la conception de systèmes antennaires dans le domaine radio. Pour cela, nous avons choisi de nous baser sur le travail effectué depuis plusieurs années en optique, afin de profiter de leur expérience et de la transposer dans le domaine radio. Deux systèmes antennaire ont ainsi été réalisés dans le cadre de cette thèse, suivant le principe « source + élément transformateur ». Ces deux systèmes ont été conçus pour générer une onde possédant une charge topologique  $\ell$  égale à 1. Tous deux ont été simulés, réalisés, et mesurés en chambre anéchoïque.

Le troisième axe concerne l'analyse de la propagation des ondes possédant une charge topologique non-nulle, et la manière de les détecter. En effet, du fait de la structure annulaire de telles ondes, des questions se posent quant aux déformations qu'elles peuvent subir de la part de l'environnement. De nouvelles contraintes se posent aussi au niveau de la réception, l'information de phase étant pour ces ondes répartie spatialement et non plus seulement temporellement.

Deux aspects de ces problématiques sont présentés :

- La réflexion d'une onde portant du moment angulaire orbital sur une surface métallique, plane dans un premier temps, puis courbée. Là encore, les méthodes venues de l'optique ont été mises à contribution.
- L'importance de l'échantillonnage du front d'onde pour évaluer correctement la charge topologique en réception. Pour cela, les données obtenues lors des mesures en chambres de systèmes antennaires ont pu être utilisées.

Différents outils numériques ont été développés pour estimer la charge topologique d'une onde au niveau de son front d'onde, mais aussi les déformations apportées par une réflexion.

## Organisation du document

Ce manuscrit est constitué de trois grands chapitres, articulés autour des trois axes de travail définis précédemment.

Le premier chapitre pose les bases théoriques permettant de comprendre ce qu'est le moment angulaire orbital. Partant de formules connues en mécanique, l'analogie est faite avec les équations de champs des ondes électromagnétiques afin de présenter le concept de moment linéaire et angulaire de ces ondes. Un cas concret de conservation des moments entre une onde électromagnétique et un objet (un anneau de cuivre), réalisé dans le cadre de ce travail de thèse, est ensuite présenté et interprété.

Le deuxième chapitre présente les principales techniques utilisées en optique, puis en radio, pour générer du moment angulaire orbital. Deux nouveaux systèmes antennaires, réalisés dans le cadre de ce travail de thèse, sont ensuite présentés. Le premier est constitué d'une antenne cornet et d'une lame de phase spirale. Il s'agit d'une inspiration directe de ce qui se fait en optique, mais avec des contraintes bien différentes. Le second est une lame de phase avec un gradient d'indice, associée aussi avec une antenne cornet. Ces deux systèmes ont été simulés, réalisés puis mesurés en chambre anéchoïque.

Le troisième chapitre est consacré à la propagation et la détection des ondes portant du moment angulaire orbital. Dans un premier temps, un état de l'art des méthodes utilisées pour déterminer la charge topologique d'une onde est présenté, suivie des études réalisées à ce sujet lors de ce travail de thèse. L'influence des différents paramètres d'échantillonnage du front d'onde sur la détection de la répartition de la phase est ensuite étudiée. Dans un second temps, une première approche de l'étude de la propagation (et plus particulièrement de la réflexion) d'onde portant du moment angulaire orbital est avancée.



# Chapitre 1

## Qu'est-ce que le Moment Angulaire Orbital ?

### Sommaire

---

Chapitre 1	<b>Qu'est-ce que le Moment Angulaire Orbital ?</b>	<b>5</b>
<b>1.1</b>	<b>Moments et quantité de mouvement</b>	<b>6</b>
1.1.1	Les moments en mécanique classique	6
1.1.2	Moment d'une onde électromagnétique	6
1.1.2.1	Le moment linéaire : vecteur de Poynting	6
1.1.2.2	Le moment angulaire : OAM et polarisation	7
1.1.3	Conservation des moments	10
1.1.3.1	Interactions entre une onde polarisée et un objet, transfert de SAM	11
1.1.3.2	Interactions entre une onde portant de l'OAM et un objet	13
<b>1.2</b>	<b>Mise en évidence expérimentale de l'OAM dans le domaine radio</b>	<b>13</b>
1.2.1	Présentation de l'expérimentation réalisée	14
1.2.1.1	La source : une antenne tourniquet	14
1.2.1.2	Le détecteur : un anneau de cuivre	16
1.2.1.3	Equations de champs et potentiel vecteur	17
1.2.1.4	Expression du moment angulaire au niveau du détecteur	20
1.2.1.5	Résultats de simulation	22
1.2.2	Expérimentations	25
1.2.2.1	Résultats de mesure	27
1.2.2.2	Couple induit par le transfert d'OAM	28
1.2.3	Commentaires sur le mécanisme de transfert	29
<b>1.3</b>	<b>Conclusion du chapitre</b>	<b>31</b>

## 1.1 Moments et quantité de mouvement

La notion de quantité de mouvement (« moment » en anglais) est une notion liée à la mécanique classique et n'est pas propre aux ondes électromagnétiques. Cette grandeur est liée à l'invariance d'espace par translation ou par rotation, c'est-à-dire la ou les grandeurs qui se conservent en l'absence d'actions extérieures. Si l'on cherche une image simple voire simpliste, il s'agit de la possibilité pour une force de mettre en mouvement un objet quelconque. En l'absence de champ magnétique, cette notion peut dans la plupart des cas être confondue avec celle de « moment linéaire » lors d'une translation, et celle de « moment angulaire » lors d'une rotation.

Après une rapide présentation de cette notion en mécanique classique, elle sera présentée pour les ondes électromagnétiques. Par la suite, un vecteur est représenté par une lettre en gras (e.g.  $\mathbf{E}$  représente le vecteur champ électrique).

### 1.1.1 Les moments en mécanique classique

La seconde loi de Newton, ou « principe fondamental de la dynamique de translation », a été publiée en 1687. Elle énonce que pour un corps de masse  $m$  constante, l'accélération subie par ce corps dans un référentiel galiléen est proportionnelle à la résultante des forces qu'il subit, et inversement proportionnelle à sa masse  $m$ . Une forme plus générale consiste à dire que la force est égale aux changements de quantité de mouvement par unité de temps :

$$\sum \mathbf{F}_i = \frac{d\mathbf{p}}{dt}, \quad (1-1)$$

où  $\mathbf{F}_i$  désigne les forces exercées sur l'objet, et  $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$  est la quantité de mouvement égale au produit de sa masse  $m$  et de sa vitesse  $\mathbf{v}$ .

Le moment angulaire (aussi appelé moment cinétique) d'un point  $M$  est le moment de la quantité de mouvement  $\mathbf{p}$  par rapport à un point  $O$ . Il joue donc un rôle similaire au moment linéaire, mais dans le cas d'une rotation. On retrouve ces deux notions concernant les ondes.

### 1.1.2 Moment d'une onde électromagnétique

#### 1.1.2.1 Le moment linéaire : vecteur de Poynting

Le vecteur de Poynting est un vecteur dont la direction indique le sens de propagation d'une onde électromagnétique en l'absence de moment angulaire, et dont l'intensité est égale à la densité de puissance de l'onde. Il est exprimé en  $\text{W}/\text{m}^2$  et est défini par :

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}, \quad (1-2)$$

où  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{H}$  représentent respectivement les champs électrique et magnétique.

La quantité de mouvement  $\mathbf{p}$  s'exprime alors pour un photon :

$$\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}, \quad (1-3)$$

où  $k$  représente le nombre d'onde et  $\hbar$ , la constante de Planck réduite ou « quantum d'action »

### 1.1.2.2 Le moment angulaire : OAM et polarisation

Dès 1909, Poynting [20] émet l'hypothèse qu'une onde électromagnétique (EM) polarisée circulairement transporte un moment angulaire. Son raisonnement est basé sur une analogie entre un modèle purement mécanique – l'axe d'une section circulaire suivant une rotation uniforme – et un faisceau de lumière polarisé circulairement. Il en conclut alors que le moment angulaire délivré par unité de surface et par seconde est :

$$\frac{P\lambda}{2\pi} \quad (1-4)$$

où  $P$  est la pression de radiation exercée sur une surface par une onde de longueur  $\lambda$ . En notation actuelle, cela revient à écrire que ce moment angulaire est égal à  $\sigma \hbar$ , avec  $\sigma = \pm 1$  pour respectivement, une polarisation circulaire gauche et droite.

Cette composante du moment angulaire est appelée « Moment Angulaire de Spin » ou SAM (Spin Angular Momentum), parce qu'associée au spin du photon. Pour simplifier, ce spin peut être visualisé par une rotation du photon sur lui-même, autour de son axe. Il ne peut donc exister que deux valeurs  $\sigma$  correspondant chacune à un sens de rotation [21]. Comme il n'est pas nécessaire de disposer d'un repère extérieur au photon, le SAM est aussi appelé moment angulaire intrinsèque.

Il existe un second type de moment angulaire, qui est défini par rapport à un repère externe au photon : il s'agit donc d'un moment angulaire extrinsèque. Il peut être représenté par une mise en orbite du photon autour d'un point. D'où son nom de « moment angulaire orbital » ou OAM (Orbital Angular Momentum)<sup>1</sup>. On retrouve l'équivalence entre signe et sens de rotation, mais cette fois-ci la valeur est liée à la vitesse de rotation, i.e. à un nombre de saut de  $2\pi$  par période. Il peut donc en théorie en exister une infinité.

En 1992, une équipe de l'université de Leiden [1] se penche à nouveau sur le sujet, et plus précisément sur le transport de moment angulaire orbital par un faisceau gaussien. En particulier, ils se sont intéressés aux modes de Laguerre-Gauss, définis par les polynômes du même nom et qui possèdent dans leur expression un terme variant  $e^{-il\theta}$ ,  $l$  étant la

---

<sup>1</sup> Il existe une subtilité à ce niveau : il est en effet possible de définir de l'OAM intrinsèque en changeant le point d'application de la force. Cela n'est cependant pas pertinent dans le cadre de ce travail de thèse et ne sera donc pas présenté plus en détail.

charge topologique de l'onde ou ordre ou index azimutal, ou encore index de roulis, et  $\theta$  l'angle de roulis<sup>2</sup> comme présenté à la figure 1.1.

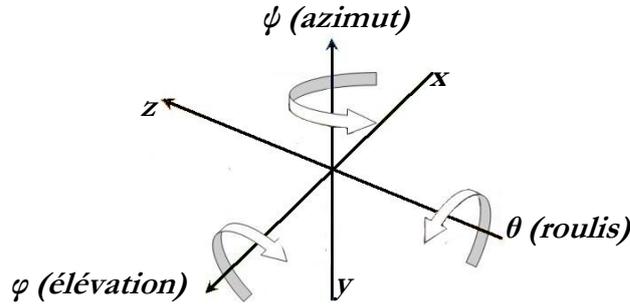


Figure 1.1 : Définition des angles pour la suite du document.

Dans ce cas,  $\ell$  intervient directement dans l'expression de l'OAM porté par le faisceau : plus exactement, ce dernier serait de  $\ell\hbar$  par photon, à mettre en correspondance avec le  $\sigma\hbar$  du moment angulaire de spin, et le  $\hbar k$  de la quantité de mouvement. Les vecteurs de Poynting associés à un faisceau de Laguerre-Gauss polarisé linéairement sont représentés (en champ proche et sans tenir compte de la divergence du faisceau) en figure 1.2,  $\ell$  étant lié au nombre de spirales. Ils ne sont alors pas dans la direction de propagation, mais tournent autour.

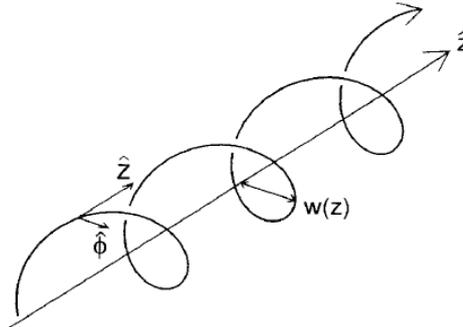


Figure 1.2 : Courbe en spirale représentant les vecteurs de Poynting d'un faisceau LG de rayon  $w(z)$  [20].

Quelques années plus tard, ce phénomène est observé expérimentalement par une mesure de la distribution de l'intensité et de la phase [1], [22]. Une onde EM portant de l'OAM peut donc être décomposée (comme toute onde EM, dans le cadre de l'approximation paraxiale) en une somme de faisceaux de Laguerre-Gauss (faisceaux LG), notés  $LG_p^\ell$ , où  $(p + 1)$  correspond au nombre d'anneaux (le nombre de maximum selon le rayon) [23]. Ces faisceaux, qui forment une base, sont déterminés par :

$$LG_p^\ell(r, \theta, z) \propto e^{jkz} e^{-\frac{r^2}{2R}} e^{-\frac{r^2}{w^2}} e^{j(2p+\ell+1)\zeta} e^{-j\ell\theta} (-1)^p \left(\frac{r\sqrt{2}}{w}\right)^\ell L_p^\ell\left(\frac{2r^2}{w^2}\right), \quad (1-5)$$

<sup>2</sup> Il est plus habituel de parler d'azimut, et pas de roulis. Cette modification est motivée par un souci d'harmonisation des termes tout au long du document. En micro-ondes, trois termes peuvent être utilisés pour définir un angle en coordonnées, en fonction du repère : azimut, élévation et roulis.

où  $R$  est le rayon de courbure du front d'onde,  $(r; \theta; z)$ , le système de coordonnées,  $\zeta$ , la phase de Gouy,  $L_p^\ell$ , le polynôme de Laguerre généralisé, et  $w$ , le « waist » du faisceau. En optique, le « waist » d'un faisceau gaussien est défini comme étant le point où l'intensité n'est plus que  $1/e^2$  de sa valeur dans l'axe. Dans le domaine radio, on utilise plutôt la notion d'ouverture à -3 dB (HPBW - Half-Power Beam Width), qui est égale à l'angle d'ouverture pour lequel l'intensité n'est plus que la moitié de celle dans l'axe. Ces deux valeurs peuvent être reliées par la relation suivante :

$$HPBW = \frac{2\lambda}{\pi w}. \quad (1-6)$$

De plus, si un faisceau LG ne possède qu'un seul maximum selon le rayon ( $p = 0$ ), alors le polynôme de Laguerre  $L_0^\ell$  est égal à 1 et l'équation (1-5) peut-être simplifiée en :

$$LG_0^\ell(r, \theta, z) \propto e^{-jk\frac{r^2}{2R}} e^{-\frac{r^2}{w^2}} e^{-j(\ell+1)\zeta} e^{-j\ell\theta} \left(\frac{r\sqrt{2}}{w}\right)^\ell, \quad (1-7)$$

Pour un ordre  $\ell = 0$ , on retrouve une distribution gaussienne. Pour toute autre valeur de  $\ell$ , l'énergie est répartie sous la forme d'un anneau (« donut ») centré sur l'axe du faisceau. Le paramètre  $(r\sqrt{2}/w)^\ell$  est responsable de la variation de diamètre de ce « donut » en fonction de  $\ell$ . Pour deux ondes ne différant que par leur valeur de  $\ell$ , ces diamètres sont reliées par un rapport  $(\sqrt{2})^\ell$ .

Dans la réalité, un faisceau est constitué d'une somme de plusieurs modes plus ou moins dominants. Cette impureté a des conséquences sur la forme du faisceau, qui est plus ou moins proche de celle d'un faisceau idéal. Considérons par exemple trois configurations différentes d'une onde d'ordre d'OAM  $\ell = 1$  (figure 1.3) : un mode pur (colonne de gauche) et deux modes impurs avec une proportion du mode  $\ell = 1$  de 77%, avec (deuxième colonne) et sans (troisième colonne) présence du mode  $\ell = 0$ . Pour des raisons de visibilité, les échelles sont normalisées pour les trois figures.

Pour le mode pur  $\ell = 1$ , la répartition annulaire de l'énergie est bien visible, tout comme la distribution de phase allant de 0 à  $2\pi$  selon l'angle de roulis  $\theta$ . Pour les deux modes impurs, un déséquilibre de la répartition d'énergie peut être observé, avec un effet beaucoup plus important en présence du mode  $\ell = 0$ . De plus, ce dernier induit aussi un léger offset du minimum d'intensité par rapport à l'axe de propagation. Un trait vertical blanc permet de mieux le visualiser.

L'existence de ce décalage peut s'expliquer simplement : une onde ne portant pas d'OAM va apporter de l'énergie au centre du faisceau, autour de l'axe de propagation. Sa phase étant constante, il existe un ou plusieurs angles  $\theta$  pour lequel des interférences, destructrices ou constructrices, vont se produire avec les ondes de modes  $\ell$  non nuls.

Par exemple, pour un mode  $\ell = 1$ , il existe un unique angle  $\theta$  où les interférences sont destructrices, et un second angle  $\theta + \frac{\pi}{2}$  où ces interférences sont constructives (figure 1.3-c).

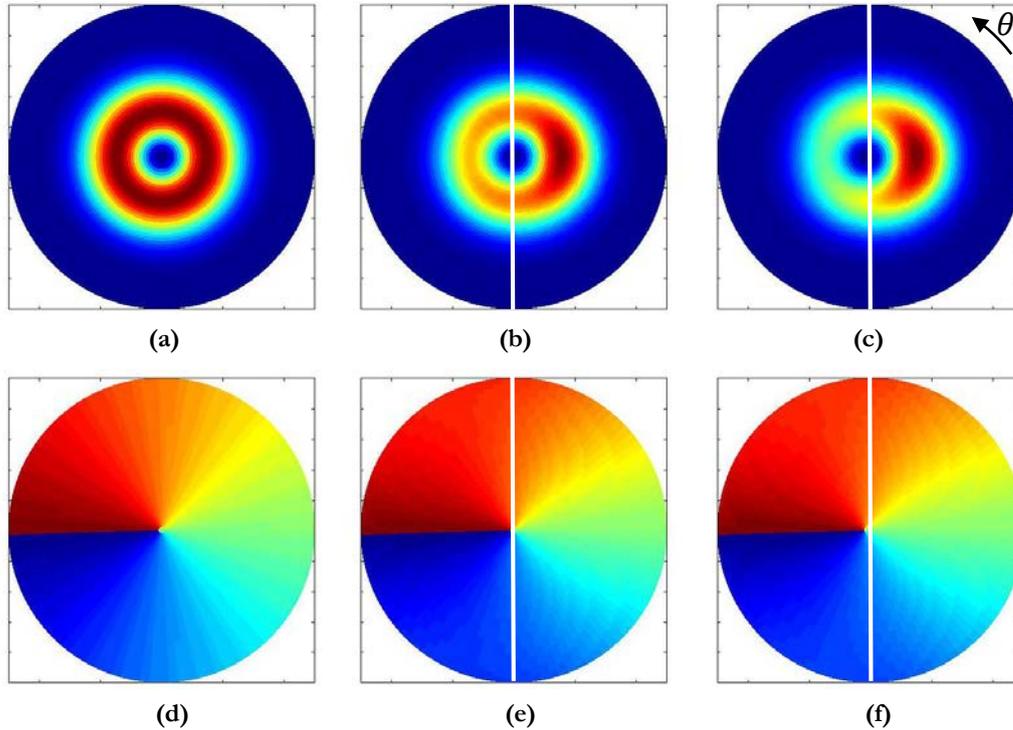


Figure 1.3 : Représentation d'un mode pur  $\ell = 1$  (première colonne), et d'un mode impur  $\ell = 1$  avec (deuxième colonne) et sans (troisième colonne) inclusion d'un mode  $\ell = 0$ , la proportion des autres modes restant identique. Le trait vertical blanc passe par l'axe du faisceau. Première ligne : Répartition de l'énergie, avec la forme caractéristique en « donut » plus ou moins perturbée. Deuxième ligne : distribution de phase allant de  $0$  à  $2\pi$ .

### 1.1.3 Conservation des moments

En mécanique, la conservation des moments est directement liée au principe fondamental de la dynamique de Newton (1-1) : si un système est isolé, sa masse est donc constante et on peut écrire que :

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{0}, \quad (1-8)$$

où  $\mathbf{0}$  est le vecteur nul. La quantité de mouvement  $\mathbf{p}$  est alors constante. On considère un objet de masse  $m_1$  et de vitesse  $\mathbf{v}_1$ , entrant en collision avec un objet de masse  $m_2$  de vitesse  $\mathbf{v}_2$ , dans une zone de l'espace petite devant les distances parcourues par ces objets. Si cet ensemble est supposé isolé, il y a conservation de la quantité de mouvement et on peut écrire, dans le cas d'un choc élastique (conservation de l'énergie cinétique totale) :

$$\frac{1}{2} m_1 \mathbf{v}'_1{}^2 = \frac{1}{2} m_1 \mathbf{v}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \mathbf{v}_2^2, \quad (1-9)$$

où  $\mathbf{v}'_1$  représente le nouveau vecteur vitesse de l'objet 1.

Cette conservation des moments se retrouve lors d'interactions entre ondes et matières. L'exemple de la pression de radiation [24], [25] en est une belle illustration. Une façon (très simpliste mais très visuelle) de se la représenter est d'imaginer une multitude de photons plus ou moins énergétiques venant frapper une surface comme autant de ballons venant frapper un objet avec plus ou moins de force. La déviation de la queue d'une comète, qui pointe toujours dans la direction opposée au soleil, est une conséquence directe de ce phénomène [26].

### 1.1.3.1 Interactions entre une onde polarisée et un objet, transfert de SAM

Le moment angulaire est également conservé dans une interaction onde matière. La première mise en évidence du transfert de moment angulaire d'une onde à un objet a été rapportée en 1936 [27]. Le montage utilisé est présenté à la figure 1.4. Le principe est le suivant : la lumière provenant d'un filament de tungstène est polarisée circulairement à gauche ou à droite selon la position de la plaque B (figure 1.4-b). Le rayon incident change de circularité en traversant la lame biréfringente W, puis retrouve une polarisation linéaire en traversant la plaque M. Il est alors réfléchi par la plaque T avant de traverser à nouveau la lame W avec une polarisation circulaire inverse. Ce double passage permet d'augmenter le couple induit en exploitant au maximum l'énergie contenue dans le système : il y a donc un transfert de  $4\hbar$  par photon (passage de  $\hbar$  à  $-\hbar$  répété deux fois).

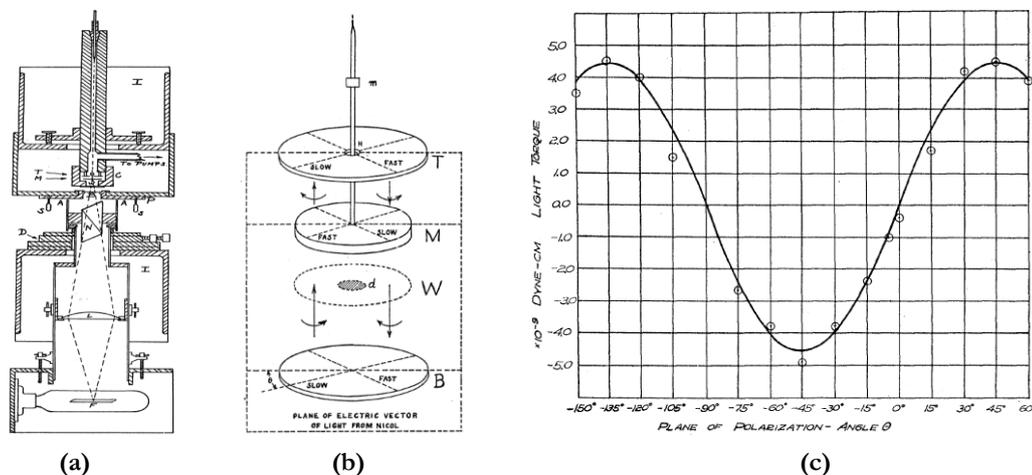


Figure 1.4 : Montage expérimental complet (a) tel que proposé par Beth [27], zoom sur la partie centrale (b) et résultats de mesures (c).

Depuis cette manipulation, un paradoxe a été soulevé [28] : en effet, des considérations simples semblent montrer que la quantité globale de SAM échangée est nulle, le vecteur de Poynting étant parallèle à l'axe de propagation. Il a depuis été élucidé [29]–[31], en considérant d'une part la contribution de la diffraction sur les bords de la plaque, dans le cas d'une onde plane infinie et d'une lame de taille finie, et d'autre part l'existence de composantes non-parallèles à l'axe de propagation dans un faisceau gaussien, dans le cas d'un faisceau de taille finie.

A ce jour, deux mécanismes permettent d'expliquer le transfert de SAM : le premier est lié à l'absorption, le second est lié à la diffraction et retrouvé dans le cas des particules biréfringentes.

Cela ne change en rien les résultats expérimentaux, visibles à la figure 1.4-c. Une dépendance du couple induit par la polarisation du faisceau lumineux incident avec l'inclinaison de plan de polarisation peut-être observée. Cette manipulation est à la base de l'étude du transfert de SAM de la lumière à la matière, et du transfert de moment angulaire d'une onde électromagnétique à un objet en général. Elle a depuis été reproduite avec du matériel récent [32], pour des observations et conclusions similaires.

Quelques années plus tard (en 1949), Carrara a mis en évidence le transfert du moment angulaire à un objet macroscopique pour des ondes centimétriques [33]. Le principe est le même que celui de Beth : une onde polarisée circulairement dans un sens ou dans l'autre fait tourner un objet dans le sens correspondant. Cependant, le mécanisme de transfert est différent (il s'agit ici d'un matériau absorbant).

Un des points importants lié à cette expérimentation est que le couple induit dépend directement de la longueur d'onde (1-4). Ainsi, plus cette dernière est élevée, plus le couple est grand et facilement détectable.

Cette expérimentation en micro-onde est qualitative, notamment parce que la valeur des vecteurs de Poynting est alors assez incertaine de l'aveu même de l'auteur. Cependant, d'un point de vue qualitatif, elle est très intéressante ne serait-ce que par le changement d'échelle. Le principe expérimental utilisé est le suivant : l'onde commence par traverser un guide de section rectangulaire, puis un second, circulaire cette fois-ci. Une partie de ce dernier contient une plaque de paraffine qui est capable de tourner sur son axe. A son extrémité, un système de miroir permet de visualiser la rotation induite. Ensuite, le principe est exactement le même que le montage utilisé pour les ondes lumineuses [27].

Toujours dans la même gamme de fréquences, Allen présente en 1966 [34], la mise en rotation d'un dipôle suspendu dans un guide d'onde circulaire et illuminé par une onde polarisée circulairement. De plus, il est possible de mesurer une très légère diminution de la fréquence de l'onde diffractée par le dipôle, égale à deux fois la fréquence de rotation de ce dernier. Cela correspond à une perte de l'énergie nécessaire pour permettre la mise en mouvement [35]. Cependant, la variation de fréquence étant très faible, il est quasiment impossible de la mesurer.

D'autres expérimentations ont été réalisées depuis avec des objets beaucoup plus petits (microscopique ou submicroscopique), mais en optique uniquement [36]–[38].

### 1.1.3.2 Interactions entre une onde portant de l'OAM et un objet

Des expérimentations similaires ont été réalisées dans le but de mettre en mouvement un objet grâce à l'OAM. Elles ont toutes eu lieu en optique et impliquent des microparticules [5], [6], [39], des condensats de Bose-Einstein [7] voir des atomes [8]. Dans la plupart des cas, il s'agit d'un transfert par absorption.

Dans un article de 1987 [40], Vul'fson propose de mesurer le couple induit par le transfert d'OAM dans le domaine radio en utilisant un pendule de torsion. La manipulation n'avait cependant jamais été rapportée jusqu'à présent, mais a été réalisée dans le cadre de ce travail. La prochaine partie lui est consacrée.

## 1.2 Mise en évidence expérimentale de l'OAM dans le domaine radio

Le montage expérimental proposé par Vul'fson [40], est présenté à la figure 2.2. Ses deux éléments principaux sont :

- La source : elle est constituée de deux dipôles croisés à  $90^\circ$  (aussi appelée « antenne tourniquet »). Les deux dipôles sont alimentés avec un signal identique en amplitude et en fréquence, mais avec une différence de phase de  $+\frac{\pi}{2}$  ou  $-\frac{\pi}{2}$
- Le détecteur : il s'agit d'un anneau métallique qui doit se mettre en mouvement lorsque l'onde transportant de l'OAM est transmise par les 2 dipôles.

Les autres éléments sont présents pour assurer une suspension de l'anneau dans l'air, avec le moins de frottements possibles, et pour permettre de mesurer la mise en rotation de l'anneau (respectivement, les filaments de quartz et le miroir.)

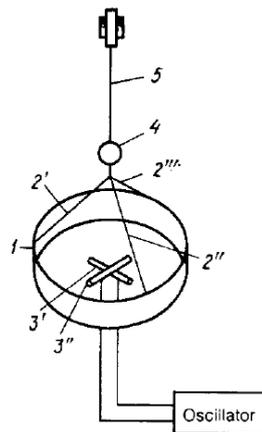


Figure 1.5 : Montage expérimental proposé par Vul'fson [40]. 1 - Détecteur. 2 - Suspension de l'anneau. 3 - Dipôles. 4 - Miroir. 5 - Filament de quartz.

A notre connaissance, cette expérimentation n'a jamais dépassé le stade de la proposition et n'a donc jamais été réalisée.

Cette partie abordera dans un premier temps, la présentation des équations de champs,

mais aussi de la conception, la simulation et la caractérisation des différents éléments impliqués. Puis, dans un second temps, nous développerons les résultats de mesures obtenus, ainsi que leur interprétation.

### 1.2.1 Présentation de l'expérimentation réalisée

Un schéma du montage expérimental est présenté à la figure 1.6. Conformément à la proposition de Vul'fson [40], il est constitué d'une source (une antenne tourniquet) et d'un détecteur (un anneau métallique) dont la mise en rotation permettra de mettre en évidence la présence d'OAM. Deux aspects sont présentés dans cette partie. Le premier se concentre sur l'aspect mécanique, avec la conception et la caractérisation des différents éléments du système ; Le second concerne la réflexion sur laquelle se base cette expérimentation.

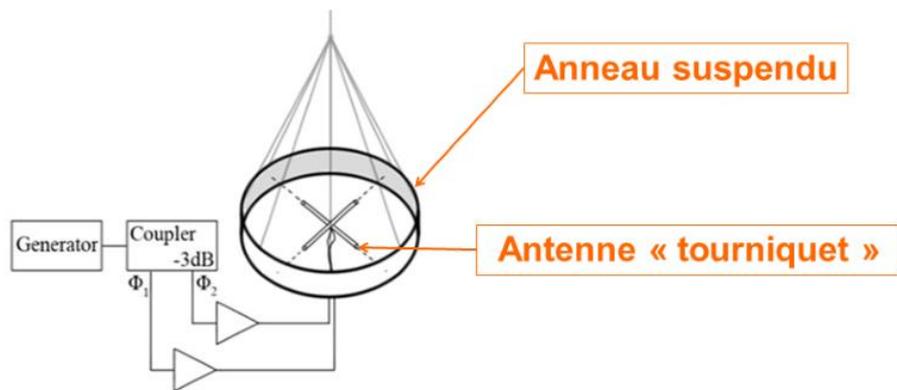


Figure 1.6 : Montage expérimental utilisé.

#### 1.2.1.1 La source : une antenne tourniquet

Le système antennaire utilisé pendant cette expérimentation a été réalisé pendant un stage de Master 1 ayant précédé la thèse [41]. Les caractéristiques mécaniques des deux dipôles composant l'antenne tourniquet sont présentées à la figure 1.7. Ces dipôles sont alimentés à l'aide d'un générateur de signaux sinusoïdaux. Le signal en sortie est alors séparé sur deux voies grâce à un coupleur -3 dB, puis transmis à deux amplificateurs de puissance apportant un gain de 40 dB environ (figure 1.8).

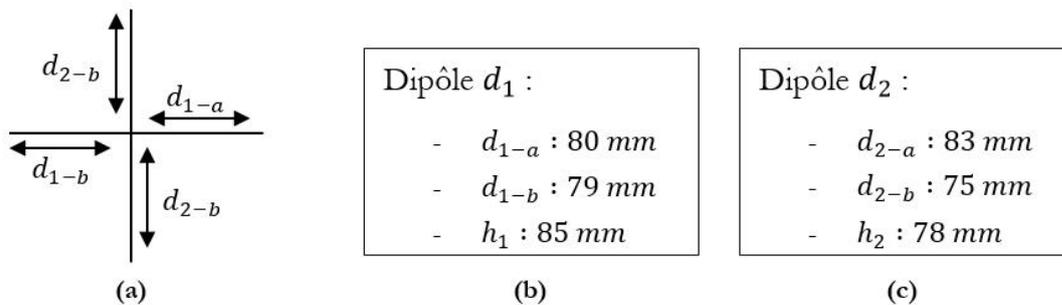


Figure 1.7 : Représentation schématique de l'antenne tourniquet (a) et longueur des brins des dipôles  $d_1$  (b) et  $d_2$  (c). Les longueurs  $h_1$  et  $h_2$  correspondent à la distance des dipôles par rapport au plan de masse.

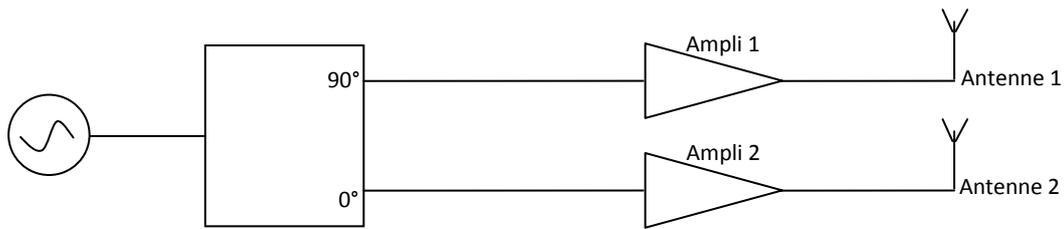


Figure 1.8 : Configuration du système d'alimentation de l'antenne tourniquet, constitué d'un générateur de fréquence, d'un coupleur -3dB et de deux amplificateurs de puissance.

Une photographie du coupleur utilisé est visible à la figure 1.9. La différence de longueur entre les sorties 1 et 2 a été déterminée pour compenser les déphasages supplémentaires induits par les différents câbles et les amplificateurs. L'atténuation apportée par ce coupleur est de l'ordre de 3 dB.

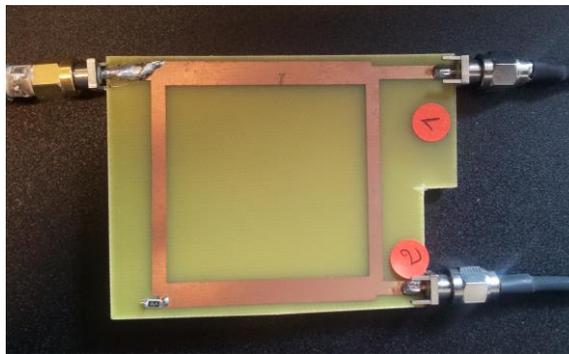


Figure 1.9 : Photographie du coupleur -3 dB réalisé, utilisé en sortie du générateur.

La figure 1.10 présente les variations de gain et de phase en fonction de la fréquence pour les deux voies correspondant aux deux amplificateurs utilisés. Il s'agit donc des signaux qui arrivent en entrée des antennes. En observant la figure 1.10-a, on peut voir que les deux courbes se croisent pour quatre fréquences. Cependant, à ces fréquences, le déphasage entre les signaux n'est pas exactement de  $90^\circ$ . Il a donc fallu faire un compromis entre les valeurs du gain et de la phase, et nous avons finalement choisi de travailler à la fréquence de 870 MHz. La différence de gain entre les deux voies est alors de 0,8 dB, et le déphasage de  $86^\circ$ .

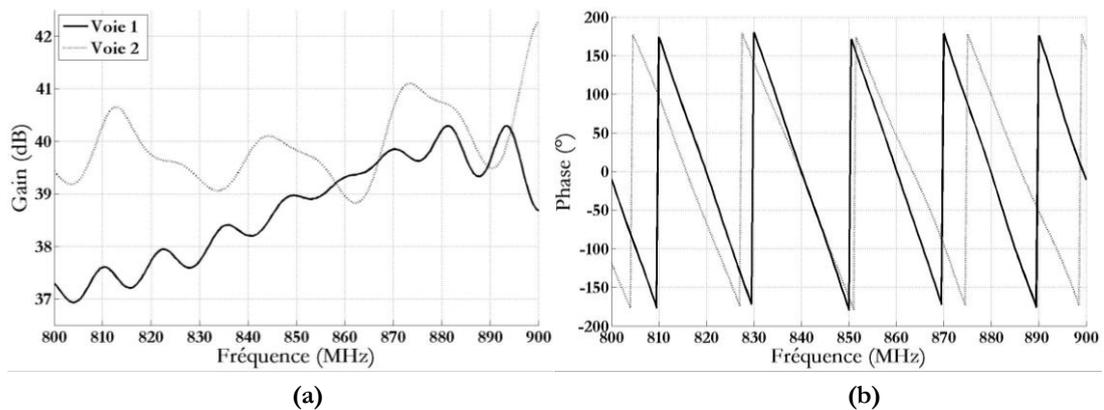


Figure 1.10 : Gain (a) et phase (b) pour les deux voies du système d'alimentation pour un déphasage de  $90^\circ$ .

Finalement, la figure 1.11 présente le taux d'onde stationnaire (TOS) pour les deux dipôles en présence de l'anneau. Encore une fois, les deux dipôles ne possèdent pas exactement la même réponse, mais cette différence peut être considérée suffisamment faible à la fréquence de 870 MHz.

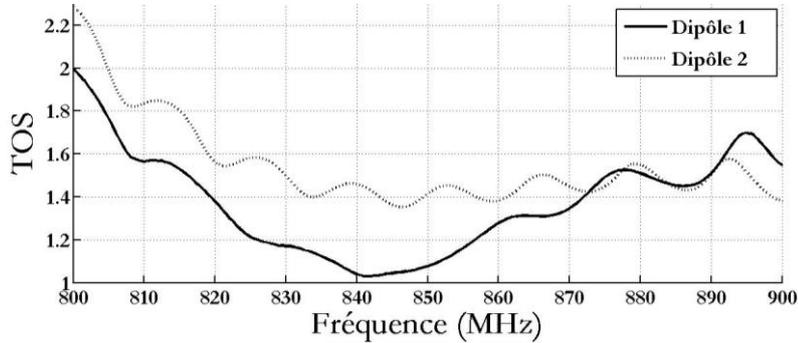


Figure 1.11 : Taux d'onde stationnaire des deux dipôles en présence de l'anneau de cuivre.

Cependant, il faut aussi considérer le cas où les deux dipôles sont alimentés en phase, qui doit servir de témoin (onde possédant une charge topologique nulle). Pour cela, une petite section de câble supplémentaire a été ajoutée pour compenser le déphasage apporté par le coupleur -3dB. Le gain et le déphasage correspondant aux deux voies sont présentés à la figure 1.12. A la fréquence de 870 MHz, cela correspond à une différence au niveau du gain de 0,6 dB, et une différence de phase de  $4,7^\circ$ .

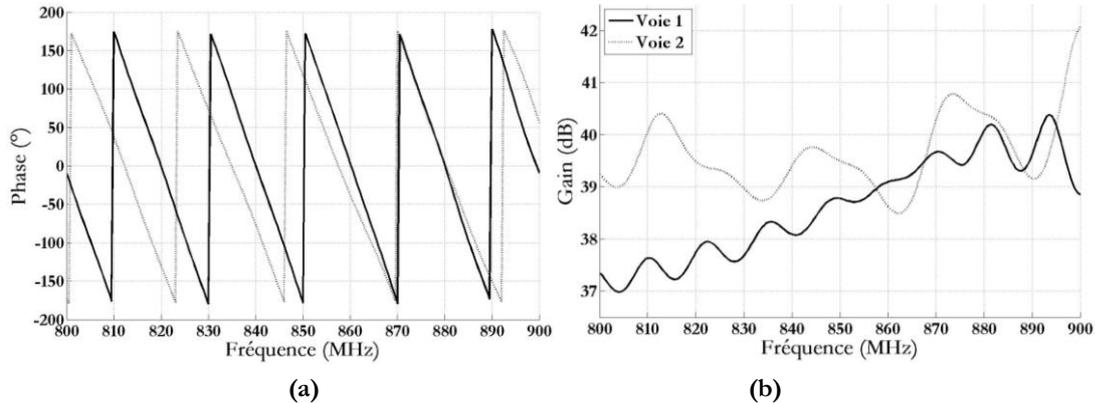


Figure 1.12 : Gain (a) et phase (b) pour les deux voies du système d'alimentation pour un déphasage proche de  $0^\circ$ .

### 1.2.1.2 Le détecteur : un anneau de cuivre

Conformément à la proposition de Vul'fson [40], le détecteur est un anneau métallique. Dans notre cas, il est constitué de deux bandes de scotch de cuivre (de hauteur  $H = 5 \text{ cm}$ ) collées l'une contre l'autre puis reliées de façon à former un cylindre de rayon 15,4 cm. De plus, pour faciliter la mesure de la rotation, une bande de papier millimétré de 3 cm de hauteur a été ajoutée sur la périphérie de sa face extérieure (figure 1.13). L'ensemble est suspendu à 2 m du plafond par 8 fils de coton qui se regroupent pour former un cône de 30 cm.



Figure 1.13 : Photographie d'une section de l'anneau de cuivre utilisé comme détecteur.

Le but de cette expérimentation étant de mesurer le couple du détecteur, la connaissance de son moment d'inertie est indispensable. L'équation (1-10) exprime ce moment d'inertie pour un cylindre de rayon intérieur  $R_1$ , de rayon extérieur  $R_2$ , de hauteur  $h$  et de masse volumique  $\rho$  :

$$J_{\Delta} = \int_{R_1}^{R_2} r^2 (\rho 2\pi r h dr) = 2\rho\pi h \left[ \frac{r^4}{4} \right]_{R_1}^{R_2} = \frac{1}{2} \rho\pi h (R_2^4 - R_1^4), \quad (1-10)$$

Le détecteur est composé de deux cylindres creux de matériaux différents (cuivre et papier). En sachant que l'épaisseur du scotch de cuivre est de  $38 \mu\text{m}$ , que la masse volumique du cuivre à  $20^\circ\text{C}$  est de  $8,96 \text{ g/cm}^3$  et que le grammage du papier est de  $80 \text{ g/m}^2$ , il est possible de calculer la contribution des deux éléments :

$$J_{\text{cuivre}} = 7,83 \times 10^{-4} \text{ kg.m}^2, \quad (1-11)$$

$$J_{\text{papier}} = 0,55 \times 10^{-4} \text{ kg.m}^2, \quad (1-12)$$

Soit un moment d'inertie pour le détecteur complet égal à :

$$J_{\Delta} = 8,38 \times 10^{-4} \text{ kg.m}^2. \quad (1-13)$$

Nous avons pu confirmer ces valeurs en calculant la masse du mobile  $M = \rho\pi h(R_2^2 - R_1^2)$ , égale à  $35,3$  grammes. Cette valeur peut être comparée à celle obtenue grâce à une balance de précision, qui est de  $35,5$  grammes environ.

### 1.2.1.3 Equations de champs et potentiel vecteur

Dans un premier temps, le système est étudié volontairement en champ lointain.

Dans le vide, l'équation en champ lointain d'un dipôle alimenté, et dans le plan de l'antenne s'exprime par [42] :

$$E_{\theta} = \frac{L}{4\epsilon_0 c \lambda} \cdot \frac{\sin(\theta)}{r} \cdot I_0 \cdot e^{j(\omega t - kr)}, \quad (1-14)$$

où  $\lambda$  est la longueur d'onde du champ électrique,  $k$ , le nombre d'onde,  $L$ , la longueur de l'antenne,  $c$ , la vitesse de la lumière,  $\epsilon_0$ , la permittivité du vide,  $\omega$ , la pulsation du courant dans le dipôle,  $I_0$ , son amplitude,  $(r, \theta)$  les coordonnées polaires, et  $j$  le nombre imaginaire pur.

En considérant un premier dipôle alimenté  $d_1$ , et un second dipôle  $d_2$ , alimenté par le même signal mais déphasé de  $+\frac{\pi}{2}$  ou  $-\frac{\pi}{2}$ , nous obtenons le jeu d'équations suivant :

$$E_{\theta,1} = \frac{L}{4 \cdot \epsilon_0 \cdot c \cdot \lambda} \cdot \frac{\sin(\theta)}{r} \cdot I_0 \cdot e^{j \cdot (\omega t - kr)}, \quad (1-15)$$

$$E_{\theta,2} = \frac{L}{4 \cdot \epsilon_0 \cdot c \cdot \lambda} \cdot \frac{\cos(\theta)}{r} \cdot I_0 \cdot e^{j \cdot (\omega t - kr \pm \frac{\pi}{2})}. \quad (1-16)$$

Le champ total  $E_\theta$  dans le plan des antennes est alors la somme de ces deux champs :

$$E_\theta = \frac{-j}{r} \cdot e^{j\theta} \cdot \frac{L}{4 \cdot \epsilon_0 \cdot c \cdot \lambda} \cdot I_0 \cdot e^{j \cdot (\omega t - kr)}. \quad (1-17)$$

Le second terme,  $e^{j\theta}$ , correspond à une variation spatiale de la phase du champ en fonction de l'angle  $\theta$ . Et plus précisément, à une rotation linéaire de la phase dans le plan de l'antenne, de  $+2\pi$  ou  $-2\pi$  en fonction du déphasage relatif du dipôle  $d_2$  (figure 1.14), ce qui correspond à la présence d'une charge topologique  $l = +1$  ou  $l = -1$ .

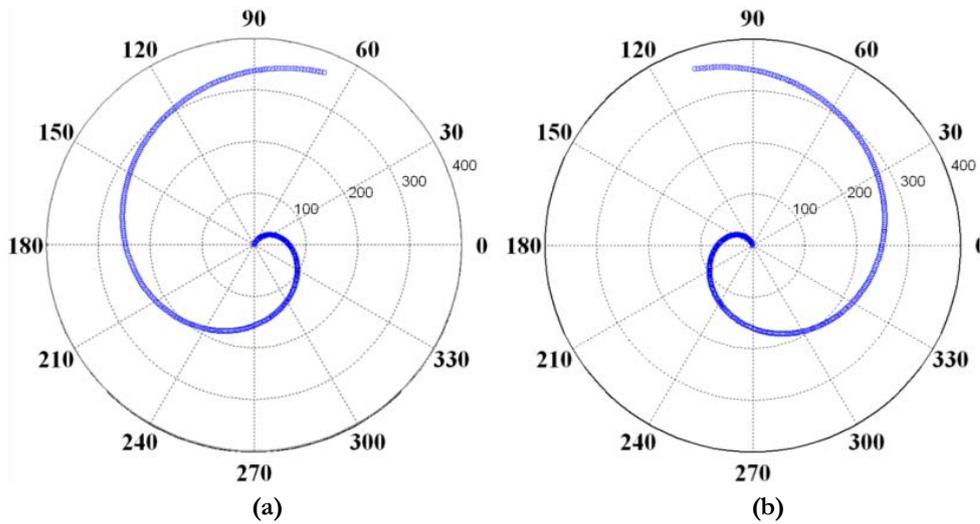


Figure 1.14 : Distribution de phase dans le plan des antennes pour un déphasage relatif du dipôle  $d_2$  par rapport au dipôle  $d_1$  de  $+\frac{\pi}{2}$  (a) et de  $-\frac{\pi}{2}$  (b).

Il est important de noter ici que ces expressions sont valides dans le plan des antennes uniquement, et pas pour une propagation de l'onde en avant des antennes. Ce type d'antenne tourniquet est en effet utilisé habituellement pour générer, dans l'axe, une onde polarisée circulairement [42], [43].

Les relations (1-15) et (1-16) permettent une première approche du phénomène. Cependant, elles sont valides en champ lointain, alors que le détecteur se trouve à environ  $\lambda/2$  (rayon de 15,4 cm pour une longueur d'onde  $\lambda$  de 34,5 cm). Il est donc nécessaire de prendre en compte toutes les composantes du champ, ce qui nous permettra par la suite d'estimer le moment angulaire (total puis orbital) associé. La figure 1.15 présente l'antenne tourniquet et le système de coordonnées dans lequel elle est étudiée dans le cadre

de l'expérimentation. Le potentiel vecteur complexe du dipôle  $d_1$  s'écrit alors [42]:

$$\mathbf{A}_1(M, t) = \frac{-\mu_0 j\omega}{4\pi r} p_0 \cdot e^{j(kr-\omega t)} \mathbf{e}_x, \quad (1-18)$$

où  $\omega$  est la pulsation,  $p_0$ , le moment du dipôle,  $\mu_0$ , la perméabilité du vide,  $k$ , le nombre d'onde et  $r = (\rho^2 + z^2)^{1/2}$ . Dans le plan de l'antenne,  $z = 0$  et donc  $r = \rho$ . En transformant l'équation (1-18) en coordonnées cylindrique, elle devient :

$$\mathbf{A}_1(M, t) = \frac{-\mu_0 j\omega}{4\pi r} p_0 \cdot e^{j(kr-\omega t)} (\cos \theta \mathbf{e}_\rho - \sin \theta \mathbf{e}_\theta), \quad (1-19)$$

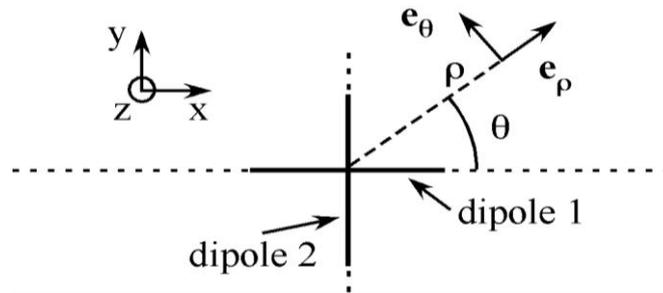


Figure 1.15 : Schéma de l'antenne tourniquet et du système de coordonnées utilisé.

Pour le dipôle  $d_2$ , le potentiel vecteur complexe s'écrit en remplaçant  $\theta$  par  $\theta - \frac{\pi}{2}$ , et en ajoutant un terme de phase  $e^{j\frac{\pi}{2}}$  correspondant au déphasage entre les alimentations :

$$\mathbf{A}_2(M, t) = \frac{-\mu_0 j\omega}{4\pi r} p_0 \cdot j \cdot e^{j(kr-\omega t)} (\sin \theta \mathbf{e}_\rho + \cos \theta \mathbf{e}_\theta). \quad (1-20)$$

Le potentiel vecteur complexe total de l'antenne tourniquet est la somme des équations (1-19) et (1-20), soit :

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_T(M, t) &= \frac{-\mu_0 j\omega}{4\pi r} p_0 \cdot e^{j(kr-\omega t)} \left( e^{j\theta} \mathbf{e}_\rho + e^{j(\theta+\frac{\pi}{2})} \mathbf{e}_\theta \right) \\ &= \frac{-\mu_0 j\omega}{4\pi r} p_0 \cdot e^{j(kr-\omega t)} (\mathbf{e}_\rho + j\mathbf{e}_\theta) e^{j\theta}. \end{aligned} \quad (1-21)$$

Il est donc possible de séparer les contributions selon  $\theta$ , de celles selon  $\rho$  (ou  $r$  dans le plan des antennes). De plus, l'objectif étant d'estimer le moment angulaire orbital du système, seule la partie réelle de l'équation (1-21) nous intéresse :

$$\mathbf{A}_T(M, t) = \frac{\mu_0 \omega}{4\pi r} p_0 [\sin(kr - \omega t + \theta) \mathbf{e}_\rho + \cos(kr - \omega t + \theta) \mathbf{e}_\theta]. \quad (1-22)$$

De la même façon, nous pouvons déterminer le champ magnétique total de l'antenne tourniquet (1-23) en additionnant le champ magnétique correspondant au dipôle  $d_1$  (1-24) à celui correspondant au dipôle  $d_2$  (1-25) :

$$\mathbf{B}_T(M, t) = \frac{-\mu_0 j\omega}{4\pi r^2} p_0 (1 - jkr) e^{j(kr-\omega t)} (\sin \theta - j \cos \theta) \mathbf{e}_z, \quad (1-23)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{B}_1(M, t) &= \frac{-\mu_0}{4\pi} \frac{j\omega}{r^2} p_0 (jkr - 1) e^{j(kr - \omega t)} \mathbf{e}_\rho \times \mathbf{e}_x \\ &= \frac{-\mu_0}{4\pi} \frac{j\omega}{r^2} p_0 (1 - jkr) e^{j(kr - \omega t)} \sin \theta \mathbf{e}_z,\end{aligned}\quad (1-24)$$

$$\mathbf{B}_2(M, t) = \frac{-\mu_0}{4\pi} \frac{j\omega}{r^2} p_0 (1 - jkr) e^{j(kr - \omega t)} j(-\cos \theta) \mathbf{e}_x. \quad (1-25)$$

La partie réelle du champ magnétique total (1-23) est alors :

$$\mathbf{B}_T(M, t) = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\omega}{r^2} p_0 [\cos(kr - \omega t + \theta) - kr \sin(kr - \omega t + \theta)] \mathbf{e}_z. \quad (1-26)$$

Pour le champ électrique, il s'écrit pour le dipôle  $d_1$  [42] :

$$\mathbf{E}_1(M, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^3} p_0 [2 \cos \theta (1 - jkr) \mathbf{e}_\rho + \sin \theta (1 - jkr - k^2 r^2) \mathbf{e}_\theta] e^{j(kr - \omega t)}, \quad (1-27)$$

où  $\epsilon_0$  est la permittivité du vide.

Le champ électrique du dipôle  $d_2$  correspond alors à l'équation (1-27) à laquelle on ajoute le déphasage de  $\frac{\pi}{2}$  :

$$\mathbf{E}_2(M, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^3} p_0 [2 \sin \theta (1 - jkr) \mathbf{e}_\rho - \cos \theta (1 - jkr - k^2 r^2) \mathbf{e}_\theta] e^{j(kr - \omega t)}. \quad (1-28)$$

Le champ électrique total de l'antenne tourniquet est la somme des deux équations (1-27) et (1-28) :

$$\mathbf{E}_T(M, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_0}{r^3} e^{j\theta} [2(1 - jkr) \mathbf{e}_\rho - j(1 - jkr - k^2 r^2) \mathbf{e}_\theta] e^{j(kr - \omega t)}. \quad (1-29)$$

Nous retrouvons bien le terme  $e^{j\theta}$ , déjà visible à l'équation (1-17) et qui correspond à une variation de  $2\pi$  sur un tour. De plus, à une distance donnée de l'antenne, les coefficients devant  $\mathbf{e}_\rho$  et  $\mathbf{e}_\theta$  sont constants. Le champ électrique dans le plan de l'antenne est donc orienté selon l'axe  $z$ . Ce résultat est cohérent avec des résultats de mesures présentés pour une configuration différente d'une antenne tourniquet [43].

La partie réelle du champ électrique totale s'écrit finalement :

$$\mathbf{E}_T(M, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_0}{r^3} \left[ \begin{array}{l} (2 \cos(kr - \omega t + \theta) + 2kr \sin(kr - \omega t + \theta)) \mathbf{e}_\rho \\ + ((1 - k^2 r^2) \sin(kr - \omega t + \theta) - kr \cos(kr - \omega t + \theta)) \mathbf{e}_\theta \end{array} \right]. \quad (1-30)$$

#### 1.2.1.4 Expression du moment angulaire au niveau du détecteur

Les champs dans le plan de l'antenne étant connus, il faut à présent évaluer la densité de moment angulaire total (SAM + OAM) en un point  $M$  situé au niveau du détecteur et à un instant  $t$ . Cette dernière est donnée par l'expression suivante [44], [45] :

$$\mathbf{w}_T(M, t) = \epsilon_0 \mathbf{r} \times (\mathbf{E}_T \times \mathbf{B}_T). \quad (1-31)$$

Nous estimons ici que les champs conservent la même valeur sur toute la hauteur du détecteur (5 cm), celle-ci correspondant à un angle d'ouverture de l'anneau de  $9^\circ$  de part

et d'autre du plan horizontal. Une simulation électromagnétique à l'aide du logiciel CST MWS indique que la variation en amplitude et en phase est de l'ordre de 5%.

Etant donné que le champ magnétique  $\mathbf{B}_T$  (1-26) est exprimé en fonction de  $\mathbf{e}_z$  uniquement, et  $\mathbf{r}$  de  $\mathbf{e}_r$  ( $= \mathbf{e}_\rho$ ), il suffit de prendre en compte la composante du champ électrique  $\mathbf{E}_T$  (1-30) selon  $\mathbf{e}_\rho$ . Cela correspond à une contribution de champ proche, et prouve donc la nécessité de prendre en compte toutes les composantes des champs. La densité de moment angulaire total s'écrit donc :

$$\mathbf{w}_T(M, t) = 2 \frac{\mu_0 \omega}{(4\pi)^2} \frac{p_0^2}{r^4} \left[ \cos^2(kr - \omega t + \theta) + k^2 r^2 \sin^2(kr - \omega t + \theta) \right] \mathbf{e}_z. \quad (1-32)$$

En intégrant cette équation selon  $\theta$ , c'est-à-dire en effectuant un tour complet, les termes en  $\cos^2$  et  $\sin^2$  sont tous les deux égaux à  $\pi$ , alors que le dernier terme vaut 0. La densité de moment angulaire sur le cylindre pour un angle d'élevation s'écrit alors :

$$\mathbf{w}_C(M, t) = 2 \frac{\mu_0 \omega}{(4\pi)^2} \frac{p_0^2}{r^4} [k^2 r^2 + 1] \mathbf{e}_z. \quad (1-33)$$

Il ne reste alors plus qu'à intégrer sur un angle d'élevation plan correspondant à la hauteur du détecteur, en multipliant par  $c \cdot dt$  (pour pouvoir estimer la quantité de moment qui traverse le cylindre par unité de temps), où  $dt$  correspond à l'unité de temps et  $c$  à la vitesse de la lumière. Si l'on considère que les expressions des champs restent valides sur toute la hauteur de l'anneau, il devient possible d'exprimer le moment angulaire total au niveau du détecteur :

$$d\mathbf{J}_r = 2 \frac{\mu_0 \omega}{(4\pi)^2} \frac{p_0^2}{r^3} \pi H c dt [k^2 r^2 + 1] \mathbf{e}_z. \quad (1-34)$$

Il est intéressant de souligner que, bien que cette contribution soit liée à une composante de champ proche, elle contribue à la présence de moment angulaire en champ lointain.

De la même façon, il est possible de calculer le SAM. Pour éviter tout problème de choix de jauge [44], [45], la densité de moment angulaire de spin  $\mathbf{w}_S(M, t) = \varepsilon_0 r (\mathbf{E}_T \times \mathbf{A}_T)$  doit être calculée en considérant le potentiel vecteur transverse uniquement. En remplaçant les vecteurs  $\mathbf{E}_T$  (1-30) et  $\mathbf{A}_T$  (1-22) par leurs expressions, on obtient :

$$\mathbf{w}_S(M, t) = \frac{\mu_0 \omega}{(4\pi)^2} \frac{p_0^2}{r^4} [2 \cos^2(kr - \omega t + \theta) + kr \cos(kr - \omega t + \theta) \sin(kr - \omega t + \theta)] \mathbf{e}_z. \quad (1-35)$$

En intégrant de la même façon que précédemment pour ne considérer que l'anneau de cuivre, le moment angulaire de spin s'écrit :

$$d\mathbf{S}_r = 2 \frac{\mu_0 \omega}{(4\pi)^2} \frac{p_0^2}{r^3} \pi H c dt \mathbf{e}_z. \quad (1-36)$$

Cela correspond à une contribution en champ proche uniquement (diminution en  $\frac{1}{r^3}$ ). Effectivement, en champ lointain, le champ électrique est tangentiel et la polarisation est

linéaire, ce qui conduit à un moment angulaire de spin nul.

Les expressions du moment angulaire total et du moment angulaire de spin étant maintenant connue, il devient possible d'exprimer le moment angulaire orbital  $d\mathbf{L}_r = d\mathbf{J}_r - d\mathbf{S}_r$  au niveau du détecteur :

$$d\mathbf{L}_r = 2 \frac{\mu_0 \omega}{(4\pi)^2} \frac{p_0^2}{r} k^2 \pi H c dt \mathbf{e}_z. \quad (1-37)$$

Il existe donc, dans le plan des antennes, une contribution du moment angulaire de spin en champ proche uniquement, alors que la contribution du moment angulaire orbital est présent à la fois en champ proche et en champ lointain.

Cette expression de l'OAM présent dans le plan des antennes peut-être reliée à la puissance  $P$  émise par un dipôle grâce à la relation [42] :

$$P = \frac{1}{12\pi\epsilon_0 c^3} p_0^2 \omega^4. \quad (1-38)$$

On obtient alors, après simplification :

$$\frac{d\mathbf{L}_r}{dt} = \frac{3}{2} \frac{1}{r\omega} P H \mathbf{e}_z. \quad (1-39)$$

Cette relation est similaire de celle permettant de calculer l'OAM total disponible pour une puissance donnée  $P = h\omega$  (avec  $h$ , la constante de Planck) :

$$\mathbf{L}_t = P \frac{\ell}{\omega}. \quad (1-40)$$

Pour les relier, considérons que la hauteur  $H$  de l'anneau s'adapte en fonction de la distance, de telle façon que l'expression de l'OAM reste la même en champ proche et en champ lointain. Si l'on considère aussi que la relation (1-37) reste valide en dehors du plan des antennes quelle que soit la distance (et donc la hauteur de l'anneau, ce qui n'est pas le cas ici), il devient possible de l'intégrer sur un cylindre infini. Seul le rapport entre la hauteur  $H$  de l'anneau et son rayon  $r$  est alors nécessaire, soit :

$$\frac{H}{r} = \frac{5}{7,5} = \frac{2}{3}. \quad (1-41)$$

Il est alors possible de déduire des relations (1-39) à (1-41) que le champ généré possède donc bien un OAM d'ordre  $\ell = 1$ .

### 1.2.1.5 Résultats de simulation

Afin de confirmer les résultats obtenus numériquement, des simulations ont été effectuées avec le logiciel CST MWS. La figure 1.16 présente le modèle 3D du système complet utilisé pour ces simulations.

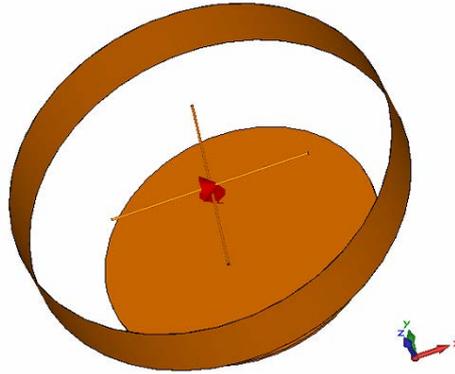


Figure 1.16 : Modèle 3D utilisé lors des simulations sous CST MWS.

Les graphes supérieurs de la figure 1.17 présentent les résultats de simulation, à proximité des antennes et en l'absence du détecteur, pour la composante selon  $\theta$  du champ électrique. A la distance où se trouve l'anneau, il peut être observé que :

- Une distribution de phase allant de  $0$  à  $2\pi$  est bien présente,
- Le diagramme de rayonnement est assez proche d'un rayonnement uniforme.

Les graphes inférieurs de la figure 1.17 présentent ce même champ, mais en présence du détecteur. Ce dernier est d'ailleurs bien visible, le champ étant nul au niveau de l'anneau. Une discontinuité de phase est observée. Cependant, bien que perturbée, la distribution de phase allant de  $0$  à  $2\pi$  est toujours clairement visible. De plus, l'énergie à moyenne distance de l'antenne est visiblement plus importante en l'absence du détecteur, avec une différence de l'ordre de 25 dB à 25 cm du centre de l'antenne par exemple.

Cependant, la différence de niveau dans la zone proche de l'antenne (à l'intérieur du détecteur) est loin de compenser cette différence. Deux hypothèses peuvent être envisagées pour expliquer ce phénomène :

- Soit l'énergie est réfléchiée sur la face intérieure du détecteur et « s'échappe » hors du plan de l'antenne,
- Soit l'énergie est absorbée.

Le détecteur étant un anneau métallique, et donc par nature une surface réfléchissante dans le domaine radio, la première hypothèse semble la plus plausible.

De plus, on constate aussi (figure 1.18) que la directivité de l'antenne est légèrement supérieure (environ 1,5 dB) en présence de l'anneau. Il reste cependant difficile d'estimer quelle proportion de l'énergie « manquante » est concernée, et surtout combien de réflexion sont mises en jeu. Malgré tout, ce comportement résonnant est susceptible d'induire un couple plus important sur le détecteur que prévu.

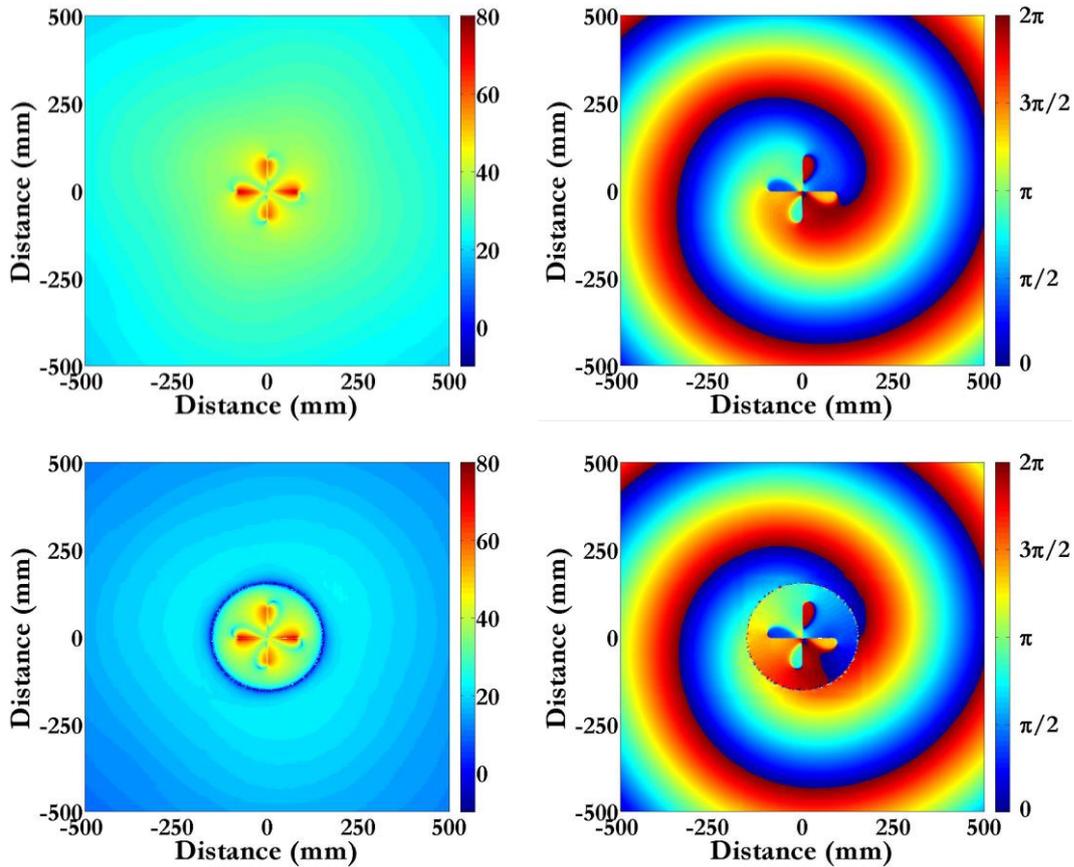


Figure 1.17 : Résultats de simulation du champ électrique dans le plan de l'antenne en l'absence (première ligne) et en présence (seconde ligne) du détecteur. Première colonne : amplitude du champ selon  $\theta$  en dBV/m. Deuxième colonne : phase du champ selon  $\theta$  en radians.

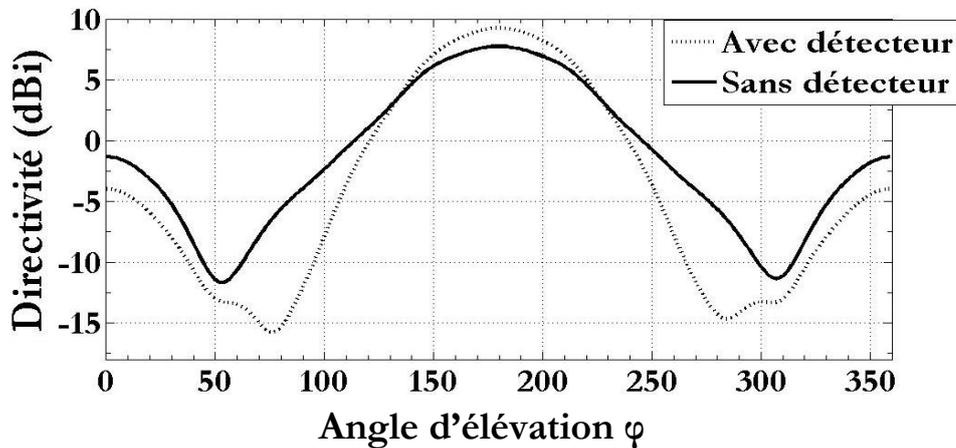


Figure 1.18 : Directivité des antennes avec et sans le détecteur (anneau).

Enfin, nous avons vérifié l'hypothèse selon laquelle les valeurs du champ restent proches sur toute la hauteur du détecteur. La figure 1.19 présente ces champs sur deux plans situés respectivement à la limite inférieure (colonne de gauche) et la limite supérieure (colonne de droite) du détecteur. Le champ entre l'antenne et le récepteur reste « stable » entre ces deux positions.

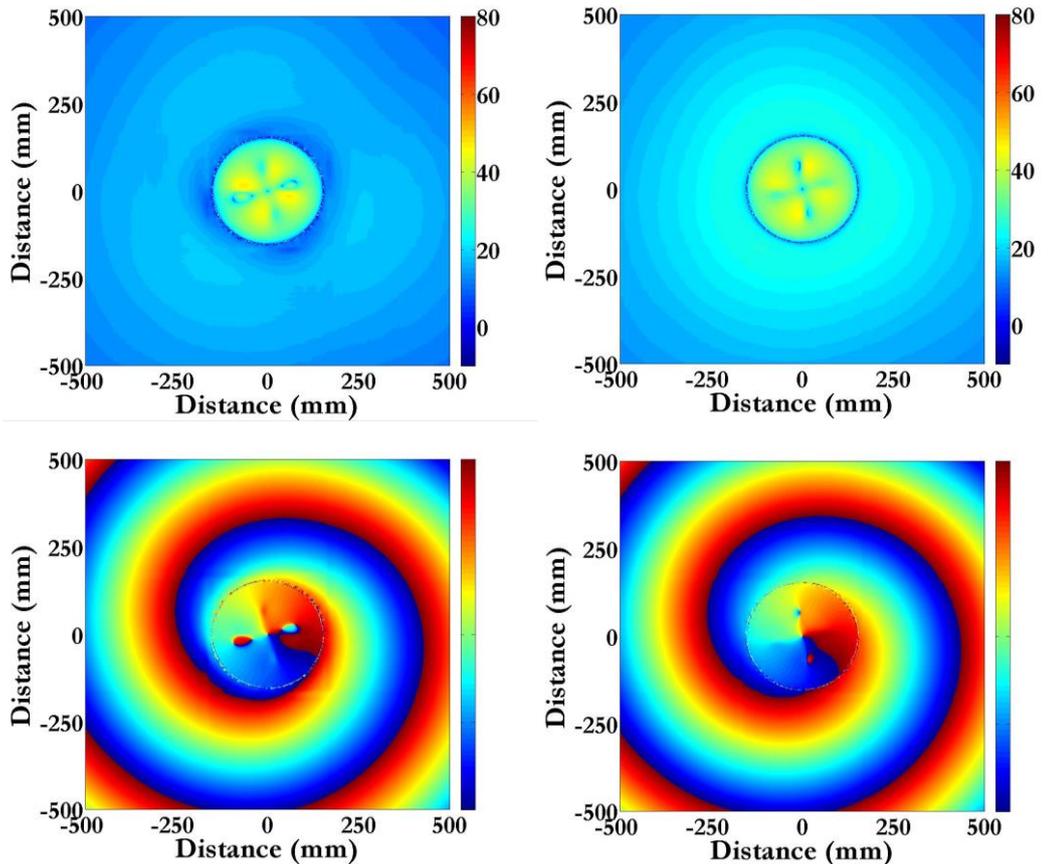


Figure 1.19 : Résultats de simulation du champ électrique dans le plan à la limite inférieure (colonne de gauche) et supérieure (colonne de droite) du détecteur.

De plus, l'énergie en dehors de l'ensemble « antenne + détecteur » reste faible sur le plan inférieur, alors qu'elle augmente légèrement pour le plan supérieur. Ceci est probablement dû à la présence du plan de masse en dessous de l'antenne, et pourrait donc éventuellement contribuer à des réflexions supplémentaires sur la face intérieure du détecteur. Ces simulations confirment donc les hypothèses avancées lors du calcul des champs (1.2.1.3) et de l'estimation du moment angulaire orbital présent dans le système (1.2.1.4).

## 1.2.2 Expérimentations

Afin d'éviter toute interférence électromagnétique extérieure, l'expérimentation a été réalisée en chambre anéchoïque. De plus, afin de limiter au maximum les perturbations mécaniques, toutes les aérations de la salle ont été bouchées et les déplacements aux abords stoppés pendant chaque mesure.

Le système complet est visible à la figure 1.20. Le détecteur est maintenu à 75 cm du sol par huit fils de coton, qui se rejoignent pour former un cône de 30 cm de hauteur. L'ensemble est suspendu au plafond par un unique fil de coton de 2 m de longueur, et un trépied en bois surélève l'antenne tourniquet pour la placer au centre de l'anneau.

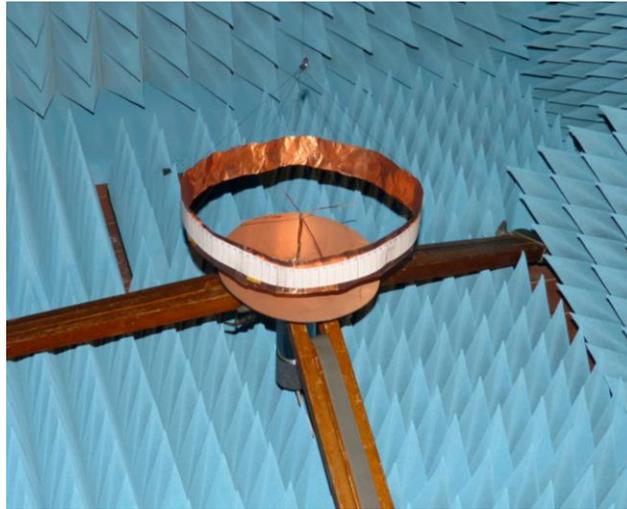


Figure 1.20 : Photographie du montage expérimental placé en chambre anéchoïque. L'anneau de cuivre est suspendu au plafond à l'aide de fils de coton.

Ces mesures doivent nous permettre de mettre en évidence la présence d'OAM par la mise en rotation du détecteur (l'anneau de cuivre). Pour cela, la procédure suivante a été utilisée :

- Lancement de l'enregistrement vidéo lorsque le détecteur (anneau) est immobile,
- Attente de 10 secondes (pour permettre de confirmer lors de l'enregistrement que le détecteur est bien stabilisé),
- Emission d'un signal à la fréquence de 870 MHz avec une puissance en sortie du synthétiseur, fixe (cette puissance peut être comprise entre -5 dBm et +4 dBm, par pas de 1 dB, chaque valeur de puissance correspondant à une mesure différente),
- Arrêt de l'enregistrement vidéo et fin de la mesure après un déplacement de 3 cm du ruban gradué ( $\sim 11^\circ$  de déplacement angulaire),
- Arrêt de l'émission du générateur.

Il suffit ensuite d'attendre que le détecteur s'immobilise pour lancer la mesure suivante (cela prend en général plusieurs heures) avec une puissance émise différente. Lorsque l'ensemble de la gamme de puissance (de -5 dBm à +4 dBm avant amplification) est mesurée, les branchements des deux dipôles sont inversés pour changer le signe du déphasage, et la seconde série de mesure peut commencer.

Ces mesures ont été enregistrées à l'aide d'une webcam pointée vers le ruban gradué fixé sur la face extérieure du détecteur. A chaque combinaison entre une puissance émise et un déphasage correspond donc un fichier vidéo. La position de l'anneau est ensuite extraite de ces images. Une fois l'opération effectuée pour chacun des fichiers de mesure, il devient possible de les analyser.

Nous présenterons dans un premier temps la rotation de l'anneau, en degré, en fonction du temps et pour des puissances en sortie des amplificateurs fixes, allant de 3 à 25 W. Puis, dans un second temps, l'accélération de cette rotation en fonction de la puissance. Finalement, nous commenterons ces résultats et en proposerons une interprétation.

### 1.2.2.1 Résultats de mesure

La figure 1.21 présente les résultats pour trois valeurs de puissance (3 W, 10 W et 25 W) présentes à l'entrée de l'antenne. Les autres puissances ne sont pas représentées dans un souci de visibilité, mais l'évolution est similaire, une puissance plus élevée impliquant une accélération de la rotation du détecteur plus importante. Le déphasage entre les deux dipôles a aussi été inversé, ce qui correspond à une inversion du sens de rotation. Deux observations peuvent en être tirées :

- Une très nette corrélation entre la vitesse de rotation et la puissance émise,
- Une excellente symétrie entre les deux sens de rotation.

A notre connaissance, il s'agit de la première observation directe du transfert de moment angulaire orbital à un objet de taille macroscopique. De plus, ces mesures peuvent être approchées par une courbe de forme quadratique, ce qui correspond à une accélération uniforme du détecteur. Pour un temps d'observation plus important (ou une rotation plus importante pour les puissances les plus élevées), le couple de rappel dû aux fils de cotons n'est plus négligeable et vient perturber la mesure.

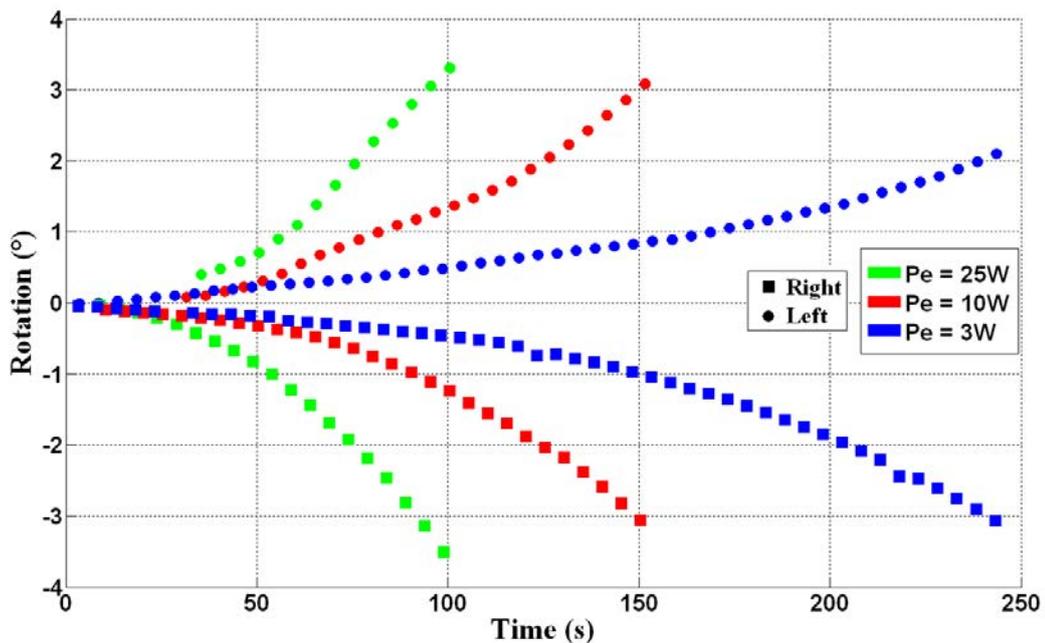


Figure 1.21 : Rotation de l'anneau en fonction du temps, de la puissance et du déphasage entre les deux antennes (Right / Left).

La figure 1.22 présente l'accélération du détecteur en fonction de la puissance à l'entrée

des antennes, pour toutes les valeurs de puissance mesurées et pour les deux sens de rotation. Les deux droites tracées ont le même coefficient directeur, au signe près. L'inversion du déphasage entre les deux dipôles, et donc de la charge topologique portée par l'onde conduit comme attendu à deux couples symétriques.

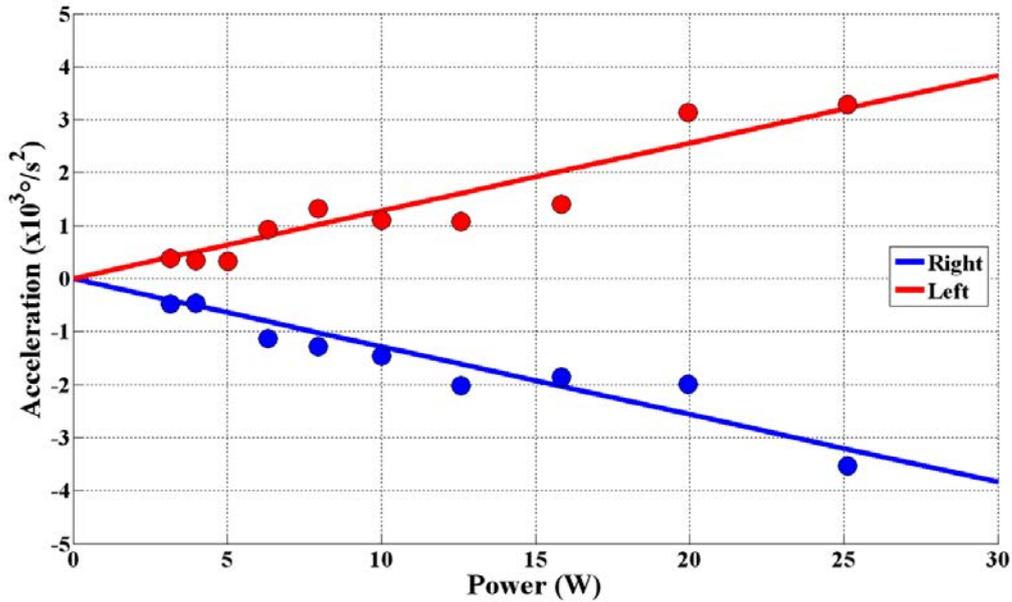


Figure 1.22 : Accélération de l'anneau en fonction de la puissance et du déphasage entre les deux antennes (Right / Left).

Une accélération équivalente (au signe près) peut donc être déterminée pour les deux sens de rotation. Pour une puissance de 25 W, elle est de  $3,6 \times 10^{-4} \text{ °/s}^2$ .

### 1.2.2.2 Couple induit par le transfert d'OAM

Par analogie avec l'optique, si on considère l'énergie apportée par chaque photon, le couple maximum pouvant être exercé pour une puissance de 25 W est :

$$\Gamma_{th} = \hbar N = \hbar \frac{P}{\hbar f} = 4,6 \times 10^{-9} \text{ Nm}, \quad (1-42)$$

Où  $N$  est le nombre de photons émis par seconde, en considérant que tous les photons utilisés possèdent le même moment angulaire, et  $\hbar$ , la constante de Planck réduite. Le couple mesuré correspondant peut être déterminé grâce à l'accélération du détecteur :

$$\Gamma_{ex} = 5,3 \times 10^{-9} \text{ Nm}, \quad (1-43)$$

Au premier abord, ces résultats peuvent sembler très proches et donc satisfaisant. Cependant, il faut noter que le couple maximum est obtenu en utilisant la totalité des photons émis. Ce qui ne peut pas être le cas car la hauteur  $H$  de l'anneau n'est que de 5 cm et ne correspond qu'à une petite partie de la sphère. La valeur expérimentale serait alors surestimée.

Ce résultat avait été anticipé en présentant la figure 1.17. En effet, le détecteur est suffisamment proche de l'antenne pour que l'ensemble puisse être considéré comme un système unique. De plus, le champ est nul au niveau de l'anneau, le cuivre étant un matériau conducteur. L'ensemble pourrait donc se comporter comme une cavité de Fabry-Perot et amplifier le champ à l'intérieur du détecteur.

Une autre conséquence de la présence d'un champ nul au niveau du détecteur est que le transfert ne peut donc pas être expliqué par un phénomène d'absorption, contrairement à ce qui a pu être supposé dans [40]. La section suivante se concentre sur l'étude de ce mécanisme de transfert.

### 1.2.3 Commentaires sur le mécanisme de transfert

L'hypothèse que nous présentons ici est que ce transfert est lié aux courants induits à la surface du détecteur par le champ rayonné par l'antenne tourniquet.

Pour cela, plaçons-nous dans un repère en rotation et de pulsation  $\omega = 2\pi F$ , où  $F$  est la fréquence de l'onde émise ( $F = 870 \text{ MHz}$ ). Dans ce repère, le champ électrique  $\mathbf{E}$  est statique et tangent au détecteur. Il induit au sein du détecteur, pour le contrebalancer, une charge dipolaire  $Q$  qui peut être estimée par :

$$Q = 4\pi\epsilon_0\sqrt{2}R_1^2E, \quad (1-44)$$

où  $R_1$  est le rayon intérieur du détecteur (défini à la page 17). Dans un repère fixe, cette charge correspond à un courant alternatif d'amplitude  $I = QF$ , parcourant la surface de l'anneau avec une profondeur de pénétration  $\delta = 2 \mu\text{m}$  (épaisseur de peau du cuivre à cette fréquence). La figure 1.23 présente les résultats de simulation correspondants. Un courant oscillatoire présent uniquement sur la face intérieure de l'anneau, est clairement visible.

La résistivité du cuivre n'étant pas nulle, ce courant rencontre une résistance et génère donc un champ électrique qui va en réaction mettre en mouvement les atomes de cuivre. En appliquant le principe fondamental de la dynamique (1-1) sur une petite section de l'anneau, l'expression suivante est obtenue :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{\rho_q}{\rho_m} \frac{\rho l}{R_1 HT} \cos(\omega t - \theta) = a_0 \cos(\omega t - \theta). \quad (1-45)$$

où  $\rho_q$  est la densité de charge,  $\rho_m$ , la densité de masse, et  $\rho$ , la résistivité du cuivre.

Les résultats de simulation (figure 1.23) permettent d'estimer l'amplitude du courant à  $I = 0,25 \text{ A}$ , ce qui correspond à  $a_0 = 5,5 \times 10^{30}/\text{s}^2$ .

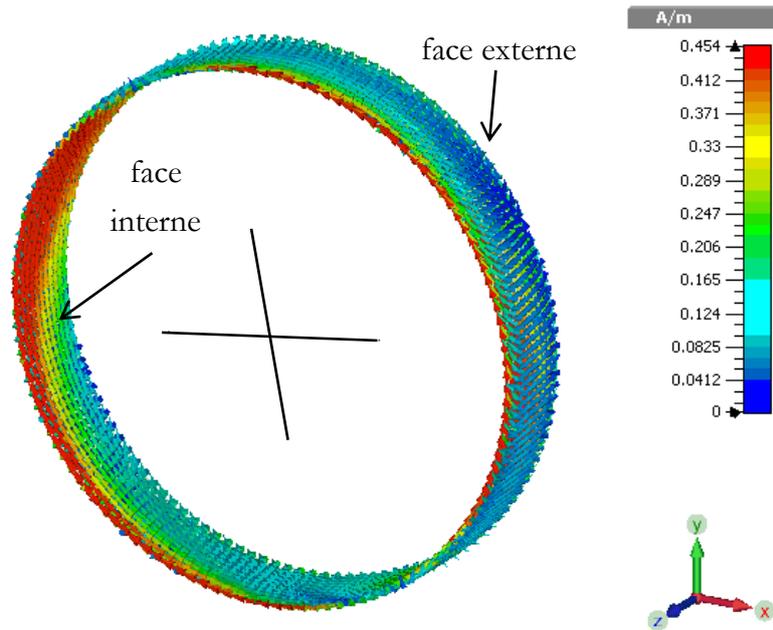


Figure 1.23 : Courant induit sur la surface du détecteur à un instant  $t$ .

Une variation temporelle « usuelle » de la forme  $\cos(\omega t)$  aurait conduit à une oscillation collective des atomes de l'anneau de cuivre s'équilibrant par elle-même. Cependant, la présence de l'angle de roulis  $\theta$  implique l'existence d'un décalage de position. La figure 1.24 présente l'intégration numérique de l'équation différentielle (1-45) en utilisant les valeurs expérimentales. Deux régimes clairement distincts peuvent être identifiés :

- Le premier correspond à une oscillation très rapide, à la même fréquence que le champ émis par l'antenne. Cette oscillation aurait été présente même dans le cas d'une onde ne portant pas d'OAM
- Un second ne devenant visible qu'avec une échelle de temps beaucoup plus importante, qui correspond à un décalage global de l'anneau de cuivre.

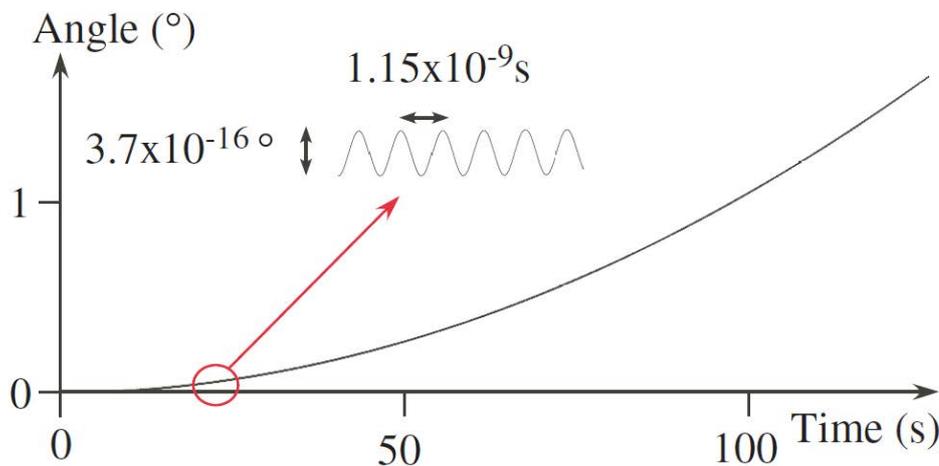


Figure 1.24 : Intégration numérique de l'équation différentielle (1-45) pour une puissance  $P = 25$  W. Deux oscillations sont visibles : une rapide à la fréquence du champ électromagnétique, et une lente due à la présence d'OAM.

En conclusion, la variation de phase du champ électrique induit un décalage des électrons à l'intérieur du détecteur, et par extension du détecteur dans son ensemble. L'accélération angulaire correspondante a été estimée à  $a_{cal} = 4,1 \times 10^{-4} \text{°/s}^2$ , ce qui donne un couple de l'ordre de :

$$\Gamma_{cal} = 6,0 \times 10^{-9} \text{Nm.} \quad (1-46)$$

Cette valeur est légèrement supérieure au couple maximum théorique (1-42) estimé précédemment, mais reste dans le même ordre de grandeur.

Une telle expérimentation pourrait mener à une nouvelle façon de détecter l'OAM : en effet, la charge topologique  $\ell$  pourrait être déduite du couple induit, comme ce qui a été fait ici, mais aussi en mesurant le courant généré sur le détecteur.

### 1.3 Conclusion du chapitre

Dans ce premier chapitre, un certain nombre de notions concernant l'OAM ont pu être introduites. Plus particulièrement, nous avons pu voir que ces faisceaux twistés transportent du moment angulaire orbital, qui peut être transféré à un objet macroscopique, le mettant ainsi en mouvement.

Deux aspects de ce transfert ont été abordés. Le premier, théorique, présente une estimation du moment angulaire orbital présent en partant des équations de champs de l'antenne utilisée. Ces calculs ont été appuyés de simulations réalisées avec le logiciel CST MW. Ces mêmes simulations ont ensuite permis une meilleure compréhension et ont aidé à concevoir une interprétation du mécanisme de transfert, basé sur l'induction d'un courant de surface.

Le second aspect est expérimental. Grâce à une antenne dite « tourniquet », du moment angulaire orbital a été transféré à un anneau de cuivre situé dans le plan de l'antenne. Il s'agit de la première expérimentation de ce type dans le domaine radio. Une dépendance linéaire de l'accélération à la puissance émise, et une inversion du sens de rotation de l'anneau en changeant le signe de la charge topologique, ont pu être observés.



# Chapitre 2

## Génération d'ondes transportant du Moment Angulaire Orbital

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>34</b>
<b>2.2</b>	<b>Génération de moment angulaire orbital en optique</b>	<b>34</b>
2.2.1	Réseaux de diffraction	35
2.2.2	Lame de phase spirale	37
<b>2.3</b>	<b>Génération de moment angulaire orbital dans le domaine radio</b>	<b>38</b>
2.3.1	Translation des méthodes de l'optique vers le domaine radio	39
2.3.1.1	Réseaux diffractants	39
2.3.1.2	Lames de phase	40
2.3.2	Antennes spécifiques au domaine radio	43
2.3.2.1	Réseaux circulaires	43
2.3.2.2	Antennes à réflecteurs	46
<b>2.4</b>	<b>Réalisation d'antennes dans le domaine radio</b>	<b>48</b>
2.4.1	Source illuminant les lames de phase	49
2.4.1.1	Diagramme de rayonnement simulé de l'antenne cornet.	50
2.4.1.2	Positionnement relatif du cornet et de la lame de phase spirale	51
2.4.2	Réalisation d'une lame de phase spirale	51
2.4.2.1	Caractéristiques de la lame de phase spirale	52
2.4.2.2	Résultats de simulation de la lame de phase « idéale »	53
2.4.2.3	Réalisation mécanique	55
2.4.3	Réalisation d'une lame de phase « à trous »	57
2.4.3.1	Conception théorique	59
2.4.3.2	Résultats de simulation de la lame de phase idéale	62
2.4.3.3	Réalisation mécanique	62
2.4.4	Mesures en chambre anéchoïque des antennes réalisées	64
2.4.4.1	Présentation des conditions de mesure	64
2.4.4.2	Mesures en azimut	66
2.4.4.3	Cartographie en amplitude et en phase	70
2.4.5	Comparaisons simulations/mesures	75
<b>2.5</b>	<b>Conclusion du chapitre</b>	<b>76</b>

## 2.1 Introduction

Au chapitre précédent, nous avons pu voir que le moment angulaire orbital est un phénomène physique présent sur tout le spectre électromagnétique, des rayons X [46] aux ondes radios (avec des applications envisagées en communications et en radioastronomie [47]) et même en acoustique ou en électronique [48]. Chacun de ces domaines possède des moyens spécifiques pour générer ou étudier l'OAM, et peut également profiter des avancées des autres domaines.

Par exemple, si ces ondes porteuses d'OAM ne suscitent de l'intérêt dans le domaine radio depuis peu de temps (la première publication sur le sujet date de 2007 [3]), elles ont été introduites en optique depuis plus de 20 ans [1]. Pour la réalisation de nouveaux systèmes dans le domaine radiofréquence, on peut ainsi penser à s'inspirer de ce qui a été déjà réalisé en optique, d'autant plus qu'il s'agit dans les deux cas d'ondes électromagnétiques.

Cependant, certaines difficultés peuvent surgir. Comme mentionné en introduction de ce document, il existe tout d'abord une différence d'échelle significative au niveau de la longueur d'onde (de l'ordre de  $10^6$ ). En effet si l'on considère de la lumière de couleur rouge-orangée, la longueur d'onde est de l'ordre de 600 nm, et la fréquence est de  $5 \cdot 10^{14}$  Hz, alors que pour une fréquence radio de 1 GHz, la longueur d'onde est de 30 cm. Les techniques de génération ne sont donc pas toujours transposables. De plus, ces deux champs d'étude sont aussi deux domaines historiquement distincts, avec leurs codes, leurs jargons et leurs méthodes. Une part de ce travail a donc été de trouver les équivalences entre ces deux domaines<sup>3</sup>.

L'OAM a tout d'abord été étudié dans le domaine de l'optique. Nous allons donc, dans un premier temps, rappeler rapidement les principales techniques utilisées dans ce domaine. Dans un second temps, nous présenterons les techniques utilisées en radio, qu'elles soient transposées depuis l'optique ou originales. Finalement, nous présenterons de nouvelles méthodes pour générer de l'OAM en radio.

## 2.2 Génération de moment angulaire orbital en optique

Pour une personne ayant une culture scientifique principalement dans le domaine radiofréquence, il existe une différence fondamentale au niveau du type d'information qui peut être obtenue par mesure en optique. En effet, si en radio il est possible de mesurer directement la phase, c'est impossible en optique.

---

<sup>3</sup> Par exemple, en optique, la taille d'un faisceau (waist en anglais) est définie à la distance à laquelle l'intensité est égale à  $1/e^2$  de l'intensité maximale car on considère généralement des faisceaux gaussiens. En radio, c'est l'angle où elle est égale à  $1/2$  de son maximum qui est utilisé.

Cette information est obtenue de façon indirecte, le plus souvent en procédant par interférence. De la même façon, il est impossible (ou très délicat) de mesurer directement à ces fréquences le champ magnétique et le champ proche. Par contre, travailler avec des faisceaux lumineux permet de manipuler facilement, sur de petites distances (de l'ordre de quelques mètres), et avec des faisceaux de petites dimension.

Dans cette partie, les deux grandes familles d'outil permettant de générer de l'OAM en optique vont être présentées : les réseaux diffractants et les lames de phase. D'autres techniques existent, comme les prismes de Dove [49], où la génération directe à l'intérieur d'un laser [50], [51] mais elles sont peu utilisées. Une présentation générale de ces techniques de génération a été présentée par M. Padgett et R. Bowman [2].

### 2.2.1 Réseaux de diffraction

Avant tout, nous pouvons rappeler qu'un réseau de diffraction est généralement un objet constitué d'une série de traits parallèles étroits, régulièrement espacés d'une distance  $d$ . Dans le cas d'un réseau en transmission, ces traits sont matérialisés par des fentes. Pour un réseau en réflexion, ils sont matérialisés par des rayures réfléchissantes. Par la suite, seul le cas du réseau en transmission sera présenté, le raisonnement étant similaire dans les deux cas.

Lorsqu'un réseau est illuminé par un faisceau, chacun des traits qui le composent diffuse la lumière dans toutes les directions. Il en résulte une alternance régulière d'interférences constructives et destructives, créant plusieurs faisceaux dont la direction peut être déterminée par la relation suivante :

$$n_2 \sin r = n_1 \sin i - m \frac{\lambda}{d}, \quad (2-1)$$

où  $n_1$  et  $n_2$  sont respectivement les indices de réfraction des milieux de propagation 1 (situé avant le réseau) et 2 (situé après le réseau),  $r$ , l'angle de diffraction correspondant à un faisceau,  $i$ , l'angle d'incidence,  $\lambda$ , la longueur d'onde,  $d$ , l'espacement entre les fentes, et  $m$  un nombre entier appelé l'ordre de diffraction.

Si l'angle d'incidence est nul (cas de l'incidence normale au réseau), et que le milieu de propagation est le même avant et après le réseau, l'angle de diffraction peut-être obtenu par la formule suivante :

$$r = \arcsin\left(\pm m \frac{\lambda}{d}\right), \quad (2-2)$$

Pour une fréquence et un angle d'incidence donnés, il existe donc plusieurs ondes diffractées selon des directions différentes.

Une autre façon de voir un réseau de diffraction est de le définir comme la figure qui aurait été obtenue en faisant interférer le faisceau incident et le faisceau diffracté. Cela se rapproche, en radio, du phénomène de fading qui peut être observé dans le cas d'une transmission multi-trajets [52]. Ainsi, il est possible d'enregistrer la figure d'interférence entre les deux faisceaux, et de l'utiliser ensuite pour générer l'un à partir de l'autre. C'est la technique dite d'holographie présentée par D. Gabor [53]. La figure d'interférence est donc appelée un hologramme.

Dans le cas d'un hologramme permettant de générer l'OAM d'une onde, le faisceau de référence est un faisceau gaussien, et la figure d'interférence est caractérisée par  $l$  dislocations en son centre (figure 2.1). En raison de leur forme, ce type d'hologramme est souvent surnommé « en fourchette ». Ils peuvent être générés par ordinateur, puis reproduits par exemple avec un modulateur spatial de lumière (SLM – Spatial Light Modulator) [54] ou plus définitivement imprimés sur un support transparent.

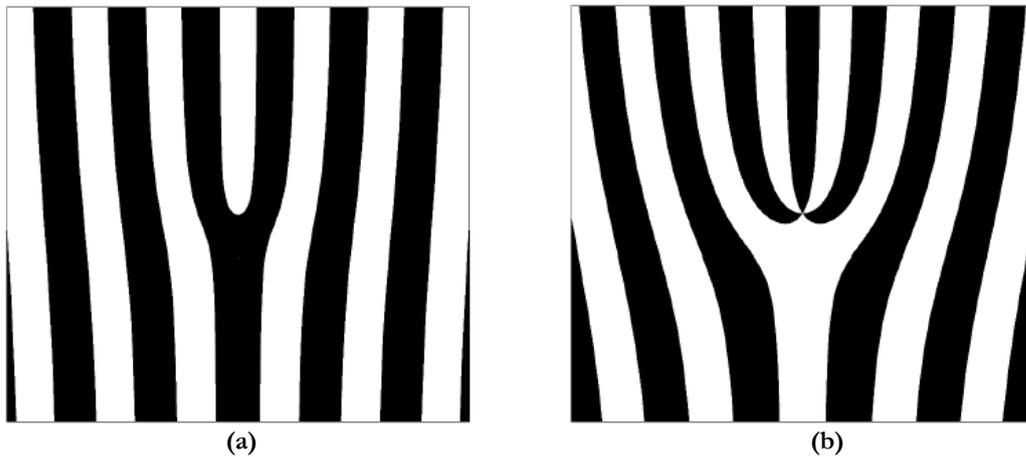


Figure 2.1 : Représentations d'un hologramme pour différentes charge topologiques  $l$ , en utilisant les équations (2-3) et (2-4). (a)  $l = 1$ . (b)  $l = 3$ .

Pour cela, différents modèles mathématiques peuvent être utilisés. Parmi eux, Arlt & al [55] propose les relations suivantes pour déterminer les limites entre les zones noires et blanches et pour tracer la figure en elle-même :

$$l \frac{\theta}{\pi} = k + \frac{2\pi}{d} r \cos \theta, \quad (2-3)$$

$$H(r, \theta) = \frac{1}{2\pi} \text{mod} \left( l\theta - \frac{2\pi}{d} r \cos \theta, 2\pi \right), \quad (2-4)$$

où  $k$  est une série d'entiers  $(\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots)$  et  $\text{mod}(a, b) = a - b \cdot \text{int}(a/b)$ .

Lorsque le faisceau de référence traverse ce type de réseau éclairé en incidence normale, trois faisceaux principaux sont observés en sortie. Deux sont identiques mais se propagent avec des angles de diffraction et des charges topologiques opposés, comme illustré à la figure 2.2 pour un ordre  $l = \pm 3$  [56]. Le troisième faisceau, non représenté sur la

figure 2.2, se propage dans le prolongement du faisceau de référence et ne porte pas d'OAM. Cette technique n'est donc pas très efficace d'un point de vue énergétique, cette dernière étant répartie entre plusieurs faisceaux principaux.

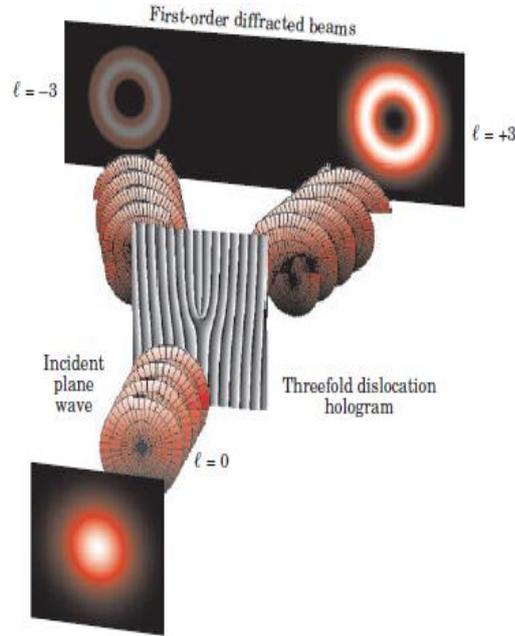


Figure 2.2 : Génération d'OAM par diffraction avec un hologramme  $\ell = \pm 3$  [56].

### 2.2.2 lame de phase spirale

Une lame de phase spirale est un outil capable de transformer une onde plane ne portant pas de moment angulaire orbital, en une onde portant une charge topologique  $\ell$ . Elles sont utilisées en optique depuis de nombreuses années [57], et peuvent être réalisées grâce à différentes techniques. Les plus utilisées sont les méthodes par dépôt [58] et par lithographie [59].

Pour mieux expliquer son fonctionnement, revenons brièvement sur la notion de différence de chemin de propagation. Lorsqu'une onde traverse un milieu d'indice de réfraction  $n_{mat}$  et de longueur  $L$ , sa phase est augmentée d'une quantité  $\phi$  exprimée par :

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot n_{mat} \cdot L, \quad (2-5)$$

où  $\lambda$  est la longueur d'onde.

Or, une des spécificités d'une onde portant de l'OAM est une rotation de phase de  $2\pi \cdot \ell$  sur le front d'onde. Pour pouvoir passer d'une onde plane ou avec un front d'onde plan à une onde dont la phase du front varie de  $2\pi \cdot \ell$ , on peut utiliser une lame à épaisseur variable. Une lame de phase spirale est donc constituée d'un matériau d'indice de réfraction  $n$  constant et d'épaisseur  $L$  variant avec l'angle de roulis  $\theta$  (figure 2.3).

Le déphasage apporté par la lame de phase est alors lui aussi proportionnel à l'angle d'azimut et s'exprime par :

$$\phi = \frac{2\pi \cdot (n_{mat} - n_{air}) \cdot L_{max}}{\lambda}, \quad (2-6)$$

où  $L_{max}$  correspond à la différence de hauteur pour  $\theta = 2\pi$ , et  $n_{air}$ , à l'indice de réfraction de l'air. Ainsi, pour obtenir une rotation de phase de  $2\pi \cdot \ell$  sur le front d'onde, cette différence de hauteur doit être égale à :

$$L_{max} = \frac{\ell \cdot \lambda}{(n_{mat} - n_{air})}. \quad (2-7)$$

Plus la charge topologique recherchée est élevée, et plus cette différence de hauteur sera élevée. Il est aussi possible de conserver une différence de hauteur identique à celle de l'ordre  $\ell = 1$  pour les modes d'ordre supérieur en optant pour une spirale à plusieurs sommets [60].

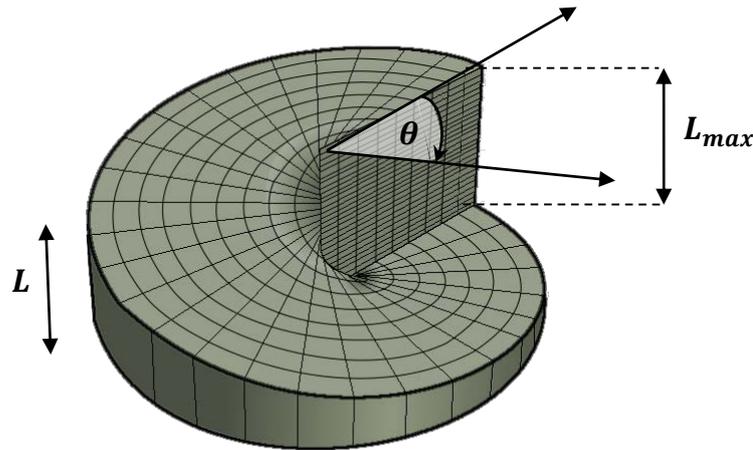


Figure 2.3 : lame de phase spirale d'indice de réfraction constant  $n$ . L'épaisseur  $L$  de la lame varie linéairement avec l'angle de roulis  $\theta$ .

### 2.3 Génération de moment angulaire orbital dans le domaine radio

Suite à l'article de Thidé *et al.* en 2007 [3], les études portant sur l'utilisation du moment angulaire orbital des ondes électromagnétiques dans le domaine radio se sont multipliées. Au-delà de l'aspect applicatif encore sujet à de vifs débats [15]–[18], se pose la question de savoir générer de telles ondes. En effet, du fait de la différence d'échelles entre les domaines radio et optique, les moyens techniques à disposition ne sont pas les mêmes. Et ce, alors même que le phénomène reste identique.

Deux stratégies principales ressortent des différentes études publiées ces dernières années : une translation directe de ce qui se fait en optique vers la radio, ou la conception de systèmes originaux en radio. Ces deux approches ont été étudiées pendant ce travail de thèse, et vont maintenant être présentées.

### 2.3.1 Translation des méthodes de l'optique vers le domaine radio

Comme présenté dans la section précédente, il existe en optique deux grandes familles de techniques permettant de générer un faisceau portant de l'OAM. De nombreuses études ont été menées pour porter ces techniques dans le domaine radio, que ce soit pour profiter des avantages apportés par une plus grande longueur d'onde ou pour en étudier les applications.

#### 2.3.1.1 Réseaux diffractants

La théorie est la même que celle présentée à la section 2.2.1. Nous présentons maintenant une expérience réalisée au sein du laboratoire [61] pour des fréquences de l'ordre de quelques GHz, que nous comparons à une étude récente réalisée par Mahmoudi et Walker [62], [63] à une fréquence de 60 GHz.

La figure 2.4 présente les résultats obtenus pour une fréquence de 5 GHz. L'hologramme utilisé correspond à une charge topologique  $\ell = 1$ . Le réseau est constitué de « fils métalliques » (figure 2.4-a). La répartition de l'énergie, visible à la figure 2.4-b, est compatible avec celle d'un faisceau portant de l'OAM. Cependant, la distribution de la phase (figure 2.4-c) est beaucoup plus chaotique et ne permet pas de conclure quant à la présence ou non d'OAM. Il est cependant possible qu'il ne s'agisse que d'un souci de repliement de phase et/ou d'exploitation des données.

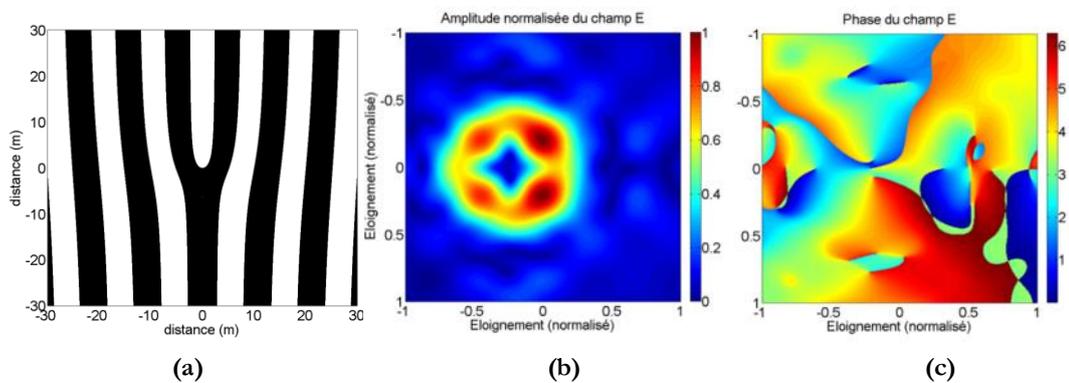


Figure 2.4 : Simulation numérique (4nec2) d'un hologramme pour une fréquence de 5 GHz et une charge topologique  $\ell = 1$  [61]. (a) Représentation du réseau avec des fils métalliques. (b) Répartition annulaire de l'énergie d'un des faisceaux diffractés de premier ordre. (c) Répartition de la phase au niveau d'un des faisceaux diffractés de premier ordre.

La figure 2.5 présente un hologramme réalisé à la fréquence de 60 GHz et les résultats correspondants [62], [63]. Le réseau visible à la figure 2.5-a est constitué d'une plaque de cuivre gravé. Les trois faisceaux attendus en sortie du réseau sont bien visibles sur la figure 2.5-b. Le faisceau central possède une distribution gaussienne, et les deux faisceaux latéraux possèdent un profil d'intensité pouvant correspondre à celui d'un faisceau portant de l'OAM. Malheureusement, il est difficile de conclure quant à la présence ou non

d'OAM de façon certaine, aucune étude sur la phase (simulation ou mesure) n'étant présentée.

Lorsqu'une antenne est caractérisée, les paramètres habituellement utilisés sont le gain, l'efficacité, l'adaptation (coefficient de réflexion), la présence ou non de lobes secondaires, etc., mais rarement à la distribution de la phase. Or la connaissance de cette distribution est indispensable lorsque l'on souhaite étudier le moment angulaire orbital porté par une onde.

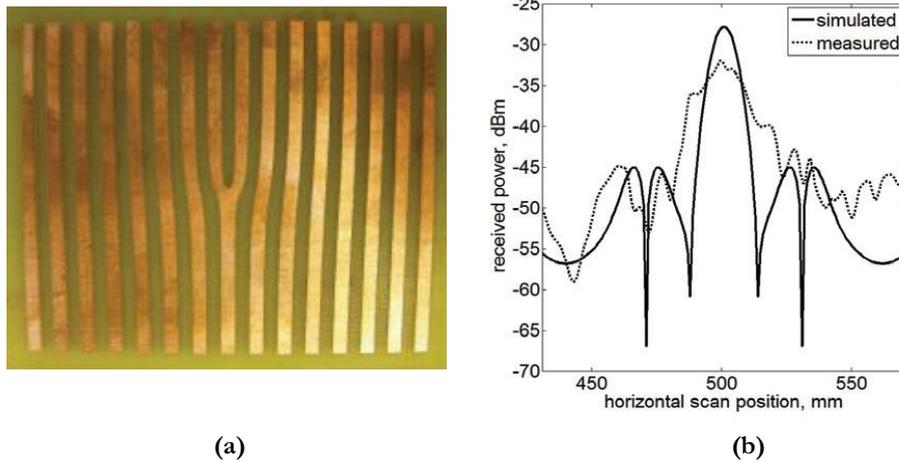


Figure 2.5 : Hologramme réalisé pour une fréquence de 60 GHz et une charge topologique  $\ell = 1$  [62], [63]. (a) Réalisation par gravure sur une plaque de cuivre. (b) Résultats de mesure et de simulation.

### 2.3.1.2 Lames de phase

La première des expérimentations présentées dans cette partie a été réalisée par une équipe travaillant habituellement en optique. Les résultats présentés à la figure 2.6 ont été obtenus à la fréquence de 86 GHz [64]. La distribution annulaire de l'énergie est bien visible dans les deux cas présentés ( $\ell = 1$  et  $\ell = 2$ ), avec un rapport de  $\sqrt{2}$  entre les diamètres des deux anneaux. Des oscillations sont cependant présentes sur les anneaux, avec l'existence de zones où l'intensité est plus élevée. Les auteurs les attribuent soit à un défaut de réalisation au niveau de la zone centrale de la lame de phase spirale, soit à un défaut d'alignement entre l'axe de la lame de phase et le faisceau qui l'illumine. Cependant, aucune mesure de la phase du champ n'est présentée par les auteurs. Malgré cela, il est fort probable qu'il s'agisse bien d'OAM à la vue des profils d'intensité mesurés.

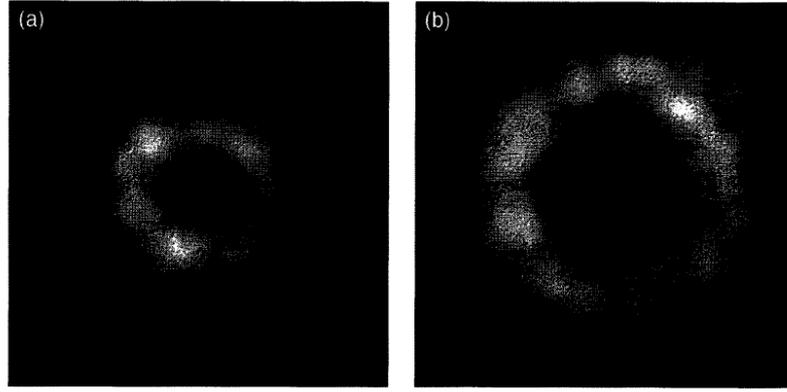


Figure 2.6 : Résultats de mesures en champ lointain du faisceau généré par une lame de phase spirale à 86 GHz [64]. (a) Pour une charge topologique  $l = 1$ . (b) Pour une charge topologique  $l = 2$ .

Plus récemment, un autre modèle de lame de phase spirale a été proposée à la fréquence de 60 GHz [62], [63]. Il s'agit d'un type de lame de phase spirale générant un ordre d'OAM ajustable. Elle est réalisée en téflon (PTFE), et la différence de chemin de propagation n'est pas obtenue par une différence de hauteur physique mais par une variation de l'inclinaison d'une plaque d'épaisseur constante  $d_i$  en fonction de l'angle de roulis  $\theta$ .

Pour un angle de roulis donné, la différence de chemin optique  $\Delta\Lambda$  est déterminée par [65], [66] :

$$\Delta\Lambda = d_i \left[ n_{air} \left( 1 - \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos \beta} \right) + n_{mat} \left( \frac{1}{\cos \beta} - 1 \right) \right], \quad (2-8)$$

où  $\alpha$  représente l'angle d'inclinaison de la plaque par rapport au faisceau incident, et  $\beta$  l'angle introduit par la loi de Snell-Descartes (figure 2.7):

$$\sin \beta = \frac{n_{air} \sin \alpha}{n_{mat}}. \quad (2-9)$$

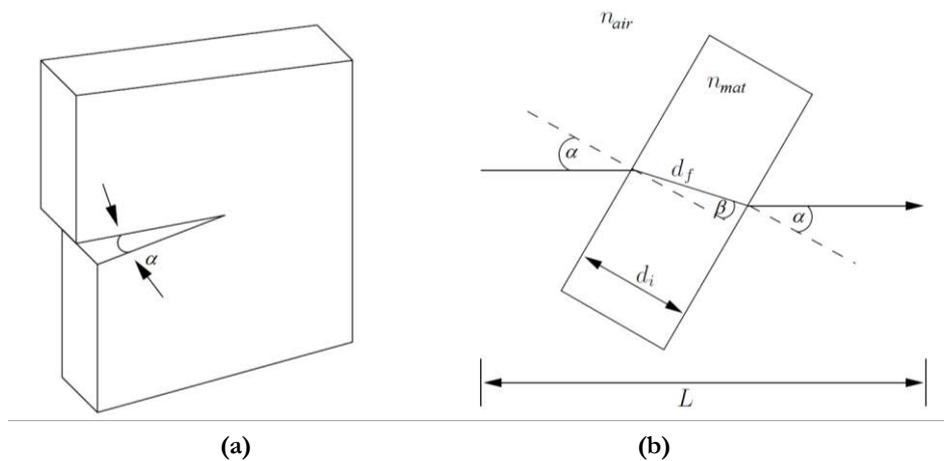


Figure 2.7 : Création d'une lame de phase ajustable [66]. (a) Inclinaison entre les deux sections. (b) Différence de chemin optique due à l'inclinaison.

Le déphasage d'une onde étant défini en (2-5), il est déterminé dans le cas présent par :

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot n_{mat} \cdot \Delta L. \quad (2-10)$$

Une photographie de la lame de phase ajustable réalisée par [62], [63] est présentée à la figure 2.8-a. Un graphique présentant le rapport entre la différence de hauteur et la charge topologique de l'onde générée est reporté à la figure 2.8-b.

En considérant (ce n'est pas précisé par les auteurs) que la photographie correspond au cas extrême où  $\ell = 6$ , l'épaisseur de la plaque  $d_i$  peut être estimée de l'ordre de 1 mm, et l'angle  $\alpha$  de l'ordre de 10 à 15 degrés. En choisissant le cas le plus favorable ( $\alpha = 15^\circ$ ), la permittivité du Téflon à 60 GHz étant égale à 2,05, l'application numérique de la relation (2-10) donne :

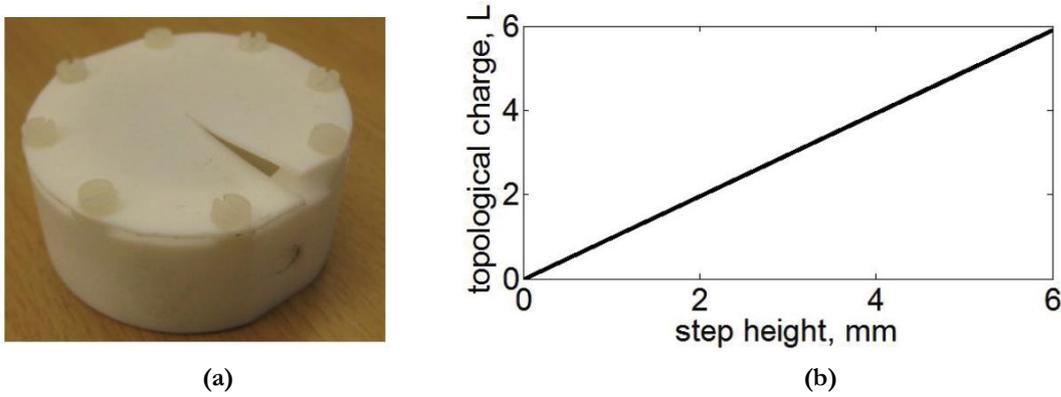


Figure 2.8 : Utilisation d'une lame de phase spirale ajustable à la fréquence de 60 GHz [62], [63].  
 (a) Photographie de la lame de phase spirale ajustable. (b) Relation entre la différence de hauteur et la charge topologique  $L$ .

$$\phi = \frac{2\pi}{5} \sqrt{2,05} \times \left[ \left( 1 - \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos \beta} \right) + \sqrt{2,05} \left( \frac{1}{\cos \beta} - 1 \right) \right] = 1,08^\circ. \quad (2-11)$$

Cette valeur est très éloignée de la rotation de  $2\pi$  nécessaire pour générer une onde portant une charge topologique  $\ell = 1$  (ne parlons pas d'une charge  $\ell = 6$ ). Pourtant, les auteurs rapportent ce qui semble être une mesure d'une onde portant de l'OAM (figure 2.9).

Effectivement, les profils d'intensité présentés sont compatibles avec la coupe d'une distribution annulaire de l'énergie. Cependant, contrairement à l'étude précédente [64], seules des coupes sont présentées et pas de cartographie sur un plan. La distribution de l'énergie sous forme d'anneau n'est donc pas spécifiquement démontrée. Aucune donnée quant à la distribution de phase générée par cette lame de phase ajustable n'étant avancée, il est difficile de conclure sur la présence ou non d'OAM.

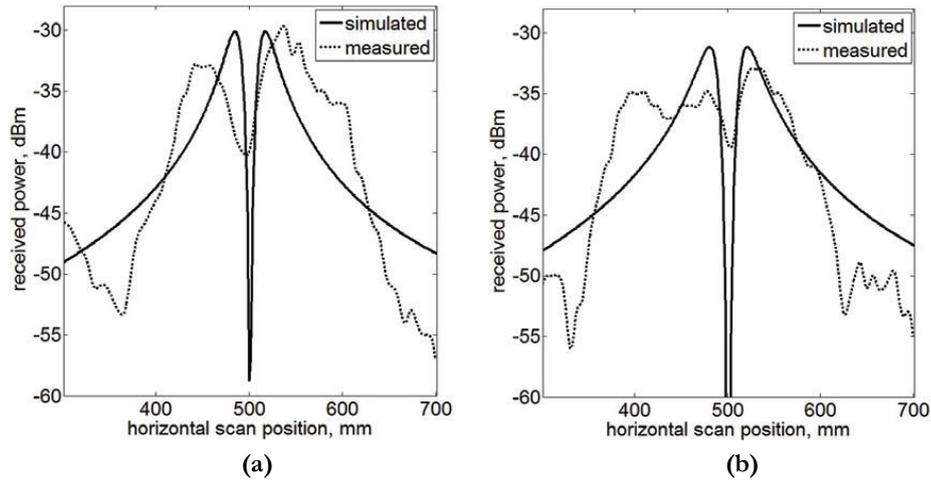


Figure 2.9 : Résultats de mesure et de simulation pour une lame de phase spirale ajustable à la fréquence de 60 GHz [62], [63]. (a) pour une charge topologique  $\ell = 3$ . (b) pour une charge topologique  $\ell = 4$ .

### 2.3.2 Antennes spécifiques au domaine radio

#### 2.3.2.1 Réseaux circulaires

La proposition de générer une onde portant de l'OAM dans le domaine radio a été faite, la première fois, en utilisant un réseau circulaire d'antenne [3]. Le principe est le suivant :  $N$  dipôles sont équirépartis le long du périmètre d'un cercle et alimentés avec le même signal, mais déphasés en fonction de la position du dipôle (voir la figure 2.10). Le déphasage entre deux antennes successives est exprimé par [67] :

$$\delta\phi = \frac{2\pi\ell}{N}. \quad (2-12)$$

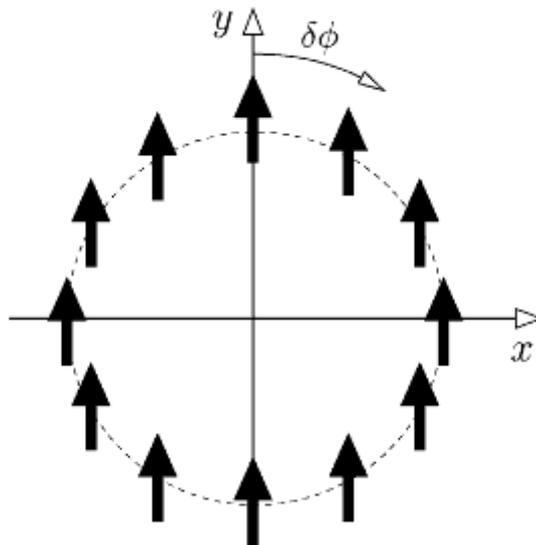


Figure 2.10 : Configuration d'un réseau circulaire d'antennes ( $N = 12$  dipôles) pour générer une onde portant du moment angulaire orbital [3]. Le déphasage  $\delta\phi$  entre deux antennes successives est défini en (2-12).

Le réseau étant composé d'un nombre  $N$  fini d'antennes, le nombre de modes différents  $l_{max}$  pouvant être générés y est alors directement lié. Il s'agit, en fait, d'une application du théorème de Shannon pour une variation spatiale de la phase :

$$|l_{max}| < \frac{N}{2}. \quad (2-13)$$

Cette méthode possède deux grands avantages. Le premier est que chacune des antennes composant le réseau peut-être contrôlée indépendamment des autres. Le second, qui en découle, est que la phase de l'onde générée peut donc être très bien connue et maîtrisée. Son inconvénient est l'augmentation de la complexité du système.

Suite à cela, plusieurs études présentant des variantes de cette méthode ont été publiées. La première propose d'utiliser des TSA (Time-Switched Array) circulaires pour générer de l'OAM [68]. Un exemple de résultat de simulation est présenté à la figure 2.11. La distribution annulaire de l'énergie (avec un rayon qui augmente avec le mode d'OAM) et la rotation de phase de  $2 \cdot \pi l$  sont toutes les deux bien visibles.

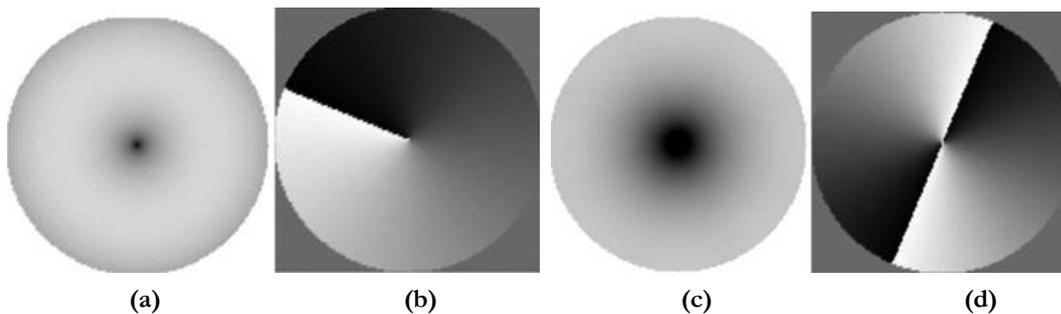


Figure 2.11 : Simulations numériques présentant l'amplitude (a, c) et la phase (b, d), en champ lointain et sur une demi-sphère, d'une onde générée par un TSA circulaire [68]. (a-b) Pour une charge topologique  $l = 1$ . (c-d) Pour une charge topologique  $l = 2$ .

Les mêmes auteurs ont ensuite, dans une seconde étude [69], présenté la conception d'un réseau circulaire de huit antennes « patches ». Encore une fois, il s'agit d'alimenter les différentes antennes avec un même signal mais une phase différente. L'évolution par rapport à la démonstration de principe [67] consiste en l'évaluation de l'influence des caractéristiques des éléments rayonnants. La figure 2.12 en présente les principaux résultats.

La configuration du réseau proposé est visible à la figure 2.12-a. La figure 2.12-b présente des simulations de l'évolution du diagramme de rayonnement en fonction du diamètre du réseau. Les comportements habituels (meilleure directivité et apparition de lobes secondaires lorsque le diamètre augmente) sont toujours présents en présence d'OAM. La distribution de phase est visible à la figure 2.12-c, pour un diamètre non spécifié du réseau. La rotation de phase attendue est bien celle observée.

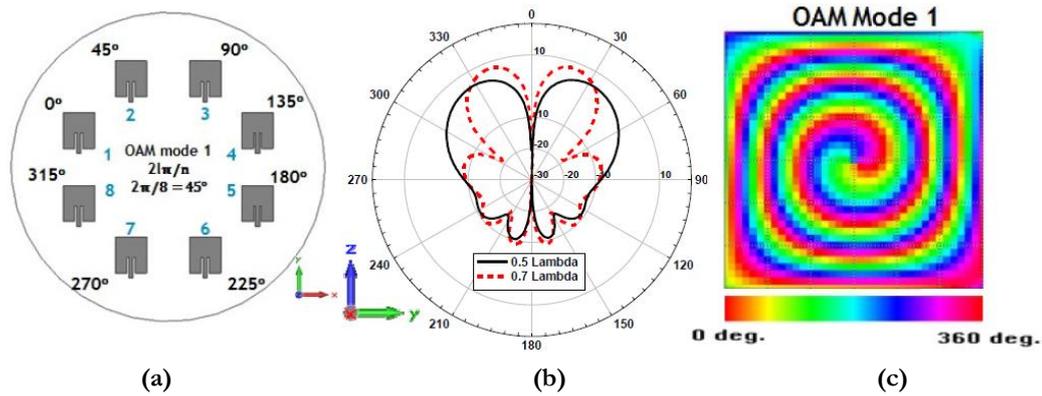


Figure 2.12 : Simulations numériques présentant un réseau circulaire de patch permettant de générer de l'OAM [69]. (a) Configuration proposée pour le réseau. (b) Diagrammes de rayonnement pour une charge topologique  $l = 1$  et deux diamètres du réseau. (c) Distribution de phase pour une charge topologique  $l = 1$ .

La troisième et dernière étude présentée suit toujours le même principe, mais en utilisant huit antennes Vivaldi comme éléments rayonnants [12]. La configuration de ce réseau et de ses éléments constitutifs sont présentés à la figure 2.13. La grande différence entre cette configuration et les précédentes est qu'ici, les différents éléments rayonnants ne sont pas tous orientés selon la même direction. Ce changement se répercute sur les résultats de simulation, qui sont eux aussi très différents. Une sélection de ces derniers est présentée à la figure 2.14.

Les auteurs semblent, dans leur interprétation de ces résultats, faire la confusion entre une distribution hélicoïdale de la phase et une distribution hélicoïdale de l'énergie. Cette confusion pourrait avoir été facilitée par la représentation « en fusilli » [19] souvent utilisée pour représenter un faisceau portant de l'OAM. De plus, aucune information sur la valeur de la phase sur le front d'onde n'est présentée. Un autre point problématique est l'absence de minimum d'intensité pour les modes  $l = \pm 1$ . En effet, une rotation de phase de  $0$  à  $2\pi$  sur le front d'onde implique forcément l'existence d'interférences destructrices en son centre. Pour ces raisons, il est peu vraisemblable que ce réseau puisse générer de l'OAM.

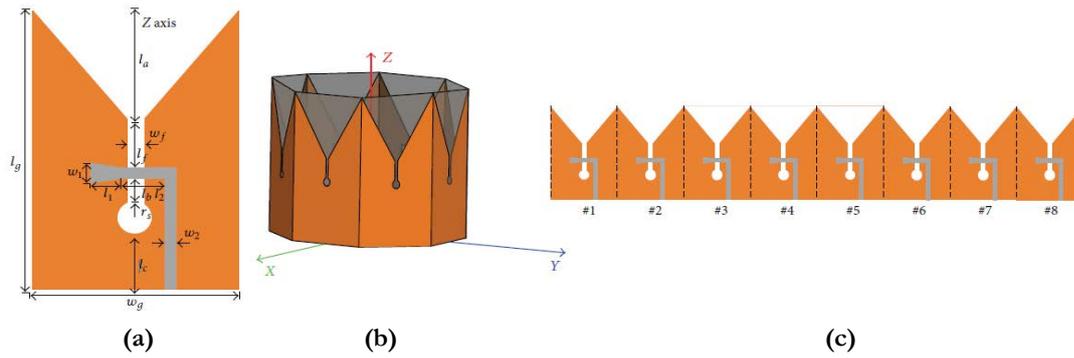


Figure 2.13 : Utilisation d'un réseau circulaire d'antenne Vivaldi pour générer de l'OAM [12]. (a) Configuration d'une des antennes Vivaldi. (b) Configuration 3D du réseau. (c) Représentation linéaire du réseau.

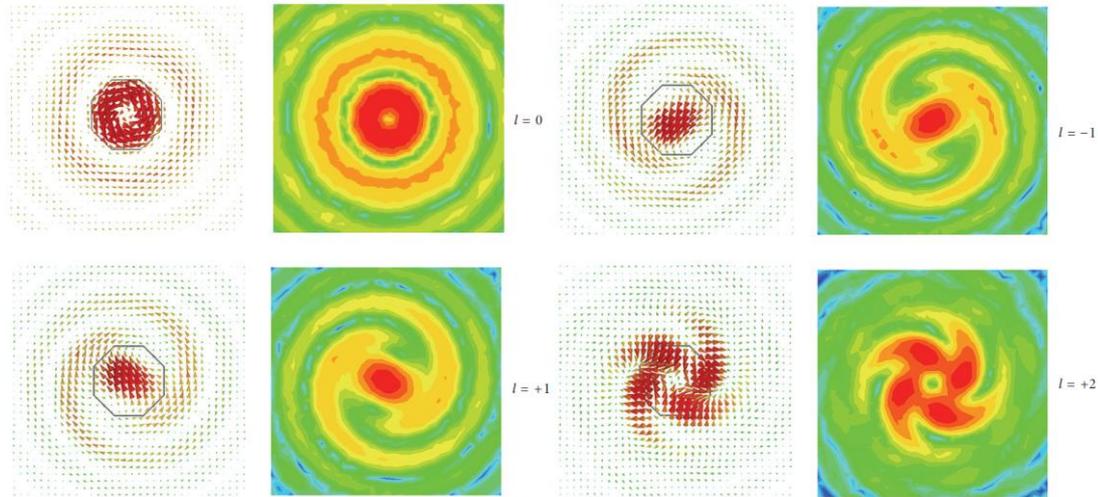


Figure 2.14 : Résultats de simulation de l'énergie rayonnée par un réseau circulaire d'antennes Vivaldi [12].

### 2.3.2.2 Antennes à réflecteurs

La génération d'OAM avec un système réfléchissant se base sur un principe similaire à celui des lames de phase spirales : une variation du chemin de propagation selon l'angle de roulis  $\theta$ . Dans le cas des lames de phase spirale, cette variation est réalisée lors d'une transmission, tandis que dans le cas étudié ici, cette variation apparaît lors de la réflexion sur une surface. L'apparence de ces antennes est donc elle aussi voisine, avec une différence de hauteur  $H_{max}$  le long d'un des rayons du réflecteur, définie par :

$$H_{max} = \frac{1}{2} \ell \lambda. \quad (2-14)$$

Deux réflecteurs différents seulement ont, à notre connaissance, été proposés dans la littérature. Le premier correspond plus à une preuve de concept [70], (figure 2.15-a). Il s'agit d'un bloc de polystyrène, recouvert d'une surface conductrice électriquement, réfléchissante et taillé de façon à obtenir à la fréquence de 2,45 GHz, huit paliers correspondant chacun à un déphasage de  $45^\circ$ . Des mesures ont été réalisées en chambre

anéchoïque, et que ce soit en mesure ou en simulation, la forme annulaire de la distribution d'énergie est bien retrouvée. La distribution de phase attendue, imparfaite à cause de la discrétisation du réflecteur, reste visible malgré tout (figure 2.15).

Cette expérimentation a été suivie d'une seconde, en environnement réel cette fois [15]. Les auteurs ont utilisé une parabole du commerce, qu'ils ont « twisté » pour qu'elle génère un ordre  $\ell = 1$  (figure 2.16-a et c). La caractérisation précise du champ rayonné par cette antenne n'est pas communiquée, mais d'autres éléments permettent de penser qu'il s'agit bien d'OAM. La figure 2.16-b montre une mesure effectuée en champ lointain ( $400 \times \lambda$ ) correspondant à un minimum d'intensité. Une interrogation peut se faire vis-à-vis de la taille de ce minimum par rapport à la longueur d'onde.

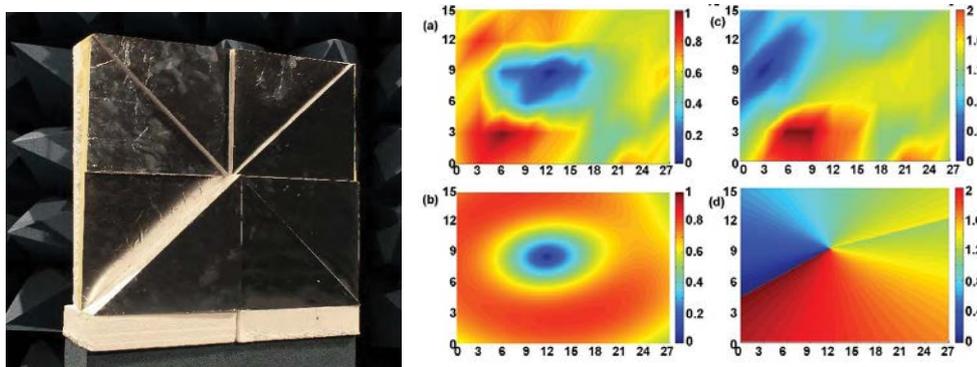


Figure 2.15 : Utilisation d'un réflecteur à paliers pour générer de l'OAM [70]. (Gauche) Photographie du réflecteur. (Milieu) Résultats de simulation. (Droite) Résultats de mesure.

En effet, la fréquence de travail est de 2,45 GHz, ce qui voudrait dire que la taille du vortex généré en champ lointain serait de l'ordre de  $\lambda/2$ . Cependant, bien qu'ils ne la montrent pas, les auteurs affirment que l'information de phase confirme qu'il s'agit bien du vortex attendu.

Après ce paragraphe récapitulatif des différentes antennes qui ont été réalisées en micro-ondes, nous allons à présent proposer des antennes OAM originales ou qui pourront servir pour diverses applications radio.

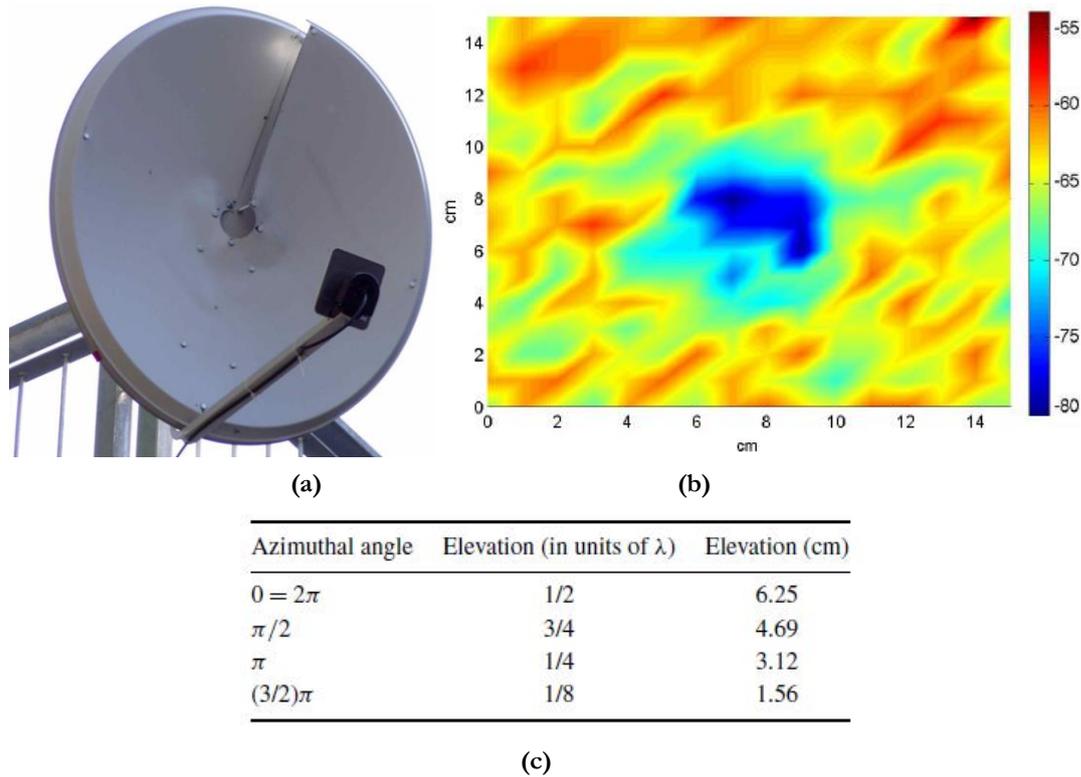


Figure 2.16 : Photographie de la parabole twistée utilisée en environnement réel (a), cartographie du trou d'intensité en champ lointain (b) et valeurs utilisées pour déformer la parabole (c) [15].

## 2.4 Réalisation d'antennes dans le domaine radio

Nous nous sommes intéressés dans cette partie à la transposition de certaines des techniques utilisées en optique vers le domaine radio, et plus particulièrement aux lames de phases. Il ne s'agit pas d'une antenne à proprement parler, mais d'un élément devant être associé à une source et qui en modifie le rayonnement. Ce comportement est comparable à celui des lentilles connues dans le domaine radio [71], [72]. Par la suite, le terme « antenne OAM » désigne l'ensemble constitué par la source et la lame de phase.

Pour déterminer la fréquence de travail des antennes réalisées, deux éléments sont à prendre en compte :

- La taille de l'antenne devant la longueur d'onde : plus elle est grande, plus l'ouverture est étroite, ce qui permet de contrebalancer la divergence de l'onde. Ce point incite à sélectionner une fréquence la plus élevée possible.
- La facilité de réalisation du prototype : plus la longueur d'onde est petite, plus les contraintes mécaniques sont importantes et impliquent l'utilisation d'équipements de fabrication sophistiqués.

Un compromis doit donc être trouvé entre ces deux aspects. En fonction des moyens disponibles au sein du laboratoire, le choix s'est porté sur la fréquence de 30 GHz.

Deux lames de phases ont été réalisées. La première est une réplique la plus fidèle possible de ce qui se fait en optique, adaptée pour pouvoir fonctionner dans la bande millimétrique. Ce type de lame de phase a déjà été utilisé en radio à la fréquence de 86 GHz [64], et consiste en une lame d'épaisseur variable et de permittivité constante. La seconde utilise une lame d'épaisseur fixe mais de permittivité variable. La permittivité est alors contrôlée en retirant de la matière [72], [73], un processus de réalisation spécifique à la radio. Plus de détails sont présentés à ce sujet au paragraphe 2.4.3.

Par contre, il est nécessaire de déterminer quelle sera la source illuminant ces lames de phase. En optique, une lame de phase est illuminée par un faisceau gaussien que l'on peut assimiler à une onde plane (on peut en fait supposer que la surface est équiphase sur la portion du plan illuminant la lentille). La conception d'une source adaptée sortant du domaine de ce travail de thèse, il a donc été décidé d'utiliser une source déjà existante suffisamment proche de ces caractéristiques.

Enfin, pour juger de la qualité des antennes réalisées, il est nécessaire de pouvoir estimer l'OAM porté par les ondes générées. Pour cela, une transformée de Fourier est appliquée sur les valeurs de la phase, extraite le long d'un cercle [74]. Cette méthode, ainsi que ses évolutions et améliorations possibles, est présentée en détail dans le chapitre 3 consacré à la propagation et la détection des ondes OAM.

#### **2.4.1 Source illuminant les lames de phase**

Le choix s'est porté sur une antenne cornet classique, disponible dans le commerce, et adaptée à la fréquence de travail des lames de phase. En effet, ce type d'antenne a plusieurs avantages :

- Quasi-symétrie du diagramme de rayonnement selon les deux plans E et H,
- Très bonne réjection de la polarisation croisée,
- Bonne adaptation sur une très large bande de fréquence.

L'antenne cornet utilisée est adaptée pour fonctionner dans la bande Ka (26,5 à 40 GHz). Une photographie est visible à la figure 2.17, et ses caractéristiques physiques sont présentées à la figure 2.18.



**Figure 2.17 : Photographie du cornet utilisé en tant que source de l'antenne OAM, relié à un guide d'onde rectangulaire fonctionnant dans la même bande de fréquence.**

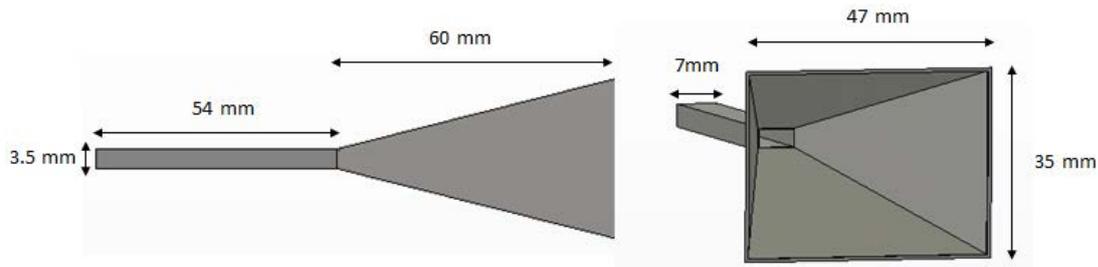


Figure 2.18 : Caractéristiques de l'ensemble « cornet + guide d'onde » utilisé en tant que source de l'antenne OAM.

#### 2.4.1.1 Diagramme de rayonnement simulé de l'antenne cornet.

La figure 2.19 présente une coupe du diagramme de rayonnement du cornet selon les plans E et H pour une fréquence de 30 GHz. Les ouvertures à -3 dB sont assez proches l'une de l'autre avec respectivement  $15,6^\circ$  et  $16,6^\circ$  dans les plans E et H. Le gain dans l'axe est de 20,4 dB, pour un gain mesuré de 19,75 dB, soit une différence de 0,65 dB. Il reste stable sur toute la bande de fréquence, avec une variation de l'ordre de 1 dB. La différence entre mesures et simulations augmente légèrement en montant en fréquence, mais reste de l'ordre de 1 dB elle aussi. La figure 2.20 présente ces valeurs sur la bande de fonctionnement du cornet, soit de 26,5 GHz à 40 GHz.

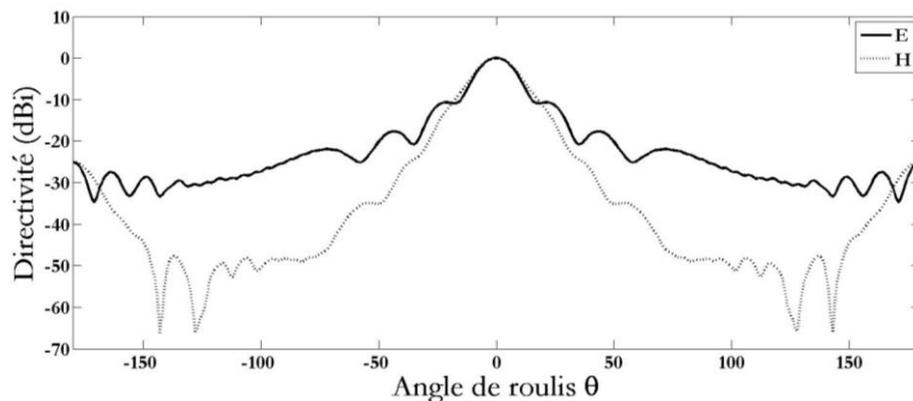


Figure 2.19 : Diagramme de rayonnement du cornet à la fréquence de 30 GHz.

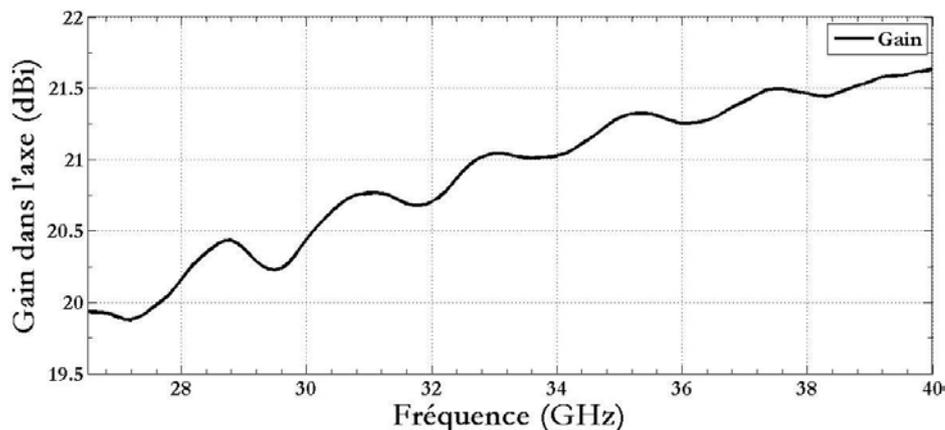


Figure 2.20 : Gain dans l'axe sur la bande de fréquence 26,5-40 GHz.

### 2.4.1.2 Positionnement relatif du cornet et de la lame de phase spirale

L'objectif est de se rapprocher au plus près de ce qui se fait en optique, c'est-à-dire d'une illumination la plus homogène possible de la lame de phase (illumination par le mode fondamental d'un faisceau gaussien dans l'approximation paraxiale [23]). Il a été montré dans le paragraphe précédent, que le diagramme de rayonnement du cornet est quasiment symétrique selon les deux plans E et H. Les axes du cornet et de la lame de phase doivent donc être confondus pour une illumination optimale, comme présenté à la figure 2.21-a. La distance entre le cornet et la lame de phase a ensuite été fixée à  $\lambda/2$ , soit 0,5 cm. Un travail de stage complémentaire a pu montrer que cette distance n'avait finalement que peu d'influence sur le résultat final [75].

Ensuite, nous nous sommes intéressés à l'orientation relative du cornet par rapport à la lame de phase (i.e. leur rotation respective autour de leur axe). Trois possibilités de positionnements différents ont été envisagés (figure 2.21). La position de référence, ou « position à  $0^\circ$  », correspond à ce qui est présenté à la figure 2.21-b. Le grand coté du cornet est alors parallèle au rayon où se trouve la différence d'épaisseur de la lame.

La figure 2.21-c correspond à une rotation de  $45^\circ$  du cornet autour de son axe par rapport à la position de référence, et la figure 2.21-d à une rotation de  $90^\circ$  du cornet. Le choix entre ces différentes configurations a été effectué en fonction de résultats de simulations effectués pour la première des lames réalisées (la lame de phase spirale), et sera donc présenté dans le paragraphe 2.4.2.2. Pour permettre une comparaison entre les deux antennes, la configuration reste la même dans les deux cas.

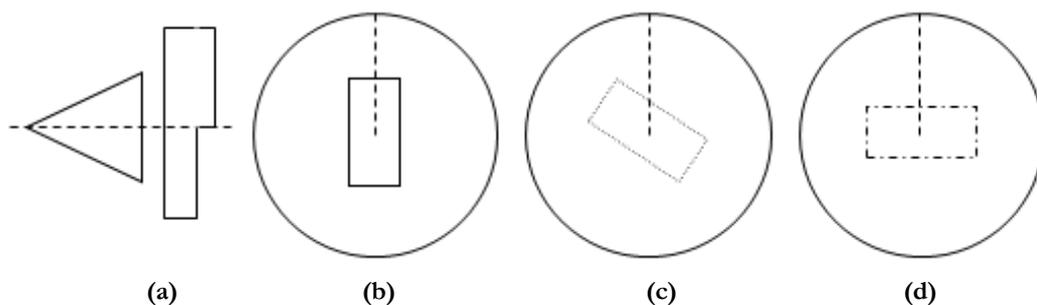


Figure 2.21 : Positionnement relatif du cornet et de la lame de phase spirale. (a) Les deux axes confondus. (b) Position de référence à  $0^\circ$ . (c) Position à  $45^\circ$ . (d) Position à  $90^\circ$ .

### 2.4.2 Réalisation d'une lame de phase spirale

Comme cela a été décrit dans la partie 2.2.2, une lame de phase spirale est un bloc de permittivité constante et d'épaisseur variant avec l'angle de roulis  $\theta$ . Du fait de la différence d'échelle, les technologies et matériaux utilisés ne sont pas les mêmes en radio et en optique, mais le principe reste identique. En effet, en optique la différence de hauteur au niveau de la discontinuité de la lame (voir figure 2.3) est de l'ordre d'une fraction de

micron. Cela implique d'utiliser des techniques de dépôt ou des techniques de lithographie. Alors qu'en radio, la différence de hauteur est de l'ordre du centimètre (équation (2-7)). La lame de phase peut alors être réalisée par usinage.

Le choix du matériau pour la réalisation de la lame spirale s'est porté vers le Téflon (PTFE), principalement pour les raisons suivantes :

- Il s'agit d'un matériau assez « souple », qui est donc usinable avec des équipements relativement standards. Un de ses inconvénients est qu'il peut se déformer facilement sous l'effet des contraintes mécaniques (la chaleur provoquée par la friction d'un foret par exemple).
- Ses caractéristiques diélectriques sont bien adaptées :
  - pertes faibles (de l'ordre de  $10^{-3}$ )
  - permittivité relative égale<sup>4</sup> à  $\varepsilon_{ptfe} = 2,1$ .
- Son coût est faible et il est facile à obtenir auprès des fournisseurs.

D'ailleurs, ces raisons font du Téflon un matériau couramment [71] utilisé pour réaliser des lentilles et des prismes en radiofréquence.

De plus, la permittivité relative du téflon étant suffisamment faible, nous avons décidé de ne pas ajouter de couche diélectrique supplémentaire pour minimiser le coefficient de réflexion à l'interface téflon/air lors de son illumination par la source. Cela se fait potentiellement au détriment de l'efficacité globale du système « source + lame de phase spirale », mais a peu d'influence sur la génération du faisceau électromagnétique recherchée.

Par la suite, il sera principalement fait mention du fonctionnement en « co-polarisation » (visualisation du champ dans la polarisation émise par l'antenne) ou en « cross-polarisation » (visualisation du champ dans la polarisation opposée à celle de l'émission). Ce choix a été fait pour simplifier la lecture du document, l'information de polarisation étant indépendante du moment angulaire orbital transporté, tant que l'on reste dans l'approximation paraxiale, ce qui est le cas ici [23].

#### 2.4.2.1 Caractéristiques de la lame de phase spirale

La lame de phase spirale a été conçue pour générer une onde portant une charge topologique  $\ell = 1$ . Pour obtenir un bon compromis entre une réalisation simple et une antenne grande devant la longueur d'onde, le diamètre de la lame de phase spirale a été fixé à :

$$D = 10\lambda = 10 \text{ cm.} \quad (2-15)$$

---

<sup>4</sup> Cette valeur théorique correspond à celle fournie sur la fiche produit du constructeur. Elle a été confirmée sur un échantillon caractérisé au sein du laboratoire, avec un résultat très proche :  $\varepsilon_{ptfe} = 2,096$ .

L'équation (2-7) donne le rapport entre la variation d'épaisseur maximale de la lame de phase spirale, la longueur d'onde et la charge topologique :

$$L_{max} = \frac{l\lambda}{(n_{ptfe}-1)} = \frac{1}{0,45} = 2,2 \text{ cm}, \quad (2-16)$$

où  $n_{ptfe} = 1,45$  est l'indice de réfraction du matériau (PTFE).

Il faut ensuite à déterminer la longueur de la base de la lame de phase spirale, i.e. de la section d'épaisseur constante. Cependant, la quantité de matériau traversé étant à ce niveau la même quel que soit l'angle de roulis  $\theta$ , elle ne contribue pas à la génération de l'OAM porté par l'onde. De plus, nous avons décidé de nous consacrer à la génération d'OAM, sans chercher à optimiser l'efficacité ou le gain de l'antenne. Il s'agit donc d'une contrainte uniquement mécanique, qui sera abordée plus en détail lors de la présentation de la réalisation de la lame de phase.

#### 2.4.2.2 Résultats de simulation de la lame de phase « idéale »

Un premier modèle théorique, correspondant à la position de référence, est présenté à la figure 2.22. Il a été simulé grâce au solveur temporel du logiciel CST MWS. Il ne prend pas en compte les différentes contraintes de réalisation et a pour rôle de valider le principe du fonctionnement de la lame de phase spirale. C'est aussi ce modèle qui a servi de base pour choisir parmi les différentes configurations présentées à la figure 2.21.

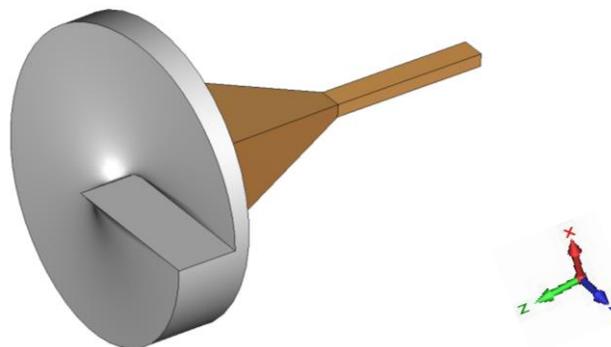


Figure 2.22 : Modèle 3D de la lame de phase spirale « idéale » réalisé avec le logiciel CST MWS

Les résultats de simulations à la fréquence de 30 GHz sont présentés à la figure 2.23 pour deux positions de référence du cornet :  $0^\circ$  et  $90^\circ$  (figure 2.21). Les résultats sont équivalents pour la configuration à  $45^\circ$  et ne sont donc pas présentés.

A l'examen de ces courbes, on peut constater que la répartition annulaire de l'énergie et la rotation de phase de  $0$  à  $2\pi$  attendues, sont bien présentes. De plus, des oscillations de l'amplitude sont aussi clairement visibles le long de l'anneau, ce qui rejoint les observations faite à 86 GHz [64] (figure 2.6). Cependant, l'hypothèse alors avancée par les auteurs pour expliquer ce phénomène est ici infirmée, l'alignement entre les éléments étant modélisé de façon idéale. La raison semble donc plutôt être liée à l'utilisation d'un cornet, la

rotation de ce dernier autour de son axe modifiant nettement la position du maximum d'intensité.

L'estimation des modes d'OAM portés par l'onde générée dans chacune des deux configurations est visible à la figure 2.24.

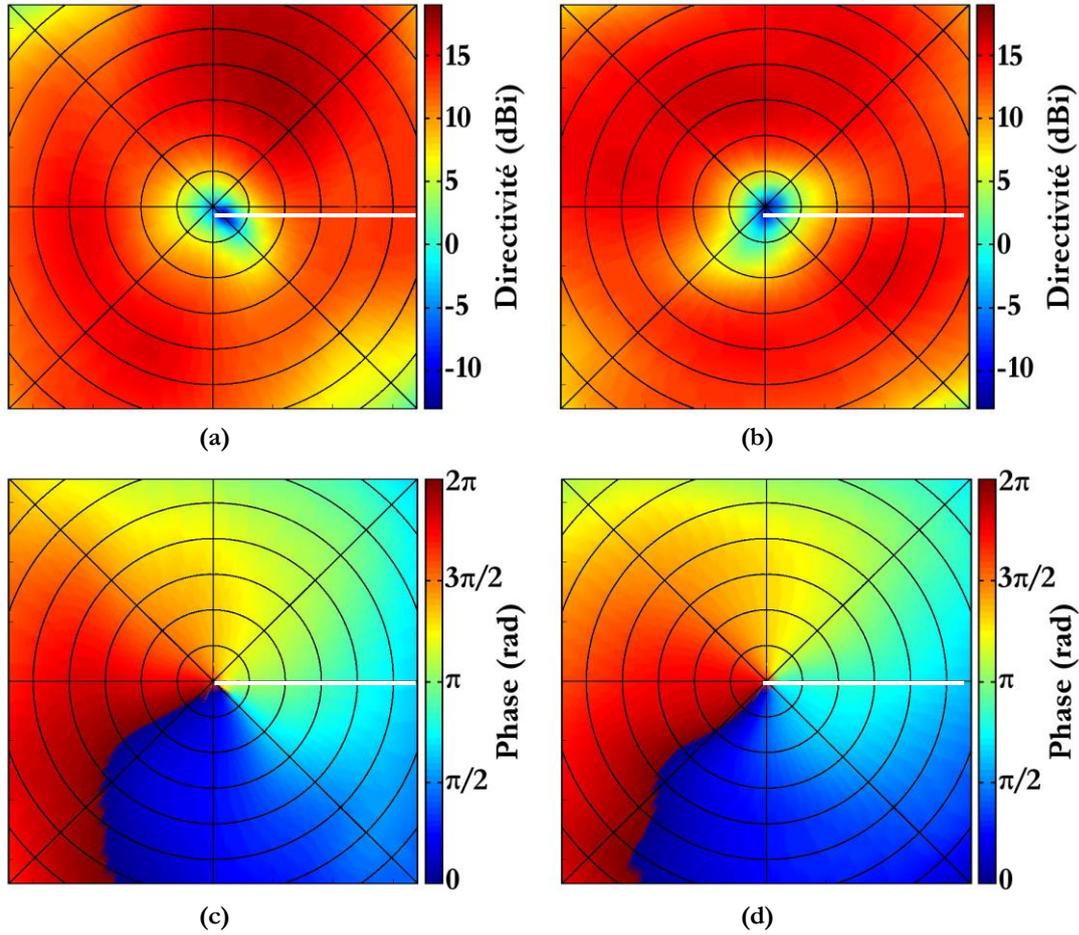


Figure 2.23 : Résultats de simulations pour la lame de phase spirale « idéale » réalisé avec le logiciel CST MWS. Le trait blanc localise la variation brutale de l'épaisseur de la lame, et chaque cercle concentrique correspond à un pas de  $3^\circ$ . A gauche : amplitude (a) et phase (c) pour la position  $90^\circ$  du cornet. A droite : amplitude (b) et phase (d) pour la position  $0^\circ$  du cornet.

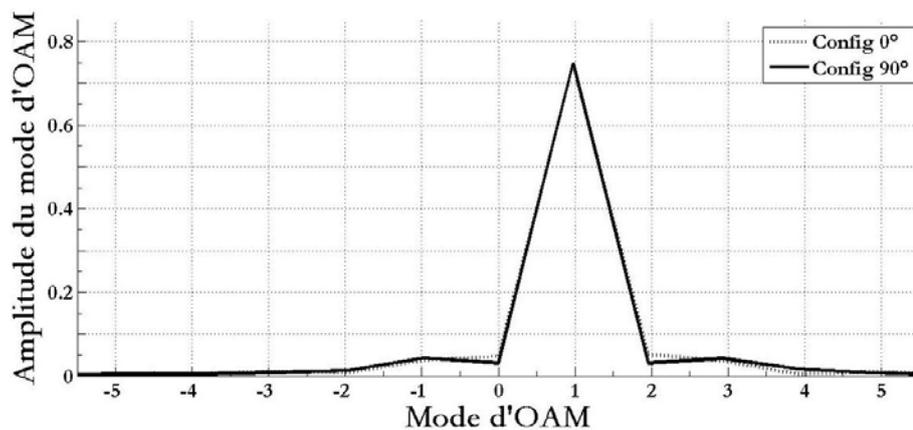


Figure 2.24 : Estimation de l'OAM de l'onde générée pour les positions  $0^\circ$  et  $90^\circ$  du cornet.

Ces résultats mettent en évidence plusieurs points importants. Tout d'abord, aucune des configurations ne permet de générer un mode pur  $\ell = 1$ , du fait notamment que l'onde générée par l'antenne cornet n'est pas une onde « gaussienne ».

Ensuite, il n'y a pas de différences suffisamment marquées entre les différents cas pour pouvoir déterminer clairement quelle configuration de l'antenne par rapport à la lame de phase est optimale. Le choix a donc été fait d'utiliser la configuration à  $90^\circ$ , les modes  $\ell = 0$  et  $\ell = 2$  étant très légèrement plus faibles dans ce cas.

### 2.4.2.3 Réalisation mécanique

La lame de phase spirale a été réalisée à l'aide d'une fraiseuse « 3 axes » par le pôle mécanique du laboratoire (figure 2.25-a). Le résultat est très satisfaisant, avec une précision de l'ordre du dixième de millimètre ( $\lambda/100$ ). Malheureusement, une spirale parfaite du centre de la pièce jusqu'à son extrémité ne peut pas être obtenue. En effet, l'outil disponible ne possède, comme son nom l'indique, que trois axes : déplacement sur le plan (axes X et Y) et en profondeur (axe Z). Une pente aussi abrupte que celle au centre de la lame spirale, en conservant dans le même temps un saut de hauteur de 2,2 cm, n'est donc pas réalisable. Avoir une pente très abrupte avec l'outil disponible nécessiterait d'utiliser une fraise à la fois très fine et très longue (au moins 2,2 cm) pour sa partie utilisable. Ce qui n'est pas réaliste mécaniquement.

Pour pallier à ce problème, un cylindre d'épaisseur constante a été inséré au centre de la lame de phase spirale préalablement percée (visible sur la figure 2.25-b). L'onde générée ayant une charge topologique  $\ell = 1$ , le champ dans l'axe du faisceau est très faible.

Le choix du diamètre de ce cylindre a donc été l'objet d'un compromis entre les contraintes techniques et la nécessité de ne pas détériorer l'efficacité de la lame de phase. Plusieurs modèles ont donc été simulés pour étudier son influence, comme le montre la figure 2.26. Il en ressort que si ce diamètre est inférieur à la longueur d'onde  $\lambda$  (10 mm), la perturbation apportée est faible. Après concertation avec les mécaniciens en charge de la machine, il a été choisi à 8 mm.



Figure 2.25 : Photographie de la lame de phase spirale en cours de réalisation (a) et réalisée (b).

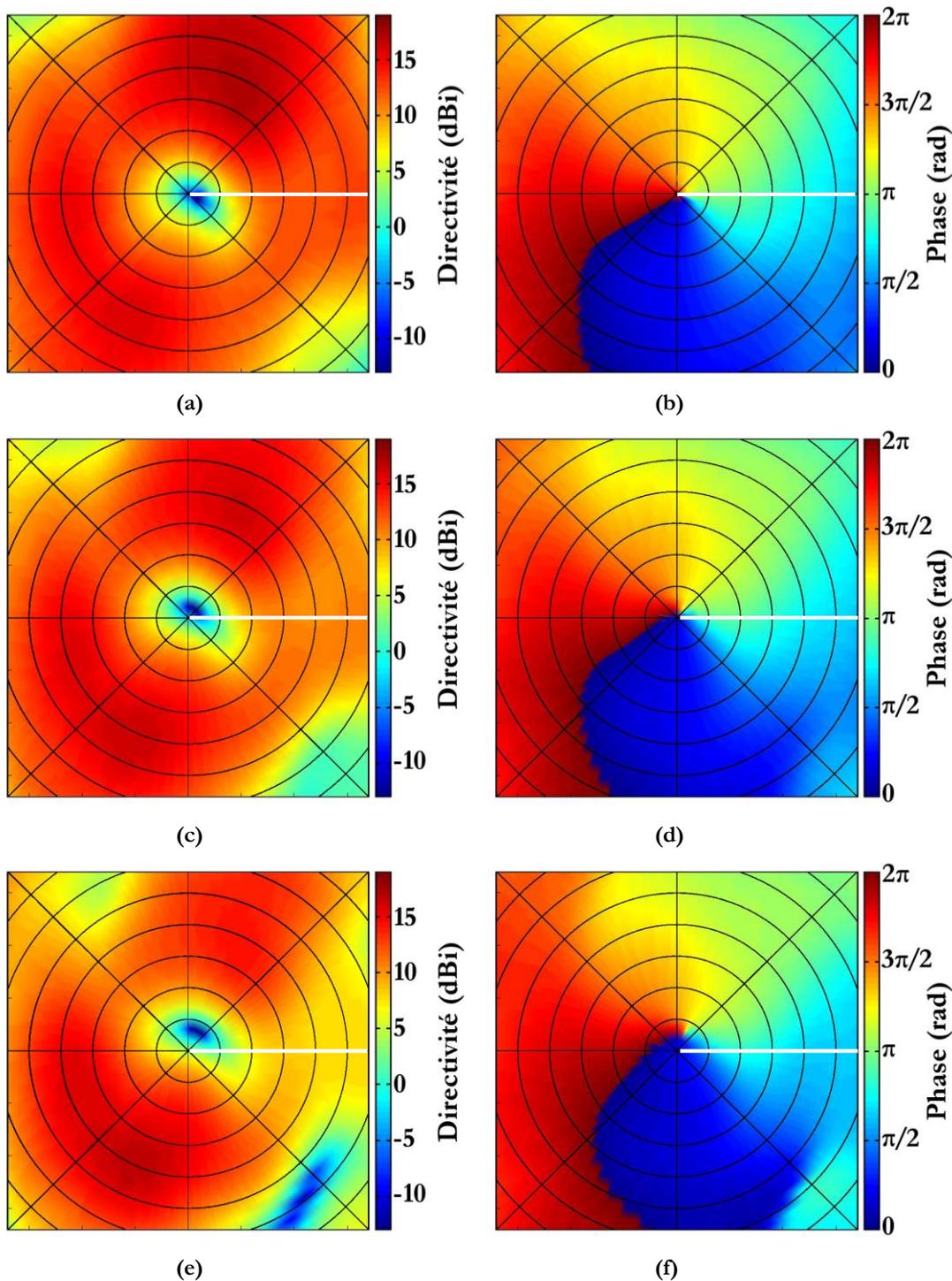


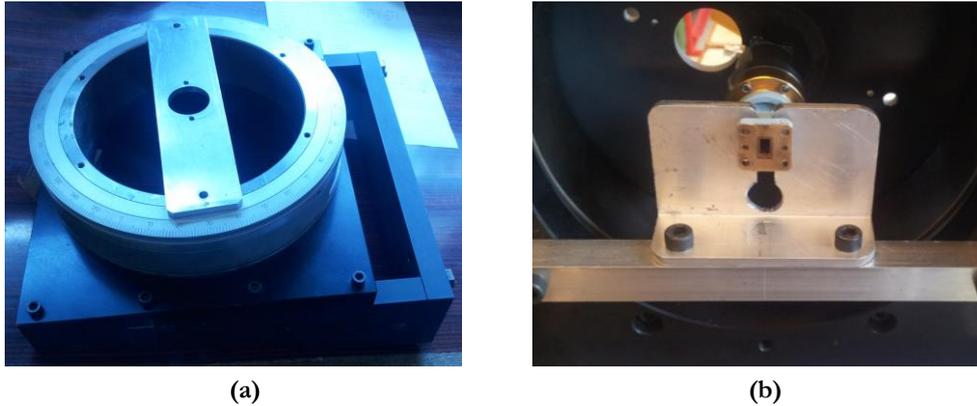
Figure 2.26 : Influence du diamètre du tube central sur l'onde générée par la lame de phase spirale. Le trait blanc localise la variation brutale de l'épaisseur de la lame, et chaque cercle concentrique correspond à un pas de  $3^\circ$ . Colonne de gauche : directivité. Colonne de droite : phase. (a-b) Diamètre de 10 mm. (c-d) Diamètre de 15 mm. (e-f) Diamètre de 20 mm.

Pour assurer une bonne prise par le système de fixation lors de la réalisation, la longueur de la base de la lame de phase a été fixée à 3,8 cm (soit une longueur totale maximale de 6 cm). Cela a aussi l'avantage de laisser suffisamment de place pour y adapter un système de fixation, en prévision des mesures.

Le support utilisé est visible à la figure 2.27-a et est constitué de deux parties :

- Une partie fixe en plastique rigide,
- Une partie mobile et graduée permettant une rotation sur  $360^\circ$ , avec une précision de  $1^\circ$ .

Le cornet devant tourner autour de son axe avec la lame de phase, un joint tournant a été utilisé. Il s'agit d'un type de guide d'onde spécialement conçu pour répondre à ce genre de besoin (figure 2.27-b).



**Figure 2.27 : Photographies du support utilisé pendant les mesures (a) et du système de fixation du joint tournant (b).**

Finalement, la lame de phase est fixée à son support par quatre tiges. Pour cela, quatre trous ont été percés et taraudés dans la section d'épaisseur constante. Un nouveau modèle 3D prenant en compte tous ces éléments, ainsi que les résultats de simulation correspondants sont présentés à la figure 2.28. Un offset différent du trou d'intensité peut être observé, sans que cela n'ait d'influence notable sur l'estimation des modes d'OAM. Cette évolution est discutée au paragraphe 2.4.5 consacré à la comparaison entre résultats de mesure et résultats de simulation.

### **2.4.3 Réalisation d'une lame de phase « à trous »**

Cette partie présente la conception d'une antenne originale dans le domaine radio, utilisant une lame de phase de permittivité variable. La variation de la permittivité a été calculée de façon à obtenir une loi de phase la plus proche possible de celle de la lame de phase spirale. Les avantages de cette lame de phase « à trous » par rapport à la précédente sont :

- Antenne avec une géométrie plus simple (plate au lieu de spirale). Elle peut donc être intégrée plus facilement dans un système complexe.
- Possibilité de modifier la loi de phase pour améliorer l'antenne et/ou ajouter de nouveaux éléments plus facilement (prise en compte de la non-sphéricité de l'onde émise par la source par exemple)

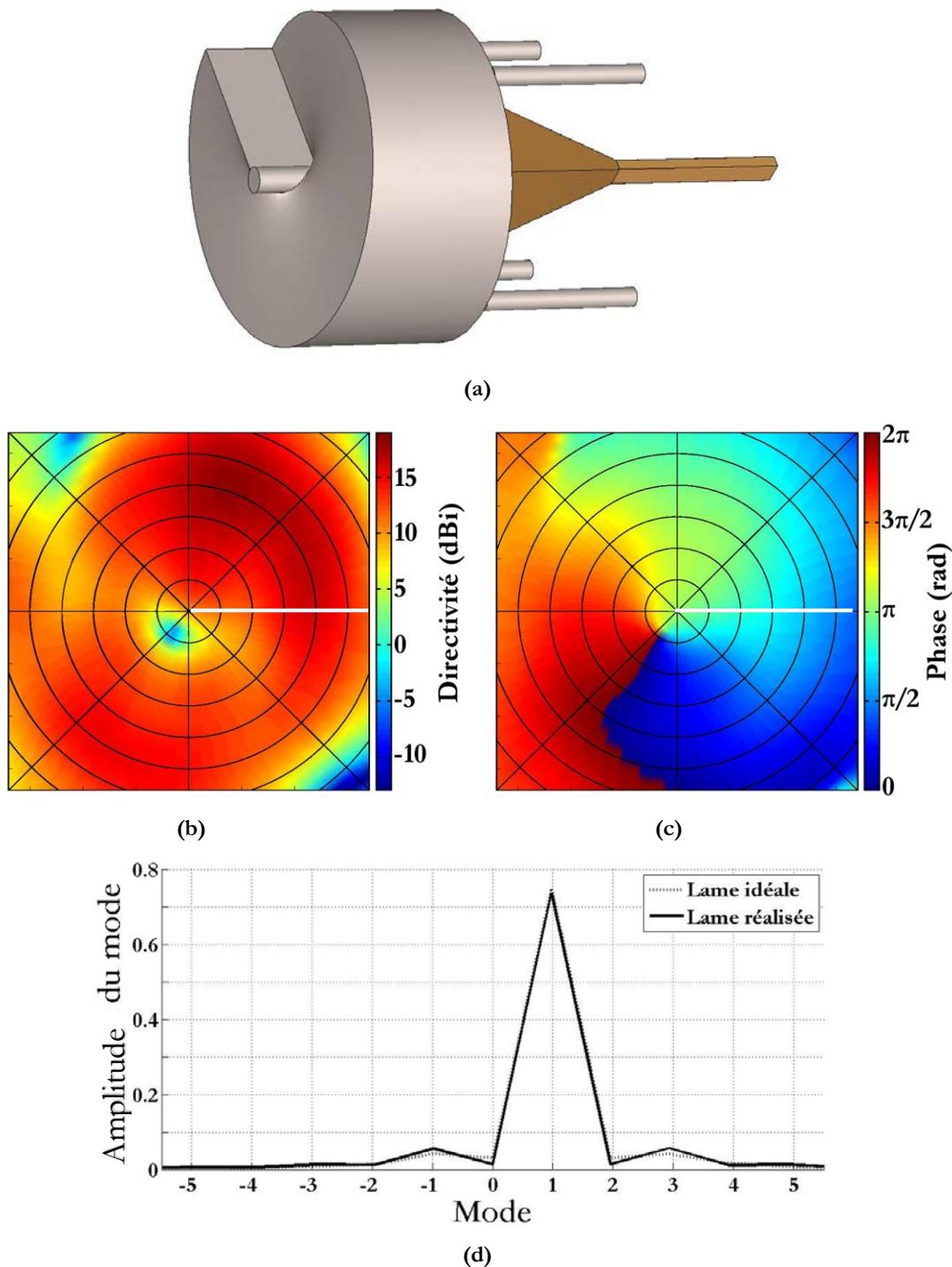


Figure 2.28 : Modèle 3D (a) et résultats de simulations pour la lame de phase spirale réalisée. Le trait blanc localise la différence d'épaisseur. (b) Directivité (c) Phase (d) Estimation des modes d'OAM.

Pour permettre une comparaison entre les deux lames de phase réalisées, la lame de phase percée a été conçue pour fonctionner à la fréquence de 30 GHz et à un même diamètre de 10 cm. Pour les mêmes raisons, le matériau de base reste le téflon (PTFE). Comme pour la lame de phase spirale, les concepts théoriques et les résultats de simulation préliminaires seront présentés, avant de passer à la réalisation mécanique.

### 2.4.3.1 Conception théorique

L'idée de base est la même que pour une lame de phase spirale : il s'agit de créer une différence de chemin de propagation en fonction de l'angle de roulis  $\theta$ . Pour la lame de phase spirale, le déphasage en fonction de l'angle  $\theta$  est obtenu par une variation d'épaisseur d'un matériau à permittivité constante. Pour la lame de phase « à trous », c'est l'inverse : l'épaisseur est constante, mais la permittivité du matériau varie en fonction de l'angle  $\theta$ .

Dans le cadre de ce travail, nous avons décidé d'utiliser une technique présentée par Zimmerman en 1997 [73], et déjà utilisée au sein du laboratoire [71]. Le principe de cette méthode est de contrôler la permittivité effective d'un diélectrique (ici, du téflon) en y perçant des trous. Le rapport entre la quantité de vide introduite dans le matériau et la permittivité effective est alors [72] :

$$\varepsilon(\theta) = \frac{\varepsilon_{mat}V_{mat} + \varepsilon_{air}V_{air}}{V_{total}}, \quad (2-17)$$

où  $V_{mat}$  et  $V_{air}$  représentent respectivement le volume de diélectrique et le volume de l'air obtenu par perçage,  $\varepsilon_{mat}$  et  $\varepsilon_{air}$ , leur permittivité, et  $V_{total} = V_{air} + V_{mat}$ .

Pour garantir un bon maintien mécanique de la lame de phase, le taux maximum de vide a été choisi à 33%. Ce taux a été déterminé lors d'un travail de stage ayant eu lieu en parallèle de la thèse [75], et correspond à un indice de réfraction minimum de 1,35 (avec un indice de réfraction du téflon de 1,45).

Pour obtenir la variation de  $2\pi$  de la phase recherchée selon l'angle  $\theta$ , plusieurs paramètres sont à prendre en compte :

- La permittivité « de base » du téflon,
- La permittivité minimale pouvant être obtenue en conservant un taux de vide inférieur à 33% du volume total.

La valeur l'indice de réfraction en fonction de l'angle  $\theta$  suit la loi :

$$n(\theta) = n_{tef} - \frac{\Delta n}{2\pi} \cdot \theta, \quad (2-18)$$

où  $\Delta n$  représente la variation de l'indice de réfraction nécessaire pour obtenir une rotation de phase allant de 0 à  $2\pi$  (visible à la figure 2.29).

On peut donc écrire que :

$$\frac{2\pi}{\lambda} \Delta n \cdot L = 2\pi\ell \rightarrow \Delta n = \frac{\ell\lambda}{L}, \quad (2-19)$$

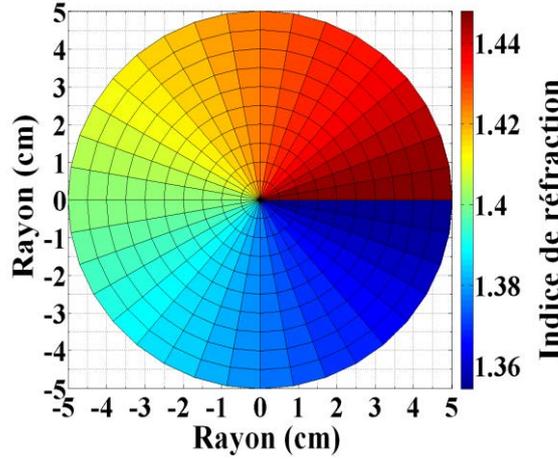


Figure 2.29 : Variation de l'indice de réfraction en fonction de l'angle de roulis  $\theta$ .

La longueur (l'épaisseur) de la lame de phase à trous est alors de :

$$L = \frac{\ell\lambda}{\Delta n} = \frac{1 \times 10}{1,45 - 1,35} = 100 \text{ mm.} \quad (2-20)$$

Il faut maintenant relier la variation de permittivité (et donc implicitement de la quantité d'air) à une quantité de trous. La fréquence de travail étant 30 GHz, le diamètre des trous utilisé a été fixé à 1mm (ce qui correspond à  $\lambda/10$ , et peut donc être considéré comme négligeable pour l'onde). Nous avons aussi défini le paramètre  $R_{Vt}$  comme le rapport entre le volume d'air et le volume total. Ce rapport s'écrit en fonction de l'angle de roulis  $\theta$  :

$$R_{Vt}(\theta) = \frac{\varepsilon(\theta) - \varepsilon_{tef}}{1 - \varepsilon_{tef}} = \frac{\left(\frac{\ell\lambda}{2\pi L}\right)^2 \theta^2 - \frac{\ell n_{tef} \theta}{\pi L}}{1 - (n_{tef})^2}. \quad (2-21)$$

Ce paramètre permet de déterminer le nombre et la profondeur des trous pour obtenir la loi de phase désirée. Mais avant cela, il est nécessaire de diviser la lame de phase en unité de volume élémentaire. Pour assurer une meilleure discrétisation de la permittivité, le choix s'est porté sur une double sectorisation de la lame de phase : selon le rayon  $r$  et selon l'angle de roulis  $\theta$ . Un volume élémentaire a donc la forme d'un secteur angulaire borné (figure 2.30) dont le volume peut s'exprimer comme :

$$V_{total\_elem} = L \cdot \frac{(r - dr + r + dr) \cdot dr \cdot d\theta}{2} = L \cdot r \cdot dr \cdot d\theta. \quad (2-22)$$

Il est alors possible d'exprimer le rapport  $R_{Vt}$  pour chacun de ces volumes élémentaires :

$$R_{Vt}(\theta) = \frac{L_{tr}(r, \theta) \cdot N(r, \theta) \pi r_{tr}^2}{L \cdot r \cdot dr \cdot d\theta}, \quad (2-23)$$

où  $L_{tr}(r, \theta)$  est la longueur des trous dans le secteur considéré,  $N(r, \theta)$ , leur nombre, et  $r_{tr}$ , leur rayon.

Nous avons en effet choisi ici de considérer qu'au sein d'un même secteur, tous les trous auraient la même profondeur. Il aurait aussi été possible de jouer sur le diamètre des trous, mais les contraintes mécaniques ne nous permettaient pas d'utiliser des diamètres plus faibles (un diamètre plus élevé serait supérieur à la contrainte de  $\lambda/10$ ).

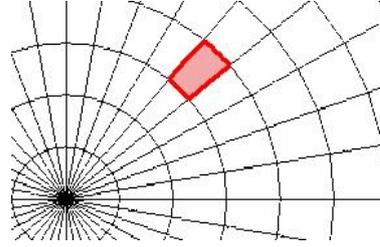


Figure 2.30 : Visualisation d'un volume élémentaire.

Les relations précédentes nous permettent d'écrire que :

$$L_{tr}(r, \theta). N(r, \theta) = \frac{L}{\pi r_{tr}^2} R_{vt}(\theta). r. dr. d\theta, \quad (2-24)$$

Si on considère que la distance élémentaire  $dr$  (respectivement l'angle élémentaire  $d\theta$ ) correspond à la différence entre deux valeurs de rayon  $r_1$  et  $r_2$  (respectivement deux angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$ ), l'équation (2-24) se réécrit sous la forme :

$$L_{tr}(r, \theta). N(r, \theta) = \frac{L}{\pi r_{tr}^2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} R_{vt}(\theta) d\theta \cdot \int_{r_1}^{r_2} r dr, \quad (2-25)$$

Ce qui donne, après intégration :

$$L_{tr}(r, \theta). N(r, \theta) = \frac{L}{2\pi r_{tr}^2} \frac{1}{1-n_{tef}} \frac{\lambda l}{2\pi L} \left[ \frac{\lambda l}{6\pi L} (\theta_2^3 - \theta_1^3) - n_{tef}(\theta_2^2 - \theta_1^2) \right]. \quad (2-26)$$

Pour avoir un échantillonnage le plus précis possible, mais qui reste raisonnable pour ne pas devenir trop complexe à réaliser, la surface de la lame de phase a été séparée en deux zones :

- La première s'étend du centre de la lame de phase jusqu'à un rayon de 2 cm. Dans cette zone, le pas en rayon est de 1 cm, et le pas en angle de 20°.
- La seconde s'étend à partir d'un rayon de 2 cm, jusqu'à la bordure de la lame de phase. Dans cette zone, le pas en rayon reste de 1 cm, mais le pas en angle est de 10°.

Deux cartographies, visibles à la figure 2.31, sont obtenues. La première est une représentation du nombre de trou par secteur élémentaire (figure 2.31-a), et la seconde représente leur profondeur en millimètres (figure 2.31-b). Il est important de noter que la détermination de la loi de phase a été faite en supposant que le taux maximum de vide (33%) était atteint. Cela explique pourquoi il y a toujours au moins un trou dans tous les secteurs, même avec une profondeur très faible.

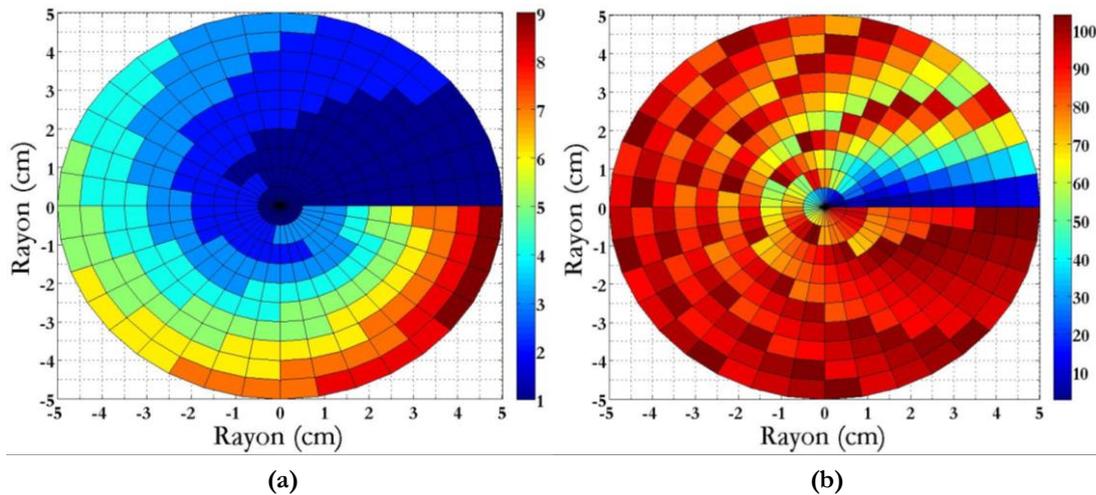


Figure 2.31 : Cartographie des trous nécessaire pour obtenir la loi de phase désirée, en fonction du secteur élémentaire. (a) Nombre de trous (b) Profondeur des trous (en mm).

### 2.4.3.2 Résultats de simulation de la lame de phase idéale

La lame de phase percée a été modélisée sous CST MWS, dans les mêmes conditions que la lame de phase spirale, pour pouvoir ensuite comparer les deux antennes. Afin d'obtenir un résultat au plus proche de la réalité, nous avons choisi de modéliser un bloc de téflon percé de trous (l'autre possibilité, moins exigeante en temps de calcul, aurait été de représenter chacun des secteurs de la lame de phase par un bloc dont la permittivité effective correspondrait à la permittivité théorique calculée).

Le modèle 3D et les résultats de simulation correspondant sont présentés à la figure 2.32. La répartition annulaire de l'énergie et la rotation de phase de  $0$  à  $2\pi$  attendues sont bien visibles, et très proches de celles obtenues pour la lame de phase spirale idéale (figure 2.23), bien que moins régulières. L'échantillonnage volumique utilisé en est sans doute la cause.

### 2.4.3.3 Réalisation mécanique

Pour pouvoir réaliser la lame de phase percée, cette dernière a dû être séparée en plusieurs « sous-lames de phase » (appelées par la suite « galettes »). En effet, la longueur effective d'un foret de 1 mm est de l'ordre du centimètre, bien loin des 10,4 cm nécessaires. La lame de phase a donc été divisée en 16 galettes de 6 mm d'épaisseur, et 2 galettes de 4 mm d'épaisseurs (figure 2.33). Afin de fixer les différentes galettes les unes aux autres, le diamètre total de la lame de phase a été augmenté à 12,4 cm (au lieu de 10 cm). L'ensemble est maintenu par quatre tiges de nylon, qui sont prolongées pour fixer la lame de phase percée sur le support de mesure (figure 2.27).

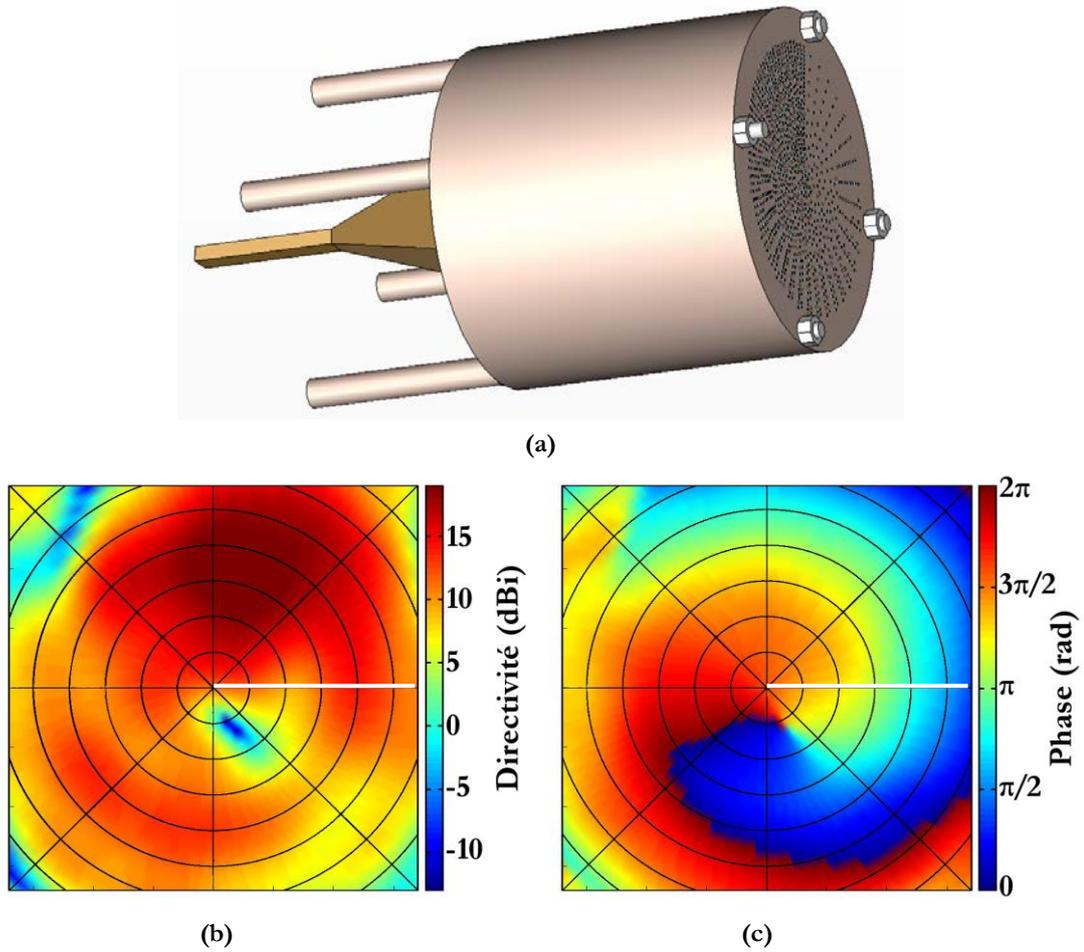


Figure 2.32 : Modèle 3D de la lame de phase percée réalisée (a) et résultats de simulations correspondants à la fréquence de 30 GHz. Le trait blanc localise la variation brutale de permittivité, et chaque cercle concentrique correspond à un pas de  $3^\circ$ . (b) Répartition annulaire de l'énergie. (c) Distribution de la phase.

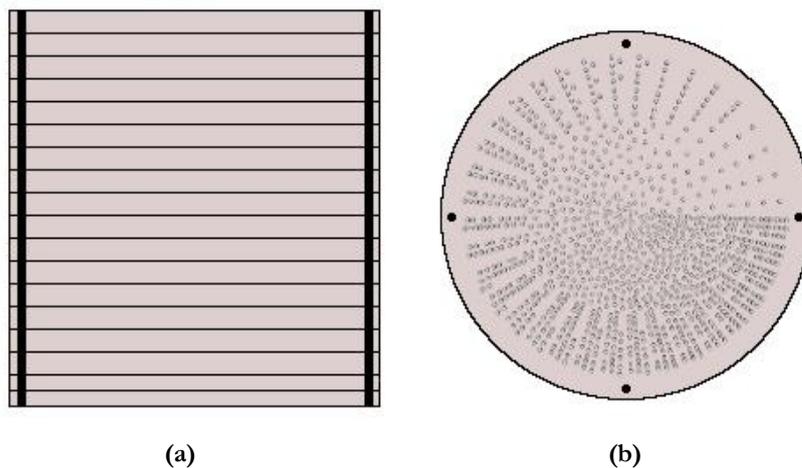


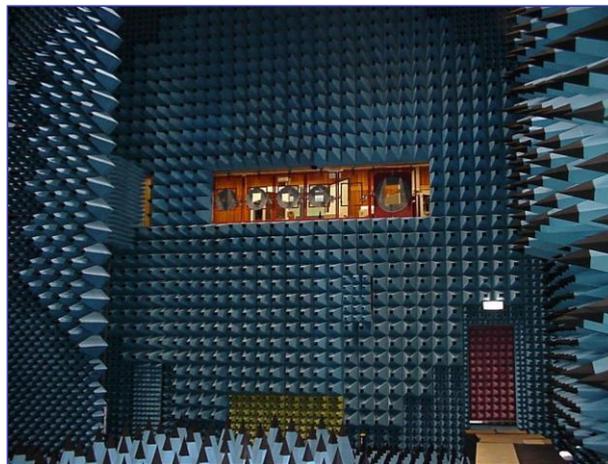
Figure 2.33 : Nouvelle structure de la lame de phase à trous. Les galettes sont maintenues entre elles par 4 tiges verticales en nylon (en noir sur le dessin). (a) Vue de côté (coupe). (b) Vue de dessus.

#### 2.4.4 Mesures en chambre anéchoïque des antennes réalisées

Ces mesures ont été effectuées dans la chambre anéchoïque CHEOPS (Chambre Hyperfréquence pour l'Évaluation OPTimale des Signatures) de la DGA-MI, à Bruz (35).

##### 2.4.4.1 Présentation des conditions de mesure

CHEOPS est une chambre anéchoïque climatisée de grandes dimensions ( $25 \times 12 \times 12 \text{ m}^3$ ) et entièrement recouverte d'absorbants pyramidaux. Elle est aussi « faradisée » (i.e. isolée électriquement et électromagnétiquement), ce qui permet de réaliser des mesures sans risques d'interférences avec l'extérieur. Cette base est dédiée à la mesure de la signature radar de missiles et de drones, ainsi qu'à la caractérisation d'antennes. Elle est habituellement utilisée pour des fréquences allant de 200 MHz à 18 GHz, mais peut accepter des fréquences allant jusqu'à 40 GHz. Une photographie de l'intérieur de la chambre est visible à la figure 2.34.



**Figure 2.34 : Vue d'une des façades de la chambre CHEOPS. La salle de contrôle est visible au centre. Derrière le panneau recouvert d'absorbants sur la gauche se trouve un mât sur lequel les antennes d'émissions sont fixées.**

Pour des raisons pratiques liées à la configuration de la chambre, les mesures des antennes sont réalisées en réception. Cela n'a pas d'influence sur le résultat, une antenne pouvant être indifféremment mesurée en émission ou en réception (principe de réciprocité de Lorentz [76]).

Les mesures effectuées dans le cadre de ce travail de thèse ont été assez complexes à mettre en place car il s'agissait d'une première pour CHEOPS à plusieurs niveaux :

- Mesures avec une nouvelle instrumentation pour la bande  $K_a$  (26,5 GHz à 40 GHz),
- Mesures avec un système de réception séparé de celui d'émission,
- Mesures avec une grande précision sur la phase, et stabilité des mesures sur une aussi longue durée.

La disposition des antennes dans la chambre est présentée à la figure 2.35. Sur la droite, l'antenne d'émission est fixée sur un mât permettant de la déplacer selon un axe vertical et ainsi de contrôler la valeur de l'angle d'élévation  $\varphi$ . Il s'agit d'une antenne cornet fonctionnant sur une bande allant de 26,5 GHz à 40 GHz. Deux cornets identiques permettent d'émettre successivement en polarisations horizontale et verticale.

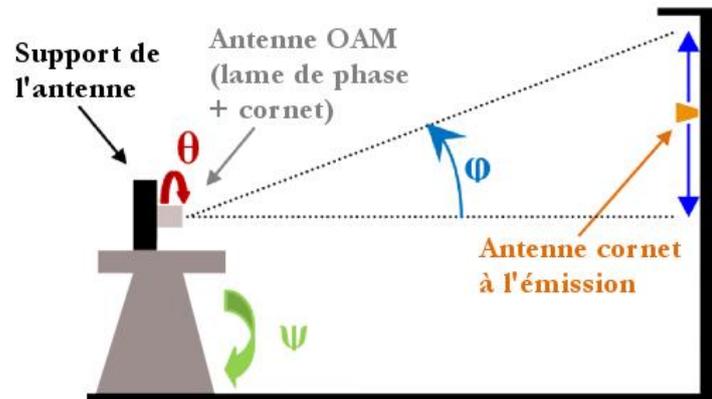


Figure 2.35 : Configuration des antennes dans la chambre de mesures. L'antenne OAM est placée sur un mât en polystyrène à gauche. Sur la droite, l'antenne cornet d'émission se déplace de haut en bas le long d'un mât.

Sur la gauche se trouve l'une des antennes OAM présentée dans la partie précédente. Elle est caractérisée en réception, positionnée sur un mât tournant (taillé dans un bloc de polystyrène) et fixée sur un support gradué, comme visible sur la photographie à la Figure 2.36. Cette antenne peut être mise en rotation selon deux axes :

- une rotation autour de l'axe du mât tournant, qui permet de contrôler l'angle d'azimut  $\psi$ ,
- une rotation autour de l'axe de l'antenne OAM, qui permet de contrôler l'angle de roulis  $\theta$ . Cela correspond à une rotation autour de l'axe de propagation de l'onde générée, et donc à l'angle selon lequel l'OAM peut être mesuré.

De plus, toutes les mesures ont été calibrées à l'aide d'une antenne de référence pour chaque élévation  $\varphi$ . Une correction supplémentaire, en amplitude et en phase, a été apportée pour prendre en compte le diagramme de rayonnement de l'antenne d'émission.

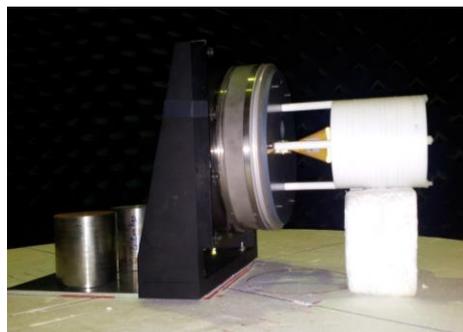


Figure 2.36 : Photographie de la lame de phase à trous, sur son support et dans la chambre.



**Figure 2.37 : L'antenne d'émission reste fixe lorsque le mât se déplace. Il est donc nécessaire de corriger la contribution du lobe de cette antenne.**

En effet, l'antenne d'émission ne s'incline pas vers l'antenne OAM en se déplaçant de haut en bas, mais reste fixe sur le mât (voir la figure 2.37).

Deux séries de mesures ont été effectuées. La première est une mesure selon l'angle d'azimut, pour les angles de roulis et d'élévation constants. Les détails et les résultats correspondants seront présentés dans le paragraphe suivant. La seconde série de mesure a pour but d'obtenir une cartographie du front d'onde, en amplitude et en phase. Pour cela, le protocole suivant a été mis en place :

1. Positionnement du mât tournant pour obtenir un angle d'azimut  $\psi = 0^\circ$ .
2. Positionnement de l'antenne OAM pour obtenir un angle de roulis  $\theta = 0^\circ$ .
3. Positionnement de l'antenne d'émission pour obtenir un angle d'élévation  $\varphi$  compris entre  $0^\circ$  et  $29^\circ$  (maximum possible dans cette configuration et à cette fréquence).
4. Pour chaque valeur de l'angle d'élévation  $\varphi$ , variation de l'angle de roulis  $\theta$  de  $0^\circ$  à  $360^\circ$  avec un pas régulier.

Cette procédure doit être répétée pour les deux polarisations horizontale et verticale. En effet, le cornet situé derrière la lame de phase tourne sur lui-même selon l'axe de roulis  $\theta$ . Il passe donc progressivement, dans le référentiel de la chambre, d'une polarisation à une autre. Il est donc nécessaire de reconstruire le champ total à partir des deux polarisations pour obtenir une cartographie complète.

Une fois le champ reconstruit, des cercles concentriques sont obtenus sur un plan perpendiculaire à l'axe de propagation de l'onde. Chaque point de ces cercles est localisé par un couple de coordonnées  $(\varphi ; \theta)$ . Les détails et les résultats de cette seconde série de mesure seront présentés dans le paragraphe 2.4.4.3.

#### **2.4.4.2 Mesures en azimut**

Cette série de mesure a été effectuée avec un double objectif. Le premier est de s'assurer que la reconstruction du champ total est correcte. Le second est de contrôler la forme générale du diagramme de rayonnement avant de s'engager dans la seconde série de mesure, plus complexe à mettre en œuvre.

Il y a donc trois antennes : les deux antennes OAM (avec la lame de phase spirale et la lame de phase percée) en réception, et l'antenne d'émission, qui reste la même dans les deux cas. Pour chacune des deux antennes OAM, des mesures ont été réalisées pour trois valeurs de l'angle de roulis  $\theta$  :  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  et  $90^\circ$ . L'angle d'élévation reste constant à  $\phi = 0^\circ$  et l'angle d'azimut varie de  $-40^\circ$  à  $+40^\circ$  avec un pas de  $0,2^\circ$ . Ces mesures ont été effectuées pour les deux polarisations (horizontale et verticale), sur une bande de fréquence allant de 28 GHz à 40 GHz avec un pas de 10 MHz. Dans un souci de clarté, seuls quelques exemples de résultats seront présentés dans la suite.

La figure 2.38 présente les mesures de directivité pour l'antenne utilisant la lame de phase spirale. Le changement de polarisation en fonction de l'angle de roulis est bien visible. Une position en roulis de  $\theta = 0^\circ$  (figure 2.38-a) correspond à une polarisation horizontale, et une position en roulis de  $\theta = 90^\circ$  (figure 2.38-b) à une polarisation verticale. Dans les deux cas, deux lobes encadrant un minimum d'amplitude au niveau de l'axe sont bien visibles. Une bonne réjection de l'autre polarisation, d'environ -20 dB, est aussi observée. Ces deux mesures sont compatibles avec la répartition annulaire de l'énergie attendue. Un léger décalage du minimum d'intensité peut aussi être observé sur les deux figures, du même ordre de grandeur (de 1 à 2 degrés) que celui obtenu lors des simulations (figure 2.28). Cet offset explique la faible profondeur apparente du minimum d'intensité. En effet, si le vortex est légèrement décalé par rapport aux axes de symétrie de la lame de phase (horizontal et vertical), le minimum visible lors de la mesure correspond en fait à la « bordure » du vortex, comme illustré à la figure 2.39.

La figure 2.38-c montre la mesure de la directivité en fonction de l'azimut, pour une valeur de l'angle de roulis  $\theta = 45^\circ$ . Si les deux lobes attendus sont toujours présents, les deux polarisations contribuent maintenant de façon identique. Il est donc nécessaire de reconstruire le signal total grâce à la formule :

$$E_{Total} = E_{Vertical} \sin \theta + E_{Horizontal} \cos \theta. \quad (2-27)$$

Les deux lobes sont toujours présents lorsque le signal est reconstruit (figure 2.38-d).

Ces trois mesures en azimut semblent indiquer que l'onde générée par la lame de phase spirale possède bien une répartition annulaire de l'énergie à la fréquence désirée, ce qui est compatible avec la présence d'OAM.

La figure 2.40 présente les résultats de mesures réalisées pour la lame de phase spirale sur la bande de fréquence allant de 28 à 40 GHz. Bien que l'antenne ait été dimensionnée pour fonctionner à 30 GHz, les observations précédentes sur la forme du diagramme faites à cette fréquence (figure 2.38) restent valides sur toute la bande. De plus, de nouvelles informations peuvent être extraites de ces résultats.

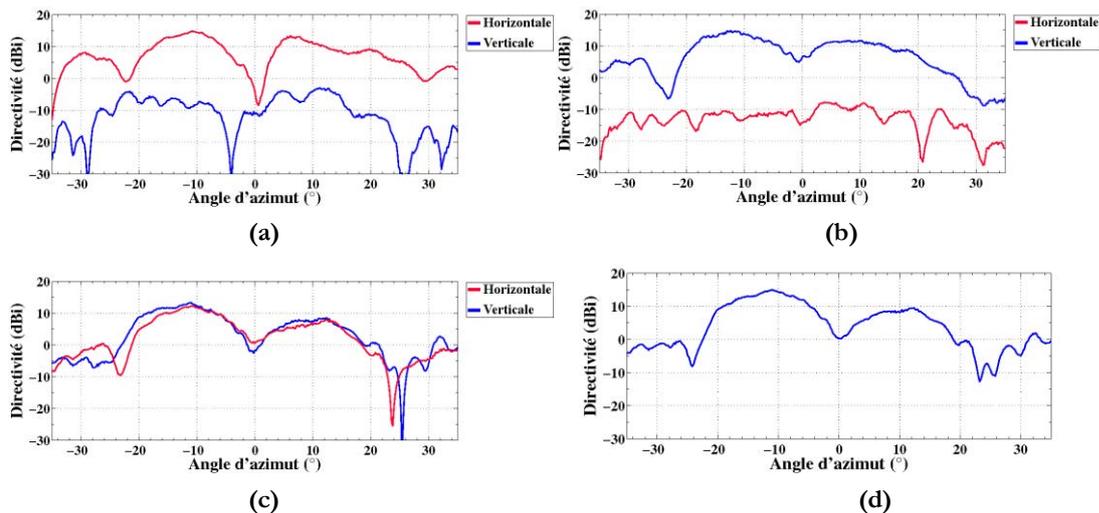


Figure 2.38 : Mesures en azimut pour une fréquence de 30 GHz de l'antenne OAM utilisant une lame de phase spirale, avec un pas en élévation de  $0.2^\circ$ . Les deux lobes principaux, correspondant à une coupe de la répartition annulaire de l'énergie, et le minimum d'intensité au niveau de l'axe de propagation sont tous les deux bien visibles en co-polarisation. (a) Position en roulis  $\theta = 0$ . (b) Position en roulis  $\theta = 90^\circ$ . (c) Position en roulis  $\theta = 45^\circ$ . (d) Champ reconstitué pour une position en roulis  $\theta = 45^\circ$ .

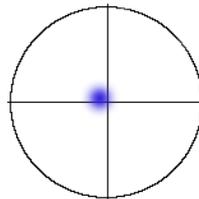


Figure 2.39 : Illustration d'un décalage du vortex par rapport à l'axe de propagation sur une mesure en azimut classique. Le point bleu représente la position du minimum d'intensité, et les deux traits (horizontal et vertical) représentent les axes de symétrie de la lame de phase.

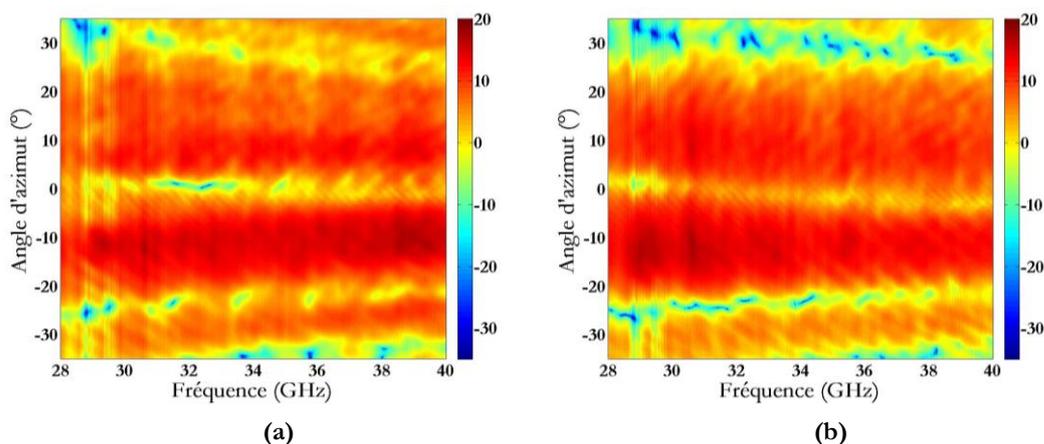


Figure 2.40 : Mesure de la directivité en co-polarisation, en fonction de l'azimut et de la fréquence, de l'antenne OAM utilisant la lame de phase spirale, avec un pas en élévation de  $0.2^\circ$  et un pas en fréquence de 10 MHz. Les deux lobes principaux, correspondant à une coupe de la répartition annulaire de l'énergie, et le minimum d'intensité au niveau de l'axe de propagation sont tous les deux bien visibles. (a) Position en roulis  $\theta = 0$ . (b) Position en roulis  $\theta = 90^\circ$ .

La première information est que le minimum d'intensité semble se déplacer en fonction de la fréquence. Ce phénomène est particulièrement visible à la figure 2.40-b, où il passe progressivement de  $+2^\circ$  à  $-2^\circ$  en azimuth. La seconde est que l'ouverture du faisceau diminue avec la fréquence. Ce comportement est cohérent avec l'évolution de l'ouverture du faisceau généré par le cornet, fixé derrière la lame de phase, en fonction de la fréquence. De la même façon, le cornet utilisé est adapté sur toute la bande de mesure, et la figure 2.41 confirme que la réjection entre les deux polarisations reste bonne lorsque ce cornet est associé à la lame de phase spirale.

Le comportement est très proche pour la lame de phase percée, comme le montre la figure 2.42.

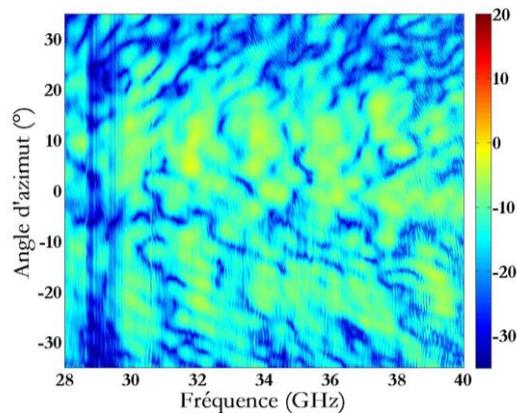


Figure 2.41 : Mesure de la directivité en cross-polarisation, en fonction de l'azimut et de la fréquence, de l'antenne OAM utilisant la lame de phase spirale, avec un pas en élévation de  $0.2^\circ$ , une position en roulis  $\theta = 0^\circ$  et un pas en fréquence de 10 MHz.

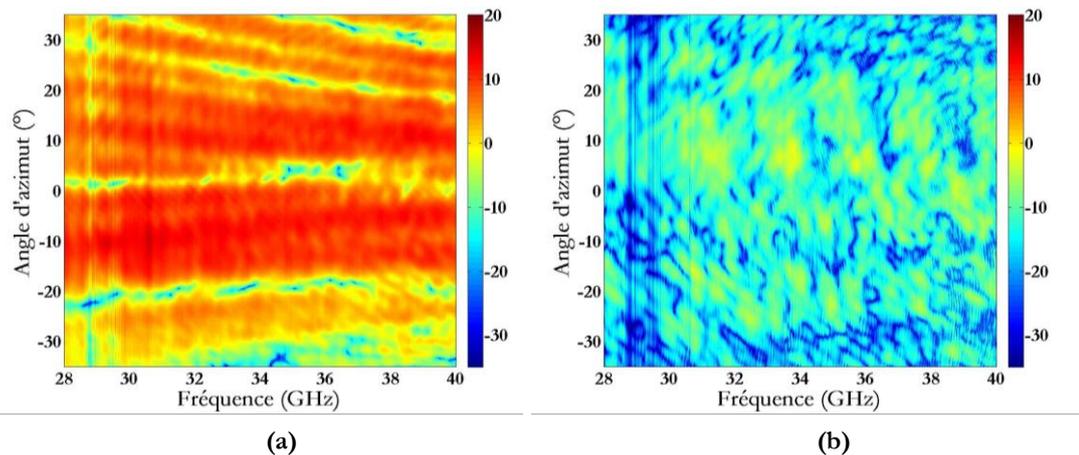


Figure 2.42 : Mesure de la directivité, en fonction de l'azimut et de la fréquence, de l'antenne OAM utilisant la lame de phase percée, avec un pas en élévation de  $0.2^\circ$ , un pas en fréquence de 10 MHz et une position en roulis  $\theta = 0^\circ$ . (a) Mesure en co-polarisation. Les deux lobes principaux, correspondant à une coupe de la répartition annulaire de l'énergie, et le minimum d'intensité au niveau de l'axe de propagation sont tous les deux bien visibles. (b) Mesure en cross-polarisation.

Ces résultats sont donc très prometteurs quant à la similitude des ondes générées par les deux antennes OAM. En comparant la figure 2.42-a et la figure 2.40-a, deux différences apparaissent cependant :

- Une divergence du faisceau légèrement plus faible pour la lame de phase percée. Cela peut s'expliquer par sa plus grande longueur.
- Une variation de la largeur du minimum d'intensité en fonction de la fréquence. Il s'agit probablement d'un offset différent du trou d'intensité (figure 2.39).

Ces mesures préliminaires nous semblent concluantes, mais elles ne permettent pas pour autant de confirmer la présence ou non d'OAM ni de caractériser complètement les antennes. Le prochain paragraphe présente donc une mesure plus complète permettant d'obtenir une cartographie 2D en amplitude et en phase.

#### 2.4.4.3 Cartographie en amplitude et en phase

Les deux antennes OAM ont été mesurées sur une bande de fréquence allant de 28 GHz à 40 GHz avec un pas de 10 MHz. La procédure pour obtenir une cartographie en amplitude et en phase est celle décrite précédemment au paragraphe 2.4.4.1. Pour s'accommoder de contraintes de temps d'occupation de la salle, le pas en élévation est irrégulier. Les points mesurés correspondent aux angles d'élévation  $\varphi = 0^\circ, 1^\circ, 3^\circ, 5^\circ, 7^\circ, 8^\circ, 10^\circ, 12^\circ, 15^\circ, 20^\circ, 25^\circ$  et  $29^\circ$ . Les points manquants pour obtenir un pas régulier de  $1^\circ$  ont été ensuite obtenus par interpolation linéaire. Les mesures ont été effectuées en deux temps, d'abord en polarisation V puis en H.

Comme pour les mesures en azimut, seuls quelques résultats seront présentés par la suite. Contrairement à la partie précédente où la démarche de reconstruction du champ est présentée, les exemples suivants ne montreront que les champs reconstitués en co et cross-polarisation.

La figure 2.43 présente, à la fréquence de 30 GHz, la directivité du champ reconstitué pour les deux lames de phase réalisées. Les figures de gauche correspondent à une mesure en co-polarisation, et celles de droite à une mesure en cross-polarisation. Une certaine similitude peut être observée entre les mesures des deux antennes (en plus de la répartition annulaire de l'énergie attendue) :

- L'offset du minimum d'intensité est dans la même direction,
- Une bonne réjection de la polarisation croisée, avec une remontée du niveau en cross-polarisation dans les mêmes zones.

Il y a cependant deux points qui varient d'une antenne à l'autre. Le premier est la divergence du faisceau légèrement plus faible dans le cas de la lame de phase percée, ce qui était déjà visible sur la mesure en azimut. Le second est l'apparition, pour la mesure en

cross-polarisation de l'antenne utilisant la lame de phase percée (figure 2.43-d), d'un cercle de plus faible intensité (aux alentours de  $11^\circ$ ). Notre hypothèse est que ce cercle est lié à la contribution de la diffraction sur les bords de la lame. Cette dernière serait donc plus importante que pour la lame de phase spirale, et pourrait avoir une influence sur les résultats.

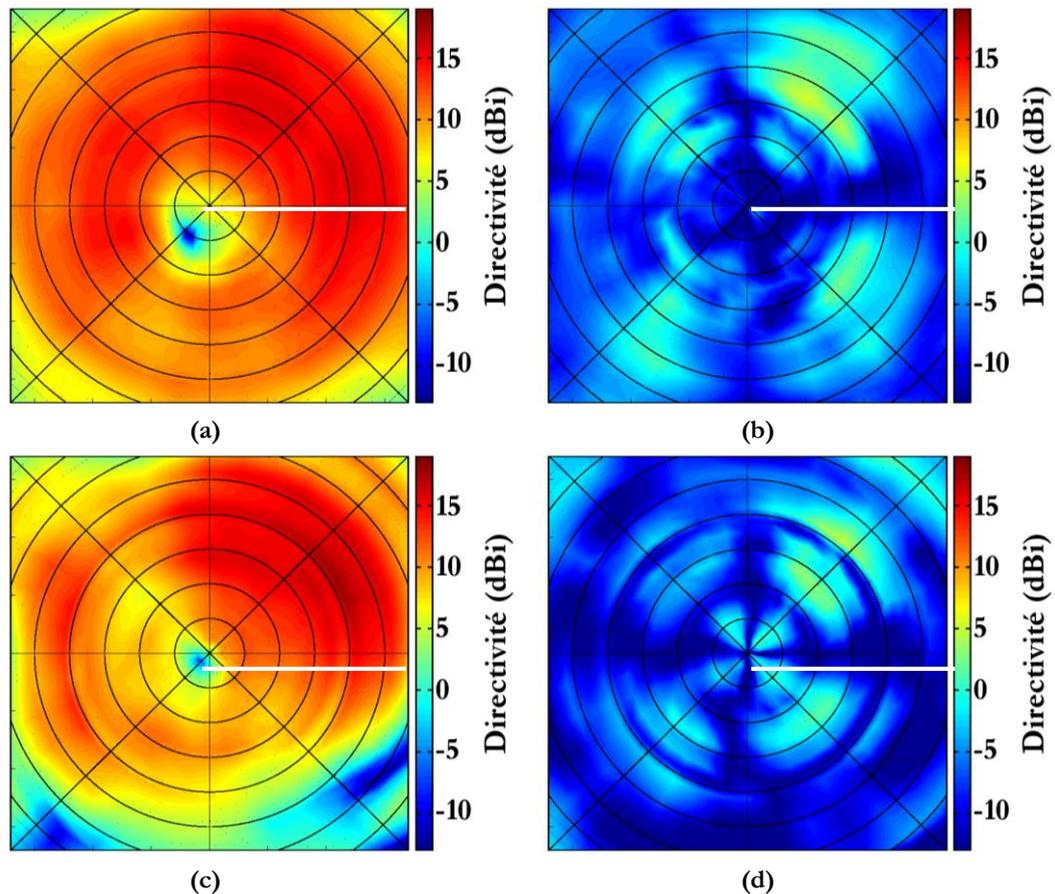


Figure 2.43 : Cartographie sur un plan de l'amplitude du champ mesuré, à la fréquence de 30 GHz, pour l'antenne utilisant la lame spirale (a-b) et la lame à trous (c-d). Le trait blanc localise la variation brutale de l'épaisseur de la lame, et chaque cercle concentrique correspond à un pas de  $3^\circ$ . Colonne de gauche : Mesure en co-polarisation. La répartition caractéristique de l'énergie en forme de « donut » est bien visible pour les deux antennes. (b) Mesure en cross-polarisation Les niveaux restent au moins 10 dB inférieurs à ceux mesurés en co-polarisation.

Malgré tout, la similitude entre les mesures se retrouve au niveau de la phase (figure 2.44). Ces résultats, comme tous les suivants, sont normalisés pour faciliter la comparaison entre les différentes figures. Encore une fois, les phases des champs mesurés pour les deux antennes sont très proches. L'estimation des modes d'OAM générés (présentée en détail dans le chapitre suivant) donne elle aussi des résultats très proches pour les deux antennes (figure 2.45), avec une légère dégradation pour la lame à trous (amplitude de 0,5 pour le mode  $\ell = 1$ ) par rapport à la lame spirale (amplitude de 0,63 pour le mode  $\ell = 1$ ). Cela peut s'expliquer par le double échantillonnage selon l'angle de roulis  $\theta$  et le rayon  $r$  lors de la création de la lame à trous.

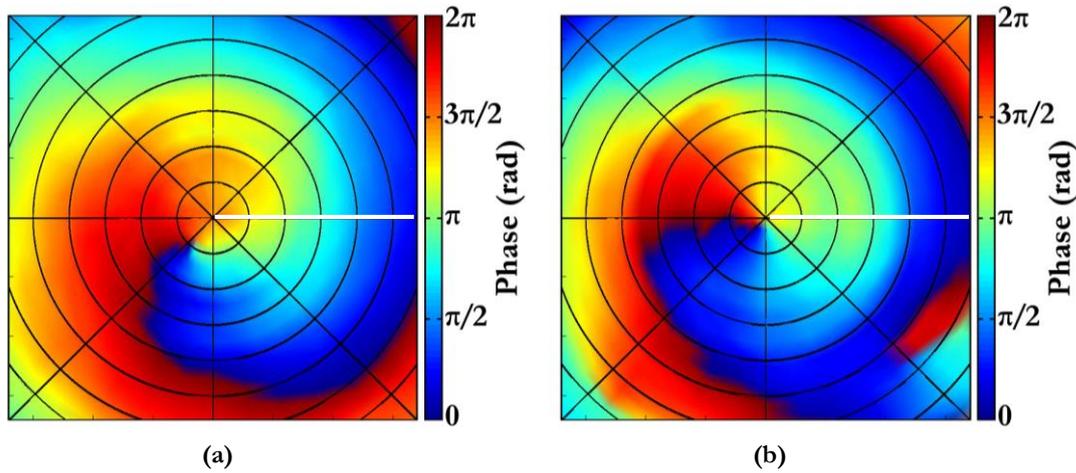


Figure 2.44 : Cartographie sur un plan de la phase du champ mesuré en co-polarisation, à la fréquence de 30 GHz, pour l'antenne utilisant la lame spirale (a) et la lame à trous (b). Le trait blanc localise la variation brutale de l'épaisseur de la lame, et chaque cercle concentrique correspond à un pas de  $3^\circ$ . La répartition de phase de 0 à  $2\pi$  attendue est bien visible.

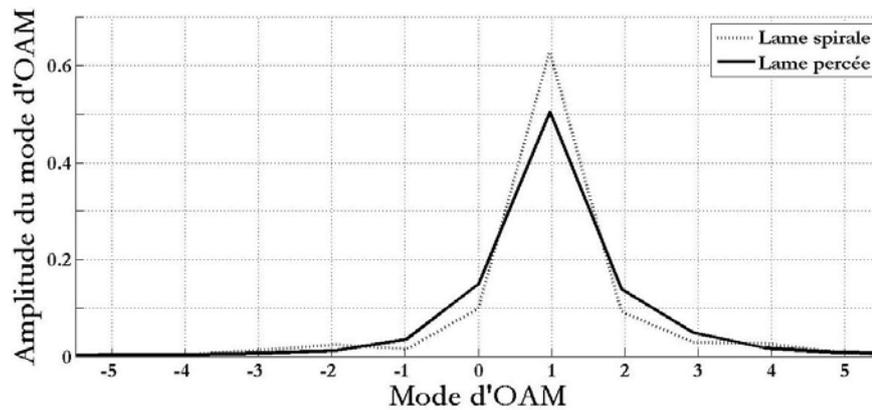


Figure 2.45 : Estimations des modes d'OAM pour les deux antennes réalisées à la fréquence de 30 GHz.

Les mêmes observations peuvent être faites sur la bande de fréquence allant de 28 GHz à 40 GHz. La figure 2.46 et la figure 2.47 montrent un exemple de résultats de mesures pour les fréquences de 28 GHz, 35 GHz et 40 GHz, pour les deux lames de phase.

On observe :

- Un déplacement du minimum d'intensité, en fonction de la fréquence et selon l'axe perpendiculaire à la différence de hauteur de la spirale (comme pour les mesures en azimut). La dépendance de l'ouverture à la fréquence est aussi bien visible.
- Le même comportement en fonction de la fréquence, pour les deux lames de phase, si ce n'est que la seconde génère une onde de « moins bonne qualité », i.e. que les perturbations par rapport à un mode  $\ell = 1$  pur sont plus importantes. Ce qui est parfaitement cohérent avec le double échantillonnage volumique (figure 2.31) utilisé pour la concevoir.

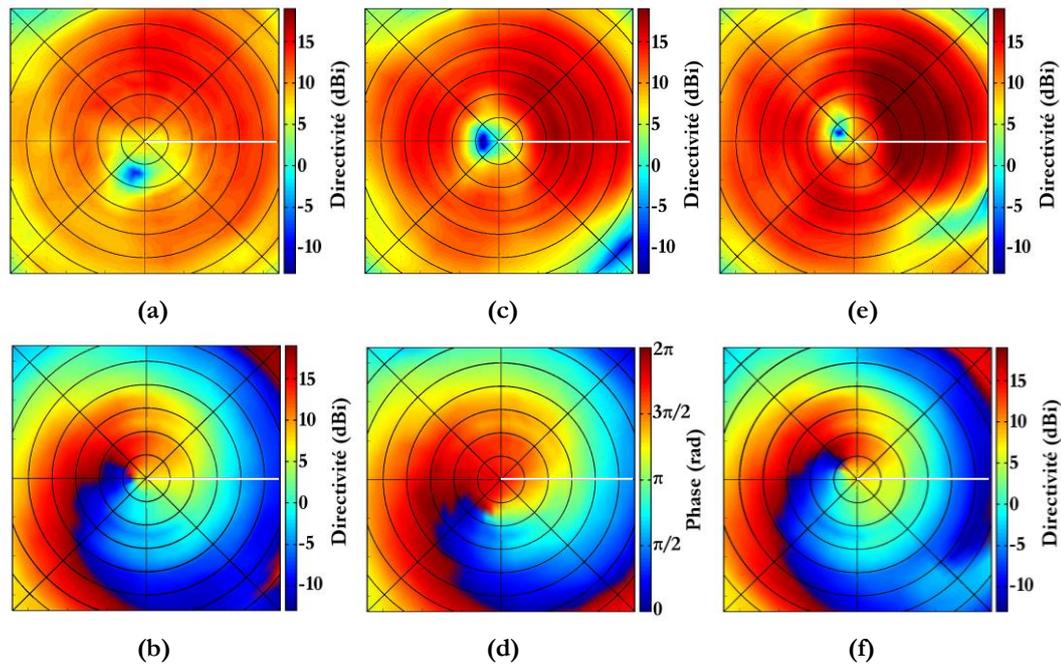


Figure 2.46 : Cartographie sur un plan, de l'amplitude et de la phase du champ mesuré en copolarisation pour l'antenne utilisant la lame spirale, pour les fréquences de 28 GHz (a-b), 35 GHz (c-d) et 40 GHz (e-f). Le trait blanc localise la variation brutale de l'épaisseur de la lame, et chaque cercle concentrique correspond à un pas de  $3^\circ$ . La distribution caractéristique de l'énergie en « donut » (première ligne) et la répartition de phase de 0 à  $2\pi$  (seconde ligne) attendues sont bien visibles.

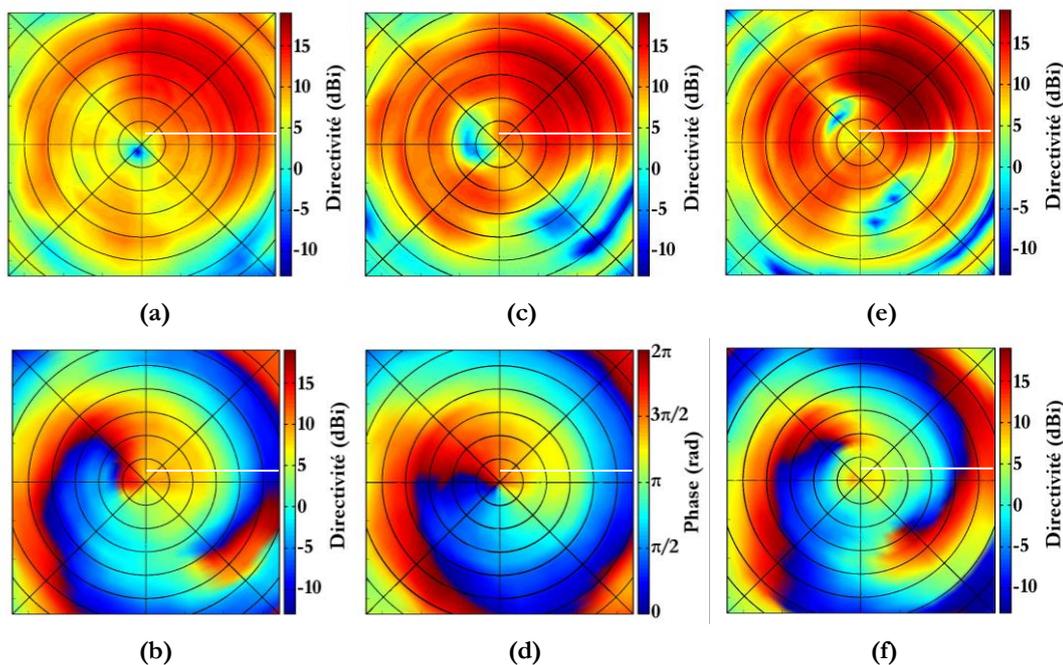


Figure 2.47 : Cartographie sur un plan, de l'amplitude et de la phase du champ mesuré en copolarisation pour l'antenne utilisant la lame à trous, pour les fréquences de 28 GHz (a-b), 35 GHz (c-d) et 40 GHz (e-f). Le trait blanc localise la variation brutale de l'épaisseur de la lame, et chaque cercle concentrique correspond à un pas de  $3^\circ$ . La distribution caractéristique de l'énergie en « donut » (première ligne) et la répartition de phase de 0 à  $2\pi$  (seconde ligne) attendues sont bien visibles.

Ce dernier phénomène est d'autant plus marqué dans les hautes fréquences, où un second minimum d'intensité apparaît dans les deux cas, mais est beaucoup plus important pour la lame à trous (figure 2.47-e) que pour la lame spirale (figure 2.46-e). Cela s'observe aussi pour la phase, et encore plus particulièrement dans l'estimation des modes d'OAM générés par les deux antennes réalisées. La figure 2.48 présente cette estimation sur l'ensemble de la bande de fréquence.

Par analogie avec ce qui se fait dans le cas de l'ouverture du diagramme de rayonnement (HPBW), il a été défini un critère de « bande passante OAM » correspondant à une valeur inférieure de 3 dB au maximum, et est représenté ici par un trait horizontal.

Dans le cas de l'antenne utilisant la lame de phase spirale, la majorité de la bande (de 28 GHz à 37,6 GHz) respecte ce critère, à l'exception d'une bande de 400 MHz centrée sur 35,8 GHz. Pour la partie haute de la bande (de 38 GHz à 40 GHz), le mode  $\ell = 1$  se trouve légèrement en dessous de ce seuil. Dans le cas de l'antenne utilisant la lame de phase percée, la bande passante est légèrement plus faible (de 28 GHz à 36,6 GHz). Et surtout, l'amplitude du mode  $\ell = 1$  chute complètement pour les fréquences supérieures à 36,6 GHz.

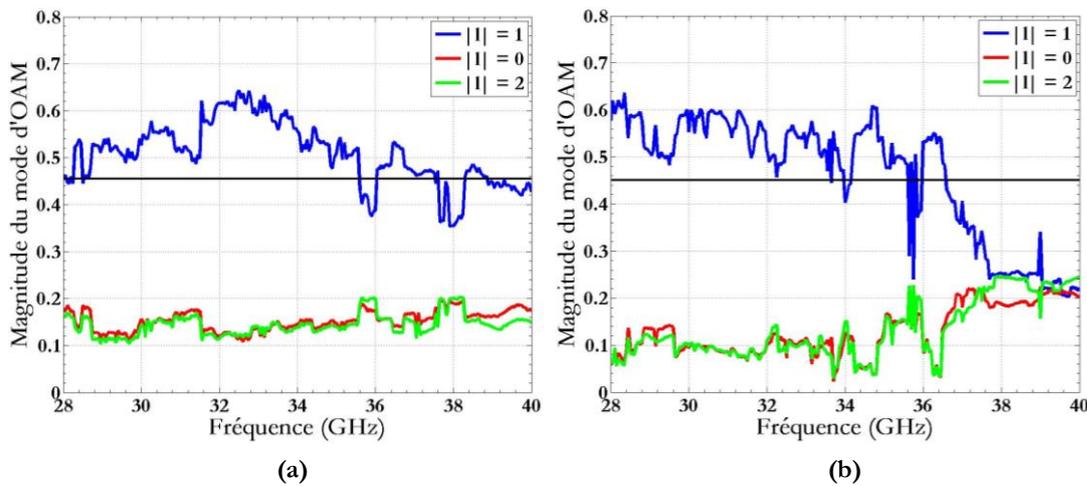


Figure 2.48 : Estimations des modes d'OAM pour les deux antennes réalisées sur la bande de fréquence allant de 28 à 40 GHz. (a) Antennes OAM utilisant la lame spirale. (b) Antenne OAM utilisant la lame à trous.

La différence entre les deux estimations n'est pas surprenante si l'on considère la dégradation de l'onde générée visible sur les cartographies 2D de la figure 2.47 par rapport à celles de la figure 2.46. En effet, du fait de la divergence du faisceau plus faible pour l'antenne OAM utilisant la lame de phase à trous, la perturbation de phase (et le minimum d'intensité associée, figure 2.47-e et f) est plus proche de l'axe. Cela pourrait peut-être être considéré comme un second vortex en train de se former, ce qui serait compatible avec l'estimation des modes à la figure 2.48-b, avec un mode  $\ell = 2$  presque aussi important que le mode  $\ell = 1$ .

### 2.4.5 Comparaisons simulations/mesures

En préambule, il est important de noter que les résultats de mesure sont excellents, et bien plus précis que nous ne l'espérons. Néanmoins, quelques différences existent et méritent d'être rapportées.

La première est le positionnement différent du trou d'intensité en mesure et en simulation. La figure 2.49 l'illustre pour la lame de phase spirale à la fréquence de 30 GHz. Notre hypothèse est que cela est dû à la fois à l'impureté du mode généré, et à une imprécision sur l'alignement entre le cornet et la lame de phase. En effet, comme présenté au paragraphe 1.1.2.2, un déplacement du minimum d'intensité est la conséquence de la combinaison d'une onde portant de l'OAM et d'une autre n'en portant pas (le mode  $l = 0$  apporte de l'énergie autour de l'axe, sauf en un point où une interférence destructrice induit un « nouveau » minimum d'intensité (figure 1.3)

La lame de phase n'étant fixée que par quatre tiges de nylon, il est possible que l'ensemble se soit très légèrement affaissé sous son poids lors des mesures. Et ce, malgré la présence d'une calle supplémentaire.

Il est donc possible que le point où se produisent les interférences destructrices se déplace lui aussi. Cette hypothèse nous semble renforcée par le fait que le maximum d'intensité sur l'anneau (point où le mode  $l = 0$  est en phase avec les modes d'ordre supérieur) se déplace lui aussi, et reste approximativement opposé au minimum par rapport à l'axe de propagation. Malheureusement, il n'a pas été possible de vérifier expérimentalement ce point lors de cette étude.

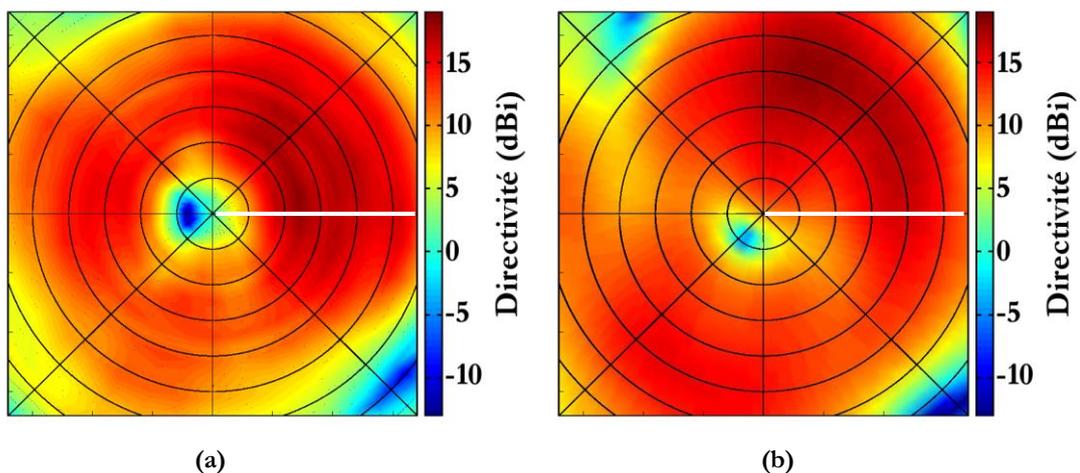


Figure 2.49 : Comparaison de l'amplitude et de la phase des champs simulés (a) et simulé avec une inclinaison de la lame de phase de  $1^\circ$  (à droite) pour l'antenne utilisant la lame spirale, sur un plan et à la fréquence de 30 GHz. Le trait blanc localise la variation brutale de l'épaisseur de la lame, et chaque cercle concentrique correspond à un pas de  $3^\circ$ . La distribution caractéristique de l'énergie en « donut » et la rotation du couple « minimum et maximum d'intensité » sont bien visibles.

La seconde concerne plus particulièrement la lame de phase percée, et l'écart de plus en plus important entre l'estimation des modes pour les données mesurées et simulées en extrémité de la bande de fréquence (figure 2.50). Pour l'expliquer, il faut revenir à une modification imposée par les moyens techniques lors de la réalisation : la séparation de la lame de phase en plusieurs sous-galettes. Or, ce point n'a pas pu être modélisé avec les moyens de calculs à disposition (l'ajout de possibles micro-gaps d'air entre chaque galette accroît de manière très importante le nombre de maille nécessaire pour la structure totale).

Cependant, l'hypothèse suivante peut être avancée : l'existence de réflexions multiples au sein de la structure. En effet, lorsque la fréquence augmente, la longueur d'onde diminue progressivement jusqu'à se rapprocher de l'épaisseur d'une galette. Il est donc possible qu'il existe des oscillations liées à ces réflexions multiples, avec une périodicité en fréquence importante (trop pour être visible avec l'échantillonnage retenu). Cela expliquerait par exemple les oscillations rapides vers 37,5 GHz et 38,5 GHz.

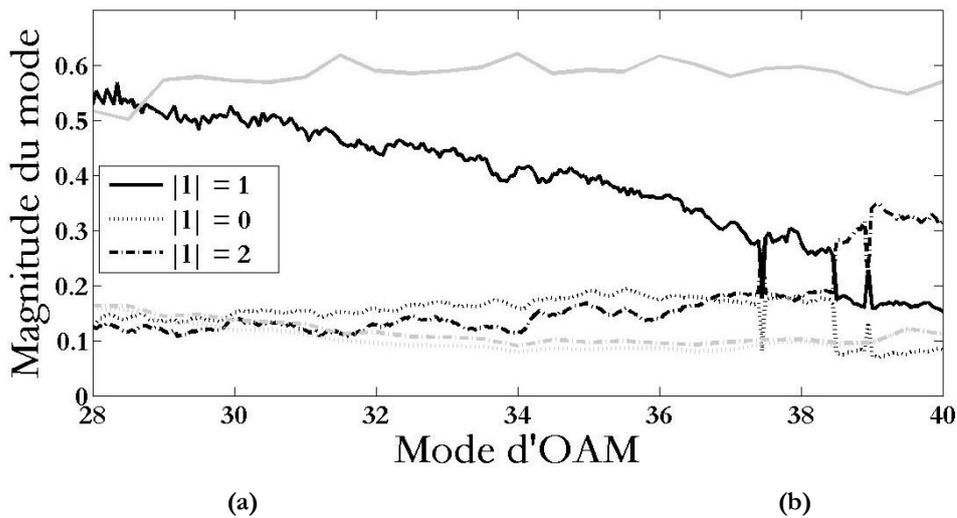


Figure 2.50 : Estimations des modes d'OAM pour l'antenne OAM utilisant la lame de phase percée. Les résultats obtenus à partir des mesures, avec un pas de 10 MHz, sont en noir, et à partir des résultats de simulations, avec un pas de 500 MHz, en gris.

## 2.5 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, la question de la génération d'ondes portant du moment angulaire orbital a été abordée. Deux systèmes antennaires ont ainsi été réalisés, devant générer une onde de charge topologique  $\ell = 1$  :

- Le premier, est une lame de phase spirale associée à une antenne cornet. C'est une translation de ce qui se fait dans le domaine optique vers le domaine radio. Ce type d'antenne est bien connu et a déjà été réalisé en radio [64]. Elle joue ici le rôle d'antenne de référence.

- Le second, une lame de phase percée, utilise une technique n'ayant jusqu'à présent jamais été utilisé pour générer de l'OAM : le gradient d'indice par extraction de matière. La principale différence avec la première antenne est que l'on passe d'une évolution continue de la hauteur à un gradient d'indice discrétisé.

Ces deux antennes ont été caractérisées lors de simulations électromagnétiques, puis de mesures en chambre anéchoïdes. Les résultats obtenus vont au-delà de nos espérances : non seulement les mesures de phases sont très précises et en concordance avec les simulations, mais une distribution de phase allant de 0 à  $2\pi$  peut être observée sur une très large bande de fréquence.

De plus, les ondes générées par les deux antennes sont très similaires, malgré de plus fortes perturbations pour la lame de phase percée. Cependant, il est à ce stade difficile de trancher sur l'origine de ces perturbations : elles peuvent être dues uniquement à l'échantillonnage du gradient d'indice, ou un potentiel désaxage provoqué par le poids de la lentille sur son support lors de la mesure.



# Chapitre 3

## Propagation et détection d'ondes portant du Moment Angulaire Orbital

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>80</b>
<b>3.2</b>	<b>Mesurer l'OAM porté par une onde</b>	<b>80</b>
3.2.1	Mesures par interférences	80
3.2.1.1	Utilisation d'un « démultiplexeur OAM »	80
3.2.1.2	Diffraction par une ouverture	81
3.2.1.3	Mesure du doppler rotationnel	81
3.2.2	Mesure directe de champs électromagnétiques	82
3.2.3	Mesures par transfert de moment	83
<b>3.3</b>	<b>Développement d'une méthode d'estimation des modes d'OAM</b>	<b>83</b>
3.3.1	Relation entre caractéristiques du cercle et estimation des modes d'OAM	84
3.3.1.1	Variation du rayon du cercle d'extraction	84
3.3.1.2	Variation du positionnement du centre du cercle d'extraction	87
3.3.2	Influence de l'échantillonnage	88
3.3.2.1	Variation du nombre de point sur un cercle complet.	89
3.3.2.2	Utilisation d'un arc de cercle	90
<b>3.4</b>	<b>Estimation des modes d'OAM sur une bande de fréquence</b>	<b>92</b>
3.4.1	Détermination du cercle pour chacune des fréquences de la bande	92
3.4.2	Détermination d'un cercle unique pour toute la bande de fréquence	93
3.4.3	Découpage en sous-bandes de fréquences	95
<b>3.5</b>	<b>Réflexion d'une onde OAM sur une surface réfléchissante</b>	<b>96</b>
3.5.1	Présentation des matrices ABCD	96
3.5.2	Décomposition en une somme de faisceaux de Hermite-Gauss.	97
3.5.3	Application à la réflexion sur une surface	98
3.5.3.1	Réflexion sur une surface réfléchissante plane	98
3.5.3.2	Réflexion sur une surface courbe	99
3.5.3.3	Combinaison de plusieurs faisceaux OAM	102
<b>3.6</b>	<b>Conclusion du chapitre</b>	<b>104</b>

### 3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, deux nouvelles antennes permettant de générer une onde ayant un moment angulaire orbital ont été présentées. L'étape suivante est de pouvoir comprendre comment ces ondes se comportent lorsqu'elles se propagent dans un milieu réel, mais aussi de disposer de récepteurs adaptés pouvant extraire l'information transportée par un état d'OAM.

Dans un premier temps, les différentes méthodes existantes pour mesurer la charge topologique d'une onde ayant de l'OAM seront présentées, avant de détailler une méthode d'estimation des modes développée lors de ce travail de thèse.

Puis, dans un second temps, une première approche développant une technique théorique pour décrire la réflexion d'une onde portant de l'OAM sera abordée.

### 3.2 Mesurer l'OAM porté par une onde

Que ce soit dans le domaine optique ou dans le domaine radio, il existe différents types de traitements permettant de mesurer l'OAM que possède une onde. Il peut s'agir de méthodes directes (mesures de champs par exemple), en radio exclusivement, ou de mesures indirectes.

#### 3.2.1 Mesures par interférences

Lors d'une mesure par interférence, ce n'est pas l'onde qui est observée directement, mais le résultat de son interaction avec un autre élément. Les caractéristiques de l'onde transformée permettent alors de remonter à la charge topologique de l'onde mesurée.

Le cas de l'interférence entre une onde ayant de l'OAM et un faisceau de référence a déjà été abordé au paragraphe 2.2.1 sur les hologrammes (figure 2.1), et ne sera donc pas présenté plus en détail. Plus généralement, les techniques permettant de générer de l'OAM présentées au chapitre 2, peuvent aussi être utilisées pour le mesurer, et ne sont pas présentées ici.

##### 3.2.1.1 Utilisation d'un « démultiplexeur OAM »

Grâce à une série de systèmes optiques, il est possible d'effectuer une transformation d'un système de coordonnées cartésien vers un système log-polaire [77], [78]. Le faisceau d'origine, possédant une distribution de phase hélicoïdale, est transformé en un faisceau possédant un gradient de phase transverse grâce à la relation :

$$\Phi = \frac{2\pi a}{\lambda f} \left[ y \arctan\left(\frac{y}{x}\right) - x \ln\left(\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{b}\right) \right], \quad (3-1)$$

où  $\lambda$  est la longueur d'onde du faisceau,  $f$  est la longueur focale, et  $a$  et  $b$  sont deux paramètres qui déterminent respectivement l'échelle et la position de la transformation.

Une seconde lentille permet ensuite de focaliser le faisceau en un point, en fonction de la charge topologique (figure 3.1) [79]. Cette technique a depuis été utilisée, avec succès, en utilisant des ondes millimétriques et en champ proche [14].

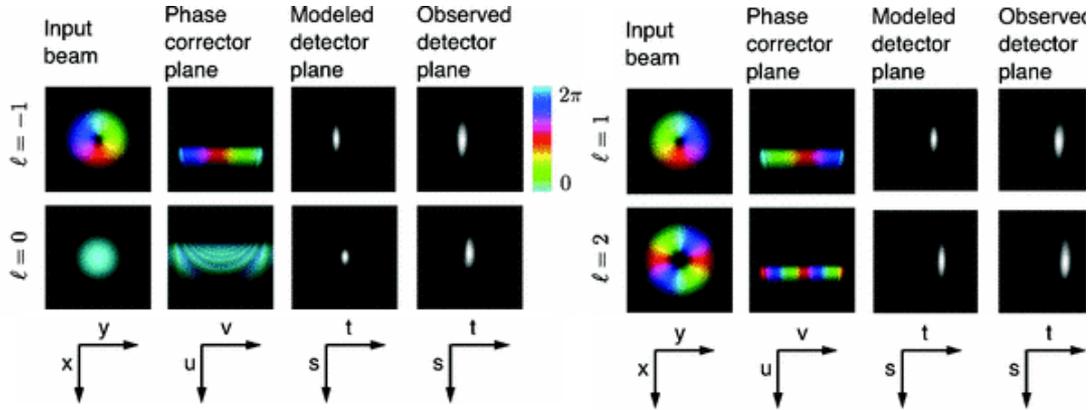


Figure 3.1 : Transformation d'une onde OAM pour mesurer sa charge topologique [79].

### 3.2.1.2 Diffraction par une ouverture

La figure 3.2 présente le cas d'ouverture triangulaire pour différentes valeurs de  $l$  [80]. La figure de diffraction est nettement dépendante de la charge topologique de l'onde incidente : le nombre de « points brillants » augmente avec la valeur de  $l$ , et le signe est lié à l'orientation du triangle obtenu.

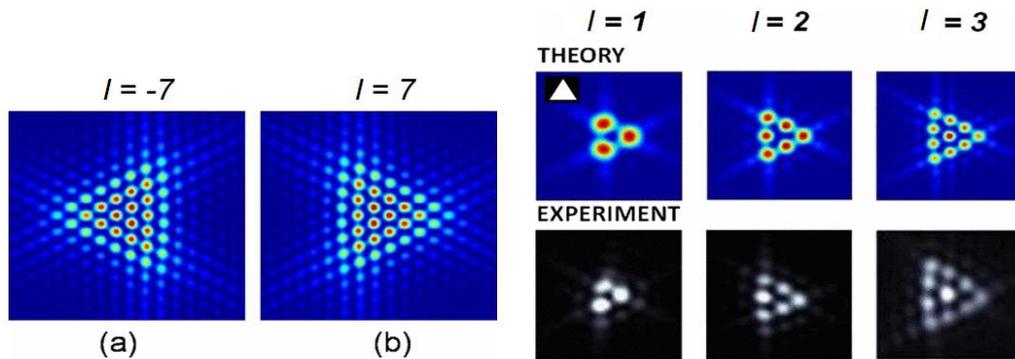


Figure 3.2 : Diffraction d'une onde de charge topologique  $l$  par une ouverture triangulaire [80].

Il est important de noter qu'ici, le minimum d'intensité au centre du faisceau doit être placé au centre de l'ouverture, et que ses bordures doivent être illuminées par la limite intérieure de l'anneau de forte intensité.

### 3.2.1.3 Mesure du doppler rotationnel

La mesure de l'effet doppler permet de déterminer la vitesse radiale à laquelle une source (sonore, lumineuse, etc.) se déplace, en observant la variation de fréquence qui en découle. Le doppler rotationnel est donc lié à une vitesse de rotation.

Une variation de fréquence peut ainsi être observée lorsqu'une onde polarisée traverse une plaque  $\lambda/2$  en rotation [81]:

$$\Delta f = \sigma \Omega, \quad (3-2)$$

où  $\sigma = \pm 1$  pour respectivement, une polarisation circulaire gauche et droite, et  $\Omega$  est la fréquence angulaire de la plaque.

Le même type de variation de fréquence était donc attendu pour une onde ayant de l'OAM [82], et a pu être observé [83] grâce à l'interféromètre visible à la figure 3.3.

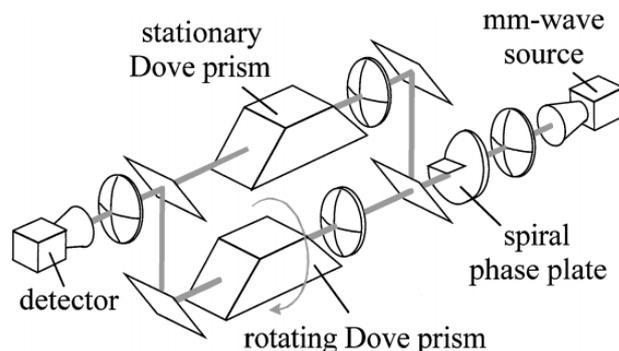


Figure 3.3 : Mesure de l'effet du doppler rotationnel grâce à deux prismes de Dove [83].

Toutes ces méthodes, bien qu'efficaces et maîtrisées, nécessitent une connaissance de l'intégralité du faisceau, ce qui pourrait s'avérer problématique pour une application en télécommunications radio longue distance du fait de la divergence naturelle du faisceau.

### 3.2.2 Mesure directe de champs électromagnétiques

Deux « philosophies » peuvent être opposées en cas de mesure directe de l'OAM. La première correspond aux cartographies en amplitude et en phase présentée au paragraphe 2.4.4.3. Il est alors aisé d'estimer les modes grâce à un traitement sur la phase. La seconde partie de ce chapitre étant consacrée à une telle méthode, elle ne sera pas présentée plus en détail ici.

L'autre « philosophie » est de mesurer, en un point, toutes les composantes du champ électromagnétique [9] grâce à la relation :

$$\mathbf{J} = \varepsilon_0 \int \mathbf{r} \times \text{Re}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}) dV, \quad (3-3)$$

où  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{H}$  représentent respectivement les champs électrique et magnétique, et  $\mathbf{r}$  le vecteur de position par rapport à l'axe.

Si le SAM de l'onde mesurée est connu, il devient possible de remonter à l'OAM présent :

$$j = \ell + s = \frac{\omega J_z}{\frac{\varepsilon_0}{2} (\|\mathbf{E}\|^2 + \|\mathbf{H}\|^2)}, \quad (3-4)$$

où  $J_z$  est la composante de  $\mathbf{J}$  selon l'axe  $z$  :

$$J_z = \varepsilon_0 \int \text{Re} \left( x(E_z B_x - E_x B_z) - y(E_y B_z - E_z B_y) \right) dV. \quad (3-5)$$

Cependant, il semblerait que cette méthode soit très sensible au bruit [84], comme le montre la figure 3.4.

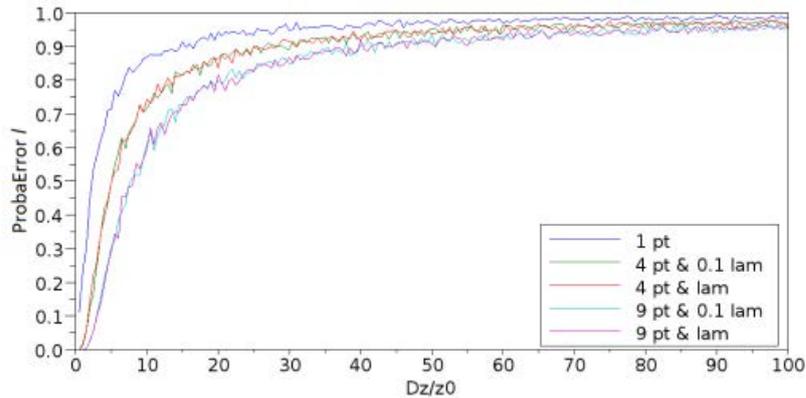


Figure 3.4 : Influence de la distance  $z$  par rapport à l'émetteur sur le taux d'erreur pour  $\ell = 2$  et un Rapport Signal sur Bruit (RSB) de 30 dB. [84].

Ainsi, en l'absence d'algorithme de traitement adapté, il semble difficile de pouvoir mesurer l'OAM porté par une onde en utilisant un seul point – à moins peut-être de se placer à courte distance, là où le taux d'erreur est le plus faible.

### 3.2.3 Mesures par transfert de moment

Le transfert de moment angulaire orbital étant le sujet du premier chapitre, il ne sera pas discuté plus en détail ici. Le couple induit par un transfert de moment angulaire orbital est directement lié à la charge topologique  $\ell$  de l'onde.

## 3.3 Développement d'une méthode d'estimation des modes d'OAM

Dans le chapitre précédent, deux nouvelles antennes permettant de générer une onde portant du moment angulaire orbital dans le domaine radio ont été présentées. Pour les caractériser, il a été nécessaire d'estimer l'ordre de l'OAM porté par l'onde générée. Le passage d'une information de phase à une information sur l'OAM peut être effectuée à l'aide d'une transformée de Fourier [74] :

$$\varphi_\ell = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \psi(\theta) e^{-j\ell\theta} d\theta, \quad (3-6)$$

où  $\varphi_\ell$  est la proportion du mode  $\ell$ , et  $\psi(\theta)$  la distribution de phase considérée en fonction de l'angle de roulis  $\theta$ .

La forme particulière du faisceau généré pousse naturellement vers une configuration annulaire du réseau de réception comme celle proposée dans [3]. Il s'agit donc ici d'une

mesure directe de l'OAM. Pour se faire, un cercle de mesure (ou cercle d'extraction des valeurs de phase) est défini et les modes d'OAM présents dans le faisceau sont estimés grâce à la relation (3-6). Les caractéristiques de ce cercle (position du centre et rayon) doivent donc être définies. Cette étape peut sembler simple au premier abord, la position du maximum d'intensité pour un faisceau LG étant directement liée à sa charge topologique et à son waist (équation (1-7)). Elle implique cependant une connaissance a priori de l'onde reçue qui n'est pas forcément disponible.

Dans un premier temps, l'influence des caractéristiques du cercle d'extraction (position du centre et rayon) sur l'estimation des modes d'OAM est présentée. Dans un second temps, nous nous sommes intéressés à l'influence de l'échantillonnage.

### 3.3.1 Relation entre caractéristiques du cercle et estimation des modes d'OAM

Dans le chapitre précédent, l'estimation de l'ordre d'OAM se faisait à partir de la représentation de la phase sur un plan. D'un point de vue opérationnel, réaliser ce plan de mesures nécessite un nombre de capteurs extrêmement important. L'utilisation d'un cercle d'extraction pour estimer l'OAM porté par une onde permet donc de diminuer énormément le nombre de points nécessaires, et donc le nombre de capteurs. La contrepartie est la désadaptation de la position du cercle vis-à-vis du faisceau propagé. Deux points sont donc à considérer : le rayon du cercle et la position de son centre. Ils ont été étudiés de la façon suivante :

- Variation du rayon du cercle d'extraction, pour une position du centre fixe,
- Variation de la position du centre, pour un rayon fixe.

#### 3.3.1.1 Variation du rayon du cercle d'extraction

Pour une onde possédant un unique mode  $\ell$ , la phase est constante en fonction du rayon. Une variation du rayon du cercle d'extraction n'a donc pas d'influence sur l'estimation de l'ordre d'OAM. Cependant, en pratique, l'onde propagée est une combinaison de faisceau LG, le choix de ce rayon va donc influencer sur les ordres estimés.

L'étude de l'influence du rayon du cercle d'extraction a donc été effectuée en utilisant les données de simulations des deux lames de phase présentées au chapitre précédent, générant un mode principal  $\ell = 1$ . De plus, le centre du cercle est positionné sur l'axe de la lame de phase.

Le cornet utilisé pour illuminer la lame de phase ayant une ouverture connue sur toute la bande de fréquence, l'ouverture  $\varphi_{max}$  correspondant au maximum d'intensité peut être déterminée par (1-6):

$$r_{max} = \frac{w}{\sqrt{2}} \Rightarrow \varphi_{max} = \frac{\lambda}{\pi r_{max}} = \frac{\sqrt{2} HPBW_{cornet}}{2} = \frac{HPBW_{cornet}}{\sqrt{2}}, \quad (3-7)$$

La figure 3.5 présente l'estimation des modes d'OAM pour la lame de phase spirale réalisée, à la fréquence de 30 GHz et pour différents rayons, correspondant respectivement à des ouvertures angulaires de  $5^\circ$ ,  $10^\circ$  ( $\varphi_{max} = 10,2^\circ$  à cette fréquence) et  $15^\circ$ . L'estimation de l'OAM présent donne pour ces trois rayons un mode prédominant  $l = 1$ . La différence n'est pas vraiment significative et est surtout visible pour les modes secondaires, qui sont plus élevés pour un rayon correspondant à une ouverture de  $10^\circ$ .

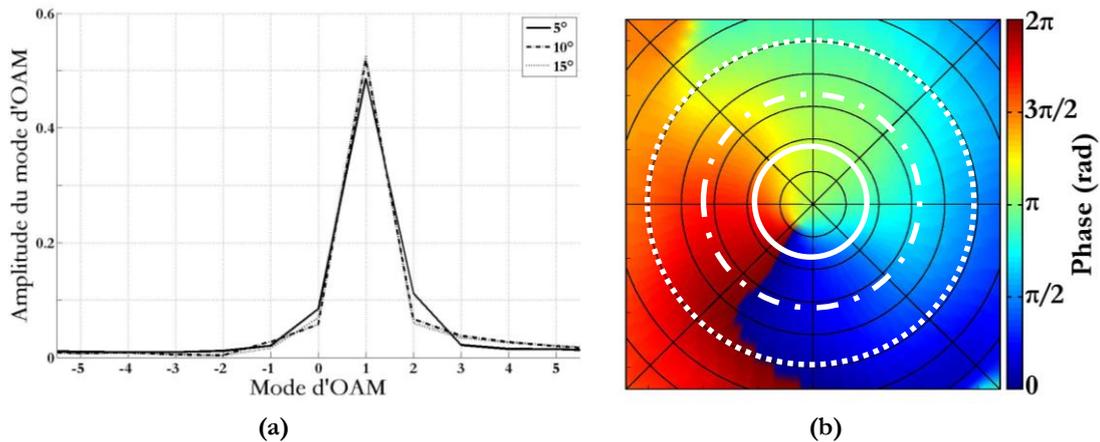


Figure 3.5 : Estimation des modes d'OAM pour la lame de phase spirale pour trois ouvertures angulaires du cercle d'extraction, à la fréquence  $f = 30$  GHz (a) et cartographie de la phase associée (b).

Cette différence entre les estimations est plus importante pour la lame de phase percée, où l'échantillonnage du gradient de permittivité induit l'apparition de modes impurs plus importants (figure 3.6). Malgré tout, le mode prédominant reste  $l = 1$  pour les trois cercles d'extraction présentés. La figure 3.7-a représente, pour les deux lames de phase, l'évolution de l'amplitude du mode  $l = 1$  à la fréquence de 30 GHz pour des rayons correspondant à des ouvertures angulaires allant de  $1$  à  $20^\circ$ . Plusieurs observations peuvent être faites :

- L'évolution est similaire pour les deux lames de phase : la proportion estimée du mode  $l = 1$  est plus élevée dans une zone centrale correspondant au maximum d'intensité qu'à l'extérieur de cet anneau.
- Pour la lame de phase spirale, l'amplitude du mode d'OAM prédominant reste stable tant que le cercle se trouve dans la zone d'intensité maximum, soit pour des ouvertures allant de  $6^\circ$  à  $16^\circ$  environ.
- Pour la lame de phase percée, l'estimation est beaucoup plus sensible au rayon. La proportion maximale est obtenue pour une ouverture  $\varphi = 11^\circ$ , très proche de la valeur attendue  $\varphi_{max} = 10,2^\circ$ .

Ces observations sont cohérentes avec le fait que l'onde générée par la lame de phase

percée est visuellement moins « propre ». Ces observations se retrouvent à la fréquence de 38 GHz (figure 3.7-b), où l'amplitude maximale du mode  $\ell = 1$  est obtenue pour une ouverture  $\varphi = 6$  à  $7^\circ$ , proche de la valeur théorique  $\varphi_{max} = 8^\circ$ .

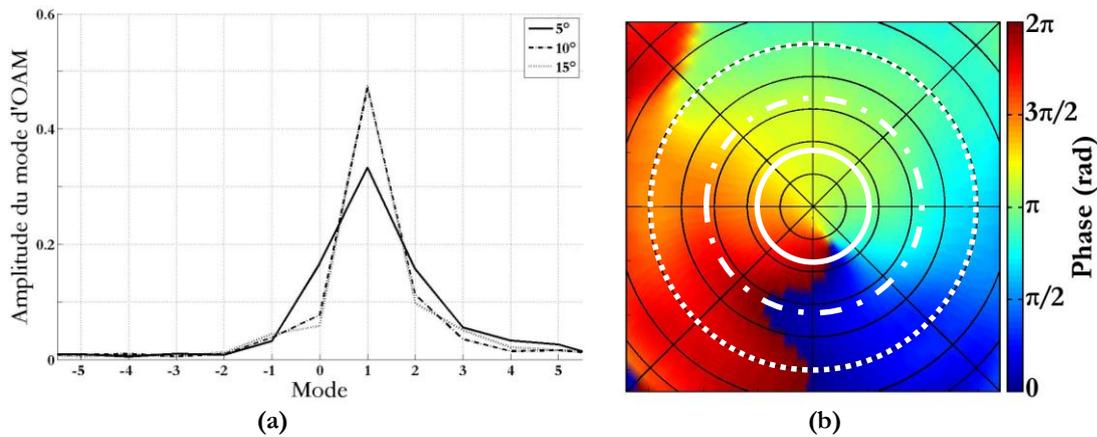


Figure 3.6 : Estimation des modes d'OAM pour la lame de phase percée pour trois ouvertures angulaires du cercle d'extraction, à la fréquence  $f = 38$  GHz (a) et cartographie de phase associée (b).

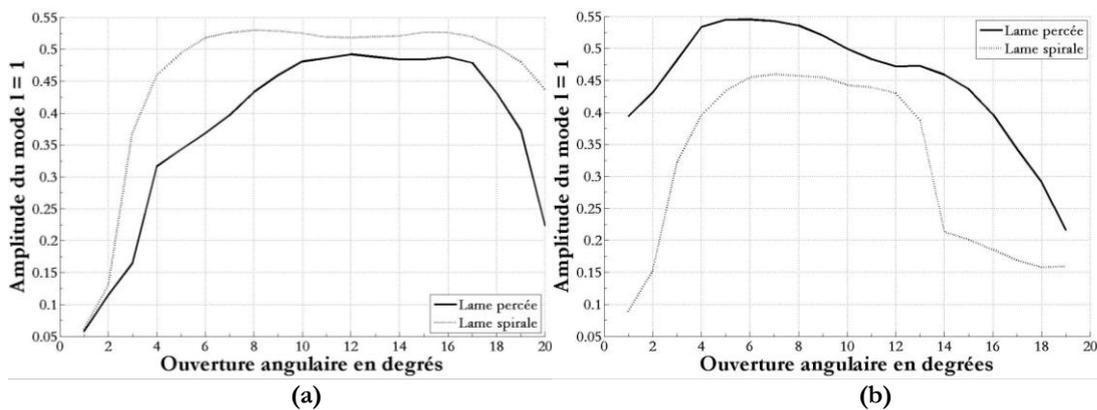


Figure 3.7 : Evolution de l'estimation du mode d'OAM prédominant, en fonction du rayon du cercle d'extraction, pour les deux lames de phase réalisées et pour une fréquence de 30 GHz (a) et 38 GHz (b).

Dans les deux cas, l'amplitude du mode principal est maximale pour une ouverture correspondant au maximum d'intensité. Elle reste cependant élevée tant que l'on se place dans l'anneau où l'énergie est répartie.

Il est intéressant de noter qu'à 30 GHz, l'amplitude est supérieure pour la lame spirale, alors qu'à 38 GHz elle est supérieure pour la lame percée. Cette différence est en fait directement liée à l'offset du minimum d'intensité par rapport à l'axe, différent pour les deux lames de phases et pour ces deux fréquences. Cet aspect est étudié dans le paragraphe suivant.

### 3.3.1.2 Variation du positionnement du centre du cercle d'extraction

S'il est aisé lors de simulation de connaître exactement l'axe de l'antenne, la démarche est plus délicate lors de mesures en environnement réel. De plus, comme il est présenté au paragraphe 1.1.2.2, le minimum d'intensité n'est pas positionné sur cet axe en présence du mode  $\ell = 0$ . Il est donc important de connaître l'influence du positionnement du cercle sur l'estimation des modes d'OAM.

Deux points ont été retenus lors de cette étude comparative :

- Dans le premier cas, le centre du cercle est positionné sur l'axe de l'antenne d'émission,
- Dans le second, le centre est positionné au niveau du minimum d'intensité.

Le rayon est supposé constant et correspond à l'ouverture théorique où se situe le maximum d'intensité. La figure 3.8 présente l'estimation des modes d'OAM pour la lame de phase spirale à la fréquence de 30 GHz. Bien que le mode  $\ell = 1$  soit clairement prédominant dans les deux cas, son amplitude est plus élevée lorsque le cercle est centré sur le vortex plutôt que sur l'axe de l'antenne d'émission, ce qui confirme le fait que la linéarité de la variation de phase est meilleure lorsque le cercle d'extraction est placé sur le maximum d'intensité du vortex. La différence est encore plus marquée pour la lame de phase percée (figure 3.9). De plus, l'examen de la figure 3.3a montre une sensibilité plus importante sur l'estimation de l'ordre vis-à-vis de la position du cercle d'extraction.

Cela reste vrai pour les fréquences plus élevées (figure 3.10 pour une fréquence de 38 GHz). De plus, la figure 3.10-b montre qu'il n'y a que très peu de différences, à 38 GHz et pour la lame percée, entre les deux configurations. Cela est tout simplement dû au fait que le minimum d'intensité est alors quasiment sur l'axe (et explique l'inversion mentionnée pour la figure 3.7 au point précédent).

Il est aussi intéressant de noter que, pour les deux fréquences présentées, l'écart entre les deux lames de phase (au niveau de l'amplitude du mode principal) est beaucoup plus faible lorsque le cercle d'extraction est centré sur le minimum d'intensité. Cela pourrait indiquer que l'échantillonnage de la variation de permittivité de la lame percée n'aurait qu'une faible influence sur la pureté du mode généré, et que la différence se trouve principalement dans la proportion du mode  $\ell = 0$  (et donc de l'offset).

Cependant, ce minimum se déplaçant avec la fréquence, l'utiliser comme centre au lieu de l'axe de l'antenne d'émission impliquerait de déplacer le cercle pour chaque fréquence reçue. Ce problème est abordé plus en détail au paragraphe 3.4 consacré à l'estimation des modes d'OAM sur une bande de fréquence.

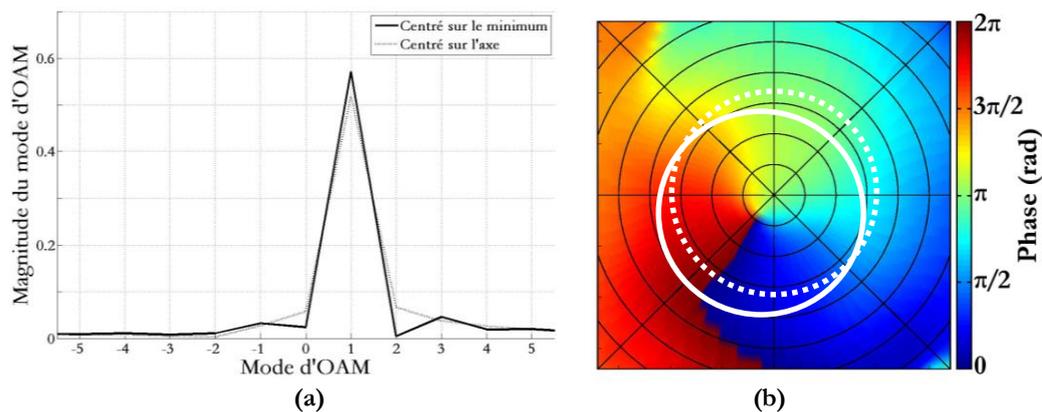


Figure 3.8 : Estimation des modes d'OAM pour la lame de phase spirale, en fonction de la position du centre d'extraction, pour la fréquence  $f = 30$  GHz (a) et cartographie associée (b).

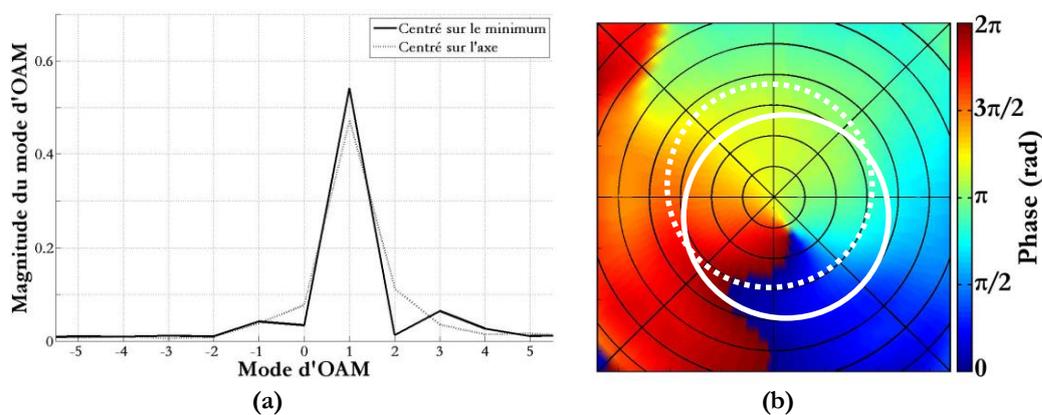


Figure 3.9 : Estimation des modes d'OAM pour la lame de phase percée, en fonction de la position du centre d'extraction, pour la fréquence  $f = 30$  GHz (a) et cartographie associée (b).

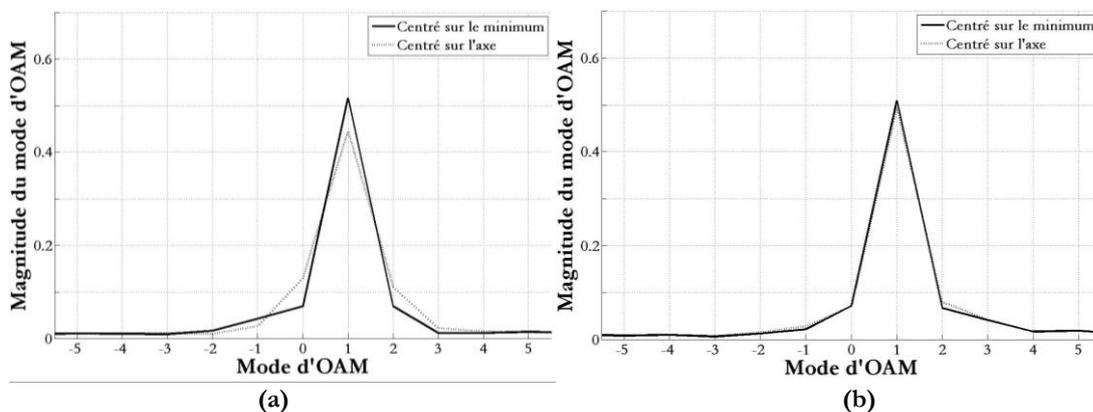


Figure 3.10 : Estimation des modes d'OAM pour la lame de phase spirale (a) et la lame de phase percée (b), pour une fréquence  $f = 38$  GHz.

### 3.3.2 Influence de l'échantillonnage

En simulation ou lors de mesures réalisées en chambre anéchoïque, la granularité de la mesure permet d'obtenir un grand nombre de points pour réaliser une cartographie de champ complète.

Dans un contexte opérationnel, chaque point de mesure correspond à un capteur. Plus ils sont nombreux, et plus le système antennaire est important. Il est donc nécessaire de pouvoir minimiser ce nombre tout en limitant au maximum la perte d'information.

Pour cela, deux pistes ont été envisagées. La première est de conserver un cercle complet, mais de diminuer le nombre de points d'échantillonnage. La seconde est de n'utiliser qu'un arc de ce cercle.

### 3.3.2.1 Variation du nombre de point sur un cercle complet.

Cette étude a été réalisée sur les résultats de simulations obtenus avec le logiciel CST. Le cercle d'extraction est centré sur l'axe de l'antenne d'émission.

La figure 3.11-a présente l'évolution de l'amplitude estimée des trois modes principaux pour un mode  $\ell = 1$  pur, et pour les deux antennes réalisées (figure 3.11-b), à la fréquence de 30 GHz, en fonction du nombre de points d'échantillonnage. Quel que soit le nombre de points, ils sont toujours équirépartis sur le cercle.

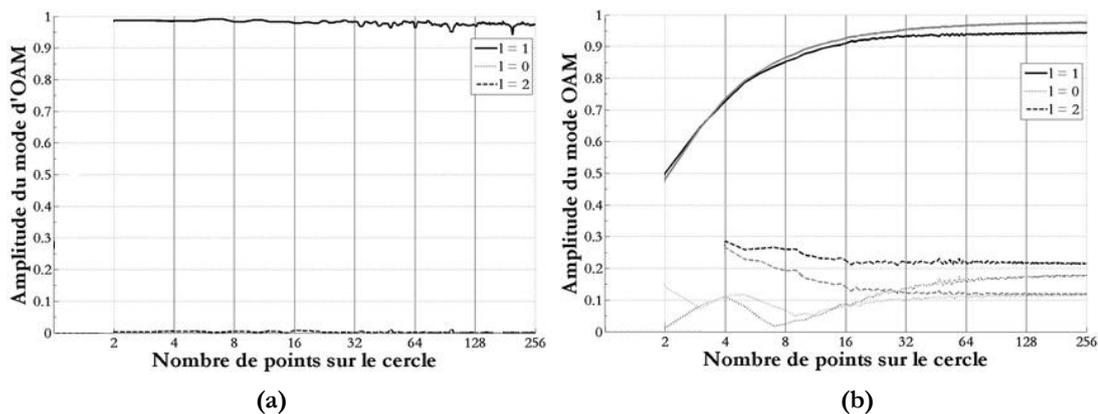


Figure 3.11 : Estimation de l'amplitude normalisée des modes principaux, en fonction du nombre de points d'échantillonnage. (a) Mode  $\ell = 1$  (b) lame de phase percée (noir) et spirale (gris), pour une fréquence  $f = 30$  GHz.

Le comportement est similaire dans les trois cas : après une augmentation très rapide, l'amplitude du mode  $\ell = 1$  atteint sa valeur maximale avant de se stabiliser. Pour la figure 3.11-a, une légère décroissance peut être observée. Elle s'explique par la méthode de traitement (FFT) utilisée pour estimer l'ordre : plus le nombre de points est important, plus les modes pouvant être estimés sont nombreux. Après normalisation, cela entraîne mécaniquement une diminution de l'amplitude des autres modes. La figure 3.11-b n'est pas normalisée, et le comportement asymptotique est bien visible.

Pour un mode  $\ell = 1$  pur (figure 3.11-a), deux points suffisent clairement pour déterminer qu'il s'agit du mode principal. Pour les deux antennes réalisées (figure 3.11-b), la différence entre l'amplitude du mode principale et celle des modes secondaires est beaucoup moins marquée.

En effet, la proportion des modes secondaires est plus élevée. Cela peut s'expliquer de la façon suivante : la qualité du faisceau généré étant moins bonne, une augmentation du nombre de points entraîne une plus grande prise en compte des imperfections de ce faisceau, et donc une remontée plus importante des modes secondaires lorsque le nombre de points augmente. C'est d'autant plus vrai pour la lame de phase percée.

Dans des conditions idéales, deux points semblent donc suffisants pour déterminer le mode  $\ell = 1$  sans ambiguïté (cela peut faire penser au théorème de Shannon). Par exemple dans [15], deux modes sont bien séparés avec deux antennes en réception. Cependant, dans ce cas comme pour les mesures des deux antennes réalisées, le faisceau est assez peu (voir pas) perturbé. Il semble donc important de se poser la question suivante : de quelle « marge » souhaite-t-on disposer entre le mode principal et les modes secondaires pour s'assurer une bonne détection ?

A l'usage, il serait pertinent de définir un rapport « mode principal » sur « modes secondaires » pour l'OAM, semblable à ce qui existe pour estimer la perturbation d'un signal. Cela correspondrait à la définition d'un rapport signal sur interférence (ou SIR - Signal-to-Interference Ratio). Cependant, il semble peu évident de définir un tel critère de façon générale, les besoins étant différents d'une application à l'autre (par exemple, en télécommunications, du type de modulation).

### 3.3.2.2 Utilisation d'un arc de cercle

A l'inverse du paragraphe précédent, le nombre de points utilisés reste constant, mais ils sont repartis sur une section du cercle uniquement (qui reste centré sur l'axe de l'antenne d'émission). Dans un premier temps, l'origine reste la même et le cercle est plus ou moins tronqué. Dans un second temps, c'est la longueur de l'arc qui reste constante alors que sa position varie, pour un rayon toujours constant équivalent à l'ouverture théorique où l'intensité est maximale (figure 3.12).

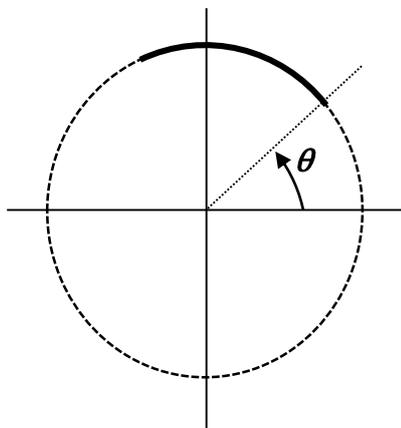


Figure 3.12 : Caractérisation de l'arc de cercle d'extraction.

La figure 3.13 présente l'estimation des modes pour un faisceau ayant une charge topologique  $\ell = 1$ . Comme attendu, l'amplitude estimée du mode principal augmente progressivement avec la longueur de l'arc, et est maximale pour un cercle complet. Ce phénomène se retrouve pour les deux antennes réalisées, à la fréquence de 30 GHz (figure 3.14). On retrouve ici l'importance d'un rapport « mode principal » sur « modes secondaires » pour l'OAM, comme déjà mentionné au paragraphe précédent. Ainsi, en fonction de l'application, il pourrait être possible de n'utiliser qu'un arc de cercle plus au moins long au lieu d'un cercle complet. Il ne semble cependant pas possible à l'heure actuelle de se passer d'une étude au cas par cas.

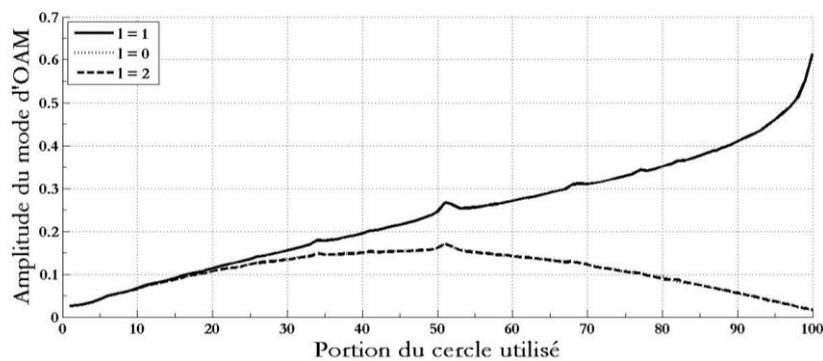


Figure 3.13 : Estimation des modes d'OAM pour un faisceau de charge topologique  $\ell = 1$  en fonction de la longueur de l'arc de cercle. Les modes  $\ell = 0$  et  $\ell = 2$  sont quasiment confondus.

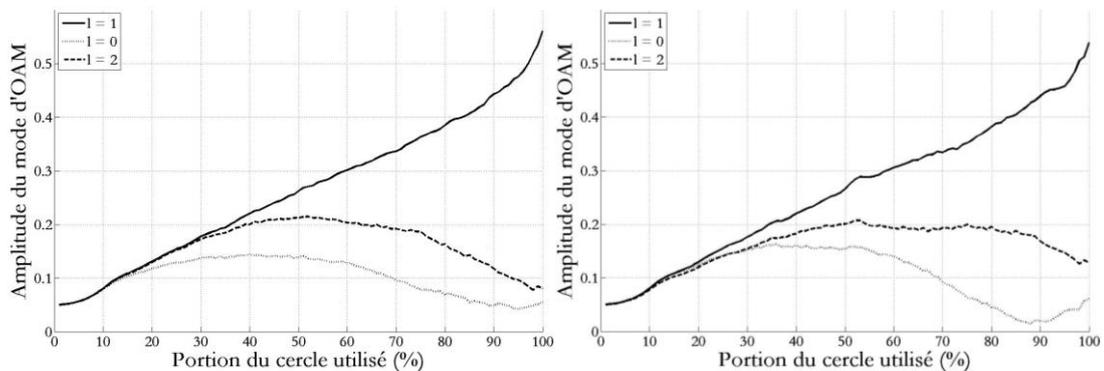


Figure 3.14 : Estimation des modes d'OAM en fonction de la longueur de l'arc du cercle d'extraction utilisé, à la fréquence de 30 GHz. (a) lame de phase spirale. (b) lame de phase percée

Finalement, l'influence de la position de l'arc de cercle (figure 3.12) est présentée à la figure 3.15. La longueur de l'arc a été fixée arbitrairement à 80% du périmètre du cercle complet pour la figure de gauche, et 25% pour la figure de droite. De légères variations peuvent être observées, mais elles ne semblent ici pas suffisamment importantes pour justifier d'y apporter une plus grande attention. En fonction de l'application, et donc du rapport « mode principal » sur « modes secondaires » nécessaire, il pourrait être possible de n'utiliser qu'un arc de cercle plus ou moins long. Encore une fois, il ne semble pas aisé

de définir un critère général, indépendant de l'application.

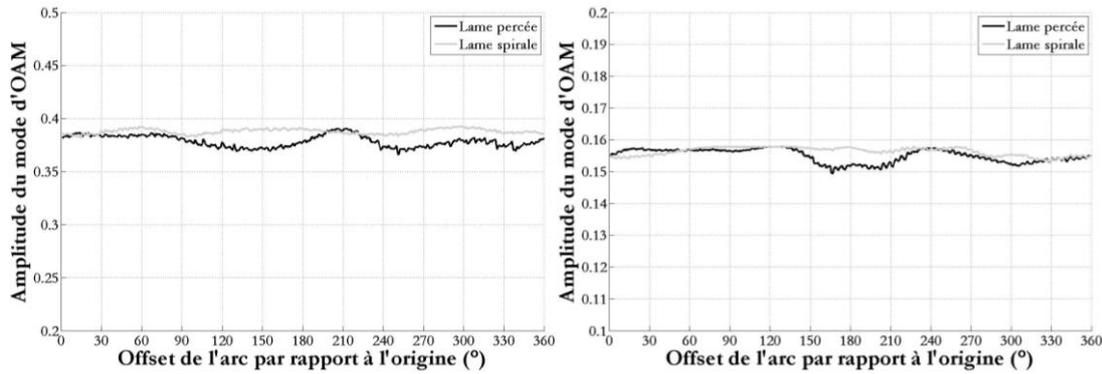


Figure 3.15 : Estimation des modes d'OAM en fonction de la rotation d'un arc de cercle d'extraction pour les deux antennes réalisées et une fréquence  $f = 30$  GHz. (a) 80% du cercle complet. (b) 25% du cercle complet.

### 3.4 Estimation des modes d'OAM sur une bande de fréquence

Pour la plupart des applications envisageables dans le domaine radio, une bande de fréquence plus ou moins large est nécessaire (débit pour les télécommunications, finesse de résolution pour un radar, etc.). Or, les deux antennes réalisées l'ont été pour une fréquence précise. Si elles sont utilisées sur une bande de fréquence, la loi de phase, et donc le mode d'OAM généré, vont évoluer (comme illustré à la figure 2.50).

Il est donc nécessaire de pouvoir estimer les modes d'OAM de façon cohérente sur l'ensemble de la bande de fréquence. Pour cela, trois cas de figures utilisant la méthode présentée au paragraphe 3.3 ont été envisagés :

- Détermination du cercle d'extraction pour chacune des fréquences séparément,
- Détermination du cercle pour une fréquence, et utilisation de ce cercle sur toute la bande,
- Découpage de la bande de fréquence en « sous-bandes » moins larges (il s'agit en quelque sorte d'une combinaison des deux cas précédents).

Les données utilisées sont celles mesurées en chambre anéchoïque et présentées au chapitre 2.

#### 3.4.1 Détermination du cercle pour chacune des fréquences de la bande

Dans cette première configuration, le rayon et la position du cercle d'extraction sont déterminés pour chaque fréquence. Si la variation du rayon est évidente en simulation, elle l'est beaucoup moins en pratique (et nécessiterait plusieurs réseaux circulaires concentriques d'antennes). Les deux positions (centrage sur le minimum d'intensité ou sur l'axe de l'antenne d'émission) sont aussi étudiées.

La figure 3.16 présente l'estimation des modes d'OAM pour l'antenne utilisant la lame de phase spirale, sur une bande de fréquence allant de 28 à 40 GHz. Ces résultats sont assez contrastés :

- Pour la lame de phase percée, l'amplitude du mode  $\ell = 1$  est supérieure lorsque le cercle est centré sur le minimum d'intensité, mais les oscillations sont aussi beaucoup plus importantes.
- Pour la lame de phase spirale, à part quelques fréquences ponctuelles, il ne semble pas y avoir de gain à ce que le cercle d'extraction soit centré sur l'axe ou sur le minimum d'intensité.

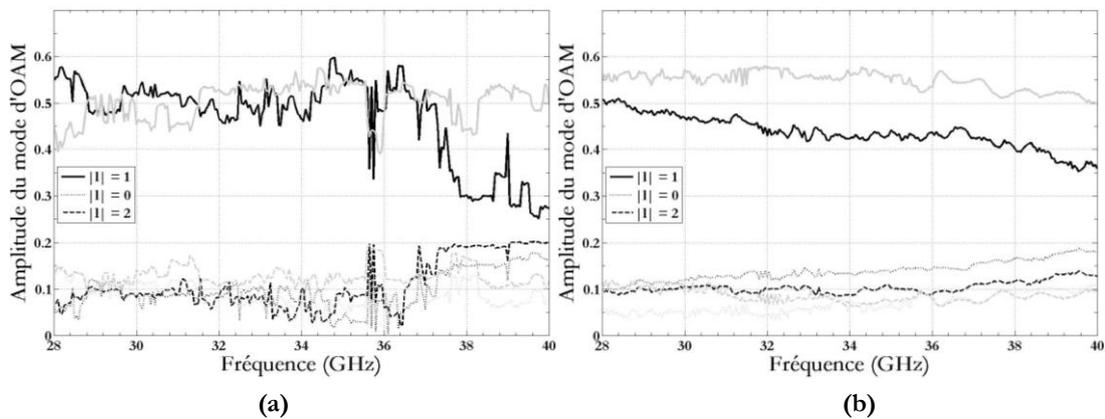


Figure 3.16 : Estimation des modes d'OAM pour la lame de phase spirale (en gris) et la lame de phase percée (en noir), sur une bande de fréquence allant de 28 à 40 GHz avec un pas de 10 MHz. Les cercles d'extractions sont centrés sur le minimum d'intensité (a) ou sur l'axe de l'antenne d'émission (b).

Il est important de noter que ces résultats sont assez sensibles au nombre de points du cercle d'extraction, peu importe sa position. En effet, des oscillations de plus en plus fortes apparaissent lorsque le nombre de points augmente, plus particulièrement dans le haut de la bande.

De plus, le minimum d'intensité se déplace en fonction de la fréquence. L'optimisation du récepteur serait alors beaucoup plus complexe. Pour toutes ces raisons, centrer le cercle sur l'axe de l'antenne d'émission semble être un bon compromis.

### 3.4.2 Détermination d'un cercle unique pour toute la bande de fréquence

Dans cette seconde configuration, le cercle d'extraction reste le même sur l'intégralité de la bande de fréquence. Plusieurs choix sont possibles pour en déterminer le rayon, parmi lesquels :

- Moyenne des rayons obtenus sur la bande,
- Rayon obtenu pour la fréquence centrale

Il se trouve cependant que, pour les deux lames de phase réalisées, le même rayon (correspondant à une ouverture de  $10^\circ$ ) est obtenu dans les deux cas.

En ce qui concerne la position du centre du cercle, deux possibilités ont été retenues :

- Cercle centré sur l'axe de l'antenne,
- Cercle centré sur la position moyenne du minimum d'intensité.

Pour la seconde hypothèse, cela revient à dire que le cercle est bien positionné autour du minimum d'intensité pour certaines fréquences, mais sur un point qui n'est ni le minimum d'intensité, ni sur l'axe pour les autres fréquences.

Les résultats sont visibles à la figure 3.17. La différence est flagrante pour la lame de phase percée : pour un cercle centré sur l'axe de l'antenne d'émission, le mode  $\ell = 2$  est prédominant dans une large sous-bande de fréquence (de 37 à 40 GHz). Pour un cercle centré sur la position moyenne du minimum d'intensité, le mode  $\ell = 1$  reste prédominant sur la quasi-totalité de la bande.

Cela peut s'expliquer assez facilement : un second minimum d'intensité, opposé au premier par rapport à l'axe de l'antenne d'émission, apparaît dans le haut de la bande (figure 2.47). Le rayon du cercle d'extraction étant « trop grand », cette perturbation a plus d'influence lorsque le cercle est centré sur l'axe que lorsqu'il s'en éloigne.

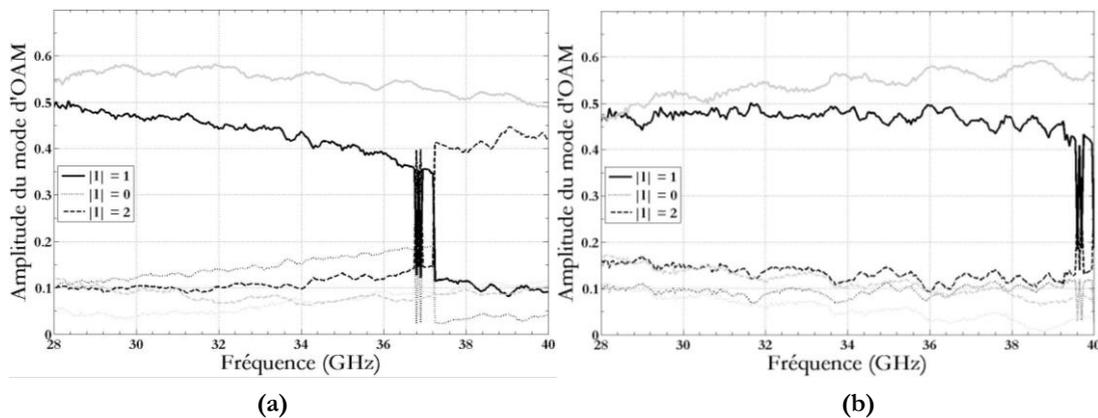


Figure 3.17 : Estimation des modes d'OAM pour la lame de phase spirale, sur une bande de fréquence allant de 28 à 40 GHz. Cercle centré sur l'axe de l'antenne d'émission (a) et sur la position moyenne du minimum d'intensité (b)

Il semble assez évident que la « bande passante OAM » n'est pas du tout la même en fonction des critères choisis. Dans le cas présent, la meilleure estimation est obtenue en centrant le cercle d'extraction sur la position moyenne du minimum d'intensité. Cela nécessite par contre de connaître à l'avance la position de ce minimum sur toute la bande de fréquence.

### 3.4.3 Découpage en sous-bandes de fréquences

Les deux méthodes présentées précédemment ayant chacune leurs avantages et leurs inconvénients (facilité de réalisation contre magnitude du mode prédominant), un critère global reprenant ces deux critères des deux a été envisagé. Pratiquement, cela peut se traduire par la présence de plusieurs réseaux circulaires, concentriques ou non, correspondants chacun à une des sous-bandes de fréquence. Il devient alors probablement nécessaire de se soucier de l'encombrement des éléments et leur couplage mutuel, mais ces considérations sortent du cadre de ce travail de thèse.

Pour conserver un système relativement simple à réaliser, et d'après les résultats obtenus précédemment, les critères suivants ont été choisis :

- Les différents réseaux circulaires doivent être concentriques,
- Le nombre de cercle est limité à trois.

Ces points peuvent évidemment être modifiés en fonction des contraintes liés à l'application désirée.

Les réseaux devant être concentriques, le choix du centre se porte naturellement vers l'axe de l'antenne d'émission. La figure 3.17-a montre que l'une des sous-bandes doit aller de 37 à 40 GHz environ. La largeur totale de la bande de fréquence étant de 12 GHz, nous avons choisi de travailler avec trois sous-bandes de tailles égales (4 GHz). Les trois rayons correspondent respectivement à une ouverture de  $10^\circ$ ,  $9^\circ$  et  $8^\circ$ .

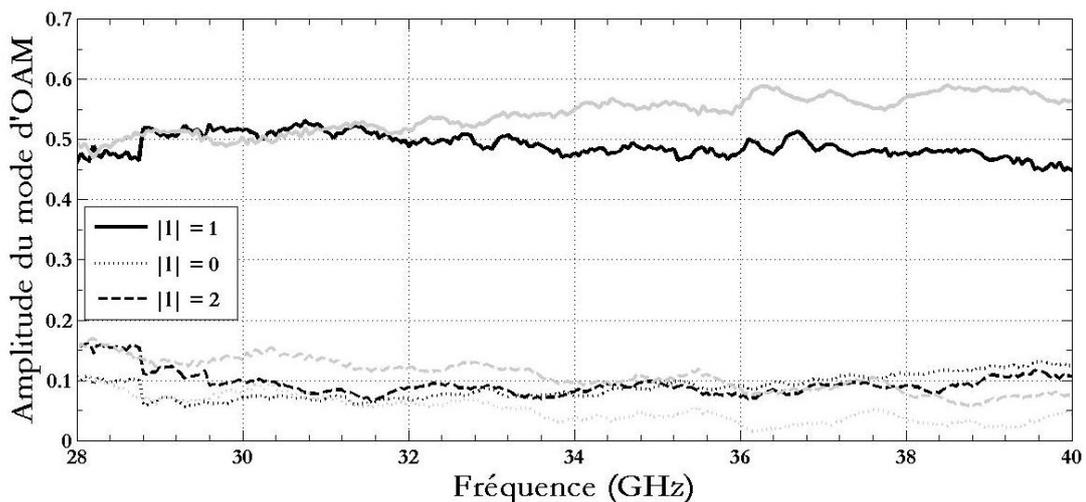


Figure 3.18 : Estimation des modes d'OAM pour la lame de phase spirale (en gris) et pour la lame de phase percée (en noir), sur une bande de fréquence allant de 28 à 40 GHz. Trois cercles sont utilisés, correspondants à des ouvertures de  $10^\circ$  (28 à 32 GHz),  $9^\circ$  (32 à 36 GHz) et  $8^\circ$  (36 à 40 GHz).

L'amélioration n'est pas flagrante pour la lame de phase spirale, et ne justifie peut-être pas la réalisation d'un système plus complexe. Par contre, pour la lame de phase percée, la « bande passante OAM » occupe maintenant toute la bande de fréquence, et l'amplitude du mode  $\ell = 1$  reste stable.

Il s'agit d'une bonne illustration du fait que chaque système obéit à des contraintes différentes, et que chaque nouveau cas de figure doit être le sujet d'une étude complète.

### 3.5 Réflexion d'une onde OAM sur une surface réfléchissante

Classiquement, en radio, la propagation d'un faisceau subissant une ou plusieurs réflexions est étudiée grâce à la méthode du « lancer de rayon ». Cependant, avec cette méthode un faisceau est modélisé par un trait. Cela ne pose aucun souci dans le cas de l'étude d'un faisceau de type gaussien, mais est plus problématique lorsque l'onde possède une structure particulière (par exemple, une rotation de phase sur le front d'onde et une répartition de l'énergie sous forme de « donut »).

Une solution à ce problème aurait pu être de ne plus propager un simple point, mais un plan. Ce qui serait finalement revenu à propager chacun des points de ce plan individuellement, et aurait donc multiplié d'autant le temps et la complexité de calcul.

On a donc regardé ce qui se fait en optique, et décidé de nous pencher sur la méthode des matrices ABCD de l'optique géométrique [23].

#### 3.5.1 Présentation des matrices ABCD

Les matrices ABCD ont été proposées en optique géométrique pour résoudre les problèmes de transformation par un système optique [23]. Depuis, divers travaux ont permis de démontrer qu'elles sont aussi tout à fait adaptées pour décrire la propagation des faisceaux gaussiens, aussi bien pour les faisceaux de type Hermite-Gauss (HG) que pour des faisceaux de type Laguerre-Gauss [85]. Ceci reste vrai pour tout système optique.

En radio, cela se rapproche de la modélisation du canal de propagation par l'intermédiaire de sa fonction de transfert et de sa réponse impulsionnelle [besoin ref ?], qui lient le signal de sortie à un signal d'entrée. Aucune hypothèse quant à la gamme de fréquence n'étant formulée, ces matrices ABCD peuvent aussi être utilisées en micro-ondes.

Pour pouvoir utiliser cette méthode, il est nécessaire de définir un repère dans lequel un rayon sera caractérisé en un point d'abscisse le long de l'axe optique par :

- Sa distance  $r_1$  par rapport à l'axe,
- Son angle d'inclinaison  $r'_1$  par rapport à l'axe.

La transformation d'un rayon se propageant à travers un système optique peut être représentée par une matrice ABCD telle que :

$$\begin{bmatrix} r_2 \\ r'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r'_1 \end{bmatrix}, \quad (3-8)$$

où  $r_2$  et  $r'_2$  représentent les caractéristique du rayon, respectivement distance et inclinaison, après transformation par le système. Ce système peut, par exemple, être une lentille, un miroir, etc. Il peut aussi s'agir d'un système plus complexe constitué de plusieurs éléments. La matrice ABCD totale d'un tel système est alors le produit des matrices ABCD des éléments le composant.

Il y a cependant un « problème » : les faisceaux LG utilisés pour représenter une onde ayant de l'OAM possèdent une symétrie circulaire et sont donc exprimés dans une base polaire. Pour traiter des cas de réflexion ou de propagation sur des systèmes ayant une symétrie cartésienne (miroir, lentille inclinée, il est donc nécessaire de pouvoir exprimer une onde portant de l'OAM dans un repère cartésien avant de pouvoir utiliser les matrices ABCD. Ce sur quoi se consacre le paragraphe suivant.

### 3.5.2 Décomposition en une somme de faisceaux de Hermite-Gauss.

Un faisceau LG peut être exprimé sous la forme d'une somme de faisceau de Hermite-Gauss (HG) [86], comme le montre l'équation (3-9) et la figure 3.19 pour une onde de charge topologique  $\ell = 1$ .

$$LG_{\ell 0}(r, \theta, z) = \sum_{k=0}^{\ell} (-j)^k b(n, 0, k) HG_{n-k, k}(x, y, z), \quad (3-9)$$

Avec :

$$b(n, 0, k) = \sqrt{\frac{(n-k)!k!}{n!2^n}} (-2)^k P_k^{(n-k, -k)}(0), \quad (3-10)$$

$$P_k^{(\nu, \mu)}(t) = \frac{(-1)^k}{2^k k!} (1-t)^{-\nu} (1+t)^{-\mu} \times \frac{d^k}{dt^k} [(1-t)^{k+\nu} (1+t)^{k+\mu}], \quad (3-11)$$

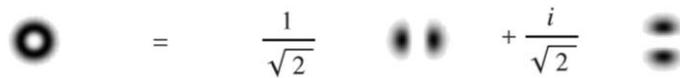


Figure 3.19 : Exemple de décomposition de LG en HG, pour un mode  $\ell = 1$ .

Les faisceaux HG sont orthogonaux et s'expriment à l'aide des polynômes de Hermite. Une combinaison linéaire de faisceaux HG de modes différents (i.e. un faisceau LG) se propage donc sans que ses composantes interfèrent entre elles. Chaque faisceau HG peut donc être individuellement transformé avec une matrice ABCD, puis l'ensemble est additionné pour obtenir le faisceau LG transformé.

Dans le cas où l'onde EM étudiée a un OAM « impur », et donc plusieurs modes, elle peut être représentée par une combinaison linéaire de faisceaux LG. Il suffit donc de décomposer chacun de ces faisceaux en faisceaux HG spécifiques, de leur appliquer les matrices ABCD correspondantes, puis de faire la double somme pour obtenir l'onde transformée.

### 3.5.3 Application à la réflexion sur une surface

Dans un premier temps, nous nous sommes intéressés à une réflexion sur une surface réfléchissante totale plane. Il s'agit d'un cas de figure relativement simple, pouvant être résolu géométriquement, et qui peut donc jouer le rôle de validation du modèle utilisé. Puis, dans un second temps, le cas plus complexe de la réflexion sur une surface courbe sera abordé. Finalement, la reproduction d'une scène comprenant un trajet direct et un trajet réfléchi sera présentée.

#### 3.5.3.1 Réflexion sur une surface réfléchissante plane

La matrice ABCD correspondant à une réflexion  $Mat_{plan}$  (3-12) et à une transmission dans l'air  $Mat_{tran\_air}$  (3-13) s'expriment :

$$Mat_{plan} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3-12)$$

$$Mat_{tran\_air} = \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3-13)$$

où  $d$  correspond à la distance de propagation. La matrice du système complet est alors :

$$Mat_{reflex} = \begin{bmatrix} 1 & d_1 + d_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3-14)$$

où  $d_1$  et  $d_2$  correspondent respectivement à la distance de propagation avant et après la réflexion. Il est alors bien visible que, dans un repère orienté selon la direction de propagation de l'onde, un miroir plan n'apporte aucune transformation autre que celle apportée par la distance de propagation avant et après réflexion. La figure 3.20 présente les résultats pour une onde OAM d'ordre  $\ell = 1$ . Pour faciliter la visualisation des différents résultats, les échelles sont normalisées par rapport au maximum d'intensité. Le même type de réflexion a été étudiée géométriquement (figure 3.21).

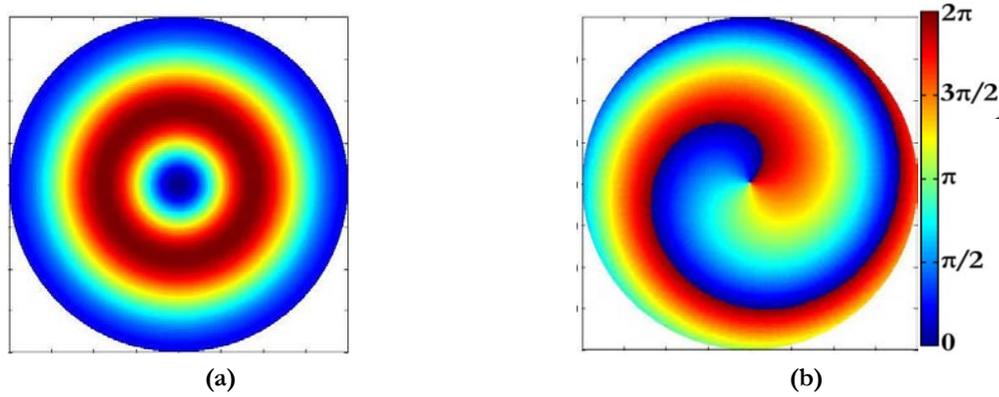


Figure 3.20 : Propagation d'une onde OAM  $l = 1$  après réflexion sur une surface réfléchissante plane. (a) Répartition de l'énergie. (b) Distribution de phase de 0 à  $2\pi$ .

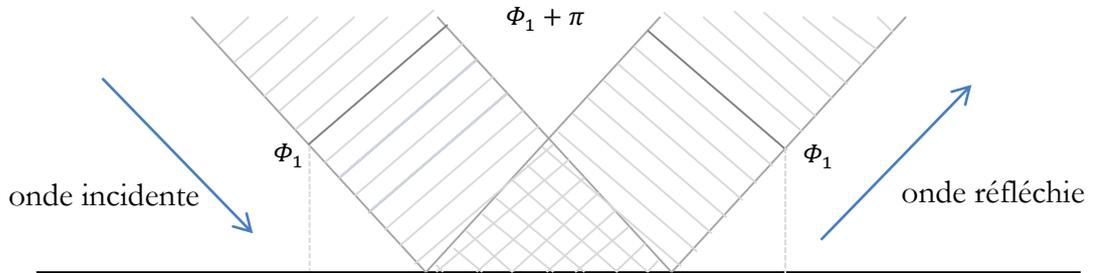


Figure 3.21 : Représentation géométrique de la réflexion (incidence oblique) d'une onde OAM sur une surface plane.

Un comportement similaire à celui de la polarisation peut donc être observé : la charge topologique d'une onde réfléchie est, dans le référentiel de l'onde, le même que celle de l'onde incidente. Dans le référentiel du laboratoire, elle change de signe. Les autres caractéristiques de l'onde (rayon de courbure, waist) restent inchangées.

### 3.5.3.2 Réflexion sur une surface courbe

Une surface courbe est caractérisée par un double rayon de courbure selon deux axes orthogonaux. L'outil permet de modéliser des sphères, des cylindres, des ovoïdes, et des surfaces concaves, convexes, ou concaves sur un axe et convexe selon l'autre. La matrice ABCD correspondant à un miroir courbe est [23] :

$$Mat_{courb} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R_e} & 1 \end{bmatrix}, \quad (3-15)$$

où  $R_e$  est le rayon de courbure apparent du miroir, définit tel que :

- $R_e = R \cos \alpha$  dans le plan d'incidence,
- $R_e = R / \cos \alpha$  dans le plan orthogonal au plan d'incidence.

où  $R$  est le rayon de courbure du miroir et  $\alpha$  l'angle d'incidence sur le miroir.

Un miroir dont le rayon de courbure est très grand devant la longueur d'onde peut être considéré comme un miroir plan. De plus, un rayon de courbure positif ( $R > 0$ ) correspond à une surface concave, et un rayon de courbure négatif ( $R < 0$ ) correspond à une surface convexe.

La figure 3.22 présente la réflexion d'une onde de charge topologique  $\ell = 1$  sur deux surfaces courbes, à la fréquence de 2.4 GHz et pour une incidence normale. Le rayon de courbure est de +5 m ou -5 m (pour une longueur d'onde de 0,125 m). La zone de visualisation et la distance de propagation totale sont les mêmes que pour la figure 3.20. Comme attendu, la réflexion induit une augmentation ou une diminution de la divergence en fonction du type de courbure. Jusqu'à présent, les miroirs utilisés possédaient une symétrie similaire à celle du faisceau, et ne perturbaient donc pas sa structure. La figure 3.23 présente la réflexion sous incidence normale d'une onde de charge topologique  $\ell = 1$  sur un cylindre concave de hauteur infinie (selon l'axe vertical) et possédant un rayon de courbure de 5m (selon l'axe horizontal). Les effets de diffraction sur les bords d'un objet réel ne sont donc pas pris en compte.

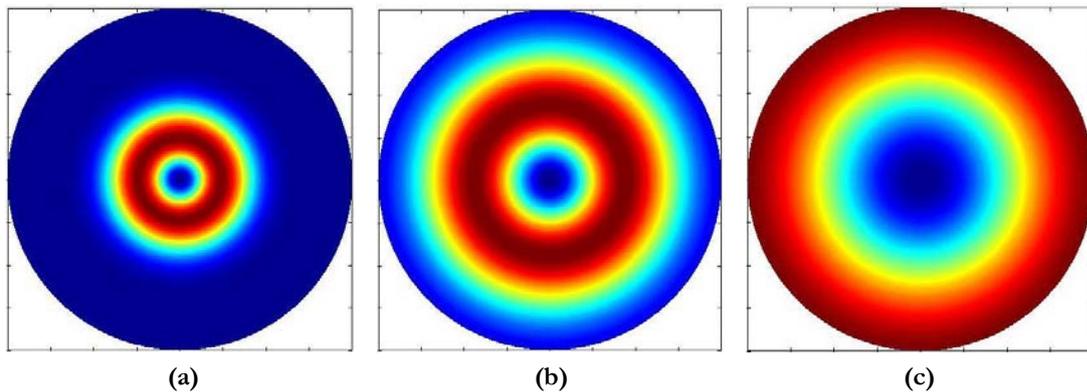


Figure 3.22 : Modification de la divergence du faisceau lors de la réflexion avec incidence normale sur une surface courbe concave (a), plane (b) et convexe (c).

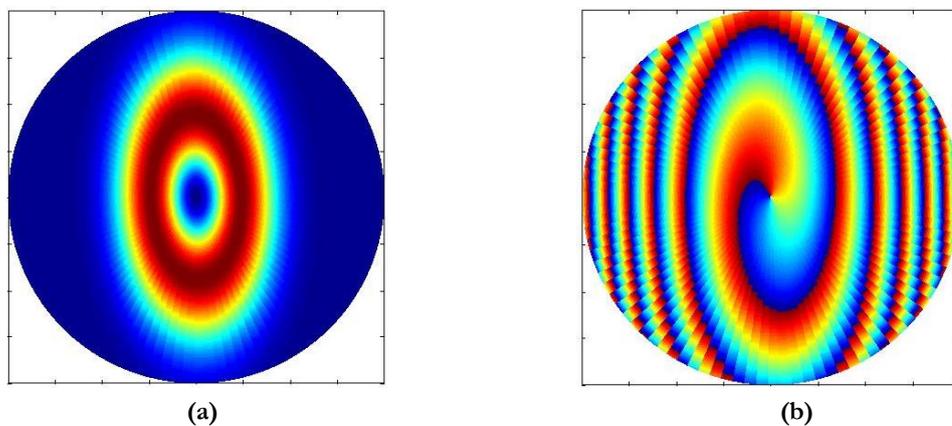


Figure 3.23 : Réflexion avec incidence normale d'une onde de charge topologique  $\ell=1$  sur un cylindre concave (rayon de courbure 5 m) à la fréquence de 2.45 GHz. (a) Répartition de l'énergie et (b) Distribution de phase de 0 à  $2\pi$ .

Le faisceau obtenu possède une forme ovoïdale. Une rapide comparaison avec les figures précédentes permet de constater que la divergence selon l'axe vertical est la même qu'après une réflexion sous incidence normale sur un miroir plan (figure 3.20), et que la divergence selon l'axe horizontal est la même qu'après réflexion sous incidence normale sur un miroir concave de rayon de courbure de 5m (figure 3.22-a).

Cette perturbation se répercute sur la distribution de phase sur le front d'onde. La figure 3.24 compare l'estimation des modes d'OAM pour deux faisceaux propagés sur une même distance, avec (trajet réfléchi) ou sans (trajet direct) réflexion sur le cylindre. Pour le trajet réfléchi, le cercle d'extraction a pour rayon la moyenne des rayons selon les deux axes horizontal et vertical. Deux observations s'imposent :

- Même après réflexion, le mode  $\ell = 1$  est toujours largement prédominant
- Une remontée des modes  $\ell = 3$  et  $\ell = -1$  peut être observée.

Le même type de phénomène peut être observé lors d'une réflexion sous incidence oblique sur une sphère (Figure 3.25 pour deux sphères de respectivement 15 m et 5 m de rayon). L'estimation des modes correspondantes est visible à la figure 3.26 :

- Lorsque le rayon de courbure de la surface rencontrée est important, l'amplitude du mode principal diminue. Il semble exister un effet de proportionnalité entre ces deux évolutions, mais il n'a pas été démontré.
- Une remontée des modes  $\ell = +3$  et  $\ell = -1$  peut être observée, comme pour le cylindre concave.

De plus, il est intéressant de noter que dans le cas d'une réflexion sur une surface concave (figure 3.23) les figures de phase et d'énergie sont déformées selon le même axe, alors qu'elles le sont selon deux axes orthogonaux dans le cas d'une surface convexe (figure 3.25).

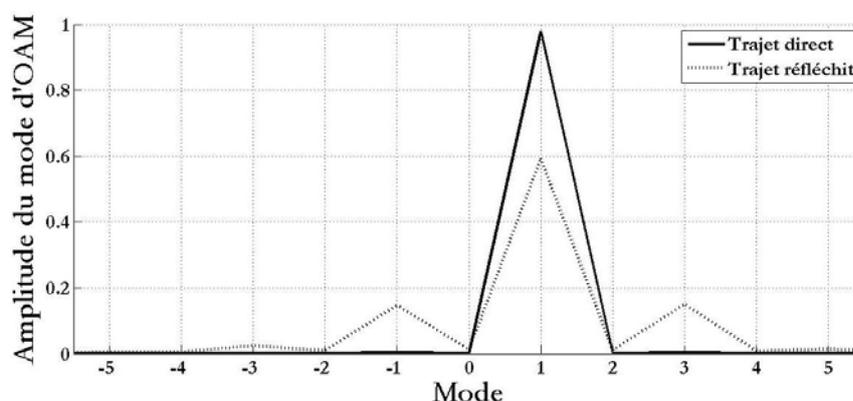


Figure 3.24 : Estimation des modes pour une onde de charge topologique  $\ell = 1$  avec (trajet direct) et sans (trajet réfléchi) réflexion sur un cylindre de hauteur infinie.

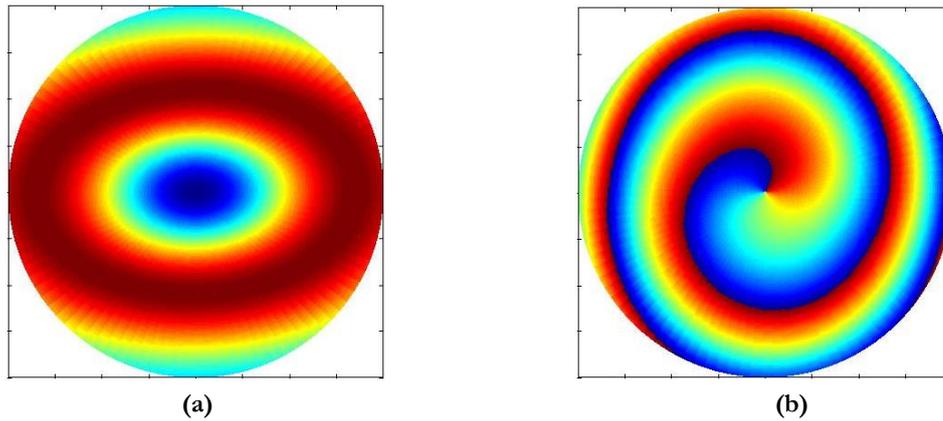


Figure 3.25 : Réflexion avec incidence de  $60^\circ$  d'une onde de charge topologique  $l = 1$  sur une sphère de 15 m de rayon. (a) Répartition de l'énergie et (b) Distribution de phase de  $0$  à  $2\pi$ .

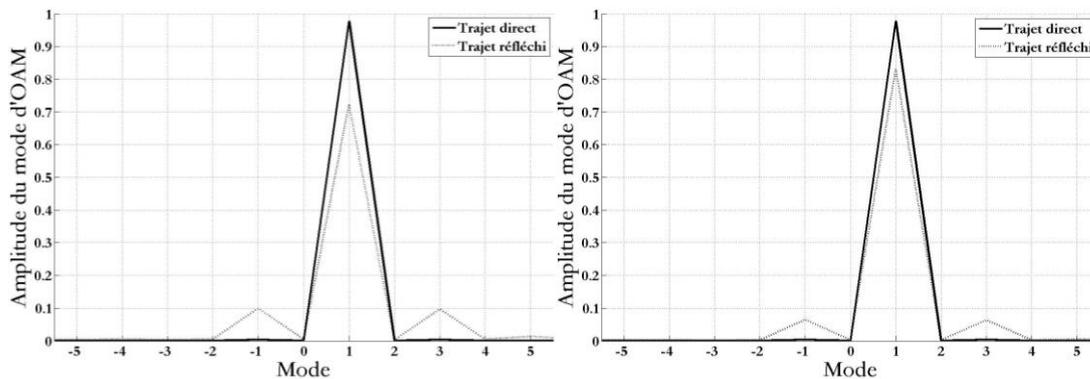


Figure 3.26 : Estimation des modes pour une onde de charge topologique  $l = 1$  avec (trajet direct) et sans (trajet réfléchi) réflexion sous incidence oblique sur une sphère de 5 m (a) et 15 m (b) de rayon.

### 3.5.3.3 Combinaison de plusieurs faisceaux OAM

La configuration retenue est présentée à la figure 3.27 : deux antennes, situées à 3 m du sol sont espacées de 10 m. Entre les deux se trouve une surface réfléchissante courbe (une cuvette) de rayon de courbure 5 m, choisie pour obtenir une forte déformation du faisceau réfléchi. Deux trajets sont considérés :

- Un trajet direct entre les deux antennes,
- Un trajet réfléchi après réflexion sur la surface courbe réfléchissante. L'angle d'incidence est alors égal à  $59^\circ$ .

Ces deux faisceaux sont traités séparément comme dans la section précédente, puis additionnés à l'arrivée. La figure d'interférence est visible à la figure 3.28, et l'estimation des modes d'OAM correspondante à la figure 3.29.

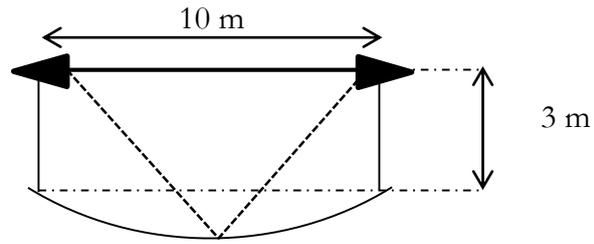


Figure 3.27 : Configuration de la scène considérée, avec un trajet direct (trait continu) et un trajet réfléchi (trait pointillé).

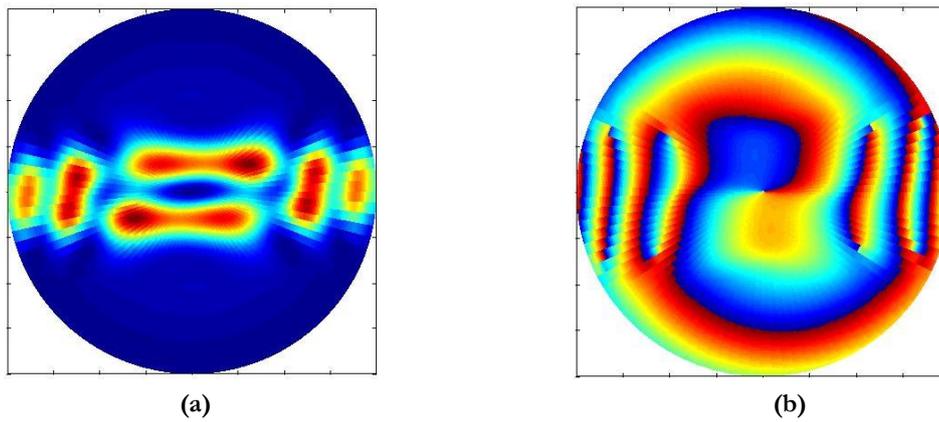


Figure 3.28 : Figure d'interférence entre un faisceau direct et un faisceau réfléchi avec incidence de  $60^\circ$  sur une sphère concave de 5 m de rayon. (a) Répartition de l'énergie et (b) Distribution de phase de 0 à  $2\pi$ .

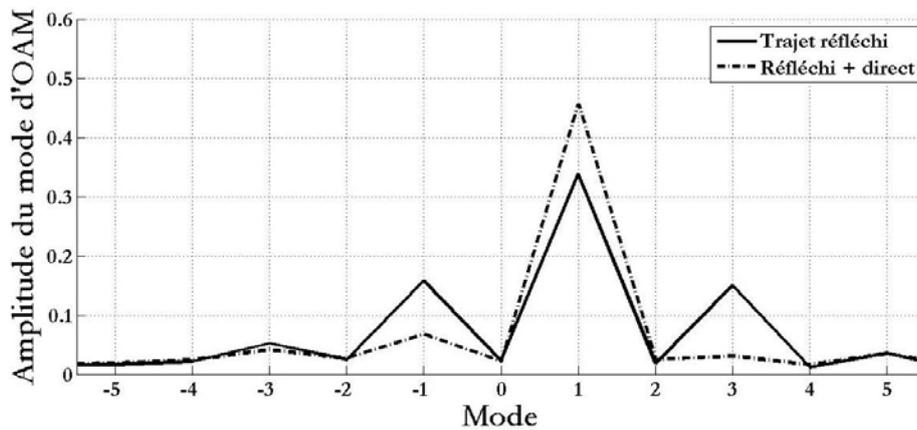


Figure 3.29 : Estimation des modes d'OAM pour une combinaison entre un trajet direct et un trajet réfléchi.

Pour cette estimation, le cercle d'extraction a été déterminé de façon à passer par la zone d'intensité maximale. Les modes dont l'amplitude augmente sont les mêmes que précédemment.

Il ne s'agit ici que d'un exemple, sur un objet simple et dans une configuration donnée. La prochaine étape est maintenant d'étudier d'autres cas, et de déterminer s'il existe une relation entre les caractéristiques physiques de l'objet et la forme du faisceau réfléchi.

### 3.6 Conclusion du chapitre

Dans ce troisième et dernier chapitre, nous nous sommes intéressés à la propagation et à la détection d'ondes de charges topologiques non nulles. Dans un premier temps, une méthode d'estimation des modes présents, pensée pour rester au plus proche d'une application pratique, a été présentée. Différentes études théoriques liées à l'influence du nombre et de la position d'antennes dans un réseau circulaire en réception ont ainsi pu être menées.

Il en ressort qu'un réseau circulaire composé d'un nombre limité de points peut suffire, et qu'il est possible de travailler sur une partie plutôt que sur la totalité du faisceau. Malgré tout, l'estimation reste meilleure en utilisant le cercle complet. Le choix est dépendant de l'application envisagée, et donc du rapport « mode principal » sur « mode secondaire » recherché.

Puis, dans un second temps, une première approche des déformations apportées par une réflexion a été étudiée grâce aux matrices ABCD, une technique venue du domaine optique. Les premiers résultats semblent indiquer l'existence d'un lien entre les déformations apportées par une réflexion, et les caractéristiques de la surface sur laquelle elle s'effectue.

Il ne s'agit encore que de résultats préliminaires sur des objets simples (miroir plan, sphériques et cylindriques), mais ils ouvrent la porte au cheminement inverse : pouvoir, à partir des déformations subies par l'onde, remonter aux caractéristiques d'un objet.

## Conclusion générale et perspectives

Le domaine d'application de cette thèse est très étendu, et des choix ont dû être faits quant à l'attention à apporter à tel ou tel aspect. Son objectif principal était double. Le premier est d'essayer de répondre aux questions qui se posent quant à l'utilisation du moment angulaire orbital en radio : génération, propagation et détection. Le second, plus physique, est d'étudier les mécanismes de transfert d'OAM entre une onde et un objet.

Dans le premier chapitre, un certain nombre de notions concernant l'OAM ont été présentées. Plus particulièrement, nous avons pu voir que ces faisceaux « twistés » transportent du moment angulaire orbital qui peut être transféré à un objet macroscopique, le mettant ainsi en mouvement.

Deux aspects de ce transfert ont été abordés. Le premier, théorique, présente une estimation du moment angulaire orbital présent en partant des équations de champs de l'antenne utilisée. Ces calculs ont été accompagnés de résultats de simulations effectuées avec le logiciel CST MW. Ces mêmes simulations ont ensuite permis une meilleure compréhension et ont aidé à l'interprétation du mécanisme de transfert, basé sur l'induction d'un courant de surface.

Le second aspect est expérimental. Grâce à une antenne dite « tourniquet », du moment angulaire orbital a été transféré à un anneau de cuivre situé dans le plan de l'antenne. Il s'agit de la première expérimentation de ce type dans le domaine radio. Une dépendance linéaire entre l'accélération et la puissance émise, et une inversion du sens de rotation de l'anneau en changeant le signe de la charge topologique, ont pu être observés.

Dans le chapitre suivant, la question de la génération d'ondes portant du moment angulaire orbital a été abordée. Deux systèmes antennaires ont ainsi été réalisés, devant générer une onde de charge topologique  $\ell = 1$  :

- Le premier est une lame de phase spirale associée à une antenne cornet. C'est une translation de ce qui se fait dans le domaine optique vers le domaine radio. Ce type d'antenne est connu et a déjà été réalisé en radio [64]. Elle joue ici le rôle d'antenne de référence.
- Le second, une lame de phase percée, utilise une technique n'ayant jusqu'à présent jamais été utilisé pour générer de l'OAM : le gradient d'indice par extraction de

matière. La principale différence avec la première antenne est que l'on passe d'une évolution continue de la hauteur à un gradient d'indice discrétisé.

Ces deux antennes ont été caractérisées par des simulations électromagnétiques, puis des mesures en chambre anéchoïque. Les résultats obtenus sont excellents. Les mesures de phases sont très précises et en concordance avec les simulations. La distribution de phase attendue, allant de  $0$  à  $2\pi$ , est observée sur une très large bande de fréquence.

De plus, les ondes générées par les deux antennes sont très similaires, malgré de plus fortes perturbations pour la lame de phase percée. Cependant, il est à ce stade difficile de trancher sur l'origine de ces perturbations : elles peuvent être dues uniquement à l'échantillonnage du gradient d'indice, ou un potentiel désaxage provoqué par le poids de la lentille sur son support lors de la mesure.

Dans le troisième et dernier chapitre, nous nous sommes intéressés à la propagation et à la détection d'ondes de charge topologique non nulles. Dans un premier temps, une méthode d'estimation des modes présents, basée sur un échantillonnage circulaire du front d'onde, a été présentée. Différentes études théoriques liées à l'influence du nombre et de la position des points d'échantillonnage (c.-à-d. des antennes de réception) ont ainsi pu être menées.

Il en ressort qu'un réseau circulaire composé d'un nombre limité d'antennes peut suffire, et qu'il est possible de travailler sur un arc de cercle plutôt que sur la totalité du faisceau. Malgré tout, l'estimation reste meilleure en utilisant un réseau circulaire complet. Ce choix est dépendant de l'application envisagée, et donc du rapport « mode principal » sur « mode secondaire » recherché.

Puis, dans un second temps, une première approche des déformations apportées par une réflexion a été étudiée grâce aux matrices ABCD (une technique utilisée en optique). Les premiers résultats semblent indiquer l'existence d'un lien entre les déformations apportées par une réflexion, et les caractéristiques de la surface sur laquelle elle s'effectue. Il ne s'agit encore que de résultats préliminaires sur des objets simples (miroir plan, sphériques et cylindriques), mais ils ouvrent la porte au cheminement inverse : pouvoir, à partir des déformations subies par l'onde, remonter aux caractéristiques d'un objet.

De façon générale, ce travail de thèse s'inscrit comme un premier pas vers des recherches orientées vers les applications du moment angulaire orbital dans les ondes radios, tout en restant à l'écart des polémiques pouvant exister en ce moment à ce sujet.

La plus médiatique d'entre elles est probablement l'existence (ou non) d'une nouvelle diversité apportée par l'OAM dans les télécommunications [13]–[15], [17], [18], [62]. Une autre serait possible en radar. Le dernier paragraphe du chapitre 3 montre en effet qu'il

existe un lien entre la répartition des modes d'OAM et la surface sur laquelle un faisceau est réfléchi. Une expérimentation l'a aussi montré en optique récemment [87]. Les études actuelles tentent plutôt de remonter aux modifications de cette répartition pour un objet connu, mais il ne semble pas irréaliste d'envisager le fonctionnement inverse : remonter aux caractéristiques d'un objet à partir des modifications qu'il induit à une onde ayant de l'OAM.

## Références bibliographiques

- [1] L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw, and J. P. Woerdman, “Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes,” *Phys. Rev. A*, vol. 45, no. 11, pp. 8185–8189, Jun. 1992.
- [2] M. Padgett and R. Bowman, “Tweezers with a twist,” *Nat. Photonics*, vol. 5, no. 6, pp. 343–348, Jun. 2011.
- [3] B. Thidé, H. Then, J. Sjöholm, K. Palmer, J. Bergman, T. D. Carozzi, Y. N. Istomin, N. H. Ibragimov, and R. Khamitova, “Utilization of Photon Orbital Angular Momentum in the Low-Frequency Radio Domain,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 99, no. 8, p. 087701, Aug. 2007.
- [4] H. He, M. E. J. Friese, N. R. Heckenberg, and H. Rubinsztein-Dunlop, “Direct observation of transfer of angular momentum to absorptive particles from a laser beam with a phase singularity,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 75, no. 5, pp. 826–829, Jul. 1995.
- [5] S. Franke-Arnold, L. Allen, and M. Padgett, “Advances in optical angular momentum,” *Laser Photonics Rev.*, vol. 2, no. 4, pp. 299–313, Aug. 2008.
- [6] D. B. Ruffner and D. G. Grier, “Optical forces and torques in nonuniform beams of light,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 108, no. 17, p. 173602, Apr. 2012.
- [7] M. F. Andersen, C. Ryu, P. Cladé, V. Natarajan, A. Vaziri, K. Helmerson, and W. D. Phillips, “Quantized rotation of atoms from photons with orbital angular momentum,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 97, no. 17, p. 170406, Oct. 2006.
- [8] J. W. R. Tabosa and D. V. Petrov, “Optical Pumping of Orbital Angular Momentum of Light in Cold Cesium Atoms,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 83, no. 24, pp. 4967–4970, 1999.
- [9] S. M. Mohammadi, L. K. S. Daldorff, J. E. S. Bergman, R. L. Karlsson, B. Thidé, K. Forozesh, T. D. Carozzi, and B. Isham, “Orbital Angular Momentum in Radio -A System Study,” *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 58, no. 2, pp. 565–572, Feb. 2010.
- [10] A. Tennant and B. Allen, “Generation of OAM radio waves using circular time-switched array antenna,” *IET Electron. Lett.*, vol. 48, no. 21, pp. 1365–1366, Oct. 2012.
- [11] Q. Bai, A. Tennant, B. Allen, and M. U. Rehman, “Generation of orbital angular momentum (OAM) radio beams with phased patch array,” presented at the Antennas and Propagation Conference (LAPC), 2013 Loughborough, 2013, pp. 410–413.
- [12] C. Deng, W. Chen, Z. Zhang, Y. Li, and Z. Feng, “Generation of OAM Radio Waves Using Circular Vivaldi Antenna Array,” *Int. J. Antennas Propag.*, vol. 2013, May 2013.
- [13] J. Wang, J.-Y. Yang, I. M. Fazal, N. Ahmed, Y. Yan, H. Huang, Y. Ren, Y. Yue, S. Dolinar, M. Tur, and A. E. Willner, “Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing,” *Nat. Photonics*, vol. 6, no. 7, pp. 488–496, Jul. 2012.
- [14] Y. Yan, G. Xie, M. P. J. Lavery, H. Huang, N. Ahmed, C. Bao, Y. Ren, Y. Cao, L. Li, Z. Zhao, A. F. Molisch, M. Tur, M. J. Padgett, and A. E. Willner, “High-capacity millimetre-wave communications with orbital angular momentum multiplexing,” *Nat. Commun.*, vol. 5, Sep. 2014.
- [15] F. Tamburini, E. Mari, A. Sponselli, B. Thidé, A. Bianchini, and F. Romanato, “Encoding many channels on the same frequency through radio vorticity: first experimental test,” *New J. Phys.*, vol. 14, no. 3, p. 033001, Mar. 2012.
- [16] O. Edfors and A. J. Johansson, “Is Orbital Angular Momentum (OAM) Based Radio Communication an Unexploited Area?,” *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 60, no. 2, pp. 1126–1131, Feb. 2012.
- [17] M. Tamagone, C. Craeye, and J. Perruisseau-Carrier, “Comment on ‘Encoding many

- channels on the same frequency through radio vorticity: first experimental test,” *New J. Phys.*, vol. 14, no. 11, p. 118001, Nov. 2012.
- [18] F. Tamburini, B. Thidé, E. Mari, A. Sponselli, A. Bianchini, and F. Romanato, “Reply to Comment on ‘Encoding many channels on the same frequency through radio vorticity: first experimental test,’” *New J. Phys.*, vol. 14, no. 11, p. 118002, Nov. 2012.
- [19] D. Larousserie, “Des ondes en tire-bouchon pour désembouteiller les télécoms,” *Le Monde*, 10-Mar-2012.
- [20] J. H. Poynting, “The Wave Motion of a Revolving Shaft, and a Suggestion as to the Angular Momentum in a Beam of Circularly Polarised Light,” *Proc. R. Soc. Lond. Ser. A*, vol. 82, no. 557, pp. 560–567, Jul. 1909.
- [21] C. Cohen-Tannoudji, *Photons et atomes - Introduction à l'électrodynamique quantique*. Paris: EDP Sciences, 1987.
- [22] V. Y. Bazhenov and M. V. Vasnetsov, “Laser beams with screw dislocations in their wavefronts,” *JETP Lett.*, vol. 52, no. 8, p. 429, Oct. 1990.
- [23] A. E. Siegman, *Lasers*. University Science Books, 1986.
- [24] E. F. Nichols and G. F. Hull, “The Pressure Due to Radiation. (Second Paper.),” *Phys Rev Ser. I*, vol. 17, no. 1, pp. 26–50, Jul. 1903.
- [25] A. Ashkin and J. M. Dziedzic, “Radiation Pressure on a Free Liquid Surface,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 30, no. 4, pp. 139–142, Jan. 1973.
- [26] J. Kepler, *De cometis libelli tres*. A. Apergeri, 1619.
- [27] R. A. Beth, “Mechanical detection and measurement of the angular momentum of light,” *Phys. Rev.*, vol. 50, no. 2, pp. 115–125, Jul. 1936.
- [28] J. M. Jauch and F. Rohrlich, *The theory of photons and electrons*, vol. 1. New York: Addison-Wesley, 1955.
- [29] J. W. Simmons and M. J. Guttman, *States, waves, and photons: A modern introduction to light*. 1970.
- [30] L. Allen and M. J. Padgett, “The Poynting vector in Laguerre-Gaussian beams and the interpretation of their angular momentum density,” *Opt Commun*, vol. 184, pp. 67–71, 2000.
- [31] A. M. Stewart, “Angular momentum of the electromagnetic field: the plane wave paradox resolved,” *Eur. J. Phys.*, vol. 26, no. 4, p. 635, Jul. 2005.
- [32] G. Delannoy, O. Emile, and A. Le Floch, “Direct observation of a photon spin-induced constant acceleration in macroscopic systems,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 86, no. 8, pp. 081109–081109–3, Feb. 2005.
- [33] N. Carrara, “Torque and angular momentum of centimetre electromagnetic waves,” *Nature*, vol. 164, no. 4177, pp. 882–884, 1949.
- [34] P. J. Allen, “A radiation torque experiment,” *Am. J. Phys.*, vol. 34, pp. 1185–1192, Dec. 1966.
- [35] F. Bretenaker and A. Le Floch, “Energy exchanges between a rotating retardation plate and a laser beam,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 65, no. 18, pp. 2316–2316, Oct. 1990.
- [36] M. E. J. Friese, T. A. Nieminen, N. R. Heckenberg, and H. Rubinsztein-Dunlop, “Optical alignment and spinning of laser-trapped microscopic particles,” *Nature*, vol. 394, no. 6691, pp. 348–350, Jul. 1998.
- [37] B. E. Kane, “Levitated spinning graphene flakes in an electric quadrupole ion trap,” *Phys. Rev. B*, vol. 82, no. 11, p. 115441, Sep. 2010.
- [38] F. Pedaci, Z. Huang, M. Van Oene, S. Barland, and N. H. Dekker, “Excitable particles in an optical torque wrench,” *Nat. Phys.*, vol. 7, no. 3, pp. 259–264, Mar. 2011.
- [39] H. He, M. Friese, N. Heckenberg, and H. Rubinsztein-Dunlop, “Direct Observation of Transfer of Angular Momentum to Absorptive Particles from a Laser Beam with

- a Phase Singularity,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 75, no. 5, pp. 826–829, Jul. 1995.
- [40] K. S. Vul’fson, “Angular momentum of electromagnetic waves,” *Sov. Phys. Uspekhi*, vol. 30, no. 8, pp. 724–728, Aug. 1987.
- [41] T. Teko and K. Wang, “Etude du transfert du moment cinétique utilisant le moment angulaire d’une onde EM,” Master 1 Electronique & Télécommunications, Université de Rennes 1, 2011.
- [42] J. D. Kraus, *Antennas*, 2 Sub edition. New York: McGraw-Hill Company, 1988.
- [43] K. Sudo, J. Hirokawa, and M. Ando, “Two types of exciting modes in a rectangular-to-radial waveguide transformer as a feeder of radial line slot antennas,” in *33rd European Microwave Conference*, 2003, vol. 3, pp. 935–938 Vol.3.
- [44] S. J. Van Enk and G. Nienhuis, “Commutation rules and eigenvalues of spin and orbital angular momentum of radiation fields,” *J. Mod. Opt.*, vol. 41, no. 5, pp. 963–977, May 1994.
- [45] B. Thidé, *Electromagnetic Field Theory*, 2nd edition, <http://www.plasma.uu.se/CED/Book/>.
- [46] S. Sasaki and I. McNulty, “Proposal for Generating Brilliant X-Ray Beams Carrying Orbital Angular Momentum,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 100, no. 12, Mar. 2008.
- [47] F. Tamburini, B. Thidé, G. Molina-Terriza, and G. Anzolin, “Twisting of light around rotating black holes,” *Nat. Phys.*, vol. 7, no. 3, pp. 195–197, Mar. 2011.
- [48] M. Uchida and A. Tonomura, “Generation of electron beams carrying orbital angular momentum,” *Nature*, vol. 464, no. 7289, pp. 737–739, Apr. 2010.
- [49] N. González, G. Molina-Terriza, and J. P. Torres, “How a Dove prism transforms the orbital angular momentum of a light beam,” *Opt. Express*, vol. 14, no. 20, pp. 9093–9102, Oct. 2006.
- [50] M. D. Williams, M. M. Coles, D. S. Bradshaw, and D. L. Andrews, “Direct generation of optical vortices,” *Phys. Rev. A*, vol. 89, no. 3, p. 033837, Mar. 2014.
- [51] M. W. Beijersbergen, L. Allen, H. E. L. O. van der Veen, and J. P. Woerdman, “Astigmatic laser mode converters and transfer of orbital angular momentum,” *Opt. Commun.*, vol. 96, no. 1–3, pp. 123–132, Feb. 1993.
- [52] B. Guisnet, “La propagation pour les services de mobilité,” *L’Echo des Recherches*, no. 170, pp. 15–24, 1998.
- [53] D. Gabor, “A New Microscopic Principle,” *Nature*, vol. 161, no. 4098, pp. 777–778, mai 1948.
- [54] S. D. Coomber, C. D. Cameron, J. R. Hughes, D. T. Sheerin, C. W. Slinger, M. A. G. Smith, and M. Stanley, “Optically addressed spatial light modulators for replaying computer-generated holograms,” presented at the Spatial Light Modulators: Technology and Applications, San Diego, CA, USA, 2001, vol. 4457, pp. 9–19.
- [55] J. Arlt, K. Dholakia, L. Allen, and M. J. Padgett, “Parametric down-conversion for light beams possessing orbital angular momentum,” *Phys. Rev. A*, vol. 59, no. 5, p. 3950, 1999.
- [56] M. Padgett, J. Courtial, and L. Allen, “Light’s orbital angular momentum,” *Phys. Today*, vol. 57, no. 5, pp. 35–40, May 2004.
- [57] M. W. Beijersbergen, R. P. C. Coerwinkel, M. Kristensen, and J. P. Woerdman, “Helical-wavefront laser beams produced with a spiral phaseplate,” *Opt. Commun.*, vol. 112, pp. 321–327, Dec. 1994.
- [58] K. Sueda, G. Miyaji, N. Miyanaga, and M. Nakatsuka, “Laguerre-Gaussian beam generated with a multilevel spiral phase plate for high intensity laser pulses,” *Opt. Express*, vol. 12, no. 15, p. 3548, 2004.
- [59] S. N. Khonina, V. V. Kotlyar, M. V. Shinkaryev, V. A. Soifer, and G. V. Uspleniev,

- “The Phase Rotor Filter,” *J. Mod. Opt.*, vol. 39, no. 5, pp. 1147–1154, 1992.
- [60] G. Biener, A. Niv, V. Kleiner, and E. Hasman, “Formation of helical beams by use of Pancharatnam-Berry phase optical elements,” *Opt. Lett.*, vol. 27, no. 21, pp. 1875–1877, Nov. 2002.
- [61] A. Presse, “Moment angulaire orbital d’une onde électromagnétique,” Stage de Master 1 Electronique et Télécommunications, Université de Rennes 1, 2011.
- [62] F. E. Mahmoudi and S. Walker, “4-Gbps Uncompressed Video Transmission over a 60-GHz Orbital Angular Momentum Wireless Channel,” *IEEE Wirel. Commun. Lett.*, vol. 2, no. 2, pp. 223–226, Apr. 2013.
- [63] F. E. Mahmoudi and S. Walker, “Orbital angular momentum generation in a 60GHz wireless radio channel,” 20<sup>th</sup> Telecommunications Forum (TelFor), 2012, pp. 315–318.
- [64] G. A. Turnbull, D. A. Robertson, G. M. Smith, L. Allen, and M. J. Padgett, “The generation of free-space Laguerre-Gaussian modes at millimetre-wave frequencies by use of a spiral phaseplate,” *Opt. Commun.*, vol. 127, pp. 183–188, Feb. 1996.
- [65] C. Rotschild, S. Zommer, S. Moed, O. Hershcovitz, and S. G. Lipson, “Adjustable spirale phase plate,” *Appl. Opt.*, vol. 43, no. 12, pp. 2397–2399, avril 2004.
- [66] A. Jain, “Creation of Optical Vortices Using an Adjustable Spiral Phase Plate and Computer-Generated Holograms,” Physics Individual Project, Siemens - Westinghouse Competition, October 2005.
- [67] S. M. Mohammadi, L. K. S. Daldorff, J. E. S. Bergman, R. L. Karlsson, B. Thide, K. Forozesh, T. D. Carozzi, and B. Isham, “Orbital Angular Momentum in Radio -A System Study,” *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 58, no. 2, pp. 565–572, Feb. 2010.
- [68] A. Tennant and B. Allen, “Generation of OAM radio waves using circular time-switched array antenna,” *IET Electron. Lett.*, vol. 48, no. 21, pp. 1365–1366, Oct. 2012.
- [69] Q. Bai, A. Tennant, B. Allen, and M. U. Rehman, “Generation of orbital angular momentum (OAM) radio beams with phased patch array,” *Loughborough Antennas and Propagation Conference (LAPC)*, 2013, pp. 410–413.
- [70] F. Tamburini, E. Mari, B. Thidé, C. Barbieri, and F. Romanato, “Experimental verification of photon angular momentum and vorticity with radio techniques,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 99, no. 20, p. 204102, Nov. 2011.
- [71] M. H. S. Rondineau, “A sliced spherical Luneburg lens,” *IEEE Antennas Wirel. Propag. Lett.*, no. 1, pp. 163–166, 2003.
- [72] K. Sato and H. Ujiie, “A plate Luneberg lens with the permittivity distribution controlled by hole density,” *Electron. Commun. Jpn. Part Commun.*, vol. 85, no. 9, pp. 1–12, Sep. 2002.
- [73] K. A. Zimmerman and D. L. Runyon, “Luneberg lens and method of constructing same,” US Patent 5677796 A, 14-Oct-1997.
- [74] E. Yao, S. Franke-Arnold, J. Courtial, S. Barnett, and M. Padgett, “Fourier relationship between angular position and optical orbital angular momentum,” *Opt. Express*, vol. 14, no. 20, pp. 9071–9076, Oct. 2006.
- [75] A. Bennis, Conception d’éléments rayonnants permettant la génération et la réception d’une onde EM portant du moment angulaire orbital, Master 2 Electronique & Télécommunications, Université de Rennes 1, 2012.
- [76] H. A. Lorentz, “The theorem of Poynting concerning the energy in the electromagnetic field and two general propositions concerning the propagation of light,” *Amsterdammer Akad. Wet.*, vol. 4, p. 176, 1896.
- [77] Y. Saito, S. Komatsu, and H. Ohzu, “Scale and rotation invariant real time optical correlator using computer generated hologram,” *Opt. Commun.*, vol. 47, no. 1, pp. 8–

- 11, Aug. 1983.
- [78] W. J. Hossack, A. M. Darling, and A. Dahdouh, “Coordinate Transformations with Multiple Computer-generated Optical Elements,” *J. Mod. Opt.*, vol. 34, no. 9, pp. 1235–1250, Sep. 1987.
- [79] G. C. G. Berkhout, M. P. J. Lavery, J. Courtial, M. W. Beijersbergen, and M. J. Padgett, “Efficient Sorting of Orbital Angular Momentum States of Light,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 105, no. 15, p. 153601, Oct. 2010.
- [80] J. M. Hickmann, E. J. S. Fonseca, W. C. Soares, and S. Chávez-Cerda, “Unveiling a Truncated Optical Lattice Associated with a Triangular Aperture Using Light’s Orbital Angular Momentum,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 105, no. 5, p. 053904, Jul. 2010.
- [81] B. A. Garetz and S. Arnold, “Variable frequency shifting of circularly polarized laser radiation via a rotating half-wave retardation plate,” *Opt. Commun.*, vol. 31, pp. 1–3, Oct. 1979.
- [82] G. Nienhuis, “Doppler effect induced by rotating lenses,” *Opt. Commun.*, vol. 132, no. 1–2, pp. 8–14, Nov. 1996.
- [83] J. Courtial, K. Dholakia, D. A. Robertson, L. Allen, and M. J. Padgett, “Measurement of the Rotational Frequency Shift Imparted to a Rotating Light Beam Possessing Orbital Angular Momentum,” *Phys Rev Lett*, vol. 80, no. 15, pp. 3217–3219, Apr. 1998.
- [84] C. Dieylar Diallo, D. K. Nguyen, A. Chabory, and N. Capet, “Estimation of the orbital angular momentum order using a vector antenna in the presence of noise,” in *8th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP)*, 2014, pp. 3248–3252.
- [85] J. P. Taché, “Derivation of ABCD law for Laguerre-Gaussian beams,” *Appl. Opt.*, vol. 26, no. 14, pp. 2698–2700, Jul. 1987.
- [86] Y. Pagani and W. Nasalski, “Diagonal relations between elegant Hermite-Gaussian and Laguerre-Gaussian beam fields,” *Opto - Electron. Rev.*, vol. Vol. 13, No. 1, pp. 51–60, 2005.
- [87] N. Uribe-Patarroyo, A. Fraine, D. S. Simon, O. Minaeva, and A. V. Sergienko, “Object Identification Using Correlated Orbital Angular Momentum States,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 110, no. 4, p. 043601, Jan. 2013.

## Bibliographie de l'auteur

### Distinctions

Highlights 2013 de la revue EPL – Europhysics Letters, « Dark zone in the centre of the Arago-Poisson diffraction spot of an helical laser beam », <http://iopscience.iop.org/0295-5075/page/Highlights-of-2013>.

Prix du « Meilleur Poster Etudiant », 18<sup>èmes</sup> Journées Nationales Microondes, Paris, mai 2013.

### Revues internationales

R. Niemiec, C. Brousseau, K. Mahdjoubi, O. Emile, A. Ménard, « Characterization of an OAM Flat Plate Antenna in the Millimeter Frequency Band », IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, Vol. 14, Mai 2014, ISSN 1536-1225.

O. Emile, C. Brousseau, J. Emile, R. Niemiec, K. Mahdjoubi, B. Thidé, « Electromagnetically induced torque on a large ring in the microwave range », Physical Review Letters, Vol. 112, Issue 5, Feb. 2014, ISSN 0031-9007

O. Emile, A. Voisin, R. Niemiec, B. Viaris de Lesegno, L. Pruvost, G. Ropars, J. Emile, C. Brousseau, « Dark zone in the centre of the Arago-Poisson diffraction spot of an helical laser beam », EPL – Europhysics Letters, 101, 54005, 2013, ISSN 1286-4854.

### Conférences internationales

R. Niemiec, C. Brousseau, K. Mahdjoubi, O. Emile, A. Ménard, « Characterization of a flat plate antenna for OAM generation in the millimeter frequency band », COMM2014 – 10th International Conference on Communications, Bucarest, Roumanie, mai 2014

R. Niemiec, C. Brousseau, K. Mahdjoubi, O. Emile, « Characterization of an OAM antenna using a flat phase plate in the millimeter frequency band », EuCAP2014 – European Conference on Antennas & Propagation, La Hague, Netherlands, avril 2014.

A. Bennis, R. Niemiec, C. Brousseau, K. Mahdjoubi, O. Emile, « Flat plate for OAM generation in the millimeter band », EuCAP2013 – European Conference on Antennas & Propagation, Goteborg, Sweden, avril 2013.

R. Niemiec, C. Brousseau, O. Emile, K. Mahdjoubi, « Transfer of orbital angular momentum on a macroscopic object in the UHF frequency band », AES2012 – Advanced Electromagnetics Symposium, Paris, France, avril 2012.

### Conférences nationales

R. Niemiec, A Bennis, C. Brousseau1, K. Mahdjoubi, O. Emile, « Excitation du moment angulaire orbital (OAM) d'une onde en bande millimétrique, à partir d'une lame de phase », JNM2013 – Journées Nationales Microondes, Paris, France, avril 2013.

R. Niemiec, C. Brousseau, O.Emile, K.Mahdjoubi, « Transfert de moment angulaire orbital d'une onde EM à un objet macroscopique dans la bande UHF », Journées Scientifiques URSI-France, Paris, France, mars 2013.

R. Niemiec, C. Brousseau, K.Mahdjoubi, O.Emile, A. Ménard, « Caractérisation des modes de moment angulaire orbital d'une antenne en ondes millimétriques », Journées Scientifiques URSI-France, Paris, France, mars 2014.