



**HAL**  
open science

# DETECTION ET LOCALISATION DE DEFAUTS DANS LES ENTRAINEMENTS ELECTRIQUES

Stéphane Courtine

► **To cite this version:**

Stéphane Courtine. DETECTION ET LOCALISATION DE DEFAUTS DANS LES ENTRAINEMENTS ELECTRIQUES. Sciences de l'ingénieur [physics]. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 1997. Français. NNT: . tel-00903669

**HAL Id: tel-00903669**

**<https://theses.hal.science/tel-00903669>**

Submitted on 12 Nov 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**THESE**

présentée par

**Stéphane COURTINE**

**Ingénieur E.N.S.I.E.G.**

pour obtenir le titre de

**DOCTEUR**

**de L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE**

(Arrêté ministériel du 30 mars 1992)

(Spécialité Génie Electrique)

=====

**DETECTION ET LOCALISATION DE DEFAUTS  
DANS LES ENTRAINEMENTS ELECTRIQUES**

=====

Soutenu le 11 Avril 1997

Composition du Jury :

S. GENTIL

Présidente

P.M. FRANK

Rapporteur

G. CHAMPENOIS

Rapporteur

J. FAUCHER

Examinateur

J. P. ROGNON

Directeur de thèse

Thèse préparée au sein du Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble



*A ma grand-mère*



## AVANT-PROPOS

*Je tiens à remercier Monsieur Jean-Claude Sabonnadière, Directeur du Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble, pour m'avoir accueilli au sein de son laboratoire.*

*Je tiens à exprimer mes remerciements sincères aux professeurs S. Gentil, présidente du Jury, P.M. Frank et G. Champenois, rapporteurs, et J. Faucher, examinateur, pour m'avoir fait l'honneur de leur présence dans ce jury.*

*Je tiens particulièrement à remercier le Professeur J.P. Rognon, Professeur à l'Ecole Nationale Supérieure d'Ingénieurs Electriciens de Grenoble et Chef de l'équipe Commande des systèmes électriques du LEG, qui a dirigé cette thèse. Je tiens à le remercier pour sa grande disponibilité et les précieux conseils qu'il a su m'apporter. Qu'il accepte mes remerciements et ma gratitude pour les heures de travail qu'il m'a accordées sans compter celles passées à mettre en forme ce mémoire.*

*C'est avec une attention toute particulière que je remercie O. Sename, Maître de Conférence à l'Ecole Nationale Supérieure d'Ingénieurs Electriciens de Grenoble, et G. Rostaing, Professeur Agrégé à l'Ecole Nationale Supérieure de Physique de Grenoble, pour l'aide et les conseils permanents dont il m'ont fait bénéficier, ainsi pour toutes les remarques constructives qu'il m'ont apporté, sans lesquelles ce mémoire n'aurait pu voir le jour.*

*Je voudrais remercier aussi tous les gens que j'ai côtoyé lors de ces trois années de thèse à Grenoble. Je citerais en particulier les membres de l'équipe Commande, en commençant par le Professeur D. Roye, Seddik, Cyrille, Raphaël, Coralie, Séverine, Alain, Reza, Nicolas, Demba, Jacques et toute l'équipe technique.*

*Je tiens particulièrement à remercier Karen, ma chère et tendre collaboratrice pour m'avoir soutenu (et supporté) tout au long de l'écriture de ce rapport.*

*Je remercie enfin mes parents, mon frère et toute ma famille pour m'avoir soutenu et encouragé au cours de toutes ces années d'étude.*

*Merci également à la Société Abicom pour le support technique apporté lors de la rédaction de ce mémoire.*

*Que ceux que j'ai oubliés me pardonnent.*

# **SOMMAIRE**



# SOMMAIRE

<b>I. INTRODUCTION GENERALE .....</b>	<b>11</b>
I.1 INTRODUCTION .....	13
I.2 METHODES DE DIAGNOSTIC .....	14
<i>I.2.1 Méthodes basées sur une modélisation .....</i>	<i>15</i>
I.2.1.1 Extraction de l'information.....	15
I.2.1.2 Exploitation de l'information.....	18
<i>I.2.2 Méthodes de connaissance.....</i>	<i>18</i>
I.3 CADRE DE NOTRE ETUDE .....	19
<b>II. CHAPITRE II : MODELES LINEAIRES POUR LE DIAGNOSTIC - APPLICATION.....</b>	<b>21</b>
II.1 FORMULATION DU PROBLEME DE LA DLD PAR REDONDANCE ANALYTIQUE: UTILISATION D'UN MODELE DU SYSTEME.....	23
<i>II.1.1 Introduction .....</i>	<i>23</i>
<i>II.1.2 Les modèles .....</i>	<i>24</i>
II.1.2.1 Modèle nominal.....	24
II.1.2.2 Modèle de diagnostic.....	26
II.1.2.3 Conclusion sur le modèle de diagnostic .....	31
II.2 PRESENTATION DE L'APPLICATION .....	33
<i>II.2.1 Le système réel.....</i>	<i>33</i>
II.2.1.1 Présentation du banc d'essai.....	33
II.2.1.2 Simulation - Modèle topologique.....	36
<i>II.2.2 Elaboration du modèle de diagnostic.....</i>	<i>37</i>
II.2.2.1 Modèle nominal avec perturbation .....	37
II.2.2.2 Eléments du modèle de diagnostic .....	41
II.3 CONCLUSION SUR LES MODELES.....	46
<b>III. CHAPITRE III : LES OBSERVATEURS POUR LA DETECTION ET LA LOCALISATION DES DEFAUTS : PRINCIPES DE LA METHODE.....</b>	<b>47</b>
III.1 METHODES A BASE D'OBSERVATEURS .....	50
<i>III.1.1 Observateur de Luenberger .....</i>	<i>51</i>
III.1.1.1 Equations de l'observateur .....	51
III.1.1.2 Conditions pour avoir un observateur .....	54
III.1.1.3 De l'ordre de l'observateur .....	55
III.1.1.4 Addition de conditions de synthèse - Cas de l'observateur à entrées inconnues.....	56
III.1.1.5 Ecritures des générateurs de résidus de Luenberger dans le domaine fréquentiel .....	58
<i>III.1.2 Observateurs généralisés .....</i>	<i>62</i>
III.1.2.1 Forme Générale des générateurs de résidus.....	62
III.1.2.2 Une classe de solutions .....	62
III.1.2.3 Expression du résidu en fonction des défauts et des incertitudes de modélisation.....	64
<i>III.1.3 Lien entre l'Observateur Généralisé et le Générateur de Résidu de Luenberger.....</i>	<i>64</i>
III.2 FORMULATION DU PROBLEME DE LA DLD .....	67
<i>III.2.1 Définitions .....</i>	<i>67</i>
<i>III.2.2 Localisation d'un défaut .....</i>	<i>69</i>
<i>III.2.3 Localisation de défauts simultanés.....</i>	<i>69</i>
<i>III.2.4 Localisation des défauts non simultanés.....</i>	<i>70</i>
<i>III.2.5 Obtention des tables de signatures.....</i>	<i>72</i>
III.2.5.1 Robustesse active .....	72
III.2.5.2 Robustesse passive .....	77

<b>IV. CHAPITRE IV : LES OBSERVATEURS POUR LA DLD : PROCEDURES DE REALISATION - SYNTHESE .....</b>	<b>81</b>
IV.1 CONDITIONS D'EXISTENCE ET PROCEDURES POUR LA MISE EN OEUVRE DU DECOUPLAGE PARFAIT.....	85
IV.1.1 Formulation du problème.....	85
IV.1.2 Découplage à l'aide d'un observateur généralisé .....	88
IV.1.2.1 Conditions d'existence.....	88
IV.1.2.2 Interprétation géométrique.....	89
IV.1.2.3 Construction de la matrice de paramétrisation.....	90
IV.1.3 Découplage à l'aide d'un GRL à découplage fréquentiel.....	92
IV.1.3.1 Solutions existantes .....	93
IV.1.3.2 Procédure proposée.....	93
IV.1.4 Découplage à l'aide d'un OEI.....	95
IV.1.4.1 Historique .....	95
IV.1.4.2 Procédure proposée.....	96
IV.1.5 Conclusion.....	97
IV.2 REALISATION DES STRUCTURES DE LOCALISATION A L' AIDE DU DECOUPLAGE PARFAIT .....	99
IV.2.1 Structures DOS.....	100
IV.2.1.1 Structure robuste à découplage parfait .....	100
IV.2.1.2 Structure augmentée.....	101
IV.2.2 Structures GOS.....	102
IV.2.2.1 Structure robuste à découplage parfait .....	102
IV.2.2.2 Structure augmentée.....	103
IV.2.3 Structures MOS .....	104
IV.2.3.1 Structure robuste à découplage parfait .....	104
IV.2.3.2 Structure augmentée.....	106
IV.2.4 Construction des différentes structures .....	107
IV.3 DECOUPLAGE PRESQUE PARFAIT.....	109
IV.3.1 Outils mathématiques .....	110
IV.3.2 Conditions d'existence du découplage presque parfait.....	112
IV.3.2.1 Description.....	112
IV.3.2.2 Réalisation du découplage .....	113
IV.4 DECOUPLAGE APPROXIMATIF OPTIMAL.....	115
IV.4.1 Outils mathématiques .....	115
IV.4.2 Conditions d'existence.....	117
IV.4.3 Réalisation du découplage .....	118
IV.5 FONCTIONS D'EVALUATION ET SEUILS DE DETECTION .....	123
IV.5.1 Seuils de détection.....	124
IV.5.2 Evaluation des résidus.....	125
IV.5.2.1 Fonctions d'évaluation.....	125
IV.5.2.2 Procédure de calcul des seuils de détection .....	126
IV.6 CONCLUSION .....	128
<b>V. CHAPITRE V : MISE EN OEUVRE DES SCHEMAS DE DETECTION ET DE LOCALISATION DE DEFAUTS.....</b>	<b>129</b>
V.1 LES ETAPES DE VALIDATION.....	131
V.1.1 Conditions de simulation .....	134
V.1.2 Critère de performance des schémas de localisation .....	135
V.1.2.1 Critère de performance pour la détection d'un défaut .....	135
V.1.2.2 Critère de performance pour la localisation d'un défaut .....	136
V.1.2.3 Tableau des performances d'une structure de détection et de localisation .....	137
V.1.3 Conditions expérimentales.....	137
V.2 APPLICATION DES TECHNIQUES DE DECOUPLAGE PARFAIT : STRUCTURE MOS.....	139
V.2.1 Construction du générateur de résidus.....	139
V.2.2 Performances de la structure de localisation de type MOS.....	142
V.2.2.1 Validation théorique : Observateurs Continus / Système Idéal Continu .....	142
V.2.2.2 Etapes de validation intermédiaires.....	145
V.2.2.3 Validation en simulation : Observateurs discrets / Système topologique.....	149
V.2.2.4 Validation expérimentale : Observateurs discrets / Système réel .....	151
V.2.2.5 Performances de la structure de détection et de localisation avec résidus filtrés.....	152
V.2.2.6 Conclusion .....	155

V.3 CONSTRUCTION D'UNE STRUCTURE DOS DE DETECTION ET DE LOCALISATION A L'AIDE DES TECHNIQUES DE DECOUPLAGE APPROXIMATIF .....	157
V.3.1 <i>Le générateur de résidus</i> .....	158
V.3.1.1 Résidu pour la détection et la localisation du défaut capteur de courant $\Delta I$ .....	158
V.3.1.2 Détection et la localisation du défaut de l'interface de commande $\Delta\beta$ .....	162
V.3.1.3 Résidu pour la détection et la localisation du défaut hacheur $\Delta u$ .....	164
V.3.1.4 Résidu pour la détection et la localisation du défaut capteur de vitesse $\Delta\Omega$ .....	167
V.3.2 <i>Performances du générateur de résidus de type DOS</i> .....	168
V.3.3 <i>Conclusion</i> .....	172
<b>CONCLUSION GENERALE .....</b>	<b>173</b>
<b>ANNEXES. ....</b>	<b>177</b>
A. FACTORISATIONS PREMIERES .....	179
B. REDRESSEMENT TRIPHASE-MLI-ASSERVISSEMENT DE COURANT MOYEN .....	182
C. VALEURS NOMINALES DES PARAMETRES DU BANC D'ESSAI.....	186
D. FORME DE SMITH-MCMILLAN .....	188
E. ALGORITHME ECIOF .....	192
F. EVALUATION DES SEUILS DE DETECTION .....	198
G. MATRICES DE TRANSFERT ET MATRICES D'ETAT DE L'ENTRAINEMENT A COURANT CONTINU .....	203
H. GENERATEURS DE RESIDUS DE LUENBERGER.....	205
I. OBSERVATEURS GENERALISES .....	208
J. SIMULATIONS ET ESSAIS EXPERIMENTAUX.....	220
<b>LEXIQUE. ....</b>	<b>227</b>
<b>FORMULAIRE.....</b>	<b>233</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE.....</b>	<b>247</b>



## Notations

$R$  désignera l'ensemble (le corps) des réels, et  $C$  celui des complexes. On notera par  $C_+$  le demi plan droit i.e.  $C_+ = \{s \in C / \text{Re}(s) \geq 0\}$  et par  $C_{+e}$  le demi plan droit étendu i.e.  $C_{+e} = C_+ \cup \{\infty\}$ .

Les ensembles des vecteurs de dimension  $n$  et des matrices à  $m$  lignes et  $p$  colonnes à éléments dans  $R$  (resp. dans  $C$ ) seront désignés par  $R^n$  et  $R^{m \times p}$  (resp.  $C^n$  et  $C^{m \times p}$ ).

On notera  $I_m$  la matrice identité de dimension  $m$ ,  $0_m$  (resp.  $0_{m \times p}$ ) la matrice carrée (resp. rectangulaire) de dimension  $m$  (resp.  $m \times p$ ) dont tous les éléments sont nuls,

$\mathfrak{R}_p(s)$  désignera l'ensemble (l'anneau) des **fractions rationnelles propres** définies en fonction de la variable  $s$  et à coefficients réels,  $\mathfrak{R}_\infty(s)$  (l'anneau) l'ensemble des **fractions rationnelles propres et stables** (i.e. pas de pôles dans  $C_{+e}$ ). On utilisera également le terme **fonction de transfert** pour désigner les éléments de  $\mathfrak{R}_p(s)$  et de  $\mathfrak{R}_\infty(s)$ .

Les ensembles des matrices à  $m$  lignes et  $p$  colonnes à éléments dans  $\mathfrak{R}_p(s)$  et dans  $\mathfrak{R}_\infty(s)$  seront désignés par  $\mathfrak{R}_p^{m \times p}(s)$  et  $RH_\infty^{m \times p}(s)$ . On utilisera également la notation  $RH_\infty(s)$ , en omettant les dimensions des matrices, pour désigner d'une manière générale les **matrices de transfert** dont les éléments sont des fonctions de transfert propres et stables.

**Unités** de  $\mathfrak{R}_p(s)$  et de  $\mathfrak{R}_\infty(s)$  : d'une manière générale  $u$  est une unité d'un anneau  $\mathcal{A}$  si  $u$  est inversible dans  $\mathcal{A}$  (il existe  $v \in \mathcal{A}$  tel que  $u.v = 1$ ). Les unités de  $\mathfrak{R}_p(s)$  sont les fonctions de transfert propres et d'inverses propres (biproprres). Les unités  $\mathfrak{R}_\infty(s)$  sont les fonctions de transfert propres et stables et d'inverses propres et stables (bistables).

Les **unimodulaires** de  $RH_\infty(s)$  sont définies comme les matrices carrées inversibles  $M(s)$  de  $RH_\infty(s)$  ( $M(s) \in RH_\infty^{m \times m}(s)$ ) et  $M^{-1}(s) \in RH_\infty^{m \times m}(s)$  telles que  $M(s)M^{-1}(s) = M^{-1}(s)M(s) = I_m$ . Une matrice  $M(s)$  est une unimodulaire de  $RH_\infty(s)$  si son déterminant est une unité de  $\mathfrak{R}_\infty(s)$ .



**Chapitre I :**  
**INTRODUCTION**  
**GENERALE**



# INTRODUCTION GENERALE

## ***1.1 Introduction***

Pour accroître les rendements d'exploitation et la flexibilité, pour minimiser les infrastructures et éviter d'augmenter le nombre d'équipements en exploitation, les équipements industriels sont de plus en plus utilisés au maximum de leurs possibilités. Une panne, partielle ou totale peut représenter des pertes économiques considérables, sans parler de l'impact sur l'environnement et des dangers pour les personnes, les salariés de l'entreprise en premier lieu. Il est donc nécessaire d'agir à plusieurs niveaux, en particulier :

- **Fiabilité** : elle se conçoit au niveau des composants et des sous-ensembles d'une part, de l'architecture de l'équipement d'autre part (redondances matérielles),
- **Disponibilité** : elle suppose la mise en oeuvre de fonctions de détection et de localisation rapide des défaillances et la définition de plans de maintenance préventive ou prédictive efficaces.

Il est à noter que la complexité et l'automatisation croissantes des équipements contribuent à rendre le problème plus difficile à résoudre.

Les recherches du Laboratoire portent sur la détection et la localisation (ou diagnostic) des défauts susceptibles de survenir dans les systèmes électriques qui sont des éléments clés des équipements industriels (entraînements électriques dans l'industrie métallurgique, chimique, etc., systèmes électriques de propulsion et de traction, systèmes électriques de chauffage dans les fours industriels, etc.). Des défaillances peuvent affecter l'un quelconque des éléments qui les composent : convertisseurs statiques de puissance, composants passifs (capacités, inductances, etc.) et actifs (machines électriques), capteurs, systèmes de commande analogiques et digitaux, et interfaces. Leur complexité vient de la diversité et du couplage des éléments.

Notre objectif dans ce travail est d'étudier la possibilité d'appliquer les méthodes de **redondance analytique** basées sur les **observateurs** pour la **détection et la localisation des défauts (DLD ou FDI pour *Fault Detection and Isolation*)** sur les entraînements électriques. Ces méthodes devront être applicables en temps réel afin de permettre une surveillance continue des procédés considérés.

## **1.2 Méthodes de diagnostic**

Les premières méthodes furent développées pour la détection des défauts de capteurs, d'interfaces et de systèmes de commande mis en oeuvre dans des schémas redondants. En multipliant les composants, on peut détecter et isoler l'élément défectueux et assurer la continuité de l'exploitation en le remplaçant sans interruption.

Cette approche, la **redondance matérielle**, est dans la plupart des cas relativement simple à mettre en oeuvre. Elle est par conséquent très répandue, notamment dans des domaines où la sécurité de fonctionnement est critique, comme l'aéronautique ou le nucléaire.

Les principaux inconvénients de la redondance matérielle sont les coûts dus à la multiplication des éléments et la nécessité d'un système de supervision de ces éléments, ainsi que l'encombrement et le poids supplémentaires qu'ils engendrent.

Le formidable développement de l'informatique temps réel et les travaux importants menés dans les domaines de l'estimation d'état, de l'identification de paramètres, du traitement du signal, des méthodes de connaissance, etc., ont permis l'émergence de méthodes permettant d'éliminer en partie ou même en totalité la redondance matérielle pour la détection et la localisation des défaillances.

Ces méthodes peuvent grossièrement être divisées en deux familles :

- les méthodes basées sur une modélisation des systèmes ou des signaux (Willsky 76, Iserman 84, 96, Basseville 88, Gertler 88, 91, Patton et *al.* 89, Brunet et *al.* 90, Frank 90, Patton et Chen 91a, Patton, 94),
- les méthodes de connaissances (D'Ambrosio 89, Montmain et Gentil 92, 93, Iserman 93, Gentil et *al.* 94, Frank 95, 96, Zwingelstein, 95).

## I.2.1 Méthodes basées sur une modélisation

Le processus de diagnostic se décompose en deux phases : l'extraction de l'information et son exploitation.

### I.2.1.1 Extraction de l'information

On distingue :

- les méthodes basées sur une modélisation des signaux (Willsky, 76, Iserman, 84, Basseville, 88) : l'évolution temporelle, le contenu spectral, la variance, etc. des variables mesurées sont exploités pour détecter et localiser les anomalies.

Le traitement du signal, l'analyse spectrale plus particulièrement, est utilisé depuis de nombreuses années pour détecter des défaillances dans les machines électriques (Cameron et Thomson, 86, Chow et Fei, 95, Yahoui et Grellet, 96), principalement les ruptures de barre au rotor des machines asynchrones, la dégradation des roulements, les décentrages, les courts-circuits dans les bobinages. Ces cas se prêtent bien à cette approche dans la mesure où de nombreux phénomènes se traduisent par l'apparition de fréquences directement liées à la vitesse de rotation de la machine et des champs tournants. Avec le développement des applications à vitesse variable, la systématisation de l'utilisation des convertisseurs statiques, le souci de minimiser les capteurs en utilisant pour le diagnostic les grandeurs disponibles pour le pilotage, les recherches actuelles portent plus particulièrement sur les méthodes permettant de séparer les sources et les domaines transformés adaptés à la caractérisation des signaux non stationnaires (temps-fréquence, temps-échelle, domaine des fréquences cycliques) ; elles privilégient les solutions exploitant au mieux les caractéristiques des signaux étudiés (signaux à bande étroite, cyclo-stationnaires, etc.).

- les méthodes basées sur une modélisation quantitative ou qualitative du système ; elles exploitent les relations entre les variables du système considéré pour identifier les paramètres physiques à surveiller ou générer des grandeurs appelées **résidus** en comparant les sorties du système à celles du modèle (méthodes de redondance analytique fig. I.1).

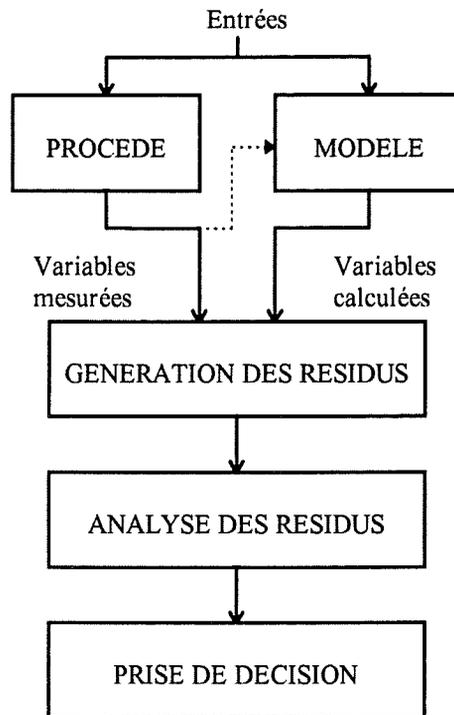


Figure I-1: Le processus de diagnostic par redondance analytique.

Par principe, les résidus sont révélateurs de toutes les différences entre le système considéré et le modèle qu'on en a : ces différences sont liées à l'existence de défauts qui modifient les relations, mais également aux perturbations qui n'ont pas été modélisées, aux erreurs de modèles et aux imprécisions ou évolutions des paramètres. L'incidence de ces facteurs sur les résidus doit être analysée,

1. pour structurer les générateurs de résidus afin de les désensibiliser aux phénomènes « parasites »,
2. pour déterminer les seuils de détection, etc.

Les modèles analytiques utilisés pour la synthèse des générateurs de résidus que sont les observateurs sont généralement linéaires ; ils sont représentés par des équations d'état ou des fonctions de transfert : les perturbations, structurées ou non, sont prises en compte de manière additive à travers des matrices connues ou bornées ; les défauts sont pris en compte soit de la même manière soit en modifiant la structure même du modèle, ce qui conduit à la notion de batterie de modèles.

Il existe plusieurs approches pour la synthèse d'un générateur de résidus : espace de parité (Chow et Willsky 84, Gertler et Singer, 90, Patton et Chen 91a, Magni et Mouyon 92), observateurs de Luenberger (Luenberger 66, Frank 87), observateurs à entrées inconnues (Viswanadham et Srichander 87, Wünnenberg et Frank 87, Ge et Fang, 88, Chen et *al.* 96), observateurs généralisés introduits par Viswanadham (Viswanadham et *al.*, 87, Viswanadham et Minto, 88) et largement développés par Frank et Ding (Ding et Frank 89, 90, 91, Ding, 92, Frank et Ding, 94). Les différences entre ces approches résident dans l'ordre des générateurs (simples observateurs d'ordre plein ou réduit, ou observateurs avec filtrage des résidus), dans l'introduction plus ou moins importante de critères de découplage dans le processus de synthèse, dans les solutions particulières adoptées pour les équations, dans le fait que l'on s'appuie sur des équations d'état ou de transfert.

Ces méthodes ont surtout été utilisées pour détecter des défauts sur des procédés industriels (défauts capteurs, actionneurs, procédé proprement dit). Leur application à la détection et à la localisation des défauts sur les systèmes électrotechniques est récente (Berendsen, 93, Berendsen et *al.* 94, Benamara et *al.* 95, Courtine et *al.* 97, Sename et *al.* 97). Leur application aux entraînements électriques fait l'objet du travail présenté dans ce mémoire.

Les systèmes électrotechniques sont des systèmes hybrides composés de sous-ensembles continus (souvent non linéaires, avec des paramètres variant dans le temps et mal connus), interconnectés par des convertisseurs dont le fonctionnement est séquentiel, avec des sous-ensembles de commande discrets. Les recherches doivent porter sur l'établissement de modèles quantitatifs, et en particulier la détermination des matrices d'action des perturbations et des défauts ; une validation de ces modèles et la détermination de leurs limites doivent être faites à l'aide des outils de simulation et des études expérimentales.

Les recherches ont également pour objectif de comparer les performances des différentes méthodes de génération et d'exploitation des résidus citées précédemment : probabilité de non détection et de fausse alarme, capacité de localisation des défauts, robustesse... Il faut tenir compte, entre autres, du fait que les informations disponibles sur ces systèmes sont généralement peu nombreuses ; l'addition de capteurs en dehors de ceux normalement utilisés pour la commande doit être justifiée par l'impossibilité de localiser un défaut important en leur absence.

### ***1.2.1.2 Exploitation de l'information***

Avec les méthodes basées sur l'analyse du signal, la localisation des défauts fait largement appel à la classification, la capacité d'apprentissage des réseaux de neurone (Penman et Yin, 92, 94, Bernieri et *al.*, 94, Köppen-Seliger et Frank, 95) peut se révéler très intéressante. A ce niveau on retrouve les méthodes de connaissance évoquées plus loin.

En ce qui concerne l'exploitation des résidus (analyse et prise de décision, figure I.1), on peut envisager différentes approches : comparaison à des seuils fixes, à des seuils adaptatifs calculés en calibrant les incertitudes et perturbations ou définis par apprentissage, application de méthodes multi-critères flous, etc.

### **1.2.2 Méthodes de connaissance**

Etudiées depuis les années 50, les méthodes de connaissance correspondent à une approche différente du diagnostic. Elles peuvent s'avérer complémentaires, dans certains cas de figure, des méthodes précédentes.

Ces méthodes qualifiées de qualitatives supposent qu'aucun modèle mathématique n'est disponible, ou que le modèle existant est insuffisant ; la seule connaissance repose sur l'expertise humaine confortée par un solide retour d'expérience (reconnaissance de formes, systèmes experts, réseaux de neurones), ou sur une approche inductive ou déductive : recherche de toutes les causes d'une anomalie ou à l'inverse des conséquences d'un défaut (arbres de défaillance, analyse AMDEC). Ces méthodes n'ont pas été utilisées dans le travail qui est présenté ici. Elles méritent néanmoins d'être envisagées lorsque la redondance analytique est inadaptée, notamment pour le processus de décision.

### 1.3 Cadre de notre étude

La figure I.2 résume les différentes méthodes de diagnostic sous forme de synoptique et souligne le cadre de notre étude.

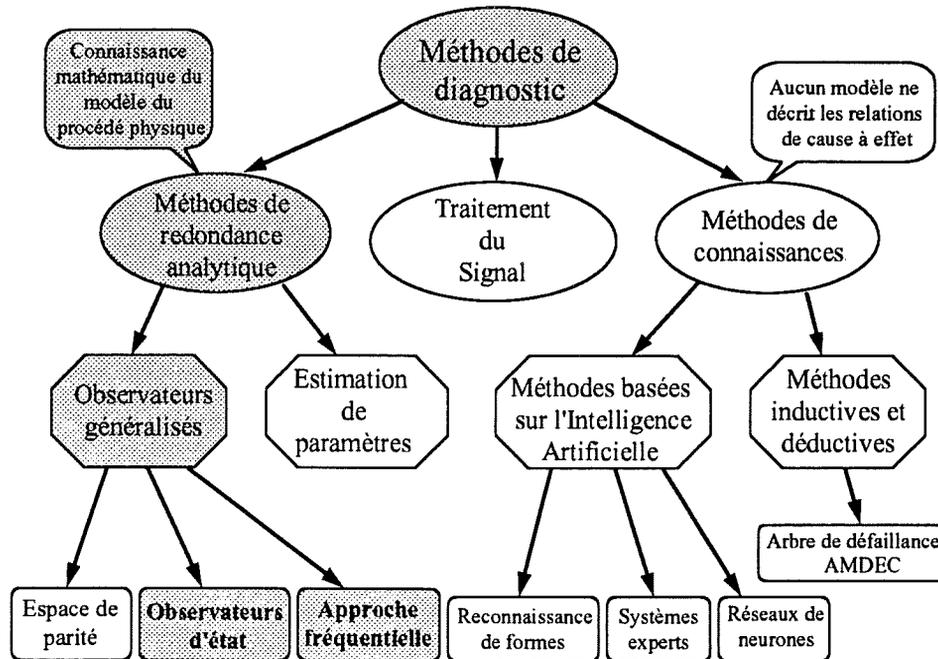


Figure I-2 : Synoptique des différentes méthodes de diagnostic.

Le document est organisé comme suit :

Le deuxième chapitre est consacré à la modélisation pour le diagnostic par redondance analytique. Après une description du banc d'essai, un modèle de diagnostic pour l'entraînement à courant continu est déterminé.

Dans le troisième chapitre nous passons en revue les différentes méthodes de génération de résidus à l'aide des observateurs. Nous analysons les liens structurels entre les différentes approches. La problématique de la réalisation de structures de détection et de localisation de défauts est ensuite formalisée. On introduit la notion de robustesse dans la construction des schémas et les différentes techniques qui permettent de la mettre en oeuvre.

La démarche de réalisation et les moyens de résolution sont présentés dans le quatrième chapitre : la robustesse y est mise en oeuvre grâce à des techniques de découplage. Les performances des différents types d'observateurs pour la réalisation du découplage y sont comparées et cela donne lieu à une classification. Les conditions d'existence et de réalisation de structures particulières de détection et de localisation sont déterminées. Des procédures sont proposées.

Le cinquième chapitre est consacré à la validation en simulation et expérimentale des méthodes de diagnostic proposées. Les résultats obtenus avec deux structures retenues sont présentés, et analysés. Les corrélations et les écarts de performance observés entre les études en simulation et expérimentales sont mis en évidence.

Enfin les limites de ces travaux et les perspectives du diagnostic de défaut par redondance analytique sur les entraînement électriques sont présentées en conclusion.

**Chapitre II :**  
**Modèles linéaires pour le diagnostic**  
**Application**



## **II.1 Formulation du problème de la DLD par redondance analytique: utilisation d'un modèle du système**

### **II.1.1 Introduction**

Les méthodes de diagnostic par redondance analytique s'appuient sur l'utilisation de modèles du système considéré. Les dysfonctionnements se traduisent alors par des écarts entre les sorties (ou une combinaison linéaire des sorties) d'un **modèle nominal** du système considéré, et les sorties (ou une combinaison linéaire des sorties) du système réel.

Nous nous sommes intéressés uniquement aux modèles quantitatifs linéaires continus à coefficients constants. Les méthodes basées sur les modèles non linéaires (Frank 91, 93 ; Seliger et Frank 91, 93) ou qualitatifs (Iserman 93 ; Montmain et Gentil 93) ne sont pas abordées dans ce mémoire. Deux types de modélisation ont été considérés : la représentation d'état et la représentation sous forme de fonctions de transfert multivariées.

Une modélisation mathématique est toujours imparfaite en pratique. Les résidus sont donc affectés par ce que l'on appelle des **incertitudes de modélisation**. Ce terme très général regroupe à la fois :

- les entrées externes perturbatrices et les bruits,
- les erreurs de modèle proprement dites, comme une erreur sur l'ordre du système modélisé (impossibilité de modéliser certaines dynamiques du système), où la modélisation linéaire d'un système non linéaire,
- les erreurs paramétriques dues par exemple aux incertitudes lors de l'identification d'un système.

Le **modèle de diagnostic** est obtenu en ajoutant une représentation de ces incertitudes au modèle nominal, l'objectif étant de rendre le système de détection de défaut **robuste** vis-à-vis d'elles.



Dans l'hypothèse des systèmes linéaires invariants, les matrices  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  sont des matrices réelles à coefficients constants de dimension appropriée.

Le modèle du fonctionnement nominal du système peut également être représenté dans le domaine fréquentiel à l'aide d'une représentation sous forme de transfert. En utilisant la transformation de Laplace, et en notant  $s$  l'opérateur de Laplace, on a :

$$y(s) = G_u(s)u(s) \quad (\text{II.2})$$

avec

$$G_u(s) = C(sI_n - A)^{-1}B + D, \quad G_u(s) \in \mathfrak{R}_p^{m \times p}(s) \quad (\text{II.3})$$

$G_u(s)$  est une matrice de transfert multivariable ne dépendant que de  $s$ . Elle peut être écrite sous forme d'une factorisation première à gauche (cf. annexe A) :

$$G_u(s) = \hat{M}_u^{-1}(s)\hat{N}_u(s) \quad (\text{II.4})$$

$\hat{M}_u(s)$  et  $\hat{N}_u(s)$  sont des matrices de transfert stables qui, lorsque la paire  $(C, A)$  est détectable, s'obtiennent à partir de la représentation d'état (II.1) comme suit (Francis 87) :

$$\hat{M}_u(s) = I_m - C(sI_n - A + LC)^{-1}L, \quad \hat{M}_u(s) \in RH_\infty^{m \times m}(s) \quad (\text{II.5a})$$

$$\hat{N}_u(s) = D + C(sI_n - A + LC)^{-1}(B - LD), \quad \hat{N}_u(s) \in RH_\infty^{m \times p}(s) \quad (\text{II.5b})$$

où  $L$  est une matrice telle que  $A - LC$  soit stable.

**Remarques :**

- dans le cas où la matrice de transfert  $G_u(s)$  est stable, on peut concevoir que  $\hat{M}_u(s) = I_m$  et  $\hat{N}_u(s) = G_u(s)$ .
- l'erreur de sortie entre le système réel et le modèle nominal s'écrit  $y(s) - G_u(s)u(s)$  :

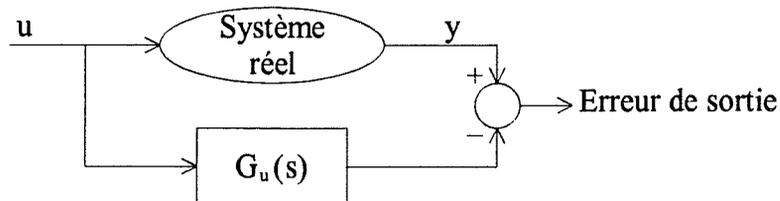


Figure II-2 : Erreur de sortie

- on définit l'erreur d'équation comme  $\hat{M}_u(s)y(s) - \hat{N}_u(s)u(s)$

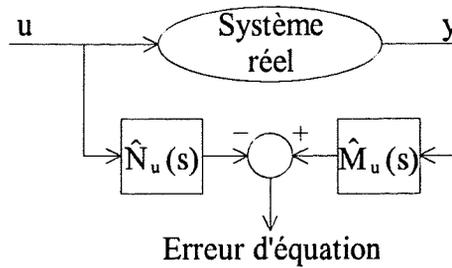


Figure II-3 : Erreur d'équation.

Nous verrons ultérieurement que l'erreur d'équation correspond à l'erreur entre les sorties du système réel et celles d'un observateur d'ordre plein du système. L'erreur d'équation se ramène à une erreur de sortie si le système est stable et si l'on choisit :

$$L = 0 \quad (\hat{M}_u(s) = I_m, \hat{N}_u(s) = G_u(s)).$$

Le modèle nominal est en pratique une représentation idéale du comportement du système. Afin de prendre en compte les différents facteurs qui génèrent des écarts entre le comportement réel du système et son comportement nominal, on définit un modèle de diagnostic.

### II.1.2.2 Modèle de diagnostic

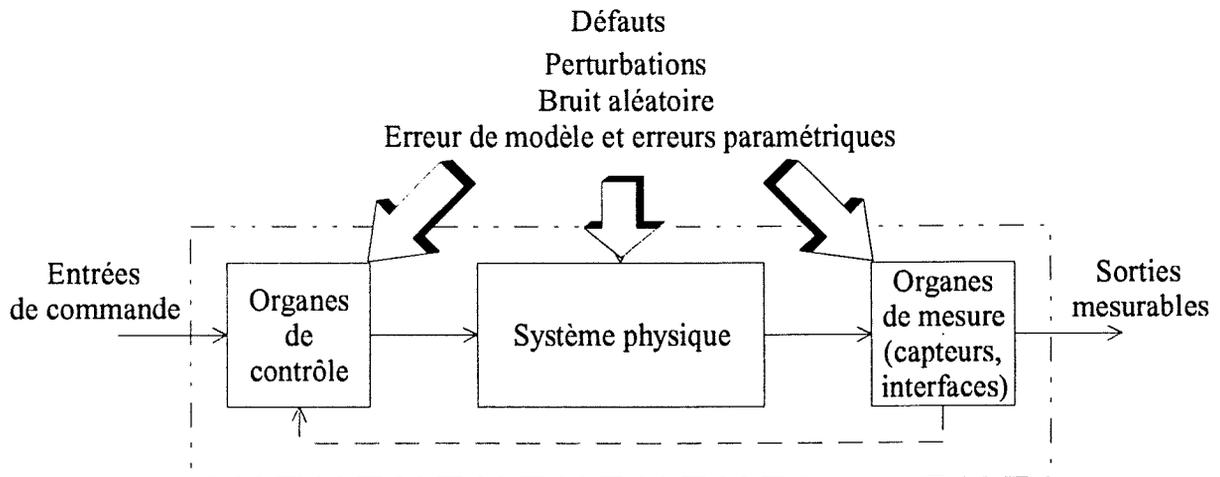


Figure II-4 : Sources de défauts et de perturbations.

Les défauts, les perturbations et les bruits qui affectent le système d'une part, les erreurs de modélisation d'autre part, sont modélisés comme des entrées inconnues (fig. II.4) capables de faire dévier le système de son comportement nominal décrit par (II.1) ou (II.2).

Le terme **défaut** désigne une imperfection physique ou une modification physique du système ou d'une partie du système qui altère de manière temporaire ou permanente les fonctions qu'il (qu'elle) doit remplir, en mettant en cause son intégrité. Il implique par conséquent une déviation, trop importante pour être acceptable, du système par rapport à son comportement nominal.

Les perturbations et les bruits affectent le comportement du système sans mettre en cause son intégrité. Ils sont essentiellement dus à son environnement, mais ils peuvent être créés par le système lui-même ou l'un de ses organes (bruit créé par une alimentation, un onduleur ou un hacheur, bruit de mesure sur un capteur).

Nous emploierons par abus de langage le terme **incertitude de modélisation** pour désigner les perturbations, les bruits et les erreurs de modèle (structurelles ou paramétriques) qui engendrent une déviation « acceptable » du comportement réel du système par rapport au comportement décrit par le modèle nominal.

Notons que dans la littérature, le terme **entrée inconnue** désigne généralement les entrées externes perturbatrices du système. Dans la mesure où les défauts, les bruits ou les erreurs de modélisation peuvent également être modélisés par des entrées du système dont les caractéristiques sont inconnues, nous emploierons ce terme pour désigner toutes les sources susceptibles de faire dévier le système de son comportement nominal.

Les défauts et les incertitudes de modélisation peuvent avoir des effets difficilement dissociables les uns des autres. Le modèle de diagnostic est obtenu en ajoutant au modèle nominal un modèle de l'action de ces différentes sources sur le système.

**a) Prise en compte des défauts seuls :**

La prise en compte des défauts dans les modèles de diagnostic est généralement réalisée de la manière suivante :

$$\boxed{\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + E_f f(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) + F_f f(t) \end{aligned}} \quad \begin{array}{l} \text{(II.6a)} \\ \text{(II.6b)} \end{array}$$

Où  $f(t) \in R^{p_f}$  est un vecteur inconnu regroupant les  $p_f$  défauts  $f_i(t)$  susceptibles de se produire.  $E_f$  et  $F_f$  sont des matrices réelles connues à coefficients constants de dimension appropriée.

Il est courant d'affecter la matrice  $E_f$  aux défauts affectant le système lui-même et les organes de commande, alors que  $F_f$  est dédiée aux défauts sur les organes de mesure (capteurs, interfaces). Nous verrons néanmoins que cette hypothèse est restrictive, notamment pour les systèmes bouclés et pour les systèmes où les entrées de commande interviennent dans l'équation de sortie ; les défauts peuvent alors intervenir à la fois dans les équations d'état (II.6a) et de sortie (II.6b).

La représentation fréquentielle de l'influence des défauts sur le système est la suivante :

$$\boxed{y(s) = G_u(s)u(s) + G_f(s)f(s)} \quad (\text{II.7})$$

avec

$$G_f(s) = C(sI_n - A)^{-1}E_f + F_f, \quad G_f(s) \in \mathfrak{R}_p^{m \times p_f}(s) . \quad (\text{II.8})$$

Notons que  $G_f(s)$  est une matrice de transfert multivariable connue.

### b) Prise en compte des incertitudes de modélisation :

Les incertitudes de modélisation peuvent être prises en compte dans le modèle de diagnostic de deux manières différentes. Si leurs matrices (algébriques ou de transfert) d'action sur le système sont connues, on parle d'**incertitudes structurées**. Ce terme regroupe principalement les entrées externes perturbatrices ; il peut également inclure les bruits de mesure générés par les capteurs. Dans le cas contraire, on parle d'**incertitudes non structurées**.

#### **Incertitudes structurées seules:**

Une incertitude de modélisation est dite structurée si son action sur le système peut être modélisée par l'action d'une entrée perturbatrice inconnue  $d(t)$  sur le système :

$$\boxed{y(s) = G_u(s)u(s) + G_d(s)d(s)} \quad (\text{II.9})$$

Où  $d(t) \in R^{p_d}$  est un vecteur inconnu et  $G_d(s) \in \mathfrak{R}_p^{m \times p_d}(s)$  est une matrice de transfert connue.

Dans ce cas de figure, la représentation d'état du système prenant en compte ce type d'incertitudes peut s'écrire de la manière suivante :

$$\boxed{\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + E_d d(t)} \quad (\text{II.10a})$$

$$\boxed{y(t) = Cx(t) + Du(t) + F_d d(t)} \quad (\text{II.10b})$$

où  $E_d$  et  $F_d$  sont des matrices réelles connues à coefficients constants de dimension appropriée, avec :

$$G_d(s) = C(sI_n - A)^{-1} E_d + F_d \quad (\text{II.11})$$

**Remarques :**

- Du fait de l'analogie entre la représentation des défauts et des incertitudes structurées, on peut être amené à regrouper ces deux catégories d'entrées inconnues au sein d'un unique vecteur. **Les incertitudes structurées représentent alors des défauts qu'il n'est pas utile de détecter.** Nous emploierons le terme **entrées inconnues structurées** pour désigner indifféremment des défauts ou des incertitudes structurées dont l'action sur le système peut être modélisée selon (II.6) ou (II.7), (II.9) ou (II.10).
- Compte tenu de l'analogie des incertitudes structurées avec des entrées perturbatrices inconnues le terme **perturbation** est généralement employé pour désigner ce type d'incertitudes.

**Incertitudes non structurées :**

En présence d'incertitudes non structurées, le modèle de diagnostic du système s'écrit sous la forme :

$$\boxed{y(s) = G_u(s)u(s) + G_f(s)f(s) + G_d(s)d(s) + \Delta y(s)} \quad (\text{II.12})$$

Où  $f(t)$  représente les défauts agissant sur le système,  $d(t)$ , les incertitudes structurées et  $\Delta y(t)$  représente les incertitudes non structurées. Ces dernières sont des incertitudes de modélisation respectivement de type additif, multiplicatif en sortie ou multiplicatif en entrée. D'après Maciejowski (1989) elles peuvent être représentées par des matrices de transfert, respectivement  $\Delta G_a(s)$ ,  $\Delta G_o(s)$  ou  $\Delta G_i(s)$ . Ces matrices sont généralement inconnues, mais elles sont bornées au sens d'une norme. L'expression des incertitudes non structurées dans le domaine fréquentiel prend alors la forme suivante :

$$\boxed{\Delta y(s) = G_{d^*}(s)d^*(s)}, \quad (\text{II.13})$$

avec :

$$G_{d^*}(s) = \Delta G_a(s), \quad (\text{II.14})$$

ou,

$$G_d^*(s) = (\Delta G_o(s)G_0(s) + \Delta G_o(s)G_0(s)\Delta G_i(s) + G_0(s)\Delta G_i(s)), \quad (\text{II.15})$$

et

$$G_0(s) = \begin{bmatrix} G_u(s) & G_f(s) & G_d(s) \end{bmatrix}, \quad d^*(s) = \begin{bmatrix} u(s) \\ f(s) \\ d(s) \end{bmatrix}$$

**Remarques :**

- Dans nos applications, en pratique, nous ne nous sommes intéressés qu'à des incertitudes non structurées de type paramétrique représentées dans l'espace d'état par les matrices  $\Delta A$ ,  $\Delta B$ ,  $\Delta E_f$ ,  $\Delta E_d$ ,  $\Delta C$ ,  $\Delta D$ ,  $\Delta F_f$ , et  $\Delta F_d$  qui interviennent dans le modèle de diagnostic selon :

$$\begin{aligned} \tilde{\dot{x}}(t) &= (A + \Delta A)\tilde{x}(t) + (B + \Delta B)u(t) + (E_f + \Delta E_f)f(t) + (E_d + \Delta E_d)d(t) \\ \tilde{y}(t) &= (C + \Delta C)\tilde{x}(t) + (D + \Delta D)u(t) + (F_f + \Delta F_f)f(t) + (F_d + \Delta F_d)d(t) \end{aligned} \quad (\text{II.16})$$

Ce type de modélisation permet de représenter aussi bien des erreurs d'estimation de paramètres, que des variations des paramètres en cours de fonctionnement.

Pour ce type d'incertitudes, deux représentations sont possibles :

- Dans le domaine fréquentiel, en posant

$$X(t) = \begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ x(t) \end{bmatrix},$$

les incertitudes de modélisation  $\Delta y$  peuvent être représentées par :

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= \begin{bmatrix} A + \Delta A & 0 \\ 0 & A \end{bmatrix} X(t) + \begin{bmatrix} B + \Delta B \\ B \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} E_f + \Delta E_f \\ E_f \end{bmatrix} f(t) + \begin{bmatrix} E_d + \Delta E_d \\ E_d \end{bmatrix} d(t) \\ \Delta y(t) &= [C + \Delta C \quad -C] X(t) + \Delta D u(t) + \Delta F_f f(t) + \Delta F_d d(t) \end{aligned} \quad (\text{II.17})$$

La représentation en transfert de (II.17), non explicitée ici, met en évidence une représentation sous forme additive (II.13) des incertitudes non structurées de type paramétrique :

$$\Delta y(s) = \Delta G_a(s) d^*(s).$$

- Dans l'espace d'état, (II.16) s'écrit aussi

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + E_f f(t) + E_d d(t) + E_{d^*} d^*(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) + F_f f(t) + F_d d(t) + F_{d^*} d^*(t) \end{aligned} \quad (II.18)$$

avec :

$$E_{d^*} = [\Delta A \quad \Delta B \quad \Delta E_f \quad \Delta E_d], \quad F_{d^*} = [\Delta C \quad \Delta D \quad \Delta F_f \quad \Delta F_d], \quad \text{et } d^*(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \\ f(t) \\ d(t) \end{bmatrix}$$

Il existe donc plusieurs possibilités pour prendre en compte les incertitudes non structurées. Frank et Ding (94) utilisent la forme (II.13) avec une approche fréquentielle du problème de Détection et de Localisation des Défauts (DLD). Olin et Rizzoni (1991) utilisent une représentation des incertitudes paramétriques analogue à (II.17) pour réaliser la synthèse de filtres de détection robustes. Patton et Chen (1993) utilisent une forme similaire à l'expression (II.18) à travers le concept de « matrice de distribution optimale des entrées inconnues ».

### II.1.2.3 Conclusion sur le modèle de diagnostic

Les modèles linéaires que nous utiliserons dans ce rapport sont donc respectivement dans l'espace d'état et dans le domaine fréquentiel :

#### a) Modèle de diagnostic dans l'espace d'état

$$\boxed{\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + E_f f(t) + E_d d(t) + E_{d^*} d^*(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) + F_f f(t) + F_d d(t) + F_{d^*} d^*(t) \end{aligned}} \quad (II.19)$$

Avec :

$$x(t) \in R^n, \quad u(t) \in R^p, \quad f(t) \in R^{p_f}, \quad d(t) \in R^{p_d}, \quad d^*(t) \in R^{p_{ns}}, \quad y(t) \in R^m$$

$$A \in R^{n \times n}, \quad B \in R^{n \times p}, \quad E_f \in R^{n \times p_f}, \quad E_d \in R^{n \times p_d}, \quad E_{d^*} \in R^{n \times p_{ns}}$$

$$C \in R^{m \times n}, \quad D \in R^{m \times p}, \quad F_f \in R^{m \times p_f}, \quad F_d \in R^{m \times p_d}, \quad F_{d^*} \in R^{m \times p_{ns}}$$

$E_{d^*}$  et  $F_{d^*}$  pouvant être soit des matrices inconnues, soit des matrices connues constantes.

**b) Modèle de diagnostic dans le domaine fréquentiel**

$$\boxed{y(s) = G_u(s)u(s) + G_f(s)f(s) + G_d(s)d(s) + G_{d^*}(s)d^*(s)} \quad (\text{II.20})$$

Avec :

$G_u(s) \in \mathfrak{R}_p^{m \times n}(s)$ ,  $G_f(s) \in \mathfrak{R}^{m \times p_f}$ ,  $G_d(s) \in \mathfrak{R}_p^{m \times p_d}(s)$ ,  $G_{d^*}(s) \in \mathfrak{R}_p^{m \times p_{d^*}}(s)$ ,  $G_u(s)$  étant éventuellement représenté sous la forme  $G_u(s) = \hat{M}_u^{-1}(s)\hat{N}_u(s)$ .

**Dans les deux cas  $d$  et  $f$  peuvent être regroupés dans un seul vecteur d'entrées inconnues structurées.**

## II.2 Présentation de l'application

Au Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble, les recherches portent sur le diagnostic de défauts survenant sur les entraînements électriques ; ils associent convertisseurs statiques de puissance, machine tournante, capteurs, systèmes de contrôle numérique et circuits d'interfaçage. La structure de commande généralement adoptée consiste en un asservissement de vitesse dont la sortie est la consigne d'un asservissement de courant permettant le contrôle du couple de la machine. La régulation de courant seule est utilisée dans les applications de contrôle de couple (enrouleur-dérouleur par exemple), la boucle de vitesse est ajoutée dans les applications à vitesse variable ou de positionnement .

Nous avons choisi un entraînement constitué d'une machine à courant continu à aimants associée à un hacheur réversible en courant et tension, et fonctionnant en contrôle de couple. Ce choix permet de considérer un système d'ordre peu élevé. Par conséquent il conduit à un modèle de diagnostic relativement simple bien adapté à notre objectif de présentation comparative et de validation des méthodes de redondance basées sur les observateurs. Nous verrons cependant que ce choix n'engendre aucune perte de généralité et que les méthodes employées sont facilement transposables à des systèmes d'ordre plus élevé.

L'application considérée est mise en oeuvre au laboratoire sous la forme d'un banc d'essai équipé notamment pour générer des défauts dans la partie convertisseurs de puissance, capteurs et interfaces. Ce banc d'essai étant largement éprouvé par les études réalisées jusqu'à présent (Catellani 92, Berendsen 93, Rostaing 97), nous avons choisi de développer un modèle de simulation fin de ce procédé afin de tester et de valider les différentes approches de diagnostic développées, avant de les implanter sur le système réel.

### II.2.1 Le système réel

#### II.2.1.1 Présentation du banc d'essai

Le banc d'essai du laboratoire se compose (fig. II.5) :

- d'une alimentation constituée d'un redresseur à diodes, d'un filtre  $LC$ , et d'un dispositif de dissipation de l'énergie de freinage, constituée d'un transistor  $T$  et d'une résistance de puissance  $R_p$ .
- d'un convertisseur continu-continu (hacheur 4 quadrants).
- d'une machine à courant continu d'une puissance de 1 kW.

- d'une charge constituée par une génératrice débitant sur une résistance (couple de frottement) ou contrôlée en courant (couple quelconque).
- d'un calculateur de commande chargé des régulations de courant et de vitesse, ainsi que de la génération des défauts. La régulation numérique est constituée de deux boucles en cascade, les régulateurs étant de type PI (*Proportionnel Intégral*).
- d'un système d'acquisition et de traitement en temps réel sur PC relié au procédé par une carte d'interface (VIEWDAC).

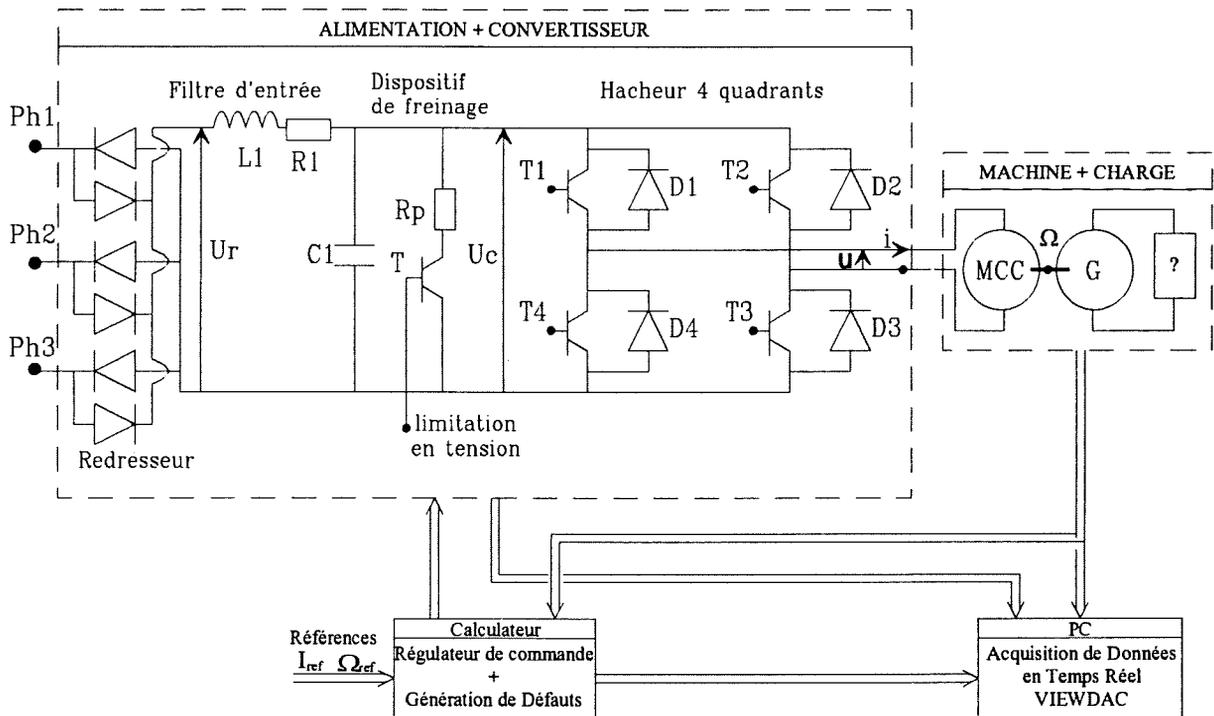


Figure II-5 : Synoptique de l'application.

Les algorithmes de détection peuvent être exécutés par VIEWDAC, ou par un autre système de traitement, hors temps réel, après acquisition des données en temps réel.

Le synoptique de la boucle de courant est présenté ci-dessous.

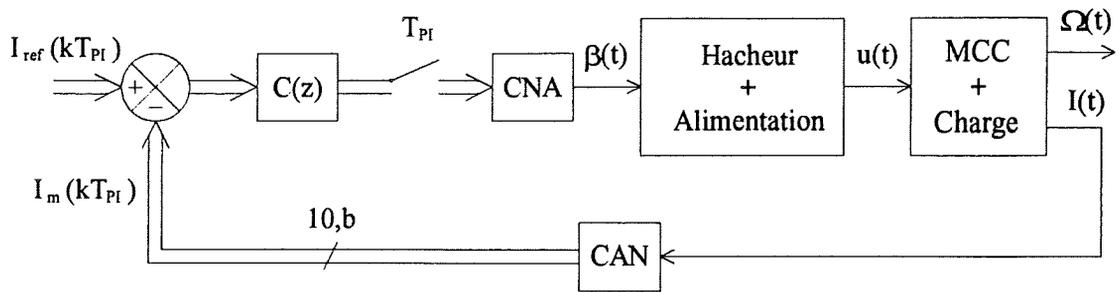


Figure II-6 : Synoptique de la boucle de courant réelle.

Le correcteur numérique  $C(z)$  fournit une nouvelle valeur de la grandeur de commande  $\beta$  au hacheur, à chaque période de régulation  $T_{PI} = 382.5 \mu s$ , par l'intermédiaire d'une interface numérique/analogique. Avec la même périodicité, une conversion analogique/numérique fournit les valeurs de la grandeur mesurée numérique  $I_m$ . La prise en compte par le hacheur des grandeurs de commande  $\beta$  est effectuée à chaque période de MLI :  $T_{MLI} = 127.5 \mu s$ . Notons que les périodes de commande sont synchronisées sur la période de la MLI avec  $T_{PI} = 3 \times T_{MLI}$  pour réaliser un asservissement du courant moyen de la machine (cf. annexe B).

Des défaillances peuvent affecter tous les éléments du système présenté figure II.6 :

- Alimentation : défaillance d'une diode du redresseur, du transistor de freinage ou de sa commande rapprochée, dégradation du condensateur de filtrage.
- Hacheur : défaillance d'un bras ou de sa commande rapprochée.
- Machine et chaîne mécanique : court-circuit d'enroulement, dégradation des roulements, points durs dans la transmission.
- Capteurs et commande : offset, dérive, déconnexion, défaillance du capteur, défaillance des circuits d'interface.

Les perturbations externes qui affectent le système sont principalement dues au couple de charge et au réseau (déséquilibres).

Dans la suite nous ne considérerons que les défaillances des capteurs, des circuits d'interface et de l'ensemble de puissance ; dans ce dernier cas nous ne cherchons pas à localiser précisément l'élément ou le composant en défaut ; d'autres méthodes sont utilisées à cet effet (Berendsen et *al.* 92, Rostaing 97, Peugeot 97). Les algorithmes de détection utilisent exclusivement les informations fournies par les capteurs, les grandeurs de commande et de réglage.

### II.2.1.2 Simulation - Modèle topologique

Comme cela a été indiqué en introduction, nous avons développé un modèle de simulation du comportement du système réel afin de faciliter notre étude. Ce modèle de connaissance, appelé **modèle topologique** ou **système topologique**, a été mis en oeuvre à l'aide du logiciel de simulation MatriXx-Systembuild, et validé (Rostaing 97). Hormis la tension redressée  $U_r(t)$  (fig. II.5), qui est considérée comme parfaite, l'étage de filtrage, le dispositif de freinage et le fonctionnement du hacheur sont représentés le plus finement possible : toutes les configurations du circuit de puissance, liées aux interrupteurs statiques et à la technique de modulation de largeur (MLI) sont simulées, en l'absence et en présence de défauts. L'échantillonnage, la quantification et les retards de la boucle d'asservissement sont également modélisés ; des bruits peuvent être ajoutés sur les mesures. A titre d'illustration, les figures suivantes montrent la réponse du courant dans la machine à un échelon de 5 A de la référence de courant  $I_{ref}$  obtenue par une simulation du système topologique (fig. II.7), et par acquisition de données sur le banc d'essai (fig. II.8).

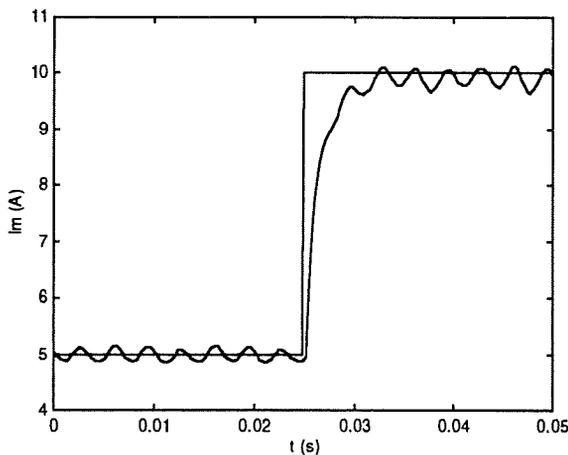


Figure II-7: Simulation de la réponse du courant à un échelon de consigne de 5 A.

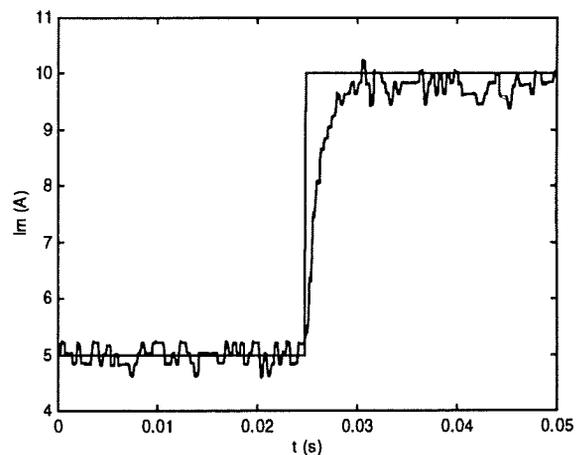


Figure II-8 : Réponse du courant réel mesuré à un échelon de consigne de 5 A.

## II.2.2 Elaboration du modèle de diagnostic

Le modèle de diagnostic de l'application considérée est obtenu à partir des équations différentielles qui décrivent le comportement du système physique. Dans un premier temps nous donnons une description nominale du système qui inclut la perturbation que représente le couple résistant. Dans un deuxième temps nous présentons les différents défauts que nous avons considérés, leur représentation et la modélisation de leur action sur le système. Nous verrons enfin comment les incertitudes de modélisation paramétriques peuvent être représentées sous la forme d'incertitudes non structurées dans le modèle de diagnostic.

### II.2.2.1 Modèle nominal avec perturbation

Un modèle «nominal» du système incluant la perturbation que représente le couple de charge peut être décrit par le schéma-bloc suivant :

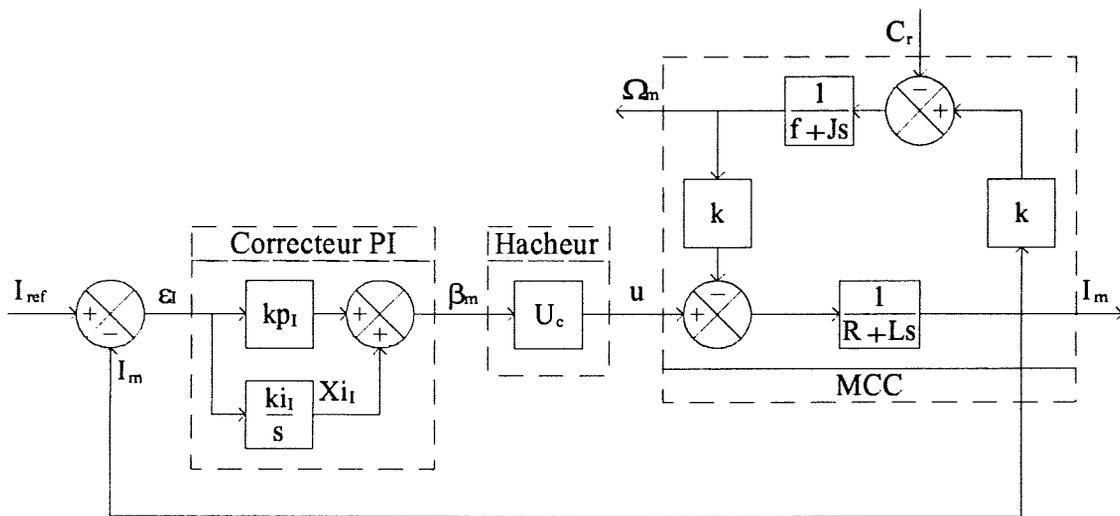


Figure II-9 : Schéma-bloc de la boucle de courant

Les paramètres  $R$ ,  $L$ ,  $k$ ,  $J$  et  $f$  sont les paramètres électriques et mécaniques de l'association Moteur à Courant Continu - Charge. Leur valeurs nominales sont données en annexe C avec les caractéristiques du banc d'essai.

Les paramètres  $kp_1$ , et  $ki_1$  sont les paramètres de réglage du correcteur PI continu « équivalent » à  $C(z)$ .

Ce modèle comporte de nombreuses imprécisions : le correcteur numérique est approché par une équation continue, la quantification des mesures et de la grandeur de commande n'est pas considérée, les paramètres eux-mêmes sont mal connus ou susceptibles d'évoluer ( $R$ ,  $f$ ,  $J$ ), enfin le hacheur est représenté par un modèle moyen élémentaire (un gain  $U_c$  égal à une tension continue constante).

$C_r$  regroupe les variations du couple de charge ainsi que les frottements secs. C'est une entrée perturbatrice du système qui peut varier de façon aléatoire ; elle n'est pas mesurable, du moins dynamiquement. L'allure des variations de  $C_r$  est généralement semblable à l'allure donnée figure II.10.

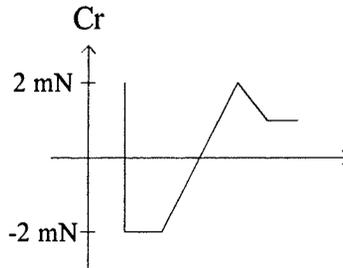


Figure II-10 : Variations du couple de charge

Pour le type d'application considéré, le domaine des variations de  $C_r$  est défini à l'intérieur d'un gabarit les limitant à 2 Nm en amplitude. Nous avons donc choisi de modéliser les variations du couple de charge par des échelons dont l'amplitude n'excède pas 2 Nm.

Les grandeurs auxquelles nous avons accès sont :

1. Le courant de référence  $I_{ref}$ ,
2. La mesure de courant  $I_m$ ,
3. La mesure de la grandeur de commande du hacheur  $\beta_m$  en sortie du correcteur,
4. La mesure de la vitesse  $\Omega_m$ .

#### Remarques :

- Les grandeurs  $I_{ref}$  et  $\beta_m$  sont des grandeurs numériques disponibles au niveau du calculateur de commande, qui sont transmises à l'interface d'entrée du système d'acquisition (VIEWDAC) par l'intermédiaire d'une conversion numérique/analogique. Les grandeurs mesurées  $I_m$  et  $\Omega_m$  peuvent être transmises selon le même processus (en passant par le calculateur), ou directement en câblant les sorties des capteurs sur l'interface d'entrée du système d'acquisition.
- Le correcteur réel étant numérique, nous pourrions également avoir accès au terme intégral  $Xi_i$  du correcteur PI. De plus, le banc est instrumenté pour fournir une mesure de la valeur moyenne de la tension aux bornes de la capacité du filtre d'entrée  $U_c$ . Ces deux informations n'ont pas été exploitées.

Les équations différentielles décrivant le comportement du moteur (équations électromécaniques) et du correcteur nous permettent d'élaborer un modèle nominal du système qui inclut la perturbation du couple de charge. Ce modèle est présenté dans l'espace d'état et dans le domaine fréquentiel.

### a) Modèle nominal avec perturbation dans l'espace d'état

Le système décrit par la figure II-9 peut être représenté par un système dynamique linéaire d'ordre 3. Nous avons choisi d'utiliser les trois variables d'état que sont le courant, la vitesse, et le terme intégral du correcteur de courant pour cette représentation. Les entrées du système sont  $I_{ref}$  (commande) et  $C_r$  (perturbation), ses sorties,  $I_m$ ,  $\Omega_m$ , et  $\beta_m$ .

Pour l'ensemble du système, on obtient le modèle d'état nominal avec perturbation suivant :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + E_d d(t) \quad (\text{II.21a})$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) + F_d d(t) \quad (\text{II.21b})$$

Avec :

$$x(t) = \begin{bmatrix} I(t) \\ X_{i_1}(t) \\ \Omega(t) \end{bmatrix}, \quad y(t) = \begin{bmatrix} I_m(t) \\ \beta_m(t) \\ \Omega_m(t) \end{bmatrix}, \quad u(t) = I_{ref}(t), \quad d(t) = C_r(t)$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{U_c k p_1 + R}{L} & \frac{U_c}{L} & -\frac{k}{L} \\ -k i_1 & 0 & 0 \\ \frac{k}{J} & 0 & -\frac{f}{J} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \frac{U_c k p_1}{L} \\ k i_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad E_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{J} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -k p_1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ k p_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad F_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Avec les valeurs des paramètres données en annexe C, le système défini ci-dessus est stable. On peut noter qu'il possède trois pôles réels, dont deux rapides ( $\omega_1 \approx -890 \text{ rad/s}$ ,  $\omega_2 \approx -770 \text{ rad/s}$ ) correspondent aux dynamiques de la boucle de courant ; le troisième plus lent ( $\omega_3 \approx -3.2 \text{ rad/s}$ ) correspond à la dynamique mécanique du système.

**b) Modèle de transfert nominal avec perturbation**

A partir de (II.21), on déduit le modèle de transfert du système reliant les sorties  $I_m$ ,  $\beta_m$ , et  $\Omega_m$  ( $y$ ), aux deux entrées  $I_{ref}(u)$  et  $C_r(d)$ .

$$y(s) = G_u(s)u(s) + G_d(s)d(s) = \frac{1}{D(s)}(NG_u(s)u(s) + NG_d(s)d(s)) \quad (\text{II.22})$$

Avec :

$$D(s) = JJs^3 + (RJ + fL + kp_I U_c J)s^2 + (kp_I U_c f + ki_I U_c J + k^2 + Rf)s + ki_I U_c f$$

$$NG_u(s) = \begin{bmatrix} U_c(ki_I + kp_I s)(f + Js) \\ (ki_I + kp_I s)(JJs^2 + (RJ + fL)s + k^2 + Rf) \\ U_c k(ki_I + kp_I s) \end{bmatrix}$$

$$NG_{C_r}(s) = \begin{bmatrix} ks \\ -k(ki_I + kp_I s) \\ U_c(ki_I + kp_I s) + s(R + Ls) \end{bmatrix}$$

Notons enfin que vis-à-vis du système, la perturbation de couple  $C$ , est une incertitude structurée, conformément aux définitions (II.9-10).

La prise en compte des défauts et des incertitudes de modélisation non structurées sont prises en compte dans le modèle de diagnostic présenté ci-dessous.



**Défaut de l'interface de commande :  $\Delta\beta$**

D'une manière analogue aux défauts de capteurs une défaillance de l'interface de commande est représentée par un échelon de  $\Delta\beta$ .  $\beta$  étant compris entre -1 et 1, les défauts réalisés n'excéderont pas un échelon de  $\Delta\beta$  entre 0 et 1.

**Défaut alimentation + convertisseur :  $\Delta u$**

L'entrée  $\Delta u$  est utilisée pour caractériser l'ensemble des défauts dans l'ensemble alimentation - hacheur. Rappelons que notre objectif n'est pas de les discriminer entre eux.

D'une manière générale, la tension  $u(t)$  en sortie du hacheur peut s'exprimer selon:

$$u(t) = \beta_m U_c + \Delta u(t) \quad (\text{II.23})$$

Le terme  $\beta_m U_c$  correspond à un modèle de la tension moyenne délivrée par le hacheur, le gain  $U_c$  étant lui-même une image de la valeur moyenne de la tension  $U_c(t)$  à l'entrée du hacheur.

D'après Catellani (1988), les défauts des interrupteurs statiques ou de leur commande rapprochée éventuelle (défaut de court-circuit ou de blocage d'un transistor, défaut d'ouverture d'une diode) se traduisent par une variation brutale de la tension moyenne en sortie du hacheur  $u(t)$ , à commande donnée. On assimile donc ce type de défaut, au niveau du modèle de diagnostic, à des échelons. L'amplitude maximum des défauts réalisés sera égale à la tension continue maximum, soit 100 V.

En pratique, en l'absence de défauts, la tension  $U_c(t)$  est formée d'une composante continue dont l'amplitude est fonction de l'état du réseau et du courant dans le moteur, et d'harmoniques multiples de 300 Hz caractéristiques du redressement triphasé (cf. annexe B). Par principe de la MLI, la tension  $u(t)$  comporte des composantes fréquentielles harmoniques de la fréquence de la porteuse MLI ( $T_{MLI} = 127.5 \mu s$ ).

$\Delta u(t)$  a donc un spectre contenant éventuellement une composante continue si la grandeur  $U_c$  utilisée est différente de la valeur réelle de la tension moyenne aux bornes de la capacité, et des composantes alternatives aux différentes fréquences suggérées précédemment. Cette entrée de défaut est donc également une entrée de perturbation pour le système.

Cette dernière remarque peut également s'appliquer aux entrées  $\Delta\beta$  et  $\Delta I$ . Pour le capteur de courant, la perturbation correspond à un bruit de quantification ainsi qu'à un bruit de mesure.

Pour  $\Delta\beta$ , on peut considérer d'une part l'erreur de modélisation que l'on commet en choisissant une représentation continue du correcteur de courant discret, d'autre part, le bruit de quantification créé lors de la conversion numérique/analogique de  $\beta$ .

**Remarque :**

La terminologie généralement employée dans la communauté du diagnostic pour caractériser les types de défauts définit trois catégories de défaut : défaut de capteur, d'actionneur ou de composant. Dans notre cas, le seul défaut de capteur est le défaut  $\Delta\Omega$ . En effet,  $\Delta I$  étant rebouclé, on ne peut le considérer comme un défaut de capteur au sens strict. De la même manière  $\Delta\beta$  possède les propriétés d'un défaut de capteur et celles d'un défaut de composant. Enfin,  $\Delta u$  est un défaut de composant au sens strict. On considère qu'il n'y a pas de défaut au niveau de l'actionneur car celui-ci est numérique et la référence de courant est parfaitement contrôlée.

A partir du schéma bloc II-11 et des hypothèses faites sur la prise en compte additive des défauts, on élabore les représentations d'état et de transfert du modèle de diagnostic.

**c) Equations d'état du modèle de diagnostic**

La représentation d'état du modèle de diagnostic est obtenue à partir du modèle nominal (II.21) en ajoutant les effets des quatre entrées supplémentaires  $\Delta I$ ,  $\Delta\beta$ ,  $\Delta u$  et  $\Delta\Omega$  regroupées au sein du vecteur «défaut»  $f(t)$ :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + E_d d(t) + E_f f(t) \tag{II.24a}$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) + F_d d(t) + F_f f(t) \tag{II.24b}$$

Avec :

$$f(t) = \begin{bmatrix} \Delta I(t) \\ \Delta\beta(t) \\ \Delta u(t) \\ \Delta\Omega(t) \end{bmatrix}, E_f = \begin{bmatrix} -\frac{U_c k p_I}{L} & \frac{U_c}{L} & \frac{1}{L} & 0 \\ -k i_I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{ et } F_f = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -k p_I & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

**d) Matrices de transfert du modèle de diagnostic**

A partir de (II.24), on déduit le modèle de transfert du système reliant les sorties  $I_m$ ,  $\beta_m$ , et  $\Omega_m$  ( $y$ ), aux entrées  $I_{ref}(u)$ ,  $C_r(d)$ ,  $\Delta I$ ,  $\Delta\beta$ ,  $\Delta u$  et  $\Delta\Omega$  ( $f$ ).

$$y(s) = G_u(s)u(s) + G_d(s)d(s) + G_f(s)f(s)$$

$$y(s) = \frac{1}{D(s)} \left( NG_u(s)u(s) + NG_d(s)d(s) + NG_f(s)f(s) \right) \quad (\text{II.25})$$

Avec :

$$NG_f(s) = \begin{bmatrix} NG_{f_1}(s) & NG_{f_2}(s) & NG_{f_3}(s) & NG_{f_4}(s) \end{bmatrix}$$

$$NG_f(s) = \begin{bmatrix} NG_{\Delta I}(s) & NG_{\Delta\beta}(s) & NG_{\Delta u}(s) & NG_{\Delta\Omega}(s) \end{bmatrix}$$

$$NG_{\Delta I}(s) = \begin{bmatrix} s(JLs^2 + (RJ + fL)s + k^2 + Rf) \\ -(ki_I + kp_I s)(JLs^2 + (RJ + fL)s + k^2 + Rf) \\ -U_c k(ki_I + kp_I s) \end{bmatrix},$$

$$NG_{\Delta u}(s) = \begin{bmatrix} s(f + Js) \\ -(f + Js)(ki_I + kp_I s) \\ kU_c s \end{bmatrix}, \quad NG_{\Delta\beta}(s) = \begin{bmatrix} U_c s(f + Js) \\ s(JLs^2 + (RJ + fL)s + k^2 + Rf) \\ kU_c s \end{bmatrix},$$

$$NG_{\Delta\Omega}(s) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ D(s) \end{bmatrix}.$$

La définition des matrices d'état et de transfert du modèle de diagnostic sous forme symbolique nous permet d'envisager une prise en compte des incertitudes existant sur la valeur des paramètres réels du système sous la forme d'incertitudes non structurées. Le paragraphe suivant indique comment nous avons procédé.

**e) Incertitudes non structurées**

Nous nous sommes intéressés aux incertitudes non structurées en considérant uniquement les erreurs d'identification et les variations des paramètres du système. Notre démarche a consisté à définir un intervalle d'incertitude  $\Delta_\theta$  sur le vecteur  $\theta$  des paramètres électriques et mécaniques intervenant dans le modèle. En notant  $\bar{\theta}$  la valeur réelle du vecteur paramètre, on modélise les incertitudes sur  $\theta$  par la relation :

$$\bar{\theta} = \theta + \Delta_\theta, \quad \Delta_\theta \in D_\theta \quad (\text{II.26})$$

La différence  $\Delta G(\Delta\theta, s)$  entre le modèle  $(\bar{G}(\bar{\theta}, s))$  dépendant des paramètres réels et celui  $(G(\theta, s))$  dépendant des paramètres estimés est prise en compte dans le modèle de diagnostic sous la forme d'une incertitude non structurée en posant :

$$\bar{G}(\bar{\theta}, s) = (G(\theta, s)) + \Delta G(\Delta\theta, s) \quad (\text{II.27})$$

**Exemple :**

La valeur réelle  $\bar{R}$  de la résistance est reliée à la valeur du paramètre estimé  $R$  par la relation  $\bar{R} = R + \Delta_R$ ,  $\Delta_R$  étant supposée varier dans un intervalle d'incertitude du type  $[-10\%R \quad 10\%R]$ .

Le comportement réel du système est modélisé par l'équation :

$$y(s) = \bar{G}_u(\bar{R}, s)u(s) \quad (\text{II.28})$$

Avec :

$$\bar{G}_u(\bar{R}, s) = \frac{N\bar{G}_u(\bar{R}, s)}{D(\bar{R}, s)}$$

$$N\bar{G}_u(\bar{R}, s) = \left[ \begin{array}{c} U_c(ki_1 + kp_1s)(f + Js) \\ (ki_1 + kp_1s)(JLs^2 + (R + \Delta_R)J + fL)s + k^2 + (R + \Delta_R)f \\ U_c k(ki_1 + kp_1s) \end{array} \right]$$

$$D(\bar{R}, s) = JLs^3 + (R + \Delta_R)J + fL + kp_1U_cJ)s^2 + (kp_1U_c f + ki_1U_c J + k^2 + (R + \Delta_R)f)s + ki_1U_c f$$

La matrice de transfert  $\bar{G}_u(\bar{R}, s)$  est inconnue dans la mesure où elle dépend de la valeur réelle  $\bar{R}$  de la résistance qui est inconnue, néanmoins ses différents coefficients sont bornés, compte tenu de l'hypothèse faite sur  $\Delta_R$ .

L'incertitude sur le paramètre  $R$  est donc prise en compte dans le modèle de diagnostic en écrivant :

$$y(s) = G_u(s)u(s) + \Delta G_u(\Delta R, s)u(s), \text{ avec } \Delta G_u(\Delta R, s) = \bar{G}_u(\bar{R}, s) - G_u(s) \quad (\text{II.29})$$

L'expression de  $\Delta G_u(\Delta R, s)$  n'est pas explicitée ici, elle est obtenue à l'aide de (II.29) en utilisant les expressions de  $G_u(s)$  et  $\bar{G}_u(\bar{R}, s)$  données par (II.22) et (II.28).

La prise en compte des seules incertitudes paramétriques pour la modélisation des incertitudes non structurées n'est pas en pratique suffisante pour déterminer un modèle de diagnostic satisfaisant vis-à-vis du système réel. C'est un bon exemple de travail pour mener à bien des études en simulation sur la robustesse des schémas de détection et de localisation des défauts. L'expérience permet de déterminer relativement aisément des intervalles d'incertitude pour chacun des paramètres du système. Néanmoins nous ne sommes pas en mesure, en l'état de nos connaissances, d'évaluer quel est le poids de ce type d'incertitudes par rapport à l'ensemble des incertitudes non structurées qui affectent le modèle de diagnostic, et notamment par rapport aux dynamiques non modélisées.

### ***II.3 Conclusion sur les modèles***

Dans ce chapitre, nous avons mis en évidence le fait qu'un modèle linéaire dans lequel les incertitudes structurées et les défauts interviennent de manière additive pose un certain nombre de problèmes.

Toutes les entrées de défaut sont également des entrées perturbatrices compte tenu du fait que le modèle nominal ne prend en compte que l'évolution moyenne des grandeurs électriques, qu'il approxime les phénomènes discrets par des phénomènes continus, etc.

Par ailleurs les non linéarités des systèmes électriques, la connaissance imprécise des paramètres et leur évolution en exploitation (avec la température en particulier) font que les incertitudes non structurées sont importantes et leur prise en compte est mal maîtrisée dans ce genre de solutions. Le problème du calcul des seuils sur les résidus qui sera évoqué dans les chapitres suivants prendra donc une importance toute particulière.

**CHAPITRE III :**  
**Les observateurs pour la**  
**détection et la localisation de défauts :**  
**principes de la méthode**



Les deux principales **méthodes déterministes de diagnostic par redondance** analytique utilisant des observateurs sont : l'**Observateur de Luenberger (OL)** et l'**Observateur Généralisé (OG)**. Nous avons mis en oeuvre ces deux types d'approches pour la détection et la localisation de défauts sur l'application considérée.

Un aspect important de notre travail a consisté à caractériser les liens entre les deux approches et leur spécificité, afin de faire ressortir laquelle était la plus à même de répondre à nos besoins et de tenter de dégager des méthodes systématiques de choix et de réglage.

Des approches unificatrices des observateurs ont été menées (Patton et Chen, 91b, Gertler, 93, Ding et Frank, 94, Benamara, 95). Elles ont permis de déterminer une classification des différentes méthodes en termes d'ensemble de solutions au problème de la DLD (fig. III.1). Ainsi l'approche fréquentielle ou Observateurs Généralisés englobe structurellement toutes les méthodes à base d'observateurs : Observateurs de Luenberger, Observateurs de Kalman, Espace de Parité et Observateurs à Entrées Inconnues (OEI).

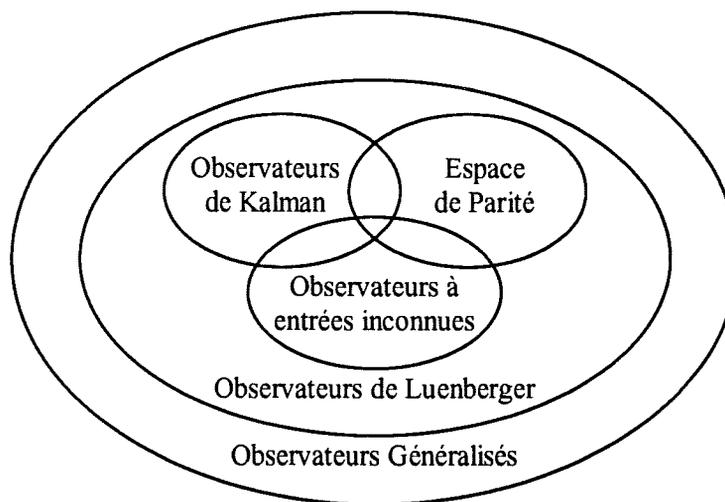


Figure III-1 : Classification des observateurs

Notre objectif a été de caractériser la frontière entre l'espace des solutions obtenu à l'aide des Observateurs de Luenberger, et celui obtenu à l'aide des Observateurs généralisés.

Nous verrons qu'un observateur généralisé correspond à un filtrage de l'erreur de sortie d'un observateur d'état d'ordre plein. Cette possibilité de filtrage (multivariable) semble caractériser les possibilités supplémentaires de découplage que l'observateur généralisé possède vis-à-vis de l'observateur de Luenberger pour lequel le filtre est algébrique. En revanche nous observerons que les possibilités de découplage liées à l'ordre et au réglage de l'observateur d'état lui-même ne sont pas exploitées.

La première partie du chapitre est consacrée à cette caractérisation et à ces discussions.

Dans une deuxième partie nous revenons sur la formulation de la détection et de la localisation des défauts ; à partir des tables de signatures recherchées, qui correspondent à un souci de localisation de défauts simultanés ou non, nous établissons comment ces tables peuvent être construites de manière plus ou moins robuste en exploitant les caractéristiques structurelles ou fréquentielles du système.

### **III.1 Méthodes à base d'observateurs**

Un observateur peut se définir comme un ensemble d'équations différentielles permettant de reconstituer les variables, parfois non mesurables, du système à partir des mesures disponibles. L'utilisation des observateurs a ses origines dans les techniques de commande par retour d'état. Dans ce domaine, les sorties de l'observateur sont rebouclées sur le système régulé.

Les observateurs utilisés en diagnostic diffèrent de ceux utilisés en commande sur deux points (Magni et Mouyon, 91, Frank, 93) :

- Les observateurs de diagnostic sont conçus en vue d'observer des combinaisons linéaires des variables d'état.
- Les observateurs de diagnostic fonctionnent en boucle ouverte. Ils n'ont pas d'influence sur le système diagnostiqué.

Les méthodes analytiques de diagnostic à partir d'observateurs consistent à reconstruire les sorties des procédés, ou une combinaison de ces sorties, à l'aide d'observateurs ou de filtres de Kalman stochastiques. Elles sont très répandues dans la communauté du diagnostic. L'erreur d'estimation, ou l'innovation dans le cas stochastique, ou une fonction de cette erreur, est ensuite utilisée comme résidu.

La première partie de ce chapitre est consacrée à l'approfondissement et à la caractérisation des solutions apportées au problème de la détection de défauts par l'utilisation des observateurs de Luenberger et des observateurs généralisés. Nous nous sommes attachés plus particulièrement à l'examen du lien existant entre les deux approches à l'aide d'une caractérisation dans le domaine fréquentiel des résidus obtenus à l'aide des deux types d'observateurs.

Dans un premier temps, nous nous intéressons aux générateurs de résidus obtenus en utilisant un observateur de Luenberger.

### III.1.1 Observateur de Luenberger

L'observateur de Luenberger est utilisé comme observateur de diagnostic (Wünnenberg et Frank, 87, Ge et Fang, 88, Patton et *al.* 89, Ding et Frank, 94). C'est une structure très générale qui englobe plusieurs solutions citées dans la littérature :

- si l'on considère l'ordre de l'observateur : observateur d'ordre plein (ou filtre de Kalman déterministe) et observateurs d'ordre réduit.
- si l'on considère les systèmes décrits par des équations discrètes : l'espace de parité.
- si l'on rajoute des conditions de synthèse : l'observateur à entrées inconnues.

La présentation des procédures menant à la construction d'un générateur de résidu à partir d'un observateur de Luenberger est réalisée dans un premier temps. La structure du générateur de résidu et ses conditions d'existence sont données avant une discussion sur l'ordre de l'observateur. Elle est suivie de l'examen du cas particulier que représente l'observateur à entrées inconnues. Les résidus obtenus à l'aide d'un observateur de Luenberger sont ensuite exprimés dans le domaine fréquentiel.

La définition de l'observateur de Luenberger est donnée à partir d'une représentation nominale du système. Les défauts et les incertitudes de modélisation sont occultés dans cette étape préliminaire. Leur influence sur le générateur de résidu est examinée par la suite.

#### III.1.1.1 Equations de l'observateur

##### Approche classique

En considérant le système nominal défini par (II.1) :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad \text{(III.1a)}$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad \text{(III.1b)}$$

Un observateur de Luenberger est un système dynamique décrit par :

$$\dot{z}(t) = Nz(t) + Mu(t) + Gy(t), \quad z \in R^k \quad \text{(III.2a)}$$

$$w(t) = Pz(t) + Uu(t) + Vy(t), \quad w \in R^q \quad \text{(III.2b)}$$

Avec :

$$N \in R^{k \times k}, \quad M \in R^{k \times p}, \quad G \in R^{k \times m}, \quad P \in R^{q \times k}, \quad U \in R^{q \times p} \quad \text{et} \quad V \in R^{q \times m}.$$

$z(t)$  est le vecteur d'état de l'observateur,  $u(t)$  et  $y(t)$  ses entrées,  $w(t)$  sa sortie. En observant le vecteur  $Tx(t)$  ( $T \in R^{k \times n}$ ) transformé du vecteur d'état  $x(t)$  ( $z(t)$  tend asymptotiquement vers une combinaison de l'état  $x(t)$  du système),

$$z(t) \rightarrow Tx(t), \quad (\text{III.3})$$

l'observateur permet de reconstruire le vecteur  $Wy(t)$  ( $W \in R^{q \times m}$ ) transformé du vecteur de sortie  $y(t)$  :

$$w(t) \rightarrow Wy(t). \quad (\text{III.4})$$

Le vecteur résidu  $r(t)$  est défini selon :

$$r(t) = Wy(t) - w(t), \quad r \in R^q \quad (\text{III.5})$$

En considérant le modèle (III.1) et l'erreur d'observation

$$e(t) = z(t) - Tx(t), \quad (\text{III.6})$$

on a :

$$\dot{e}(t) = Ne(t) + (M + GD - TB)u(t) + (GC + NT - TA)x(t) \quad (\text{III.7a})$$

$$r(t) = -Pe(t) + (WD - VD - U)u(t) + (WC - VC - PT)x(t) \quad (\text{III.7b})$$

Pour remplir les conditions (III.3) et (III.4) l'erreur d'observation et le résidu doivent vérifier:

$$e(t) \rightarrow 0 \quad (\text{III.8})$$

et

$$r(t) \rightarrow 0. \quad (\text{III.9})$$

Pour cela, les matrices  $T, N, M, G, P, U, V, W$  doivent satisfaire les conditions de Luenberger :

$$\left. \begin{array}{l} N \text{ est une matrice stable} \\ TA - NT = GC \\ TB = M + GD \end{array} \right\} \Rightarrow z(t) \rightarrow Tx(t) \quad (\text{III.10a})$$

$$\left. \begin{array}{l} PT = WC - VC \\ U = WD - VD \end{array} \right\} \Rightarrow w(t) \rightarrow Wy(t) \quad (\text{III.10b})$$

**Remarques :**

- L'observateur défini ci-dessus diffère des observateurs classiques dans la mesure où l'estimation du vecteur d'état  $x(t)$  n'est pas nécessaire.
- La condition nécessaire et suffisante de l'existence d'un observateur (III.2) pour le système (III.1) est que la paire  $(C, A)$  soit détectable (O'Reilly, 83).
- La relation (III.10),  $r(t) = Wy(t) - w(t)$ , implique que les  $q$  composantes du résidu sont des combinaisons linéaires des erreurs d'estimation des  $m$  sorties.

« **Générateur de résidu de Luenberger** »

Notre objectif étant de construire directement des générateurs de résidu dont la sortie est nulle en l'absence de défaut, la sortie  $w(t)$  est une grandeur intermédiaire dont nous pouvons nous passer. Nous avons adopté la représentation suivante à partir des observateurs de Luenberger, qui définit ce que nous appelons un **Générateur de Résidu de Luenberger (GRL)** (fig. III.2):

$$\dot{z}(t) = Nz(t) + Mu(t) + Gy(t), \quad z \in R^k \tag{III.11a}$$

$$r = -Pz(t) - Uu(t) + Ky(t), \quad r \in R^q \tag{III.11b}$$

avec :

$$N \in R^{k \times k}, \quad M \in R^{k \times p}, \quad G \in R^{k \times m}, \quad P \in R^{q \times k}, \quad U \in R^{q \times p} \text{ et } K \in R^{q \times m}.$$

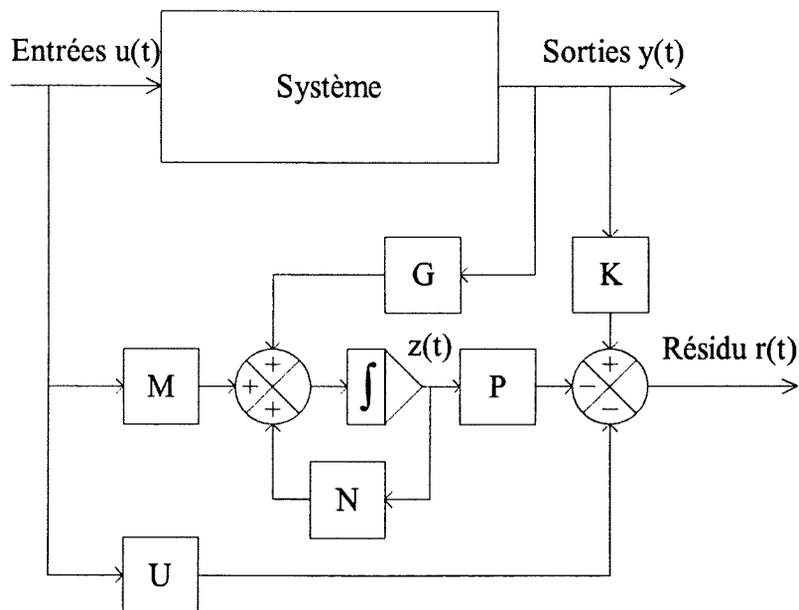


Figure III-2 : Générateur de résidu de Luenberger.

En l'absence de défauts et d'incertitudes de modélisation, le rôle du générateur de résidu est, en reconstituant un vecteur  $Tx(t)$  transformé du vecteur d'état  $x(t)$  (III.3), de produire en sortie une grandeur  $r(t)$  indépendante des entrées  $u(t)$  et  $y(t)$ , donc convergeant vers 0.

Dans le cadre du diagnostic,  $r(t)$  doit être sensible aux défauts en étant, dans la mesure du possible, rendu insensible aux incertitudes de modélisation.

### III.1.1.2 Conditions pour avoir un observateur

La synthèse d'un générateur de résidu de Luenberger consiste donc à rechercher des matrices  $T, N, M, G, P, U$ , et  $K$  qui vérifient le système d'équations suivant :

$$\left. \begin{array}{l} N \text{ est une matrice stable} \\ TA - NT = GC \\ M = TB - GD \end{array} \right\} \Rightarrow z(t) \rightarrow Tx(t) \quad \text{(III.12a)}$$

$$\left. \begin{array}{l} PT = KC \\ U = KD \end{array} \right\} \Rightarrow r(t) \rightarrow 0 \quad \text{(III.12b)}$$

Notons que l'on retrouve les conditions (III.10) avec  $K = W - V$ . Ces conditions sont appelées **conditions du Générateur de Résidu de Luenberger**.

#### Remarques :

- Les observateurs utilisés en commande reconstruisent l'état du système. L'équation de sortie est donc  $\hat{x}(t) = w(t) + Hy(t)$  (pour un observateur d'ordre plein), et les conditions sur les différentes matrices qui définissent l'observateur sont obtenues en écrivant que l'erreur de reconstruction de l'état  $\hat{x}(t) - x(t)$  (au lieu de  $z(t) - Tx(t)$ ) doit être indépendante des entrées de l'observateur.
- Le problème (III.12) définit un système non linéaire de  $(k+q) \times (n+p)$  équations à  $k \times (n+k+m+p) + q \times (k+m+p)$  inconnues sous la contrainte que les  $k \times k$  paramètres de la matrice  $N$  définissent une matrice stable. Si on choisit les  $k$  valeurs propres de  $N$ , le nombre d'inconnues est ramené à  $k \times (n+k+m+p-1) + q \times (k+m+p)$  ; si le système était linéaire, il posséderait donc au moins  $k \times (k+m-1) + q \times (k+m-n)$  degrés de liberté; en pratique toutes les solutions conduisant aux mêmes valeurs propres de  $N$  sont équivalentes. Dans la suite, on choisira donc de mettre  $N$  sous forme diagonale. On a donc un système de  $(k+q) \times (n+p)$  équations à  $k \times (n+m+p+1) + q \times (k+m+p)$  inconnues sous la contrainte que  $N$  soit stable, ou  $k \times (n+m+p) + q \times (k+m+p)$

inconnues si on impose  $N$  (soit pour un système linéaire,  $k \times (m+1) + q \times (k+m-n)$  ou  $k \times m + q \times (k+m-n)$  degrés de liberté).

### III.1.1.3 De l'ordre de l'observateur

Selon l'ordre du vecteur  $z(t)$ , on distingue deux types d'observateurs :

1. Les **observateurs d'ordre plein** pour lesquels l'état est complètement reconstitué. Dans ce cas de figure, la dimension  $k$  de la variable  $z(t)$  est égale à  $n$ , qui est l'ordre du système.  $T$  est régulière. Sans perte de généralité on peut toujours choisir  $z(t) \rightarrow x(t)$  (soit  $T = I_n$ ). En effet, choisir  $z(t) \rightarrow Tx(t)$  avec  $T$  régulière revient à faire une transformation de l'état  $x'(t) = Tx(t)$  et à observer le vecteur d'état  $x'(t)$ .

On a alors :

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)) = (A - LC)\hat{x}(t) + (B - LD)u(t) + Ly(t) \quad \text{(III.13a)}$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) + Du(t) \quad \text{(III.13b)}$$

$$r(t) = K(y(t) - \hat{y}(t)) = -KC\hat{x}(t) - KDu(t) + Ky(t) \quad \text{(III.13c)}$$

On retrouve bien (III.11) avec  $T = I_n$ ,  $N = A - LC$ ,  $M = B - LD$ ,  $G = L$ ,  $P = KC$ , et  $U = KD$ .

Si le résidu est égal à l'écart de sortie (soit  $K = I_m$ ), on a affaire à un observateur d'ordre plein au sens de la commande ou observateur de Kalman déterministe. Notons que l'observateur de Kalman est également utilisé dans des approches du diagnostic où l'on considère les bruits sur les mesures (observateur de Kalman stochastique). Un test de l'innovation évalue la blancheur des résidus pour la détection de défauts dans les capteurs (Willsky, 76).

2. Les **observateurs d'ordre réduit** pour lesquels  $k < n$ . Cette classe inclut également les observateurs minimaux qui estiment uniquement les variables d'état non mesurables.

Dans ce cas  $T \in R^{k \times n}$  est singulière et vérifie les conditions du générateur de résidu de Luenberger (III.12).

D'après Ding et Frank (1994), on peut augmenter l'ordre de l'équation (III.11a) en ajoutant de nouvelles dynamiques pour parvenir à un état d'ordre plein :

Si l'on définit  $T_1 \in R^{(n-k) \times n}$  telle que  $T^* = \begin{bmatrix} T \\ T_1 \end{bmatrix}$  soit régulière,  $N_1 \in R^{(n-k) \times (n-k)}$  stable ,

$M_1 \in R^{(n-k) \times p}$ , et  $N_1 \in R^{(n-k) \times m}$  vérifiant  $T_1 A - N_1 T = G_1 C$ ,  $M_1 = T_1 B - G_1 D$ , on peut introduire une nouvelle variable d'estimation de l'état  $z_1$ , définie par :

$$z_1(t) \rightarrow T_1 x(t) \quad (\text{III.14a})$$

$$\dot{z}_1(t) = N_1 z_1(t) + M_1 u(t) + G_1 y(t) \quad (\text{III.14b})$$

La variable  $z^* = \begin{bmatrix} z \\ z_1 \end{bmatrix}$  vérifie donc :

$$z(t) \rightarrow T^* x(t) \quad (\text{III.15a})$$

$$\dot{z}^*(t) = N^* z^*(t) + M^* u(t) + G^* y(t), z^* \in R^n \quad (\text{III.15b})$$

Et le résidu s'exprime selon:

$$r = -P^* z^*(t) - Uu(t) + Ky(t), r \in R^q \quad (\text{III.15c})$$

Avec :

$$N^* = \begin{bmatrix} N & 0_{k \times (n-k)} \\ 0_{(n-k) \times k} & N_1 \end{bmatrix} \text{ stable, } M^* = \begin{bmatrix} M \\ M_1 \end{bmatrix}, G^* = \begin{bmatrix} G \\ G_1 \end{bmatrix} \text{ vérifiant } T^* A - N^* T^* = G^* C,$$

$$M^* = T^* B - G^* D, \text{ et } P^* = \begin{bmatrix} P & 0_{q \times (n-k)} \end{bmatrix} \text{ vérifiant } P^* T^* = KC.$$

En termes de transfert le générateur de résidu d'ordre réduit est donc équivalent à un générateur de résidu d'ordre plein pour lequel certains modes ne sont pas injectés sur la sortie  $r(t)$ . L'équivalence s'arrête là.

#### III.1.1.4 Addition de conditions de synthèse - Cas de l'observateur à entrées inconnues

L'observateur à entrées inconnues (OEI ou UIO pour *Unknown Input Observer*) est un outil très utilisé aussi bien pour la commande par retour d'état que dans le contexte du diagnostic (Viswanadham et Srichander, 87, Frank et Wünnenberg, 89). Cette technique permet de construire un observateur du système dont les sorties sont indépendantes des incertitudes structurées auxquelles il est soumis. Sa construction est obtenue en réalisant un observateur de Luenberger classique auquel on a rajouté des conditions de synthèse.

Ajoutons au système (III.1) une incertitude structurée  $d(t)$  :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + E_d d(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) + F_d d(t) \end{aligned} \quad \text{(III.16)}$$

avec :

$$d(t) \in R^{p_d}, E_d \in R^{n \times p_d} \text{ et } F_d \in R^{m \times p_d}.$$

Si l'on construit un GRL selon (III.11) et (III.12) à partir du modèle du système (III.16), l'erreur d'observation et le résidu s'écrivent alors :

$$\dot{e}(t) = Ne(t) + (GF_d - TE_d)d(t) \quad \text{(III.17a)}$$

$$r(t) = -Pe(t) + KF_d d(t) \quad \text{(III.17b)}$$

L'observateur à entrées inconnues est un générateur de résidu de Luenberger conçu pour que l'état de l'observateur et le résidu soient insensibles aux incertitudes  $d(t)$ . Pour cela il doit satisfaire les deux conditions supplémentaires :

- pour que l'état de l'observateur soit insensible à  $d(t)$  :

$$TE_d - GF_d = 0 \quad \text{(III.18a)}$$

- pour que le résidu soit insensible à  $d(t)$ , l'état l'étant par ailleurs :

$$KF_d = 0 \quad \text{(III.18b)}$$

Il faut noter que dans le cas général l'observateur peut être d'ordre plein ou réduit; dans le cas où  $F_d = 0$  (les incertitudes n'affectent pas les sorties), l'ordre de l'observateur est au maximum égal à la dimension de l'espace orthogonal à  $\text{Im}(E_d)$ .

Il faut également noter que les conditions (III.18) sont suffisantes mais pas nécessaires ; il suffit en fait que le résidu soit insensible aux incertitudes structurées, sans que l'état le soit. La démarche consiste alors à annuler le transfert du résidu par rapport aux incertitudes structurées. Cette méthode est employée par Patton et Chen (1992, 1993) grâce à une technique *d'attribution d'une structure propre* au système en boucle fermée (*Eigenstructure Assignment Approach*). Cette approche fait néanmoins l'hypothèse que l'effet des incertitudes structurées sur les sorties est négligeable ( $F_d = 0$ ). Nous reviendrons sur ce point au chapitre IV, en proposant une méthode pour annuler le transfert du résidu par rapport aux incertitudes structurées lorsque  $F_d \neq 0$ .

**Remarques :**

- Les problèmes (III.12) et (III.18) définissent un système non linéaire de  $(k + q) \times (n + p + p_d)$  équations à  $k \times (n + m + p + 1) + q \times (k + m + p)$  inconnues, si l'on considère que la matrice  $N$  est une matrice diagonale de  $k$  paramètres à partie réelle strictement négative, et à  $k \times (n + m + p) + q \times (k + m + p)$  inconnues, si l'on fixe  $N$ . Si le système était linéaire, il posséderait au moins  $k \times (m - p_d + 1) + q \times (k + m - n - p_d)$  degrés de liberté (ou  $k \times (m - p_d) + q \times (k + m - n - p_d)$  si l'on fixe  $N$ ).
- Au même titre que les observateurs à entrées inconnues, l'espace de parité (Chow et Willsky, 84) est une technique très répandue dans la communauté du diagnostic (Patton et Chen 91a, 91b, Berendsen, 93, Berendsen et al. 93). Cette méthode n'a pas été mise en oeuvre dans ce travail. Notons cependant qu'il a été démontré que ce type d'approche était un cas particulier d'observateur discret réglé pour avoir une réponse pile pour l'erreur d'observation (Frank et Wünnenberg, 89, Gertler 91).

Après ces discussions sur l'ordre de l'observateur et le cas particulier de l'observateur à entrées inconnues, nous examinons l'expression des GRL dans le domaine fréquentiel.

**III.1.1.5 Ecritures des générateurs de résidus de Luenberger dans le domaine fréquentiel**

**a) En fonction de l'erreur d'équation**

Dans le domaine fréquentiel, (III.11) s'écrit :

$$(III.11a) \Rightarrow z(s) = (sI_k - N)^{-1} (Mu(s) + Gy(s)) \quad (III.19a)$$

$$(III.11b) \Rightarrow r(s) = -\left[ P(sI_k - N)^{-1} M + U \right] u(s) + \left[ K - P(sI_k - N)^{-1} G \right] y(s) \quad (III.19b)$$

– Si la matrice  $T$  est régulière (générateur de résidu d'ordre plein), et compte tenu des conditions (III.12), on peut écrire :

$$r(s) = -\left[ KCT^{-1}(sI_n - N)^{-1}(TB - GD) + KD \right] u(s) + \left[ K - KCT^{-1}(sI_n - N)^{-1}G \right] y(s).$$

Soit :

$$r(s) = K \begin{pmatrix} \left[ I_m - CT^{-1}(sI_n - N)^{-1}G \right] y(s) \\ -\left[ CT^{-1}(sI_n - N)^{-1}(TB - GD) + D \right] u(s) \end{pmatrix}. \quad (III.20)$$

- Lorsque  $T$  est singulière, et d'après (III.15), on a pour un générateur de résidu d'ordre réduit :

$$r(s) = K \left( \begin{array}{l} \left[ I_m - CT^{*-1}(sI_n - N^*)^{-1}G^* \right] y(s) \\ - \left[ CT^{*-1}(sI_n - N^*)^{-1}(T^*B - G^*D) + D \right] u(s) \end{array} \right). \quad (\text{III.21})$$

Par conséquent, que l'on considère un générateur de résidu de Luenberger d'ordre plein ou d'ordre réduit on peut toujours écrire :

$$\boxed{r(s) = K \left( \hat{M}_u(s)y(s) - \hat{N}_u(s)u(s) \right)} \quad (\text{III.22})$$

Avec :

$$\begin{aligned} \hat{M}_u(s) &= I_m - CT^{-1}(sI_n - N)^{-1}G \quad \text{ou} \quad \hat{M}_u(s) = I_m - CT^{*-1}(sI_n - N^*)^{-1}G^* \\ \hat{N}_u(s) &= CT^{-1}(sI_n - N)^{-1}(TB - GD) + D \quad \text{ou} \quad \hat{N}_u(s) = CT^{*-1}(sI_n - N^*)^{-1}(T^*B - G^*D) + D \end{aligned}$$

On vérifie aisément que  $\hat{M}_u(s)$  et  $\hat{N}_u(s)$  sont les éléments d'une factorisation première à gauche de  $G_u(s) = C(sI_n - A)^{-1}B + D$  (cf. annexe A), la matrice  $L$  étant donnée par  $L = T^{-1}G$  ou  $L = T^{*-1}G^*$ , et la stabilité de  $A - LC$  étant garantie par le fait que  $N$  et  $N^*$  sont des matrices stables.

**Démonstration** : considérons par exemple une des expressions de  $\hat{M}_u(s)$  donnée par (III.22) :  $\hat{M}_u(s) = I_m - CT^{-1}(sI_n - N)^{-1}G$ . Comme  $T$  est régulière, on a :  $\hat{M}_u(s) = I_m - C(sI_n - T^{-1}NT)^{-1}T^{-1}G$ . D'après (III.12) et en posant  $L = T^{-1}G$ , la matrice  $T^{-1}NT = A - T^{-1}GC = A - LC$  est stable, et  $\hat{M}_u(s)$  s'exprime alors selon  $\hat{M}_u(s) = I - C(sI - A + LC)^{-1}L$ ,  $L$  étant une matrice telle que  $A - LC$  soit stable. En procédant de manière analogue pour la deuxième expression de  $\hat{M}_u(s)$  et celles de  $\hat{N}_u(s)$  données par (III.22), on retrouve les expressions des éléments de la factorisation première à gauche de  $G_u(s) = C(sI_n - A)^{-1}B + D$  (cf. annexe A).

**L'expression dans le domaine fréquentiel de la sortie d'un générateur de résidu de Luenberger, d'ordre plein ou d'ordre réduit, peut donc toujours s'écrire sous la forme d'une combinaison de l'erreur de sortie d'un observateur d'ordre plein (ou erreur d'équation) du système.**

Cette propriété nous permet de déterminer deux expressions équivalentes de  $r(s)$  en fonction des défauts et des incertitudes de modélisation qui affectent le système.

**b) En fonction des défauts et des incertitudes de modélisation**

Reprenons le modèle de diagnostic temporel (II.19) incluant défauts et incertitudes structurées et non structurées :

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + E_f f(t) + E_d d(t) + E^* d^*(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) + F_f f(t) + F_d d(t) + F^* d^*(t)\end{aligned}$$

– L’erreur d’observation et le résidu s’écrivent alors :

$$\dot{e}(t) = Ne(t) + (GF_f - TE_f)f(t) + (GF_d - TE_d)d(t) + (GF_{d^*} - TE_{d^*})d^*(t) \quad \text{(III.23a)}$$

$$r(t) = -Pe(t) + KF_f f(t) + KF_d d(t) + KF_{d^*} d^*(t) \quad \text{(III.23b)}$$

Le passage dans le domaine fréquentiel nous donne la représentation suivante :

$$\boxed{r(s) = \left[ P(sI_k - N)^{-1} (TE_f - GF_f) + KF_f \right] f(s) + \left[ P(sI_k - N)^{-1} (TE_d - GF_d) + KF_d \right] d(s) + \left[ P(sI_k - N)^{-1} (TE_{d^*} - GF_{d^*}) + KF_{d^*} \right] d^*(s)} \quad \text{(III.24)}$$

– Si l’on considère la représentation du système dans le domaine fréquentiel (II.20) :

$$y(s) = G_u(s)u(s) + G_f(s)f(s) + G_d(s)d(s) + G_{d^*}(s)d^*(s)$$

(III.22) nous permet d’exprimer le résidu dans le domaine fréquentiel en fonction des défauts et des incertitudes selon :

$$\boxed{r(s) = K\hat{M}_u(s) \left( G_f(s)f(s) + G_d(s)d(s) + G_{d^*}(s)d^*(s) \right)} \quad \text{(III.25)}$$

En considérant les deux cas de figure, on peut donc écrire :

$$\boxed{r(s) = G_{OLf}(s)f(s) + G_{OLd}(s)d(s) + G_{OLd^*}(s)d^*(s)} \quad \text{(III.26)}$$

Avec :

$$G_{OLf}(s) = P(sI_l - N)^{-1} (TE_f - GF_f) + KF_f = K\hat{M}_u(s)G_f(s)$$

$$G_{OLd}(s) = P(sI_l - N)^{-1} (TE_d - GF_d) + KF_d = K\hat{M}_u(s)G_d(s)$$

$$G_{OLd^*}(s) = P(sI_l - N)^{-1} (TE_{d^*} - GF_{d^*}) + KF_{d^*} = K\hat{M}_u(s)G_{d^*}(s)$$

**Remarque :**

Avec un observateur à entrées inconnues, on obtient :

$$G_{OLd}(s) = 0$$

Après avoir présenté les générateurs de résidus de Luenberger et leur caractérisation dans le domaine fréquentiel, nous nous intéressons aux observateurs généralisés pour lesquels le générateur de résidu est synthétisé directement dans le domaine fréquentiel.

### III.1.2 Observateurs généralisés

#### III.1.2.1 Forme générale des générateurs de résidus

L'utilisation des observateurs généralisés pour le diagnostic consiste à générer des résidus dans le domaine fréquentiel à partir des entrées et des sorties du système sous surveillance. Ainsi tout résidu peut être mis sous la forme d'un système dynamique (fig. III.3) :

$$r(t) = H(y(t)) + F(u(t)), \text{ ou } r(s) = H(s)y(s) + F(s)u(s) \quad (\text{III.27})$$

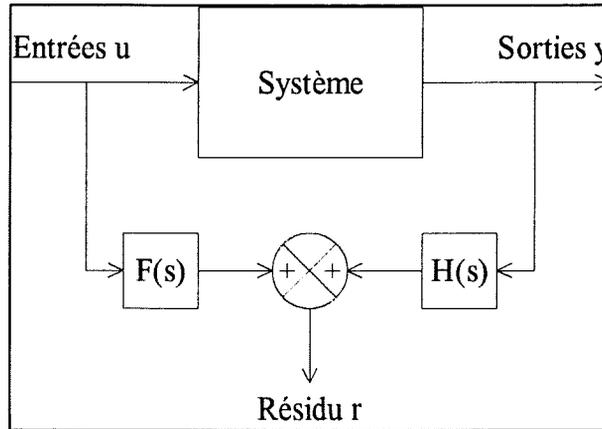


Figure III-3 : Génération de résidu à l'aide de l'approche fréquentielle.

#### III.1.2.2 Une classe de solutions

Il a été démontré (Ding et Frank, 90) que la forme (III.27), sous la condition

$$r(s) = 0, \forall u(s), \Delta y(s) = 0, \quad (\text{III.28})$$

est équivalente à une paramétrisation du résidu (fig. III.4) selon :

$$r(s) = Q(s) \left( \hat{M}_u(s)y(s) - \hat{N}_u(s)u(s) \right) \quad (\text{III.29})$$

Avec  $r \in R^q$ , et où  $Q(s) \in RH_\infty^{q \times m}$  est une matrice de transfert paramétrant l'erreur d'équation.

$\hat{M}_u(s) \in RH_\infty^{m \times m}$ ,  $\hat{N}_u(s) \in RH_\infty^{m \times p}$  sont les éléments d'une factorisation première à gauche de  $G_u(s)$  (cf. annexe A).

Physiquement,  $Q(s)$  peut être interprété comme un filtre de sortie chargé d'extraire des informations sur les défauts de la grandeur

$$r_0(s) = \hat{M}_u(s)y(s) - \hat{N}_u(s)u(s). \quad (\text{III.30})$$

**Remarques :**

- Pour qu'un tel schéma existe, il faut que la paire  $(C, A)$  soit détectable.
- Si le système est stable, on peut choisir  $\hat{M}_u(s) = I_m$  et  $\hat{N}_u(s) = G_u(s)$ , alors :

$$\boxed{r(s) = Q(s)(y(s) - G_u(s)u(s))} \quad \text{(III.31)}$$

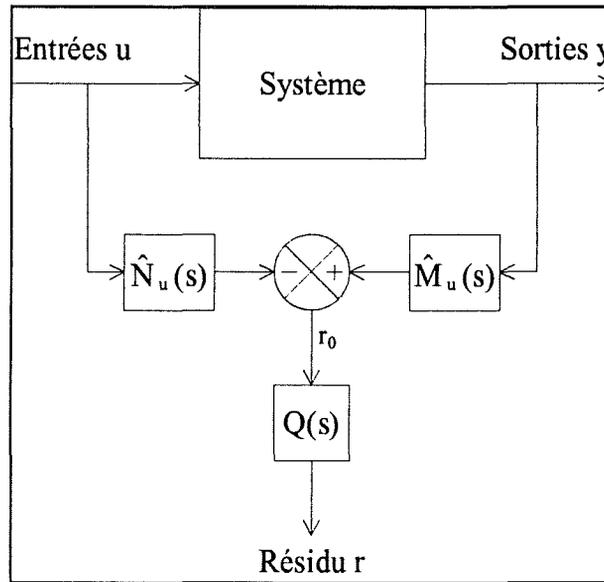


Figure III-4 : Paramétrisation des générateurs de résidus dans le domaine fréquentiel.

**Mise en oeuvre des observateurs généralisés :**

En pratique,  $r_0$  est la sortie d'un Générateur de Résidu de Luenberger d'ordre plein avec  $K = I$  (III.13 - annexe A). Dans le cas d'un système stable,  $r_0$  se ramène à l'erreur de sortie entre le système et un modèle parallèle (cf. II.1.2.1). On utilisera un observateur et non un modèle parallèle si le système est instable ou si l'on souhaite jouer sur la dynamique d'observation.

Dans l'approche observateur généralisé, le découplage des résidus vis-à-vis des incertitudes et la localisation des défauts sont réalisés exclusivement à l'aide de la matrice de paramétrisation. On n'utilise donc pas a priori les possibilités de découplage liées au choix de l'observateur définissant  $r_0$ .

Il faut donc noter que si structurellement l'observateur généralisé inclut l'observateur de Luenberger (d'ordre plein ou d'ordre réduit), puisque  $r_0$  est pondéré par un filtre et non une matrice algébrique, en termes de réglage, la philosophie est différente.

L'expression de  $r(s)$  en fonction des défauts et des incertitudes de modélisation qui affectent le système est obtenue à partir de la représentation sous forme de transfert du modèle de diagnostic.

### III.1.2.3 Expression du résidu en fonction des défauts et des incertitudes de modélisation

Reprenons le modèle de diagnostic fréquentiel (II.20) incluant défauts et incertitudes structurées et non structurées :

$$y(s) = G_u(s)u(s) + G_f(s)f(s) + G_d(s)d(s) + G_{d^*}(s)d^*(s)$$

On construit un observateur généralisé selon (III.29). La factorisation première à gauche de  $G_u(s)$  étant donnée par  $G_u(s) = \hat{M}_u^{-1}(s)\hat{N}_u(s)$ , on a donc :

$$\boxed{r(s) = G_{O_{Gf}}(s)f(s) + G_{O_{Gd}}(s)d(s) + G_{O_{Gd^*}}(s)d^*(s)} \quad \text{(III.32)}$$

Avec :

$$G_{O_{Gf}}(s) = Q(s)\hat{M}_u(s)G_f(s)$$

$$G_{O_{Gd}}(s) = Q(s)\hat{M}_u(s)G_d(s)$$

$$G_{O_{Gd^*}}(s) = Q(s)\hat{M}_u(s)G_{d^*}(s)$$

L'analogie entre les deux expressions du résidu  $r(s)$  obtenues à l'aide d'un générateur de résidu de Luenberger et d'un observateur généralisé nous permet de tirer les conclusions suivantes quant aux structures des deux observateurs.

### III.1.3 Lien entre l'Observateur Généralisé et le Générateur de Résidu de Luenberger

D'après (III.26) et (III.32), on peut exprimer les résidus obtenus à l'aide d'un observateur de Luenberger ou d'un observateur généralisé de la même manière sous la forme d'une fonction des défauts et des incertitudes de modélisation :

$$\boxed{r(s) = G_{O_f}(s)f(s) + G_{O_d}(s)d(s) + G_{O_{d^*}}(s)d^*(s)} \quad \text{(III.33)}$$

Lorsque l'on observe l'expression du transfert  $G_{O_f}(s)$  obtenue avec les deux méthodes, les remarques suivantes, qui sont valables pour les transferts  $G_{O_d}(s)$  et  $G_{O_{d^*}}(s)$ , s'imposent.

- Que l'on utilise un Observateur Généralisé ou un Générateur de Résidu de Luenberger, le transfert entre le vecteur résidu  $r(s)$  et le vecteur défaut  $f(s)$  s'exprime de la même manière:

$$G_{O_f}(s) = Q(s)\hat{M}_u(s)G_f(s)$$

- Pour un GRL, la matrice de paramétrisation  $Q(s) = K$  est algébrique (III.22). Le réglage de l'observateur (ordre plein ou ordre réduit) à des fins particulières (détection de défauts, découplage des incertitudes structurées) influe sur la forme de  $\hat{M}_u(s)$  (III.22).
- Pour un OG, seul le réglage de  $Q(s)$  est utilisé à des fins de détection ou de découplage, la seule contrainte sur  $\hat{M}_u(s)$  étant qu'elle soit obtenue à partir d'un observateur d'ordre plein du système.

Par conséquent et bien que les philosophies de réglage des deux types d'observateur soient différentes, les expressions de la réponse du résidu dans le domaine fréquentiel montrent que celle obtenue à l'aide d'un GRL est un cas particulier de celle obtenue à l'aide d'un OG.

Toute condition de synthèse du générateur portant sur l'expression fréquentielle du résidu  $r(s)$  est donc susceptible d'être en premier lieu réalisable avec un OG, avant de pouvoir l'être avec un GRL. Une application concrète de cette propriété sera présentée ultérieurement lorsque l'on considèrera le problème du découplage parfait. Notons que cela ne présume en rien de la totale inclusion des solutions apportées par les observateurs de Luenberger au problème du diagnostic dans l'ensemble des solutions réalisables à l'aide d'un observateur généralisé. Tout dépend en réalité des critères de réglage que l'on se fixe pour la synthèse des deux types d'observateurs.

La matrice  $Q(s)$  de l'observateur généralisé apporte néanmoins un degré supplémentaire par rapport à la matrice algébrique  $K$  du générateur de résidu de Luenberger pour la réalisation du générateur de résidu : celui de pouvoir réaliser un **filtrage** de l'erreur de sortie d'un observateur d'état d'ordre plein. Cet aspect a été utilisé par Frank et Ding (1994) en introduisant des critères de synthèse du générateur de résidu exprimés dans le domaine fréquentiel. Ces critères et les solutions qui en découlent ont été étudiés et mis en oeuvre pour la réalisation des schémas de détection et de localisation de défauts sur notre application.

La représentation fréquentielle des générateurs de résidu nous permet d'exprimer de manière formelle le problème de la détection et de la localisation de défauts qui est l'objet de la partie suivante.



### III.2 Formulation du problème de la DLD

Cette partie est consacrée à la formulation du problème de la détection et de la localisation des défauts. Pour cela nous introduisons l'utilisation des tables de signatures, qui correspondent à un souci de localisation de défauts, simultanés ou non. Nous établissons comment ces tables peuvent être construites à l'aide de générateurs de résidus de manière plus ou moins robuste en exploitant les caractéristiques structurelles ou fréquentielles du système.

#### III.2.1 Définitions

Considérons un système soumis à trois défauts pour lequel on a synthétisé un générateur de résidu à deux composantes. Le transfert entre le vecteur résidu et le vecteur défaut est par exemple donné par :

$$r(s) = \begin{bmatrix} r_1(s) \\ r_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & 0 & g_{13}(s) \\ 0 & g_{22}(s) & g_{23}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(s) \\ f_2(s) \\ f_3(s) \end{bmatrix} \quad (\text{III.34})$$

$g_{11}(s)$ ,  $g_{13}(s)$ ,  $g_{22}(s)$  et  $g_{23}(s)$  étant des fonctions de transfert propres et stables, non nulles.

#### Remarque :

Il faut noter que le vecteur résidu peut être obtenu à l'aide d'un ou de plusieurs observateurs.

Le vecteur  $r(t)$  est tel que, en réponse à un défaut particulier  $f_i$  ou  $f_j$ , un sous ensemble de ses composantes, spécifique au défaut, est non nul. Les résidus sont dits **structurés**. En d'autres termes, un ensemble de résidus structurés implique que chaque résidu élémentaire est affecté par un sous ensemble propre de défauts ( $r_1$  est affecté par le sous ensemble constitué de  $f_1$  et  $f_3$ ,  $r_2$  par le sous ensemble constitué de  $f_2$  et  $f_3$ ).

La référence pour la décision de l'occurrence d'un défaut est la **signature** du défaut ; elle est définie de la manière suivante.

L'analyse des résidus structurés est simplifiée dans la mesure où il suffit de déterminer lesquelles des composantes de  $r(t)$  sont **non nulles**. Dans la mesure où les résidus sont susceptibles d'être affectés par des incertitudes de modélisation  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$  agissant selon

$$r(s) = \begin{bmatrix} r_1(s) \\ r_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & 0 & g_{13}(s) \\ 0 & g_{22}(s) & g_{23}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(s) \\ f_2(s) \\ f_3(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1(s) \\ \varepsilon_2(s) \end{bmatrix}, \quad (\text{III.35})$$

il faut en pratique déterminer lesquelles des composantes de  $r(t)$  sont **supérieures à un certain seuil** dépendant de  $\varepsilon_1(s)$  et  $\varepsilon_2(s)$ .

Une comparaison à un **seuil de détection** peut alors être réalisée pour chaque composante séparément. Ce test implique un résultat booléen, un «1» représentant un dépassement de seuil. En combinant ces booléens dans un vecteur binaire on crée ce que l'on appelle la **signature du défaut**. L'ensemble des signatures correspondant à tous les défauts possibles est appelé **table de signatures**. Par exemple, pour (III.34), l'ensemble des signatures se présente selon :

	$f_1$	$f_2$	$f_3$
$r_1$	1	0	1
$r_2$	0	1	1

Tableau III-1 : Table de signatures

Classiquement, la **signature d'un défaut** (par rapport à l'ensemble des résidus) correspond à une colonne de la table de signatures et traduit le comportement de ce défaut par rapport à chacun des résidus. On parlera de la **signature d'un résidu** (par rapport à l'ensemble des défauts) pour désigner une ligne de la table de signatures, qui indique l'influence de chacun des défauts sur un résidu particulier. On parlera également de signature du défaut  $f_j$  par rapport au résidu  $r_i$ , ou d'une manière générale de **signature élémentaire**, pour désigner le booléen qui traduit l'influence du défaut  $f_j$  sur le résidu  $r_i$ .

La notion de signature permet de formaliser le problème de la localisation robuste des défauts. Cela se concrétise par la construction de tables de signatures particulières qui dépendent des différents objectifs que l'on s'est fixés pour la réalisation du schéma de DLD. Ces objectifs dépendent notamment des hypothèses que l'on peut faire sur les instants d'apparition des défauts. On envisagera les deux cas de figure que sont l'hypothèse des défauts simultanés et celle des défauts non simultanés. Dans un premier temps nous nous attachons à décrire à l'aide des signatures la problématique de la localisation d'un défaut particulier pris parmi les autres.

### III.2.2 Localisation d'un défaut

La **localisation** du défaut  $f_i$  consiste à générer un résidu  $r_i$  qui permet de détecter  $f_i$ , tout en étant découplé des autres défauts. Notons  $\tilde{f}_i$ , le vecteur regroupant tous les défauts sauf le défaut  $f_i$  :

$$\tilde{f}_i = [f_1^T \cdots f_{i-1}^T f_{i+1}^T \cdots f_{p_f}^T]^T, \text{ pour } i \in [2 \cdots p_f - 1], \tilde{f}_1 = [f_2^T \cdots f_{p_f}^T]^T, \text{ et } \tilde{f}_{p_f} = [f_1^T \cdots f_{p_f-1}^T]^T.$$

La signature du résidu  $r_i$  construit pour la localisation du défaut  $f_i$  est la suivante :

	$f_i$	$\tilde{f}_i$
$r_i$	1	0...0

Tableau III-2 : Signature du résidu  $r_i$  pour la localisation du défaut  $f_i$ .

On parlera de **localisation robuste** du défaut  $f_i$  vis-à-vis des incertitudes de modélisation lorsque le générateur de résidu est synthétisé afin d'être de surcroît découplé des incertitudes de modélisation. Le problème à résoudre consiste alors à découpler le résidu des incertitudes structurées  $d$ , des défauts  $\tilde{f}_i$ , ainsi que des incertitudes non structurées. La signature du résidu  $r_i$  pour la localisation robuste du défaut  $f_i$  est la suivante :

	$f_i$	$\tilde{f}_i$	$d$	$d^*$
$r_i$	1	0	0	0

Tableau III-3 : Signature du résidu  $r_i$  pour la localisation robuste du défaut  $f_i$ .

Le problème de la localisation d'un défaut est étendu à celui de la localisation de tous les défauts dans les paragraphes suivants. Nous envisageons tout d'abord le cas où les défauts peuvent se produire simultanément.

### III.2.3 Localisation de défauts simultanés

La localisation de  $p_f$  défauts pouvant se produire simultanément nécessite l'utilisation d'un schéma de DLD possédant une table de signatures de type diagonal. Ce schéma est réalisé en utilisant  $p_f$  résidus élémentaires  $r_i$  ayant chacun la capacité de localiser le défaut  $f_i$  comme défini précédemment.

A titre d'exemple, ce schéma a été employé de longue date pour la détection et la localisation de défauts dans les capteurs (Clark, 78b, 79). A chaque capteur est dédié un observateur qui est rebouclé uniquement sur la sortie du capteur considéré. Ainsi, un défaut dans le  $i$ ème

capteur provoque une erreur dans la reconstruction de la sortie du  $i$ ème observateur. Ce schéma a été appelé schéma **DOS** (*Dedicated Observer Scheme*). Cette méthode a également été appliquée pour la détection et la localisation de défauts dans les actionneurs.

Dans la suite, et par extension, on appellera **structure DOS** toute structure dont la table de signatures par rapport aux défauts a une forme diagonale. Comme il faut de surcroît être découplé des incertitudes, la table de signatures se présente classiquement sous la forme suivante :

	$f_1$	...	$f_i$	...	$f_{p_f}$	$d$	$d^*$
$r_1$	1	0	0	0	0	0	0
.	0	1	0	0	0	0	0
$r_i$	0	0	1	0	0	0	0
.	0	0	0	1	0	0	0
$r_{p_f}$	0	0	0	0	1	0	0

Tableau III-4 : Table de signatures de type DOS.

Pour des raisons qui seront explicitées plus loin, on peut être amené à introduire un résidu supplémentaire sensible à l'ensemble des défauts et insensible à l'ensemble des perturbations.

Ce type de solutions impose donc  $p_f$  ou  $p_f + 1$  résidus pour la localisation de  $p_f$  défauts.

Par analogie avec la terminologie employée par Gertler (93), ce type de table est **parfaitement localisante**.

Nous verrons plus loin que la réalisation des tables parfaitement localisantes impose des conditions souvent très restrictives concernant notamment le nombre de défauts simultanés pouvant être localisés. Lorsque l'on peut relâcher l'hypothèse sur la simultanéité des défauts, la construction des générateurs de résidu devient moins contraignante et l'on peut envisager des structures de localisation telles que celles présentées ci-dessous.

### III.2.4 Localisation de défauts non simultanés

Lorsque l'on peut faire l'hypothèse que les défauts affectant le système n'interviennent pas simultanément, on peut envisager d'utiliser un schéma de DLD possédant une table de signatures des types indiqués ci-dessous:

**Cas n°1**

	$f_1$	..	$f_i$	..	$f_{p_f}$	$d$	$d^*$
$r_1$	0	1	1	1	1	0	0
.	1	0	1	1	1	0	0
$r_i$	1	1	0	1	1	0	0
.	1	1	1	0	1	0	0
$r_{p_f}$	1	1	1	1	0	0	0

Tableau III-5 : Table de signatures de type GOS

A titre d'exemple, ce schéma a été utilisé pour superviser  $q$  capteurs ou  $q$  actionneurs à l'aide de  $q$  observateurs tels que le  $i$ ème observateur est rebouclé sur les sorties de tous les capteurs (ou de tous les actionneurs) excepté le  $i$ ème (schéma **GOS** : *Generalized Observer Scheme*, Frank 87a). Par conséquent un défaut dans le  $i$ ème capteur (ou actionneur) se traduit par une erreur dans la reconstruction de la sortie de tous les observateurs, sauf du  $i$ ème. Dans la suite, et par extension on appellera **structure GOS** toute structure dont la table de signatures par rapport aux défauts répondra à la structure précédente.

On constate que cette table est de type diagonale par les 0, elle impose donc le même nombre de résidus que pour le schéma DOS bien que ne permettant pas la localisation de défauts simultanés. En revanche elle possède l'avantage que chaque observateur peut être construit pour être insensible à  $q-1$  incertitudes structurées. D'après Gertler (93), ce type de table est **fortement localisante**. En effet, si un défaut de faible amplitude n'est pas détecté par un résidu élémentaire à cause par exemple d'un seuil trop élevé (signature élémentaire égale à 0 au lieu de 1), la table de signatures GOS est telle que le code dégénéré correspondant ne peut être interprété comme un code valide.

**Cas n°2**

On peut également construire des schémas de localisation utilisant un nombre minimum de résidus. En prenant l'exemple d'un système soumis à quatre défauts, une table de signatures du type indiqué ci-dessous permet d'atteindre cet objectif :

	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$d$	$d^*$
$r_1$	0	1	1	0	0	0
$r_2$	1	0	1	0	0	0
$r_3$	1	1	0	1	0	0

Tableau III-6 : Table de signatures de type MOS.

On constate que chaque défaut correspond à une signature différente, le nombre de défauts maximum détectable avec  $q$  résidus étant égal à  $2^q - 1$ . On appellera **MOS** (*Minimal Observer Scheme*) cette structure.

La structure MOS à l'avantage sur les deux autres structures d'être moins coûteuse en temps de calcul dans la mesure où le nombre de résidus devant être implantés est moins important : on peut par exemple détecter et localiser 7 défauts avec 3 résidus, alors qu'il en faut 7 avec une structure DOS ou MOS.

Elle correspond cependant à la définition des tables **faiblement localisantes** de Gertler (93). En effet, en considérant par exemple la table de signatures III.6, on constate que pour un défaut  $f_2$ , si le résidu  $r_1$  ne le détecte pas et si le résidu  $r_3$  le détecte, alors la signature décelée correspondra au défaut  $f_4$ .

### III.2.5 Obtention des tables de signatures

Pour aboutir aux tables de signatures précédentes, il y a plusieurs manières de procéder. L'objectif, quelle que soit la table de signature considérée, est de construire un certain nombre de résidus, chacun réagissant (signature élémentaire égale à 1) à un sous ensemble particulier de défauts (détection) et étant découplé (signature élémentaire égale à 0) des autres défauts, ainsi que des incertitudes de modélisation (robustesse). Par exemple pour une structure GOS, il s'agira d'obtenir  $p_f$  résidus, chacun étant découplé d'un défaut et des incertitudes de modélisation.

Dans tous les cas de figure, la construction des structures de détection et de localisation est toujours réalisée en deux étapes. Des techniques dites de robustesse active sont tout d'abord appliquées lors de la construction des générateurs de résidus, puis des techniques de robustesse passive sont mises en oeuvre pour la phase d'évaluation des résidus et de calcul des seuils de détection.

#### III.2.5.1 Robustesse active

La première étape consiste à créer des générateurs tels que l'influence dans les résidus des incertitudes de modélisation et des défauts devant être découplés soit minimisée ; on parle de **robustesse active**. Les techniques pouvant être employées à cet effet sont nombreuses. Nous avons choisi d'étudier trois cas de figure (Ding, 92, Frank et Ding 94) : le **découplage parfait**, le **découplage presque parfait** et le **découplage approximatif optimal**.

• **Découplage parfait**

Le découplage parfait consiste à annuler cette influence, du moins en théorie. Un résidu obtenu à l'aide du découplage parfait est tel que la signature de ce résidu est équivalente à la matrice de transfert du résidu vis-à-vis des défauts et des incertitudes structurées, dans la mesure où à une signature élémentaire nulle correspond un transfert nul, et à une signature élémentaire non nulle, un transfert non nul.

**Exemple :**

	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$d$
$r$	0	1	1	0

Table de signatures

$$[r(s)] = \begin{bmatrix} 0 & \frac{s}{s+1} & \frac{1}{s+1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(s) \\ f_2(s) \\ f_3(s) \\ d(s) \end{bmatrix}$$

Transfert résidu/entrées structurées

Le découplage parfait est envisageable avec tous les observateurs décrits précédemment.

On nommera **structures robustes à découplage parfait**, les structures pour lesquelles tous les résidus du schéma de DLD sont réalisés avec la technique du découplage parfait. En d'autres termes, aux 1 de la table des signatures correspondent des éléments de la matrice de transfert non nuls, et aux 0, des transfert nuls. Le tableau III.7 présente les matrices de transfert entre les résidus et les entrées structurées pour des **structures DOS, GOS ou MOS robustes à découplage parfait**. L'exemple considéré est un système soumis à 4 défauts et à une incertitude structurée ; une \* correspond à une fonction de transfert non nulle.

DOS	$\begin{bmatrix} r_1(s) \\ r_2(s) \\ r_3(s) \\ r_4(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & * & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & * & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & * & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(s) \\ f_2(s) \\ f_3(s) \\ f_4(s) \\ d(s) \end{bmatrix}$
GOS	$\begin{bmatrix} r_1(s) \\ r_2(s) \\ r_3(s) \\ r_4(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & * & * & * & 0 \\ * & 0 & * & * & 0 \\ * & * & 0 & * & 0 \\ * & * & * & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(s) \\ f_2(s) \\ f_3(s) \\ f_4(s) \\ d(s) \end{bmatrix}$
MOS	$\begin{bmatrix} r_1(s) \\ r_2(s) \\ r_3(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & * & * & 0 & 0 \\ * & 0 & * & 0 & 0 \\ * & * & 0 & * & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(s) \\ f_2(s) \\ f_3(s) \\ f_4(s) \\ d(s) \end{bmatrix}$

Tableau III-7 : Structures de localisation robustes à découplage parfait.

**Remarques :**

1. La structure DOS à découplage parfait est connue dans la littérature (Frank et Ding 94) sous le terme **PFDI** (*Perfect Fault Detection and Isolation scheme*).
2. Les conditions nécessaires et suffisantes d'existence de telles structures sont relativement aisées à formuler lorsque l'on examine les caractéristiques des matrices de transfert reliant les sorties du procédé à ses entrées inconnues structurées.

Les conditions d'existence des structures présentés plus haut étant souvent difficiles à respecter, nous avons été amenés à utiliser les structures suivantes que nous appellerons structures augmentées :

DOS	$\begin{bmatrix} r_0(s) \\ r_1(s) \\ r_2(s) \\ r_3(s) \\ r_4(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} * & * & * & * & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 & ? \\ 0 & * & 0 & 0 & ? \\ 0 & 0 & * & 0 & ? \\ 0 & 0 & 0 & * & ? \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(s) \\ f_2(s) \\ f_3(s) \\ f_4(s) \\ d(s) \end{bmatrix}$
GOS	$\begin{bmatrix} r_0(s) \\ r_1(s) \\ r_2(s) \\ r_3(s) \\ r_4(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} * & * & * & * & 0 \\ 0 & * & * & * & ? \\ * & 0 & * & * & ? \\ * & * & 0 & * & ? \\ * & * & * & 0 & ? \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(s) \\ f_2(s) \\ f_3(s) \\ f_4(s) \\ d(s) \end{bmatrix}$
MOS	$\begin{bmatrix} r_0(s) \\ r_1(s) \\ r_2(s) \\ r_3(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} * & * & * & * & 0 \\ 0 & * & * & 0 & ? \\ * & 0 & * & 0 & ? \\ * & * & 0 & * & ? \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(s) \\ f_2(s) \\ f_3(s) \\ f_4(s) \\ d(s) \end{bmatrix}$

Tableau III-8 : Structures de localisation augmentées.

Elles consistent à construire des schémas de DLD pour lesquels la matrice de transfert entre le résidu et les défauts est réalisée grâce au découplage parfait et est « équivalente » à la table des signatures pour les entrées de défaut. Le découplage des incertitudes structurées est réalisé par une autre méthode.

Ces structures sont qualifiées de structures augmentées car elles sont complétées par un résidu supplémentaire  $r_0$ , qui réalise un découplage parfait des incertitudes structurées et qui garantit une détection de tous les défauts. Les résidus  $r_1, \dots, r_4$  permettent la localisation des défauts, à condition de prendre en compte les incertitudes structurées lors du calcul des seuils de détection.

Ces structures offrent de moins bonnes performances que les précédentes en terme de robustesse vis-à-vis des incertitudes structurées. Cependant leurs conditions de réalisation, qui seront données au chapitre IV, sont moins contraignantes. Le résidu supplémentaire  $r_0$  permet de garantir une détection des défauts parfaitement robuste vis-à-vis des incertitudes structurées.

Les conditions d'existence de ces structures seront données au chapitre IV. Ces conditions seront notamment analysées en fonction du nombre de défauts que l'on souhaite localiser, du nombre d'incertitudes structurées qui affectent le système, et du nombre de capteurs dont on dispose.

- **Autres cas**

Les deux autres cas de figure utilisent les caractéristiques fréquentielles des matrices de transfert connues entre les sorties du système et ses différentes entrées inconnues ; ce sont des méthodes de **découplage approximatif**. Elles ne sont possibles qu'avec les observateurs généralisés.

On distinguera le cas où l'on réalise un **découplage presque parfait** (l'influence des incertitudes de modélisation et des défauts devant être découplés est à peu près **nulle dans une certaine zone de fréquences**).

L'autre cas de figure envisagé est le **découplage approximatif optimal** (l'influence des incertitudes de modélisation et des défauts devant être découplés est **minimisée** par rapport à celle des défauts devant être détectés).

**Exemple de découplage presque parfait :**

Dans l'exemple présenté ci-dessous, le découplage presque parfait est réalisé dans la zone de fréquences située à l'infini : lorsque l'on évalue la valeur de la matrice de transfert pour  $s \rightarrow \infty$ , on vérifie que les éléments nuls correspondent à des 0 dans la table des signatures, et ceux qui sont non nuls à des 1.

	$f_1$	$f_2$	$d$
$r$	1	0	0

Table de signatures

$$[r(s)] = \begin{bmatrix} \frac{s-2}{s+1} & \frac{1}{s+2} & \frac{-7}{s+2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(s) \\ f_2(s) \\ d(s) \end{bmatrix}$$

Transfert résidu/entrées structurées

Les trois possibilités de découplage envisagées ne sont généralement pas applicables à des incertitudes de type non structuré. Notons cependant qu'Hamelin (1995) et Patton et Chen (1993) proposent également des solutions approximatives optimales qui rentrent dans le cadre de la robustesse active, appliquées au découplage des incertitudes non structurées (essentiellement paramétriques).

Les techniques de robustesse active peuvent être combinées pour réaliser des schémas de détection et de localisation particuliers de la même manière que la technique du découplage parfait est utilisée pour la construction de structures robustes à découplage parfait ou de structures augmentées. Le champ des possibilités est vaste. Nous nous sommes uniquement intéressés à la structure de type DOS qui peut être construite de la manière suivante :

On construit un maximum de résidus à l'aide du découplage parfait dans la mesure où cela est possible. Les autres défauts sont localisés à l'aide des techniques de découplage approximatif. On aboutit dans ce cas à des matrices de transfert semblables à :

$$\begin{bmatrix} r_1(s) \\ r_2(s) \\ r_3(s) \\ r_4(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & * & 0 & 0 & 0 \\ ? & ? & * & ? & ? \\ ? & ? & ? & * & ? \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(s) \\ f_2(s) \\ f_3(s) \\ f_4(s) \\ d(s) \end{bmatrix}, \tag{III.36}$$

où une \* correspond à un transfert non nul, et un ? , à un transfert nul ou non.

Une application de cette démarche sera proposée au chapitre V.

### III.2.5.2 Robustesse passive

Pour prendre en compte les incertitudes non structurées et/ou pour compléter les méthodes utilisant un découplage actif approximatif, on peut également jouer sur la définition et l'utilisation de **seuils de détection** sur les résidus : c'est la **robustesse passive**. A cet effet, on utilise une fonction  $J(r)$ , appelée **fonction d'évaluation**, grâce à laquelle le résidu est évalué en temps réel. Dès que la valeur prise par  $J(r)$  dépasse un certain seuil, l'alarme est déclenchée (fig. III.5). Il s'agit de déterminer des seuils de détection suffisamment hauts pour garantir que les entrées devant être découplées ne provoqueront pas de fausses alarmes, mais aussi les plus bas possibles afin d'optimiser les taux de détection.

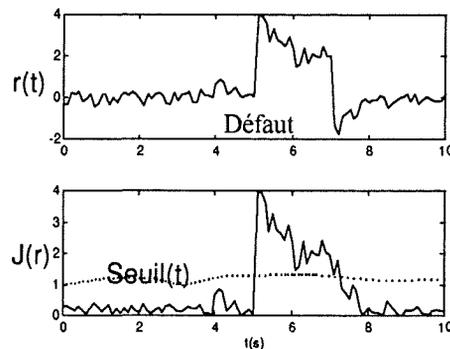


Figure III-5 : Détection par évaluation du résidu.

L'évaluation en temps réel des résidus et leur comparaison à des seuils de détection permet de définir une signature expérimentale qui, comparée à la table des signatures théorique permet la localisation des défauts. Cette étape nécessite la mise en oeuvre d'une **logique de détection** capable d'interpréter les signatures expérimentales obtenues en temps réel. Cet outil peut se présenter sous la forme d'une **logique de détection simple** (fig. III.6), utilisant des équations booléennes, ou de **logiques plus complexes à base de règles**. Ces dernières permettent de prendre en compte la dynamique propre de chacun des résidus, le type de réponse obtenu en fonction du type de défaut considéré ou les phénomènes parasites tels que les variations brusques des résidus dues à la discrétisation des générateurs de résidus implantés expérimentalement. La logique est sécurisée au maximum afin d'éviter les aléas sur les indicateurs de défaut.

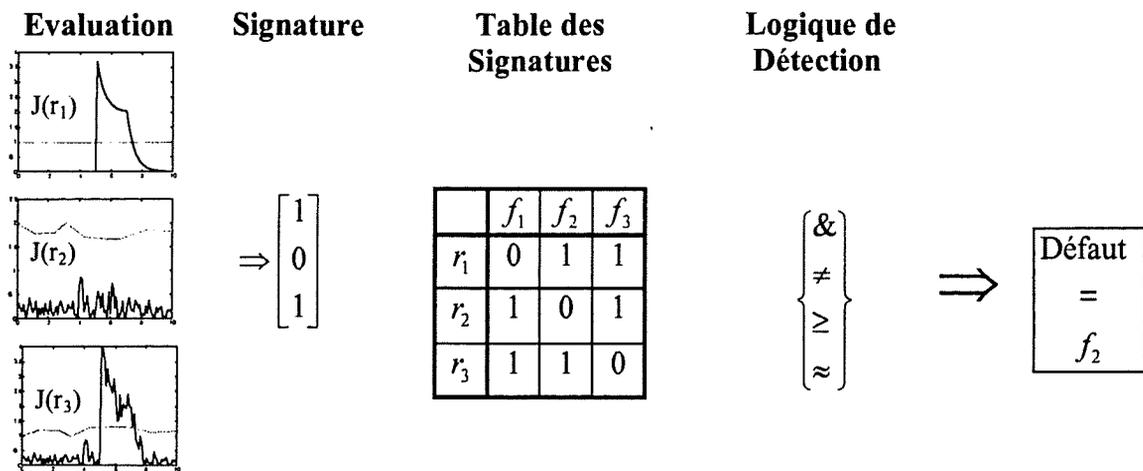


Figure III-6 : Localisation d'un défaut grâce à une logique de détection.

La mise en oeuvre expérimentale des schémas de DLD se présente finalement sous la forme suivante :

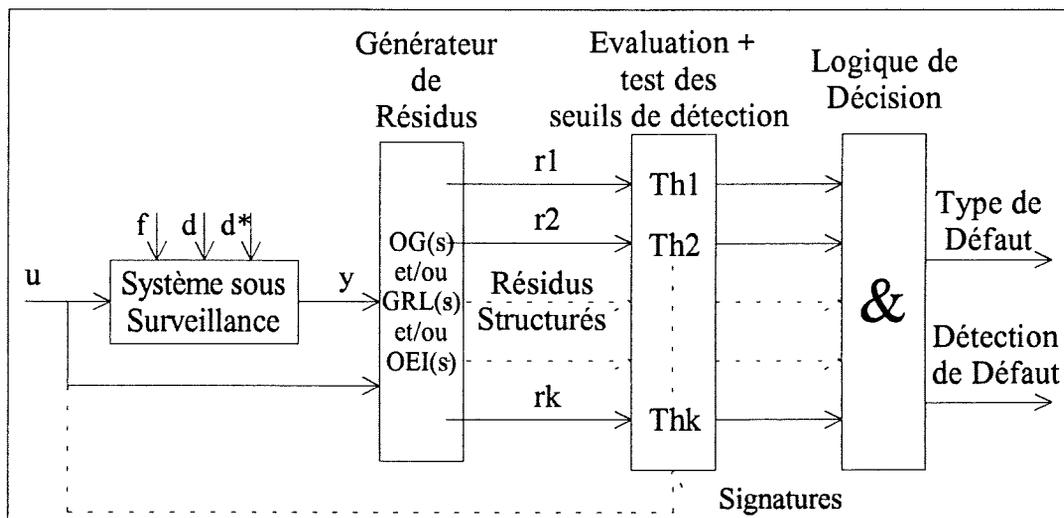


Figure III-7 : Implantation des schémas de détection et de localisation de défauts.

Notons que le premier étage du schéma de DLD de la figure III.7, le générateur de résidu, est constitué d'un certain nombre d'observateurs, pouvant être des OG, des GRL ou des OEI, dont le rôle est de délivrer un (ou plusieurs) résidu(s), l'objectif étant, en rassemblant les différents résidus élémentaires, d'obtenir un ensemble de résidus structurés dont la table des signatures permet la localisation des défauts.

Chaque résidu résulte de l'utilisation des techniques de robustesse active, que ce soit le découplage parfait, presque parfait ou approximatif optimal.

La robustesse passive est mise en oeuvre dans le deuxième étage du schéma (évaluation). Notons que souvent (cas presque parfait et approximatif optimal), il existe un couplage plus ou moins important avec l'étage précédent dans la mesure où le choix des fonctions d'évaluation dépend du choix de la méthode employée pour réaliser le découplage.

Les méthodes de synthèse des générateurs de résidus par robustesse active à l'aide des observateurs généralisés et des générateurs de résidus de Luenberger, ainsi que les principes de la robustesse passive seront développés au chapitre IV.



**CHAPITRE IV :**  
**Les observateurs pour la DLD**  
**Procédures de réalisation - Synthèse**



Dans ce chapitre, nous détaillons la mise en oeuvre des différentes solutions proposées au chapitre précédent pour la réalisation des schémas de DLD.

1. Dans un premier temps, nous traitons le problème du découplage parfait, à l'aide de l'exemple de la détection des défauts par découplage parfait des incertitudes structurées. Pour cela nous avons réexaminé les conditions nécessaires (et suffisantes) d'existence de solutions avec un OG, un GRL à découplage fréquentiel, ou un OEI.
2. **Cette étude préliminaire nous permet dans un deuxième temps de présenter des conditions nécessaires (et suffisantes) d'existence et de proposer des règles générales pour la construction des structures de localisation à découplage parfait et des structures augmentées.**
3. Les procédures de mise en oeuvre des méthodes approximatives de robustesse active sont ensuite détaillées et analysées.
4. Enfin nous présentons les méthodes d'évaluation des résidus et les problèmes qui se posent pour le calcul des seuils.

Rappelons que la réponse fréquentielle d'un résidu, qu'il soit construit à l'aide d'un OG, ou d'un GRL s'écrit (III.29):

$$r(s) = Q(s) \left( \hat{M}_u(s)y(s) - \hat{N}_u(s)u(s) \right), \quad Q(s) \in RH_{\infty}^{q \times m}, \text{ ou } Q(s) = K \in R^{q \times m} \quad (\text{IV.1})$$

**Remarques :**

- Pour ne pas surcharger nos expressions, nous considérerons par la suite, sauf si cela est exprimé de manière explicite, que  $Q(s)$  peut représenter soit une matrice de transfert, soit une matrice algébrique. Cette notation pour les matrices algébriques ne présente a priori aucun inconvénient dans la mesure où  $R^{q \times m} \subset RH_{\infty}^{q \times m}$ .
- Notre propos n'est pas, au début tout au moins, d'exploiter les  $q$  dimensions du vecteur résidu pour la localisation. L'objectif minimum est d'élaborer une quantité découplée d'un certain nombre d'entrées inconnues structurées et sensible aux autres entrées. Le fait que cette quantité puisse être un vecteur ou un scalaire ne pose aucun problème de généralité vis-à-vis de la réalisation de l'objectif. Il est la plupart du temps préférable, que ce soit pour la résolution du problème de découplage ou pour l'implantation expérimentale, d'élaborer une quantité scalaire. Notons cependant que la réalisation de schémas de DLD pour lesquels *les résidus élémentaires sont des vecteurs* est tout à fait envisageable, la

transformation de ces *résidus élémentaires vectoriels* en grandeurs scalaires pouvant être comparées à un seuil étant réalisée par la fonction d'évaluation.

- Une manière d'exploiter qualitativement de manière globale les  $q$  dimensions du résidu sera présentée lors de la description du schéma PFDI (*Perfect Fault Detection and Isolation scheme*). Nous verrons cependant que si l'interprétation de la solution peut être réalisée dans un espace de dimension  $q$ , sa résolution correspond bien à celles de  $q$  problèmes unidimensionnels.

Lorsque l'on considère le modèle de diagnostic complet (II.20), le résidu s'écrit (III.33):

$$r(s) = G_{of}(s)f(s) + G_{od}(s)d(s) + G_{od^*}(s)d^*(s) \quad (\text{IV.2})$$

Pour l'études des méthodes de robustesse active, les incertitudes non structurées ne sont pas prises en compte, par conséquent :

$$r(s) = G_{of}(s)f(s) + G_{od}(s)d(s) \quad (\text{IV.3})$$

Rappelons que l'on considère  $p_f$  défauts et le vecteur des incertitudes structurées  $d$  :

$$r(s) = G_{od}(s)d(s) + \begin{bmatrix} G_{of_1}(s) & \dots & G_{of_{p_f}}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(s) \\ \vdots \\ f_{p_f}(s) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.4})$$

Le vecteur des incertitudes structurées est de dimension  $p_d$ . On admettra de plus que la matrice de transfert  $G_d(s)$  est de rang plein en colonne :

$$\text{rang}(G_d(s)) = p_d \quad (\text{IV.5})$$

En d'autres termes, les  $p_d$  incertitudes structurées sont indépendantes.

## IV.1 Conditions d'existence et procédures pour la mise en oeuvre du découplage parfait

Dans cette partie nous présentons les procédures que nous avons été amenés à développer ou à adopter pour la construction des générateurs de résidus, GRL, OG ou OEI, réglés pour réaliser un découplage parfait de certaines entrées inconnues structurées. Les procédures mises en oeuvre s'appuient sur une analyse a priori des conditions d'existence de solutions au problème posé. Les conditions que nous présentons sont issues d'une analyse mathématique et géométrique, que nous avons menée à partir des travaux de Francis (1987), Vidyasagar (1985) et Frank et Ding (1994), sur la structure des différentes matrices de transfert qui définissent l'action des défauts et des incertitudes structurées sur le système.

Notons que ces procédures sont présentées en considérant le problème du découplage parfait des incertitudes structurées ; nous verrons par la suite comment elles peuvent être étendues à la construction des structures de localisation à découplage parfait.

### IV.1.1 Formulation du problème

Le problème à résoudre consiste à construire des résidus tels que chaque résidu est découplé d'un certain nombre d'entrées inconnues structurées.

- Rappelons par exemple la forme de la  $i$ -ème ligne de la structure DOS du tableau III.4 :

	$f_1$	...	$f_{i-1}$	$f_i$	$f_{i+1}$	...	$f_{p_f}$	$d$	$d^*$
$r_i$	0	...	0	1	0	...	0	0	0

Tableau IV-1 : Signature du résidu  $r_i$  pour la localisation robuste du défaut  $f_i$ , structure DOS.

Le résidu  $r_i$  doit donc être découplé des entrées  $\tilde{f}_i = [f_1^T \cdots f_{i-1}^T f_{i+1}^T \cdots f_{p_f}^T]^T$ ,  $d$  et  $d^*$ . Le découplage de  $d$  et  $\tilde{f}_i$  peut être réalisé grâce aux techniques de robustesse active, éventuellement complétées par un calcul de seuil. Pour  $d^*$ , on applique les techniques de robustesse passive, qui sont abordées plus loin.

- De manière analogue, la signature du résidu  $r_2$  de la structure MOS du tableau III.6 se présente sous la forme suivante :

	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$d$	$d^*$
$r_2$	1	0	1	0	0	0

Tableau IV-2 : Signature du résidu  $r_2$  : structure MOS.

Les entrées inconnues structurées à découpler sont dans ce cas  $f_2, f_4$  et  $d$ .

D'une manière générale, les méthodes de robustesse active sont utilisées pour réaliser le découplage d'un certain nombre d'entrées inconnues structurées (défauts ou incertitudes structurées).

- Nous examinerons leur mise en oeuvre en considérant l'exemple de la **détection des défauts robuste vis-à-vis des incertitudes structurées**. Il consiste à construire des résidus découplés des incertitudes structurées et qui permettent la détection de tous les défauts. La signature de ce type de résidu vis-à-vis des entrées inconnues structurées se présente sous la forme :

	$f_1$	..	$f_i$	..	$f_{p_f}$	$d$
$r$	1	..	1	..	1	0

Tableau IV-3 : Signature pour une détection robuste des défauts vis-à-vis des incertitudes structurées

Lorsque les résidus sont construits avec un découplage parfait des incertitudes structurées, les fonctions de transfert entre le résidu  $r$  et les différentes entrées inconnues structurées sont de la forme :

$e(s)$	$f_1(s)$	..	$f_i(s)$	..	$f_{p_f}(s)$	$d$
$\frac{r(s)}{e(s)}$	$G_{of_1}(s) \neq 0$	..	$G_{of_i}(s) \neq 0$	..	$G_{of_{p_f}}(s) \neq 0$	$G_{od}(s) = 0$

Tableau IV-4 : Transferts pour une détection robuste des défauts vis-à-vis des incertitudes structurées

La généralisation de l'utilisation de ces méthodes pour la construction des schémas de DLD sera par la suite obtenue en incluant les défauts à découpler dans  $d$ .

La résolution du problème du découplage parfait avec un OG ou un GRL doit donc respecter les conditions suivantes :

$$G_{Od}(s) = 0 \text{ et } G_{Of}(s) = \left[ G_{of_1}(s) \cdots G_{of_{p_f}}(s) \right], \text{ avec } G_{of_i}(s) \neq 0, \forall i \in [1 \cdots p_f] \quad \text{(IV.6)}$$

- Avec un observateur généralisé, il s'agit de trouver  $Q(s)$  et  $\hat{M}_u(s)$  tels que :

$$\boxed{Q(s)\hat{M}_u(s)G_d(s) = 0} \quad \text{(IV.7a)}$$

$$\boxed{Q(s)\hat{M}_u(s)G_{f_i}(s) \neq 0, \forall i \in [1 \dots p_f]} \quad \text{(IV.7b)}$$

$\hat{M}_u(s)$  étant obtenu par ailleurs en construisant un observateur d'ordre plein **quelconque** du système.

- Avec un générateur de résidu de Luenberger, il s'agit de construire le générateur afin que ses différentes matrices vérifient :

$$\boxed{P(sI_l - N)^{-1}(TE_{f_i} - GF_{f_i}) + KF_{f_i} \neq 0, \forall i \in [1 \dots p_f]} \quad \text{(IV.8a)}$$

$$\boxed{P(sI_l - N)^{-1}(TE_d - GF_d) + KF_d = 0} \quad \text{(IV.8b)}$$

Lorsque ces équations sont résolues dans le domaine fréquentiel, on a un **GRL à découplage fréquentiel**.

- On a un **observateur à entrées inconnues**, lorsque les conditions précédentes sont réalisées avec les conditions particulières :

$$\boxed{TE_d - GF_d = 0} \quad \text{(IV.9a)}$$

$$\boxed{KF_d = 0} \quad \text{(IV.9b)}$$

Nous avons montré (III.26) que les conditions du GRL à découplage fréquentiel pouvaient s'écrire :

$$K\hat{M}_u(s)G_d(s) = 0 \quad \text{(IV.10a)}$$

$$K\hat{M}_u(s)G_{f_i}(s) \neq 0, \forall i \in [1 \dots p_f] \quad \text{(IV.10b)}$$

$K$  étant l'une des matrices du générateur de résidu, et  $\hat{M}_u(s)$  étant dans ce cas de figure obtenu à partir d'une **réalisation particulière** d'un observateur d'ordre plein du système. Cette réalisation dépend des différentes matrices qui définissent le générateur (III.11).

Par conséquent l'analyse structurelle des GRL et des OG nous permet d'affirmer que **pour que le problème du découplage parfait des incertitudes structurées ait une solution** (avec un OG ou un GRL), **il est nécessaire qu'il existe un OG permettant de résoudre le problème**. L'approche fréquentielle et les observateurs généralisés permettent de déterminer des conditions nécessaires et suffisantes à l'existence d'une solution ; celles-ci seront

présentées au paragraphe suivant. Compte tenu des remarques précédentes, **ces conditions sont nécessaires à l'existence d'un GRL à découplage fréquentiel ; néanmoins, en l'état de nos connaissances, nous ne sommes pas en mesure d'affirmer qu'elles sont suffisantes.**

#### IV.1.2 Découplage à l'aide d'un observateur généralisé

##### IV.1.2.1 Conditions d'existence

Les conditions nécessaires et suffisantes d'existence d'un tel générateur de résidu sont issues de Ding (1994) et Vidyasagar (1985):

$$\boxed{\text{rang}[G_d(s) \ G_{f_i}(s)] = \text{rang}(G_d(s)) + 1, \text{ pour } i \in [1 \dots p_f]} \quad (\text{IV.11})$$

Physiquement, ces conditions peuvent être interprétées de la manière suivante :  $d$  et  $f_i$  ont des effets totalement découplés sur les mesures  $y$ , pour tout  $i \in [1 \dots p_f]$ .

##### Remarques :

- Comme  $\hat{M}_u(s) \in RH_\infty^{m \times m}(s)$  et  $\hat{M}_u^{-1}(s) \in RH_\infty^{m \times m}(s)$  (cf. annexe A), on a :

$$\text{rang}(\hat{M}_u(s)G(s)) = \text{rang}(G(s)), \text{ pour } G(s) \in RH^{m \times p}(s). \quad (\text{IV.12})$$

Les conditions (IV.11) sont donc équivalentes à :

$$\text{rang}(\hat{M}_u(s)[G_d(s) \ G_{f_i}(s)]) = \text{rang}(\hat{M}_u(s)G_d(s)) + 1, \text{ pour } i \in [1 \dots p_f] \quad (\text{IV.13})$$

- Dans la mesure où  $G_d(s) \in RH^{m \times p_d}(s)$  et  $G_{f_i}(s) \in RH^{m \times 1}(s)$ , on a :

$$\text{rang}[G_d(s) \ G_{f_i}(s)] \leq m.$$

La condition (IV.13) implique donc nécessairement que  $p_d \leq m - 1$  : **le nombre de mesures disponibles doit être strictement supérieur au nombre de perturbations indépendantes.**

- La remarque précédente reste valable lorsque l'on souhaite découpler parfaitement des entrées structurées dont le rang des matrices de transfert par rapport aux  $m$  sorties dont on dispose est  $q$  : on doit nécessairement avoir  $q \leq m - 1$ .

### IV.1.2.2 Interprétation géométrique

Notons tout d'abord la propriété suivante :

La construction de  $Q(s)$  nécessite que  $Q(s)$  soit une matrice de transfert orthogonale à gauche à  $\hat{M}_u(s)G_d(s)$  (IV.7a). En d'autres termes,  $Q(s)$  réalise une projection orthogonale dans l'espace orthogonal à gauche à  $\hat{M}_u(s)G_d(s)$  qui est de dimension  $m - p_d$ .

#### Illustration :

Considérons un système disposant de trois mesures ( $m = 3$ ). Il est soumis à une perturbation structurée  $d$  ( $\text{rang}(G_d(s)) = p_d = 1$ ) et à deux défauts  $f_1$  et  $f_2$ . On suppose avoir construit un observateur d'ordre plein du système qui définit une matrice de transfert  $\hat{M}_u(s) \in RH_\infty^{3 \times 3}$ . On pose :

$$z(s) = \hat{M}_u(s) \begin{bmatrix} G_d(s) & G_{f_1}(s) & G_{f_2}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d(s) \\ f_1(s) \\ f_2(s) \end{bmatrix},$$

$z(s)$  est de dimension 3. On peut donc représenter les vecteurs  $\hat{M}_u(s)G_{f_1}(s)$ ,  $\hat{M}_u(s)G_{f_2}(s)$  et  $\hat{M}_u(s)G_d(s)$  dans un espace à trois dimensions.

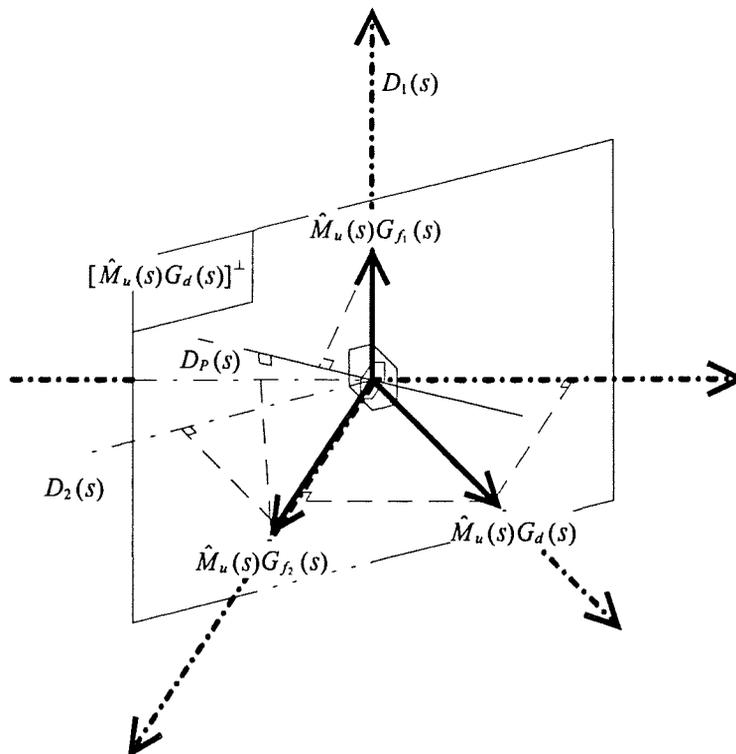


Figure IV-1 : Exemple de découplage parfait des incertitudes structurées<sup>1</sup>

<sup>1</sup>  $D_1(s), D_2(s), D_p(s) \in [\hat{M}_u(s)G_d(s)]^\perp$

Les conditions (IV.11) et (IV.13) sont vérifiées dans la mesure où les directions définies par  $\hat{M}_u(s)G_{f_1}(s)$  et  $\hat{M}_u(s)G_d(s)$ , d'un côté, par  $\hat{M}_u(s)G_{f_2}(s)$  et  $\hat{M}_u(s)G_d(s)$  de l'autre, sont linéairement indépendantes dans l'espace de dimension trois. L'espace orthogonal à  $\hat{M}_u(s)G_d(s)$  est défini par le plan  $[\hat{M}_u(s)G_d(s)]^\perp$ . Les projections orthogonales de  $\hat{M}_u(s)G_{f_1}(s)$  et de  $\hat{M}_u(s)G_{f_2}(s)$  sur le plan  $[\hat{M}_u(s)G_d(s)]^\perp$  sont non nulles, alors que celle de  $\hat{M}_u(s)G_d(s)$  l'est.  $Q(s)$  réalise une projection orthogonale dans  $[\hat{M}_u(s)G_d(s)]^\perp$ . On remarque que dans ce cas, l'espace image défini par  $Q(s)$  est de dimension 2 ; en d'autres termes, on aura la possibilité de choisir un résidu de dimension 2. On peut également choisir de faire une projection orthogonale sur une direction particulière de  $[\hat{M}_u(s)G_d(s)]^\perp$ , sur la droite  $D_p(s)$  par exemple ; dans ce cas on définit un résidu de dimension 1.

#### IV.1.2.3 Construction de la matrice de paramétrisation

La construction d'une matrice de paramétrisation  $Q(s)$  vérifiant (IV.7) est relativement aisée à réaliser. Elle consiste à trouver une matrice  $Q(s)$  qui soit orthogonale à gauche à la matrice de transfert  $\hat{M}_u(s)G_d(s)$ . **Nous proposons un algorithme pour la construction de  $Q(s)$**  illustré à l'aide de l'exemple simple d'un système à deux sorties ( $m = 2$ ) soumis à un défaut  $f$  et à une incertitude structurée  $d$ .

Les matrices de transfert des sorties du système par rapport à  $d$  et à  $f$  vérifient la propriété (IV.11) :

$$\text{rang}\begin{bmatrix} G_d(s) & G_{f_1}(s) \end{bmatrix} = \text{rang}(G_d(s)) + 1.$$

On suppose avoir construit un observateur d'ordre plein du système qui définit une matrice de transfert  $\hat{M}_u(s) \in RH_\infty^{2 \times 2}$ , et l'on a :

$$\hat{M}_u(s)G_d(s) = \begin{bmatrix} Md_{11}(s) \\ Md_{21}(s) \end{bmatrix} \quad \text{(IV.14a)}$$

$$\hat{M}_u(s)G_f(s) = \begin{bmatrix} Mf_{11}(s) \\ Mf_{21}(s) \end{bmatrix} \quad \text{(IV.14b)}$$

$Md_{11}(s)$ ,  $Md_{21}(s)$ ,  $Mf_{11}(s)$  et  $Mf_{21}(s)$  sont des fonctions de transfert monovariabiles propres et stables.

**La procédure est mise en oeuvre à l'aide du logiciel de calcul formel Macsyma 2.0.**

1. La première étape de la construction consiste à caractériser l'espace orthogonal à gauche à  $\hat{M}_u(s)G_d(s)$ . Pour cela, on détermine le polynôme  $\Delta_d(s)$  dénominateur commun aux différentes fonctions de transfert composant  $\hat{M}_u(s)G_d(s)$ . Puis on écrit la matrice de transfert sous la forme du rapport d'une matrice polynomiale *numérateur*  $N_d(s)$  sur le dénominateur commun.

$$\hat{M}_u(s)G_d(s) = \frac{N_d(s)}{\Delta_d(s)} = \frac{1}{\Delta_d(s)} \begin{bmatrix} Nd_{11}(s) \\ Nd_{21}(s) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.15})$$

2. On détermine ensuite une matrice polynomiale  $N_d^\perp(s)$  orthogonale à gauche à  $N_d(s)$ .

Une solution immédiate pour l'exemple considéré consiste à choisir  $N_d^\perp(s) = [Nd_{21}(s) \quad -Nd_{11}(s)]$ . (IV.16)

En pratique, la matrice suivante est choisie car elle permet de minimiser l'ordre du numérateur de  $Q(s)$  :

$$N_d^\perp(s) = \frac{1}{\text{pgcd}(Nd_{21}(s), Nd_{11}(s))} [Nd_{21}(s) \quad -Nd_{11}(s)],$$

3. La dernière étape consiste à choisir un dénominateur  $\Delta_q(s)$  tel que :

$$Q(s) = \frac{N_d^\perp(s)}{\Delta_q(s)} \in RH_\infty.$$

Pour que  $Q(s)$  soit propre, le degré  $n_q$  du polynôme  $\Delta_q(s)$  doit être choisi supérieur ou égal au degré maximum des polynômes qui composent  $N_d^\perp(s)$ . La stabilité de  $Q(s)$  est garantie en choisissant des racines à partie réelle négative pour  $\Delta_q(s)$ . Ainsi, on détermine la dynamique du générateur de résidu en choisissant les  $n_q$  valeurs propres de  $Q(s)$  :  $\Delta_q(s) = (s - \alpha_1) \dots (s - \alpha_{n_q})$ . Il est important de noter ici que **le choix de la dynamique de Q(s) importe peu**, pourvu qu'elle soit stable.

**Remarque :**

- La construction de  $Q(s)$  peut également être réalisée grâce à la propriété suivante :

**Propriété (Francis 87) :** Pour toute matrice  $F(s)$  de rang  $k$  élément de  $RH_{\infty}^{m \times p}(s)$ , il existe des matrices  $G(s) \in RH_{\infty}^{m \times m}(s)$  et  $H(s) \in RH_{\infty}^{p \times p}(s)$  unimodulaires, et  $F_1(s) \in RH_{\infty}^{k \times k}(s)$ , avec  $\text{rang}(F_1(s)) = k$ , telles que :

$$F(s) = G(s) \begin{bmatrix} F_1(s) & 0_{k \times (p-k)} \\ 0_{(m-k) \times k} & 0_{(m-k) \times (p-k)} \end{bmatrix} H(s). \quad (\text{IV.17})$$

Les matrices  $G(s)$ ,  $H(s)$  et  $F_1(s)$  peuvent être obtenues aisément par des manipulations élémentaires des lignes et des colonnes de  $F(s)$ .

Une matrice  $Q(s)$  telle que  $Q(s)F(s) = 0$  est obtenue en posant  $Q(s) = \alpha(s) \begin{bmatrix} 0_{(m-k) \times k} & I_{(m-k) \times (m-k)} \end{bmatrix} G^{-1}(s)$ , où  $\alpha(s)$  est une fonction de transfert, ou une matrice de transfert de taille appropriée propre et stable.

- Dans la mesure où  $\hat{M}_u(s)G_d(s) \in RH_{\infty}(s)$ , on peut utiliser la propriété précédente pour résoudre le problème du découplage parfait (IV.7a) avec un OG et construire  $Q(s)$ . De plus la condition nécessaire et suffisante d'existence d'un générateur de résidu (IV.11) garantit, d'après la propriété précédente, que les défauts seront détectés (IV.7b est vérifiée).

**IV.1.3 Découplage à l'aide d'un GRL à découplage fréquentiel**

Considérons un générateur de résidu de Luenberger (III.11) :

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= Nz(t) + Mu(t) + Gy(t), \quad z \in R^k \\ r &= -Pz(t) - Uu(t) + Ky(t), \quad r \in R^q \end{aligned}$$

Les matrices  $T, N, M, G, P, U, K$  doivent vérifier les conditions de Luenberger suivantes (III.12) :

$$\begin{aligned} N \text{ stable} & & (\text{IV.18a}) \\ TA - NT &= GC & (\text{IV.18b}) \\ TB &= M + GD & (\text{IV.18c}) \\ PT &= KC & (\text{IV.18d}) \\ KD &= U & (\text{IV.18e}) \end{aligned}$$

Pour construire un GRL à découplage fréquentiel réalisant la détection des défauts  $f$  et le découplage parfait des incertitudes structurées  $d$ , il faut trouver des matrices  $T, N, M, G, P, U, K$  vérifiant (IV.18) et répondant aux contraintes (IV.8).

Rappelons que pour qu'un tel générateur de résidu existe, il est **nécessaire** que les conditions (IV.11) soient vérifiées.

#### IV.1.3.1 Solutions existantes

La résolution du problème (IV.8b) a été réalisée par Patton et Chen (1992, 1993) grâce à la conception d'un générateur de résidu d'ordre plein permettant *d'attribuer une structure propre* au système en boucle fermée (*Eigenstructure Assignment Approach*). Sa mise en oeuvre nécessite néanmoins de faire l'**hypothèse que l'effet des incertitudes structurées sur les capteurs est négligeable** ( $F_d = 0$ ).

Sous cette hypothèse et pour un observateur d'ordre plein ( $T = I$ ), (IV.8b) s'écrit :

$$P(sI_l - A + GC)^{-1} E_d = 0 \quad (\text{IV.19})$$

La solution préconisée par Patton utilise la structure et les propriétés des vecteurs propres de la matrice  $A - GC$ . La procédure de calcul du générateur de résidu se résume alors en deux étapes :

- Calcul de  $P$  tel que  $PE_d = 0$
- Détermination de  $G$  en imposant, soit que les lignes de  $P$  correspondent à  $q$  ( $P \in R^{q \times n}$ ) vecteurs propres à gauche de  $A - GC$ , soit que les colonnes de  $E_d$  correspondent à  $p_d$  vecteurs propres à droite de  $A - GC$ .

Dans la mesure où la plupart des problèmes de découplage que nous avons rencontrés ne vérifient pas l'hypothèse faite par Patton, nous n'avons pas utilisé cette procédure. Nous avons adopté un procédure paramétrée présentée au paragraphe suivant afin de prendre en compte les cas où  $F_d \neq 0$ .

#### IV.1.3.2 Procédure proposée

La procédure que nous avons adoptée pour résoudre (IV.8) et (IV.18) à été mise en oeuvre à l'aide du logiciel de calcul formel Macsyma 2.0. Elle suppose au préalable que les conditions nécessaires d'existence (IV.11) ont été vérifiées.

1. La première étape consiste à choisir l'ordre  $k$  de l'observateur, ce qui nous donne les dimensions des matrices  $T$ ,  $N$ ,  $M$  et  $G$ . On démarre toujours la procédure en choisissant un observateur d'ordre un.
2. On choisit de déterminer un résidu scalaire. En effet, comme cela a été précisé en remarque en introduction de ce chapitre, l'objectif de la procédure est de construire une quantité découplée des incertitudes et détectant les défauts, mais pas de localiser les défauts, par conséquent un résidu multivariable est inutile. Cela nous donne les dimensions des matrices  $P$ ,  $U$ ,  $K$  qui n'auront toujours qu'une seule ligne.
3. On fixe ensuite  $N$  que l'on choisira toujours diagonale (ou scalaire pour un observateur d'ordre 1). Cela permet de fixer la dynamique de l'observateur et de simplifier la résolution du système d'équations. Cette hypothèse ne génère aucune perte de généralité dans la mesure où, la matrice  $N$  devant être stable (IV.18a), on peut toujours trouver une matrice  $H$  inversible telle que l'observateur (III.11a) s'écrive :

$$H\dot{z}(t) = \dot{\tilde{z}}(t) = HNH^{-1}\tilde{z}(t) + HMu(t) + HGy(t).$$

4. A partir du moment où les dimensions de toutes les matrices sont définies, on paramétrise chacune d'elles, par exemple :  $T = [t_{11} \quad t_{12} \quad t_{13}]$ , et on résout le système d'équations (IV.18) avec pour inconnues les coefficients des matrices  $T$ ,  $N$ ,  $G$ ,  $K$  et  $P$ .
5. (IV.18b) fixe certaines contraintes sur les coefficients de  $T$  et de  $G$  et nous permet d'exprimer certains coefficients de  $G$  en fonction de ceux de  $T$ . (IV.18d) permet de même d'exprimer les coefficients de  $K$  en fonction de  $P$  et de  $T$ . A la fin de cette étape il reste un certain nombre de paramètres de réglage libres, les autres étant liés aux précédents.
6. (IV.8b) est ensuite résolue en fixant certains des paramètres de réglage restant libres à l'étape précédente. Puis on vérifie si les diverses relations liant les paramètres de  $T$ ,  $N$ ,  $G$ ,  $P$ , et  $K$  ainsi que les degrés de liberté restant permettent de réaliser (IV.8a). Si ça n'est pas le cas, on recommence la procédure à l'étape 1 en choisissant un observateur d'ordre plus élevé, et cela, jusqu'à atteindre l'ordre plein.
7. A cette étape, on fixe les derniers paramètres de réglage libres restant, puis on exprime les matrices  $T$ ,  $N$ ,  $M$ ,  $G$ ,  $P$ ,  $U$ ,  $K$  en fonction de ces paramètres.

L'algorithme de résolution d'un GRL réalisant le découplage des incertitudes structurées et la détection de défauts est relativement lourde à mettre en oeuvre. Un moyen pour simplifier cette procédure consiste à mettre en oeuvre un observateur à entrées inconnues.

#### IV.1.4 Découplage à l'aide d'un OEI

Nous avons vu que la technique de l'observateur à entrée inconnue consiste à annuler l'influence des perturbations dans l'équation de l'erreur d'observation et dans l'équation de sortie. Les conditions supplémentaires à réaliser sont les conditions suffisantes (IV.9) qui garantissent que le résidu est indépendant des incertitudes.

Néanmoins, dans la mesure où elles sont plus contraignantes que la condition (IV.8b), l'ensemble des solutions donné par l'observateur à entrées inconnues sera donc moins important que celui obtenu avec un observateur de Luenberger à découplage fréquentiel.

##### IV.1.4.1 Historique

Les observateurs à entrées inconnues sont largement employés dans la communauté du diagnostic. On parle alors d'observateurs robustes de détection de défauts (UIRFDO, pour *Unknown Input Robust Fault Detection Observer*).

On peut citer pour référence les travaux de Viswanadahn et Srichander (1987) qui ont utilisé les observateurs à entrées inconnues pour générer des résidus robustes aux multiples défauts d'actionneur et ont formulé les conditions nécessaires et suffisantes pour la résolution des problèmes de l'UIRFDO, lorsque les perturbations n'agissent que sur l'équation d'état, et non sur l'équation de sortie ( $F_d = 0$ ).

Wünnenberg et Frank (1987) ont proposé un algorithme direct de détermination d'un UIFDO, basé sur la décomposition du modèle du système sous forme canonique de Kronecker.

Ge et Fang (1988) ont proposé une solution analytique au problème posé par les UIO et l'ont appliquée à la détection de défauts de composants et d'actionneurs (là aussi,  $F_d = 0$ ).

Dans un article de synthèse, Frank (1990) a développé une approche unifiée de génération de résidus robustes à base d'observateurs à entrées inconnues ; néanmoins il remplace la contrainte  $TE_d - GF_d = 0$  par  $TE_d = 0$  et  $GF_d = 0$ , avec pour conséquence une diminution du nombre de degrés de liberté dans le choix des matrices  $T$  et  $G$ .

Darouach et al. (1994) ont utilisé une approche combinant les techniques de Hou et Müller (1991) et de Ge et Fang (1988).

On peut également citer les travaux de Chen et *al.* (1995, 1996), qui, dans l'hypothèse  $F_d = 0$ , utilise des observateurs à entrées inconnues d'ordre plein (au sens de la reconstruction de l'état selon  $\hat{x}(t) = w(t) + Hy(t)$ ) pour le découplage des perturbations et la technique du filtre de détection de Beard (1971) pour la localisation des défauts.

Toutefois aucune de ces solutions ne considère le cas plus général où les incertitudes structurées et les défauts agissent sur les mesures. Nous avons donc développé une procédure permettant de synthétiser un observateur dans ce cas plus général.

#### IV.1.4.2 Procédure proposée

Le point clef du problème consiste à résoudre l'équation de Sylvester  $TA - NT = GC$  sous la contrainte  $TE_d - GF_d = 0$ . La solution adoptée consiste à caractériser les liens entre  $T$  et  $G$  imposés par  $TE_d - GF_d = 0$ . L'équation peut être résolue de la manière suivante :

**Proposition** : Si la matrice  $\bar{E} = \begin{bmatrix} E_d \\ F_d \end{bmatrix}$  est de rang plein en colonnes ( $p_d$ ), la solution  $(T, G)$  de  $TE_d - GF_d = 0$  est donnée par :

$$T = M_0 \left( \bar{E}^* - I_{m+n} \right) \begin{bmatrix} I_n \\ 0_{m \times n} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.20a})$$

$$G = M_0 \left( \bar{E}^* - I_{m+n} \right) \begin{bmatrix} 0_{n \times m} \\ -I_m \end{bmatrix} \quad (\text{IV.20b})$$

Avec :  $M_0 \in \mathcal{R}^{k \times (m+n)}$  et  $\bar{E}^* = \bar{E} \left[ \bar{E}^T \bar{E} \right]^{-1} \bar{E}^T$ .

**Démonstration** :  $TE_d - GF_d = 0$  peut s'écrire  $[T \ -G] \bar{E} = 0$ , soit :  $[T \ -G]^T \subset (\text{Im}(\bar{E}))^\perp$ . Par conséquent,  $[T \ -G]^T$  peut être obtenu par projection d'un vecteur quelconque selon  $\text{Im}(\bar{E})$ , d'où  $[T \ -G]^T = \left[ \bar{E}^* - I \right] M_0^T$ . De plus, on a :

$$T = [T \ -G] \begin{bmatrix} I_n \\ 0_{m \times n} \end{bmatrix} \text{ et } G = [T \ -G] \begin{bmatrix} 0_{n \times m} \\ -I_m \end{bmatrix}.$$

La procédure que nous avons adoptée pour résoudre (IV.9) et (IV.18) est analogue à celle utilisée pour le GRL à découplage fréquentiel ; elle utilise la proposition précédente et est réalisée à l'aide du logiciel de calcul formel Macsyma 2.0. Certaines étapes sont identiques à celles du paragraphe précédent et sont donc présentées de manière succincte. Notons enfin

que, comme pour la synthèse du GRL à découplage fréquentiel, les conditions nécessaires d'existence (IV.11) doivent être vérifiées au préalable.

1. Choix de l'ordre  $k$  de l'observateur,  $k=1$ , dimensions des matrices  $T$ ,  $N$ ,  $M$  et  $G$ . Cela détermine aussi la dimension de la matrice  $M_0$  définie par la proposition 1.
2. On détermine les dimensions des matrices  $P$ ,  $U$ ,  $K$  qui n'auront toujours qu'une seule ligne.
3.  $N = \text{diag}(\alpha_1, \dots, \alpha_k)$ , en commençant par  $N = \alpha_1$  (observateur d'ordre 1).
4. On paramétrise  $M_0$ , puis on résout l'équation  $TA - NT = GC$  avec comme inconnues les coefficients de  $M_0$ . La solution nous donne un certain nombre de coefficients de  $M_0$  libres, les autres étant liés aux précédents.
5. On paramétrise  $K$ , puis on résout  $KF_d = 0$ , avec comme inconnues les coefficients de  $K$ .
6. On exprime  $T$ ,  $G$ , puis  $M$  en fonction de  $M_0$ .  $PT = KC$  nous donne  $P$  en fonction de  $K$  et de  $M_0$ . Enfin  $U$  est exprimé en fonction de  $K$ .
7. On vérifie si les diverses relations liant les paramètres de  $T$ ,  $N$ ,  $G$ ,  $P$ , et  $K$  ainsi que les degrés de liberté restant permettent de réaliser (IV.8a). Si ce n'est pas le cas, on recommence la procédure à l'étape 1 en choisissant un observateur d'ordre plus élevé, et cela, jusqu'à atteindre l'ordre plein.
8. A cette étape, on fixe les derniers paramètres de réglage libres restant.

#### IV.1.5 Conclusion

Nous avons proposé des procédures originales de construction des observateurs généralisés, des générateurs de résidus de Luenberger à découplage fréquentiel ou des observateurs à entrées inconnues. Ces procédures n'imposent pas d'hypothèse particulière sur les matrices algébriques d'application des défauts et des incertitudes structurées. Mises en oeuvre à l'aide d'un outil de calcul formel et itératives pour deux d'entre elles, elles peuvent être intégrées dans un algorithme d'optimisation de la conception des générateurs de résidus.



## IV.2 Réalisation des structures de localisation à l'aide du découplage parfait

Au paragraphe précédent, nous avons donné les conditions pour réaliser une détection des défauts parfaitement découplée des incertitudes structurées (IV.11) :

$$\text{rang}\left(\begin{bmatrix} G_d(s) & G_{f_i}(s) \end{bmatrix}\right) = \text{rang}(G_d(s)) + 1, \forall i \in [1 \dots p_f]$$

Nous pouvons, à partir de ces conditions déterminer les conditions nécessaires et suffisantes d'existence des différentes structures à découplage parfait données au chapitre précédent.

Prenons l'exemple de la structure DOS à découplage parfait (cf. §III.2.5.1) dont nous rappelons ici la table de signatures :

	$f_1$	...	$f_i$	...	$f_{p_f}$	$d$
$r_1$	1	0	0	0	0	0
.	0	1	0	0	0	0
$r_i$	0	0	1	0	0	0
.	0	0	0	1	0	0
$r_{p_f}$	0	0	0	0	1	0

Tableau IV-5 : Table de signatures - Structure DOS à découplage parfait.

Il s'agit donc de construire  $p_f$  résidus, chaque résidu  $r_i$  permettant de détecter le défaut  $f_i$  en étant découplé des entrées  $\bar{d}_i = \left[ d^T f_1^T \dots f_{i-1}^T f_{i+1}^T \dots f_{p_f}^T \right]^T$ , pour  $2 \leq i \leq p_f - 1$ ,  $\bar{d}_1 = \left[ d^T f_2^T \dots f_{p_f}^T \right]^T$  et  $\bar{d}_{p_f} = \left[ d^T f_1^T \dots f_{p_f-1}^T \right]^T$ .

En posant  $G_{\bar{d}_i}(s) = \left[ G_d(s) G_{f_1}(s) \dots G_{f_{i-1}}(s) G_{f_{i+1}}(s) \dots G_{f_{p_f}}(s) \right]$ , et par analogie avec les conditions (IV.11), la condition nécessaire et suffisante pour l'existence du résidu  $r_i$  est :

$$\text{rang}\left(\begin{bmatrix} G_{\bar{d}_i}(s) & G_{f_i}(s) \end{bmatrix}\right) = \text{rang}(G_{\bar{d}_i}(s)) + 1 \quad (\text{IV.21})$$

Soit pour l'ensemble de la structure DOS robuste à découplage parfait :

$$\forall i \in [1 \dots p_f], \text{rang}\left(\begin{bmatrix} G_{\bar{d}_i}(s) & G_{f_i}(s) \end{bmatrix}\right) = \text{rang}(G_{\bar{d}_i}(s)) + 1 \quad (\text{IV.22})$$

On procède de manière analogue pour déterminer les conditions nécessaires et suffisantes d'existence des autres structures.

## IV.2.1 Structures DOS

### IV.2.1.1 Structure robuste à découplage parfait

Les conditions d'existence de la structure DOS robuste à découplage parfait ont été examinées en introduction. Elle peuvent être résumées sous la forme :

$$\boxed{\begin{aligned} \text{rang}\left(\begin{bmatrix} G_d(s) & G_f(s) \end{bmatrix}\right) &= \text{rang}(G_d(s)) + \text{rang}(G_f(s)) && \text{(IV.23a)} \\ \text{rang}\left(\begin{bmatrix} G_f(s) \end{bmatrix}\right) &= p_f && \text{(IV.23b)} \end{aligned}}$$

On retrouve les conditions d'existence du PFDI (*Perfect Fault detection and Isolation scheme*) définies par Frank et Ding (1994).

#### Remarque :

- En termes géométriques et en référence à l'exemple IV.1, les conditions (IV.23) impliquent que l'espace  $[\hat{M}_u(s)G_d(s)]^\perp$  orthogonal à gauche de  $\hat{M}_u(s)G_d(s)$  soit au moins de dimension  $p_f$  et que les projections orthogonales dans cet espace des vecteurs  $\hat{M}_u(s)G_{f_i}(s)$  définissent un espace de dimension  $p_f$ .
- L'exemple IV.1 est un cas d'application de la structure DOS robuste à découplage parfait (PFDI) : on peut obtenir les deux résidus nécessaires à la localisation des défauts  $f_1$  et  $f_2$  en construisant deux matrices de transfert  $Q_1(s)$  et  $Q_2(s)$ .  $Q_1(s)$  correspond à une projection orthogonale sur la droite  $D_1(s)$ , elle permet la détection du défaut  $f_1$  et le découplage de  $d$  et de  $f_2$  :  $Q_1(s)\hat{M}_u(s)G_{f_1}(s) \neq 0$ ,  $Q_1(s)\hat{M}_u(s)G_{f_2}(s) = 0$  et  $Q_1(s)\hat{M}_u(s)G_d(s) = 0$ . De manière analogue,  $Q_2(s)$  réalise une projection orthogonale sur  $D_2(s)$  et permet la détection du défaut  $f_2$  et le découplage de  $d$  et de  $f_1$ .
- Les conditions (IV.23) impliquent nécessairement que  $p_f \leq m - p_d$  : **le nombre de défauts simultanés pouvant être parfaitement localisés d'une manière robuste vis-à-vis des incertitudes structurées doit être inférieur au nombre  $m$  de mesures dont on dispose, auquel on a retranché le nombre d'incertitudes structurées indépendantes.** Le découplage parfait des incertitudes structurées consomme rapidement les degrés de liberté dont on dispose pour pouvoir discriminer les défauts entre eux : plus  $p_d$  est élevé, moins on pourra localiser de défauts.

La remarque précédente fait apparaître les limites de la localisation parfaitement robuste des défauts simultanés : elle ne sera applicable que dans un nombre très restreint de cas de figure.

En particulier, dans le meilleur des cas ( $p_d = 0$ ) le nombre maximum de défauts simultanés pouvant être localisés est égal au nombre de mesures dont on dispose. Dans la mesure où chaque capteur est une source de défaillance potentielle, on ne pourra pas localiser parfaitement d'autres défauts que les défauts de capteurs, sauf si l'on fait l'hypothèse que ces défauts ne se produisent pas simultanément, ou si l'on fait des hypothèses sur la fiabilité de certains capteurs (ces hypothèses pouvant être confortées par un certain niveau de redondance matérielle).

Pour les différentes raisons évoquées ci-dessus, on envisage des structures DOS dont les performances sont moins bonnes que celles de la précédente en terme de localisation et de robustesse vis-à-vis des incertitudes structurées, mais dont les conditions d'existence sont moins contraignantes. Pour cela nous avons envisagé (cf. §III.2.5.1) la construction de structures augmentées.

#### IV.2.1.2 Structure augmentée

Rappelons que le découplage parfait n'est appliqué dans ce cas de figure que pour discriminer les défauts entre eux. On a rajouté un résidu supplémentaire qui garantit une détection des défauts avec un découplage parfait des incertitudes structurées. On obtient une matrice de transfert semblable à

$$\begin{bmatrix} r_0(s) \\ r_1(s) \\ r_2(s) \\ r_3(s) \\ r_4(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} * & * & * & * & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 & ? \\ 0 & * & 0 & 0 & ? \\ 0 & 0 & * & 0 & ? \\ 0 & 0 & 0 & * & ? \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(s) \\ f_2(s) \\ f_3(s) \\ f_4(s) \\ d(s) \end{bmatrix}, \quad (\text{IV.24})$$

où une \* correspond à un transfert non nul. Les ? signifient que les transferts entre chaque résidu élémentaire et les incertitudes structurées peuvent être non nuls : on utilise une autre méthode pour découpler les résidus  $r_1, r_2, r_3$ , et  $r_4$  des incertitudes structurées. Le résidu  $r_0$  permet d'avertir de l'occurrence d'un ou de plusieurs défauts sans être influencé par les incertitudes structurées. Les résidus  $r_1, \dots, r_4$  sont chargés de déterminer quel(s) défaut(s) s'est (se sont) produit(s).

Les conditions nécessaires et suffisantes d'existence de ce type de structure sont :

$$\boxed{\begin{aligned} \text{rang}\left(\begin{bmatrix} G_d(s) & G_{f_i}(s) \end{bmatrix}\right) &= \text{rang}(G_d(s)) + 1, \forall i \in [1 \dots p_f] & (\text{IV.25a}) \\ \text{rang}\left(G_f(s)\right) &= p_f & (\text{IV.25b}) \end{aligned}}$$

**Remarque :**

- Les conditions (IV.25) sont moins contraignantes que (IV.23) dans la mesure où ici, il suffit d'avoir  $p_d \leq m - 1$  et  $p_f \leq m$  : le nombre maximum de défauts simultanés pouvant être parfaitement localisés est toujours inférieur au nombre de mesures dont on dispose, mais les degrés de liberté dont on dispose pour pouvoir discriminer les défauts entre eux ne sont pas utilisés pour le découplage parfait des incertitudes structurées. Le nombre d'incertitudes structurées doit néanmoins être strictement inférieur au nombre de mesures  $m$ .

**IV.2.2 Structures GOS**

**IV.2.2.1 Structure robuste à découplage parfait**

Pour la structure GOS à découplage parfait (cf. §III.2.5.1) la table de signatures à obtenir est la suivante :

	$f_1$	..	$f_i$	..	$f_{p_f}$	$d$
$r_1$	0	1	1	1	1	0
.	1	0	1	1	1	0
$r_i$	1	1	0	1	1	0
.	1	1	1	0	1	0
$r_{p_f}$	1	1	1	1	0	0

Tableau IV-6 : Table de signatures - Structure GOS à découplage parfait.

Chacun des  $p_f$  résidus élémentaires  $r_i$  doit réaliser une détection des défauts

$\bar{f}_i = [f_1^T \dots f_{i-1}^T f_{i+1}^T \dots f_{p_f}^T]^T$  et un découplage des entrées  $d_i = [d^T f_i^T]^T$ . En posant

$G_{d_i}(s) = [G_d(s) G_{f_i}(s)]$ , et par analogie avec les conditions (IV.11) et (IV.21), les conditions

nécessaires et suffisantes pour l'existence du résidu  $r_i$  sont :

$$\text{rang}\left(\begin{bmatrix} G_{d_i}(s) & G_{f_j}(s) \end{bmatrix}\right) = \text{rang}(G_{d_i}(s)) + 1, \forall j \in [1 \dots p_f], j \neq i \quad (\text{IV.26})$$

Soit pour l'ensemble de la structure GOS robuste à découplage parfait :

$$\text{rang}\left(\begin{bmatrix} G_d(s) & G_{f_i}(s) & G_{f_j}(s) \end{bmatrix}\right) = \text{rang}\left(\begin{bmatrix} G_d(s) & G_{f_i}(s) \end{bmatrix}\right) + 1, \forall i, j \in [1 \dots p_f], j \neq i \quad (\text{IV.27})$$

Remarquons que les conditions (IV.27) impliquent la vérification des suivantes :

$$\text{rang}\left(\begin{bmatrix} G_{f_i}(s) & G_{f_j}(s) \end{bmatrix}\right) = 2, \forall i, j \in [1 \dots p_f], j \neq i \quad (\text{IV.28a})$$

$$\text{rang}\left(\begin{bmatrix} G_d(s) & G_{f_i}(s) \end{bmatrix}\right) = \text{rang}(G_d(s)) + 1, \forall i \in [1 \dots p_f] \quad (\text{IV.28b})$$

**Remarques :**

- Les conditions (IV.27) et (IV.28b) impliquent que  $p_d \leq m - 2$  : **le nombre de mesures disponibles doit être supérieur au nombre d'incertitudes structurées indépendantes augmenté de deux.**
- La condition (IV.28a) signifie que les défauts, pris deux à deux, ont des effets totalement découplés sur les mesures  $y$ . Elle est beaucoup moins contraignante que la condition (IV.23b) qui implique que chaque défaut a des effets totalement découplés de tous les autres défauts sur les mesures. En particulier le nombre des défauts n'est pas limité pour ce type de schéma, pourvu que la condition (IV.27) soit respectée.
- En termes géométriques et en référence à l'exemple IV.1, les conditions (IV.27) et (IV.28) impliquent que l'espace  $[\hat{M}_u(s)G_d(s)]^\perp$  orthogonal à gauche à  $\hat{M}_u(s)G_d(s)$  soit au moins de dimension 2 et que les projections orthogonales dans cette espace des vecteurs  $\hat{M}_u(s)G_{f_i}(s)$  soient linéairement indépendantes deux à deux.

**IV.2.2.2 Structure augmentée**

De la même manière que pour les structures DOS, on peut définir des structures de type GOS pour la localisation de défauts non simultanés construites à l'aide du découplage parfait pour la localisation des défauts indépendamment des incertitudes structurées. On rajoute un résidu supplémentaire qui garantit une détection des défauts avec un découplage parfait des incertitudes structurées. On obtient une matrice de transfert semblable à :

$$\begin{bmatrix} r_0(s) \\ r_1(s) \\ r_2(s) \\ r_3(s) \\ r_4(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} * & * & * & * & 0 \\ 0 & * & * & * & ? \\ * & 0 & * & * & ? \\ * & * & 0 & * & ? \\ * & * & * & 0 & ? \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(s) \\ f_2(s) \\ f_3(s) \\ f_4(s) \\ d(s) \end{bmatrix}, \quad (\text{IV.29})$$

où une \* correspond à un transfert non nul. Les ? signifient que les transferts entre chaque résidu élémentaire et les incertitudes structurées peuvent être non nuls : on utilisera une autre méthode pour découpler les résidus  $r_1, \dots, r_4$  des incertitudes structurées. Le résidu  $r_0$  permet

d'avertir de l'occurrence d'un ou de plusieurs défauts sans être influencé par les incertitudes structurées. Les résidus  $r_1, \dots, r_4$  sont chargés de déterminer quel défaut s'est produit.

Les conditions nécessaires et suffisantes d'existence de ce type de structure sont :

$\text{rang}\left(\begin{bmatrix} G_{f_i}(s) & G_{f_j}(s) \end{bmatrix}\right) = 2, \forall i, j \in [1 \dots p_f], j \neq i$	<b>(IV.30a)</b>
$\text{rang}\left(\begin{bmatrix} G_d(s) & G_{f_i}(s) \end{bmatrix}\right) = \text{rang}(G_d(s)) + 1, \forall i \in [1 \dots p_f]$	<b>(IV.30b)</b>

**Remarques :**

- Les conditions (IV.30) sont un peu moins contraignantes que (IV.27) dans la mesure où ici, il suffit d'avoir  $p_d \leq m - 1$  : **le nombre de mesures disponibles doit être supérieur au nombre d'incertitudes structurées indépendantes plus un.**
- Comme pour le schéma précédent, le nombre de défauts n'est pas limité pourvu que la condition (IV.30a) soit respectée.
- En termes géométriques et en référence à l'exemple IV.1, il faut que l'espace  $[\hat{M}_u(s)G_d(s)]^\perp$  orthogonal à gauche à  $\hat{M}_u(s)G_d(s)$  soit au moins de dimension 1 et que les vecteurs  $\hat{M}_u(s)G_{f_i}(s)$  soient linéairement indépendants deux à deux.

**IV.2.3 Structures MOS**

Contrairement aux structures précédentes, nous ne disposons pas pour les structures de type MOS de conditions suffisantes ; néanmoins nous pouvons donner des conditions nécessaires à l'existence de ces schémas ; c'est ce que nous allons vérifier en examinant les deux exemples proposés au chapitre III.

**IV.2.3.1 Structure robuste à découplage parfait**

Rappelons que c'est une structure pour laquelle la matrice de transfert entre les résidus et les entrées structurées est semblable à :

$$\begin{bmatrix} r_1(s) \\ r_2(s) \\ r_3(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & * & * & 0 & 0 \\ * & 0 & * & 0 & 0 \\ * & * & 0 & * & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(s) \\ f_2(s) \\ f_3(s) \\ f_4(s) \\ d(s) \end{bmatrix}. \tag{IV.31}$$

Pour que chaque défaut  $f_i$  ait une signature distincte de celle de chacun des autres défauts  $f_j$   $j \in [1 \dots p_f]$ ,  $j \neq i$ , il faut qu'il existe un résidu qui détecte  $f_i$  en découplant  $f_j$ , ou l'inverse. On retrouve donc bien la condition nécessaire (IV.30a) :

$$\text{rang}\left(\begin{bmatrix} G_{f_i}(s) & G_{f_j}(s) \end{bmatrix}\right) = 2, \forall i, j \in [1 \dots p_f], j \neq i$$

De la même manière, pour qu'un défaut  $f_i$  soit détecté de manière parfaitement robuste vis-à-vis des incertitudes structurées, il faut qu'il existe un résidu qui détecte  $f_i$  en découplant  $d$ . Par conséquent il est nécessaire d'avoir la condition (IV.30b) :

$$\text{rang}\left(\begin{bmatrix} G_d(s) & G_{f_i}(s) \end{bmatrix}\right) = \text{rang}(G_d(s)) + 1, \forall i \in [1 \dots p_f].$$

**Remarque :**

Pour la structure proposée en exemple, les conditions précédentes ne sont pas suffisantes dans la mesure où elles ne garantissent que le découplage de  $d$  par rapport aux défauts. Elles ne garantissent pas, par exemple pour le résidu  $r_1$ , que  $d$ ,  $f_1$ , et  $f_4$  puissent être parfaitement découplés par rapport aux défauts  $f_2$  et  $f_3$ .

Nous ne sommes pas en mesure de donner des conditions nécessaires et suffisantes d'existence pour de telles structures ; néanmoins, **nous proposons une procédure pour déterminer l'existence d'une solution.**

- Après avoir examiné les conditions nécessaires d'existence de la structure, la première étape consiste à déterminer le nombre  $q_{\min}$  minimum de résidus nécessaires pour réaliser la localisation : on doit avoir  $p_f \leq 2^{q_{\min}} - 1$  (c'est une condition nécessaire pour obtenir  $p_f$  signatures distinctes).
- L'étape suivante consiste à trouver dans l'ensemble des  $2^{q_{\min}} - 1$  signatures possibles un sous ensemble de  $p_f$  signatures permettant la localisation des défauts. L'existence d'une réalisation de cette table à l'aide du découplage parfait implique que chaque résidu élémentaire est capable de découpler parfaitement les entrées structurées dont la signature élémentaire est un 0, en détectant celles dont la signature élémentaire est un 1.

Par exemple pour l'exemple donné ci dessus (IV.31), la table de signatures est :

	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$d$
$r_1$	0	1	1	0	0
$r_2$	1	0	1	0	0
$r_3$	1	1	0	1	0

Tableau IV-7 : Table de signatures - Structure MOS à découplage parfait.

Les conditions d'existence pour le résidu  $r_1$ , par exemple, sont obtenues en examinant les conditions d'existence du découplage parfait de  $d$ ,  $f_1$  et  $f_4$ . En posant  $\bar{d} = [d^T f_1^T f_4^T]^T$ , les conditions s'écrivent :

$$\text{rang}([G_{\bar{d}}(s) G_{f_2}(s)]) = \text{rang}(G_{\bar{d}}(s)) + 1 \quad (\text{IV.32a})$$

$$\text{rang}([G_{\bar{d}}(s) G_{f_3}(s)]) = \text{rang}(G_{\bar{d}}(s)) + 1 \quad (\text{IV.32b})$$

#### IV.2.3.2 Structure augmentée

De la même manière que pour les structures DOS et GOS, on peut définir des structures de type MOS pour la localisation de défauts non simultanés construites à l'aide du découplage parfait pour la localisation des défauts indépendamment des incertitudes structurées. On rajoute un résidu supplémentaire qui garantit une détection des défauts avec un découplage parfait des incertitudes structurées. On obtient une matrice de transfert semblable à :

$$\begin{bmatrix} r_0(s) \\ r_1(s) \\ r_2(s) \\ r_3(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} * & * & * & * & 0 \\ 0 & * & * & 0 & ? \\ * & 0 & * & 0 & ? \\ * & * & 0 & * & ? \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(s) \\ f_2(s) \\ f_3(s) \\ f_4(s) \\ d(s) \end{bmatrix}. \quad (\text{IV.33})$$

Les conditions nécessaires à l'existence d'une telle structure sont les mêmes que pour la précédente (IV.30) :

$$\text{rang}([G_{f_i}(s) G_{f_j}(s)]) = 2, \forall i, j \in [1 \dots p_f], j \neq i$$

$$\text{rang}([G_d(s) G_{f_i}(s)]) = \text{rang}(G_d(s)) + 1, \forall i \in [1 \dots p_f].$$

La construction de  $r_0$  est réalisée comme indiqué au §IV.1.1. Les résidus  $r_1$ ,  $r_2$ , et  $r_3$  seront obtenus de la même manière que précédemment, en ne prenant pas en compte ici le découplage parfait des incertitudes structurées.

#### IV.2.4 Construction des différentes structures

Le tableau IV.8 résume quelques-unes des propriétés que doivent vérifier le nombre de capteurs dont dispose le système ( $m$ ), le nombre d'incertitudes structurées ( $p_d$ ), et le nombre de défauts ( $p_f$ ) que l'on souhaite localiser en fonction de la structure envisagée. Rappelons que les structures DOS permettent de localiser des défauts simultanés, contrairement aux autres structures. La structure MOS possède une table de signatures faiblement localisante, alors que les tables des deux autres structures sont fortement localisantes. Enfin les structures augmentées permettent une détection parfaitement robuste vis-à-vis des incertitudes structurées et une localisation des défauts approximativement robustes, contrairement aux autres structures où la localisation des défauts est parfaitement robuste vis-à-vis des incertitudes structurées.

	DOS à Découplage Parfait	DOS Augmenté	GOS à Découplage Parfait	GOS Augmenté	MOS à Découplage Parfait	MOS Augmenté
Nombre max. de Défauts	$p_f \leq m - p_d$	$p_f \leq m$	Aucun	Aucun	Aucun	Aucun
Nombre de Résidus	$p_f$	$p_f + 1$	$p_f$	$p_f + 1$	$\geq \frac{\text{Log}(p_f + 1)}{\text{Log}(2)}$	$\geq \frac{\text{Log}(p_f + 1)}{\text{Log}(2)}$
Contraintes sur $p_d$	$p_d \leq m - p_f$	$p_d \leq m - 1$	$p_d \leq m - 2$	$p_d \leq m - 1$	$p_d \leq m - 2$	$p_d \leq m - 1$
Nombre de capteurs minimum ( $m$ )	$p_f + p_d$	$\max(p_f, p_d + 1)$	$2 + p_d$	$1 + p_d$	$2 + p_d$	$1 + p_d$

Tableau IV-8 : Contraintes sur  $m$ ,  $p_f$ ,  $p_d$  pour les structures de localisation

Après avoir vérifié les conditions d'existence des différentes structures envisagées, leur construction se fait naturellement en appliquant les techniques de découplage parfait proposées au §IV.1.1. Rappelons cependant que les conditions d'existence données garantissent la construction des structures avec des observateurs généralisés et qu'en l'état de nos connaissances, les solutions à l'aide de GRL à découplage fréquentiel ou d'OEI ne sont pas garanties.

Pour les structures DOS ou GOS, on construit  $p_f$  ou  $p_f + 1$  générateurs de résidus (OG, GRL ou OEI), chaque résidu étant construit pour découpler un certain nombre d'entrées conformément à la table de signatures. Pour les structures MOS, après avoir déterminé une table de signatures réalisable et le nombre de résidus  $p_{min}$  nécessaire, on construit  $p_{min}$  ou  $p_{min} + 1$  générateurs de résidus selon le même principe.



### IV.3 Découplage presque parfait

Rappelons que dans l'approche fréquentielle, les résidus sont obtenus en filtrant une erreur d'équation (IV.1) :

$$r(s) = Q(s) \left( \hat{M}_u(s)y(s) - \hat{N}_u(s)u(s) \right)$$

Où  $G_u(s) = \hat{M}_u^{-1}(s)\hat{N}_u(s)$  est une factorisation première à gauche de  $G_u(s)$  et  $Q(s)$  est une matrice de transfert de paramétrisation.

Nous avons vu également que l'erreur d'équation  $\hat{M}_u(s)y(s) - \hat{N}_u(s)u(s)$  est l'erreur de sortie d'un observateur d'ordre plein, ou l'erreur entre les sorties du système et celles d'un modèle parallèle nominal, lorsque le système considéré est stable ; dans ce cas  $\hat{M}_u(s) = I$  et (III.31) :

$$r(s) = Q(s) \left( y(s) - G_u(s)u(s) \right) \tag{IV.34}$$

L'expression fréquentielle du résidu en fonction des défauts et des incertitudes structurées est donnée par (III.32) :

$$r(s) = Q(s)\hat{M}_u(s) \left( G_d(s)d(s) + G_f(s)f(s) \right) \tag{IV.35}$$

Dans les paragraphes précédents les conditions pour lesquelles la détection et la localisation des défauts était réalisable avec des techniques de découplage parfait ont été examinées. Lorsque les conditions du découplage parfait ne sont pas réalisées, Ding et Frank (Ding, 92, Frank et Ding, 94) proposent deux solutions de découplage approximatif utilisant les caractéristiques des fonctions de transfert des sorties par rapport aux défauts et aux incertitudes structurées. Ces deux solutions que nous appelons ici **découplage presque parfait** et **découplage approximatif optimal** sont l'objet de ce paragraphe et du suivant. Toutes les deux sont issues de la résolution d'un problème d'optimisation visant à maximiser dans le résidu l'influence des défauts à détecter par rapport à l'influence des incertitudes structurées et/ou des défauts de moindre importance. Ce problème est formalisé par Ding (1992) avec l'introduction d'un indice de performance  $J$  devant être maximisé et qui est défini par :

$$J = \frac{\|Q(s)\hat{M}_u(s)G_f(s)\|_\infty}{\|Q(s)\hat{M}_u(s)G_d(s)\|_\infty} \quad (\text{IV.36})$$

Nous examinerons tout d'abord le cas du découplage presque parfait pour lequel  $J = \infty$ , puis la méthode approximative optimale sera décrite dans la partie IV.4 de ce chapitre.

### IV.3.1 Outils mathématiques

Les fonctions de transfert multivariables seront représentées par  $G(s)$ , ou par  $G(j\omega)$ . Rappelons que l'ensemble des matrices de transfert réalisables à l'aide d'un système linéaire propre et stable est noté  $RH_\infty$ .

La notion de zéros d'une fonction de transfert monovariante est étendue au cas multivariable. Dans le cas monovariante, un zéro est une racine du numérateur, par conséquent la fonction de transfert s'annule lorsque la variable  $s$  prend la valeur du zéro. On dit qu'une fonction de transfert a un zéro à l'infini si la valeur de la fonction de transfert s'annule lorsque  $s$  tend vers l'infini ; c'est le cas pour les fonctions de transfert strictement propres. Par exemple,

$$G_1(s) = \frac{s-2}{s+1}, \quad G_2(s) = \frac{s+2}{s+1}, \quad G_3(s) = \frac{s}{s+10}, \quad G_4(s) = \frac{s^2+100}{(s+10)^2}, \quad \text{et} \quad G_5(s) = \frac{10}{s+10}$$

ont respectivement des zéros à partie réelle positive en  $s_0 = 2$ , à partie réelle négative  $s_0 = -2$ , sur l'axe imaginaire en  $s_0 = 0$ , sur l'axe imaginaire en  $s_0 = \pm j10$ , et à l'infini "en  $s_0 = \infty$ ".

Dans tous les cas de figure,  $G(s_0) = 0$ . Les zéros qui nous intéressent en particulier sont les zéros  $s_0 = j\omega_0$  sur l'axe imaginaire (incluant zéro) et à l'infini. Ils impliquent un gain nul de la fonction de transfert à la pulsation du zéro (fig. IV.2) :

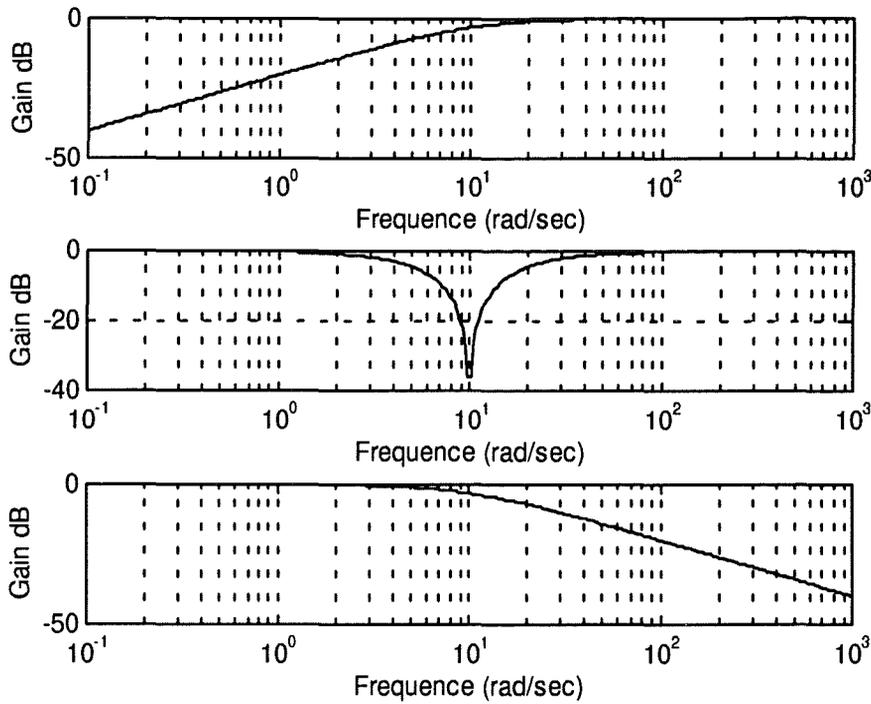


Figure IV-2 : Gain des fonctions de transfert : a)  $G_3(s)$  b)  $G_4(s)$  c)  $G_5(s)$

On dit qu'une **matrice de transfert multivariable**  $G(s) \in RH_\infty^{m \times p}$  à un **zéro** en  $s = s_0$ , si le rang de la matrice  $G(s)$  diminue pour  $s = s_0$ . Concrètement lorsque  $G(s)$  a un zéro en  $s = s_0$ , il existe un vecteur  $\alpha$ , pour lequel  $\alpha G(s_0) = 0$  (Gao et Antsaklis, 89).  $\alpha$ , appelée structure associée au zéro  $s = s_0$ , est l'ensemble des vecteurs tels que  $\alpha G(s_0) = 0$ .

**Exemple :**

Considérons la matrice de transfert  $G(s) = \begin{bmatrix} \frac{s}{s+1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{s+1} \end{bmatrix}$ ,  $G(s)$  est de rang 2

$\forall s \in \mathbb{C} - \{0, \infty\}$ . On a :  $G(\infty) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ , et  $G(0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ; ces deux matrices sont de rang

1.  $G(s)$  possède donc un zéro à l'infini et un zéro en  $s_0 = 0$  et l'on vérifie que l'on peut trouver les vecteurs  $\alpha_0 = [1 \ 0]$  et  $\alpha_\infty = [0 \ 1]$  tels que  $\alpha_0 G(0) = [0 \ 0]$  et  $\alpha_\infty G(\infty) = [0 \ 0]$ .

**Remarque :**

La détermination des zéros d'une matrice de transfert  $G(s)$  peut être réalisée en construisant la forme de Smith-McMillan de  $G(s)$  (cf. annexe D).

**IV.3.2 Conditions d'existence du découplage presque parfait**

**IV.3.2.1 Description**

Lorsque les conditions de découplage parfait (IV.11) ne sont pas réunies, un découplage *presque parfait* peut être réalisé si l'on peut trouver une matrice de paramétrisation  $Q(s)$  telle que :

$$Q(s)\left(\hat{M}_u(s)G_d(s)d(s) + \hat{M}_u(s)G_f(s)f(s)\right) \approx Q(s)\hat{M}_u(s)G_f(s)f(s), \quad \text{(IV.37)}$$

pour  $s$  appartenant à une certaine zone de fréquences. Frank et Ding (1994) ont montré que ce cas de figure se produit lorsque les conditions suivantes sont réunies :

$$G_d(s) \text{ et } G_f(s) \text{ ont des zéros différents sur l'axe imaginaire et à l'infini.} \quad \text{(IV.38)}$$

**Remarque :**

La condition (IV.38) est à comprendre dans le sens suivant : si  $G_d(s)$  a un zéro en  $s = s_0$ , avec la structure associée  $\alpha$ , il existe un vecteur  $\alpha$  pour lequel  $\alpha G_d(s_0) = 0$  et  $\alpha G_f(s_0) \neq 0$ .

Ces conditions peuvent être aisément vérifiées si l'on examine le cas où  $G_d(s)$  a un zéro en  $s = s_0 = j\omega_0$ , alors que  $G_f(s)$  n'en a pas. On peut alors trouver  $Q(s)$  tel que :

$$Q(j\omega_0)\hat{M}_u(j\omega_0)G_d(j\omega_0) = 0 \text{ et } Q(j\omega_0)\hat{M}_u(j\omega_0)G_f(j\omega_0) \neq 0$$

**Exemple :**

Un cas de figure du découplage presque parfait est présenté sur la figure IV.3. On a considéré les fonctions de transfert  $G_f(s) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & k \frac{s+a}{s+b} \end{bmatrix}$ , et  $G_d(s) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{b}{s+b} \end{bmatrix}$  ( $k = 3.1, a = 62.8, b = 628$ ).  $G_d(s)$  a un zéro à l'infini, alors que  $G_f(s)$  n'en a pas. On choisit  $Q(s) = R(s)[0 \ 1]$ , avec  $R(s)$  réalisant un filtrage passe-haut. On a donc

$Q(s)G_f(s) = R(s)\begin{bmatrix} 0 & k\frac{s+a}{s+b} \end{bmatrix}$  et  $Q(s)G_d(s) = R(s)\begin{bmatrix} 0 & \frac{b}{s+b} \end{bmatrix}$  : le découplage presque parfait et réalisé à l'infini.

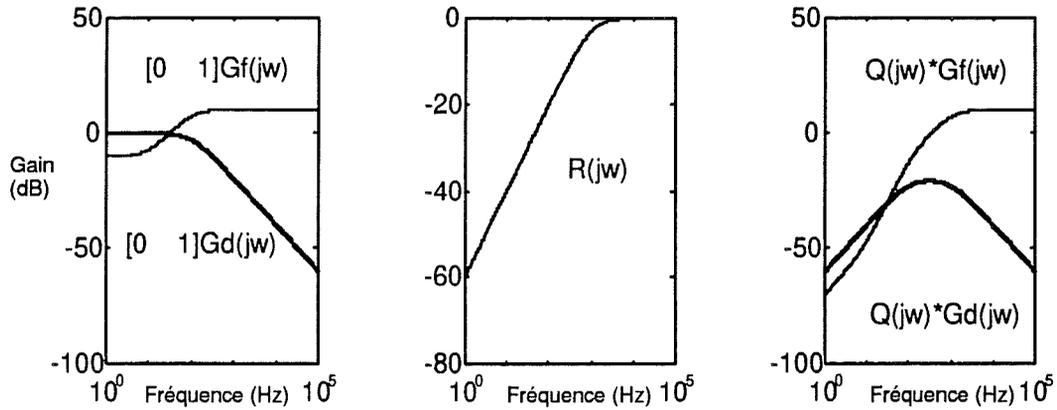


Figure IV-3 : Cas d'application du découplage presque parfait.

#### IV.3.2.2 Réalisation du découplage

La construction de la matrice de paramétrisation est réalisée en construisant la forme de Smith-McMillan de  $\hat{M}_u(s)G_d(s)$  ou une forme équivalente, afin d'obtenir une factorisation de la forme :

$$\hat{M}_u(s)G_d(s) = U(s) \begin{bmatrix} * & 0 & 0 \\ 0 & \frac{s-s_0}{s+c} & 0 \\ 0 & 0 & ? \end{bmatrix} V(s), \quad (\text{IV.39})$$

où  $*$  est un transfert non nul propre et stable,  $?$  est un transfert quelconque, propre et stable,  $U(s) \in RH_\infty$  et  $V(s) \in RH_\infty$  sont unimodulaires, et  $\frac{s-s_0}{s+c}$  est stable.

Le zéro  $s = s_0$  de  $G_d(s)$  apparaît sur la diagonale. Il suffit alors de prendre  $Q(s)$  sous la forme :

$$Q(s) = R(s)\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} U^{-1}(s), \quad (\text{IV.40})$$

où  $R(s)$  est une fonction de transfert réalisant un filtrage passe-bande autour de  $s = s_0$ .

L'inconvénient de cette méthode est qu'elle restreint l'influence des défauts, comme celle des incertitudes structurées d'ailleurs, à une zone de fréquence bien définie. L'utilisation d'un filtre passe-bande autour de la fréquence  $\omega = \omega_0$ , implique un filtrage dans une bande qui ne correspond pas forcément à la bande de fréquence où l'énergie des défauts est localisée. Les

seules caractéristiques énergétiques des défauts, et des incertitudes structurées, qui auront une influence sur le résidu ou sur l'évaluation de ce résidu seront celles localisées autour de la pulsation  $\omega_0$ .

Si l'on ne possède aucune information sur la répartition énergétique en fréquence des défauts, la solution préconisée offre un très bon compromis en termes de robustesse vis-à-vis des incertitudes structurées. Cependant elle risque d'occulter certains défauts dont l'énergie est localisée en dehors de la zone de fréquences sélectionnée (Courtine et al. 96a, 96b). Si l'on a quelques indications sur le type de défaut susceptible de se produire, il faudra trouver un compromis entre la fenêtre de filtrage indiquée par la forme des matrices de transfert, et la zone de fréquence où l'énergie des défauts est principalement localisée.

Ce cas de figure sera illustré par un exemple d'application présenté au chapitre V.

#### IV.4 Découplage approximatif optimal

Lorsque les conditions de découplage parfait (IV.11) et presque parfait (IV.38) ne sont pas réunies, Ding (1992) propose une solution pour l'optimisation du critère (IV.36). L'objectif est de trouver une matrice  $Q(s)$  réalisant la maximisation de  $J$  :

$$J_{\max} = \sup_{Q(s)} (J) = \sup_{Q(s)} \left( \frac{\|Q(s)\hat{M}_u(s)G_f(s)\|_{\infty}}{\|Q(s)\hat{M}_u(s)G_d(s)\|_{\infty}} \right). \quad (\text{IV.41})$$

Il propose une solution particulière pour résoudre (IV.41), en reformulant le problème en :

$$J_{\max} = \sup_{Q(s)} \left( \|Q(s)\hat{M}_u(s)G_f(s)\|_{\infty} \right) \quad (\text{IV.42a})$$

$$\|Q(s)\hat{M}_u(s)G_d(s)\|_{\infty} \leq 1 \quad (\text{IV.42b})$$

##### IV.4.1 Outils mathématiques

$G^*(s)$  représente la transposée hermitienne de  $G(s)$  ; ainsi :  $G^*(j\omega) = G^T(-j\omega)$ .

**Plus Grande Valeur Singulière** : les valeurs singulières de la matrice de transfert  $G(s)$  sont les racines carrées des valeurs propres  $\lambda(s)$  de la matrice hermitienne  $G^*(s)G(s)$ .  $\bar{\sigma}(G(j\omega))$  représente la plus grande des valeurs singulières de  $G(j\omega)$ . Elle permet de définir la norme euclidienne sur  $C^{m \times n}$  :

$$\|\cdot\|_2 : C^{m \times n} \rightarrow R, M \mapsto \|M\|_2 = \sup_{x \in C^n - \{0\}} \frac{\|Mx\|_2}{\|x\|_2} = \bar{\sigma}(M),$$

où  $\|x\|_2$  désigne la norme euclidienne de  $x$  :

$$\|x\|_2 = \sqrt{x^*x} = \sqrt{\sum_{i=1}^n |x_i|^2}$$

La plus grande valeur singulière d'une matrice de transfert est en fait la généralisation au cas multivariable de la notion de gain dans la représentation de Bode des fonctions de transfert monovariées. Par conséquent, par souci de simplification de la terminologie, on parlera de « gain » pour se référer au terme « plus grande valeur singulière ».

**Norme**  $\|\cdot\|_\infty$ , ou  $L_\infty$ , ou  $H_\infty$  : la valeur maximum de  $\overline{\sigma}(G(j\omega))$  sur la bande de fréquences  $\omega \in [0 \dots \infty]$  définit une norme sur l'ensemble  $RH_\infty$ , notée  $\|\cdot\|_\infty$ , ou  $H_\infty$  :

$$\|G(j\omega)\|_\infty = \sup_{\omega \in [0 \dots \infty]} (\overline{\sigma}(G(j\omega))) = \sup_{\omega \in [0 \dots \infty]} \left( \sqrt{\lambda(G^T(-j\omega)G(j\omega))} \right)$$

Pour les fonctions de transfert monovariables la norme  $H_\infty$  est le gain maximum de la fonction de transfert :  $\|G(j\omega)\|_\infty = \sup_{\omega \in [0 \dots \infty]} \left( \sqrt{G(-j\omega)G(j\omega)} \right) = \sup_{\omega \in [0 \dots \infty]} (|G(j\omega)|)$

**Matrices inner** : on dit qu'une matrice de transfert  $G_i(s) \in RH_\infty$  est inner si  $G_i(s)G_i^*(s) = I$ . Une matrice  $G_i(s) \in RH_\infty$  est dite co-inner si sa transposée  $G_i^T(s)$  est inner. Par conséquent, la norme  $H_\infty$  des matrices de transfert inner est égale à 1 ; il en va de même pour les matrices co-inner,  $\|G_i(s)\|_\infty = 1$ . Dans le cas monovariante, les fonctions de transfert inner sont stables et passe-tout (de gain unité). Elles ont la particularité d'avoir des zéros situés à l'intérieur du demi plan complexe ouvert de droite (zéros à partie réelle strictement positive,  $s_o \in C^-$ ).

**Matrices outer** : une matrice  $G_o(s) \in RH_\infty$  est outer si elle est de rang plein en lignes sur le demi plan complexe fermé de droite ( $s \in C^+$ ). Une matrice  $G_o(s) \in RH_\infty$  est dite co-outer si sa transposée  $G_o^T(s)$  est outer :  $G_o(s)$  est co-outer si elle est de rang plein en colonnes sur le demi plan complexe fermé de droite ( $s \in C^+$ ). Dans le cas monovariante, les fonctions de transfert outer sont stables et à déphasage minimal. En particulier, leurs zéros sont situés à l'extérieur du demi plan complexe fermé de droite (zéros à partie réelle positive ou nulle,  $s_o \in C^+$ ).

Une matrice co-outer  $G_o(s) \in RH_\infty$  est inversible à gauche s'il existe une matrice de transfert  $G_o^{-1}(s) \in RH_\infty$  telle que  $G_o^{-1}(s)G_o(s) = I$ . Dans le cas monovariante, une fonction de transfert outer est inversible si ses zéros sont à partie réelle strictement négative, et si elle est bipropre.

**Factorisation co-inner-outer étendue (ECIOF pour Extended Co-Inner-Outer Factorization, d'après Frank et Ding (1994)) :**

Soit une matrice de transfert  $G(s) \in RH_{\infty}^{m \times p}$  telle que  $\text{rang}(G(s)) = k$ , alors  $G(s)$  peut être factorisée selon :

$$G(s) = G_o(s)G_z(s)G_i(s), \quad (\text{IV.43})$$

où  $G_o(s) \in RH_{\infty}^{m \times k}$  est co-outer et inversible à gauche,  $G_i(s) \in RH_{\infty}^{k \times p}$  est co-inner, et  $G_z(s) \in RH_{\infty}^{k \times k}$  a pour zéros tous les zéros finis sur l'axe imaginaire et les zéros à l'infini de  $G(s)$ , avec  $\text{rang}(G_z(s)) = k$ .

#### IV.4.2 Conditions d'existence

Les conditions d'existence du découplage approximatif optimal sont les suivantes :

Les conditions (IV.11) ne sont pas satisfaites. (IV.44a)

$G_d(s)$  et  $G_f(s)$  ont les mêmes zéros sur l'axe imaginaire et à l'infini. (IV.44b)

Dans ces conditions, Ding (1992) montre que l'ECIOF de  $\hat{M}_u(s)G_d(s)$  étant donnée par :

$$\hat{M}_u(s)G_d(s) = G_{do}(s)G_{dz}(s)G_{di}(s) \quad (\text{IV.45})$$

On peut écrire que :

$$\hat{M}_u(s)G_f(s) = G_{fo}(s)G_{fi}(s) = G_{do}(s)G_{dz}(s)G_{f1}(s)G_{fi}(s) \quad (\text{IV.46})$$

Où  $G_{fi}(s)$  est une matrice de transfert co-inner.

En choisissant  $Q(s) = R(s)G_{do}^{-1}(s)$ , Ding montre que le problème d'optimisation tel qu'il est formulé (IV.44) se résume alors à :

$$J_{\max} = \sup_{R(s)} \left( \left\| R(s)G_{dz}(s)G_{f1}(s) \right\|_{\infty} \right) \quad (\text{IV.47a})$$

$$\left\| R(s)G_{dz}(s) \right\|_{\infty} \leq 1 \quad (\text{IV.47b})$$

Dans ces conditions,  $J_{\max} \leq \left\| G_{f1}(s) \right\|_{\infty} = \max_{\omega} \left( \overline{\sigma}(G_{f1}(j\omega)) \right) = \overline{\sigma}(G_{f1}(j\omega_0))$ , on aura donc

$$J_{\max} = \|G_{f_1}(s)\|_{\infty}, \quad (\text{IV.48})$$

si l'on peut trouver  $R(s)$  tel que :

$$(R(j\omega)G_{dz}(j\omega))^* R(j\omega)G_{dz}(j\omega) \leq I, \quad \forall \omega, \quad (\text{IV.49a})$$

$$(R(j\omega_0)G_{dz}(j\omega_0))^* R(j\omega_0)G_{dz}(j\omega_0) = I. \quad (\text{IV.49b})$$

Pour interpréter le rôle que joue la matrice de transfert  $G_{f_1}(s)$ , on peut considérer le cas de figure où  $G_d(s)$  et  $G_f(s)$  n'ont aucun zéro sur l'axe imaginaire ou à l'infini. Il vient :

$$G_{f_1}(s) = G_{do}^{-1}(s)G_{fo}(s) \quad (\text{IV.50a})$$

$$\|G_f(s)\|_{\infty} = \|G_{fo}(s)\|_{\infty} \leq \|G_{do}(s)\|_{\infty} \|G_{f_1}(s)\|_{\infty} = \|G_d(s)\|_{\infty} \|G_{f_1}(s)\|_{\infty} \quad (\text{IV.50b})$$

Par conséquent, on peut dire que  $G_{f_1}(s)$  et sa norme représentent une mesure du couplage entre les défauts et les incertitudes structurées exprimé dans la sortie  $y(s)$ .

La valeur optimale du critère  $J_{\max}$  est donc totalement et uniquement dépendante de la structure du système, c'est à dire des matrices de transfert  $G_d(s)$  et  $G_f(s)$ . Ding (1992) définit la valeur  $J_{\max} = \|G_{f_1}(s)\|_{\infty}$  comme une caractéristique de la «différentiabilité» des défauts par rapport aux incertitudes structurées. La robustesse de la détection des défauts sera ainsi d'autant plus importante que la valeur de  $J_{\max}$  sera grande.

#### IV.4.3 Réalisation du découplage :

Ding (1992) montre qu'une matrice  $R(s)$  réalisant les conditions (IV.49) existe et propose un algorithme pour la construction de  $R(s)$ . Cet algorithme étant reproduit en annexe E, nous nous appliquerons à analyser ici qualitativement les implications du choix de  $R(s)$  selon (IV.50). Pour cela, considérons l'exemple suivant :

$$\bar{G}_d(s) = \hat{M}_u(s)G_d(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.1}{s+0.1} & 0 \\ 0 & \frac{0.5}{s+0.1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{0.1}{s+0.1} & 0 \\ 0 & \frac{0.1}{s+0.1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$G_{do}$   $G_{dz}$   $G_{di}$

$$\bar{G}_f(s) = \hat{M}_u(s)G_f(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.1(s+a)(s+b)}{(s+0.1)(s+c)(s+d)} & 0 \\ 0 & \frac{1}{s+0.1} \end{bmatrix}, \quad a=0.5, b=200.4, c=11, d=9.1$$

$$\bar{G}_f(s) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \begin{matrix} \mathbf{G}_{do} \\ \mathbf{G}_{dz} \end{matrix} \begin{bmatrix} \frac{0.1}{s+0.1} & 0 \\ 0 & \frac{0.1}{s+0.1} \end{bmatrix} \begin{matrix} \mathbf{G}_{f1} \\ \mathbf{G}_{f2} \end{matrix} \begin{bmatrix} \frac{(s+a)(s+b)}{(s+c)(s+d)} & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Les matrices de transfert par rapport aux défauts et aux incertitudes structurées ont toutes les mêmes zéros à l'infini et vérifient les conditions (IV.41). Les courbes de gain des deux matrices de transfert sont présentées sur la figure IV.4.

Avant filtrage on a  $J_0 = \frac{\|\hat{M}_u(s)G_f(s)\|_\infty}{\|\hat{M}_u(s)G_d(s)\|_\infty} = 7 \text{ dB}$ .

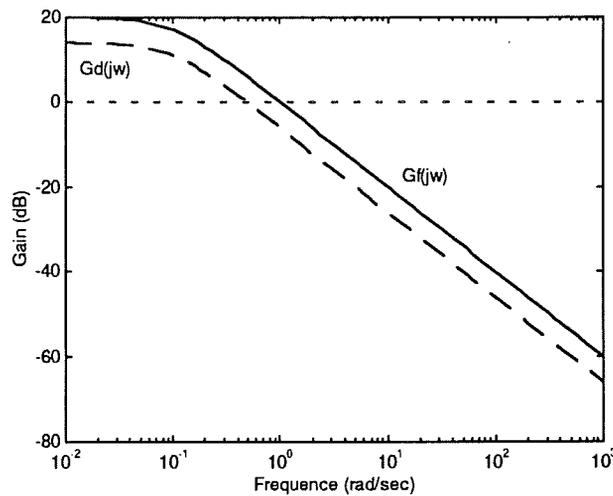


Figure IV-4 : Gain des transferts des sorties du système par rapport aux défauts et aux incertitudes structurées.

La différentiabilité des défauts et des incertitudes structurées agissant sur les sorties du système est examinée en regardant la courbe de gain de  $G_{f1}(s)$  (fig. IV.5). On remarque que

l'on a un maximum pour  $\omega_0 = 20 \text{ rad/sec}$  et que  $J_{\max} = \|G_{f1}(s)\|_\infty$  est de l'ordre de 20 dB :

$$J_{\max} = \sup_{Q(s)} \frac{\|Q(s)\hat{M}_u(s)G_f(s)\|_\infty}{\|Q(s)\hat{M}_u(s)G_d(s)\|_\infty} = 20 \text{ dB}.$$

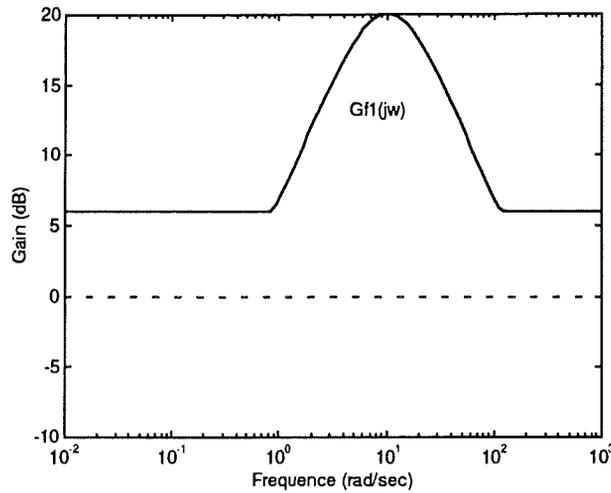


Figure IV-5 : Gain de la Matrices de Transfert  $G_{f1}(s)$  .

La matrice de paramétrisation  $R(s)$  est choisie en répondant aux critères (IV.49). Qualitativement, les gains des transferts du résidu par rapport aux défaut et aux incertitudes structurées sont transformés de manière à obtenir un gain maximum au voisinage de  $\omega_0$ . Au voisinage de  $\omega_0$ , le gain de  $Q(s)\hat{M}_u(s)G_f(s)$  est équivalent à celui de  $G_{f1}(s)$ , alors que celui de  $Q(s)\hat{M}_u(s)G_d(s)$  est inférieur ou égal à un (fig. IV.6).

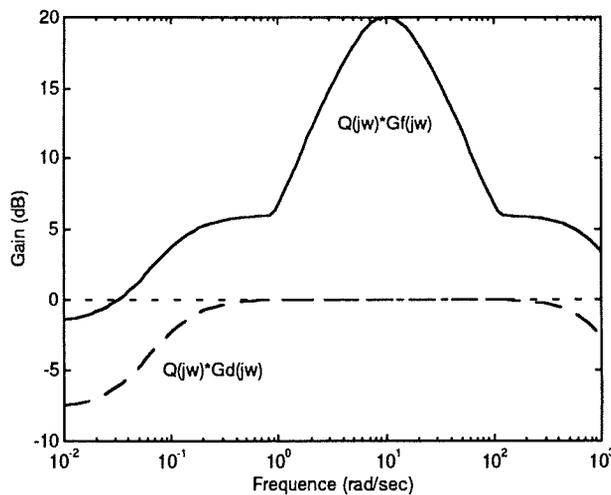


Figure IV-6: Gain des transfert du résidu par rapport aux défauts et aux incertitudes structurées.

Le générateur de résidu fait donc ressortir la zone de fréquences où le critère est optimisé. En comparant les figures IV.4 et IV.6, on remarque que le choix de  $Q(s)$  a permis d'augmenter l'amplification relative entre les défauts et les incertitudes structurées : alors qu'au départ elle

était de l'ordre de 7 dB sur toute la bande de fréquences, elle est après filtrage, de 20 dB au voisinage de  $\omega_0$ .

**Remarque :**

Comme pour le cas du découplage presque parfait, Ding (1992) préconise l'utilisation d'une fonction d'évaluation  $J(r)$  ayant la propriété d'un filtre passe-bande autour de la fréquence  $\omega_0$ . Cela suscite la même remarque que celle énoncée au §IV.3.2.2 : en agissant de cette manière on risque de sélectionner un zone de fréquences où le défaut ne sera pas exprimé.

L'approche optimale approximative n'en reste pas moins un bon outil définissant un résidu robuste vis-à-vis des incertitudes structurées. Elle nécessite pour être complète, la définition et l'utilisation de fonctions d'évaluation définies également dans le domaine fréquentiel.

La technique de découplage approximatif optimal a été utilisée, comme la technique de découplage presque parfait, pour la construction d'une structure de détection et de localisation de défauts de type DOS mise en oeuvre sur notre application. Cette structure est présentée au chapitre V. Auparavant, nous examinons dans la partie suivante la problématique de l'évaluation des résidus et du calcul des seuils de détection.



### IV.5 Fonctions d'évaluation et seuils de détection

La mise en oeuvre de la robustesse passive est présentée d'une manière semblable aux méthodes de robustesse active. On considère que le problème à résoudre est d'obtenir un résidu dont la signature par rapport aux défauts et aux incertitudes de modélisation est la suivante :

	$f_1$	..	$f_i$	..	$f_{p_f}$	$d$	$d^*$
$r$	1	..	1	..	1	0	0

Tableau IV-9 : Signature pour une détection robuste des défauts vis-à-vis des incertitudes de modélisation

On dit qu'un schéma de détection de défaut est robuste vis-à-vis des incertitudes de modélisation, s'il existe un générateur de résidu  $r(t)$ , une fonction d'évaluation  $J(r)$  de ce résidu et un seuil de détection  $J_{th}(t)$  tel que :

$$J(r(t)) \leq J_{th}(t), \text{ pour } f(t) = 0, \forall d(t), \forall d^*(t) \quad \text{(IV.51a)}$$

$$J(r(t)) > J_{th}(t), \text{ pour } f_i(t) \neq 0, \forall i \in [1 \dots p_f] \quad \text{(IV.51b)}$$

**Remarque :**

L'existence d'un seuil de détection non nul implique en pratique que l'énergie du défaut soit supérieure à un niveau minimum  $\|f_{min}\|$  pour que sa détection soit garantie. La condition (IV.51b) s'écrit alors :  $J(r(t)) > J_{th}(t)$ , pour  $\|f_i\| \geq \|f_{min}\|$ . Par conséquent l'optimisation du taux de détection des défauts passe nécessairement par la définition de seuils de détection qui permettent de minimiser la valeur de  $\|f_{min}\|$ .

On considère les deux cas de figure :

- $d$  est approximativement découplé (découplage presque parfait ou approximatif optimal) ; dans ce cas le résidu est influencé même si  $d \neq 0$ . Il est donc nécessaire de prévoir un seuil de détection dépendant de  $d$ .
- $d$  est parfaitement découplé : dans ce cas en théorie le seuil n'a pas lieu d'être déterminé en fonction de  $d$ .

On peut également envisager un troisième cas de figure : dans le cas où les méthodes de découplage actif n'ont pas pu être appliquées à  $d$ , au même titre que pour les incertitudes non

structurées, seule la définition d'un seuil de détection permet d'obtenir la signature souhaitée pour le résidu.

Bien que les méthodes relatives à la robustesse passive soient décrites en considérant le problème de la détection robuste des défauts vis-à-vis des incertitudes de modélisation, elles s'appliquent, de la même manière que les méthodes de robustesse active, à la réalisation des structures de localisation des défauts en incluant les défauts à découpler dans  $d$ .

#### IV.5.1 Seuils de détection

Le seuil auquel est comparée l'évaluation du résidu peut être selon les cas choisi fixe ou adaptatif en fonction du point de fonctionnement du système.

Le **seuil fixe** peut être formalisé de la manière suivante :

$$\boxed{J_{th} = \max_{d, d^*} J(r(t)), \text{ pour } f = 0.} \quad (\text{IV.52})$$

Néanmoins le choix d'un seuil fixe est critique pour la décision : s'il est choisi trop faible, de fausses alarmes sont déclenchées ; par contre, s'il est trop élevé, certains défauts ne sont pas détectés.

Certains auteurs (Clark, 89, Frank et Ding 94) proposent de choisir un seuil adaptatif qui dépend du point de fonctionnement du système.

Pour illustrer cette solution, considérons le modèle de diagnostic (II.20), avec  $d(s) = 0$  et  $G_{d^*}(s)d^*(s) = \Delta G_u(s)u(s)$  ;  $\Delta G_u(s)$  représente une incertitude de modélisation non structurée et bornée ( $\|\Delta G_u(s)\| < \delta_u$ ) par rapport au modèle nominal (II.2). En l'absence de défauts, le générateur de résidu (III.29) donne :

$$r(s) = Q(s)\hat{M}_u(s)\Delta G_u(s)u(s) \quad (\text{IV.53})$$

Par conséquent  $\|r(s)\| \leq \delta_u \|Q(s)\hat{M}_u(s)u(s)\|$  permet de définir le seuil adaptatif :

$$J_{th}(t) = \left\| L^{-1} \left( \delta_u Q(s)\hat{M}_u(s)u(s) \right) \right\| \quad (\text{IV.54})$$

Où  $L^{-1}$  est l'opérateur inverse de la transformation de Laplace.

D'une manière générale, un **seuil adaptatif** peut être formalisé de la manière suivante :

$$\boxed{J_{ih}(t) = \max_{d, d^*, u(t)} J(r(t)), \text{ pour } f = 0.} \quad (\text{IV.55})$$

## IV.5.2 Evaluation des résidus

### IV.5.2.1 Fonctions d'évaluation

Les méthodes d'évaluation des résidus sont nombreuses dans la littérature. Des méthodes comme les tests de décision statistique (Basseville, 88, Basseville et Nikiforov, 93, Brunet et al., 90), la reconnaissance de formes (Dubuisson, 90), les logiques de décision floue (Frank, 96) ou les réseaux de neurones (Köppen-Seliger et Frank, 95, Zwingelstein, 95) sont largement employées. Nous nous sommes intéressés aux solutions utilisant une logique de décision basée sur des seuils prédéfinis ; ce sont les plus employées dans les méthodes analytiques (Ding et Frank, 92, 94). Le choix des fonctions d'évaluation est généralement lié à la manière dont le générateur de résidu est construit. Les trois fonctions d'évaluation communément citées dans la littérature sont :

- La valeur absolue du résidu  $|r(t)|$  ou la **puissance instantanée**  $r^*(t)r(t)$ .

$$- J(r(t), \tau) = \left[ \frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t r^*(q)r(q) dq \right]^{1/2} \quad (\text{IV.56})$$

$J^2(r(t), \tau)$  représente la puissance moyenne du résidu  $r(t)$  sur la fenêtre temporelle  $[t - \tau, t]$ .

- Une fonction d'évaluation analogue à la précédente définie dans le domaine fréquentiel :

$$J(r, \varepsilon) = \left[ \frac{1}{2\pi\varepsilon} \int_{\omega_1}^{\omega_1+\varepsilon} r^*(j\omega)r(j\omega) d\omega \right]^{1/2} \quad (\text{IV.57})$$

$J^2(r, \varepsilon)$  représente la puissance moyenne du résidu  $r(j\omega)$  sur la fenêtre de fréquences  $[\omega_1, \omega_1 + \varepsilon]$ .

Cette fonction est notamment employée pour compléter les méthodes de découplage presque parfait et approximatif optimal (Frank et Ding 94). Elle présente en effet l'intérêt de réaliser une sorte de filtrage passe bande de l'énergie du résidu.

Le choix de la zone de fréquences peut s'avérer problématique dans la mesure où il implique la réalisation d'un filtre passe bande qui ne transmet que les caractéristiques des

signaux agissant sur le résidu dans cette zone de fréquences. Cet outil est néanmoins intéressant car il permet une estimation des seuils de détection lorsque les incertitudes sont bornées. Le calcul des seuils correspondants tel que défini par (Ding 92) est donné en annexe F.

#### IV.5.2.2 Procédure de calcul des seuils de détection

L'utilisation des fonctions d'évaluation précédentes ne nous a pas donné de résultats satisfaisants. En particulier, la fonction d'évaluation  $J(r, \varepsilon)$  ne nous a pas permis de définir des seuils de détection acceptables dans la mesure où ils sont trop conservatifs et ne permettent pas, pour la plupart, de détecter les défauts envisagés.

Nous avons donc utilisé la fonction d'évaluation suivante :

$$\boxed{J(r(t)) = \sqrt{r^*(t)r(t)}}, \quad (\text{IV.58})$$

qui représente la racine carrée de la puissance instantanée du résidu  $r(t)$ .

La représentation des incertitudes paramétriques sous la forme d'incertitudes non structurées (cf. §II.2.2.2) ne nous a pas permis de déterminer, par le calcul tout du moins, des seuils acceptables pour la détection et la localisation des défauts.

Nous nous sommes donc appuyés sur la simulation d'un modèle topologique du système aussi proche que possible de la réalité (cf. §II.2.1.2) pour effectuer une première estimation du seuil que le résidu  $r(t)$  est susceptible d'atteindre en raison de la présence des incertitudes non structurées  $d^*(t)$  (erreurs de modèle). Cela nous permet de définir un premier niveau de seuil  $J_{th0}$  :

$$J_{th0} = \max_{d^*(t)} J(r(t)), \text{ pour } f(t) = 0 \quad (\text{IV.59})$$

Un deuxième niveau de seuil  $J_{th1}$  est déterminé en fonction de l'action des défauts  $\tilde{f}(t)$  et des incertitudes structurées  $d(t)$  devant être découplés par le résidu considéré.

$$\boxed{J_{th1} = \max_{\tilde{f}(t), d(t)} J(r(t)), \text{ pour } f(t) = 0} \quad (\text{IV.60})$$

Ce calcul de seuil doit être systématiquement réalisé, même si les défauts  $\tilde{f}(t)$  ou les incertitudes structurées  $d(t)$  sont théoriquement parfaitement découplées, les erreurs de

modélisation induisant une réaction du résidu lors de l'occurrence de ces défauts ou des ces incertitudes.

Une estimation du seuil  $J_{th1}$  est réalisée également grâce aux simulations effectuées à l'aide du modèle topologique. Elle est obtenue en considérant l'amplitude maximum que peut atteindre l'évaluation du résidu lorsque l'on fait varier le défaut à découpler ou l'incertitude dans la plage de variations qu'on lui a initialement définie.

**Exemple :**

Pour un résidu répondant à la table de signatures suivante :

	$\Delta I$	$\Delta \beta$	$\Delta u$	$\Delta \Omega$	$C_r$
$r$	0	0	1	1	0

Le seuil  $J_{th1}$  est donné par :

$$J_{th1} = \max_{C_r, \Delta I, \Delta \beta} J(r(t)), \text{ pour } \Delta u = 0, \Delta \Omega = 0 \text{ et des échelons de } C_r, \Delta I, \text{ et } \Delta \beta \text{ tels que :}$$

$$|C_r| \leq 2, |\Delta I| \leq 25, \text{ et } |\Delta \beta| \leq 1. (\text{cf. §II.2.2.2})$$

En conclusion, le seuil  $J_{th}$  utilisé pour le résidu  $r$  est :

$$\boxed{J_{th} = \max(J_{th0}, J_{th1})} \tag{IV.61}$$

Ce seuil, obtenu à partir de simulations utilisant un modèle fin du système, nous donne une première estimation de la valeur devant être choisie lors de la phase expérimentale.

## **IV.6 Conclusion**

Dans ce chapitre nous avons présenté différentes méthodes pour la réalisation de structures de détection et de localisation de défauts à l'aide des observateurs. A l'aide d'une approche fréquentielle, la mise en oeuvre et les conditions d'existence des techniques de découplage parfait ont été examinées et transposées à la réalisation de structures particulières. Des règles générales et des algorithmes de réalisation ont été proposés. Nous avons également examiné les procédures de construction des observateurs généralisés pour la mise en oeuvre du découplage approximatif pour la détection de défauts. L'évaluation des résidus et le calcul des seuils de détection ont été également développés dans la dernière partie de ce chapitre. Les problèmes rencontrés pour le calcul de seuil de détection acceptables pour nos applications ont été soulignés et déterminent la limite de l'état d'avancement de nos travaux.

**CHAPITRE V :**  
**Mise en oeuvre des schémas**  
**de Détection et de Localisation de Défauts**



Nous avons traité le problème de la détection et de la localisation des défauts sur l'entraînement électrique à courant continu en envisageant les deux hypothèses suivantes :

#### 1. Défauts non simultanés

La solution que nous proposons est une structure de type MOS augmentée : elle réalise un découplage parfait des défauts entre eux, mais la perturbation du couple résistant  $C_r$  n'est pas parfaitement rejetée. La structure est réalisée à l'aide de trois générateurs de résidus de Luenberger à découplage fréquentiel.

#### 2. Défauts simultanés

Nous proposons une structure de localisation de type DOS qui combine les techniques de découplage parfait, presque parfait et approximatif optimal. La structure est dans ce cas réalisée à l'aide de quatre observateurs généralisés.

### **V.1 Les étapes de validation**

L'application comporte un sous ensemble continu (le moteur et la charge), un sous ensemble commuté (les convertisseurs statiques) et un sous ensemble discret (les boucles de régulation numériques). Les grandeurs disponibles sont échantillonnées par le système d'acquisition (VIEWDAC).

Le **modèle de diagnostic** utilisé pour la synthèse des générateurs de résidu est toujours **continu**.

Les **générateurs de résidus** sont donc dans un premier temps des systèmes continus (matrices algébriques ou matrices de transfert). Ils sont discrétisés pour l'implantation des algorithmes.

La validation des solutions proposées s'effectue en deux grandes étapes :

- Validation progressive en simulation, sur le modèle continu de synthèse dans un premier temps (**système idéal continu**), puis en prenant en compte le caractère discret du régulateur (**système idéal hybride**), enfin en simulant finement le comportement des convertisseurs statiques pour représenter au mieux le système réel (**système topologique**). Dans tous les cas on peut considérer un générateur de résidus continu ou discrétisé.
- Validation expérimentale.

**Remarque :**

Des étapes de simulation intermédiaires entre le *système idéal hybride* et le *système topologique* ont également été effectuées pour introduire progressivement le modèle du hacheur et de l'étage redresseur + filtre. Elles ont consisté à évaluer séparément l'influence d'une représentation réaliste du hacheur (influence des commutations) et celle des harmoniques générées sur la tension continue par le redresseur.

L'étude menée en simulation a donc permis, après une étape de validation des générateurs de résidus continus sur le système idéal de simulation continu, d'étudier progressivement l'influence des erreurs de modélisation et de la discrétisation des générateurs de résidus sur les performances des schémas de détection et de localisation.

La figure V.1 résume les différentes étapes de notre approche.

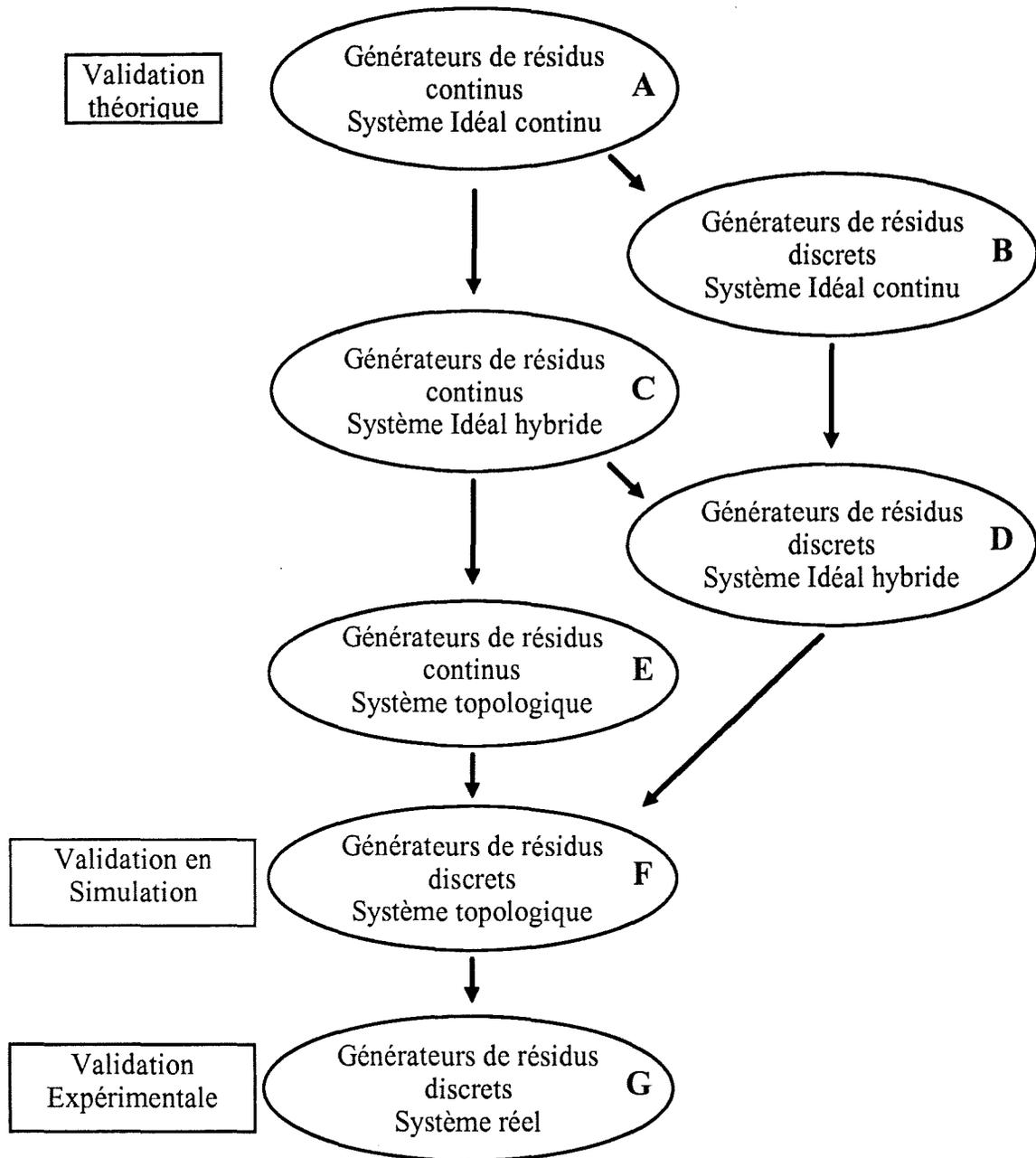


Figure V-1 : Etapes de validation en simulation et expérimentale.

A chaque étape de simulation, nous avons évalué la performance du schéma considéré à l'aide d'un critère de performance défini en fonction des **défauts minimum détectables**. Ce critère sera présenté au §V.1.2, après avoir situé les conditions de simulation.

### V.1.1 Conditions de simulation

Les modèles du système et les générateurs de résidus ont été implantés en simulation à l'aide du logiciel de simulation Matrix<sub>x</sub> - SystemBuild v5.0. SystemBuild est un environnement graphique de programmation qui permet, en utilisant des blocs (systèmes dynamiques, générateurs de signaux, blocs logiques et algébriques, ...) reliés entre eux, de simuler le comportement des systèmes physiques.

Les simulations que nous avons réalisées l'ont été dans les conditions suivantes :

1. Le fonctionnement nominal en absence de défauts correspond à un courant de référence  $I_{ref}=5$  A et à un couple de charge nul.
2. Nous avons fait varier le courant de référence,  $I_{ref}$ , dans une plage comprise entre -25 A et +25 A.
3. Les perturbations du couple de charge,  $C_r$ , ont été représentées par des échelons dont l'amplitude peut varier entre -2 Nm et +2 Nm. Les simulations présentées dans ce rapport sont données pour un échelon de couple de 0 à 1 Nm à partir du fonctionnement normal.
4. Les défauts du capteur de courant,  $\Delta I$ , ont été représentés par des échelons dont l'amplitude varie entre -25 A et +25 A. Les simulations présentées dans ce rapport sont données pour un échelon de  $\Delta I$  de 0 à 5 A à partir du fonctionnement normal.
5. Les défauts de l'interface de commande,  $\Delta\beta$ , ont été représentés par des échelons dont l'amplitude varie entre -1 et +1. Les simulations présentées dans ce rapport sont données pour un échelon de  $\Delta\beta$  de 0 à 0.3 à partir du fonctionnement normal.
6. Les défauts de l'alimentation et du convertisseur,  $\Delta u$ , ont été représentés par des échelons dont l'amplitude varie entre -100 V et +100 V. Les simulations présentées dans ce rapport sont données pour un échelon de  $\Delta u$  de 0 à 10 V à partir du fonctionnement normal.
7. Les défauts du capteur de vitesse,  $\Delta\Omega$ , ont été représentés par des échelons dont l'amplitude varie entre -3000 tr/min et +3000 tr/min (314 rad/s). Les simulations présentées dans ce rapport sont données pour un échelon de  $\Delta\Omega$  de 0 à 31.4 rad/s à partir du fonctionnement normal.

Le tableau suivant résume les caractéristiques des défauts et de la perturbation de couple que nous avons simulés :

	Amplitude maximum	Amplitude d'essai
$\Delta I$	25 A	5 A
$\Delta \beta$	1	0.3
$\Delta u$	100 V	10 V
$\Delta \Omega$	314 rad/s	31.4 rad/s
$C_r$	2 Nm	1 Nm

Tableau V-1 : Caractéristiques des défauts en simulation.

Les courbes représentatives de chacun des essais réalisés à l'aide du système topologique sont présentées en annexe J.

**Remarque :**

Nous avons introduit dans la simulation les limitations effectivement imposées sur la grandeur de commande  $\beta$  (comprise entre -1 et +1) et sur le courant mesuré (limité à +/- 25A). Pour une variation de consigne élevée ou un défaut d'amplitude trop importante sur le système, ces limitations introduisent une non linéarité qui met inévitablement en défaut la structure de détection et de localisation. Dans la mesure où les générateurs de résidus sont conçus dans l'hypothèse où le système a un comportement linéaire, ils sont inadaptés à ce type de situation ; il faut changer de stratégie en présence de limitations. Nous nous sommes volontairement placés dans la zone de fonctionnement linéaire du système pour les validations que nous avons réalisées.

**V.1.2 Critère de performance des schémas de localisation**

Afin d'évaluer les performances des schémas de détection et de localisation que nous avons mis en oeuvre, et pour analyser l'évolution de ces performances en fonction du niveau de modélisation utilisé, nous avons établi les critères de performance suivants :

**V.1.2.1 Critère de performance pour la détection d'un défaut**

1. Pour chaque résidu  $r$ , et chacun des défauts qu'il est supposé détecter, on évalue en simulation l'amplitude minimum du défaut nécessaire pour que l'évaluation du résidu dépasse le seuil de détection  $J_{th}$  défini au §IV.5.2.2 :

$$A_{\min}(r, f) = \min(|f|) / J(r) \geq J_{th}, \text{ pour } f \neq 0$$

2. Le critère de performance  $C_{perf}(r, f)$  de la **détection du défaut  $f$  par le résidu  $r$**  est défini comme le rapport de l'amplitude minimum que doit avoir le défaut pour être détecté, sur l'amplitude maximum supposée du défaut. On multiplie cette quantité par 100 pour obtenir un pourcentage :

$$C_{perf}(r, f) = \frac{A_{\min}(r, f)}{\text{Amplitude maximum du défaut } f} \times 100$$

En conséquence, la détection du défaut est d'autant meilleure que le pourcentage  $C_{perf}(r, f)$  est faible. Il représente le **pourcentage de non détection** du défaut  $f$ . Au delà de 100%, on considère qu'il n'y a pas détection.

**Exemple :**

Avec les caractéristiques données dans le tableau V.1,  $C_{perf}(r, \Delta u) = 20\%$  signifie que l'amplitude du défaut  $\Delta u$  doit être supérieure à 20 V pour qu'il soit détecté par le résidu  $r$ .

**V.1.2.2 Critère de performance pour la localisation d'un défaut**

Pour évaluer la performance d'une structure  $\Sigma$  de localisation comportant  $q$  résidus  $r_1, \dots, r_q$ , on caractérise **la localisation du défaut  $f$**  à l'aide du critère suivant :

$$C_{perf}(\Sigma, f) = \max_{i \in \{1, \dots, q\}} (S_{i,f} C_{perf}(r_i, f)),$$

où  $S_{i,f}$  est la signature élémentaire du résidu  $r_i$  par rapport au défaut  $f$ .

**Exemple :**

Pour une structure de localisation  $\Sigma$  dont la table de signatures est la suivante :

$\Sigma$	$\Delta I$	$\Delta \beta$	$\Delta u$	$\Delta \Omega$	$C_r$
$r_0$	1	1	1	1	0
$r_1$	0	0	1	1	0
$r_2$	1	0	0	1	0

Tableau V-2 : Table de signatures d'une structure de détection et de localisation.

Le critère de performance pour la localisation du défaut  $\Delta u$  est :

$$C_{perf}(\Sigma, \Delta u) = \max(C_{perf}(r_0, \Delta u), C_{perf}(r_1, \Delta u)).$$

**V.1.2.3 Tableau des performances d'une structure de détection et de localisation**

Pour chacune des structures de détection et de localisation présentées dans ce chapitre, nous donnons un tableau des performances de la structure en fonction des conditions de l'essai effectué. Pour la structure dont la table de signatures est donnée précédemment, ce tableau se présente de la manière suivante :

$\Sigma$	$\Delta I$	$\Delta\beta$	$\Delta u$	$\Delta\Omega$	$C_r$
$r_0$	$C_{perf}(r_0, \Delta I)$	$C_{perf}(r_0, \Delta\beta)$	$C_{perf}(r_0, \Delta u)$	$C_{perf}(r_0, \Delta\Omega)$	seuil( $r_0, C_r$ )
$r_1$	seuil( $r_1, \Delta I$ )	seuil( $r_1, \Delta\beta$ )	$C_{perf}(r_1, \Delta u)$	$C_{perf}(r_1, \Delta\Omega)$	seuil( $r_1, C_r$ )
$r_2$	$C_{perf}(r_2, \Delta I)$	seuil( $r_2, \Delta\beta$ )	seuil( $r_2, \Delta u$ )	$C_{perf}(r_2, \Delta\Omega)$	seuil( $r_2, C_r$ )
$C_{perf}(\Sigma, f_i)$	$C_{perf}(\Sigma, \Delta I)$	$C_{perf}(\Sigma, \Delta\beta)$	$C_{perf}(\Sigma, \Delta u)$	$C_{perf}(\Sigma, \Delta\Omega)$	

Tableau V-3 : Tableau des performances.

En lieu et place des zéros de la table de signatures sont indiqués les seuils résultant de l'influence de chacune des entrées inconnues structurées devant être découplées. La plus grande de ces valeurs pour un résidu donné est **encadrée**, elle détermine le **seuil** finalement adopté **pour le résidu**. Les **parties grisées** de la table correspondent à la performance de la **détection** d'un défaut par un résidu. La dernière ligne de la table donne la performance de la **localisation** de chacun des défauts par la structure.

**V.1.3 Conditions expérimentales**

Les deux schémas de localisation que nous avons élaborés ont été testés sur un ensemble de fichiers de points issus de cinq essais réalisés sur le banc expérimental. Nous avons créé successivement des échelons au niveau des mesures de courant et de vitesse, et de la grandeur de commande  $\beta$ , en amont et en aval du point de prélèvement (respectivement défaut interface et simulation d'un défaut convertisseur). La perturbation de couple  $C_r$  a pu être réalisée à l'aide d'un dispositif permettant de modifier *instantanément* la charge résistive de la génératrice à courant continu. Bien que le dispositif expérimental permette de créer effectivement des défauts sur les interrupteurs statiques des convertisseurs ou leur commande rapprochée, ces défauts réels n'ont pas encore été étudiés.

Les essais sont réalisés à partir d'un régime permanent ayant pour référence  $I_{ref} = 5A$ , et à vide. En pratique, à vide, la charge exerce un couple résistant évalué à 0.15 Nm.

Le tableau suivant résume les caractéristiques des échelons de défaut et de la perturbation de couple que nous avons réalisés expérimentalement :

	Amplitude d'essai
$\Delta I$	5 A
$\Delta\beta$	0.3
$\Delta u$	30 V
$\Delta\Omega$	10 rad/s
$C_r$	0.75 Nm

Tableau V-4 : Caractéristiques des défauts expérimentaux.

**Remarques :**

- L'amplitude de l'échelon de défaut  $\Delta u$  réalisé expérimentalement est trois fois plus importante que celle de l'échelon de simulation.
- De manière analogue, l'amplitude de l'échelon de défaut  $\Delta\Omega$  réalisé expérimentalement est trois fois moins importante que celle de l'échelon de simulation.
- Les mesures du courant, de la grandeur de commande et de la vitesse pour les différents essais réalisés sont présentées en annexe J.

Notons que nous avons également déterminé des tables de performance pour l'essai expérimental. Ces tables sont obtenues en extrapolant la valeur que pourrait atteindre l'évaluation de chacun des résidus lorsque le défaut ou l'incertitude structurée considérés possède la valeur maximum initialement choisie (tab. V.1). Par exemple, pour obtenir la valeur maximum atteinte par l'évaluation d'un résidu soumis à la perturbation de couple maximum on multiplie l'évaluation obtenue expérimentalement avec  $C_r = 0.75$  Nm par  $2 / 0.75$ .

Notons enfin que cette étude expérimentale en est au stade préliminaire. Nous n'avons pas cherché à améliorer les dispositifs de détection et de localisation en fonction de ces essais. Ils sont présentés afin d'examiner si les hypothèses faites pour la construction des schémas doivent être remises en cause et si le niveau de précision atteint avec le système topologique est suffisant pour simuler le système réel de manière satisfaisante.

Les deux parties suivantes de ce chapitre sont consacrées à la présentation des deux structures mises en oeuvre, ainsi que des résultats de simulation et expérimentaux.

## V.2 Application des techniques de découplage parfait : structure MOS

Les conditions d'existence des structures robustes de localisation à découplage parfait en considérant la perturbation  $C_r$  et les quatre défauts  $\Delta I$ ,  $\Delta\beta$ ,  $\Delta u$ ,  $\Delta\Omega$  ne sont pas vérifiées. Seules les structures GOS et MOS augmentées sont envisageables. Nous avons opté pour la deuxième solution (Courtine et al., 97) car elle ne nécessite l'implantation que de trois générateurs de résidus, au lieu de cinq. Ce choix est justifié par l'objectif à terme d'implanter sur le système expérimental un dispositif de diagnostic en temps réel.

### V.2.1 Construction du générateur de résidus

Après examen des différentes conditions sur le rang des matrices de transfert des sorties du système par rapport aux quatre défauts et à la perturbation de couple (cf. chapitre IV), il s'avère que l'on peut construire une structure MOS augmentée dont la table de signatures est la suivante :

	$\Delta I$	$\Delta\beta$	$\Delta u$	$\Delta\Omega$	$C_r$
$r_0$	1	1	1	1	0
$r_1$	0	0	1	1	0
$r_2$	1	0	0	1	0

Tableau V-5 : Table de signatures de la structure MOS.

On vérifie que la condition sur le nombre de résidus par rapport au nombre de défauts définie au §IV.2.4 est respectée.

Les conditions nécessaires et suffisantes pour la réalisation de la structure MOS augmentée sont :

- Pour  $r_0$  :

$$1 + \text{rang}(G_{C_r}(s)) =$$

$$\text{rang}([G_{C_r}(s) \ G_{\Delta I}(s)]) = \text{rang}([G_{C_r}(s) \ G_{\Delta\beta}(s)]) = \text{rang}([G_{C_r}(s) \ G_{\Delta u}(s)]) = \text{rang}([G_{C_r}(s) \ G_{\Delta\Omega}(s)])$$

- Pour  $r_1$  :

$$\text{rang}([G_{\Delta I}(s) \ G_{\Delta\beta}(s) \ G_{\Delta u}(s)]) = \text{rang}([G_{\Delta I}(s) \ G_{\Delta\beta}(s) \ G_{\Delta\Omega}(s)]) = 1 + \text{rang}([G_{\Delta I}(s) \ G_{\Delta\beta}(s)])$$

- pour  $r_2$  :

$$\text{rang}\left(\left[G_{\Delta\beta}(s) G_{\Delta u}(s) G_{\Delta I}(s)\right]\right) = \text{rang}\left(\left[G_{\Delta\beta}(s) G_{\Delta u}(s) G_{\Delta\Omega}(s)\right]\right) = 1 + \text{rang}\left(\left[G_{\Delta\beta}(s) G_{\Delta u}(s)\right]\right)$$

Les conditions précédentes nous permettent de construire trois générateurs de résidus dont les sorties sont  $r_0$ ,  $r_1$ , et  $r_2$  et dont les transferts par rapport aux défauts et à la perturbation de couple sont représentés dans le tableau suivant (une \* correspond à un transfert non nul, et un ? à un transfert pouvant être nul ou non) :

	$\Delta I(s)$	$\Delta\beta(s)$	$\Delta u(s)$	$\Delta\Omega(s)$	$C_r(s)$
$r_0(s)$	*	*	*	*	0
$r_1(s)$	0	0	*	*	?
$r_2(s)$	*	0	0	*	?

Tableau V-6 : Transferts de la structure MOS.

La structure permet une **localisation théorique parfaite** de tous les défauts considérés **lorsque la perturbation de couple est nulle**, dans le cas contraire, nous sommes obligés de définir **un seuil de détection**, pour les résidus  $r_1$  et  $r_2$ , qui **dépend de l'incertitude structurée  $C_r$** .

Nous avons choisi de réaliser la structure MOS augmentée à l'aide de générateurs de résidu de Luenberger à découplage fréquentiel. Il s'avère que pour cette application particulière, les conditions nécessaires pour la construction des GRL à découplage fréquentiel sont suffisantes pour obtenir des solutions. Les matrices qui définissent les trois générateurs de résidus ainsi qu'un exemple de procédure de calcul du générateur de résidu  $r_1$  sont donnés en annexe H, notons que  $r_0$  est obtenu avec un observateur d'ordre 1,  $r_1$ , d'ordre 2 et  $r_2$ , d'ordre 1. Nous nous bornerons ici à donner les expressions des transferts élémentaires entre les trois résidus et les entrées de défaut et de perturbation (tableau V.7).

	$\Delta I(s)$	$\Delta\beta(s)$	$\Delta u(s)$	$\Delta\Omega(s)$	$C_r(s)$
$r_0(s)$	1	$\frac{30s}{s + 909.8}$	$\frac{791.1}{s + 909.8}$	$\frac{170.9}{s + 909.8}$	0
$r_1(s)$	0	0	$\frac{324216}{(s + 500)(s + 909.8)}$	$\frac{4.3(s + 891.5)(s + 21.64)}{(s + 500)(s + 909.8)}$	$\frac{-1897}{s + 500}$
$r_2(s)$	$\frac{-476.4}{s + 500}$	0	0	$\frac{5(s + 3.3)}{s + 500}$	$\frac{-2205}{s + 500}$

Tableau V-7 : Expression des transferts de la structure MOS.

Lorsque l'on analyse le tableau précédent, on observe que les fonctions de transfert des résidus  $r_1$  et  $r_2$  par rapport à la perturbation de couple possèdent un zéro à l'infini.

- L'addition d'un filtre supplémentaire permettant de réaliser un découplage presque parfait du couple à l'infini dans les résidus  $r_1$  et  $r_2$  a été envisagée.

Néanmoins, dans ce cas, lorsque l'on observe la valeur des transferts élémentaires des résidus  $r_1$  et  $r_2$  à l'infini, on obtient :

	$\Delta I(s)$	$\Delta\beta(s)$	$\Delta u(s)$	$\Delta\Omega(s)$	$C_r(s)$
$r_1(s)$	0	0	0	43	0
$r_2(s)$	0	0	0	5	0

Tableau V-8 : Gains de la structure MOS à l'infini.

Cette solution, consistant à ajouter un filtre, ne permet donc que de localiser le défaut  $\Delta\Omega$  ; les défauts  $\Delta I$ ,  $\Delta\beta$ , et  $\Delta u$  demeurent tous détectés par le résidu  $r_0$ , mais ils ne s'expriment plus dans  $r_1$  et  $r_2$  et ne peuvent plus être localisés.

- Nous avons également envisagé de rajouter un étage supplémentaire de filtrage sur les résidus pour obtenir un découplage de type approximatif optimal mais là encore la méthode ne fournit pas de solution.

Nous allons maintenant examiner les performances des observateurs mis en oeuvre, en simulation et sur le dispositif expérimental, en détaillant les différentes étapes de validation.

### V.2.2 Performances de la structure de localisation de type MOS

Dans un premier temps nous validons théoriquement la solution proposée (étape A de simulation de la figure V.1). Nous observons dans un deuxième temps la dégradation des performances de la solution lorsqu'on considère en simulation un modèle plus réaliste du système et du générateur de résidu. Nous analysons ensuite les résultats obtenus avec le système topologique (étape F de la simulation), avant de présenter la validation expérimentale (étape G).

Dans tous les cas de figure, nous avons tout d'abord examiné l'influence des erreurs de modélisation à couple de charge nul. Un tableau des performances est présenté pour ce cas précis ; il y figure, à la place de l'entrée de perturbation  $C_r$ , une entrée  $d^*$  qui représente l'influence des erreurs de modélisation sur les résidus en l'absence des défauts. Puis, nous présentons un tableau représentant les performances de la structure lorsque le couple de charge est non nul.

#### V.2.2.1 Validation théorique : Observateurs Continus / Système Idéal Continu

Cette première étape permet de valider la construction des générateurs de résidus de Luenberger de la structure de détection et de localisation. Les matrices d'état du système idéal simulé étant celles qui ont été utilisées pour calculer les observateurs, on vérifie bien en simulation (fig. V. 2) que chaque résidu répond aux défauts conformément aux transferts indiqués par le tableau V.7. Les réponses sont nulles (à la précision de calcul près) lorsque les signatures élémentaires le sont. La théorie est donc totalement validée.

On constate par ailleurs que certains résidus ont une réponse impulsionnelle (par exemple le résidu  $r_0$  pour le défaut  $\Delta\beta$ ). Cela s'explique par la présence d'un zéro de valeur nulle dans le transfert du résidu par rapport au défaut. La logique de détection permet de prendre en compte ce type de réponse transitoire en mémorisant les dépassements de seuils. Cela nécessite cependant qu'elle soit déclenchée plus rapidement que la durée du transitoire de défaut.

On peut également allonger la durée du transitoire en choisissant une dynamique plus lente pour l'observateur. Cette solution présente néanmoins deux inconvénients :

- on diminue l'amplitude de l'impulsion et la détection est moins bonne si le seuil n'est pas reconsidéré.
- on risque d'allonger certains transitoires dus aux perturbations.

Cela étant, nous avons mis au point une logique de détection qui permet de prendre en compte ces phénomènes et qui est réglée en fonction de la dynamique choisie pour l'observateur.

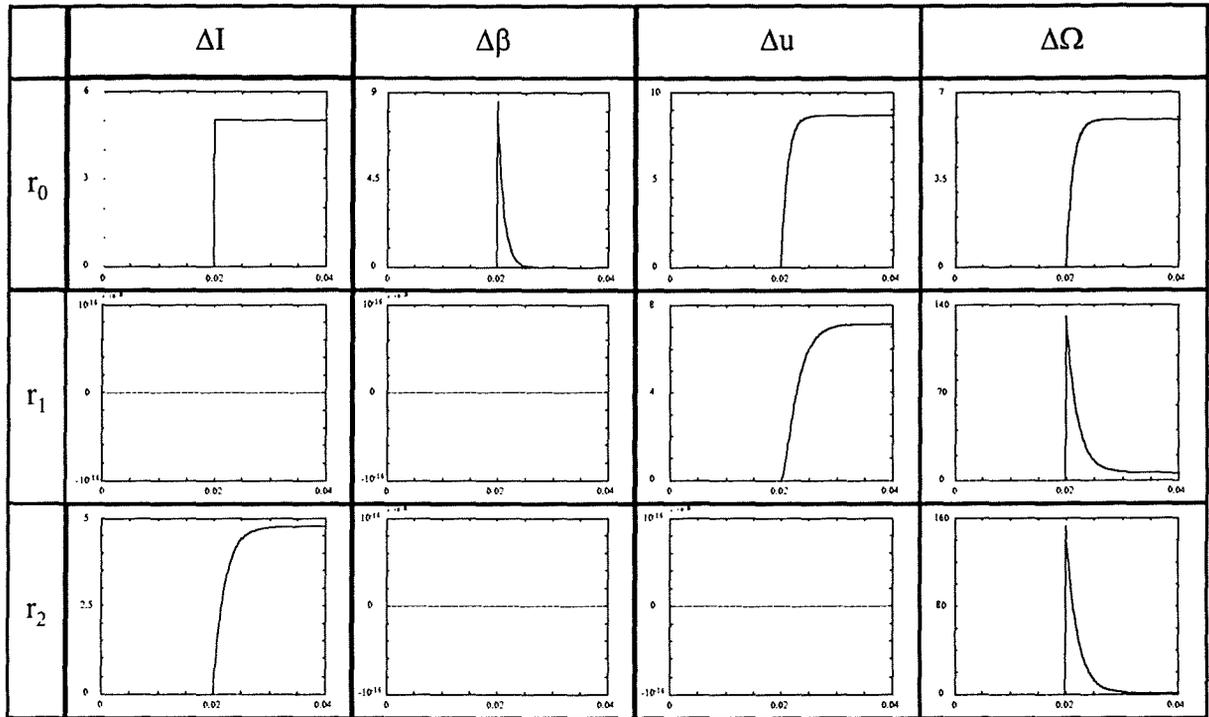


Figure V-2 : Evaluation<sup>1</sup> de la réponse des résidus aux défauts :  
Structure MOS - GRL continu - Système idéal continu.

Le tableau V.9 ci-dessous présente les performances de la structure de détection et de localisation dans ce cas idéal et à couple de charge nul. Rappelons que  $d^*$  représente les erreurs de modélisation, elles sont évidemment nulles dans ce cas de figure. Rappelons également que le critère de performance est un critère de non détection (0% correspond à une détection systématique des défauts).

	$\Delta I$	$\Delta\beta$	$\Delta u$	$\Delta\Omega$	$d^*$
$r_0$	0%	0%	0%	0%	0
$r_1$	0	0	0%	0%	0
$r_2$	0%	0	0	0%	0
$C_{perf}(\Sigma, f_i)$	0%	0%	0%	0%	

Tableau V-9 : Tableau des performances de la structure à couple de charge nul :  
Structure MOS - GRL continu - Système idéal continu.

Lorsque l'on examine l'influence des variations du couple de charge sur les résidus de la structure (fig. V.3), on vérifie que  $r_0$  y est insensible, mais que les résidus  $r_1$  et  $r_2$  sont affectés.

<sup>1</sup> La fonction d'évaluation utilisée est la valeur absolue du résidu. C'est la même pour tous les résultats présentés dans ce chapitre.

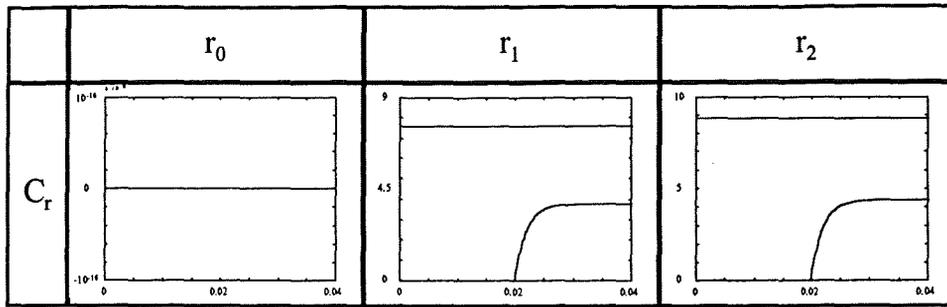


Figure V-3 : Evaluation de la réponse des résidus à une variation du couple de charge :  
Structure MOS - GRL continu - Système idéal continu.

Les seuils de détection de  $r_1$  et de  $r_2$  doivent être déterminés en fonction de la valeur maximum que peut atteindre le couple de charge. Le tableau V.10 présente les performances obtenues avec ces seuils. On remarque par exemple que le défaut du capteur de courant doit avoir une amplitude supérieure à 9.25 A ( $37\% \times 25$ ) pour être localisé par la structure.

Notons que la détection des défauts demeure garantie grâce au résidu  $r_0$ .

	$\Delta I$	$\Delta\beta$	$\Delta u$	$\Delta\Omega$	$C_r$
$r_0$	0%	0%	0%	0%	0
$r_1$	0	0	10.6%	0.6%	7.59
$r_2$	37%	0	0	0.5%	8.83
$C_{perf}(\Sigma, f_i)$	37%	0%	10.6%	0.6%	

Tableau V-10 : Tableau des performances de la structure à couple de charge non nul :  
Structure MOS - GRL continu - Système idéal continu.

#### Remarques :

- Les pourcentages dans les lignes  $r_1$ ,  $r_2$ , et  $r_3$  du tableau V-10 sont les pourcentages de non détection de chacun des défauts devant être détectés (signature élémentaire « 1 ») par les résidus  $r_1$ ,  $r_2$ , ou  $r_3$ . Les pourcentages de la dernière ligne représentent les performances de la structure pour la localisation de chacun des défauts.
- Les nombres (sans pourcentage) dans ces lignes correspondent à des seuils de détection pour chacun des résidus  $r_1$ ,  $r_2$ , ou  $r_3$ . Par exemple, le nombre de la ligne  $r_1$  et de la colonne  $C_r$ , 7.59, correspond au seuil devant être adopté pour le résidu  $r_1$ , afin que l'évaluation de celui-ci n'engendre pas une détection des variations du couple de charge. Il est encadré car il correspond au maximum pour le résidu  $r_1$  des seuils (7.59, 0 et 0) dépendant des entrées  $C_r$ ,  $\Delta I$  et  $\Delta\beta$  que le résidu doit théoriquement découpler (signature élémentaire « 0 »).

Au paragraphe suivant nous présentons l'évolution des performances de la structure en fonction des différents niveaux de modélisation que nous avons considérés en simulation.

### V.2.2.2 Etapes de validation intermédiaires

Durant les étapes de validation B à F (cf. fig. V.1), nous observons la dégradation des performances de la solution lorsqu'on considère en simulation un modèle plus réaliste du système et du générateur de résidus.

Plusieurs aspects ont été étudiés :

1. Prise en compte du caractère discret de la boucle de régulation.
2. Mise en oeuvre d'un modèle topologique du hacheur.
3. Prise en compte des ondulations de la tension continue en aval du redresseur.
4. Discrétisation des générateurs de résidus.

De tous ces phénomènes étudiés, c'est le dernier qui génère le plus de dégradations au niveau des performances de la structure. Nous décrivons brièvement les trois premiers cas de figure et les conclusions que nous en avons tiré ; nous nous attardons sur le problème de la discrétisation.

#### Générateur de résidus continu, modèles plus réalistes du système

- La première étape a consisté à évaluer en simulation comment les observateurs synthétisés à partir d'un modèle totalement continu du système s'appliquent au système hybride constitué par le moteur et la boucle numérique de régulation.

Nous avons pour cela appliqué la structure continue de détection et de localisation à un modèle de simulation comprenant une représentation continue du moteur et de sa charge et les équations discrètes de la boucle de courant. Le hacheur et la source d'alimentation sont toujours représentés par un simple gain.

Les résidus devant théoriquement détecter le défaut  $\Delta\beta$  sont les plus affectés. Cela s'explique par le fait que la quantification de la grandeur de commande introduit à chaque période de régulation une erreur. Dans la mesure où le quantum est faible (1/512), les performances de la structure de localisation restent bonnes (le taux de non détection reste inférieur à 1% pour chacun des défauts).

- Dans un deuxième temps, l'ensemble de puissance est représenté par un modèle topologique du hacheur alimenté par une source de tension continue parfaite. On constate que les résidus présentent des oscillations de période égale à la moitié de la période de

MLI. Elles sont dues aux oscillations du courant dans la machine. Néanmoins ce phénomène n'est pas significatif dans la mesure où c'est approximativement le courant moyen qui est échantillonné. Les performances restent satisfaisantes (le taux de non détection reste inférieur à 1% pour chacun des défauts).

- Pour étudier l'influence de la tension redressée (amplitude et harmoniques), nous remplaçons dans la simulation précédente la source de tension continue par un modèle topologique du redresseur et du filtre. On constate que des harmoniques à la fréquence de la tension redressée (300 Hz) se superposent aux oscillations précédentes dans les résidus. Les performances restent satisfaisantes tant que la valeur moyenne de la tension redressée reste proche du gain  $U_c$  utilisé pour le modèle de diagnostic (le taux de non détection reste inférieur à 1% pour chacun des défauts). Dans le cas contraire, les performances des résidus ne découplant pas le défaut  $\Delta u$  sont d'avantage affectées.

En résumé, ces résultats valident le modèle moyen continu utilisé pour représenter le système hybride qu'est l'entraînement électrique.

### **Générateur de résidus discret, modèle idéal continu du système**

L'influence de la discrétisation des générateurs de résidus sur les performances de la structure de détection et de localisation est significative en régime transitoire (variations de la consigne et des entrées inconnues à découpler). Les résidus sont affectés alors qu'ils devraient rester nuls, et tous les résidus sont concernés. Ce phénomène est dû essentiellement au retard de calcul des observateurs discrets par rapport aux observateurs continus. Nous l'avons observé dès l'étape B des simulations en discrétisant à la période de la MLI les générateurs de résidus appliqués au modèle idéal continu du système.

On doit donc reconsidérer les seuils de détection pour l'ensemble des résidus ; ils sont représentés, lorsque l'échelle le permet, sur la figure V.4.

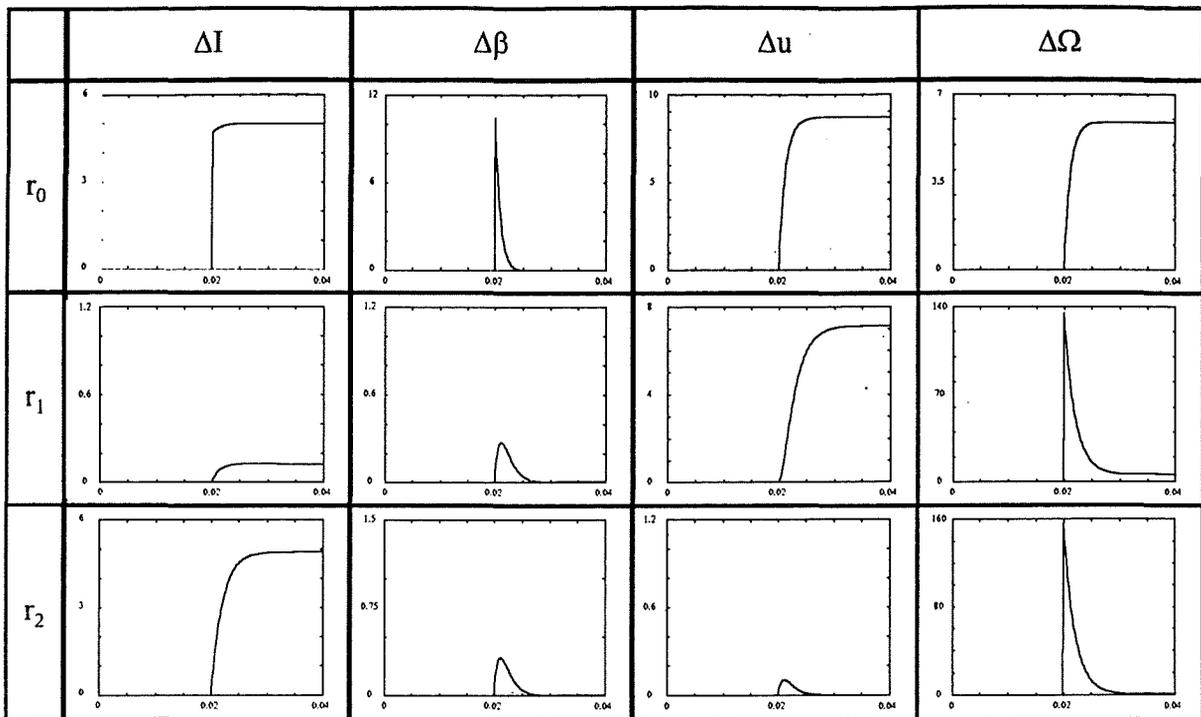


Figure V-4 : Evaluation de la réponse des résidus aux défauts :  
Structure MOS - GRL discrets - Système idéal continu.

Le tableau IV.11 présente les performances de la solution lorsque le couple de charge est nul.

	$\Delta I$	$\Delta\beta$	$\Delta u$	$\Delta\Omega$	$d^*$
$r_0$	0%	0%	0%	0%	1e-13
$r_1$	6.3e-1	9.3e-1	1.3%	6.9e-2%	1e-11
$r_2$	4.4%	1.1	1.1	6.8e-2%	1e-12
$C_{perf}(\Sigma, f_i)$	4.4%	0%	1.3%	0%	

Tableau V-11 : Tableau des performances de la structure à couple de charge nul :  
Structure MOS - GRL discrets - Système idéal continu.

La détection des défauts  $\Delta I$  et  $\Delta u$  est la plus affectée. Si on considère les variations du couple de charge (fig. V.5), on note qu'elles affecteront essentiellement le résidu  $r_0$ . Les seuils des résidus  $r_1$  et  $r_2$  sont très peu modifiés (tab. V.12) dans la mesure où dans ces cas, l'amplitude du couple est plus pénalisante que ses variations.

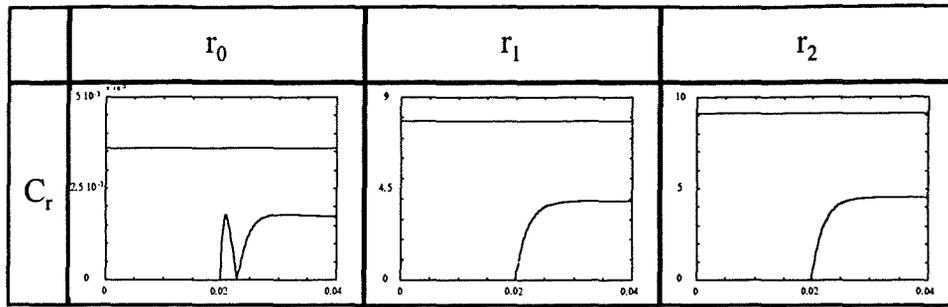


Figure V-5 : Evaluation de la réponse des résidus à une variation du couple de charge :  
Structure MOS - GRL discrets - Système idéal continu.

	$\Delta I$	$\Delta\beta$	$\Delta u$	$\Delta\Omega$	$C_r$
$r_0$	1.4e-2%	1e-2%	4e-3%	6e-3	3.6e-3
$r_1$	6.3e-1	9.3e-1	10.9%	5.8e-1%	7.82
$r_2$	37%	1.1	1.1	5.8e-1%	9.1
$C_{perf}(\Sigma, f_i)$	37%	1e-2%	10.9%	5.8e-1%	

Tableau V-12 : Tableau des performances de la structure à couple de charge non nul :  
Structure MOS - GRL discrets - Système idéal continu.

Lorsque l'on compare les performances à couple de charge nul (tab. V.11) et non nul (tab. V.12) on note qu'elles ont peut évolué. Seule la localisation du défaut  $\Delta\beta$  est légèrement dégradée (1e-2%).

En conclusion, lorsque l'on sépare les problèmes posés par la discrétisation du générateur de résidus et par les erreurs de modélisation, on constate que chaque phénomène introduit une dégradation acceptable des performances de la solution. Qu'en-est il dans la réalité, quand les phénomènes se cumulent? C'est ce que nous analysons dans le paragraphe suivant.

**V.2.2.3 Validation en simulation : Observateurs discrets / Système topologique**

Les observateurs discrétisés ont été testés en simulation sur le modèle topologique complet du système, les figures V.6 et V.7 présentent les résultats de la simulation pour les amplitudes de défaut et de couple de charge données en introduction.

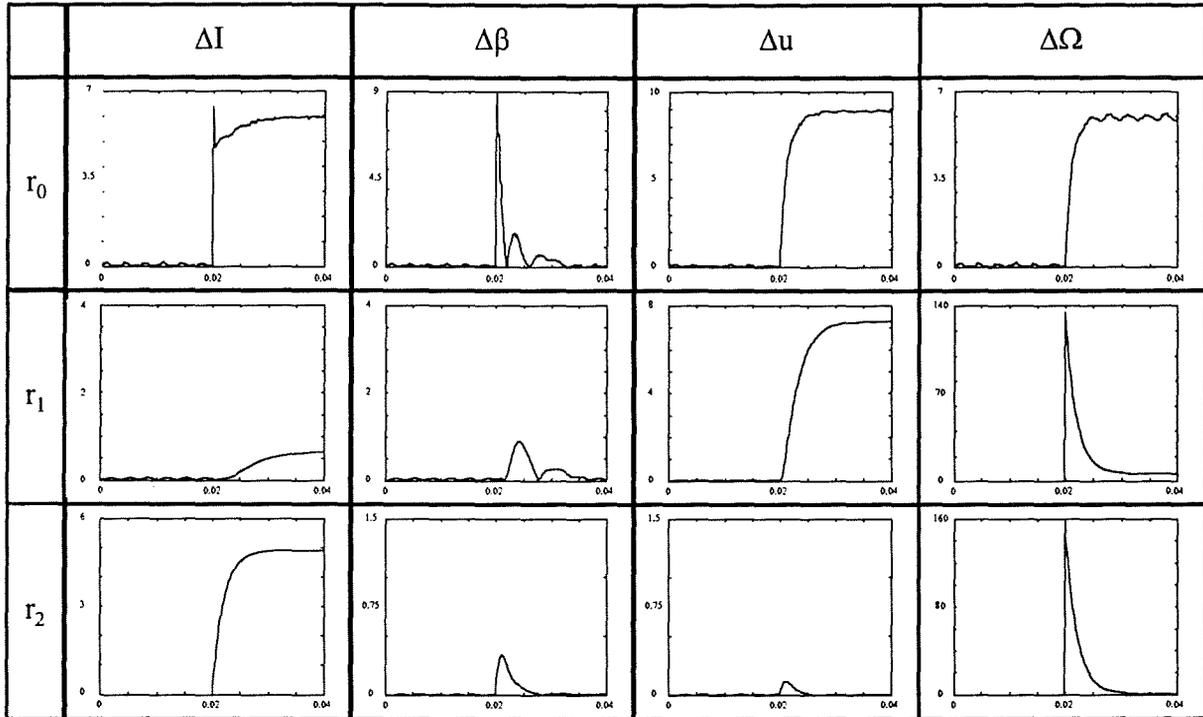


Figure V-6 : Evaluation de la réponse des résidus aux défauts :  
Structure MOS - GRL discrets - Système topologique.

	$\Delta I$	$\Delta\beta$	$\Delta u$	$\Delta\Omega$	$d^*$
$r_0$	0.6%	0.7%	0.2%	0.3%	2e-1
$r_1$	3.36	3.05	4.6%	2.5e-1%	6.5e-2
$r_2$	4.7%	1.14	1.16	7.3e-2%	8.6e-3
$C_{perf}(\Sigma, f_i)$	4.7%	0.7%	4.6%	2.5e-1%	

Tableau V-13 : Tableau des performances de la structure à couple de charge nul :  
Structure MOS - GRL discrets - Système topologique.

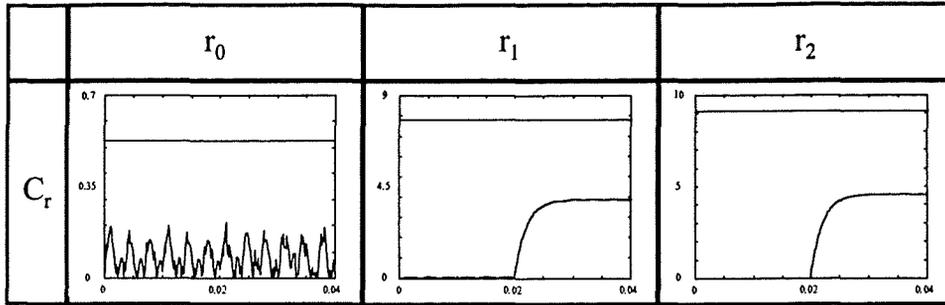


Figure V-7 : Evaluation de la réponse des résidus à une variation du couple de charge :  
Structure MOS - GRL discrets - Système topologique.

	$\Delta I$	$\Delta\beta$	$\Delta u$	$\Delta\Omega$	$C_r$
$r_0$	1.6%	1.75%	5.8e-1%	8.6e-1%	5.25e-1
$r_1$	3.36	3.05	10.7%	5.75e-1%	7.8
$r_2$	37.1%	1.13	1.15	5.8e-1%	9.1
$C_{perf}(\Sigma, f_i)$	37.1%	1.75%	10.7%	8.6e-1%	

Tableau V-14 : Tableau des performances de la structure à couple de charge non nul :  
Structure MOS - GRL discrets - Système topologique.

On vérifie comme précédemment que les erreurs de modélisation introduisent une dégradation peu significative des performances (augmentation du taux de non détection de quelques %).

V.2.2.4 Validation expérimentale : Observateurs discrets / Système réel

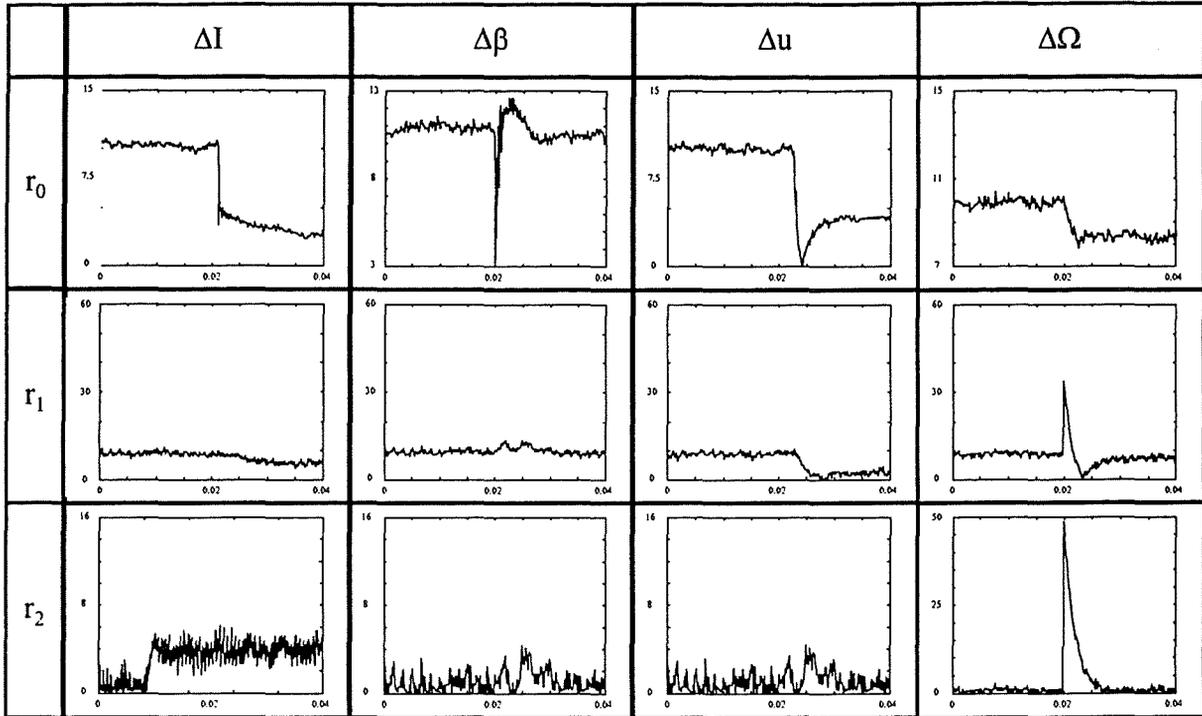


Figure V-8 : Evaluation de la réponse des résidus aux défauts :  
Structure MOS - GRL discrets - Système réel.

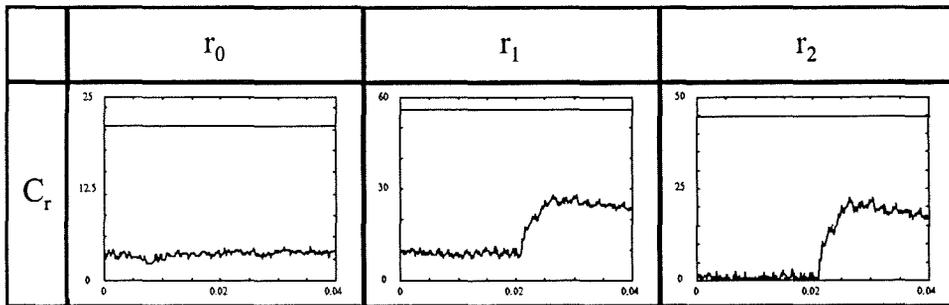


Figure V-9 : Evaluation de la réponse des résidus à une variation du couple de charge :  
Structure MOS - GRL discrets - Système réel.

On constate que les résultats expérimentaux sont très différents de ceux obtenus en simulation.

Les phénomènes résultent de la combinaison d'un offset sur les résidus et de l'utilisation de la valeur absolue des résidus dans le calcul de la fonction d'évaluation. L'offset s'explique principalement par la présence d'un offset sur les mesures, et par les erreurs de modélisation non prises en compte dans le modèle topologique de simulation.

Nous proposons de filtrer cette composante par un filtre basse fréquence.

**V.2.2.5 Performances de la structure de détection et de localisation avec résidus filtrés**

Les résultats obtenus en simulation et expérimentalement sont représentés sur les figures V.10-13. Les performances correspondantes sont données dans les tableaux V.15-18. On retrouve sensiblement les mêmes formes de résidus ; cependant pour le défaut  $\Delta\beta$  les résidus  $r_1$  et  $r_2$  sont globalement plus affectés avec le système réel. Les résidus expérimentaux sont également plus bruités. Les seuils de détection doivent donc être augmentés. Il en résulte une dégradation des coefficients de performance pour la localisation, qui peut être significative, comme le montrent les tableaux V.15-18 : la performance de la localisation du défaut  $\Delta u$ , par exemple, est de 42% en simulation (tableau V.15), alors que le défaut n'est pas localisé expérimentalement (107.4%, tableau V.18). Cependant, la détection des défauts par  $r_0$  est toujours garantie. On observe également une bien plus grande sensibilité des résidus  $r_1$  et  $r_2$  aux variations du couple de charge comme le montre la figure V.13. Nous n'expliquons pas encore ce phénomène.

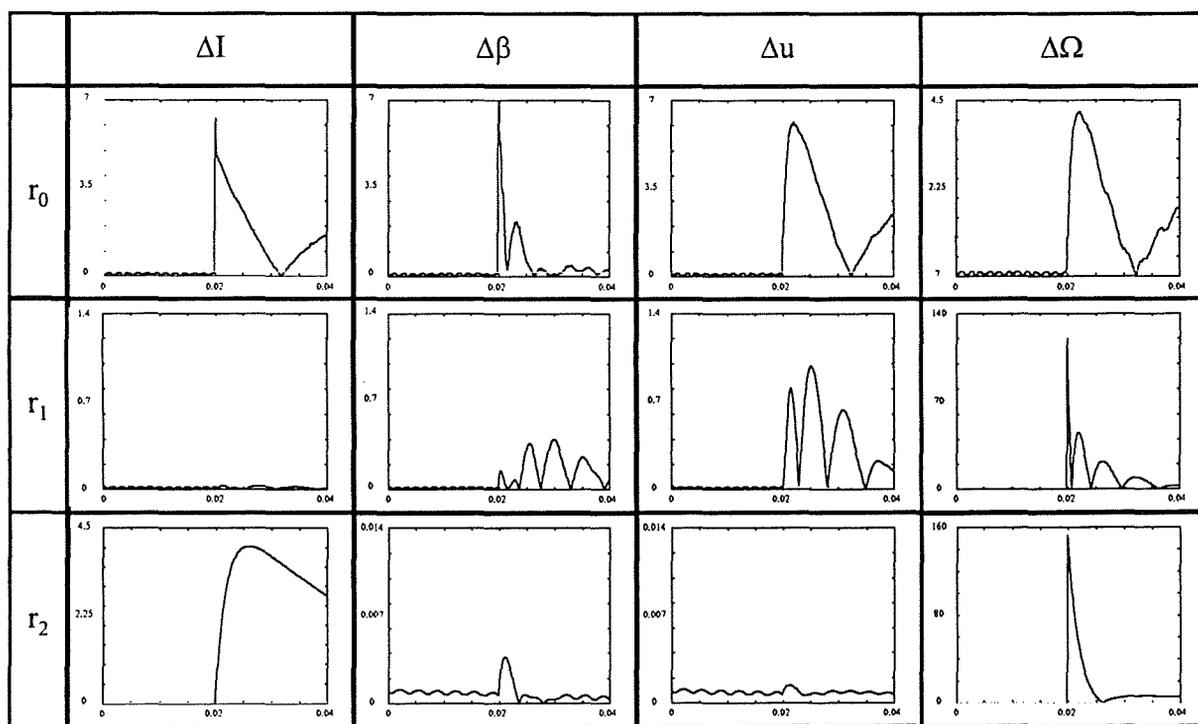


Figure V-10 : Evaluation de la réponse des résidus aux défauts :  
 Structure MOS - GRL discrets + filtre - Système topologique.

	$\Delta I$	$\Delta\beta$	$\Delta u$	$\Delta\Omega$	$d^*$
$r_0$	0.5%	0.7%	0.7%	0.4%	0.15
$r_1$	0.17	1.34	41%	0.11%	0.03
$r_2$	0.06%	0.013	0.005	8e-4%	0.0012
$C_{perf}(\Sigma, f_i)$	0.5%	0.7%	41%	0.4%	

Tableau V-15 : Tableau des performances de la structure à couple nul :  
Structure MOS - GRL discrets + filtre - Système topologique.

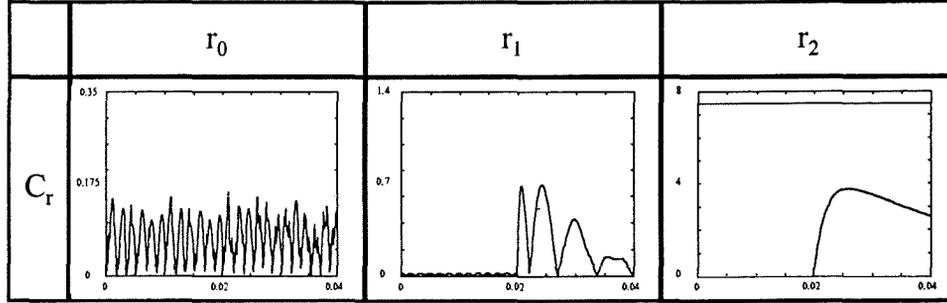


Figure V-11 : Evaluation de la réponse des résidus à une variation du couple de charge :  
Structure MOS - GRL discrets + filtre - Système topologique.

	$\Delta I$	$\Delta\beta$	$\Delta u$	$\Delta\Omega$	$C_r$
$r_0$	1%	1.4%	1.6%	0.8%	0.32
$r_1$	0.17	1.34	42%	0.12%	1.38
$r_2$	37%	0.013	0.005	0.5%	7.5
$C_{perf}(\Sigma, f_i)$	37%	1.4%	42%	0.8%	

Tableau V-16 : Tableau des performances de la structure à couple de charge non nul :  
Structure MOS - GRL discrets + filtre - Système topologique.

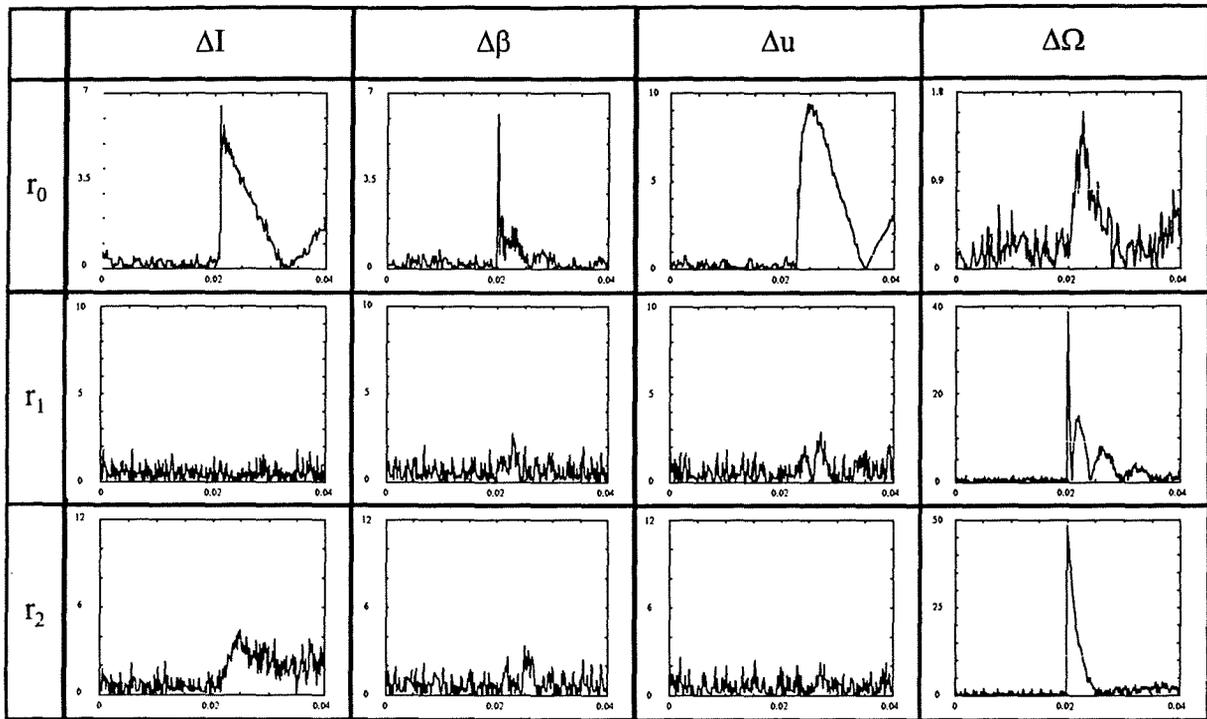


Figure V-12 : Evaluation de la réponse des résidus aux défauts :  
Structure MOS - GRL discrets + filtre - Système réel.

	$\Delta I$	$\Delta\beta$	$\Delta u$	$\Delta\Omega$	$d^*$
$r_0$	2.5%	4%	2.6%	1.7%	0.81
$r_1$	9.06	9.18	96%	0.8%	2.1
$r_2$	51%	11.3	8.8	0.8%	2.62
$C_{perf}(\Sigma, f_i)$	51%	4%	96%	1.7%	

Tableau V-17 : Tableau des performances de la structure à couple nul :  
Structure MOS - GRL discrets + filtre - Système réel.

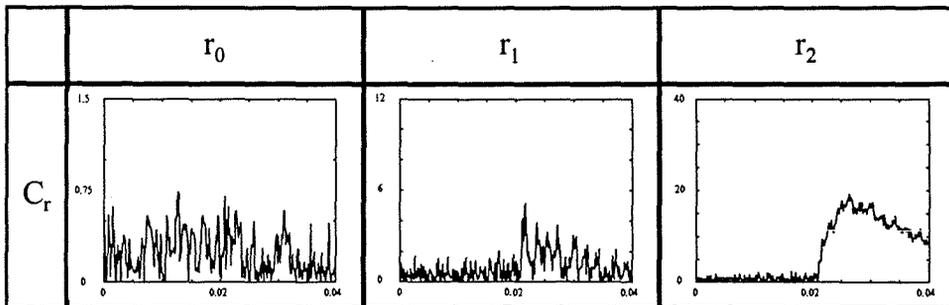


Figure V-13 : Evaluation de la réponse des résidus à une variation du couple de charge :  
Structure MOS - GRL discrets + filtre - Système réel.

	$\Delta I$	$\Delta\beta$	$\Delta u$	$\Delta\Omega$	$C_r$
$r_0$	2.5%	4%	2.6%	1.7%	0.81
$r_1$	9.06	9.18	107.4%	0.9%	10.25
$r_2$	173%	11.3	8.8	2.7%	38.4
$C_{perf}(\Sigma, f_i)$	173%	4%	107.4%	3%	

Tableau V-18 : Tableau des performances de la structure à couple de charge non nul :  
Structure MOS - GRL discrets + filtre - Système réel.

### V.2.2.6 Conclusion

La structure de détection et de localisation MOS proposée est partiellement validée. Les erreurs introduites par la discrétisation du générateur de résidu ne provoquent pas de dégradations significatives des performances. L'allure des résidus obtenus expérimentalement correspond aux résultats de simulation, à condition que les résidus soient filtrés. On peut cependant observer des différences dans leur amplitude pour certains d'entre eux ; outre les bruits de mesure, il semble que le modèle topologique de simulation ou ses coefficients ne reproduisent pas encore suffisamment bien la réalité expérimentale. Les seuils de détection devant être relevés avec le dispositif expérimental, le schéma permet effectivement de localiser un défaut sur le capteur de vitesse, mais pas les autres défauts. Cependant la détection est assurée dans tous les cas malgré le couple de charge.

Les différences d'amplitude observées doivent encore être expliquées et le modèle de simulation affiné, pour espérer améliorer les performances en localisation.



### V.3 Construction d'une structure DOS de détection et de localisation à l'aide des techniques de découplage approximatif

Rappelons que la table de signatures d'une structure DOS est la suivante:

	$\Delta I$	$\Delta\beta$	$\Delta u$	$\Delta\Omega$	$C_r$	$d^*$
$r_{\Delta I}$	1	0	0	0	0	0
$r_{\Delta\beta}$	0	1	0	0	0	0
$r_{\Delta u}$	0	0	1	0	0	0
$r_{\Delta\Omega}$	0	0	0	1	0	0

Tableau V-19 : Table de signatures de type DOS.

Dans la mesure où le problème considéré comporte plus de défauts que de mesures disponibles, la réalisation d'un schéma de détection et de localisation parfaite (PFDI) n'est pas envisageable. Nous avons donc procédé à la construction d'un schéma de localisation à l'aide des techniques de découplage approximatif et d'observateurs généralisés. Pour chacun des défauts, les conditions d'existence des différentes techniques (découplage parfait, presque parfait et approximatif optimal) ont été testées en considérant que les entrées à découpler sont les autres défauts et la perturbation du couple de charge. Les conclusions de cette étape préliminaire sont résumées dans le tableau V.20 :

Défaut à détecter	Méthode utilisée
Détection de $\Delta I$ (découplage de $d = [C_r^T \ \Delta\beta^T \ \Delta u^T \ \Delta\Omega^T]^T$ )	Découplage presque parfait
Détection de $\Delta\beta$ (découplage de $d = [C_r^T \ \Delta I^T \ \Delta u^T \ \Delta\Omega^T]^T$ )	Découplage parfait
Détection de $\Delta u$ (découplage de $d = [C_r^T \ \Delta I^T \ \Delta\beta^T \ \Delta\Omega^T]^T$ )	Découplage approximatif optimal
Détection de $\Delta\Omega$ (découplage de $d = [C_r^T \ \Delta I^T \ \Delta\beta^T \ \Delta u^T]^T$ )	Découplage presque parfait

Tableau V-20 : Réalisation du schéma de localisation

Les procédures de calcul des résidus  $r_{\Delta I}$ ,  $r_{\Delta\beta}$ ,  $r_{\Delta u}$  et  $r_{\Delta\Omega}$  sont explicitées dans le paragraphe suivant ; la méthode de validation adoptée est identique à celle décrite en détail pour la structure MOS ; en conséquence dans cette partie, seuls les résultats théoriques avec le générateur discrétisé d'une part, les résultats finaux de simulation et les résultats expérimentaux d'autre part sont présentés.

### V.3.1 Le générateur de résidus

Notons au préalable que les données numériques concernant les différentes fonctions de transfert définissant le système  $G_u(s)$ ,  $G_{C_r}(s)$ ,  $G_{\Delta I}(s)$ ,  $G_{\Delta\beta}(s)$ ,  $G_{\Delta u}(s)$  et  $G_{\Delta\Omega}(s)$  sont données en annexe G.

Le système considéré étant stable, nous avons utilisé pour chaque résidu un observateur généralisé de la forme ( modèle parallèle et filtre) :

$$r(s) = Q(s)(y(s) - G_u(s)u(s))$$

Pour chaque cas de figure les matrices de paramétrisation  $Q_{\Delta I}(s)$ ,  $Q_{\Delta\beta}(s)$ ,  $Q_{\Delta u}(s)$  et  $Q_{\Delta\Omega}(s)$  sont calculées. Le générateur de résidu obtenu est implanté sous la forme :

$$r(s) = \begin{bmatrix} r_1(s) \\ r_2(s) \\ r_3(s) \\ r_4(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{\Delta I}(s) \\ r_{\Delta\beta}(s) \\ r_{\Delta u}(s) \\ r_{\Delta\Omega}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{\Delta I}(s) \\ Q_{\Delta\beta}(s) \\ Q_{\Delta u}(s) \\ Q_{\Delta\Omega}(s) \end{bmatrix} (y(s) - G_u(s)u(s))$$

#### V.3.1.1 Résidu pour la détection et la localisation du défaut capteur de courant $\Delta I$

Par analogie avec le problème du découplage robuste des incertitudes structurées, on pose

$$f = \Delta I \text{ et } d = [C_r^T \quad \Delta\beta^T \quad \Delta u^T \quad \Delta\Omega^T]^T :$$

$$G_f(s) = G_{\Delta I}(s) \text{ et } G_d(s) = [G_{C_r}(s) \quad G_{\Delta\beta}(s) \quad G_{\Delta u}(s) \quad G_{\Delta\Omega}(s)].$$

La forme de Smith-McMillan de  $G_d(s)$  révèle que la matrice de transfert possède un zéro en  $s = 0$  et un zéro à l'infini :

$$G_d(s) = U_{\Delta I}(s) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{(s+891.6)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{s}{(s+891.6)} & 0 \end{bmatrix} V_{\Delta I}(s)$$

où  $U_{\Delta I}(s)$  et  $V_{\Delta I}(s)$  sont des matrices de transfert unimodulaires dont les expressions sont données en annexe I.

- Le zéro en  $s = 0$  de  $G_d(s)$  et sa structure associée sont caractérisés par le vecteur  $\alpha_{\Delta}^0 = [0 \ 0 \ 1]U_{\Delta}^{-1}(0) : \alpha_{\Delta}^0 G_d(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0]$ .

$G_f(s)$  possède le même zéro en  $s = 0$  que  $G_d(s)$  ainsi que sa structure associée dans la mesure où :  $\alpha_{\Delta}^0 G_f(0) = 0$ .

- Le zéro à l'infini de  $G_d(s)$  et sa structure associée sont caractérisés par le vecteur  $\alpha_{\Delta}^{\infty} = [0 \ 1 \ 0]U_{\Delta}^{-1}(\infty) : \alpha_{\Delta}^{\infty} G_d(\infty) = [0 \ 0 \ 0 \ 0]$ .

$G_f(s)$  ne possède pas le même zéro à l'infini que  $G_d(s)$  dans la mesure où  $\alpha_{\Delta}^{\infty} G_f(\infty) \neq 0$ .

**Par conséquent on se trouve dans un cas de figure où la méthode de découplage presque parfait peut être appliquée pour la détection du défaut  $\Delta I$ .**

La matrice de paramétrisation  $Q_{\Delta}(s)$  est choisie afin de mettre en évidence le zéro à l'infini des «incertitudes structurées» :  $Q_{\Delta}(s) = \alpha_1 [0 \ 1 \ 0]U_{\Delta}^{-1}(s)$ , où  $\alpha_1$  est un paramètre scalaire (ou une fonction de transfert) de réglage choisi ici pour avoir  $Q_{\Delta}(\infty)G_f(\infty) = 1$ .

On obtient :

$$Q_{\Delta}(s) = \alpha_1 \begin{bmatrix} 1 & \frac{-891.6}{(s + 891.6)} & 0 \end{bmatrix}.$$

Les transferts correspondants sont donnés en annexe I. Notons que le transfert entre le résidu et la perturbation  $\Delta\Omega$  est nul ( $Q_{\Delta}(s)G_{\Delta\Omega}(s) = 0$ ).

La comparaison entre les gains des transferts du résidu par rapport au défaut et aux «incertitudes structurées» est illustrée sur la figure V.14. Lorsque l'on regarde l'influence du zéro à l'infini, on note que les «incertitudes structurées»  $Cr$  et  $\Delta u$  sont atténuées par rapport au défaut  $\Delta I$  à partir d'environ 100 Hz. Cependant, il faut aller au delà de 10 kHz pour que l'amplification de la perturbation  $\Delta\beta$  soit inférieure à celle du défaut.

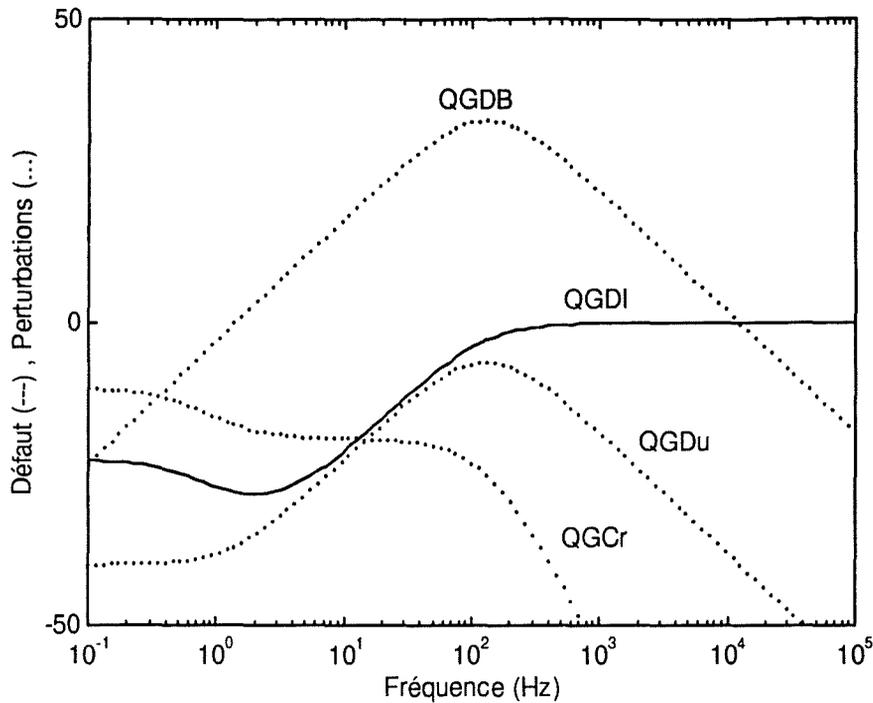


Figure V-14 : Gains des transferts entre le résidu  $r_{\Delta I}$  et les entrées  $\Delta I$ ,  $\Delta \beta$ ,  $\Delta u$  et  $C_r$  ( $\alpha_1 = 1$ ).

Pour des raisons de réalisation numérique, la sélection de la zone de fréquences où le défaut est amplifié par rapport aux incertitudes structurées est choisie à partir de 1 kHz. On choisit pour cela un filtre passe haut de Butterworth d'ordre 1 possédant une fréquence de coupure à 1 kHz :

$$\alpha_1(s) = \frac{s}{s + 6.3e + 3}$$

La comparaison entre les gains des transferts du résidu par rapport au défaut et aux « incertitudes structurées » après filtrage est illustrée sur la figure V.15. On note que le choix du filtre permet d'atténuer l'influence de la perturbation de couple à basse fréquence ; néanmoins on atténue également l'influence du défaut  $\Delta I$  dans la même zone. L'amplification de  $\Delta \beta$  reste cependant importante dans la zone de fréquence située autour de 1 kHz.

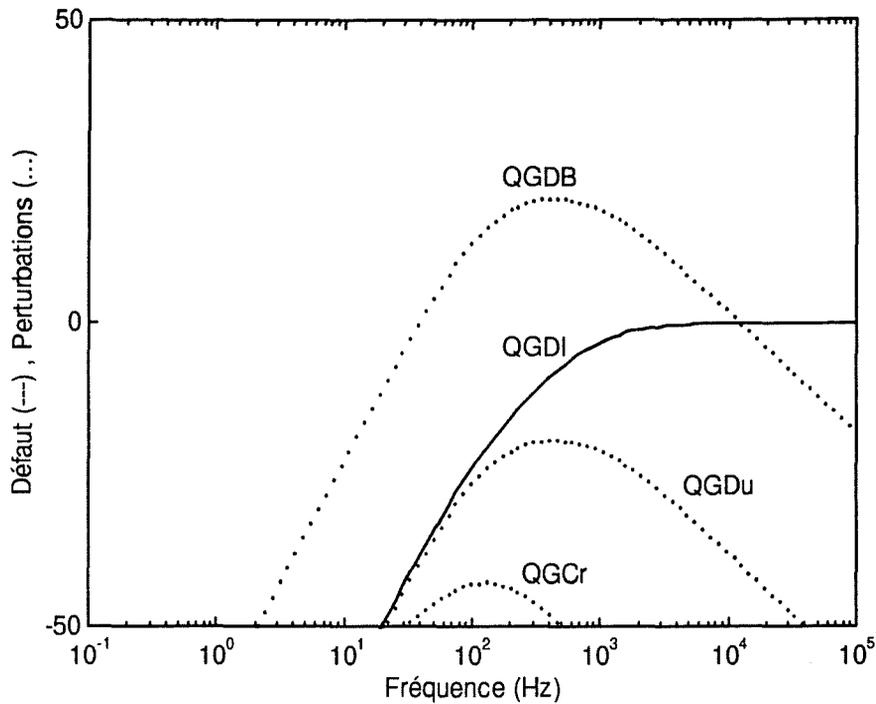


Figure V-15 : Gains des transferts entre le résidu  $r_{\Delta I}$  et les entrées  $\Delta I$ ,  $\Delta\beta$ ,  $\Delta u$  et  $C_r$  ( $\alpha_1(s)$ ).

L'atténuation en basse fréquence est un inconvénient pour la détection, dans la mesure où un offset ou une dérive lente sur le capteur de courant ne pourront pas être détectés. Seuls les défauts abrupts, ou dont les caractéristiques énergétiques sont situées dans les hautes fréquences pourront être détectés. Le filtrage basse fréquence permet néanmoins d'atténuer un certain nombre de phénomènes basse fréquence induits par la présence des erreurs de modélisation, ou des offsets sur les mesures, comme nous l'avons vu précédemment.

### V.3.1.2 Détection et la localisation du défaut de l'interface de commande $\Delta\beta$

Par analogie avec le problème du découplage robuste des incertitudes structurées, on pose

$$f = \Delta\beta, \text{ et } d = [C_r^T \quad \Delta I^T \quad \Delta u^T \quad \Delta\Omega^T]^T :$$

$$G_f(s) = G_{\Delta\beta}(s) \text{ et } G_d(s) = [G_{C_r}(s) \quad G_{\Delta I}(s) \quad G_{\Delta u}(s) \quad G_{\Delta\Omega}(s)]$$

**Le défaut et les «incertitudes structurées» vérifient les conditions de découplage parfait dans la mesure où :**

$$\text{rang}(G_f(s)) = 1$$

$$\text{rang}(G_d(s)) = 2$$

$$\text{rang}\left(\begin{bmatrix} G_d(s) & G_f(s) \end{bmatrix}\right) = \text{rang}(G_d(s)) + \text{rang}(G_f(s)) = 3$$

Nous avons construit  $Q_{\Delta\beta}(s)$  en écrivant la forme de Smith-McMillan de  $G_d(s)$  :

$$G_d(s) = U_{\Delta\beta}(s) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} V_{\Delta\beta}(s),$$

où  $U_{\Delta\beta}(s)$  et  $V_{\Delta\beta}(s)$  sont des matrices de transfert unimodulaires dont les expressions sont données en annexe I.

La matrice de paramétrisation  $Q_{\Delta\beta}(s)$  est choisie afin d'annuler la matrice de transfert des «incertitudes structurées» :  $Q_{\Delta\beta}(s) = \alpha_2 [0 \quad 0 \quad 1] U_{\Delta\beta}^{-1}(s)$ , où  $\alpha_2$  est un paramètre scalaire (ou une fonction de transfert) de réglage choisi ici pour avoir  $Q_{\Delta\beta}(\infty)G_f(\infty) = 1$ .

On obtient :

$$Q_{\Delta\beta}(s) = \alpha_2 \begin{bmatrix} 0.0095 & \frac{s}{(s+891.6)} & 0 \end{bmatrix}.$$

Le transfert entre le résidu et le défaut  $\Delta\beta$  est donné par :

$$Q_{\Delta\beta}(s)G_f(s) = \alpha_2 \frac{s}{(s+891.5)}$$

Le transfert entre le résidu et les «incertitudes structurées»  $d$  est nul, il est donné par :

$$Q_{\Delta\beta}(s)G_d(s) = [0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

Il faut noter que le transfert du résidu  $r_{\Delta\beta}$  possède un zéro en  $s = 0$ , par conséquent, les réponses à un échelon de  $\Delta\beta$  seront impulsionnelles.

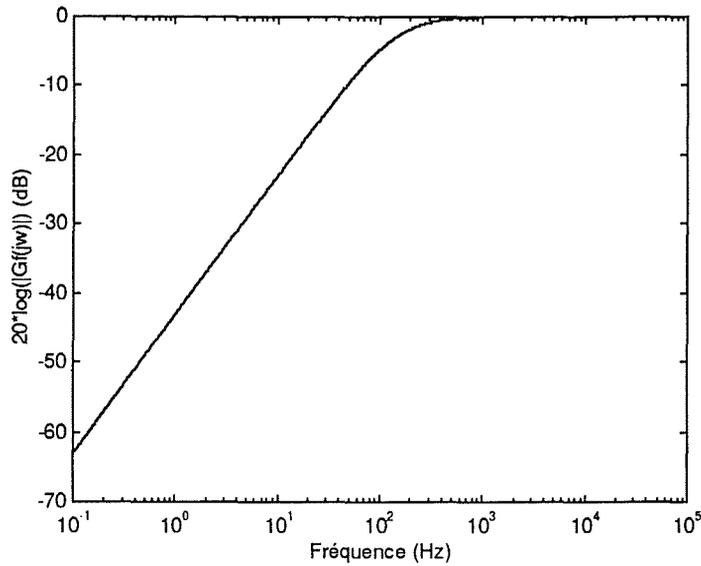


Figure V-16 : Gain du transfert entre le résidu  $r_{\Delta\beta}$  et le défaut  $\Delta\beta$  ( $\alpha_2 = 1$ ).

Le zéro en  $s = 0$  possède cependant l'avantage de réaliser un filtrage basse fréquence, avec les avantages et les inconvénients cités précédemment.

### V.3.1.3 Résidu pour la détection et la localisation du défaut hacheur $\Delta u$

Par analogie avec le problème du découplage robuste des incertitudes structurées, on pose

$$f = \Delta u, \text{ et } d = [C_r^T \quad \Delta I^T \quad \Delta \beta^T \quad \Delta \Omega^T]^T :$$

$$G_f(s) = G_{\Delta u}(s) \text{ et } G_d(s) = [G_{C_r}(s) \quad G_{\Delta I}(s) \quad G_{\Delta \beta}(s) \quad G_{\Delta \Omega}(s)]$$

La forme de Smith-McMillan de  $G_d(s)$  révèle que la matrice de transfert possède un zéro en  $s = 0$  :

$$G_d(s) = U_{\Delta u}(s) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{s}{(s+891.6)} & 0 \end{bmatrix} V_{\Delta u}(s),$$

où  $U_{\Delta u}(s)$  et  $V_{\Delta u}(s)$  sont des matrices de transfert unimodulaires dont les expressions sont données en annexe I.

Le zéro de  $G_d(s)$  et sa structure associée sont caractérisés par le vecteur  $\alpha_{\Delta u} = [0 \quad 0 \quad 1]U_{\Delta u}^{-1}(0)$  :

$$\alpha_{\Delta u} G_d(0) = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$G_f(s)$  possède le même zéro que  $G_d(s)$  ainsi que sa structure associée dans la mesure où :

$$\alpha_{\Delta u} G_f(0) = 0$$

**Par conséquent on se trouve dans un cas de figure où la méthode approximative optimale peut être appliquée pour la détection du défaut  $\Delta u$ .**

La procédure adoptée pour calculer  $Q_{\Delta u}(s)$  est celle indiquée au §IV.4 ; elle est détaillée en annexe I. On obtient une matrice de transfert de taille  $3 \times 3$  dont les coefficients sont donnés

$$\text{en annexe I. } Q_{\Delta u}(s) = \alpha_3(s) \begin{bmatrix} q_{11}(s) & q_{12}(s) & q_{13}(s) \\ q_{21}(s) & q_{22}(s) & q_{23}(s) \\ q_{31}(s) & q_{32}(s) & q_{33}(s) \end{bmatrix}, \text{ où } \alpha_3(s) \text{ est une fonction de transfert}$$

de réglage choisie pour respecter la condition (IV.42b) :

$$\|Q_{\Delta u}(s)G_d(s)\|_{\infty} \leq 1.$$

Notons qu'ici, et contrairement aux autres cas de figure, le résidu est de dimension 3.

L'analyse structurelle des matrices de transfert  $G_d(s)$  et  $G_f(s)$  nous permet de déterminer la matrice de transfert  $G_{f1}(s)$  suivante, à partir de la factorisation inner-outer étendue de  $G_d(s)$  (IV.45-46) :

$$G_{f1}(s) = \begin{bmatrix} \frac{1.17e^{+5}}{(s + 879.6)(s + 464.7)} \\ \frac{791(s + 426.2)}{(s + 879.6)(s + 464.7)} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Les valeurs singulières maximum de  $G_{f1}(s)$  sont tracées sur la figure V.16. Elles nous permettent de déterminer la valeur maximale du critère d'optimisation  $J_{\max} = \|G_{f1}(s)\|_{\infty}$  qui caractérise la différentiabilité des « défauts » par rapport aux « incertitudes structurées ».

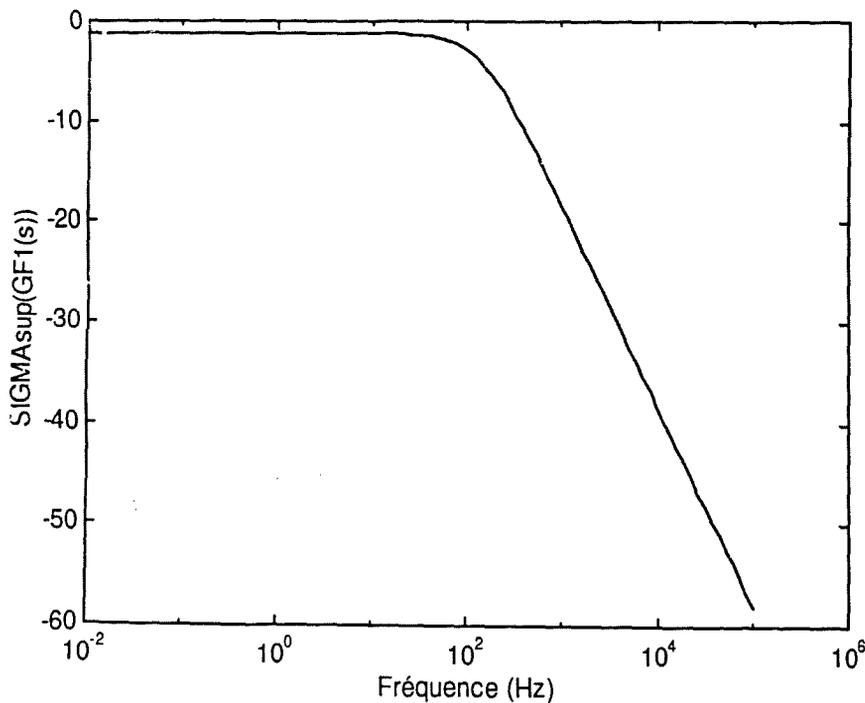


Figure V-16 : Valeurs singulières maximum de  $G_{f1}(s)$ .

On obtient :

$$J_{\max} = \|G_{f1}(s)\|_{\infty} = 0.87,$$

le critère étant obtenu pour une pulsation  $\omega_0 = 0$ .

Notons qu'avant filtrage, on avait :

$$J_0 = \frac{\|G_f(s)\|_\infty}{\|G_d(s)\|_\infty} = 0.0035.$$

Par conséquent, le critère d'optimisation a bien été augmenté. Cependant la valeur de  $J_{max}$  est faible. La détection du défaut  $\Delta u$  ne sera donc effective que dans des cas de figure particuliers, où l'énergie du défaut est très importante devant celle des « incertitudes structurées ». Nous verrons en particulier que l'amplitude possible du défaut du capteur de vitesse (tableau V.1) est trop importante pour espérer obtenir une détection correcte du défaut hacheur.

A titre d'illustration, nous présentons sur la figure suivante (fig. V.17), les gains comparés du résidu par rapport au défaut et aux « incertitudes structurées ». **Notons que la pulsation  $\omega_0 = 0$  pour laquelle le critère est optimisé étant située au même endroit que le zéro  $s = 0$  des matrices de transfert  $G_f(s)$  et  $G_d(s)$ , la méthode préconisée ne permet pas théoriquement d'obtenir la matrice  $Q_{\Delta u}(s)$ . La matrice de paramétrisation  $Q_{\Delta u}(s)$  a donc été calculée pour une pulsation voisine  $\omega'_0 = 10$  Hz à laquelle la valeur du critère est du même ordre de grandeur.**

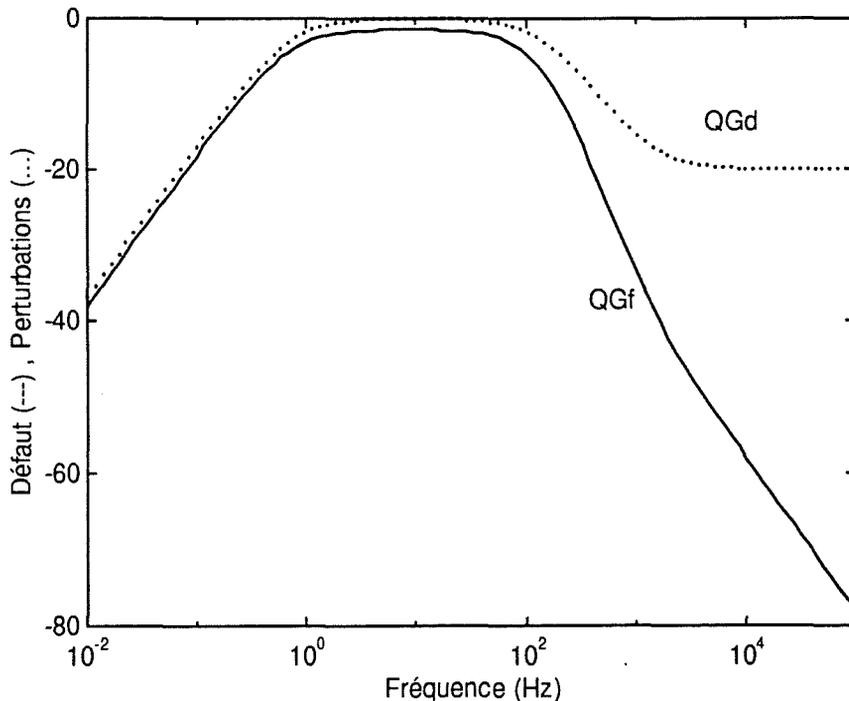


Figure V-17 : « Gains » des transferts entre le résidu  $r_{\Delta u}$  et le défaut  $f$  et les « perturbations »  $d$ .

**V.3.1.4 Résidu pour la détection et la localisation du défaut capteur de vitesse  $\Delta\Omega$**

Comme dans le cas du défaut  $\Delta I$ , la méthode presque parfaite peut être appliquée pour la détection du défaut  $\Delta\Omega$ .

On obtient :

$$Q_{\Delta\Omega}(s) = \alpha_4 \left[ 0 \quad \frac{-7.538e^{+6}}{(s + 21.64)(s + 891.5)} \quad 1 \right].$$

Les transferts entre le résidu et les «incertitudes structurées»  $\Delta I$  et  $\Delta\beta$  sont nuls ( $Q_{\Delta\Omega}(s)G_{\Delta I}(s) = 0$ ,  $Q_{\Delta\Omega}(s)G_{\Delta\beta}(s) = 0$ ).

La comparaison entre les gains des transferts du résidu par rapport au défauts et aux «incertitudes structurées» est illustrée sur la figure V.18. Lorsque l'on regarde l'influence du zéro à l'infini, on remarque que les perturbation  $Cr$  et  $\Delta u$  sont atténuées par rapport au défaut  $\Delta\Omega$ , à partir de 10 Hz et 100 Hz respectivement.

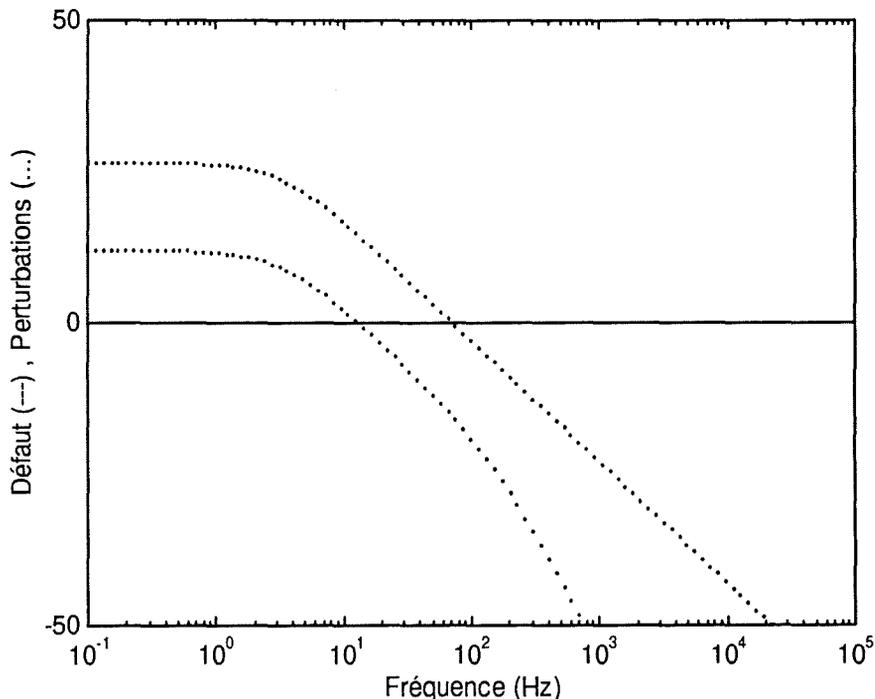


Figure V-18 : Gains des transferts résidu/« incertitudes structurées» et résidu/défaut ( $\alpha_4 = 1$ ).

La sélection de la zone de fréquences « à l'infini » est réalisée à l'aide d'un filtre passe haut de Butterworth d'ordre 1 possédant une fréquence de coupure à 1 kHz :

$$\alpha_4(s) = \frac{s}{s + 6.3e + 3}$$

La comparaison entre les gains des transferts du résidu par rapport au défaut et aux « incertitudes structurées » après filtrage est illustrée sur la figure V.19.

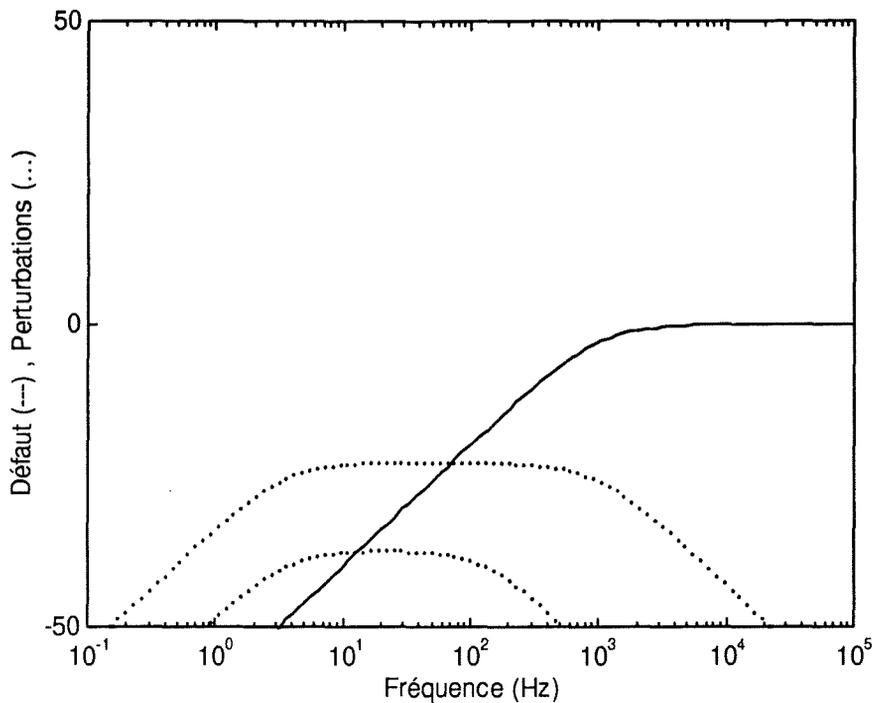


Figure V-19 : Gains des transferts résidu/« incertitudes structurées » et résidu/défaut( $\alpha_4(s)$ ).

Les interprétations des courbes sont tout à fait similaires à celles données pour le défaut  $\Delta I$ .

### V.3.2 Performances du générateur de résidus de type DOS

Les trois cas de figure décrits dans ce paragraphe sont :

**Cas n°1** : Observateurs discrets / Système idéal continu,

**Cas n°2** : Observateurs discrets / Système topologique,

**Cas n°3** : Observateurs discrets / Système réel,

L'allure des résidus dans les trois cas sont donnés sur les figures V.20 à V.25. Le tableau V.21 résume les performances correspondantes.

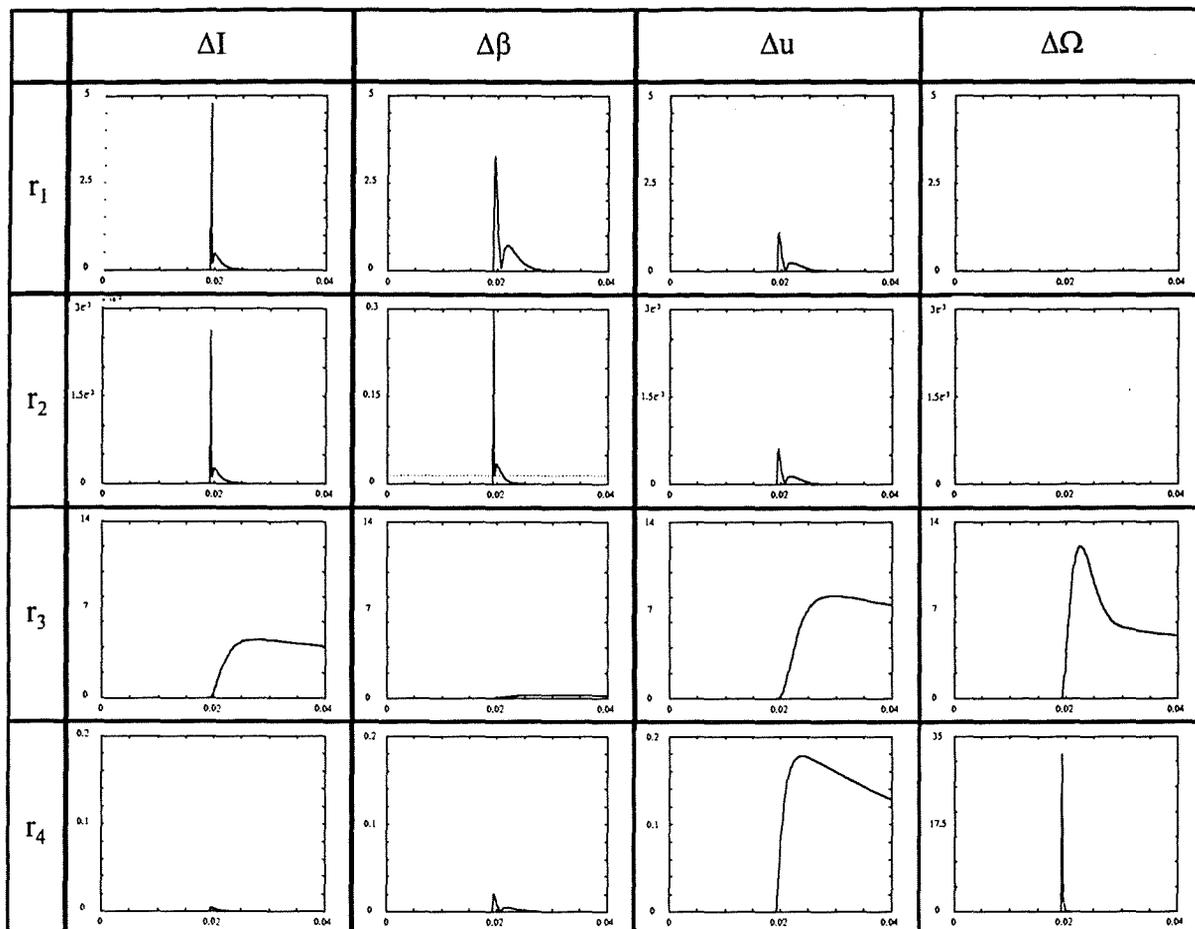


Figure V-20 : Evaluation de la réponse des résidus aux défauts :  
Structure DOS - OG discrets - Système idéal continu.

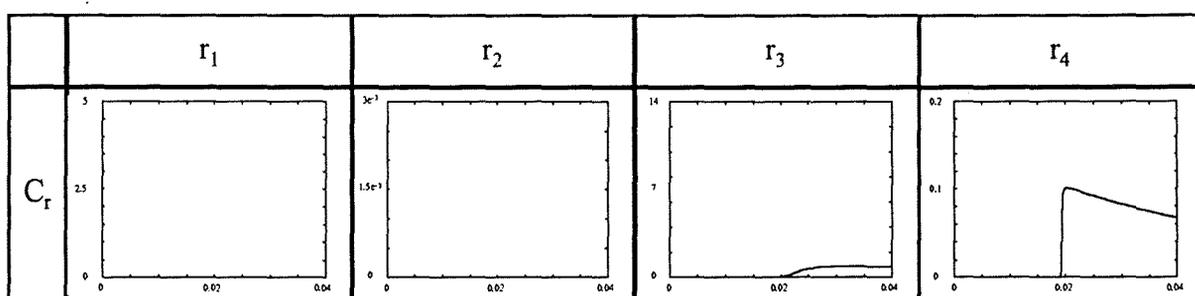


Figure V-21 : Evaluation de la réponse des résidus à une variation du couple de charge :  
Structure DOS - OG discrets - Système idéal continu.

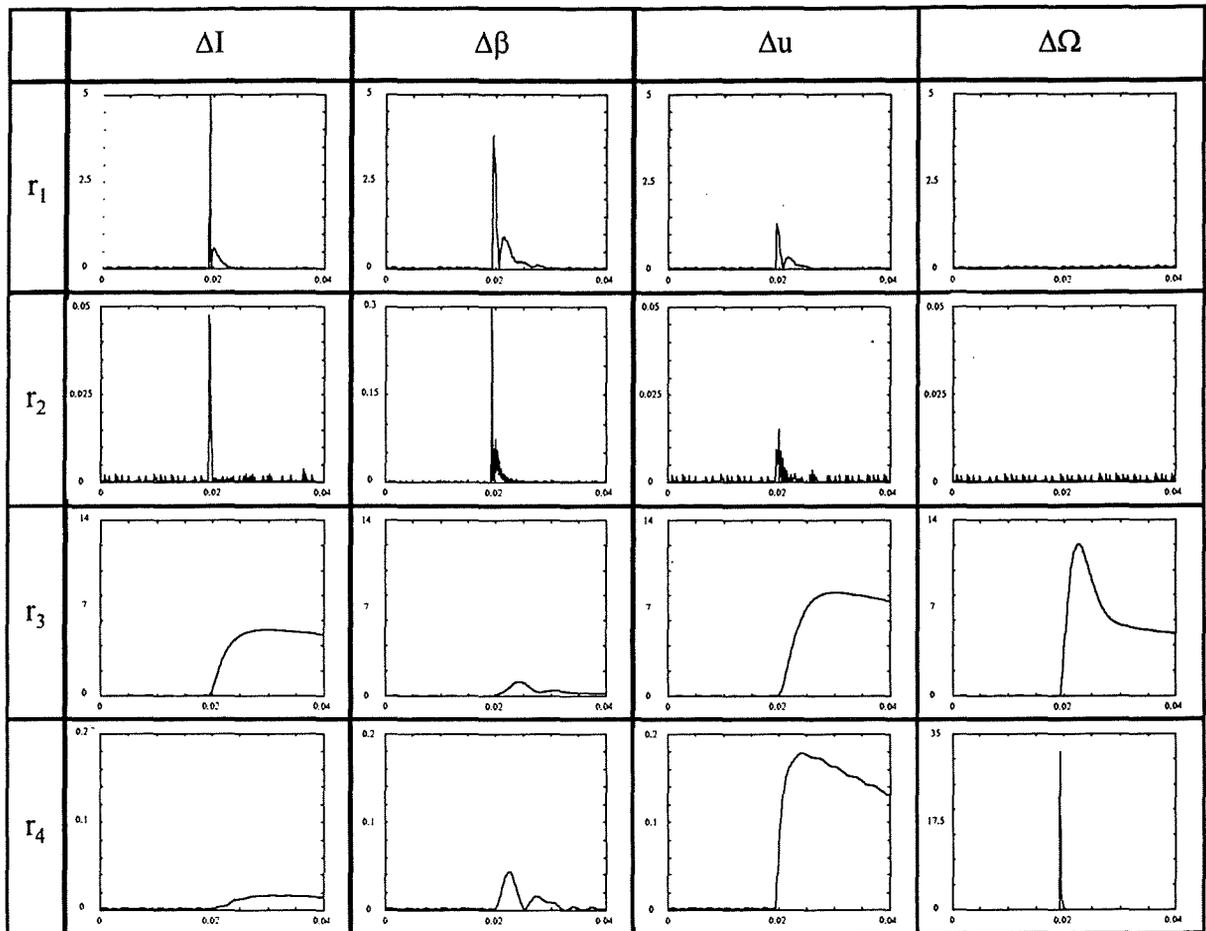


Figure V-22 : Evaluation de la réponse des résidus aux défauts :  
Structure DOS - OG discrets - Système topologique.

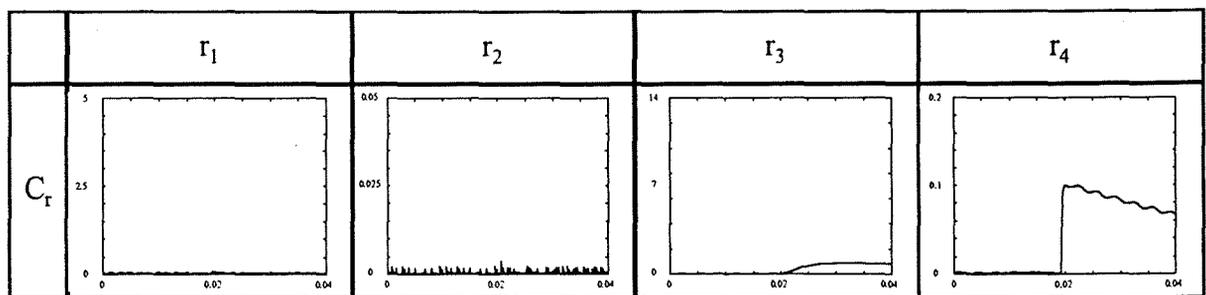


Figure V-23 : Evaluation de la réponse des résidus à une variation du couple de charge :  
Structure DOS - OG discrets - Système topologique.

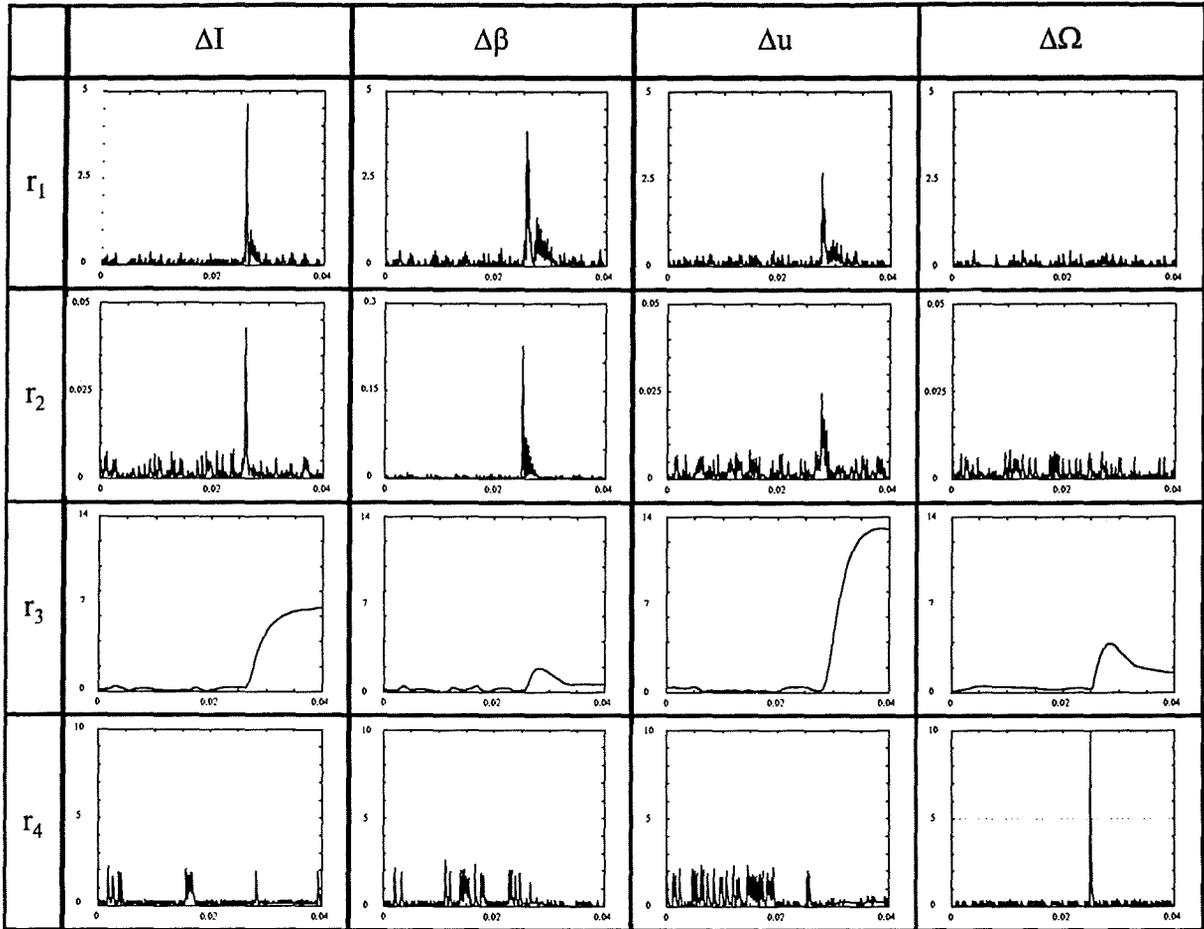


Figure V-24 : Evaluation de la réponse des résidus aux défauts :  
Structure DOS - OG discrets - Système réel.

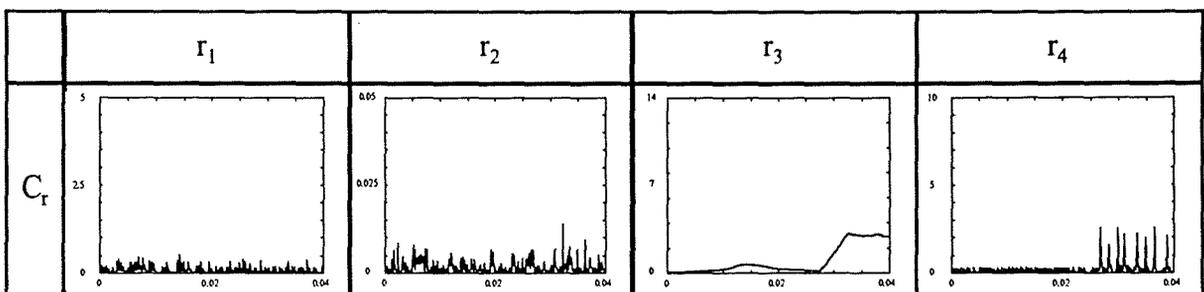


Figure V-25 : Evaluation de la réponse des résidus à une variation du couple de charge :  
Structure DOS - OG discrets - Système réel.

Défaut $f_i$	SEUILS			$C_{perf}(\Sigma, f_i)$		
	Cas n°1	Cas n°2	Cas n°3	Cas n°1	Cas n°2	Cas n°3
$\Delta I$	11	13.1	13	47%	52%	54%
$\Delta\beta$	0.013	0.23	0.22	1.3%	23%	28%
$\Delta u$	120	121	119	150%	147%	170%
$\Delta\Omega$	1.75	1.8	5	0.6%	0.6%	1.6%

Tableau V-21 : Performances de la structure DOS.

Comme indiqué en V.3.1.3, on vérifie que le défaut  $\Delta u$  n'est pas localisé. Pour les autres défauts, on constate une bonne corrélation entre les résultats expérimentaux et les résultats obtenus avec le modèle topologique. Elle s'explique par le fait que les résidus sont obtenus par filtrage passe haut (au delà de 1 kHz). C'est une zone de fréquences où les mesures sont relativement peu bruitées grâce aux filtres anti-repliement et pour laquelle les offsets de mesure n'interviennent pas.

### V.3.3 Conclusion

La structure de détection et de localisation DOS proposée est validée. Les résultats de simulation et expérimentaux sont bien corrélés, ce qui semble révéler une meilleure robustesse de cette solution aux erreurs de modélisation. Le découplage approximatif optimal ne nous permet pas de localiser le défaut correspondant dans ce cas de figure.

Lorsque l'on compare les performances des deux structures de détection et de localisation sur le dispositif expérimental on note que la détection des défauts est meilleure avec la structure MOS. Cela est dû notamment aux bonnes performances du résidu  $r_o$  qui est relativement bien découplé des variations du couple de charge. La structure DOS est pénalisée sur ce point dans la mesure où ses performances en détection sont également des performances en localisation pour chacun des défauts. Ses performances pour la localisation des défauts sont en revanche nettement meilleures que pour la structure MOS : elle permet de localiser un défaut de capteur de courant dont l'amplitude est supérieure à 14 A (55,8%\*25), un défaut de l'interface de commande dont l'amplitude est supérieure à 0.3 (27,8%\*1), et un défaut sur le capteur de vitesse dont l'amplitude est supérieure à 900 tr/min. La structure MOS ne permet quant à elle de localiser que le défaut du capteur de vitesse avec les mêmes performances que la structure précédente.

# **CONCLUSION GENERALE**



## CONCLUSION

La banalisation des microprocesseurs et l'augmentation sensible de leurs performances ont permis d'envisager l'intégration dans les entraînements électriques de fonctions de surveillance en ligne, utilisant en particulier les méthodes de redondance analytique. Ces fonctions contribuent à une meilleure gestion des matériels par une minimisation des temps d'arrêt, une simplification de la maintenance et un accroissement de la sécurité de fonctionnement.

Les différentes méthodes de redondance analytique font l'objet d'un intérêt soutenu de la communauté des automaticiens ; les travaux du LEG ont pour objectifs de valider ces méthodes sur les systèmes spécifiques que sont les entraînements électriques, en orientant les études théoriques et en adaptant les solutions en fonction des problèmes particuliers qu'ils posent.

Les études ont d'abord porté sur la détection et la localisation de défauts sur le convertisseur statique, puis sur les capteurs et la commande. Une expérience a été acquise sur la mise en oeuvre de modèles parallèles en boucle ouverte et d'observateurs dédiés. Il est apparu :

- que cette expérience devait être confortée par l'étude d'autres solutions, a priori mieux adaptées au diagnostic (observateurs à entrées inconnues et observateurs),
- que les points communs et les spécificités de l'ensemble de ces méthodes devaient être étudiés théoriquement, pour pouvoir développer une approche unifiée et plus systématique des méthodes et des réglages,
- qu'un travail approfondi devait être entrepris sur l'exploitation des résidus générés par ces méthodes,
- que l'application de ces méthodes aux entraînements électriques avec leur spécificité devait être analysée.

Par ailleurs il était nécessaire de développer des moyens de simulation performants en complément des moyens expérimentaux déjà mis en oeuvre : simulations sous formes de schémas blocs pour les études de faisabilité, simulations fines pour les validations et les études de sensibilité.

C'est l'ensemble de ces objectifs qui était attaché à mon travail de thèse. Ces objectifs sont partiellement atteints.

- La plupart des observateurs proposés dans la littérature ont été mis en oeuvre. Le lien entre eux, tant au niveau de leur structure, que de leur réglage ou des conditions d'existence des solutions par rapport au nombre relatif de défauts, de perturbations et de grandeurs disponibles, a été établi.
- Tous les points ne sont cependant pas éclaircis, en particulier sur l'utilisation des degrés de liberté disponibles. Un travail théorique reste à mener sur ce point ; il relève forcément d'une collaboration avec des chercheurs en automatique.
- Des méthodes originales de synthèse des générateurs de résidu ont été proposées. Elles s'affranchissent des hypothèses, inhérentes aux méthodes existantes, de non application des défauts sur les sorties. Mises en oeuvre à l'aide d'un outil de calcul formel et itératives pour deux d'entre elles, elles peuvent être intégrées dans un algorithme d'optimisation de la conception des générateurs de résidus.
- Une première validation en simulation et expérimentale a été réalisée sur un système de dimension réduite bien adapté à notre objectif de présentation comparative et de validation des méthodes sans que cela ne génère de perte de généralité. Elle a fait apparaître que les modèles de simulation fins représentaient correctement l'essentiel des phénomènes : le processus de validation pourrait être amélioré en introduisant des incertitudes ou des variations de paramètres, des offsets de mesure et du bruit.
- Le problème de l'exploitation des résidus reste très ouvert : choix des fonctions d'évaluation et détermination des seuils en particulier. Au delà se pose la question des performances des structures augmentées imposées par le faible nombre de capteurs disponibles et l'objectif du diagnostic en temps réel , et des méthodes de robustesse active et passive par rapport aux nombreuses imprécisions de modèle inhérentes à la structure non linéaire hybride de ce type d'application, dont les paramètres sont par ailleurs susceptibles d'évoluer significativement.

D'une manière générale il semble illusoire que la seule utilisation de ces méthodes puisse permettre le diagnostic complet de l'ensemble d'un entraînement ; les recherches doivent donc être poursuivies sur d'autres méthodes, basées sur l'analyse du signal et sur les connaissances qualitatives des processus de défauts et de leur manifestation ; une démarche d'utilisation coordonnée de l'ensemble de ces méthodes doit être également dégagée.

# **ANNEXES**



## ANNEXE A : Factorisations premières

Paramétrisation des matrices  $G(s) \in \mathfrak{R}_p^{m \times p}(s)$

### Introduction :

- Deux polynômes  $f(s)$  et  $g(s)$  sont **premiers entre eux (coprime)** si leur plus grand diviseur commun est 1, en d'autres termes, ils n'ont pas de zéro commun.

**Théorème d'Euclide :**  $f(s)$  et  $g(s)$  sont premiers entre eux si et seulement si :  
 $\exists x(s)$  et  $y(s)$  tels que  $f(s)x(s) + g(s)y(s) = 1$  (A1)

On généralise cette notion aux **fractions rationnelles propres et stables** ( $\mathfrak{R}_\infty(s)$ ) :

- $f(s) \in \mathfrak{R}_\infty(s)$  et  $g(s) \in \mathfrak{R}_\infty(s)$  sont premiers entre eux dans  $\mathfrak{R}_\infty(s)$  ssi :  
 $\exists x(s) \in \mathfrak{R}_\infty(s)$  et  $y(s) \in \mathfrak{R}_\infty(s)$  tels que  $f(s)x(s) + g(s)y(s) = 1$  (A2)

On généralise cette notion aux **matrices de transfert propres et stables** ( $RH_\infty(s)$ ) :

- Deux matrices  $F(s)$  et  $G(s)$  de  $RH_\infty(s)$  sont **premières à droite (right-coprime)** sur  $RH_\infty(s)$  si elles ont même nombre de colonnes et s'il existe deux matrices  $X(s)$  et  $Y(s)$  de

$$RH_\infty(s) \text{ telles que : } \begin{bmatrix} X(s) & Y(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F(s) \\ G(s) \end{bmatrix} = X(s)F(s) + Y(s)G(s) = I \quad (\text{A3})$$

**Remarque :**  $F(s)$  et  $G(s)$  de  $RH_\infty(s)$  sont premières à droite sur  $RH_\infty(s)$  ssi :  $\begin{bmatrix} F(s) \\ G(s) \end{bmatrix}$  est inversible à gauche dans  $RH_\infty(s)$ .

- Deux matrices  $F(s)$  et  $G(s)$  de  $RH_\infty(s)$  sont **premières à gauche (left-coprime)** sur  $RH_\infty(s)$  si elles ont même nombre de lignes et s'il existe deux matrices  $X(s)$  et  $Y(s)$  de  $RH_\infty(s)$

$$\text{telles que : } \begin{bmatrix} F(s) & G(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X(s) \\ Y(s) \end{bmatrix} = F(s)X(s) + G(s)Y(s) = I \quad (\text{A4})$$

**Remarque :**  $F(s)$  et  $G(s)$  de  $RH_\infty(s)$  sont premières à gauche sur  $RH_\infty(s)$  ssi :  $\begin{bmatrix} F(s) & G(s) \end{bmatrix}$  est inversible à droite dans  $RH_\infty(s)$ .

## Factorisations premières sur $\mathfrak{R}_p^{m \times p}(s)$

Soit  $G(s)$  une matrice réelle-rationnelle propre :  $G(s) \in \mathfrak{R}_p^{m \times p}(s)$ , et une représentation d'état associée à  $G(s)$  :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \quad (\text{A5})$$

On a  $y(s) = G(s)u(s)$ , et l'on note :

$$\boxed{G(s) = [A, B, C, D] = C(sI - A)^{-1}B + D} \quad (\text{A6})$$

- Une **factorisation première à droite de  $G(s)$**  est une factorisation de la forme :

$$G(s) = N(s)M^{-1}(s), \quad (\text{A7})$$

où  $N(s) \in RH_{\infty}^{m \times p}(s)$  et  $M(s) \in RH_{\infty}^{p \times p}(s)$  sont des matrices réelles rationnelles propres et stables premières à droite.

- Une **factorisation première à gauche de  $G(s)$**  est une factorisation de la forme :

$$G(s) = \hat{M}^{-1}(s)\hat{N}(s), \quad (\text{A8})$$

où  $\hat{M}(s) \in RH_{\infty}^{m \times m}(s)$  et  $\hat{N}(s) \in RH_{\infty}^{m \times p}(s)$  sont des matrices réelles rationnelles propres et stables premières à gauche.

**Propriétés** (Vidyasagar, 85, Francis, 87) :

- Toute matrice réelle rationnelle propre  $G(s) \in \mathfrak{R}_p^{m \times p}(s)$  admet une **factorisation première (doubly-coprime factorization)** de la forme :

$$G(s) = N(s)M^{-1}(s) = \hat{M}^{-1}(s)\hat{N}(s) \quad (\text{A9})$$

- Si la paire  $(C, A)$  est détectable, soit  $L$  une matrice telle que la matrice  $A - LC$  soit stable, alors  $\hat{M}(s)$  et  $\hat{N}(s)$  peuvent être obtenues selon :

$$\hat{M}(s) = [A - LC, L, -C, I] = I - C(sI - A + LC)^{-1}L \quad (\text{A10})$$

$$\hat{N}(s) = [A - LC, B - LD, C, D] = C(sI - A + LC)^{-1}(B - LD) + D \quad (\text{A11})$$

- Si la paire  $(A, B)$  est stabilisable, soit  $F$  une matrice telle que la matrice  $A - BF$  soit stable, alors  $M(s)$  et  $N(s)$  peuvent être obtenues selon :

$$M(s) = [A - BF, B, -F, I] = I - F(sI - A + BF)^{-1} B \quad (\text{A12})$$

$$N(s) = [A - BF, B, C - DF, D] = (C - DF)(sI - A + BF)^{-1} B + D \quad (\text{A13})$$

**Remarques :**

1. Les matrices  $M(s)$  et  $\hat{M}(s)$  sont carrées et régulières.
2. Si on considère un observateur d'ordre plein du système décrit par (A5), on a :

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)) = (A - LC)\hat{x}(t) + Ly(t) + (B - LD)u(t) \quad (\text{A14a})$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) + Du(t), \quad (\text{A14b})$$

L'erreur de sortie de l'observateur  $\Delta y(t) = y(t) - \hat{y}(t)$  s'écrit :

$$\Delta y(t) = -C\hat{x}(t) + y(t) - Du(t). \quad (\text{A15})$$

Par conséquent l'expression de cette erreur dans le domaine fréquentiel, en fonction des entrées  $u$  et  $y$  de l'observateur, est donnée par (cf. A6) :

$$\Delta y(s) = [A - LC, L, -C, I]y(s) - [A - LC, B - LD, C, D]u(s) \quad (\text{A16})$$

Soit

$$\Delta y(s) = \hat{M}(s)y(s) - \hat{N}(s)u(s) \quad (\text{A17})$$

L'erreur d'équation définie par  $\hat{M}(s)y(s) - \hat{N}(s)u(s)$  est donc l'erreur de sortie d'un observateur d'ordre plein.

## ANNEXE B : Redressement triphasé - MLI - Asservissement de courant moyen

Rappelons la représentation de l'entraînement à courant continu (figure B1) :

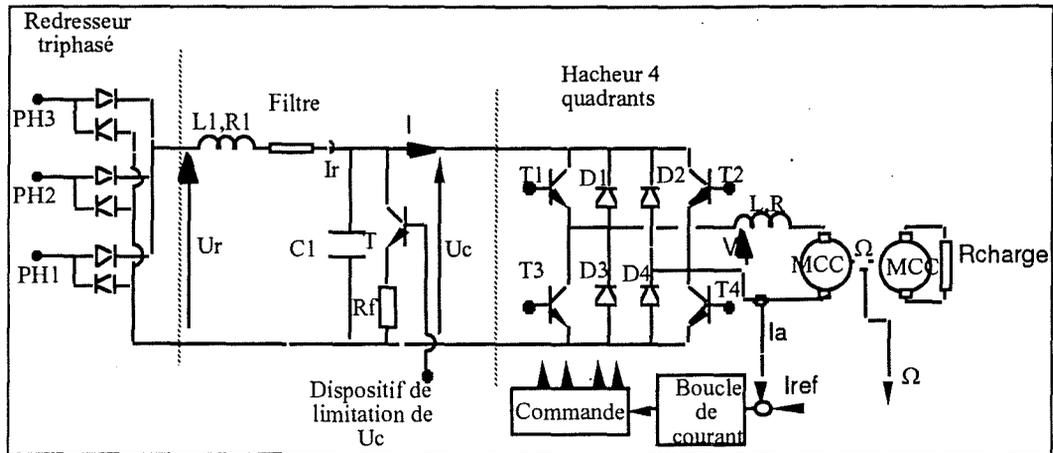


Figure B1 : Structure fonctionnelle de l'entraînement à courant continu.

L'alimentation du moteur en tension est décomposée en deux sous-ensembles :

1. La source continue qui comprend l'alimentation réseau triphasée, le redresseur et un filtre.
  2. Le convertisseur statique qui dans l'application considérée est un hacheur 4 quadrants.
- La source continue (réseau + redresseur + filtre) n'est pas réversible, elle est donc suppléée par un dispositif de freinage qui permet une dissipation de l'énergie renvoyée par l'ensemble convertisseur/machine/charge (figure B2). Ce dispositif est constitué d'une résistance de freinage  $R_f$  qui est mise en service à l'aide d'un transistor de frein  $T_{frein}$  ; il est décrit dans Rostaing (1997).

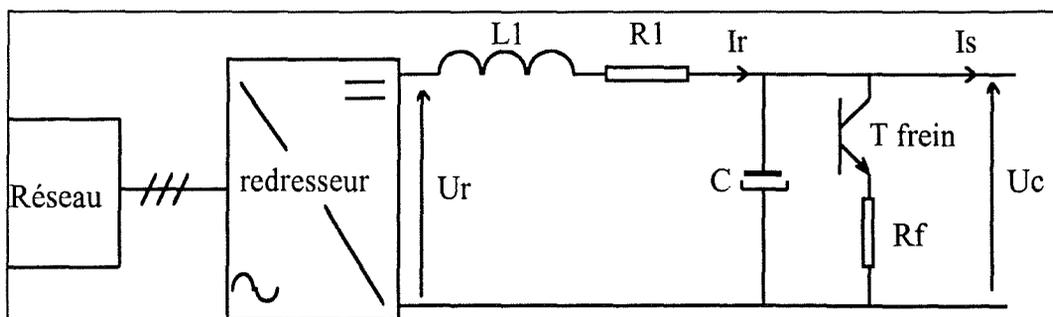


Figure B2 : Source d'alimentation et dispositif de freinage.

La tension d'alimentation  $U_c(t)$  du hacheur (figure B3) obtenue par filtrage de la tension de sortie  $U_r(t)$  du redresseur triphasé présente une ondulation dont les harmoniques sont celles de la tension redressée (300 Hz, 600 Hz, ...).

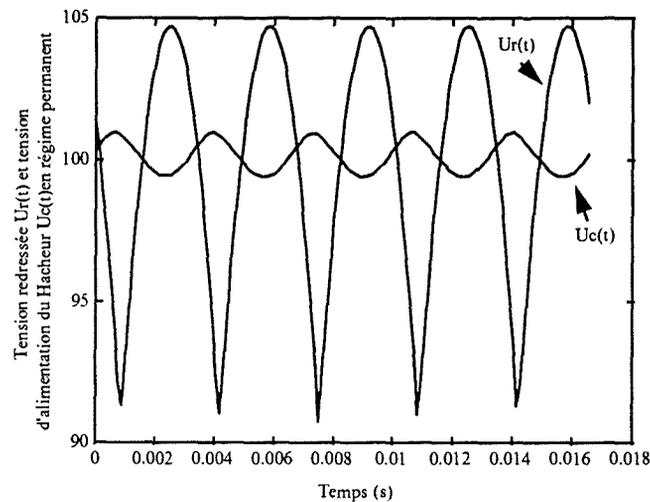


Figure B3 : Allure de la tension de la capacité  $U_c(t)$  et de la tension redressée  $U_r(t)$ .

Pour une valeur moyenne  $U_c$  de la tension redressée  $U_r(t)$ , les amplitudes des quatre premiers harmoniques sont données dans le tableau suivant :

Harmonique	Amplitude ( $U_r(t)$ )	Amplitude ( $U_c(t)$ )
300 Hz	5.7% $U_c$	0.98% $U_c$
600 Hz	1.4% $U_c$	0.05% $U_c$
900 Hz	0.6% $U_c$	0.01% $U_c$
1200 Hz	0.35% $U_c$	0.003% $U_c$

Tableau B1 : Harmoniques de la tension redressée.

Ces valeurs dépendent des caractéristiques du filtre d'entrée données en annexe C.

- Le banc d'essai permet d'utiliser deux stratégies de commande du hacheur 4 quadrants (figure B4) à partir d'une porteuse triangulaire de période  $T_{MLI}$  (127.5  $\mu$ s) : une à simple modulation de largeur d'impulsion (simple MLI) et une à double modulation de largeur d'impulsion (double MLI). C'est cette dernière que nous avons utilisée et dont le principe est donné sur la figure B5.

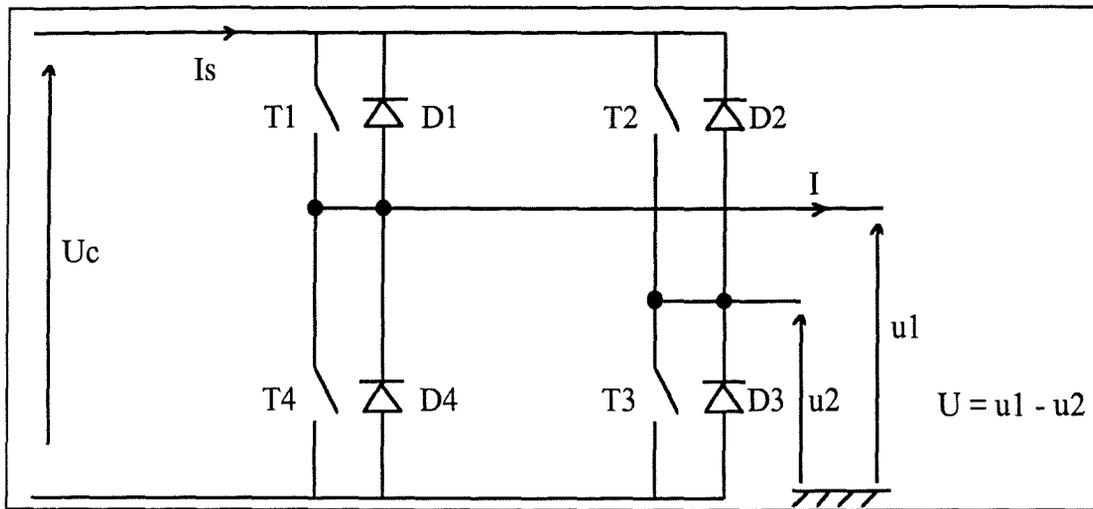


Figure B4 : Topologie du hacheur 4 quadrants.

Les commandes des transistors et les phases de conduction diffèrent selon le signe de la grandeur de commande  $\beta$  et selon le signe du courant dans la machine. En double MLI, on a la succession des commandes suivantes sur une période  $T_{MLI}$  :

1. [T1;T4], [T3;T4], [T1;T4], [T1;T2], si  $\beta > 0$ ,
2. [T2;T3], [T1;T2], [T2;T3], [T3;T4], si  $\beta < 0$ .

Il y a donc quatre commandes différentes [T1;T4], [T1;T2], [T2;T3], [T3;T4], et selon le signe du courant dans la machine, on a huit configurations possibles (tableau B2) pour les éléments en conduction.

Commande	Eléments en conduction Courant $I > 0$	Eléments en conduction Courant $I < 0$
[T1;T4]	[T1;T4]	[D1;D4]
[T1;T2]	[T1;D2]	[D1;T2]
[T2;T3]	[D2;D3]	[T2;T3]
[T3;T4]	[D3;T4]	[T3;D4]

Tableau B2 : Les 8 configurations du hacheur 4Q commandé en double MLI.

La figure B5 présente les commandes des bras du hacheur et la forme de la tension aux bornes de la machine pour une grandeur de commande  $\beta > 0$  et un courant  $I$  positif dans la machine.

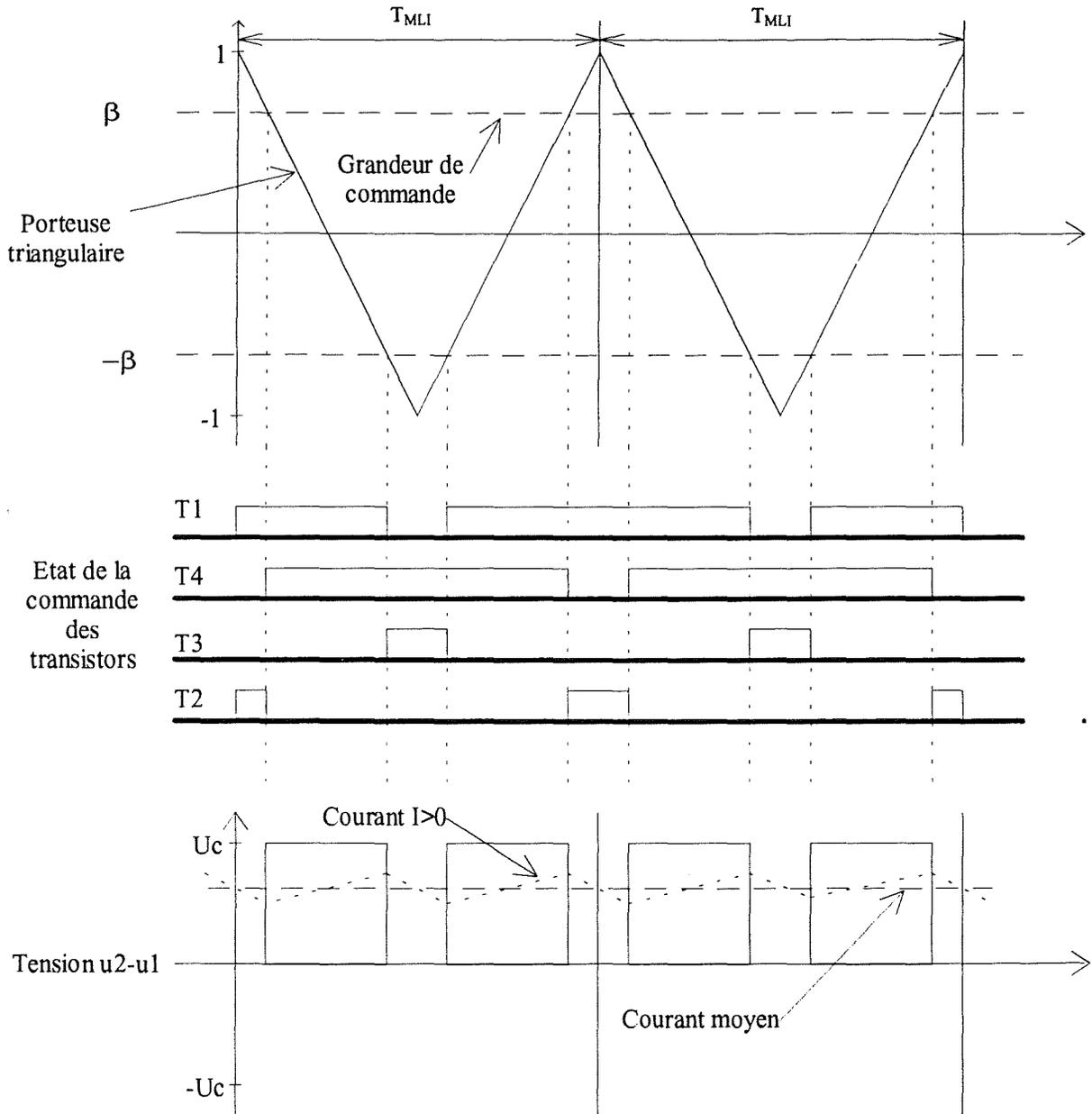


Figure B5 : Principe de la double MLI.

Quelles que soient les configurations, la mesure du courant dans la machine est effectuée de manière synchrone avec la MLI, toutes les trois périodes  $T_{MLI}$ . Cela permet de prendre en compte une valeur proche de la valeur moyenne du courant dans la machine.

## ANNEXE C : Valeurs nominales des paramètres du banc d'essai

### SOURCE :

Tension max. de l'alimentation triphasée : 66.5 V

Tension de l'alimentation redressée utilisée : 60.5 V

Valeur moyenne de la tension redressée : 100 V

Paramètre du modèle :  $U_c = 100$  V

### FILTRE D'ENTREE :

$$L1 = 1.2642 \text{ mH}$$

$$R1 = 0.375 \Omega$$

$$C = 1500 \mu\text{F}$$

$$Rf = 10 \Omega$$

HACHEUR : hacheur double modulation.

MLI : porteuse triangulaire de fréquence :  $f_{MLI} = 7.843$  kHz. Période :  $T_{MLI} = 127.5e - 6$  s.

### MOTEUR :

$$R = 1.15 \Omega$$

$$L = 1.264 \text{ mH}$$

$$k = 0.216$$

$$J = 2.267e - 3$$

$$f = 7.5e - 3$$

### CORRECTEUR DE COURANT :

$$kp_i = 0.0095$$

$$ki_i = 8.47$$

Les paramètres du correcteur numérique de courant sont obtenus en discrétisant le transfert du correcteur continu  $k p_I + \frac{k i_I}{s}$ , selon une méthode de discrétisation de type trapézoïdale (Tustins), à la période de régulation

$$T_{PI} = 3 \times T_{MLI} = 382.5e - 6 \text{ s} .$$

Le transfert du correcteur discret est de la forme  $k_I \frac{z - z_I}{z - 1}$ , avec :

$$k_I = \frac{k i_I T_{PI} + 2k p_I}{2}$$

$$z_I = \frac{2k p_I - k i_I T_{PI}}{2k p_I + k i_I T_{PI}}$$

## ANNEXE D : Forme de Smith-McMillan

Avant de présenter la forme de Smith-McMillan nous introduisons ou rappelons brièvement quelques propriétés de l'anneau des fractions rationnelles propres et stables  $R_\infty(s)$ , et de l'ensemble des matrices de transfert à éléments dans  $R_\infty(s)$ ;  $\underline{RH}_\infty(s)$ .

Zéros finis dans  $R_\infty(s)$  : Soit  $G(s) \in R_\infty(s)$  et supposons que l'on puisse écrire :

$$G(s) = \frac{(s - \alpha)^{\nu_\alpha} P(s)}{Q(s)},$$

avec  $\alpha \in \mathbb{C} - \{\infty\}$ ,  $\nu_\alpha \in \mathbb{N}^*$ ,  $P(s)$  et  $Q(s)$  étant des polynômes premiers entre eux, et  $Q(s)$  n'étant pas divisible par  $(s - \alpha)$ .

Alors  $\alpha$  est un zéro d'ordre  $\nu_\alpha$  de  $G(s)$ .

exemple :  $\frac{(s+2)^2}{(s+1)(s+3)(s+4)}$ , -2 est un zéro d'ordre 2.

Zéros à l'infini dans  $R_\infty(s)$  : Soit  $G(s) \in R_\infty(s)$ ,  $G(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$  et  $\nu_\infty(G) = \partial(D(s)) - \partial(N(s))$

si  $\nu_\infty(G) > 0$ , on dit que  $G(s)$  a un zéro à l'infini d'ordre  $\nu_\infty$ .

exemple :  $\frac{(s+2)^2}{(s+1)(s+3)(s+4)}$ , on a un zéro à l'infini d'ordre 1

Unités de  $R_\infty(s)$  :  $G_1(s)$  est une unité de  $R_\infty(s)$  s'il existe  $G_2(s) \in R_\infty(s)$  tel que :

$$G_1(s)G_2(s) = 1.$$

Les unités de  $R_\infty(s)$  sont les fractions rationnelles bipropres et bistables :

exemples :  $1, \frac{s+2}{s+1}, \dots$

Division dans  $R_\infty(s)$  :  $G_1(s)$  divise  $G_2(s)$  ( $G_1(s) \mid G_2(s)$ ), s'il existe  $G(s) \in R_\infty(s)$  tel que

$$G_2(s) = G_1(s)G(s)$$

exemple :  $\frac{s-2}{s+1}$  divise  $\frac{s(s-2)}{(s+1)(s+2)}$  et  $G(s) = \frac{s}{(s+2)}$

PGCD dans  $R_\infty(s)$  :

- $G(s) = \text{PGCD}(G_1(s), G_2(s))$  si :

1.  $G(s)$  divise  $G_1(s)$  et  $G(s)$  divise  $G_2(s)$ .

2. si  $F(s) \in R_\infty(s)$ ,  $F(s)$  divise  $G_1(s)$  et  $F(s)$  divise  $G_2(s)$  alors  $F(s)$  divise  $G(s)$ .

exemple :  $\text{PGCD}\left(\frac{s-2}{(s+1)(s+3)}, \frac{s(s-2)}{(s+1)(s+2)}\right) = \frac{s-2}{s+1}$

Le PGCD de deux éléments de  $R_\infty(s)$  contient les zéros instables finis et les zéros à l'infini communs aux deux fractions.

- $G_1(s)$  et  $G_2(s)$  sont premiers entre eux dans  $R_\infty(s)$  si  $G(s) = \text{PGCD}(G_1(s), G_2(s))$  est une unité de  $R_\infty(s)$ .

exemple :  $\text{PGCD}\left(\frac{s+2}{(s+1)(s+3)}, \frac{s(s+2)}{(s+1)(s+4)}\right) = \frac{s+2}{s+1}$ .

Unimodulaires de  $RH_\infty(s)$  : ensemble des matrices carrées de  $RH_\infty(s)$  dont le déterminant est une unité de  $R_\infty(s)$  :

$U(s) \in RH_\infty^{k \times k}(s)$  est unimodulaire s'il existe  $V(s) \in RH_\infty^{k \times k}(s)$  tel que  $U(s)V(s) = V(s)U(s) = I_k$

exemple :  $U(s) = \begin{bmatrix} \frac{s+2}{s+3} & 0 \\ \frac{s-2}{(s+2)(s+1)} & 1 \end{bmatrix}$ ,  $\det(U(s)) = \frac{s+2}{s+3}$ ,  $V(s) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{-(s-2)}{(s+2)(s+1)} & \frac{s+2}{s+3} \end{bmatrix}$ .

### Forme de Smith et forme de Smith McMillan

Les formes de Smith et de Smith-McMillan sont des factorisations matricielles utilisées pour des matrices à éléments dans un anneau (Vidyasagar, 85). Leur utilisation sur  $RH_\infty(s)$  est intéressante dans la mesure où elles permettent de faire apparaître les zéros finis et infinis des systèmes multivariables propres et stables.

Forme de Smith dans  $RH_\infty(s)$  : Soit  $G(s) \in RH_\infty^{m \times p}(s)$  tel que  $\text{rang}(G(s)) = k$ . Alors  $\exists U(s) \in RH_\infty^{m \times m}(s)$  et  $\exists V(s) \in RH_\infty^{p \times p}(s)$  unimodulaires telles que :

$$G(s) = U(s) \begin{bmatrix} g_1(s) & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & g_k(s) & \\ 0 & & & 0 \end{bmatrix}_{(m \times p)} V(s) \text{ avec } \begin{array}{l} g_1(s), \dots, g_k(s) \in R_\infty(s) \\ g_i(s) \perp g_{i+1}(s) \end{array}$$

$$\text{exemple : } G(s) = \begin{bmatrix} \frac{s}{(s+3)(s+2)} \\ \frac{s-2}{(s+2)(s+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{s}{s+2} & 1 \\ \frac{s-2}{s+2} & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{s+1} \\ 0 \end{bmatrix} [1]$$

On constate que la forme de Smith fait apparaître le zéro à l'infini ( $\frac{1}{s+1}$ ) de  $G(s)$ .

Forme de Smith-MacMillan dans  $RH_\infty(s)$  : Soit  $G(s) \in RH_\infty^{m \times p}(s)$  tel que  $\text{rang}(G(s)) = k$ .

Alors  $\exists U(s) \in RH_\infty^{m \times m}(s)$  et  $\exists V(s) \in RH_\infty^{p \times p}(s)$  unimodulaires telles que :

$$G(s) = U(s) \begin{bmatrix} \frac{g_1(s)}{h_1(s)} & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & \frac{g_k(s)}{h_k(s)} & \\ 0 & & & 0 \end{bmatrix}_{(m \times p)} V(s) \text{ avec } \begin{array}{l} g_1(s), \dots, g_k(s) \in R_\infty(s) \\ h_1(s), \dots, h_k(s) \text{ sont des unités de } R_\infty(s) \\ g_i(s) \perp g_{i+1}(s) \\ h_i(s) \perp h_{i-1}(s) \\ g_i(s) \text{ et } h_i(s) \text{ sont premiers entre eux} \end{array}$$

Des algorithmes de construction des formes de Smith et de Smith-McMillan existent dans la littérature, avec deux approches différentes : approche polynomiale, et approche utilisant l'anneau des fractions rationnelles propres et stables. Nous avons utilisé cette dernière approche en nous référant à Vidyasagar (1985). La construction est illustrée sur l'exemple suivant :

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{s}{s+1} & \frac{2}{s+1} \\ \frac{s+2}{s+1} & \frac{1}{s+1} \end{bmatrix}$$

On construit la factorisation désirée en construisant des unimodulaires permettant de manipuler des lignes et des colonnes de  $G(s)$  :

Choix du pivot :

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{s}{s+1} & \frac{2}{s+1} \\ \frac{s+2}{s+1} & \frac{1}{s+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{s+2}{s+1} & \frac{1}{s+1} \\ \frac{s}{s+1} & \frac{2}{s+1} \end{bmatrix}$$

$$L_2 \leftarrow L_2 - \frac{s}{s+1} \frac{s+1}{s+2} L_1 : \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{-s}{s+2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{s+2}{s+1} & \frac{1}{s+1} \\ \frac{s}{s+1} & \frac{2}{s+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{s+2}{s+1} & \frac{1}{s+1} \\ 0 & \frac{s+4}{(s+1)(s+2)} \end{bmatrix}$$

$$C_2 \leftarrow C_2 - \frac{1}{s+1} \frac{s+1}{s+2} C_1 : \begin{bmatrix} \frac{s+2}{s+1} & \frac{1}{s+1} \\ 0 & \frac{1}{(s+1)(s+2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{-1}{s+2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{s+2}{s+1} & 0 \\ 0 & \frac{s+4}{(s+1)(s+2)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} L_1 \leftarrow \frac{s+1}{s+2} L_1 \\ L_2 \leftarrow \frac{s+2}{s+4} L_2 \end{array} : \begin{bmatrix} \frac{s+1}{s+2} & 0 \\ 0 & \frac{s+2}{s+4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{s+2}{s+1} & 0 \\ 0 & \frac{s+4}{(s+1)(s+2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{s+1} \end{bmatrix}$$

On en déduit :

$$U^{-1}(s) = \begin{bmatrix} \frac{s+1}{s+2} & 0 \\ 0 & \frac{s+2}{s+4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{-s}{s+2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{s+1}{s+2} \\ \frac{s+2}{s+4} & \frac{-s}{s+4} \end{bmatrix} \text{ et } V^{-1}(s) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{-1}{s+2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$G(s) = U(s) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{s+1} \end{bmatrix} V(s) = \begin{bmatrix} \frac{s}{s+1} & \frac{s+4}{s+2} \\ \frac{s+2}{s+1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{s+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{s+2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

On constate que la factorisation de  $G(s)$  a permis d'isoler le zéro à l'infini ( $\frac{1}{s+1}$ ) de  $G(s)$ .

## ANNEXE E : Algorithme ECIOF

### Construction de $Q(s)$ pour un découplage approximatif optimal

**Factorisation co-inner-outer étendue** (ECIOF pour Extended Co-Inner-Outer Factorization, d'après Frank et Ding (1994)) :

Soit une matrice de transfert  $G(s) \in RH_{\infty}^{m \times p}$  telle que  $\text{rang}(G(s)) = k$ , alors  $G(s)$  peut être factorisée selon :

$$G(s) = G_o(s)G_z(s)G_i(s), \quad (\text{E1})$$

où  $G_o(s) \in RH_{\infty}^{m \times k}$  est co-outer et inversible à gauche,  $G_i(s) \in RH_{\infty}^{k \times p}$  est co-inner, et  $G_z(s) \in RH_{\infty}^{k \times k}$  a pour zéros tous les zéros finis sur l'axe imaginaire et les zéros à l'infini de  $G(s)$ , avec  $\text{rang}(G_z(s)) = k$ .

**Algorithme** (Frank et Ding, 94) :

- La première étape consiste à trouver des unimodulaires  $U(s)$  et  $V(s)$  telles que  $G(s)$  soit factorisée selon :

$$G(s) = U(s)_{m \times m} \begin{bmatrix} G_1(s)_{k \times k} & 0_{k \times (p-k)} \\ 0_{(m-k) \times k} & 0_{(m-k) \times (p-k)} \end{bmatrix} V(s)_{p \times p} \quad (\text{E2})$$

On peut pour cela utiliser les factorisations données en annexe D. Notons que  $G_I(s)$  possède la même structure des zéros finis et infinis que  $G(s)$ .

- L'étape suivante consiste à déterminer l'ECIOF de la matrice carrée  $G_I(s)$  :

$$G_I(s) = G_{o1}(s)G_{z1}(s)G_{i1}(s) \quad (\text{E3})$$

Cela est réalisé en deux étapes :

1. Factorisation co-inner-outer de  $G_I(s)$  :

$$G_I(s)_{k \times k} = G_2(s)_{k \times k} G_{i1}(s)_{k \times k} \quad (\text{E4})$$

où  $G_2(s)$  est carrée et co-outer, et  $G_{i1}(s)$  étant une matrice carrée co-inner possédant les zéros instables à partie réelle strictement positive de  $G_1(s)$ . Frank et Ding proposent d'utiliser pour cette factorisation un algorithme déterminé par Hara et Sugie<sup>1</sup>.

$$2. \text{ Résolution de } G_2(s)_{k \times k} = G_{o1}(s)_{k \times k} G_{z1}(s)_{k \times k}, \quad (\text{E5})$$

où  $G_{z1}(s)$  est une matrice carrée possédant les zéros sur l'axe imaginaire ( $s = \pm j\omega$ ) de  $G_2(s)$ .  $G_{o1}(s)$  est une matrice carrée inversible qui peut être déterminée en utilisant un algorithme proposé par Gao et Antsaklis (1989).

- A cette étape, on a :

$$G(s) = U(s) \begin{bmatrix} G_{o1}(s)G_{z1}(s)G_{i1}(s) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} V(s), \quad (\text{E6})$$

Soit :

$$G(s) = U(s)_{m \times m} \begin{bmatrix} G_{o1}(s)_{k \times k} \\ 0_{(m-k) \times k} \end{bmatrix} G_{z1}(s)_{k \times k} \begin{bmatrix} G_{i1}(s)_{k \times k} & 0_{k \times (p-k)} \end{bmatrix} V(s)_{p \times p} \quad (\text{E7})$$

La matrice  $G_3(s)_{k \times p} = \begin{bmatrix} G_{i1}(s)_{k \times k} & 0_{k \times (p-k)} \end{bmatrix} V(s)_{p \times p}$  est telle que  $G_3(j\omega)$  est de rang plein en lignes pour  $0 \leq \omega \leq \infty$ , elle admet donc une factorisation co-inner-outer :

$$G_3(s) = G_{3o}(s)G_{3i}(s), \quad (\text{E8})$$

le facteur co-outer  $G_{3o}(s)$  étant inversible à gauche dans  $RH_\infty(s)$  et pouvant être obtenu grâce à un algorithme donné par Francis (1987).

- La factorisation co-inner-outer étendue de  $G(s)$  est donc finalement :

$$G(s) = \underbrace{U(s)_{m \times m} \begin{bmatrix} G_{o1}(s)_{k \times k} \\ 0_{(m-k) \times k} \end{bmatrix}}_{G_o(s)} \underbrace{G_{z1}(s)_{k \times k} G_{3o}(s)_{k \times k}}_{G_z(s)} \underbrace{G_{3i}(s)_{k \times p}}_{G_i(s)} \quad (\text{E9})$$

Un exemple d'application de cet algorithme est donné en annexe I.

<sup>1</sup> Hara et Sugie, 1991,

« Inner\_outer factorization for strictly proper functions with  $j\omega$ -axis zeros », System and Control Letters, 16, 179-185.

**Construction de  $Q(s)$  pour un découplage approximatif optimal (Frank et Ding, 94) :**

La construction de la matrice de transfert  $Q(s)$  qui permet d'optimiser le critère,

$$J_{\max} = \sup_{Q(s)} (J) = \sup_{Q(s)} \left( \frac{\|Q(s)\hat{M}_u(s)G_f(s)\|_{\infty}}{\|Q(s)\hat{M}_u(s)G_d(s)\|_{\infty}} \right), \quad (\text{E10})$$

est réalisée à partir de la factorisation co-inner-outer étendue de  $\overline{G}_d(s) = \hat{M}_u(s)G_d(s)$ .

- On obtient dans un premier temps :

$$\overline{G}_d(s) = G_{do}(s)G_{dz}(s)G_{di}(s). \quad (\text{E11})$$

- On factorise ensuite  $\overline{G}_f(s) = \hat{M}_u(s)G_f(s)$  sous la forme :

$$\overline{G}_f(s) = G_{do}(s)G_{dz}(s)G_{f1}(s)G_{fi}(s). \quad (\text{E12})$$

En pratique, on détermine  $G_{f1}(s)G_{fi}(s)$  en construisant les inverses à gauche de  $G_{do}(s)$  et  $G_{dz}(s)$  :

$$G_{f1}(s)G_{fi}(s) = G_{do}^{-1}(s)G_{dz}^{-1}(s)\overline{G}_f(s) \quad (\text{E13})$$

Cela permet de déterminer la valeur optimale  $J_{\max}$  du critère et la pulsation  $\omega_0$  pour laquelle l'optimum est atteint :

$$J_{\max} = \|G_{f1}(s)\|_{\infty} = \|G_{f1}(s)G_{fi}(s)\|_{\infty} = \max_{\omega} (\overline{\sigma}(G_{f1}(j\omega)G_{fi}(j\omega))) = \overline{\sigma}(G_{f1}(j\omega_0)G_{fi}(j\omega_0)) \quad (\text{E14})$$

- A partir de là,  $Q(s)$  est construite pour garantir :

$$(Q(j\omega)\overline{G}_d(j\omega))^* Q(j\omega)\overline{G}_d(j\omega) \leq I, \quad \forall \omega, \quad (\text{E15a})$$

$$(Q(j\omega_0)\overline{G}_d(j\omega_0))^* Q(j\omega_0)\overline{G}_d(j\omega_0) = I. \quad (\text{E15b})$$

Pour cela on pose :

$$Q(s) = R(s)G_{do}^{-1}(s) \quad (\text{E16})$$

et l'on détermine  $R(s)$  telle que :

$$(R(j\omega)G_{dz}(j\omega))^* R(j\omega)G_{dz}(j\omega) \leq I, \quad \forall \omega, \quad (\text{E17a})$$

$$(R(j\omega_0)G_{dz}(j\omega_0))^* R(j\omega_0)G_{dz}(j\omega_0) = I. \quad (\text{E17b})$$

La construction de  $R(s)$  utilise la forme de Smith-McMillan de  $G_{dz}(s)$  :

$$G_{dz}(s) = U_{dz}(s)G_{dzs}(s)V_{dz}(s), \quad (\text{E18})$$

où  $G_{dzs}(s)$  est une matrice carrée diagonale de rang plein, dont les éléments diagonaux contiennent les zéros sur l'axe imaginaire et à l'infini de  $G_{dz}(s)$  (qui sont également ceux

de  $\bar{G}_d(s)$  et  $\bar{G}_f(s)$ ) du type  $g_0(s) = \frac{s}{s+\alpha}$  (zéro en zéro),  $g_\omega(s) = \frac{s^2 + \omega^2}{(s+\alpha)(s+\beta)}$  (zéro sur

l'axe imaginaire), ou  $g_\infty(s) = \frac{1}{s+\alpha}$  (zéro à l'infini).

Frank et Ding montrent l'existence de fonctions de transfert  $q_0(s)$ ,  $q_\omega(s)$ , et  $q_\infty(s)$  telles que :

$$\begin{aligned} (q_0(j\omega)g_0(j\omega))^* q_0(j\omega)g_0(j\omega) &\leq I, \quad \forall \omega, \\ (q_0(j\omega_0)g_0(j\omega_0))^* q_0(j\omega_0)g_0(j\omega_0) &= I. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (q_\omega(j\omega)g_\omega(j\omega))^* q_\omega(j\omega)g_\omega(j\omega) &\leq I, \quad \forall \omega, \\ (q_\omega(j\omega_0)g_\omega(j\omega_0))^* q_\omega(j\omega_0)g_\omega(j\omega_0) &= I. \end{aligned} \quad (\text{E19})$$

$$\begin{aligned} (q_\infty(j\omega)g_\infty(j\omega))^* q_\infty(j\omega)g_\infty(j\omega) &\leq I, \quad \forall \omega, \\ (q_\infty(j\omega_0)g_\infty(j\omega_0))^* q_\infty(j\omega_0)g_\infty(j\omega_0) &= I. \end{aligned}$$

La procédure de calcul de  $R(s)$  étant relativement lourde à présenter de manière générale, nous examinerons simplement l'exemple particulier où  $G_{dzs}(s)$  se présente sous la forme suivante :

$$G_{dzs}(s) = \begin{bmatrix} g_0(s) & 0 & 0 \\ 0 & g_\omega(s) & 0 \\ 0 & 0 & g_\infty(s) \end{bmatrix} \quad (\text{E20})$$

$$1. \text{ On pose alors } R_1(s) = \begin{bmatrix} g_\omega(s)g_\infty(s) & 0 & 0 \\ 0 & g_0(s)g_\infty(s) & 0 \\ 0 & 0 & g_0(s)g_\omega(s) \end{bmatrix} \quad (\text{E21})$$

on a donc :

$$R_1(s)G_{dz}(s) = g_0(s)g_\omega(s)g_\infty(s) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{E22})$$

2. On pose alors  $R_2(s) = q_0(s)q_\omega(s)q_\infty(s)R_1(s)$  (E23)

on a donc :

$$R_2(s)G_{dz}(s) = q_0(s)q_\omega(s)q_\infty(s)g_0(s)g_\omega(s)g_\infty(s) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{E24})$$

3. On pose enfin :

$$R(s) = V_{dz}^{-1}(s)R_2(s)U_{dz}^{-1}(s) \quad (\text{E25})$$

on a donc :

$$R(s)G_{dz}(s) = q_0(s)q_\omega(s)q_\infty(s)g_0(s)g_\omega(s)g_\infty(s) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{E26})$$

et par conséquent :

$$(R(j\omega)G_{dz}(j\omega))^* R(j\omega)G_{dz}(j\omega) \leq I, \quad \forall \omega, \quad (\text{E27a})$$

$$(R(j\omega_0)G_{dz}(j\omega_0))^* R(j\omega_0)G_{dz}(j\omega_0) = I. \quad (\text{E27b})$$

### Conclusion et commentaires sur la procédure :

La procédure de calcul de  $Q(s)$  pour la réalisation du découplage approximatif optimal est relativement lourde à mettre en oeuvre. Elle peut être simplifiée en déterminant, à la première étape de l'ECIOF (E2 et E11), une matrice  $G_{d1}(s)$  qui soit diagonale et qui ne comprenne que les zéros sur l'axe imaginaire, les zéros à partie réelle strictement positive et les zéros à l'infini de  $\overline{G}_d(s)$ . Les étapes (E2) à (E7) de l'ECIOF sont alors simplifiées et peuvent être réalisées à l'aide d'un logiciel de calcul formel.

La difficulté principale que nous avons rencontrée est due à la construction de la factorisation co-inner-outer de  $G_{d3}(s)$  (E8) pour laquelle une représentation d'état associée à  $G_{d3}(s)$  doit être déterminée. La résolution de l'équation de Riccati associée à l'algorithme donné par

Francis (1987) nécessite d'abandonner la représentation symbolique pour une représentation numérique, et de prendre en compte les imprécisions de calcul.

Notons enfin que la procédure de calcul de  $R(s)$  ne donne théoriquement pas de solution lorsque la pulsation  $\omega_0$  correspond à un zéro sur l'axe imaginaire ou à l'infini de  $\overline{G}_d(s)$ . Il est en effet impossible de trouver dans ce cas  $q_0(s)$ ,  $q_\omega(s)$ , ou  $q_\infty(s)$  tels que :

$$(q_0(j\omega_0)g_0(j\omega_0))^* q_0(j\omega_0)g_0(j\omega_0) = 1, \text{ ou}$$

$$(q_\omega(j\omega_0)g_\omega(j\omega_0))^* q_\omega(j\omega_0)g_\omega(j\omega_0) = 1, \text{ ou}$$

$$(q_\infty(j\omega_0)g_\infty(j\omega_0))^* q_\infty(j\omega_0)g_\infty(j\omega_0) = 1,$$

dans la mesure où l'on a soit  $g_0(j\omega_0) = 0$ , soit  $g_\omega(j\omega_0) = 0$ , soit  $g_\infty(j\omega_0) = 0$ .

La solution adoptée dans ce cas de figure consiste à choisir pour  $\omega_0$  une pulsation voisine pour laquelle la valeur du critère d'optimisation est peu dégradée.

## ANNEXE F : Evaluation des seuils de détection

### Préambule mathématique.

Pour un vecteur  $x(t) \in R^n$ , on notera :

$$\|x\|_{[\omega_1, \omega_2]} = \left( \frac{1}{2\pi(\omega_2 - \omega_1)} \int_{\omega_1}^{\omega_2} x^*(j\omega)x(j\omega)d\omega \right)^{1/2}$$

### Propriétés

- Soit  $x(t) \in R^n$ , on a :  $\left( \int_0^{+\infty} x^*(t)x(t)dt \right)^{1/2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left( \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(j\omega)x(j\omega)d\omega \right)^{1/2}$  (Parseval)

- $\|x\|_{[\omega_1, \omega_2]} \leq \left( \frac{1}{(\omega_2 - \omega_1)} \int_0^{+\infty} x^*(t)x(t)dt \right)^{1/2}$

### Evaluation des seuils de détection.

Pour compléter les méthodes de découplage presque parfait et approximatif optimal et pour prendre en compte les incertitudes non structurées, Frank et Ding (1994) préconisent l'utilisation de la fonction d'évaluation des résidus suivante :

$$J(r, \varepsilon) = \left[ \frac{1}{2\pi\varepsilon} \int_{\omega_1}^{\omega_1 + \varepsilon} r^*(j\omega)r(j\omega)d\omega \right]^{1/2} \quad (\text{F1})$$

$J^2(r, \varepsilon)$  représente la puissance moyenne du résidu  $r(j\omega)$  sur la fenêtre de fréquences  $[\omega_1, \omega_1 + \varepsilon]$ .

Cette fonction présente l'intérêt de réaliser un filtrage passe bande de l'énergie du résidu. Il permet de plus une estimation des seuils de détection lorsque les incertitudes sont bornées et que leur bornes sont connues.

Le seuil de détection  $J_{th}$  est défini comme la valeur maximum de la fonction  $J(r)$  en l'absence de défauts. Dans ce cas, le résidu obtenu à l'aide d'un observateur généralisé est donné par :

$$r(s) = Q(s)\hat{M}_u(s)(G_d(s)d(s) + G_{d^*}(s)d^*(s)). \quad (\text{F2})$$

### 1. Cas des incertitudes structurées :

En l'absence de défauts et en négligeant les incertitudes non structurées, on a :

$$r(s) = Q(s)\hat{M}_u(s)G_d(s)d(s). \quad (\text{F3})$$

#### • Cas général

On suppose ici que les incertitudes structurées n'ont fait l'objet d'aucun découplage particulier. On a donc :

$$r(j\omega) = G_{Od}(j\omega)d(j\omega), \quad (\text{F4})$$

$$\text{avec } G_{Od}(j\omega) = Q(j\omega)\hat{M}_u(j\omega)G_d(j\omega). \quad (\text{F5})$$

Par conséquent et d'après la définition de la plus grande valeur singulière, on a :

$$r^*(j\omega)r(j\omega) \leq (\bar{\sigma}(G_{Od}(j\omega)))^2 d^*(j\omega)d(j\omega) \quad (\text{F6})$$

Le seuil de détection peut donc être défini selon :

$$J_{th} = \sup_d(J(r)) = \max_{\omega \in [\omega_1, \omega_2]} (\bar{\sigma}(G_{Od}(j\omega))) \times \sup_d \|d\|_{[\omega_1, \omega_2]} \quad (\text{F7})$$

Il dépend donc de l'énergie moyenne maximum des incertitudes structurées sur la bande de fréquences  $[\omega_1, \omega_2]$ ,

$$\sup_d \|d\|_{[\omega_1, \omega_2]} = \sup_d \left( \left( \frac{1}{2\pi(\omega_2 - \omega_1)} \int_{\omega_1}^{\omega_2} d^*(j\omega)d(j\omega)d\omega \right)^{1/2} \right), \quad (\text{F8})$$

et de  $\bar{\sigma}(G_{Od}(j\omega))$ .

Dans la mesure où les matrices  $Q(j\omega)$ ,  $\hat{M}_u(j\omega)$ , et  $G_d(j\omega)$  sont connues,  $\bar{\sigma}(G_{Od}(j\omega))$  peut être calculé relativement aisément. Le calcul de  $\sup_d \|d\|_{[\omega_1, \omega_2]}$  est plus difficile dans la mesure où l'on ne connaît pas forcément de manière précise les caractéristiques énergétiques, et encore moins les caractéristiques fréquentielles des incertitudes structurées.

- **Cas du découplage parfait**

Dans la mesure où

$$Q(s)\hat{M}_u(s)G_d(s) = 0, \quad (\text{F9})$$

l'évaluation du résidu n'est pas nécessaire et  $J_{th} = 0$ .

- **Cas du découplage presque parfait :**

On a dans ce cas :

$$Q(j\omega)\hat{M}_u(j\omega)G_d(j\omega) \approx 0, \text{ pour } \omega \approx \omega_0. \quad (\text{F10})$$

En choisissant une fenêtre d'évaluation  $[\omega_1 \ \omega_2]$  au voisinage de  $\omega_0$ , on garantit que  $r(j\omega) \approx r(j\omega_0) \approx 0$ , pour  $\omega \in [\omega_1 \ \omega_2]$ , par conséquent  $J_{th} \approx J(r(j\omega_0)) \approx 0$ . Notons que le seuil est nul dans le cas idéal, mais en pratique et pour des problèmes de réalisation, il est toujours nécessaire de sélectionner une bande d'une certaine largeur autour de  $\omega_0$  sur laquelle l'influence des incertitudes structurées n'est pas forcément toujours négligeable. En particulier, pour les zéros à l'infini, nous sommes obligés pour des raisons numériques évidentes de nous limiter à une fréquence maximum. Il est donc toujours recommandé de faire une évaluation de seuil comme dans le cas général, en fonction de la bande de fréquences sélectionnée.

- **Cas du découplage approximatif optimal**

En considérant la notion de différentiabilité des défauts introduite au §IV.4.2, Frank et Ding (1994) suggèrent que le plus mauvais couplage (le moins mauvais ou le meilleur découplage) entre  $f(s)$  et  $d(s)$  est obtenu à la pulsation  $\omega_0$ , définie par :

$$\|G_{f1}(s)\|_{\infty} = \bar{\sigma}(G_{f1}(j\omega_0)).$$

Par conséquent, le choix de la fenêtre de fréquences  $[\omega_1 \ \omega_2]$  se porte naturellement vers le voisinage de  $\omega_0$ .

Si l'on considère que la matrice de paramétrisation a été construite selon (IV.42), on a :

$$r^*(j\omega)r(j\omega) = (R(j\omega)G_{dz}(j\omega)G_{di}(j\omega)d(j\omega))^* (R(j\omega)G_{dz}(j\omega)G_{di}(j\omega)d(j\omega)), \quad (\text{F11})$$

avec :

$$(R(j\omega)G_{dz}(j\omega))^* R(j\omega)G_{dz}(j\omega) \leq I, \quad \forall \omega \quad (\text{F12a})$$

$$(R(j\omega_0)G_{dz}(j\omega_0))^* R(j\omega_0)G_{dz}(j\omega_0) = I \quad (\text{F12b})$$

Par conséquent :

$$r^*(j\omega)r(j\omega) \leq (G_{di}(j\omega)d(j\omega))^* (G_{di}(j\omega)d(j\omega)) \leq d^*(j\omega)d(j\omega), \quad (\text{F13})$$

car la matrice  $G_{di}(j\omega)$  est co-inner. Le seuil de détection est donc :

$$J_{th} = \sup_d \|d\|_{[\omega_1, \omega_2]} = \sup_d \left( \left( \frac{1}{2\pi(\omega_2 - \omega_1)} \int_{\omega_1}^{\omega_2} d^*(j\omega)d(j\omega)d\omega \right)^{1/2} \right) \quad (\text{F14})$$

## 2. Cas des incertitudes non structurées :

En l'absence de défauts et en négligeant les incertitudes structurées, on a :

$$r(s) = Q(s)\hat{M}_u(s)G_a(s)d^*(s). \quad (\text{F15})$$

Dans ce cas de figure, on a :

$$r^*(j\omega)r(j\omega) \leq \left( \bar{\sigma}(Q(j\omega)\hat{M}_u(j\omega)) \right)^2 \left[ (G_a(j\omega)d^*(j\omega))^* (G_a(j\omega)d^*(j\omega)) \right] \quad (\text{F16})$$

La définition de seuils de détection qui prennent en compte les incertitudes non structurées est possible si l'on peut déterminer un majorant à la quantité :

$$\|G_a(j\omega)d^*(j\omega)\|^2 = \left[ (G_a(j\omega)d^*(j\omega))^* (G_a(j\omega)d^*(j\omega)) \right] \quad (\text{F17})$$

En pratique une évaluation de  $\|G_a(j\omega)d^*(j\omega)\|$  est difficile à obtenir dans le cas général. Lorsque l'on considère le cas particulier des incertitudes non structurées de type paramétrique, on peut dans certains cas de figure déterminer un majorant pour  $\bar{\sigma}(G_a(j\omega))$ :

$$\bar{\sigma}(G_a(j\omega)) \leq \delta_{a^*}(\omega) \quad (\text{F18})$$

Le calcul du seuil de détection est alors analogue à celui des incertitudes structurées, il dépend de l'énergie moyenne maximum de  $d^*$  sur la bande de fréquences  $[\omega_1, \omega_2]$ ,

$$\sup_{d^*} \|d^*\|_{[\omega_1, \omega_2]} = \sup_{d^*} \left( \left( \frac{1}{2\pi(\omega_2 - \omega_1)} \int_{\omega_1}^{\omega_2} (d^*(j\omega))^* (d^*(j\omega))d\omega \right)^{1/2} \right), \quad (\text{F19})$$

Le seuil de détection peut donc être défini selon :

$$J_{th} = \sup_{d^*} (J(r)) = \max_{\omega \in [\omega_1, \omega_2]} \left( \overline{\sigma} \left( Q(j\omega) \hat{M}_u(j\omega) \right) \right) \times \sup_{d^*} \|d^*\|_{[\omega_1, \omega_2]} \quad (\text{F20})$$

La problématique du calcul de seuil est sensiblement la même que pour le calcul de  $\sup_{d^*} \|d^*\|_{[\omega_1, \omega_2]}$  : le calcul de  $\sup_{d^*} \|d^*\|_{[\omega_1, \omega_2]}$  n'est réalisable qu'avec une bonne connaissance des caractéristiques énergétiques des signaux compris dans  $d^*$ .

En pratique, nous avons tenté d'évaluer les seuils de détection de la manière suivante :

- Nous avons fait des hypothèses sur l'amplitude maximum  $|d|_{2_{\max}}$  des différentes entrées inconnues que nous avons répertorié, par exemple, pour le couple résistant,  $|Cr|_{2_{\max}} = 2 \text{ mN}$ .
- La fonction  $J(r)$  est calculée grâce à une FFT  $r(j\omega)$  réalisée sur un échantillon de  $N$  points et de durée  $D$  du signal  $r(t)$ , l'échantillonnage étant réalisé à la période  $T = N / D$ , et le pas en fréquence étant  $d\omega = 1 / D$ . Le théorème de Parseval restant valable entre  $r(kT)$  et sa FFT  $r(kd\omega)$  on obtient :

$$\|d(kT)\|_{[\omega_1, \omega_2]} \leq \|d(kT)\|_{[0, \omega_{\max}]} = \left( \frac{1}{(\omega_2 - \omega_1)} \int_0^D d^*(t) d(t) dt \right)^{1/2} \leq \frac{D}{\sqrt{\omega_2 - \omega_1}} |d|_{2_{\max}}$$

- On obtient par conséquent un majorant pour  $\sup_{d^*} \|d^*\|_{[\omega_1, \omega_2]} : \frac{D}{\sqrt{\omega_2 - \omega_1}} |d|_{2_{\max}}$ .

Cette méthode de calcul ne nous a pas permis de déterminer des seuils de détection suffisamment bas pour permettre une quelconque détection des défauts envisagés. Nous pensons néanmoins qu'elle est à approfondir en acquérant une meilleure connaissance des propriétés énergétiques des signaux de défaut et de perturbation.

## ANNEXE G : Matrices de transfert et matrices d'état de l'entraînement à courant continu

La représentation d'état du modèle de diagnostic est donnée par :

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + E_d d(t) + E_f f(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) + F_d d(t) + F_f f(t)\end{aligned}$$

Avec :

$$x(t) = \begin{bmatrix} I(t) \\ Xi_l(t) \\ \Omega(t) \end{bmatrix}, \quad y(t) = \begin{bmatrix} I_m(t) \\ \beta_m(t) \\ \Omega_m(t) \end{bmatrix}, \quad u(t) = I_{ref}(t), \quad d(t) = C_r(t) \quad \text{et} \quad f(t) = \begin{bmatrix} \Delta I(t) \\ \Delta \beta(t) \\ \Delta u(t) \\ \Delta \Omega(t) \end{bmatrix}.$$

Les valeurs numériques des matrices  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E_d$ ,  $E_f$ ,  $F_d$  et  $F_f$ , obtenues à partir des équations formelles données au chapitre II et des valeurs des paramètres données en annexe C sont :

$$A = \begin{bmatrix} -1661.4 & 7911.4 & -170.9 \\ -8.47 & 0 & 0 \\ 95.3 & 0 & -3.3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 751.6 \\ 8.47 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -0.0095 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.0095 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$E_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -441.1 \end{bmatrix}, \quad F_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$E_f = \begin{bmatrix} -751.6 & 7911.4 & 791.14 & 0 \\ -8.47 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \text{et} \quad F_f = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0095 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

La représentation sous forme transfert du système est :

$$\begin{bmatrix} I_m(s) \\ \beta_m(s) \\ \Omega_m(s) \end{bmatrix} = G_u(s)I_{ref}(s) + G_{C_r}(s)C_r(s) + G_{\Delta I}(s)\Delta I(s) + G_{\Delta\beta}(s)\Delta\beta(s) + G_{\Delta u}(s)\Delta u(s) + G_{\Delta\Omega}(s)\Delta\Omega(s)$$

Les valeurs numériques des matrices de transfert sont :

$$G_u(s) = \begin{bmatrix} \frac{751.6(s+3.308)(s+891.6)}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} \\ \frac{0.0095(s+21.64)(s+891.5)(s+891.6)}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} \\ \frac{7.161e^{+4}(s+891.6)}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} \end{bmatrix},$$

$$G_{C_r}(s) = \begin{bmatrix} \frac{7.538e^{+4}s}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} \\ \frac{-716.1(s+891.6)}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} \\ \frac{-441.1(s+689.4)(s+972)}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} \end{bmatrix},$$

$$G_{\Delta I}(s) = \begin{bmatrix} \frac{s(s+21.64)(s+891.5)}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} \\ \frac{-0.0095(s+21.64)(s+891.5)(s+891.6)}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} \\ \frac{-7.161e^{+4}(s+891.6)}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} \end{bmatrix},$$

$$G_{\Delta\beta}(s) = \begin{bmatrix} \frac{7.911e^{+4}s(s+3.308)}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} \\ \frac{s(s+21.64)(s+891.5)}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} \\ \frac{7.538e^{+6}s}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} \end{bmatrix},$$

$$G_{\Delta u}(s) = \begin{bmatrix} \frac{791.1s(s+3.308)}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} \\ \frac{-7.516(s+3.308)(s+891.6)}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} \\ \frac{7.538e^{+4}s}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} \end{bmatrix}, \quad G_{\Delta\Omega}(s) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

## ANNEXE H : Générateurs de résidus de Luenberger

La structure MOS est réalisée à l'aide de trois générateurs de résidus de Luenberger sous la forme :

$$z(t) \rightarrow Tx(t)$$

$$\dot{z}(t) = Nz(t) + Mu(t) + Gy(t)$$

$$r(t) = -Pz(t) - Uu(t) + Ky(t)$$

Les trois générateurs de résidus  $r_0$ ,  $r_1$  et  $r_2$  ont été synthétisés à l'aide de l'algorithme IV.1.3.2 (découplage fréquentiel). Nous donnons dans un premier temps les matrices  $T$ ,  $N$ ,  $M$ ,  $G$ ,  $P$ ,  $U$  et  $K$  déterminées pour chacun des observateurs (tableau H1), puis nous détaillons la construction du générateur de résidu  $r_1$ .

	$r_0$	$r_1$	$r_2$
$T$	$[1 \ 30 \ 0]$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 4.3 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$[0 \ 0 \ 1]$
$N$	$[-909.8]$	$\begin{bmatrix} -500 & 0 \\ 0 & -909.8 \end{bmatrix}$	$[-500]$
$M$	$[-5.196]$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$[0]$
$G$	$[5.196 \ 1.06e^5 \ -170.9]$	$\begin{bmatrix} 0 & 79114 & 1965.4 \\ 0 & 79114 & -170.9 \end{bmatrix}$	$[95.28 \ 0 \ 4.97]$
$P$	$[1]$	$[1 \ -1]$	$[5]$
$U$	$[0.285]$	$[0]$	$[0]$
$K$	$[1.285 \ 30 \ 0]$	$[0 \ 0 \ 4.3]$	$[0 \ 0 \ 5]$

Tableau H1 : Matrices des GRL de la structure MOS.

Les trois générateurs de résidus ont été synthétisés à partir des équations formelles des matrices d'état du système. Nous donnons l'exemple de la construction du résidu  $r_1$  dont nous rappelons qu'il doit découpler parfaitement  $\Delta I$  et  $\Delta \beta$ , et détecter  $\Delta u$  et  $\Delta \Omega$ . On pose donc :

$$E_d = \begin{bmatrix} -\frac{U_c k p_I}{L} & \frac{U_c}{L} \\ -k i_I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, F_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -k p_I & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, E_f = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{ et } F_f = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

L'algorithme a été testé une première fois avec un observateur d'ordre 1 et la procédure n'a pas décelé de solution. Elle est donc relancée avec un observateur d'ordre 2.

1. Choix de l'ordre de l'observateur :  $k = 2$ .

$$\begin{array}{l} \text{Dimension des matrices } T, N, M \text{ et } G : \\ T \rightarrow 2 \times 3 \\ N \rightarrow 2 \times 2 \\ G \rightarrow 2 \times 3 \\ M \rightarrow 2 \times 1 \end{array}$$

2. Choix d'un résidu scalaire :  $q = 1$ .

$$\begin{array}{l} \text{Dimension des matrices } P, U \text{ et } K : \\ P \rightarrow 1 \times 2 \\ U \rightarrow 1 \times 1 \\ K \rightarrow 1 \times 3 \end{array}$$

3. On fixe  $N$  sous forme diagonale :

$$N = \begin{bmatrix} a_1 & 0 \\ 0 & a_2 \end{bmatrix}$$

$a_1$  et  $a_2$  étant des scalaires réels négatifs.

4. On paramétrise les matrices  $T, M, G, P, U$  et  $K$ :

$$T = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \end{bmatrix},$$

$$M = \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{bmatrix},$$

etc.

5. Résolution de (IV.18)  $\Rightarrow$

$$T = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \end{bmatrix}, M = \begin{bmatrix} (a_1 k p_1 + k i_1) t_{12} \\ (a_2 k p_1 + k i_1) t_{22} \end{bmatrix},$$

$$G = \begin{bmatrix} \frac{kL t_{13} - JL t_{12} (a_1 k p_1 + k i_1) - J t_{11} (a_1 L + R)}{JL} & \frac{U_c t_{11} - a_1 L t_{12}}{L} & \frac{(a_1 J + f) L t_{13} + k J t_{11}}{JL} \\ \frac{kL t_{23} - JL t_{22} (a_2 k p_1 + k i_1) - J t_{21} (a_2 L + R)}{JL} & \frac{U_c t_{21} - a_2 L t_{22}}{L} & \frac{(a_2 J + f) L t_{23} + k J t_{21}}{JL} \end{bmatrix},$$

$$P = [p_1 \quad p_2], \quad U = k p_1 (p_1 t_{12} + p_2 t_{22}),$$

$$K = [p_1 t_{11} + p_2 t_{21} + k p_1 (p_1 t_{12} + p_2 t_{22}) \quad p_1 t_{12} + p_2 t_{22} \quad p_1 t_{13} + p_2 t_{23}].$$

Les paramètres de réglage libres à la fin de cette étape sont en gras et en italique.

6. Résolution de (IV.8)  $\Rightarrow$  on élimine d'abord les paramètres imposés par la relation (IV.8b), puis on vérifie que les paramètres restant permettent de réaliser (IV.8a). A la fin de cette

$$\text{étape, on a : } T = \begin{bmatrix} t_{11} & 0 & \frac{J(r+a_1L)t_{11}}{kL} \\ -\frac{p_1 t_{11}}{p_2} & 0 & -\frac{J(r+a_2L)p_1 t_{11}}{kL p_2} \end{bmatrix}, M = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, P = [p_1 \quad p_2], U = 0,$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 & \frac{U_c t_{11}}{L} & -\frac{((a_1 J + f)(a_1 L + R) + k^2)t_{11}}{kL} \\ 0 & -\frac{U_c p_1 t_{11}}{L p_2} & -\frac{((a_2 J + f)(a_2 L + R) + k^2)p_1 t_{11}}{kL p_2} \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{(a_2 - a_1)J p_1 t_{11}}{k} \end{bmatrix}.$$

Les transferts entre le résidu et les différentes entrées de défaut ou de perturbation sont :

Entrée e	Transfert $r_1(s) / e(s)$
Incertitude structurée $C_r$	$p_1 t_{11} (a_2 - a_1) \frac{R + Ls}{kL(s - a_1)(s - a_2)}$
« Incertitude structurée » $\Delta I$	0
« Incertitude structurée » $\Delta \beta$	0
Défaut $\Delta u$	$-p_1 t_{11} (a_2 - a_1) \frac{1}{L(s - a_1)(s - a_2)}$
Défaut $\Delta \Omega$	$-p_1 t_{11} (a_2 - a_1) \frac{(R + Ls)(f + Js) + k^2}{kL(s - a_1)(s - a_2)}$

Tableau H2 : Transfert du résidu  $r_1$  par rapport aux entrées de défaut et de perturbation.

7. A cette dernière étape, on fixe les derniers paramètres libres restant (cf. tableau H1), l'objectif étant, dans la mesure du possible, d'atténuer les effets de la perturbation du couple de charge. D'après le tableau H2, on constate qu'en diminuant  $p_1$  ou  $t_{11}$ , on diminue l'influence du couple de charge, cependant on diminue également et dans les mêmes proportions la sensibilité du résidu aux défauts  $\Delta u$  et  $\Delta \Omega$ . Les paramètres libres ne permettent donc pas découpler  $C_r$ . Nous avons également tenté, sans succès, de résoudre ce problème avec un observateur d'ordre 3 pour lequel le nombre de paramètres libres restant est plus important.

## ANNEXE I : Observateurs Généralisés

Les paramètres des quatre observateurs généralisés de la structure DOS sont donnés dans cette annexe. On donne en particulier les valeurs des matrices unimodulaires déterminant la factorisation sous la forme de Smith-McMillan, ou une forme diagonale équivalente, des matrices de transfert reliant les sorties du système aux « incertitudes structurées » considérées dans chacun des cas de figure suivants :

- détection du défaut capteur de courant,
- détection du défaut de l'interface de commande,
- détection du défaut de l'alimentation,
- détection du défaut capteur de vitesse.

Les expressions des transferts de chaque résidu par rapport au défaut qu'il doit détecter, et aux « incertitudes structurées » qu'il doit découpler sont également données.

La construction du générateur de résidu obtenu à l'aide de la méthode approximative optimale est détaillée.

- **Défaut capteur de courant  $\Delta I$  :**

Le générateur de résidu synthétisé est :

$$r_1(s) = r_{\Delta I}(s) = Q_{\Delta I}(s)(y(s) - G_u(s)u(s)).$$

$$f = \Delta I \text{ et } d = [C_r^T \quad \Delta\beta^T \quad \Delta u^T \quad \Delta\Omega^T]^T :$$

$$G_f(s) = G_{\Delta I}(s) \text{ et } G_d(s) = [G_{C_r}(s) \quad G_{\Delta\beta}(s) \quad G_{\Delta u}(s) \quad G_{\Delta\Omega}(s)].$$

$$G_d(s) = U_{\Delta I}(s) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{(s+891.6)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{s}{(s+891.6)} & 0 \end{bmatrix} V_{\Delta I}(s)$$

Avec :

$$U_{\Delta I}(s) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-105.3s}{(s+891.6)} & \frac{9.385e^{+4}}{(s+891.6)} \\ 0 & 105.3 & 105.3 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$V_{\Delta I}(s) = \begin{bmatrix} \frac{-441.1(s+689.4)(s+972)}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} & \frac{7.538e^{+6}s}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} & \frac{7.538e^{+4}s}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} & 1 \\ \frac{-716.1(s+8.47)(s+891.6)}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} & \frac{-743.1s(s+3.099)(s+891.6)}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} & \frac{-7516(s+3.308)(s+8.47)(s+891.6)}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} & 0 \\ \frac{709.3(s+891.6)}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} & \frac{0.0095(s+3.308)(s+891.6)(s+7.913e^{+4})}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} & \frac{7.444(s+3.308)(s+891.6)}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

On obtient :

$$Q_{\Delta I}(s) = \alpha_1 \begin{bmatrix} 1 & \frac{-891.6}{(s+891.6)} & 0 \end{bmatrix}.$$

Les transferts reliant le résidu au défaut et aux « incertitudes structurées » sont :

Entrée e	Transfert $r_{\Delta I}(s) / e(s)$
Incertitude structurée $C_r$	$\alpha_1 \frac{7.538e^{+4}(s+8.47)}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)}$
Défaut $\Delta I$	$\alpha_1 \frac{(s+8.47)(s+21.64)(s+891.5)}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)}$
« Incertitude structurée » $\Delta\beta$	$\alpha_1 \frac{7.822e^{+4}s(s+3.099)}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)}$
« Incertitude structurée » $\Delta u$	$\alpha_1 \frac{791.2(s+3.308)(s+8.47)}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)}$
« Incertitude structurée » $\Delta\Omega$	0

Tableau II : Transferts du résidu  $r_1$  par rapport aux entrées de défaut et de perturbation.

• **Défaut de l'interface de commande  $\Delta\beta$  :**

Le générateur de résidu synthétisé est :

$$r_2(s) = r_{\Delta\beta}(s) = Q_{\Delta\beta}(s)(y(s) - G_u(s)u(s)).$$

$$f = \Delta\beta, \text{ et } d = [C_r^T \quad \Delta I^T \quad \Delta u^T \quad \Delta\Omega^T]^T :$$

$$G_f(s) = G_{\Delta\beta}(s) \text{ et } G_d(s) = [G_{C_r}(s) \quad G_{\Delta I}(s) \quad G_{\Delta u}(s) \quad G_{\Delta\Omega}(s)]$$

$$G_d(s) = U_{\Delta\beta}(s) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} V_{\Delta\beta}(s)$$

Avec :

$$U_{\Delta\beta}(s) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-105.3s}{(s+891.6)} & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$V_{\Delta\beta}(s) = \begin{bmatrix} \frac{-441.1(s+689.4)(s+972)}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} & \frac{-7.161e^{+4}(s+891.6)}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} & \frac{7.538e^{+4}s}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} & 1 \\ \frac{-716.1(s+891.6)}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} & \frac{-0.0095(s+21.64)(s+891.5)(s+891.6)}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} & \frac{-7.516(s+3.308)(s+891.6)}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Les transferts reliant le résidu au défaut et aux « incertitudes structurées » sont donnés dans le tableau I2.

Entrée $e$	Transfert $r_{\Delta I}(s) / e(s)$
Incertitude structurée $C_r$	0
« Incertitude structurée » $\Delta I$	0
Défaut $\Delta\beta$	$\alpha_2 \frac{s}{(s+891.5)}$
« Incertitude structurée » $\Delta u$	0
« Incertitude structurée » $\Delta\Omega$	0

Tableau I2 : Transferts du résidu  $r_2$  par rapport aux entrées de défaut et de perturbation.

- **Défaut alimentation  $\Delta u$  :**

Le générateur de résidu synthétisé est :

$$r_3(s) = r_{\Delta u}(s) = Q_{\Delta u}(s)(y(s) - G_u(s)u(s)).$$

$$f = \Delta u, \text{ et } d = [C_r^T \quad \Delta I^T \quad \Delta \beta^T \quad \Delta \Omega^T]^T :$$

$$G_f(s) = G_{\Delta u}(s) \text{ et } G_d(s) = [G_{C_r}(s) \quad G_{\Delta I}(s) \quad G_{\Delta \beta}(s) \quad G_{\Delta \Omega}(s)].$$

$$G_d(s) = U_{\Delta u}(s) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{s}{(s+891.6)} & 0 \end{bmatrix} V_{\Delta u}(s)$$

Avec :

$$U_{\Delta u}(s) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{s(s+21.64)(s+891.5)}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} & \frac{7.9114e^{+4}(s+3.308)(s+891.6)}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} \\ 0 & \frac{-0.0095(s+21.64)(s+891.5)(s+891.6)}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} & \frac{(s+21.64)(s+891.5)(s+891.6)}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} \\ 1 & \frac{-7.161e^{+4}(s+891.6)}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} & \frac{7.5380e^{+6}(s+891.6)}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} \end{bmatrix}$$

$$V_{\Delta u}(s) = \begin{bmatrix} \frac{-441.1(s+909.8)}{(s+21.64)(s+891.5)} & 0 & 0 & 1 \\ \frac{7.5380e^{+4}}{(s+21.64)(s+891.5)} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- **Factorisation co-inner-outer étendue (ECIOF) de  $G_d(s)$  :**

$$G_d(s) = G_{do}(s)G_{dz}(s)G_{di}(s)$$

Avec :

$$G_d(s) \in RH_{\infty}^{3 \times 4} \text{ et } \text{rang}(G_d(s)) = 3$$

$G_{do}(s) \in RH_{\infty}^{3 \times 3}$  co-outer et inversible à gauche,  $G_{di}(s) \in RH_{\infty}^{3 \times 4}$  co-inner, et  $G_{dz}(s) \in RH_{\infty}^{3 \times 3}$  possédant tous les zéros finis sur l'axe imaginaire ainsi que les zéros à l'infini de  $G_d(s)$ , avec  $\text{rang}(G_{dz}(s)) = 3$ .

$$1. G_d(s) = U_{\Delta u}(s) \begin{bmatrix} & 0 \\ G_{d1}(s) & 0 \\ & 0 \end{bmatrix} V_{\Delta u}(s)$$

Avec :

$$G_{d1}(s) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{s}{(s+891.6)} \end{bmatrix}$$

2. ECIOF de la matrice carrée  $G_{d1}(s)$  :  $G_{d1}(s) = G_{do1}(s)G_{dz1}(s)G_{di1}(s)$

Avec  $G_{do1}(s) \in RH_{\infty}^{3 \times 3}$  co-outer inversible à gauche,  $G_{dz1}(s) \in RH_{\infty}^{3 \times 3}$  ayant pour zéros tous les zéros finis sur l'axe imaginaire ainsi que les zéros à l'infini de  $G_{d1}(s)$ , et  $G_{di1}(s) \in RH_{\infty}^{3 \times 3}$  co-inner.

Dans la mesure où  $G_{d1}(s)$  est co-outer, on a :  $G_{di1}(s) = I_3$ .

La matrice  $G_{dz1}(s) = G_{d1}(s) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{s}{(s+891.6)} \end{bmatrix}$  possède les propriétés requises et

$$G_{do1}(s) = I_3.$$

3. Factorisation co-inner-outer (CIOF) de  $G_{d3}(s) = \begin{bmatrix} & 0 \\ G_{di1}(s) & 0 \\ & 0 \end{bmatrix} V_{\Delta u}(s)$  :

$$G_{d3}(s) = G_{d3o}(s)G_{d3i}(s).$$

$$G_{d3}(s) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} V_{\Delta u}(s) = \begin{bmatrix} \frac{-441.1(s+909.8)}{(s+21.64)(s+891.5)} & 0 & 0 & 1 \\ \frac{7.5380e^{+4}}{(s+21.64)(s+891.5)} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

La matrice  $G_{d3o}(s)$  est obtenue en utilisant l'algorithme donné par Francis (1987), elle est carrée et inversible :

$$G_{d3o}(s) = \begin{bmatrix} \frac{(s+450.6)(s+885.4)}{(s+21.64)(s+891.5)} & \frac{-53.16(s+894.8)}{(s+21.64)(s+891.5)} & 0 \\ \frac{-53.16(s+1363)}{(s+21.64)(s+891.5)} & \frac{(s+31.93)(s+889.6)}{(s+21.64)(s+891.5)} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$G_{d3o}^{-1}(s) = \begin{bmatrix} \frac{(s+31.93)(s+889.6)}{(s+464.7)(s+880)} & \frac{53.16(s+894.8)}{(s+464.7)(s+880)} & 0 \\ \frac{53.16(s+1363)}{(s+464.7)(s+880)} & \frac{(s+450.6)(s+885.4)}{(s+464.7)(s+880)} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4. Eléments de l'ECIOF de  $G_d(s)$  :

- $G_{do}(s) = U_{\Delta u}(s)G_{do1}(s) = U_{\Delta u}(s)$
- $G_{dz}(s) = G_{dz1}(s)G_{d3o}(s)$
- $G_{di}(s) = G_{d3i}(s) = G_{d3o}^{-1}(s) \begin{bmatrix} 0 \\ G_{dz1}(s) \\ 0 \end{bmatrix} V_{\Delta u}(s)$

$$G_{di}(s) = \begin{bmatrix} \frac{-441.1(s+918.2)}{(s+464.7)(s+880)} & \frac{53.16(s+894.8)}{(s+464.7)(s+880)} & 0 & \frac{(s+31.93)(s+889.6)}{(s+464.7)(s+880)} \\ \frac{5.193e^{+4}}{(s+464.7)(s+880)} & \frac{(s+450.6)(s+885.4)}{(s+464.7)(s+880)} & 0 & \frac{53.16(s+1363)}{(s+464.7)(s+880)} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

• **Construction de  $Q(s)$  :**

Dans la mesure où la matrice  $G_{d3o}(s)$  est outer, carrée et inversible, elle est unimodulaire. De plus  $G_{dz1}(s)$  est diagonale, la forme de Smith-McMillan de  $G_{dz}(s)$  est donc déjà construite :

$$G_{dz}(s) = I_3 G_{dz1}(s) G_{d3o}(s)$$

La décomposition de  $G_f(s)$  nous donne la pulsation « optimale »  $\omega_0 = 0$ .

Le zéro de  $G_d(s)$ ,  $\frac{s}{(s+891.6)}$ , étant situé au même endroit que  $\omega_0$ , on choisit une

pulsation voisine  $\omega'_0 = 10$  Hz, et l'on détermine  $q_0(s) = \frac{s+8959.6}{10(s+4.406)}$ .

$$1. R_1(s) = \begin{bmatrix} \frac{s}{(s+891.6)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{s}{(s+891.6)} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$2. R_2(s) = q_0(s)R_1(s)$$

$$3. R(s) = G_{d3o}^{-1}(s)R_2(s)$$

On obtient finalement  $Q(s)$  selon :

$$Q(s) = R(s)G_{do}^{-1}(s) = R(s)U_{\Delta u}^{-1}(s) = [Q_1(s) \quad Q_2(s) \quad Q_3(s)].$$

Avec :

$$\bullet Q_1(s) = \begin{bmatrix} 5.316 \frac{s(s+8959.6)(s+894.8)}{(s+891.6)(s+879.7)(s+464.7)(s+4.406)} \\ 0.1 \frac{s(s+8959.6)(s+885.4)(s+450.6)}{(s+891.6)(s+879.7)(s+464.7)(s+4.406)} \\ 9.5e^{-4} \frac{(s+8959.6)}{(s+4.406)} \end{bmatrix}$$

$$\bullet Q_2(s) = \begin{bmatrix} -1.2e^6 \frac{s(s+8959.6)}{(s+891.6)(s+879.7)(s+464.7)(s+4.406)} \\ -7.9e^3 \frac{s(s+8959.6)(s+426.2)}{(s+891.6)(s+879.7)(s+464.7)(s+4.406)} \\ 0.1 \frac{s(s+8959.6)}{(s+891.6)(s+4.406)} \end{bmatrix}$$

$$\bullet Q_3(s) = \begin{bmatrix} 0.1 \frac{s(s+8959.6)(s+889.6)(s+31.9)}{(s+891.6)(s+879.7)(s+464.7)(s+4.406)} \\ 5.316 \frac{s(s+8959.6)(s+1362.7)}{(s+891.6)(s+879.7)(s+464.7)(s+4.406)} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Les transferts reliant le résidu au défaut et aux « incertitudes structurées » sont donnés dans le tableau I3.

Entrée e	Transfert $r_{\Delta}(s) / e(s)$
Incertitude structurée $C_r$	$\begin{bmatrix} -44.1 \frac{s(s+8959.6)(s+918.2)}{(s+891.6)(s+879.7)(s+464.7)(s+4.406)} \\ 5.2e^3 \frac{s(s+8959.6)}{(s+891.6)(s+879.7)(s+464.7)(s+4.406)} \\ 0 \end{bmatrix}$
« Incertitude structurée » $\Delta I$	$\begin{bmatrix} 5.316 \frac{s(s+8959.6)(s+894.8)}{(s+891.6)(s+879.7)(s+464.7)(s+4.406)} \\ 0.1 \frac{s(s+8959.6)(s+885.4)(s+450.6)}{(s+891.6)(s+879.7)(s+464.7)(s+4.406)} \\ 0 \end{bmatrix}$
Défaut $\Delta\beta$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.1 \frac{s(s+8959.6)}{(s+891.6)(s+4.406)} \end{bmatrix}$
« Incertitude structurée » $\Delta u$	$\begin{bmatrix} 1.2e^4 \frac{s(s+8959.6)}{(s+891.6)(s+879.7)(s+464.7)(s+4.406)} \\ 79.1 \frac{s(s+8959.6)(s+426.2)}{(s+891.6)(s+879.7)(s+464.7)(s+4.406)} \\ 0 \end{bmatrix}$
« Incertitude structurée » $\Delta\Omega$	$\begin{bmatrix} 0.1 \frac{s(s+8959.6)(s+889.6)(s+31.9)}{(s+891.6)(s+879.7)(s+464.7)(s+4.406)} \\ 5.31 \frac{s(s+8959.6)(s+1362.7)}{(s+891.6)(s+879.7)(s+464.7)(s+4.406)} \\ 0 \end{bmatrix}$

Tableau I3 : Transferts du résidu  $r_3$  par rapport aux entrées de défaut et de perturbation.

• Défaut capteur de vitesse  $\Delta\Omega$  :

Le générateur de résidu synthétisé est :

$$r_4(s) = r_{\Delta\Omega}(s) = Q_{\Delta f}(s)(y(s) - G_u(s)u(s)).$$

$$f = \Delta\Omega, \quad G_f(s) = G_{\Delta\Omega}(s)$$

$$d = [C_r \quad \Delta I \quad \Delta\beta \quad \Delta u]^T, \quad G_d(s) = [G_{C_r}(s) \quad G_{\Delta I}(s) \quad G_{\Delta\beta}(s) \quad G_{\Delta u}(s)].$$

$$G_d(s) = U_{\Delta\Omega}(s) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(s+909.8)}{(s+21.64)(s+891.5)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{s}{(s+891.6)} & 0 \end{bmatrix} V_{\Delta\Omega}(s)$$

Avec :

$$U_{\Delta\Omega}(s) = \begin{bmatrix} \frac{-105.3s}{(s+891.6)} & 0 & 105.3 \\ 1 & 0 & 0 \\ \frac{7.538e^{+6}}{(s+21.64)(s+891.5)} & -441.1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$V_{\Delta\Omega}(s) = \begin{bmatrix} \frac{-716.1(s+891.6)}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} & \frac{-0.009s(s+21.64)(s+891.5)(s+891.6)}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} & \frac{s(s+21.64)(s+891.5)}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} & \frac{-7.516(s+3.308)(s+891.6)}{(s+3.229)(s+770.6)(s+890.8)} \\ 1 & 0 & 0 & \frac{-170.9}{(s+909.8)} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

On obtient :

$$Q_{\Delta\Omega}(s) = \alpha_4 \begin{bmatrix} 0 & \frac{-7.538e^{+6}}{(s+21.64)(s+891.5)} & 1 \end{bmatrix}.$$

Les transferts reliant le résidu au défaut et aux « incertitudes structurées » sont donnés dans le tableau I4.

Entrée e	Transfert $r_{\Delta}(s) / e(s)$
Incertitude structurée $C_r$	$\alpha_4 \frac{-441.1(s+909.8)}{(s+21.64)(s+891.5)}$
« Incertitude structurée » $\Delta I$	0
« Incertitude structurée » $\Delta \beta$	0
« Incertitude structurée » $\Delta u$	$\alpha_4 \frac{7.538e^{+4}}{(s+21.64)(s+891.5)}$
Défaut $\Delta \Omega$	$\alpha_4$

Tableau I4 : Transferts du résidu  $r_4$  par rapport aux entrées de défaut et de perturbation.

## ANNEXE J : Simulations et essais expérimentaux

Les courbes représentatives des simulations des défauts et de la perturbation du couple de charge sont présentées dans cette annexe dans les trois cas suivants :

1. Système idéal continu (simulation).
2. Système topologique (simulation).
3. Système réel (essai expérimental).

Dans tous les cas de figure, la référence de courant est  $I_{ref} = 5 A$ . Les grandeurs représentées sont le courant « mesuré »  $I_m$ , la grandeur de commande « mesurée »  $\beta_m$  et la vitesse « mesurée »  $\Omega_m$ . Les défauts ou la perturbation sont des échelons exécutés à l'instant  $t = 0.02 s$  pour les simulations. Pour l'essai expérimental, nous avons sélectionné une fenêtre temporelle de longueur  $0.04 s$  à partir des fichiers de mesures effectuées sur le dispositif expérimental. Les défauts et la perturbation « expérimentale » interviennent dans cette fenêtre au voisinage de  $t = 0.02 s$ .

Nous rappelons dans le tableau suivant l'amplitude des échelons réalisés en simulation et sur le banc d'essai :

	Amplitude de simulation	Amplitude expérimentale
$C_r$	1 Nm	0.75 Nm
$\Delta I$	5 A	5 A
$\Delta \beta$	0.3	0.3
$\Delta u$	10 V	30 V
$\Delta \Omega$	31.4 rad/s	10 rad/s

Tableau J1 : Amplitude des échelons de défaut et de perturbation.

1. Système idéal continu :

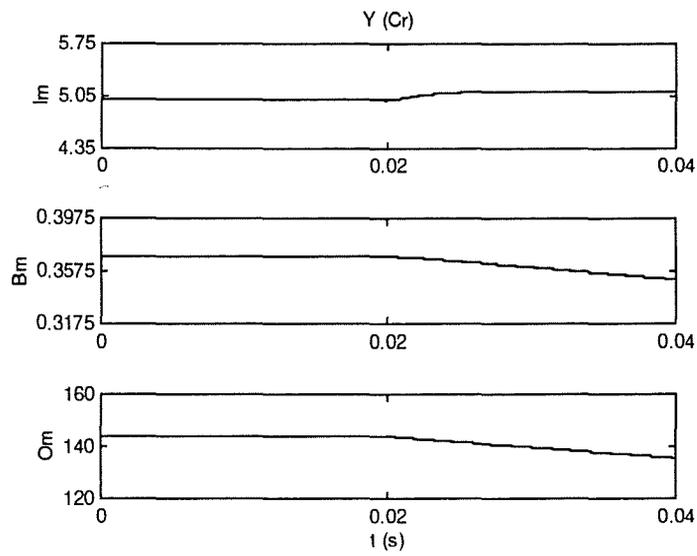


Figure J1 : Perturbation du couple de charge  $C_r$  - Système idéal continu.

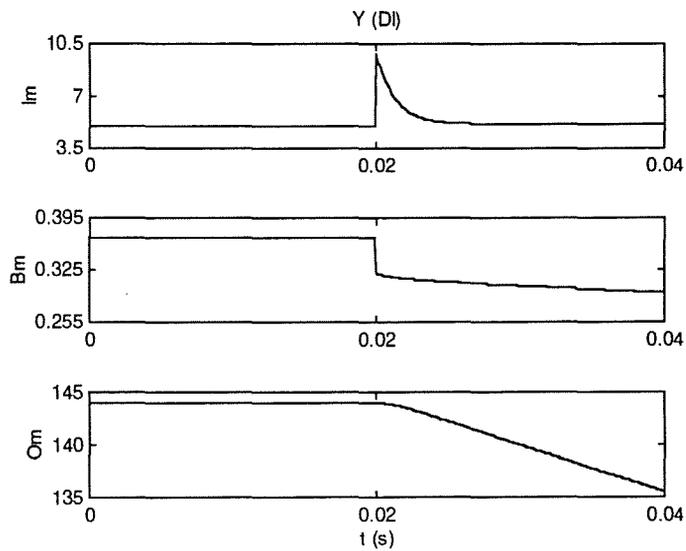


Figure J2 : Défaut du capteur de courant  $\Delta I$  - Système idéal continu.

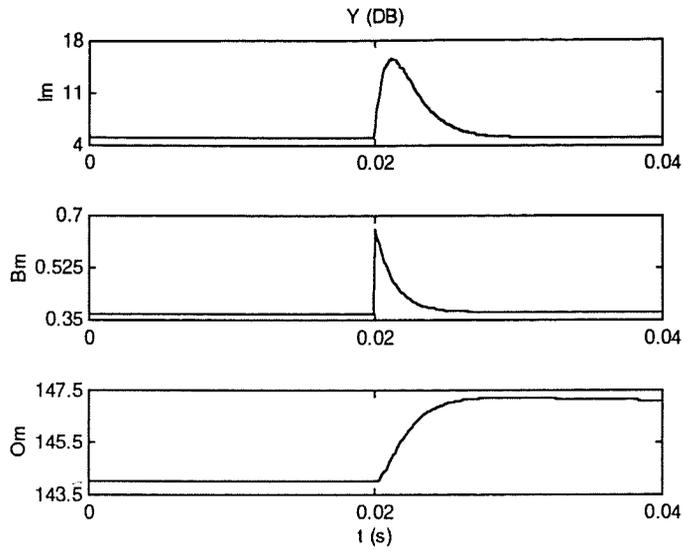


Figure J3 : Défaut de l'interface de commande  $\Delta\beta$  - Système idéal continu.

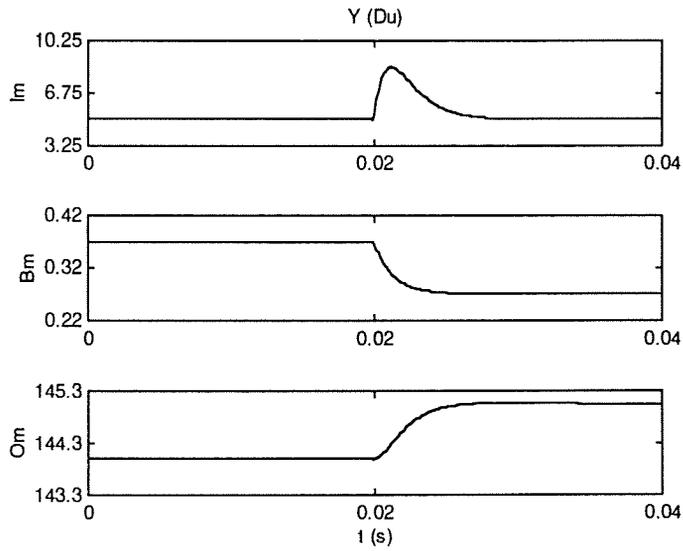


Figure J4 : Défaut de l'alimentation  $\Delta u$  - Système idéal continu.

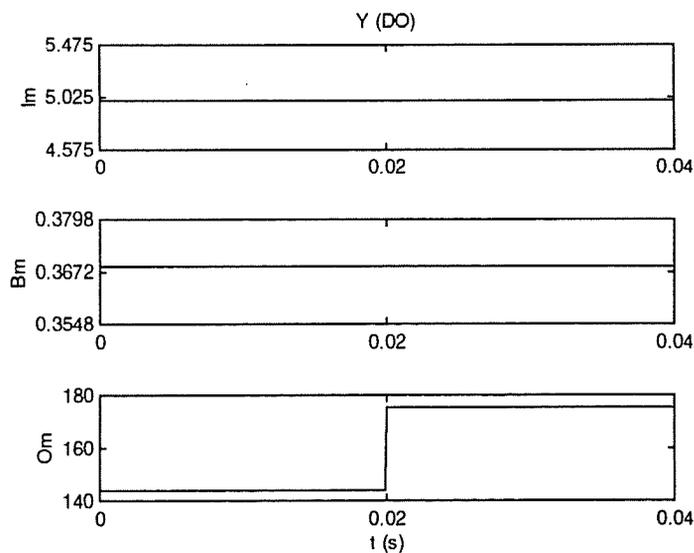


Figure J5 : Défaut du capteur de vitesse  $\Delta\Omega$  - Système idéal continu.

2. Système topologique :

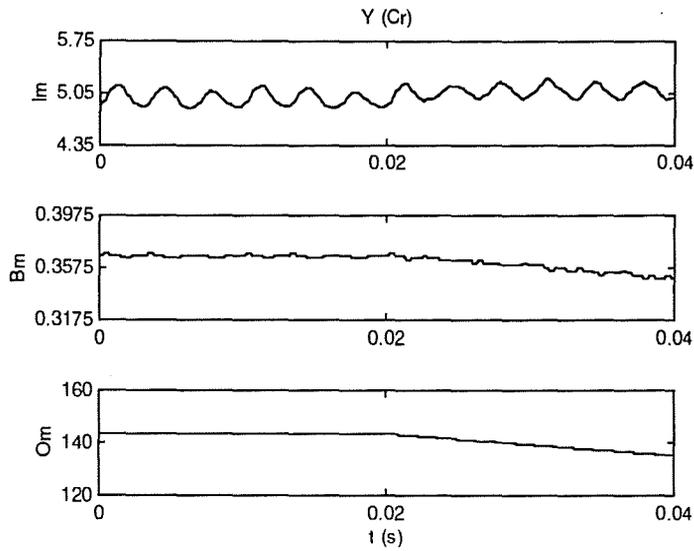


Figure J6 : Perturbation du couple de charge  $C_r$  - Système topologique.

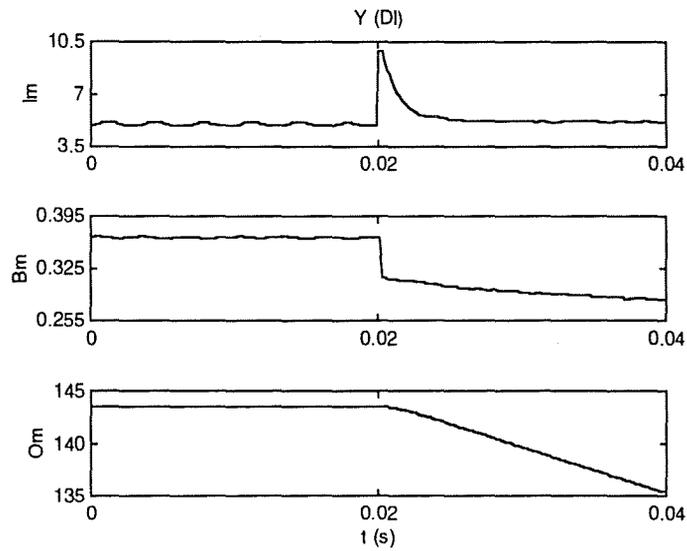


Figure J7 : Défaut du capteur de courant  $\Delta I$  - Système topologique.

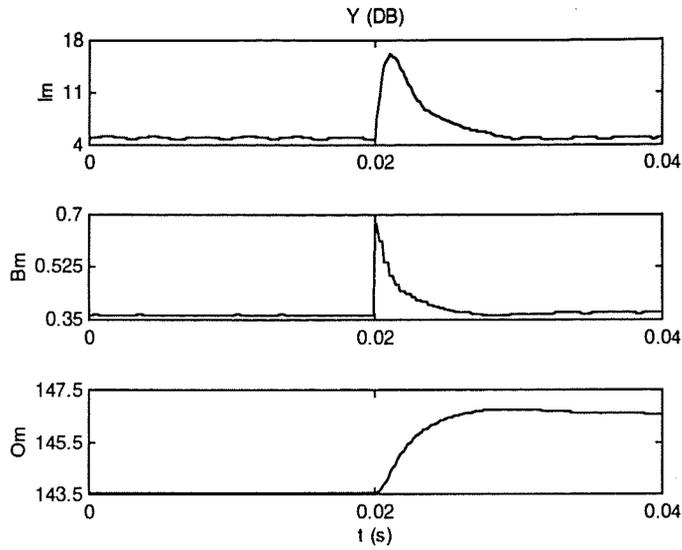


Figure J8 : Défaut de l'interface de commande  $\Delta\beta$  - Système topologique.

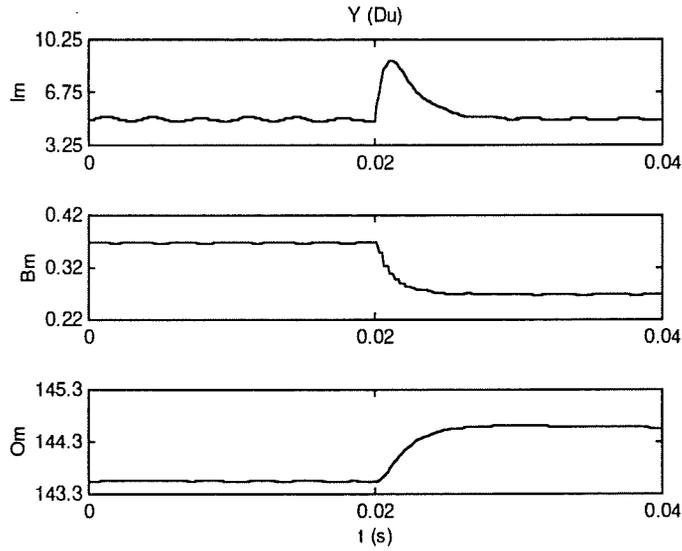


Figure J9 : Défaut de l'alimentation  $\Delta u$  - Système topologique.

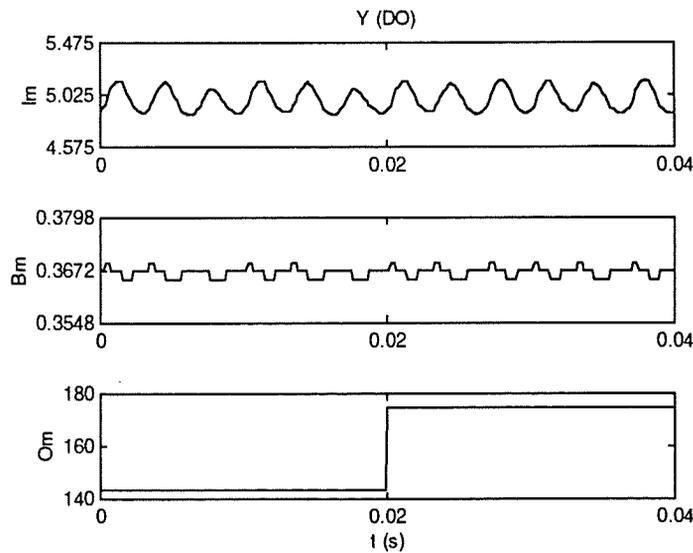


Figure J10 : Défaut du capteur de vitesse  $\Delta\Omega$  - Système topologique.

3. Système réel :

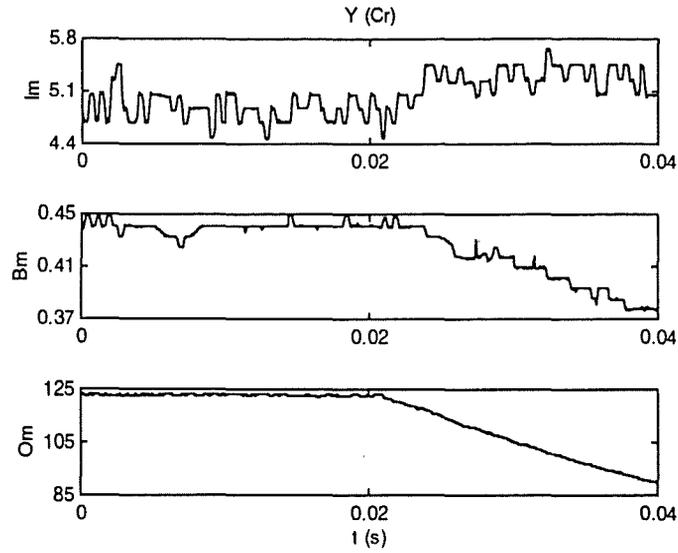


Figure J11 : Perturbation du couple de charge  $C_r$  - Système réel.

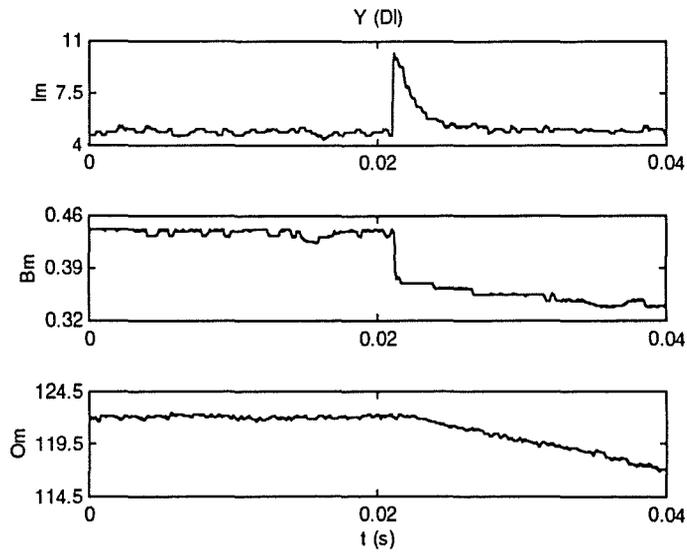


Figure J12 : Défaut du capteur de courant  $\Delta I$  - Système réel.

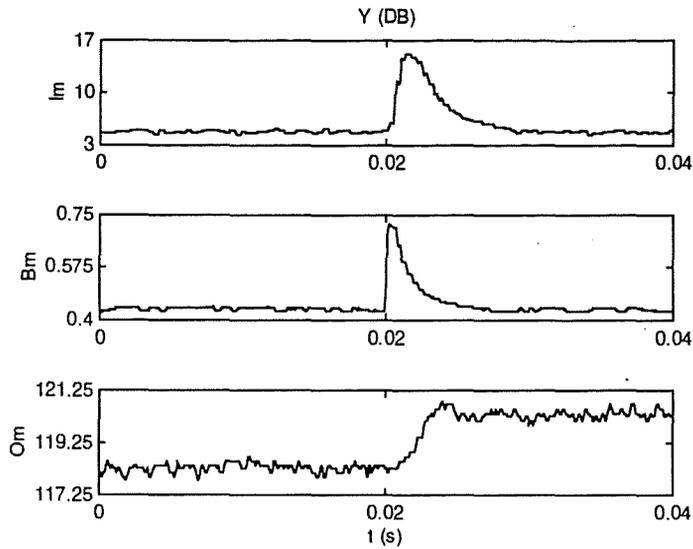


Figure J13 : Défaut de l'interface de commande  $\Delta\beta$  - Système réel.

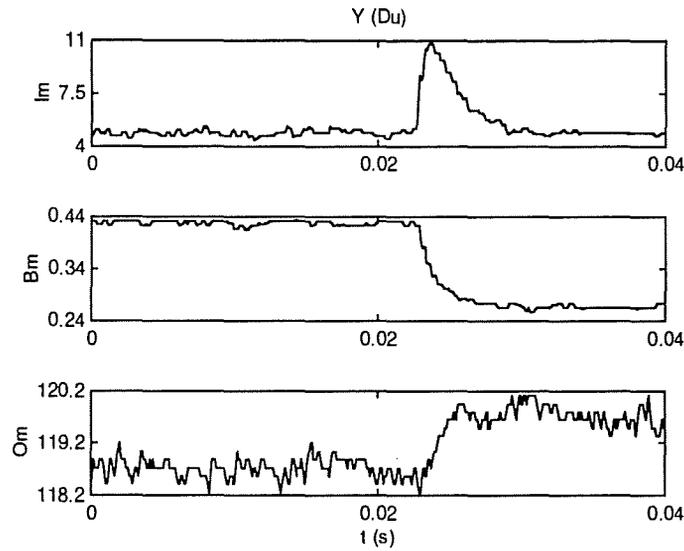


Figure J14 : Défaut de l'alimentation  $\Delta u$  - Système réel.

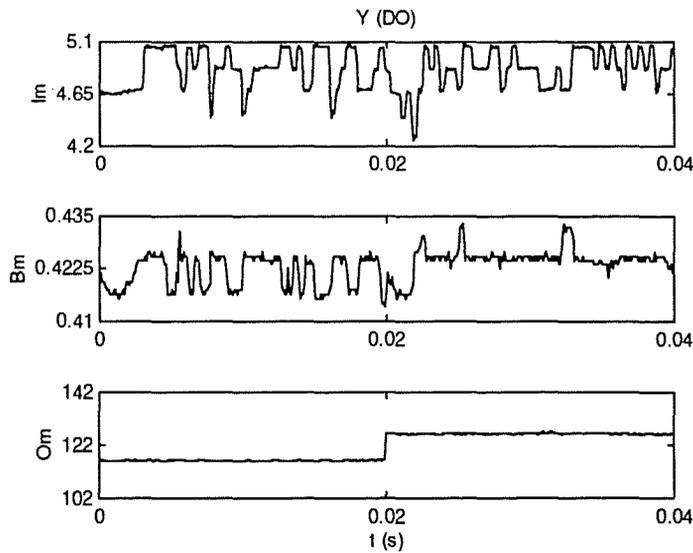


Figure J15 : Défaut du capteur de vitesse  $\Delta\Omega$  - Système réel.

# LEXIQUE



## LEXIQUE

- **DLD** : (*FDI*) Détection et Localisation de Défaut.
- **DOS** : (*DOS*) Dedicated Observer Scheme (§III.2.3, page 70).
- **Découplage approximatif optimal** : (*optimal approximate decoupling*) technique utilisée lors de la synthèse des observateurs généralisés lorsque le découplage parfait ou presque parfait n'est pas réalisable.
- **Découplage parfait** : (*perfect decoupling*) on dit qu'une entrée est parfaitement découplée dans un résidu lorsque le transfert du résidu par rapport à cette entrée est nul.
- **Découplage presque parfait** : (*nearly perfect decoupling*) on dit qu'une entrée est presque parfaitement découplée dans un résidu lorsque le transfert du résidu par rapport à cette entrée est nul pour une zone de fréquences donnée.
- **Entrée inconnue** : (*unknown input*) terme désignant les entrées externes perturbatrices qui rentrent dans la catégorie des incertitudes structurées.
- **Entrée inconnue structurée** : (*structured unknown input*) terme désignant les différentes entrées inconnues du système dont le mode d'action est de type structuré. Nous employons ce terme pour désigner indifféremment les défauts ou les incertitudes structurées.
- **Erreur de sortie** : (*output error*) écart entre les sorties mesurées du système et les sorties correspondantes d'un modèle mathématique du système.
- **Erreur d'équation** : grandeur définie dans le domaine fréquentiel à partir d'une factorisation première à gauche d'un modèle de transfert nominal du système, qui correspond à l'écart entre les sorties d'un observateur d'ordre plein du système et les sorties mesurées correspondantes du système.
- **FDI** : (*DLD*) Fault Detection and Isolation.
- **Factorisation première à gauche** : (*left-coprime factorization*) désigne une factorisation particulière des matrices de transfert réelles rationnelles propres (annexe A).
- **GOS** : (*GOS*) Generalized Observer Scheme. (§III.2.4, page 71).

- **GRL** : (*Luenberger Residual Generator*) Générateur de Résidu de Luenberger : terme désignant un générateur de résidu synthétisé à partir d'un observateur de Luenberger.
- **GRL à découplage fréquentiel** : générateur de résidu de Luenberger conçu afin que le transfert du résidu par rapport à un signal particulier devant être découplé soit annulé.
- **Incertitude structurée** : (*structured uncertainty*) incertitude de modélisation dont les modes d'action sur le système (matrice d'état ou matrice de transfert) sont connus et invariants.
- **Incertitude non structurée** : (*unstructured uncertainty*) incertitude de modélisation dont les modes d'action sur le système ne peuvent pas être représentés par des matrices d'état ou de transfert connues et invariantes.
- **Modèle de diagnostic** : (*diagnosis model*) modèle mathématique du système prenant en compte les effets des défauts et des incertitudes de modélisation sur ce système.
- **Modèle nominal** : (*nominal model*) modèle mathématique du système reliant les entrées connues et les sorties mesurées de ce système.
- **Modèle topologique** : désigne un modèle de connaissance du système mis en oeuvre en simulation. C'est un modèle non linéaire de simulation qui prend notamment en compte toutes les configurations du circuit de puissance liées aux interrupteurs statiques et à la technique de MLI. Dans la mesure où c'est une représentation aussi fine que possible du comportement du système réel, il est appelé également système topologique.
- **MLI** : (*PWM*) Modulation de Largeur d'Impulsion.
- **MOS** : (*MOS*) Minimal Observer Scheme. (§III.2.4, page 72).
- **OEI** : (*UIO*) Observateur à Entrées Inconnues. (§III.1.1.4, page 56).
- **OL** : (*Luenberger Observer*) Observateur de Luenberger.
- **OG** : (*Generalized Observer*) Observateur Généralisé.
- **Perturbation** : (*disturbance*) terme général désignant un phénomène extérieur au système et perturbant l'état de celui-ci.
- **PFDI** : (*PFDI*) Perfect Fault Detection and Isolation (scheme).

- **Redondance Analytique** : (*analytical redundancy*) génération d'informations redondantes sur un système à l'aide d'un modèle analytique de celui-ci.
- **Redondance Matérielle** : (*hardware redundancy*) génération d'informations redondantes sur un système par multiplication des éléments matériels (capteurs, composants).
- **Résidu** : (*residual*) grandeur caractérisant les écarts entre des données issues de mesures effectuées sur un système réel et les données correspondantes issues d'un modèle analytique de ce système. Dans le contexte du diagnostic, les résidus sont conçus pour être des signaux révélateurs des comportements défectueux du système.
- **Résidus structurés** (Ensemble de): (*structured residuals*) ensemble de résidus tels que chaque défaut possède une signature théorique distincte de celle des autres défauts.
- **Robustesse** : (*robustness*) caractérise la capacité d'un schéma de DLD à fournir des indicateurs de défaut dont le taux des fausses alarmes engendrées par les phénomènes perturbateurs est minimisé.
- **Robustesse active** : (*active robustness*) mise en oeuvre de la robustesse dans les schémas de DLD par découplage structurel des phénomènes perturbateurs à l'aide des générateurs de résidus.
- **Robustesse passive** : (*passive robustness*) mise en oeuvre de la robustesse dans les schémas de DLD par l'utilisation de fonctions d'évaluation des résidus adaptées et par la définition de seuils de détection.
- **Signature** : (*signature*) vecteur de booléens qui caractérise la réaction d'un vecteur de résidus à un signal particulier.
- **Signature d'un défaut** : (*fault signature*) vecteur de booléens qui caractérise la réaction théorique d'un vecteur de résidus à un défaut.
- **Signature d'un résidu** : (*residual signature*) vecteur de booléens qui caractérise la réaction théorique d'un résidu à un ensemble de signaux.
- **Signature élémentaire** : booléen qui caractérise la réaction théorique d'un résidu à un signal particulier.
- **Système topologique** : voir modèle topologique.
- **UIO** : (cf. *OEI*) Unknown Input Observer.



# **FORMULAIRE**



# FORMULAIRE

## Chapitre II

**Page 24 :**

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (\text{II.1a})$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (\text{II.1b})$$

**Page 25 :**

$$y(s) = G_u(s)u(s) \quad (\text{II.2})$$

$$G_u(s) = C(sI_n - A)^{-1}B + D, \quad G_u(s) \in \mathcal{R}_p^{m \times p}(s) \quad (\text{II.3})$$

$$G_u(s) = \hat{M}_u^{-1}(s)\hat{N}_u(s) \quad (\text{II.4})$$

$$\hat{M}_u(s) = I_m - C(sI_n - A + LC)^{-1}L, \quad \hat{M}_u(s) \in RH_\infty^{m \times m}(s) \quad (\text{II.5a})$$

$$\hat{N}_u(s) = D + C(sI_n - A + LC)^{-1}(B - LD), \quad \hat{N}_u(s) \in RH_\infty^{m \times p}(s) \quad (\text{II.5b})$$

**Page 27 :**

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + E_f f(t) \quad (\text{II.6a})$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) + F_f f(t) \quad (\text{II.6b})$$

**Page 28 :**

$$y(s) = G_u(s)u(s) + G_f(s)f(s) \quad (\text{II.7})$$

$$G_f(s) = C(sI_n - A)^{-1}E_f + F_f, \quad G_f(s) \in \mathcal{R}_p^{m \times p_f}(s) \quad (\text{II.8})$$

$$y(s) = G_u(s)u(s) + G_d(s)d(s) \quad (\text{II.9})$$

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + E_d d(t) \quad (\text{II.10a})$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) + F_d d(t) \quad (\text{II.10b})$$

**Page 29 :**

$$G_d(s) = C(sI_n - A)^{-1}E_d + F_d \quad (\text{II.11})$$

$$y(s) = G_u(s)u(s) + G_f(s)f(s) + G_d(s)d(s) + \Delta y(s) \quad (\text{II.12})$$

$$\Delta y(s) = G_{d^*}(s)d^*(s), \quad (\text{II.13})$$

$$G_{d^*}(s) = \Delta G_d(s), \quad (\text{II.14})$$

**Page 30 :**

$$G_{d^*}(s) = (\Delta G_o(s)G_0(s) + \Delta G_o(s)G_0(s)\Delta G_i(s) + G_0(s)\Delta G_i(s)), \quad (\text{II.15})$$

$$G_0(s) = \begin{bmatrix} G_u(s) & G_f(s) & G_d(s) \end{bmatrix}, \quad d^*(s) = \begin{bmatrix} u(s) \\ f(s) \\ d(s) \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\dot{x}}(t) = (A + \Delta A)\tilde{x}(t) + (B + \Delta B)u(t) + (E_f + \Delta E_f)f(t) + (E_d + \Delta E_d)d(t) \quad (\text{II.16})$$

$$\tilde{y}(t) = (C + \Delta C)\tilde{x}(t) + (D + \Delta D)u(t) + (F_f + \Delta F_f)f(t) + (F_d + \Delta F_d)d(t)$$

$$\dot{X}(t) = \begin{bmatrix} A + \Delta A & 0 \\ 0 & A \end{bmatrix} X(t) + \begin{bmatrix} B + \Delta B \\ B \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} E_f + \Delta E_f \\ E_f \end{bmatrix} f(t) + \begin{bmatrix} E_d + \Delta E_d \\ E_d \end{bmatrix} d(t) \quad (\text{II.17})$$

$$\Delta y(t) = [C + \Delta C \quad -C]X(t) + \Delta Du(t) + \Delta F_f f(t) + \Delta F_d d(t)$$

**Page 31 :**

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + E_f f(t) + E_d d(t) + E_{d^*} \cdot d^*(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) + F_f f(t) + F_d d(t) + F_{d^*} \cdot d^*(t) \end{aligned} \quad (\text{II.18})$$

avec :

$$E_{d^*} = [\Delta A \quad \Delta B \quad \Delta E_f \quad \Delta E_d], \quad F_{d^*} = [\Delta C \quad \Delta D \quad \Delta F_f \quad \Delta F_d], \quad \text{et } d^*(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \\ f(t) \\ d(t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + E_f f(t) + E_d d(t) + E_{d^*} \cdot d^*(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) + F_f f(t) + F_d d(t) + F_{d^*} \cdot d^*(t) \end{aligned} \quad (\text{II.19})$$

Avec :

$$\begin{aligned} x(t) &\in \mathbb{R}^n, \quad u(t) \in \mathbb{R}^p, \quad f(t) \in \mathbb{R}^{p_f}, \quad d(t) \in \mathbb{R}^{p_d}, \quad d^*(t) \in \mathbb{R}^{p_{ns}}, \quad y(t) \in \mathbb{R}^m \\ A &\in \mathbb{R}^{n \times n}, \quad B \in \mathbb{R}^{n \times p}, \quad E_f \in \mathbb{R}^{n \times p_f}, \quad E_d \in \mathbb{R}^{n \times p_d}, \quad E_{d^*} \in \mathbb{R}^{n \times p_{ns}} \\ C &\in \mathbb{R}^{m \times n}, \quad D \in \mathbb{R}^{m \times p}, \quad F_f \in \mathbb{R}^{m \times p_f}, \quad F_d \in \mathbb{R}^{m \times p_d}, \quad F_{d^*} \in \mathbb{R}^{m \times p_{ns}} \end{aligned}$$

**Page 32 :**

$$y(s) = G_u(s)u(s) + G_f(s)f(s) + G_d(s)d(s) + G_{d^*}(s)d^*(s) \quad (\text{II.20})$$

Avec :

$$G_u(s) \in \mathfrak{R}_p^{m \times n}(s), \quad G_f(s) \in \mathfrak{R}^{m \times p_f}, \quad G_d(s) \in \mathfrak{R}_p^{m \times p_d}(s), \quad G_{d^*}(s) \in \mathfrak{R}^{m \times p_{ns}}(s), \quad G_u(s) \text{ étant éventuellement représenté sous la forme } G_u(s) = \hat{M}_u^{-1}(s)\hat{N}_u(s).$$

**Page 39 :**

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + E_d d(t) \quad (\text{II.21a})$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) + F_d d(t) \quad (\text{II.21b})$$

Avec :

$$x(t) = \begin{bmatrix} I(t) \\ Xi_I(t) \\ \Omega(t) \end{bmatrix}, \quad y(t) = \begin{bmatrix} I_m(t) \\ \beta_m(t) \\ \Omega_m(t) \end{bmatrix}, \quad u(t) = I_{ref}(t), \quad d(t) = C_r(t)$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{U_c kp_I + R}{L} & \frac{U_c}{L} & -\frac{k}{L} \\ -ki_I & 0 & 0 \\ \frac{k}{J} & 0 & -\frac{f}{J} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \frac{U_c kp_I}{L} \\ ki_I \\ 0 \end{bmatrix}, \quad E_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{J} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -kp_I & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ kp_I \\ 0 \end{bmatrix}, \quad F_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Page 40 :

$$y(s) = G_u(s)u(s) + G_d(s)d(s) = \frac{1}{D(s)}(NG_u(s)u(s) + NG_d(s)d(s)) \quad (\text{II.22})$$

Avec :

$$D(s) = JLS^3 + (RJ + fL + kp_1U_cJ)s^2 + (kp_1U_c f + ki_1U_cJ + k^2 + Rf)s + ki_1U_c f$$

$$NG_u(s) = \begin{bmatrix} U_c(ki_1 + kp_1s)(f + Js) \\ (ki_1 + kp_1s)(JLS^2 + (RJ + fL)s + k^2 + Rf) \\ U_c k(ki_1 + kp_1s) \end{bmatrix}$$

$$NG_{c_r}(s) = \begin{bmatrix} ks \\ -k(ki_1 + kp_1s) \\ U_c(ki_1 + kp_1s) + s(R + Ls) \end{bmatrix}$$

Page 42 :

$$u(t) = \beta_m U_c + \Delta u(t) \quad (\text{II.23})$$

Page 43 :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + E_d d(t) + E_f f(t) \quad (\text{II.24a})$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) + F_d d(t) + F_f f(t) \quad (\text{II.24b})$$

Avec :

$$f(t) = \begin{bmatrix} \Delta I(t) \\ \Delta \beta(t) \\ \Delta u(t) \\ \Delta \Omega(t) \end{bmatrix}, \quad E_f = \begin{bmatrix} -\frac{U_c kp_1}{L} & \frac{U_c}{L} & \frac{1}{L} & 0 \\ -ki_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \text{et } F_f = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -kp_1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Page 44 :

$$y(s) = G_u(s)u(s) + G_d(s)d(s) + G_f(s)f(s) \quad (\text{II.25})$$

$$y(s) = \frac{1}{D(s)}(NG_u(s)u(s) + NG_d(s)d(s) + NG_f(s)f(s))$$

Avec :

$$NG_f(s) = [NG_{f_1}(s) \quad NG_{f_2}(s) \quad NG_{f_3}(s) \quad NG_{f_4}(s)]$$

$$NG_f(s) = [NG_{\Delta I}(s) \quad NG_{\Delta \beta}(s) \quad NG_{\Delta u}(s) \quad NG_{\Delta \Omega}(s)]$$

$$NG_{\Delta I}(s) = \begin{bmatrix} s(JLS^2 + (RJ + fL)s + k^2 + Rf) \\ -(ki_1 + kp_1s)(JLS^2 + (RJ + fL)s + k^2 + Rf) \\ -U_c k(ki_1 + kp_1s) \end{bmatrix},$$

$$NG_{\Delta u}(s) = \begin{bmatrix} s(f + Js) \\ -(f + Js)(ki_1 + kp_1s) \\ kU_c s \end{bmatrix},$$

$$NG_{\Delta \beta}(s) = \begin{bmatrix} U_c s(f + Js) \\ s(JLS^2 + (RJ + fL)s + k^2 + Rf) \\ kU_c s \end{bmatrix},$$

$$NG_{\Delta \Omega}(s) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ D(s) \end{bmatrix}.$$

$$\bar{\theta} = \theta + \Delta_\theta, \quad \Delta_\theta \in D_\theta \quad (\text{II.26})$$

**Page 45 :**

$$\overline{G}(\overline{\theta}, s) = (G(\theta, s)) + \Delta G(\Delta\theta, s) \quad (\text{II.27})$$

$$y(s) = \overline{G}_u(\overline{R}, s)u(s) \quad (\text{II.28})$$

Avec :

$$\overline{G}_u(\overline{R}, s) = \frac{N\overline{G}_u(\overline{R}, s)}{\overline{D}(\overline{R}, s)}$$

$$N\overline{G}_u(\overline{R}, s) = \begin{bmatrix} U_c(ki_1 + kp_1s)(f + Js) \\ (ki_1 + kp_1s)(JLs^2 + ((R + \Delta_R)J + fL)s + k^2 + (R + \Delta_R)f) \\ U_c k(ki_1 + kp_1s) \end{bmatrix}$$

$$\overline{D}(\overline{R}, s) = JLs^3 + ((R + \Delta_R)J + fL + kp_1U_cJ)s^2 + (kp_1U_c f + ki_1U_cJ + k^2 + (R + \Delta_R)f)s + ki_1U_c f$$

$$y(s) = G_u(s)u(s) + \Delta G_u(\Delta R, s)u(s), \text{ avec } \Delta G_u(\Delta R, s) = \overline{G}_u(\overline{R}, s) - G_u(s) \quad (\text{II.29})$$

**Chapitre III****Page 51 :**

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (\text{III.1a})$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (\text{III.1b})$$

$$\dot{z}(t) = Nz(t) + Mu(t) + Gy(t), \quad z \in R^k \quad (\text{III.2a})$$

$$w(t) = Pz(t) + Uu(t) + Vy(t), \quad w \in R^q \quad (\text{III.2b})$$

Avec :

$$N \in R^{k \times k}, M \in R^{k \times p}, G \in R^{k \times m}, P \in R^{q \times k}, U \in R^{q \times p} \text{ et } V \in R^{q \times m}.$$

**Page 52 :**

$$z(t) \rightarrow Tx(t), \quad (\text{III.3})$$

$$w(t) \rightarrow Wy(t). \quad (\text{III.4})$$

$$r(t) = Wy(t) - w(t), \quad r \in R^q \quad (\text{III.5})$$

$$e(t) = z(t) - Tx(t), \quad (\text{III.6})$$

$$\dot{e}(t) = Ne(t) + (M + GD - TB)u(t) + (GC + NT - TA)x(t) \quad (\text{III.7a})$$

$$r(t) = -Pe(t) + (WD - VD - U)u(t) + (WC - VC - PT)x(t) \quad (\text{III.7b})$$

$$e(t) \rightarrow 0 \quad (\text{III.8})$$

$$r(t) \rightarrow 0. \quad (\text{III.9})$$

$$\left. \begin{array}{l} N \text{ est une matrice stable} \\ TA - NT = GC \\ TB = M + GD \end{array} \right\} \Rightarrow z(t) \rightarrow Tx(t) \quad (\text{III.10a})$$

$$\left. \begin{array}{l} PT = WC - VC \\ U = WD - VD \end{array} \right\} \Rightarrow w(t) \rightarrow Wy(t) \quad (\text{III.10b})$$

**Page 53 :**

$$\dot{z}(t) = Nz(t) + Mu(t) + Gy(t), \quad z \in \mathbb{R}^k \quad (\text{III.11a})$$

$$r = -Pz(t) - Uu(t) + Ky(t), \quad r \in \mathbb{R}^q \quad (\text{III.11b})$$

avec :  $N \in \mathbb{R}^{k \times k}$ ,  $M \in \mathbb{R}^{k \times p}$ ,  $G \in \mathbb{R}^{k \times m}$ ,  $P \in \mathbb{R}^{q \times k}$ ,  $U \in \mathbb{R}^{q \times p}$  et  $K \in \mathbb{R}^{q \times m}$ .

**Page 54 :**

$$\left. \begin{array}{l} N \text{ est une matrice stable} \\ TA - NT = GC \\ M = TB - GD \end{array} \right\} \Rightarrow z(t) \rightarrow Tx(t) \quad (\text{III.12a})$$

$$\left. \begin{array}{l} PT = KC \\ U = KD \end{array} \right\} \Rightarrow r(t) \rightarrow 0 \quad (\text{III.12b})$$

**Page 55 :**

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)) = (A - LC)\hat{x}(t) + (B - LD)u(t) + Ly(t) \quad (\text{III.13a})$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) + Du(t) \quad (\text{III.13b})$$

$$r(t) = K(y(t) - \hat{y}(t)) = -KC\hat{x}(t) - KDu(t) + Ky(t) \quad (\text{III.13c})$$

**Page 56 :**

$$z_1(t) \rightarrow T_1 x(t) \quad (\text{III.14a})$$

$$\dot{z}_1(t) = N_1 z_1(t) + M_1 u(t) + G_1 y(t) \quad (\text{III.14b})$$

$$z(t) \rightarrow T^* x(t) \quad (\text{III.15a})$$

$$\dot{z}^*(t) = N^* z^*(t) + M^* u(t) + G^* y(t), \quad z^* \in \mathbb{R}^n \quad (\text{III.15b})$$

$$r = -P^* z^*(t) - Uu(t) + Ky(t), \quad r \in \mathbb{R}^q \quad (\text{III.15c})$$

Avec :

$$N^* = \begin{bmatrix} N & 0_{k \times (n-k)} \\ 0_{(n-k) \times k} & N_1 \end{bmatrix} \text{ stable, } M^* = \begin{bmatrix} M \\ M_1 \end{bmatrix}, \quad G^* = \begin{bmatrix} G \\ G_1 \end{bmatrix} \text{ vérifiant } T^* A - N^* T^* = G^* C,$$

$$M^* = T^* B - G^* D, \text{ et } P^* = \begin{bmatrix} P & 0_{q \times (n-k)} \end{bmatrix} \text{ vérifiant } P^* T^* = KC.$$

**Page 57 :**

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + E_d d(t) \quad (\text{III.16})$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) + F_d d(t)$$

avec :

$$d(t) \in \mathbb{R}^{p_d}, \quad E_d \in \mathbb{R}^{n \times p_d} \text{ et } F_d \in \mathbb{R}^{m \times p_d}.$$

$$\dot{e}(t) = Ne(t) + (GF_d - TE_d)d(t) \quad (\text{III.17a})$$

$$r(t) = -Pe(t) + KF_d d(t) \quad (\text{III.17b})$$

$$TE_d - GF_d = 0 \quad (\text{III.18a})$$

$$KF_d = 0 \quad (\text{III.18b})$$

**Page 58 :**

$$(\text{III.11a}) \Rightarrow z(s) = (sI_k - N)^{-1} (Mu(s) + Gy(s)) \quad (\text{III.19a})$$

$$(\text{III.11b}) \Rightarrow r(s) = -\left[ P(sI_k - N)^{-1} M + U \right] u(s) + \left[ K - P(sI_k - N)^{-1} G \right] y(s) \quad (\text{III.19b})$$

$$r(s) = K \begin{bmatrix} \left[ I_m - CT^{-1}(sI_n - N)^{-1} G \right] y(s) \\ -\left[ CT^{-1}(sI_n - N)^{-1} (TB - GD) + D \right] u(s) \end{bmatrix}. \quad (\text{III.20})$$

**Page 59 :**

$$r(s) = K \begin{pmatrix} \left[ I_m - CT^{*-1}(sI_n - N^*)^{-1}G^* \right] y(s) \\ - \left[ CT^{*-1}(sI_n - N^*)^{-1}(T^*B - G^*D) + D \right] u(s) \end{pmatrix}. \quad (\text{III.21})$$

$$r(s) = K \left( \hat{M}_u(s)y(s) - \hat{N}_u(s)u(s) \right) \quad (\text{III.22})$$

Avec :

$$\hat{M}_u(s) = I_m - CT^{-1}(sI_n - N)^{-1}G \quad \text{ou} \quad \hat{M}_u(s) = I_m - CT^{*-1}(sI_n - N^*)^{-1}G^*$$

$$\hat{N}_u(s) = CT^{-1}(sI_n - N)^{-1}(TB - GD) + D \quad \text{ou} \quad \hat{N}_u(s) = CT^{*-1}(sI_n - N^*)^{-1}(T^*B - G^*D) + D$$

**Page 60 :**

$$\dot{e}(t) = Ne(t) + (GF_f - TE_f)f(t) + (GF_d - TE_d)d(t) + (GF_{d^*} - TE_{d^*})d^*(t) \quad (\text{III.23a})$$

$$r(t) = -Pe(t) + KF_f f(t) + KF_d d(t) + KF_{d^*} d^*(t) \quad (\text{III.23b})$$

$$\begin{aligned} r(s) &= \left[ P(sI_k - N)^{-1}(TE_f - GF_f) + KF_f \right] f(s) \\ &\quad + \left[ P(sI_k - N)^{-1}(TE_d - GF_d) + KF_d \right] d(s) \\ &\quad + \left[ P(sI_k - N)^{-1}(TE_{d^*} - GF_{d^*}) + KF_{d^*} \right] d^*(s) \end{aligned} \quad (\text{III.24})$$

$$r(s) = K\hat{M}_u(s) \left( G_f(s)f(s) + G_d(s)d(s) + G_{d^*}(s)d^*(s) \right) \quad (\text{III.25})$$

$$r(s) = G_{OL_f}(s)f(s) + G_{OL_d}(s)d(s) + G_{OL_{d^*}}(s)d^*(s) \quad (\text{III.26})$$

Avec :

$$G_{OL_f}(s) = P(sI_l - N)^{-1}(TE_f - GF_f) + KF_f = K\hat{M}_u(s)G_f(s)$$

$$G_{OL_d}(s) = P(sI_l - N)^{-1}(TE_d - GF_d) + KF_d = K\hat{M}_u(s)G_d(s)$$

$$G_{OL_{d^*}}(s) = P(sI_l - N)^{-1}(TE_{d^*} - GF_{d^*}) + KF_{d^*} = K\hat{M}_u(s)G_{d^*}(s)$$

**Page 62 :**

$$r(t) = H(y(t)) + F(u(t)), \quad \text{ou} \quad r(s) = H(s)y(s) + F(s)u(s) \quad (\text{III.27})$$

$$r(s) = 0, \quad \forall u(s), \quad \Delta y(s) = 0, \quad (\text{III.28})$$

$$r(s) = Q(s) \left( \hat{M}_u(s)y(s) - \hat{N}_u(s)u(s) \right) \quad (\text{III.29})$$

Avec  $r \in R^q$ , et où  $Q(s) \in RH_\infty^{q \times m}$  est une matrice de transfert paramétrant l'erreur d'équation. $\hat{M}_u(s) \in RH_\infty^{m \times m}$ ,  $\hat{N}_u(s) \in RH_\infty^{m \times p}$  sont les éléments d'une factorisation première à gauche de  $G_u(s)$  (cf. annexe A).

$$r_0(s) = \hat{M}_u(s)y(s) - \hat{N}_u(s)u(s). \quad (\text{III.30})$$

**Page 63 :**

$$r(s) = Q(s) \left( y(s) - G_u(s)u(s) \right) \quad (\text{III.31})$$

**Page 64 :**

$$r(s) = G_{O_{Gf}}(s)f(s) + G_{O_{Gd}}(s)d(s) + G_{O_{Gd^*}}(s)d^*(s) \quad (\text{III.32})$$

Avec :

$$G_{O_{Gf}}(s) = Q(s)\hat{M}_u(s)G_f(s)$$

$$G_{O_{Gd}}(s) = Q(s)\hat{M}_u(s)G_d(s)$$

$$G_{O_{Gd^*}}(s) = Q(s)\hat{M}_u(s)G_{d^*}(s)$$

$$r(s) = G_{O_f}(s)f(s) + G_{O_d}(s)d(s) + G_{O_{d^*}}(s)d^*(s) \quad (\text{III.33})$$

**Page 67 :**

$$r(s) = \begin{bmatrix} r_1(s) \\ r_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & 0 & g_{13}(s) \\ 0 & g_{22}(s) & g_{23}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(s) \\ f_2(s) \\ f_3(s) \end{bmatrix} \quad (\text{III.34})$$

**Page 68 :**

$$r(s) = \begin{bmatrix} r_1(s) \\ r_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & 0 & g_{13}(s) \\ 0 & g_{22}(s) & g_{23}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(s) \\ f_2(s) \\ f_3(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1(s) \\ \varepsilon_2(s) \end{bmatrix}, \quad (\text{III.35})$$

**Page 76 :**

$$\begin{bmatrix} r_1(s) \\ r_2(s) \\ r_3(s) \\ r_4(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & * & 0 & 0 & 0 \\ ? & ? & * & ? & ? \\ ? & ? & ? & * & ? \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(s) \\ f_2(s) \\ f_3(s) \\ f_4(s) \\ d(s) \end{bmatrix}, \quad (\text{III.36})$$

où une \* correspond à un transfert non nul, et un ? , à un transfert nul ou non.

## Chapitre IV

**Page 83 :**

$$r(s) = Q(s)(\hat{M}_u(s)y(s) - \hat{N}_u(s)u(s)), \quad Q(s) \in RH_\infty^{q \times m}, \text{ ou } Q(s) = K \in R^{q \times m} \quad (\text{IV.1})$$

**Page 84 :**

$$r(s) = G_{O_f}(s)f(s) + G_{O_d}(s)d(s) + G_{O_{d^*}}(s)d^*(s) \quad (\text{IV.2})$$

$$r(s) = G_{O_f}(s)f(s) + G_{O_d}(s)d(s) \quad (\text{IV.3})$$

$$r(s) = G_{O_d}(s)d(s) + \begin{bmatrix} G_{O_{f_1}}(s) & \dots & G_{O_{f_{p_f}}}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(s) \\ \vdots \\ f_{p_f}(s) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.4})$$

$$\text{rang}(G_d(s)) = p_d \quad (\text{IV.5})$$

**Page 86 :**

$$G_{O_d}(s) = 0 \text{ et } G_{O_f}(s) = \begin{bmatrix} G_{O_{f_1}}(s) \dots G_{O_{f_{p_f}}}(s) \end{bmatrix}, \text{ avec } G_{O_{f_i}}(s) \neq 0, \forall i \in [1 \dots p_f] \quad (\text{IV.6})$$

**Page 87 :**

$$Q(s)\hat{M}_u(s)G_d(s) = 0 \quad (\text{IV.7a})$$

$$Q(s)\hat{M}_u(s)G_{f_i}(s) \neq 0, \forall i \in [1 \dots p_f] \quad (\text{IV.7b})$$

$$P(sI_l - N)^{-1}(TE_{f_i} - GF_{f_i}) + KF_{f_i} \neq 0, \forall i \in [1 \dots p_f] \quad (\text{IV.8a})$$

$$P(sI_l - N)^{-1}(TE_d - GF_d) + KF_d = 0 \quad (\text{IV.8b})$$

$$TE_d - GF_d = 0 \quad (\text{IV.9a})$$

$$KF_d = 0 \quad (\text{IV.9b})$$

$$K\hat{M}_u(s)G_d(s) = 0 \quad (\text{IV.10a})$$

$$K\hat{M}_u(s)G_{f_i}(s) \neq 0, \forall i \in [1 \dots p_f] \quad (\text{IV.10b})$$

**Page 88 :**

$$\text{rang}[G_d(s) \quad G_{f_i}(s)] = \text{rang}(G_d(s)) + 1, \text{ pour } i \in [1 \dots p_f] \quad (\text{IV.11})$$

$$\text{rang}(\hat{M}_u(s)G(s)) = \text{rang}(G(s)), \text{ pour } G(s) \in RH^{m \times p}(s). \quad (\text{IV.12})$$

$$\text{rang}(\hat{M}_u(s)[G_d(s) \quad G_{f_i}(s)]) = \text{rang}(\hat{M}_u(s)G_d(s)) + 1, \text{ pour } i \in [1 \dots p_f] \quad (\text{IV.13})$$

**Page 90 :**

$$\hat{M}_u(s)G_d(s) = \begin{bmatrix} Md_{11}(s) \\ Md_{21}(s) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.14a})$$

$$\hat{M}_u(s)G_{f_i}(s) = \begin{bmatrix} Mf_{11}(s) \\ Mf_{21}(s) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.14b})$$

**Page 91 :**

$$\hat{M}_u(s)G_d(s) = \frac{N_d(s)}{\Delta_d(s)} = \frac{1}{\Delta_d(s)} \begin{bmatrix} Nd_{11}(s) \\ Nd_{21}(s) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.15})$$

$$N_d^\perp(s) = \begin{bmatrix} Nd_{21}(s) & -Nd_{11}(s) \end{bmatrix}. \quad (\text{IV.16})$$

**Page 92 :**

$$F(s) = G(s) \begin{bmatrix} F_1(s) & 0_{k \times (p-k)} \\ 0_{(m-k) \times k} & 0_{(m-k) \times (p-k)} \end{bmatrix} H(s). \quad (\text{IV.17})$$

$$N \text{ stable} \quad (\text{IV.18a})$$

$$TA - NT = GC \quad (\text{IV.18b})$$

$$TB = M + GD \quad (\text{IV.18c})$$

$$PT = KC \quad (\text{IV.18d})$$

$$KD = U \quad (\text{IV.18e})$$

**Page 93 :**

$$P(sI_l - A + GC)^{-1} E_d = 0 \quad (\text{IV.19})$$

**Page 96 :**

$$T = M_0 \begin{pmatrix} \overline{E}^* - I_{m+n} \\ 0_{m \times n} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} I_n \\ 0_{m \times n} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.20a})$$

$$G = M_0 \begin{pmatrix} \overline{E}^* - I_{m+n} \\ -I_m \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 0_{n \times m} \\ -I_m \end{bmatrix} \quad (\text{IV.20b})$$

Avec :  $M_0 \in \mathcal{R}^{k^*(m+n)}$  et  $\overline{E}^* = \overline{E} [\overline{E}^T \overline{E}]^{-1} \overline{E}^T$ .

**Page 99 :**

$$\text{rang} \left( \begin{bmatrix} G_{\overline{a}_i}(s) & G_{f_i}(s) \end{bmatrix} \right) = \text{rang}(G_{\overline{a}_i}(s)) + 1 \quad (\text{IV.21})$$

$$\forall i \in [1 \dots p_f], \text{rang} \left( \begin{bmatrix} G_{\overline{a}_i}(s) & G_{f_i}(s) \end{bmatrix} \right) = \text{rang}(G_{\overline{a}_i}(s)) + 1 \quad (\text{IV.22})$$

**Page 100 :**

$$\text{rang} \left( \begin{bmatrix} G_d(s) & G_f(s) \end{bmatrix} \right) = \text{rang}(G_d(s)) + \text{rang}(G_f(s)) \quad (\text{IV.23a})$$

$$\text{rang} \left( \begin{bmatrix} G_f(s) \end{bmatrix} \right) = p_f \quad (\text{IV.23b})$$

**Page 101 :**

$$\begin{bmatrix} r_0(s) \\ r_1(s) \\ r_2(s) \\ r_3(s) \\ r_4(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} * & * & * & * & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 & ? \\ 0 & * & 0 & 0 & ? \\ 0 & 0 & * & 0 & ? \\ 0 & 0 & 0 & * & ? \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(s) \\ f_2(s) \\ f_3(s) \\ f_4(s) \\ d(s) \end{bmatrix}, \quad (\text{IV.24})$$

$$\text{rang} \left( \begin{bmatrix} G_d(s) & G_{f_i}(s) \end{bmatrix} \right) = \text{rang}(G_d(s)) + 1, \forall i \in [1 \dots p_f] \quad (\text{IV.25a})$$

$$\text{rang} \left( \begin{bmatrix} G_f(s) \end{bmatrix} \right) = p_f \quad (\text{IV.25b})$$

**Page 102 :**

$$\text{rang} \left( \begin{bmatrix} G_{a_i}(s) & G_{f_j}(s) \end{bmatrix} \right) = \text{rang}(G_{a_i}(s)) + 1, \forall j \in [1 \dots p_f], j \neq i \quad (\text{IV.26})$$

$$\text{rang} \left( \begin{bmatrix} G_d(s) & G_{f_i}(s) & G_{f_j}(s) \end{bmatrix} \right) = \text{rang} \left( \begin{bmatrix} G_d(s) & G_{f_i}(s) \end{bmatrix} \right) + 1, \forall i, j \in [1 \dots p_f], j \neq i \quad (\text{IV.27})$$

**Page 103 :**

$$\text{rang} \left( \begin{bmatrix} G_{f_i}(s) & G_{f_j}(s) \end{bmatrix} \right) = 2, \forall i, j \in [1 \dots p_f], j \neq i \quad (\text{IV.28a})$$

$$\text{rang} \left( \begin{bmatrix} G_d(s) & G_{f_i}(s) \end{bmatrix} \right) = \text{rang}(G_d(s)) + 1, \forall i \in [1 \dots p_f] \quad (\text{IV.28b})$$

$$\begin{bmatrix} r_0(s) \\ r_1(s) \\ r_2(s) \\ r_3(s) \\ r_4(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} * & * & * & * & 0 \\ 0 & * & * & * & ? \\ * & 0 & * & * & ? \\ * & * & 0 & * & ? \\ * & * & * & 0 & ? \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(s) \\ f_2(s) \\ f_3(s) \\ f_4(s) \\ d(s) \end{bmatrix}, \quad (\text{IV.29})$$

**Page 104 :**

$$\text{rang}\left(\begin{bmatrix} G_{f_i}(s) & G_{f_j}(s) \end{bmatrix}\right) = 2, \forall i, j \in [1 \dots p_f], j \neq i \quad (\text{IV.30a})$$

$$\text{rang}\left(\begin{bmatrix} G_d(s) & G_{f_i}(s) \end{bmatrix}\right) = \text{rang}(G_d(s)) + 1, \forall i \in [1 \dots p_f] \quad (\text{IV.30b})$$

$$\begin{bmatrix} r_1(s) \\ r_2(s) \\ r_3(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & * & * & 0 & 0 \\ * & 0 & * & 0 & 0 \\ * & * & 0 & * & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(s) \\ f_2(s) \\ f_3(s) \\ f_4(s) \\ d(s) \end{bmatrix}. \quad (\text{IV.31})$$

**Page 106 :**

$$\text{rang}\left(\begin{bmatrix} G_{\bar{d}}(s) & G_{f_2}(s) \end{bmatrix}\right) = \text{rang}\left(\begin{bmatrix} G_{\bar{d}}(s) \end{bmatrix}\right) + 1 \quad (\text{IV.32a})$$

$$\text{rang}\left(\begin{bmatrix} G_{\bar{d}}(s) & G_{f_3}(s) \end{bmatrix}\right) = \text{rang}\left(\begin{bmatrix} G_{\bar{d}}(s) \end{bmatrix}\right) + 1 \quad (\text{IV.32b})$$

$$\begin{bmatrix} r_0(s) \\ r_1(s) \\ r_2(s) \\ r_3(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} * & * & * & * & 0 \\ 0 & * & * & 0 & ? \\ * & 0 & * & 0 & ? \\ * & * & 0 & * & ? \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(s) \\ f_2(s) \\ f_3(s) \\ f_4(s) \\ d(s) \end{bmatrix}. \quad (\text{IV.33})$$

**Page 109 :**

$$r(s) = Q(s)(y(s) - G_u(s)u(s)) \quad (\text{IV.34})$$

$$r(s) = Q(s)\hat{M}_u(s)(G_d(s)d(s) + G_f(s)f(s)) \quad (\text{IV.35})$$

**Page 110 :**

$$J = \frac{\|Q(s)\hat{M}_u(s)G_f(s)\|_{\infty}}{\|Q(s)\hat{M}_u(s)G_d(s)\|_{\infty}} \quad (\text{IV.36})$$

**Page 112 :**

$$Q(s)\left(\hat{M}_u(s)G_d(s)d(s) + \hat{M}_u(s)G_f(s)f(s)\right) \approx Q(s)\hat{M}_u(s)G_f(s)f(s), \quad (\text{IV.37})$$

$G_d(s)$  et  $G_f(s)$  ont des zéros différents sur l'axe imaginaire et à l'infini. (IV.38)

**Page 113 :**

$$\hat{M}_u(s)G_d(s) = U(s) \begin{bmatrix} * & 0 & 0 \\ 0 & \frac{s-s_0}{s+c} & 0 \\ 0 & 0 & ? \end{bmatrix} V(s), \quad (\text{IV.39})$$

$$Q(s) = R(s) \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} U^{-1}(s) \quad (\text{IV.40})$$

**Page 115 :**

$$J_{\max} = \sup_{Q(s)} (J) = \sup_{Q(s)} \left( \frac{\|Q(s)\hat{M}_u(s)G_f(s)\|_{\infty}}{\|Q(s)\hat{M}_u(s)G_d(s)\|_{\infty}} \right). \quad (\text{IV.41})$$

$$J_{\max} = \sup_{Q(s)} \left( \|Q(s)\hat{M}_u(s)G_f(s)\|_{\infty} \right) \quad (\text{IV.42a})$$

$$\|Q(s)\hat{M}_u(s)G_d(s)\|_{\infty} \leq 1 \quad (\text{IV.42b})$$

**Page 117 :**

$$G(s) = G_o(s)G_z(s)G_i(s), \quad (\text{IV.43})$$

où  $G_o(s) \in RH_{\infty}^{m \times k}$  est co-outer et inversible à gauche,  $G_i(s) \in RH_{\infty}^{k \times p}$  est co-inner, et  $G_z(s) \in RH_{\infty}^{k \times k}$  a pour zéros tous les zéros finis sur l'axe imaginaire et les zéros à l'infini de  $G(s)$ , avec  $\text{rang}(G_z(s)) = k$ .

Les conditions (IV.11) ne sont pas satisfaites. (IV.44a)

$G_d(s)$  et  $G_f(s)$  ont les mêmes zéros sur l'axe imaginaire et à l'infini. (IV.44b)

$$\hat{M}_u(s)G_d(s) = G_{do}(s)G_{dz}(s)G_{di}(s) \quad (\text{IV.45})$$

$$\hat{M}_u(s)G_f(s) = G_{fo}(s)G_{fi}(s) = G_{do}(s)G_{dz}(s)G_{f1}(s)G_{fi}(s) \quad (\text{IV.46})$$

$$J_{\max} = \sup_{R(s)} \left( \|R(s)G_{dz}(s)G_{f1}(s)\|_{\infty} \right) \quad (\text{IV.47a})$$

$$\|R(s)G_{dz}(s)\|_{\infty} \leq 1 \quad (\text{IV.47b})$$

**Page 118 :**

$$J_{\max} = \|G_{f1}(s)\|_{\infty}, \quad (\text{IV.48})$$

$$(R(j\omega)G_{dz}(j\omega))^* R(j\omega)G_{dz}(j\omega) \leq I, \quad \forall \omega, \quad (\text{IV.49a})$$

$$(R(j\omega_0)G_{dz}(j\omega_0))^* R(j\omega_0)G_{dz}(j\omega_0) = I. \quad (\text{IV.49b})$$

$$G_{f1}(s) = G_{do}^{-1}(s)G_{fo}(s) \quad (\text{IV.50a})$$

$$\|G_f(s)\|_{\infty} = \|G_{fo}(s)\|_{\infty} \leq \|G_{do}(s)\|_{\infty} \|G_{f1}(s)\|_{\infty} = \|G_d(s)\|_{\infty} \|G_{f1}(s)\|_{\infty} \quad (\text{IV.50b})$$

**Page 123 :**

$$J(r(t)) \leq J_{th}(t), \quad \text{pour } f(t) = 0, \quad \forall d(t), \quad \forall d^*(t) \quad (\text{IV.51a})$$

$$J(r(t)) > J_{th}(t), \quad \text{pour } f_i(t) \neq 0, \quad \forall i \in [1 \dots p_f] \quad (\text{IV.51b})$$

**Page 124 :**

$$J_{th} = \max_{d, d^*} J(r(t)), \quad \text{pour } f = 0. \quad (\text{IV.52})$$

$$r(s) = Q(s)\hat{M}_u(s)\Delta G_u(s)u(s) \quad (\text{IV.53})$$

$$J_{th}(t) = \left\| L^{-1} \left( \delta_u Q(s)\hat{M}_u(s)u(s) \right) \right\| \quad (\text{IV.54})$$

**Page 125 :**

$$J_{th}(t) = \max_{d, d^*, u(t)} J(r(t)), \text{ pour } f = 0. \quad (\text{IV.55})$$

$$J(r(t), \tau) = \left[ \frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t r^*(q)r(q) dq \right]^{1/2} \quad (\text{IV.56})$$

$$J(r, \varepsilon) = \left[ \frac{1}{2\pi\varepsilon} \int_{\omega_1}^{\omega_1+\varepsilon} r^*(j\omega)r(j\omega) d\omega \right]^{1/2} \quad (\text{IV.57})$$

**Page 126 :**

$$J(r(t)) = \sqrt{r^*(t)r(t)}, \quad (\text{IV.58})$$

$$J_{th0} = \max_{d^*(t)} J(r(t)), \text{ pour } f(t) = 0 \quad (\text{IV.59})$$

$$J_{th1} = \max_{f(t), d(t)} J(r(t)), \text{ pour } f(t) = 0 \quad (\text{IV.60})$$

**Page 127 :**

$$J_{th} = \max(J_{th0}, J_{th1}) \quad (\text{IV.61})$$

# **BIBLIOGRAPHIE**



- Basseville M., 1988,**  
« Detecting changes in signals and systems - A survey », *Automatica*, Vol. 24, pp. 309-326.
- Basseville M. et Nikiforov I.V., 1993,**  
« Detecting of abrupt changes. Theory and applications », Prentice Hall, Information and System Sciences Series.
- Beard R.V., 1971,**  
« Failure accommodation in linear systems through self-reorganization », Dept. MIT-71-1, Man Vehicle Laboratory, Cambridge, MA.
- Benamara A., 1995,**  
« Détection et localisation de défauts : une approche unificatrice- Application au diagnostic de défauts dans un entraînement électrique », Rapport de contrat post doctoral. Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble.
- Benamara A., Courtine S. et Rostaing G., 1995,**  
«  $H_{\infty}$ -optimal fault detection in a DC motor control loop », CCA'95, IEEE Conference on Control Applications. New York. pp. 186-187.
- Berendsen C.S., Champenois G., Davoine J. et Rostaing G., 1992,**  
« How to detect and localize a fault in a DC/DC converter ? » IECON'92, IEEE International Conference on Industrial Electronics, Control, Instrumentation and Automation, San Diego, USA, Vol. 1, pp. 536-541.
- Berendsen C.S., 1993,**  
« Méthodes de diagnostic dans la partie commande des associations convertisseurs-machines tournantes », Thèse de Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Grenoble.
- Berendsen C.S., Rostaing G., Champenois G., Obrecht G. et Saadi J., 1993,**  
« Detection of sensors faults with observer structures in control loops » IECON'93, IEEE International Conference on Industrial Electronics, Control, Instrumentation and Automation, Hawaii, USA, Vol. 1, pp. 344-348.
- Berendsen C.S., Cassar J.P., Champenois G. et Staroswiecki, M., 1994,**  
« Structured generation of analytical redundancy relations for the detection of control loop failures », SAFEPROCESS'94, IFAC Symposium on Fault Diagnostic, Supervision and Safety for technical processes, Espoo, Finland, Vol. 2, pp. 708-713.
- Bernieri A., D'Appuzo M., Sansone L. et Savastano M., 1994,**  
« A neural network approach for identification and fault diagnosis on dynamic systems », IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. 43, n°6, p. 867.
- Brunet J., Jaume D., Labarrère M., Rault A. et Vergé M., 1990,**  
« Détection et diagnostic de pannes : approche par modélisation », Hermès press.
- Cameron J.R. et Thomson W.T., 1986,**  
« Vibration and current monitoring for detecting airgap eccentricity in large induction motors », IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 10, pp 603-614.

- Catellani S., 1992,**  
 « Etude sur la détection et la localisation de défauts en temps réel dans les éléments de puissance d'une association convertisseur-machine »,  
 Thèse de Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Grenoble.
- Chen J., Patton R.J. et Zhang H.Y., 1995,**  
 « Design of robust structured and directional residuals for fault isolation via unknown input observers »,  
 ECC'95, 3<sup>rd</sup> European Control Conference, Rome, pp. 348-353.
- Chen J., Patton R.J. et Zhang H.Y., 1996,**  
 « Design of unknown input observers and robust fault detection filters »,  
 International Journal of Control, Vol. 63, pp. 85-105.
- Chow E.Y. et Willsky A.S., 1984,**  
 « Analytical redundancy and the design of robust detection systems »,  
 IEEE Transaction on Automatic Control, AC-29, pp. 603-614.
- Chow T.W.S. et Fei G., 1995,**  
 « Three phase induction machines asymmetrical faults identification using bispectrum »,  
 IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 10, pp 603-614.
- Clark R.N., 1978,**  
 « A simplified instrument failure detection scheme »,  
 IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, AES-14, pp. 558-563.
- Clark R.N., 1979,**  
 « The dedicated observer approach to instrument failure detection »,  
 15<sup>th</sup> CDC, Conference on Decision and Control, Fort Lauderdale, pp. 237-241.
- Courtine S., Benamara A. et Rognon J.P., 1996a,**  
 « Perfect and  $H_{\infty}$ -optimized fault detection in a DC motor control loop »,  
 ELECTRIMACS'96, IEEE International Symposium on Diagnostics for Electrical Machines, Power Electronics and Drives, Saint-Nazaire, France, pp. 599-604.
- Courtine S., Sename O. et Rognon J.P., 1996b,**  
 « Frequency domain approach to fault detection in a DC motor control loop »  
 IAR'96, Meeting annuel de l'Institut Franco-Allemand pour les Applications de la Recherche, Karlsruhe, Germany, Nov. 1996.
- Courtine S., Sename O. et Rognon J.P., 1997,**  
 « Unknown input observer-based structured set of residual for fault detection and isolation in a DC motor control loop »  
 Control Engineering Practice (soumis à publication)
- D'Ambrosio B., 1989,**  
 « Qualitative process theory using linguistic variables »,  
 Springer Verlag, NY.
- Darouach M., Zasadzinski M. et Xu S.J., 1994,**  
 « Full order observer for linear systems with unknown inputs »  
 IEEE Transactions on Automatic Control, AC-39, n°3.

- Ding X. et Frank P.M., 1989,**  
« Fault detection via optimally robust detection filters »,  
28<sup>th</sup> CDC, Conference on Decision and Control, Tampa, Vol. 2, pp. 1767-1772.
- Ding X. et Frank P.M., 1990,**  
« Fault detection via factorization approach »,  
System and Control Letters, Vol. 14, pp. 431-436.
- Ding X. et Frank P.M., 1991,**  
« Frequency domain approach and threshold selector for robust model-based fault detection and isolation »,  
SAFEPROCESS'91, IFAC Symposium on Fault Diagnostic, Supervision and Safety for technical processes, Baden-Baden, Germany, Vol. 1, pp. 307-312.
- Ding X., 1992,**  
« Frequenzbereichsverfahren zur beobachtergestützten Fehlerentdeckung »,  
Ph. D Thesis, University of Duisburg, Germany, 1991.  
VDI Fortschrittsbericht Reihe 8, Mess-, Steuerungs- und Regelungstechnik, n°295.
- Ding X. et Frank P.M., 1994,**  
« Comparison of observer-based fault detection approaches »,  
SAFEPROCESS'94, IFAC Symposium on Fault Diagnostic, Supervision and Safety for technical processes, Espoo, Finland, Vol. 2, pp. 556-561.
- Dubuisson B., 1990,**  
« Diagnostic et Reconnaissance de Formes »,  
Hermès, Paris.
- Francis B.A., 1987,**  
« A Course in  $H_\infty$  Control Theory »,  
Springer, Berlin.
- Frank P.M., 1987,**  
« Fault diagnosis in dynamic systems via state estimation - A survey »,  
dans : « System Fault Diagnostics, Reliability and Related Knowledge-based Approaches »,  
Tzafestas S., Singh M. et Schmidt G. (Eds), Vol. 1, pp. 35-98, Reidel Press.
- Frank P.M. et Wünnenberg J., 1989,**  
« Robust fault diagnosis using unknown input observer schemes »,  
dans : « Fault Diagnosis in Dynamic Systems : Theory and Application », Patton R.J., Frank P.M.  
et Clark R.N.
- Frank P.M., 1990,**  
« Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge based redundancy - A survey and some new results »,  
Automatica, Vol. 26, pp. 459-474.
- Frank P.M., 1991,**  
« Enhancement of robustness in observer-based fault detection »,  
SAFEPROCESS'91, IFAC Symposium on Fault Diagnostic, Supervision and Safety for technical processes, Baden-Baden, Germany, Vol. 1, pp. 275-287.
- Frank P.M., 1993,**  
« Advances in observer-based fault diagnosis »,  
International Conference on Fault Diagnosis, TOOLDIAG'93, Toulouse, 5-8 Avril 1993, CERT,  
pp. 817-836.

- Frank P.M. et Ding X., 1994,**  
 « Frequency domain approach to optimally robust residual generation and evaluation for model-based fault diagnosis »,  
 Automatica, Vol. 30, pp. 789-804.
- Frank P.M., 1995,**  
 « Survey of the analytical and qualitative model-based approaches to fault diagnosis »,  
 Revue Européenne Diagnostic et Sûreté de Fonctionnement, Vol. 3, pp. 23-45.
- Frank P.M., 1996,**  
 « Analytical and qualitative model-based approaches to fault diagnosis - A survey and some new results »,  
 European Journal of Control, 2, pp. 6-28.
- Gao Z. et Antsaklis P., 1989,**  
 « On the stable solution of the one- and two-sided model matching problem »,  
 IEEE Transactions on Automatic Control, AC-34, pp. 978-982.
- Ge W. et Fang C.Z., 1988,**  
 « Detection of faulty components via robust observation »,  
 International Journal of Control, Vol. 47, pp. 581-599.
- Gentil S., Lecoœur M., Montmain J., 1994,**  
 « Integrated quantitative and symbolic reasoning for fault detection »,  
 ISE'94, Workshop on qualitative and quantitative approaches to model-based diagnosis,  
 Intelligent System Engineering, Hamburg.
- Gertler J.J., 1988,**  
 « A survey of model-based failure detection and isolation in complex plants »,  
 IEEE Control System Magazine, Vol. 8, pp. 3-11.
- Gertler J.J. et Singer D., 1990,**  
 « A new structural framework for parity equation based failure detection and isolation »,  
 Automatica, Vol. 26, pp. 381-388.
- Gertler J.J., 1991,**  
 « Analytical redundancy methods in fault detection and isolation - Survey and synthesis »,  
 SAFEPROCESS'91, IFAC Symposium on Fault Diagnostic, Supervision and Safety for technical processes, Baden-Baden, Germany, Vol. 1, pp. 9-21.
- Gertler J.J., 1993,**  
 « Residual generation in model-based fault diagnosis »,  
 Control-Theory and Advanced Technology, Vol. 9, n°1, pp. 259-285.
- Hamelin F., 1995,**  
 « Génération de résidus robustes pour le diagnostic de défauts des systèmes linéaires et reconfiguration des lois de commande »,  
 Thèse de Doctorat de l'Université Henri Poincaré, Nancy 1.
- Hou M., Müller P. C., 1991,**  
 « Design of robust observers for fault isolation »,  
 SAFEPROCESS'91, IFAC Symposium on Fault Diagnostic, Supervision and Safety for technical processes, Baden-Baden, Germany, Vol. 1, pp. 295-300.

- Isermann R., 1984,**  
« Process fault detection based on modeling and estimation methods - a survey », *Automatica*, Vol. 20, pp. 387-404.
- Isermann R., 1993,**  
« Fault diagnosis of machines via parameter estimation and knowledge processing », *Automatica*, Vol. 29, pp. 815-835.
- Isermann R. et Ballé P., 1996,**  
« Trends in the application of model based fault detection and diagnosis of technical processes », 13<sup>th</sup> IFAC World Congress, San Francisco, pp. 1-12.
- Köppen-Seliger B., et Frank P.M., 1995**  
« Fault detection and isolation in technical processes with neural networks », 34<sup>th</sup> CDC, Conference on Decision and Control, New Orleans, pp. 2414-2419.
- Luenberger D.G., 1966,**  
« Observers for multivariable systems », *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-11, pp. 190-197.
- Maciejowski J.M., 1989,**  
« Multivariable Feedback Design », Addison-Wesley, New York.
- Magni J.F. et Mouyon P., 1991,**  
« A generalized approach to observers for fault diagnosis », 30<sup>th</sup> CDC, Conference on Decision and Control, Brighton, pp. 2236-2241.
- Magni J.F. et Mouyon P., 1992,**  
« On residual generation by observer and parity space approaches », 31<sup>st</sup> CDC, Conference on Decision and Control, Tucson, pp. 185-190.
- Montmain J. et Gentil S., 1992,**  
« Processus décisionnel en détection et diagnostic de panne », 2èmes journées nationales 'Les applications des ensembles flous', Nîmes, 2-3 Novembre 1992.
- Montmain J. et Gentil S., 1993,**  
« Interprétation qualitative pour le diagnostic en ligne », *Revue Européenne Diagnostic et Sûreté de Fonctionnement*, Vol. 3, pp. 23-45.
- O'Reilly J., 1983,**  
« Observers for Linear Systems », Academic Press.
- Olin P.M. et Rizzoni G., 1991,**  
« Design of robust fault detection filters », ACC'91, American Control Conference, pp. 1522-1527.
- Patton R.J., Frank P.M. et Clark R.N., 1989,**  
« Fault Diagnosis in Dynamic Systems : Theory and Application », Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.

- Patton R.J. et Chen J., 1991a,**  
 « A review of parity space approaches to fault diagnosis »,  
 SAFEPROCESS'91, IFAC Symposium on Fault Diagnostic, Supervision and Safety for technical processes, Baden-Baden, Germany, Vol. 1, pp. 239-255.
- Patton R.J. et Chen J., 1991b,**  
 « A re-examination of the relationship between parity space and observer-based approaches in fault diagnosis »,  
 Revue Européenne Diagnostic et Sûreté de Fonctionnement, Vol. 1, pp. 183-200.
- Patton R.J. et Chen J., 1992,**  
 « Robust fault detection of jet engine sensor systems using eigenstructure assignment »,  
 Journal of Guidance Control and Dynamics, Vol. 15, n°6, pp. 1491-1497.
- Patton R.J. et Chen J., 1993,**  
 « Optimal unknown input distribution matrix selection in robust fault diagnosis »,  
 Automatica, Vol. 29, pp. 837-841.
- Patton R.J., 1994,**  
 « Robust Model-based fault diagnosis : The state of the art »,  
 SAFEPROCESS'94, IFAC Symposium on Fault Diagnostic, Supervision and Safety for technical processes, Espoo, Finland, Vol. 1, pp. 1-24.
- Penman J. et Yin C.M., 1992,**  
 « The application of artificial neural networks in identifying faults in induction machines »,  
 ICEM'92, International Conference on Electric Machines, Manchester, UK, Vol. 3, pp. 1256-1260.
- Penman J. et Yin C.M., 1994,**  
 « Feasibility of using unsupervised learning, artificial neural networks for the condition monitoring of electrical machines »,  
 IEE Proc. Electr. Power Appl., Vol. 141, n°6.
- Peugeot R., Courtine S. et Rognon J.P., 1997,**  
 « Fault detection and isolation on a PWM inverter by knowledge-based model »  
 IAS'97, International Application Society, New Orleans, USA, 5-7 Oct. 1997 (à paraître).
- Rostaing G., 1997,**  
 « Diagnostic de défauts dans les entraînements électriques »,  
 Thèse de Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Grenoble.
- Seliger R. et Frank P.M., 1991,**  
 « Fault diagnosis by disturbance decoupled nonlinear observers »,  
 30<sup>th</sup> CDC, Conference on Decision and Control, Brighton, pp. 2248-2253.
- Seliger R. et Frank P.M., 1993,**  
 « Robust residual evaluation by threshold selection and a performance index for nonlinear observer-based fault diagnosis »,  
 TOOLDIAG'93, International Conference on Fault Diagnosis, Toulouse, 5-8 Avril 1993, CERT, pp. 496-504.
- Sename O., Courtine S. et Rognon J.P., 1996,**  
 « Robust Fault detection and Isolation in a DC motor : comparison of observer-based methods. »  
 SAFEPROCESS'97, IFAC Symposium on Fault Diagnostic, Supervision and Safety for technical processes, Hull, UK, August 26-28 (à paraître)

**Vidyasagar M., 1985,**

« Control System Synthesis : A Factorization Approach »,  
The MIT Press, Cambridge.

**Viswanadham N. et Srichander R., 1987,**

« Fault detection using unknown input observers »,  
Control-Theory and Advanced Technology, Vol. 3, n°2, pp. 91-101.

**Viswanadham N., Taylor J.H. et Luce E.C., 1987,**

« A frequency-domain approach to failure detection and isolation with application to GE-21 turbine engine control systems »,  
Control-Theory and Advanced Technology, Vol. 3, n°1, pp. 45-72.

**Viswanadham N. et Minto K.D., 1988,**

« Robust observer design with application to fault detection »,  
ACC'88, American Control Conference, Atlanta, pp. 1393-1399.

**Willsky A.S., 1976,**

« A survey of design methods for failure detection in dynamic systems »,  
Automatica, Vol. 12, pp. 601-611.

**Wünnenberg J. et Frank P.M., 1987,**

« Sensor fault detection via robust observers »,  
dans : « System Fault Diagnostics, Reliability and Related Knowledge-based Approaches »,  
Tzafestas S., Singh M. et Schmidt G. (Eds), Vol. 1, pp. 147-160, Reidel Press.

**Yahoui H. et Grellet G., 1996,**

« Analysis of harmonics components of the electromagnetic torque of an asynchronous motor with an end-ring fault »,  
ICEM'96, International Conference on Electric Machines, Vol. 3.

**Zwingelstein G., 1995,**

« Diagnostic des défaillances : théorie et pratique pour les systèmes industriels »  
Hermès, Traité des nouvelles technologies, série Diagnostic et maintenance.

**Résumé :**

L'étude présentée propose des solutions aux problèmes de la détection et de la localisation de défauts dans les entraînements électriques en général, dans la boucle de courant d'un entraînement à courant continu en particulier. Les défauts considérés sont ceux de l'ensemble de puissance pris dans sa globalité, de la commande et des capteurs associés.

Les méthodes de diagnostic par redondance analytique à l'aide d'observateurs, observateurs à entrées inconnues, observateur de Luenberger et observateurs généralisés sont transposées vers les applications électrotechniques et comparées. La génération robuste vis à vis des incertitudes structurées est réalisée à l'aide des deux approches temporelle et fréquentielle. Les solutions obtenues grâce à l'optimisation d'un critère fréquentiel sont également étudiées.

La problématique de la réalisation de structures de détection et de localisation à l'aide de ces outils est formalisée en fonction du nombre de capteurs disponibles et du nombre de défauts affectant le système. Des procédures de synthèse sont étudiées et proposées.

Les approches, après avoir été validées sur des modèles de simulation fins du procédé en défaut, sont appliquées expérimentalement.

**Abstract :**

The purpose of this thesis is to propose solutions for fault detection and isolation in electrical drives. The particular application studied is a DC motor fed by a DC/DC converter. Faults are considered in the power converter stage considered as a whole, the current control loop and the sensors.

Analytical redundancy methods using observers, unknown input observers, Luenberger observers and generalized observers are applied to electromechanical applications and compared. The robust residual generation considering structured uncertainties is realized in the time and frequency domains. A method optimizing a frequency criterion is also studied.

The realization of fault detection and isolation structures with these tools is expressed with respect to the number of sensors available and the number of faults considered. Synthesis procedures are studied and proposed.

The efficiency of the approaches have been confirmed in simulation and on an experimental testing bench.