Etude et Optimisation de Communications à Haut Débit sur Lignes d'Energie : Exploitation de la Combinaison OFDM/CDMA

Matthieu Crussière

▶ **To cite this version:**

Matthieu Crussière. Etude et Optimisation de Communications à Haut Débit sur Lignes d'Energie : Exploitation de la Combinaison OFDM/CDMA. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. INSA de Rennes, 2005. Français. NNT : . tel-00083372

HAL Id: tel-00083372

https://theses.hal.science/tel-00083372

Submitted on 30 Jun 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : D 05 – 16

Thèse

présentée devant

l'**Institut national des sciences appliquées de Rennes**

pour obtenir le titre de

Docteur

spécialité : *Électronique*

Étude et optimisation de communications à haut-débit sur lignes d'énergie : exploitation de la combinaison OFDM/CDMA

par

Matthieu CRUSSIÈRE

Soutenue le 28 novembre 2005 devant la commission d'Examen

Composition du jury

Rapporteurs	
Marie-Laure Boucheret	Professeur des Universités à l'ENSEEIHT (Toulouse)
Pierre Duhamel	Directeur de Recherches CNRS au LSS (Gif-sur-Yvette)
Examinateurs	
Claude Berrou	Professeur à l'ENST Bretagne (Brest)
Jean-Marc Brossier	Maître de Conférences HDR à l'INPG (Grenoble)
Jean-Yves Baudais	Chargé de Recherches CNRS à l'IETR (Rennes)
Jean-François Hélard	Professeur des Universités à l'INSA de Rennes

Institut d'électronique et de télécommunications de Rennes
Institut national des sciences appliquées de Rennes

à Célia

Cherchez avec ce qu'il faut de conviction préétablie et vous trouverez.

Stephen Jay Gould

La phrase la plus excitante à entendre en science, celle qui annonce de nouvelles découvertes, n'est pas « Eureka », mais plutôt « Tiens, c'est marrant... »

Isaac Asimov

J'avais raison de ne pas me soucier des applications de mon théorème : elles vinrent plus tard.

Jacques Hadamard

Remerciements

En premier lieu, je tiens à exprimer ma profonde et très sincère reconnaissance à Jean-François Hélard, professeur à l'INSA de Rennes, pour m'avoir proposé cette thèse et en avoir dirigé les travaux. J'exprime également toute ma gratitude à Jean-Yves Baudais, chargé de recherche CNRS à l'IETR, pour avoir co-encadré l'ensemble de ces travaux de recherche. Je les remercie tous les deux pour la confiance qu'ils m'ont témoignée pendant ces trois années, et pour m'avoir fait bénéficier de leurs compétences et de leurs conseils. Mais au delà des aspects techniques, je tiens à souligner leurs qualités humaines qui ont fait de cet encadrement en complémentarité une expérience très positive.

J'adresse tout naturellement mes remerciements à l'ensemble des membres du jury, sans qui mes travaux de recherche n'auraient pu donné lieu à cette thèse. C'est ainsi que je remercie Marie-Laure Boucheret, Professeur à l'ENSEEIHT de Toulouse, et Pierre Duhamel, directeur de recherches CNRS au LSS, pour avoir accepté de participer au jury en tant que rapporteurs et pour l'attention qu'ils ont accordée à la lecture de ce mémoire. Je remercie également Claude Berrou, Professeur à l'ENST Bretagne, président du jury, et Jean-Marc Brossier, Maître de Conférences HDR à l'INPG de Grenoble, pour avoir pris de leur temps et avoir participé au jury en tant qu'examinateurs.

Par ailleurs, je tiens à remercier François Bichelot pour le sérieux de son travail effectué durant son stage de fin d'étude de Master et d'ingénieur. Ses résultats ont été très utiles à mon travail et son encadrement s'est révélé une expérience particulièrement enrichissante.

Pour leur bonne humeur au quotidien, j'adresse un grand merci à l'ensemble des permanents, doctorants et stagiaires que j'ai cotoyés durant ses trois années, et plus particulièrement, aux habitants de la "grotte verte", anciens comme nouveaux, qui ont contribué à la bonne ambiance des journées au labo. Alors, merci à Snobilette le malouin, à Jean-Mich' le chaleureux, au Bigoudin, à Ronan et sa sculpture art-déco, Phil' le badmintonien, Juju le pro du bog, Boubou, à Nono le corse, Florent le champion de la LDP attitude, Will l'enfant sage, F@b le fils spirituel, Pierro, Sylvie, Julien, Laurent, sans oublier notre Gil' national. Toutes mes excuses à ceux que j'aurais oubliés...

J'exprime ma très grande gratitude à ma famille et en particulier à mes parents pour m'avoir soutenu tout au long de mes études. Je sais les sacrifices que ces longues années ont représentés et les remercient d'avoir appuyé mes choix et d'avoir toujours su m'encourager.

Je ne pourrais clore cette page sans remercier du fond du coeur mon épouse pour son soutien et sa patience pendant ces trois années. Cette thèse est certes une récompence personnelle, mais aussi bel et bien le fruit d'un effort vécu à deux, dans la complexité de l'adéquation entre réussite personnelle et professionnelle. Je ne la remercierai jamais assez pour avoir su me comprendre et me soutenir au quotidien et particulièrement pendant le marathon final de la rédaction. Merci également à ma petite Suzanna pour n'avoir jamais tenu rigueur de mes absences répétées et avoir su m'apporter la joie et la gaitée dont elle a le secret.

Table des matières

Table des matières **vii**

Introduction **1**

I Contexte et étude système **9**

1 La transmission de données par courant porteur en ligne **11**
1.1 Les CPL comme moyen de télécommunications 11
1.1.1 Généralités 11
1.1.1.1 Le couplage au cœur de la technologie CPL 11
1.1.1.2 Aperçu historique 12
1.1.2 Le réseau des lignes d'énergie 14
1.1.2.1 Partitionnement du réseau électrique 14
1.1.2.2 La boucle locale électrique 16
1.1.3 Cadre de déploiement des CPL 17
1.1.3.1 Les enjeux de la compatibilité électromagnétique 17
1.1.3.2 Quelle(s) norme(s) utiliser ? 18
1.1.4 Les systèmes CPL aujourd'hui 21
1.1.4.1 Les systèmes à bas débit 21
1.1.4.2 Les systèmes à haut débit 22
1.1.4.3 Positionnement du système étudié 24
1.2 Caractéristiques du canal de propagation 24
1.2.1 Réponse du canal 24
1.2.1.1 Réponse d'un câble simple 25
1.2.1.2 Modélisation multitrajet 27
1.2.1.3 Variations de la réponse du canal 29
1.2.1.4 Réponses mesurées 30
1.2.2 Les différentes sources de bruit 31
1.2.2.1 Le bruit de fond 34
1.2.2.2 Les bruits à bande étroite 34
1.2.2.3 Les bruits impulsifs 35
1.3 Conclusion 36

2 Spécifications du système **37**
2.1 Description des techniques de transmission potentiellement utilisées 37
2.1.1 Les modulations multiporteuses 37
2.1.1.1 Principes de l'OFDM 37
2.1.1.2 Le signal OFDM 40
2.1.1.3 Insertion d'un intervalle de garde 41
2.1.2 Les modulations multiporteuses à spectre étalé 42
2.1.2.1 Principe de l'étalement de spectre 42
2.1.2.2 Combinaisons avec l'OFDM 44
2.1.3 Choix du système 51
2.1.3.1 Démarche suivie 51
2.1.3.2 Le choix du SS-MC-MA 52
2.1.3.3 Pourquoi « étaler » ? 53
2.2 Dimensionnement du système 54
2.2.1 Organisation des échanges dans le réseau 54
2.2.1.1 Structuration du réseau d'accès 54
2.2.1.2 Mode de séparation des cellules 55
2.2.1.3 Mode de duplexage 56
2.2.1.4 Mode d'accès multiutilisateur 57
2.2.1.5 Synchronisation du réseau 57
2.2.1.6 Mode de reconfiguration du réseau 59
2.2.2 Choix des paramètres 59
2.2.2.1 Contraintes liées au canal 59
2.2.2.2 Contraintes liées à la synchronisation du réseau 59
2.2.2.3 Contraintes liées à la génération du signal 60
2.2.2.4 Dimensionnement 60
2.2.2.5 Mise en place des trames 61
2.3 La chaîne de transmission numérique 63
2.3.1 Transmission en voie descendante 63
2.3.2 Transmission en voie montante 66

Conclusion de la première partie **68**

II Procédés de synchronisation et d'estimation de canal **69**

3 La réception des signaux à porteuses multiples **71**
3.1 Les effets d'un canal dispersif en temps 71
3.1.1 Expression du signal reçu 71
3.1.2 Égalisation et estimation de canal 73
3.2 Caractérisation des erreurs de synchronisation 74
3.2.1 Erreurs de placement de fenêtre FFT 74
3.2.1.1 Cas d'une fenêtre en avance 74
3.2.1.2 Cas d'une fenêtre en retard 76
3.2.2 Erreurs d'échantillonnage 77
3.2.2.1 Décalage de phase 77
3.2.2.2 Décalage de fréquence 78

3.2.2.3 Dérive de fenêtre FFT 80
3.2.3 Objectifs de synchronisation 81
3.2.3.1 Tolérance sur le placement de fenêtre 81
3.2.3.2 Tolérance sur l'ICI 81
3.2.3.3 Tolérance sur la rotation de phase 83
3.3 Conclusion 86

4 Synchronisation du système étudié et estimation du canal 87
4.1 Description de la procédure générale 87
4.2 Synchronisation temporelle grossière 89
4.2.1 Dérivation de l'estimateur : rappels 89
4.2.2 Mise en œuvre 91
4.2.3 Performances 94
4.3 Synchronisation fine et estimation de canal : approche fréquentielle 95
4.3.1 Estimateur de début de symbole 97
4.3.1.1 Estimation LLS 97
4.3.1.2 Mise en œuvre sur un canal dispersif en temps 99
4.3.2 Estimateur de décalage d'horloge 104
4.3.2.1 Estimation LLS 104
4.3.2.2 Mise en œuvre sur un canal dispersif en temps 105
4.3.3 Estimateur de la réponse fréquentielle du canal 108
4.3.4 Mise en œuvre du système bouclé 109
4.3.4.1 Rafraîchissement des estimés 110
4.3.4.2 Filtrage des estimés 112
4.3.5 Extension au cas multicellulaire 112
4.3.6 Récapitulatif des nouveaux algorithmes d'estimation proposés . . . 113
4.3.6.1 Cas de la voie descendante 113
4.3.6.2 Cas de la voie montante 115
4.4 Synchronisation fine et estimation de canal : approche temporelle 115
4.4.1 Synchronisation symbole 116
4.4.2 Synchronisation d'horloge 118
4.4.3 Estimation de canal 119
4.4.4 Mise en œuvre du système bouclé 119
4.4.5 Extension au cas multicellulaire 120
4.4.6 Récapitulatif de la version temporelle des procédés d'estimation . . 121
4.5 Conclusion 122

5 Étude des performances des estimateurs proposés 123
5.1 Performance des estimateurs de l'approche fréquentielle 124
5.1.1 Choix du nombre de sous-porteuses utiles 124
5.1.2 Performances en phase d'accrochage 125
5.1.2.1 Contexte monocellulaire 125
5.1.2.2 Contexte multicellulaire 126
5.1.3 Performances en phase de poursuite 127
5.1.3.1 Contexte monocellulaire 128
5.1.3.2 Contexte multicellulaire 131
5.1.4 Influence de l'espacement entre les symboles pilotes 133

5.2 Performance des estimateurs de l'approche temporelle 134
5.2.1 Performances en phase d'accrochage 134
5.2.1.1 Contexte monocellulaire 134
5.2.1.2 Contexte multicellulaire 136
5.2.2 Performance en phase de poursuite 136
5.2.2.1 Contexte monocellulaire 137
5.2.2.2 Contexte multicellulaire 139
5.3 Comparaison des différentes approches 140

Conclusion de la deuxième partie **144**

III Procédés d'allocation dynamique des ressources **145**

6 L'allocation dynamique des ressources, l'exemple de la DMT **147**
6.1 Principes de gestion des ressources 147
6.1.1 Généralités 147
6.1.2 Les modulations adaptatives 149
6.1.2.1 Capacité d'un canal non dispersif 149
6.1.2.2 Marge de SNR des modulations QAM 149
6.1.2.3 Notion de marge de bruit 151
6.1.3 Politiques d'optimisation 151
6.2 Les modulations adaptatives en OFDM 152
6.2.1 Information mutuelle associée à la forme d'onde OFDM 152
6.2.2 Optimisation du système DMT 153
6.2.2.1 Débit réalisable 153
6.2.2.2 Maximisation du débit 154
6.2.2.3 Maximisation de la marge 156
6.2.3 Contexte multiutilisateur 160
6.3 Conclusion 162

7 Optimisation de l'allocation des ressources en mode SS-MC-MA **165**
7.1 L'allocation des ressources pour le système proposé 165
7.1.1 Le système et ses degrés de liberté 165
7.1.2 Information mutuelle du système SS-MC-MA 168
7.1.2.1 Choix du critère d'égalisation 168
7.1.2.2 Système A 169
7.1.2.3 Système B 170
7.1.2.4 Système C 171
7.2 Optimisation du débit 172
7.2.1 Contexte monobloc et mono-utilisateur : système A 172
7.2.1.1 Choix des sous-porteuses 173
7.2.1.2 Optimisation en granularité infinie 173
7.2.1.3 Optimisation en granularité finie 174
7.2.2 Contexte multibloc et mono-utilisateur : système B 177
7.2.2.1 Choix des sous-porteuses 177
7.2.2.2 Optimisation en granularité infinie 178

7.2.2.3 Optimisation en granularité finie 178
7.2.3 Contexte multibloc et multiutilisateur : système C 180
7.3 Optimisation de la robustesse 182
7.3.1 Contexte monobloc et mono-utilisateur : système A 182
7.3.1.1 Choix des sous-porteuses 184
7.3.1.2 Optimisation en granularité infinie 184
7.3.1.3 Optimisation en granularité finie 185
7.3.2 Contexte multibloc et mono-utilisateur : système B 186
7.3.2.1 Choix des sous-porteuses 186
7.3.2.2 Optimisation en granularité infinie 187
7.3.2.3 Optimisation en granularité finie 187
7.3.3 Contexte multibloc et multiutilisateur : système C 189
7.4 Simulations et performances 190
7.4.1 Maximisation des débits 190
7.4.1.1 Exploitation de la DSP 190
7.4.1.2 Influence du facteur d'étalement 192
7.4.1.3 Évolution en fonction du SNR 194
7.4.2 Maximisation des marges de bruit 195
7.4.2.1 Exploitation de la DSP 195
7.4.2.2 Influence du facteur d'étalement 196
7.4.2.3 Évolution en fonction du SNR 197
7.4.3 Discussion sur la complexité des algorithmes 198

Conclusion de la troisième partie **200**

Conclusion générale **201**

Annexe **205**

A Génération d'un signal OFDM par double IFFT **207**

B Effet du décalage de fenêtre FFT sur le signal OFDM **209**

C Capacité du système MC-CDMA avec détection MMSE **217**

Table des figures **219**

Bibliographie **223**

Introduction

Contexte général et motivations

DURANT ces dernières décennies, le développement des systèmes de communications a connu un tel essor que certains le qualifient sans hésiter de nouvelle révolution industrielle. Les progrès technologiques considérables, avec l'avènement des systèmes numériques notamment, ont permis de proposer au grand public des services et des applications toujours plus innovants, à l'instar de la téléphonie mobile, de l'Internet et du multimédia, qui font aujourd'hui partie intégrante de notre vie quotidienne. L'engouement du consommateur pour ces nouveaux besoins incite aujourd'hui les opérateurs de télécommunications à multiplier et surtout diversifier leurs offres d'accès aux technologies de l'information et de la communication. L'un des exemples les plus marquants est sans nul doute celui de l'Internet domestique. Ce secteur est l'un de ceux qui ont connu la croissance la plus forte en terme de nombre d'abonnés, passant en France de quelques dizaines de milliers en 1998 à plus de 4,5 millions à la fin de l'année 2004 [1]. Dans ce domaine, les offres et les besoins n'ont cessé d'évoluer de façon corrélée et selon une tendance claire d'augmentation de volume et de rapidité de transfert de l'information. Dans cette course au « toujours plus, toujours plus vite », les différents acteurs et fournisseurs de télécommunications proposent aujourd'hui des offres dites à *haut-débit*, et commercialisent des services innovants comme par exemple l'accès télévisuel et la voix sur IP (Internet Protocol).

Schématiquement, la toile Internet, c'est à dire le réseau global de communications qui permet l'acheminement de l'information jusqu'à l'abonné, est constituée de trois parties : le réseau d'accès ou boucle locale, le réseau de distribution ou de collecte, et le réseau de transport ou épine dorsale (*backbone* en anglais). Le réseau d'accès couvre des zones géographiques restreintes et assure la connexion des usagers avec un noeud du réseau, point de présence de l'opérateur de télécommunications. Le réseau de distribution ou de collecte, concentre les informations récoltées auprès d'un noeud donné afin de les évacuer vers un autre noeud du réseau à l'échelle régionale. Enfin, le réseau de transport transmet sur de longues distances les flux collectés sur les noeuds d'interconnexion dans les zones régionales. De ces trois réseaux, c'est de loin le réseau d'accès qui s'avère le plus coûteux à mettre en place. Il est couramment annoncé que les coûts de réalisation, d'installation et de maintenance des réseaux d'accès représentent environ 50% du total des investissements engagés pour la mise en place d'un réseau [2]. En outre, le capital investi nécessite une période d'amortissement bien supérieure à celle des autres parties du réseau à cause du fort déséquilibre entre le coût et le nombre d'abonnés concernés. La conquête du « dernier kilomètre » est donc devenu un véritable challenge pour les opérateurs de

télécommunications, qui doivent trouver des solutions pour étendre leur zone de couverture tout en préservant la rentabilité de leurs opérations.

Ceci explique la diversité des technologies mises en oeuvre aujourd'hui — et c'est là une particularité du secteur de l'Internet domestique — pour assurer la transmission des données sur la boucle locale et satisfaire les exigences du marché. Parmi les plus courantes, on compte la fibre optique, le câble utilisé à l'origine pour la transmission de la télévision numérique, les technologies xDSL (x- *digital subscriber line*) qui empruntent les paires cuivrées du réseau téléphonique filaire, et enfin les technologies hertziennes et satellites. La fibre optique est incontestablement le médium de communication qui permet d'assurer les débits les plus élevés, potentiellement supérieurs au gigabit par seconde. Cependant, les débits offerts par les technologies xDSL ont réduit l'intérêt de consentir à des investissements importants pour le déploiement de la fibre optique jusqu'à l'abonné résidentiel. Aussi, les réseaux à fibre sont-ils à l'heure actuelle essentiellement destinés aux utilisateurs qui ont un besoin substanciel en débit (zones industrielles denses, grandes entreprises et administrations, etc.), et aux réseaux de collecte et de transport. Les solutions câblées représentent quant à elles le deuxième réseau d'accès à l'Internet haut-débit en France. Tout comme la fibre optique, la mise en place d'une infrastructure dédiée constitue le principal frein au développement de cette technologie au-delà des grandes agglomérations. Parmi les solutions sans fil, qui consistent à raccorder par voie hertzienne des abonnés équipés d'une antenne à un point d'accès du réseau d'un opérateur, on compte notamment les technologies WiFi (*wireless fidelity*) et WiMax (*worldwide interoperability for microwave access*). Le WiFi est destiné à couvrir des zones de quelques mètres alors que le WiMax, plus performant mais plus couteux, est une norme de transmission à plus grande distance, typiquement quelques kilomètres, et à bonne pénétration dans les locaux [3]. Le WiFi participe donc à la mise en place de réseaux locaux (LAN — *local area network*) au sein des entreprises ou sur des lieux publics à fort passage (hôtels, aéroports, etc.), tandis que le WiMax permet de réaliser une réelle *boucle locale radio*. Pour des raisons de coûts dus à une infrastructure très lourde, le WiMax n'est aujourd'hui que très peu représenté, voire inexistant comme en France, même s'il commence à intéresser les collectivités locales pour sa capacité de couverture compatible avec les zones à faible densité de population. Une autre réponse à la couverture des zones isolées sont les transmissions satellites, mais qui, pour des raisons évidentes de prix des équipements, intéressent des clients aux besoins biens spécifiques. Enfin, certaines régions s'orientent également vers des technologies hybrides combinant la réception satellite et la diffusion locale en WiFi [3]. Finalement, ce sont les technologies xDSL, et notamment l'ADSL (*asymetric DSL*), qui dominent très largement le marché dans la plupart des pays. L'ADSL, qui emprunte ce qu'on appelle la *boucle locale cuivre*, draine actuellement 90% du nombre d'abonnés à l'Internet domestique haut-débit en France [1]. La réussite de ce réseau d'accès est non seulement liée aux progrès technologiques importants qui ont permis de proposer des débits conséquents sur les paires torsadées, mais a surtout été favorisée par le coût modéré de mise en œuvre du réseau grâce à une infrastructure déjà existante.

Devant ce panel de technologies, tantôt concurrentes, tantôt complémentaires, l'accès à l'Internet domestique haut-débit semble être possible pour tous. Mais avec un taux de pénétration du marché de seulement 8% de la population en 2004 [1], force est de

constater que les fournisseurs d'accès sont loin de satisfaire les exigences du marché, les régions rurales étant naturellement les premières lésées. La boucle locale cuivre ne cesse de se moderniser avec l'apparition de nouvelles versions xDSL plus performantes (ADSL2, ADSL2+, SDSL, VDSL, etc.), mais la tendance est plus à l'augmentation des débits qu'à l'augmentation des portées. Ainsi, les régions urbaines bénéficient d'offres à très haut-débit alors que beaucoup de zones n'ont pas d'autre choix que d'accéder à l'Internet à bas débit en utilisant le réseau RNIS (réseau numérique à intégration de services). En France, le RNIS reste encore le principal moyen de connexion, pour les utilisateurs non éligibles à l'ADSL en raison de leur éloignement du répartiteur ou de leur situation dans des zones non couvertes. Les fournisseurs d'accès sont donc à la recherche de nouvelles solutions pour enrayer la *fracture numérique* qui s'opère entre les zones rurales et urbaines, et pour permettre de desservir, à moindre coût, des zones géographiques encore sinistrées. Par ailleurs, malgré la dérégulation du marché des télécommunications dans un grand nombre de pays, les réseaux d'accès sont encore la propriété des opérateurs en place, comme par exemple France Télécom reste propriétaire du réseau cuivré en France. Ainsi, les nouveaux fournisseurs d'accès essaient de s'ouvrir à d'autres technologies afin de se démarquer de la boucle locale cuivre et offrir leur propre réseau d'accès.

Une solution qui intéresse aujourd'hui bon nombre d'industriels consiste alors à exploiter le réseau le plus dense et omniprésent qui soit : le réseau électrique. Les communications sur ligne d'énergie, couramment appelées communications par courant porteur en ligne (CPL), permettent d'envisager un tout autre type de boucle locale, la *boucle locale électrique*. Le principal intérêt d'un tel réseau réside dans l'ubiquité de l'infrastruture, tant à l'intérieur qu'à l'extérieur des bâtiments, permettant ainsi de limiter considérablement les coûts de déploiement du réseau. D'autre part, plusieurs expérimentations *in situ*, en France et à l'étranger, donnent des retours plutôt positifs quant à la faisabilité et aux perspectives de la technologie CPL. L'entreprise EDF (électricité de France) notamment, a créé sa propre filiale, EDEV-CPL Technologies, afin de mener les études nécessaires dans ce domaine en partenariat avec différents équipementiers et fournisseurs d'accès. Comme autre signe fort en faveur de la technologie CPL, l'autorité de régulation des télécommunications (ART) lève en avril 2005 le caractère expérimental qui encadrait jusqu'à présent le déploiement des réseaux filaires CPL, et annonce clairement qu'elle souhaite que le CPL trouve sa place comme technologie alternative d'accès au haut débit.

C'est dans ce paysage en pleine mutation que s'inscrivent les travaux de cette thèse consacrée à l'étude des transmissions haut-débit sur lignes d'énergie. En effet, malgré les annonces chocs lancées par bon nombre d'industriels du CPL, la mise en place de communications sur lignes d'énergie est bien plus qu'une simple question de déploiement de réseaux. De nombreux verrous techniques restent à lever afin de pouvoir garantir une qualité de service capable de rivaliser avec la concurrence. Le constat le plus évident qu'il convient de faire est que les lignes électriques, telles qu'on les connait aujourd'hui, n'ont absolument pas été conçues pour transmettre de l'information. Par conséquent, le canal de propagation qu'elles offrent s'avère plutôt hostile à la transmission de données haut-débit. Il est notamment caractérisé par des phénomènes importants de sélectivité fréquentielle et des conditions de brouillage et de bruits impulsifs particulièrement défavorables. En outre, et c'est là un autre aspect majeur des communications par courant porteur, les lignes électriques constituent un « médium partagé », c'est à dire que les abonnés utilisent le

même canal de transmission. Ceux-ci doivent par conséquent se partager les ressources, les débits individuels s'en trouvant immanquablement diminués. Enfin, l'exploitation de la boucle locale électrique pour les communications entraîne un partitionnement classique du réseau en cellules, composées d'un nombre restreint d'abonnés. L'absence de blindage laisse supposer que les informations émises au sein d'une cellule donnée pourront interférer avec celles de ses voisines, créant ainsi de *l'interférence inter-cellule*. En somme, la sélectivité fréquentielle, la sévérité des bruits et brouilleurs rencontrés, ainsi que les composantes multi-utilisateur et multicellulaire sont autant de facteurs qui rendent nécessaire le recours à des techniques de transmission à la fois robustes, offrant une forte efficacité spectrale et pouvant gérer l'accès de plusieurs utilisateurs de façon simultanée.

Axes d'étude et principales contributions

Objectifs de l'étude

Ces dernières années ont vu se multiplier les groupes de travail et projets autour de la recherche de nouveaux systèmes permettant d'atteindre de fortes efficacités spectrales dans le contexte radiomobile. Les combinaisons des modulations à porteuses multiples de type OFDM (*orthogonal frequency division multiplexing*) avec les systèmes à étalement de spectre s'affirment de plus en plus comme des solutions à fort potentiel pour les futures générations de réseaux cellulaires. Elles tirent partie des propriétés complémentaires des deux techniques : l'efficacité spectrale et la robustesse des modulations à porteuses multiples, et la souplesse dans le partage des ressources rendue possible par la composante étalement de spectre utilisée en tant que technique d'accès multiple par répartition de codes (AMRC ou CDMA en anglais pour *code division multiple access*). Les problèmes rencontrés pour les transmissions sans fil et les transmissions exploitant la technologie CPL sont en fait proches sur de nombreux points, à savoir la liaison de type point-à-multipoint, l'accès multi-utilisateur, le contexte multicellulaire, et la sélectivité fréquentielle du canal. Etant données ces similitudes, les techniques combinées OFDM-CDMA pourraient s'avérer intéressantes dans le cadre de la mise en place d'une couche physique sur la boucle locale électrique.

Le travail présenté dans ce document de thèse porte précisément sur l'élaboration et l'optimisation d'un système de transmission OFDM-CDMA sur le réseau d'accès des lignes d'énergie. L'étude a été menée au sein du groupe « Communications-Propagation-Radar » de l'Institut d'Électronique et de Télécommunications de Rennes (IETR) et s'inscrit dans le cadre du projet RNRT (réseau national de recherche en télécommunications) IDILE (Internet haut DébIt sur Lignes d'Energie). Ce projet, démarré en janvier 2003, regroupe plusieurs laboratoires de recherche, à savoir l'IETR, Supélec, l'École Nationale Supérieure de Télécommunications (ENST), et le Laboratoire d'Électronique de Technologie de l'Information du Commissariat à l'Énergie Atomique (CEA-LETI), et des partenaires industriels comme EDF, SAGEM, et la société Elsys-Design. L'objectif du projet est de valider l'adéquation des techniques combinées OFDM-CDMA aux contraintes du CPL et d'aboutir à la réalisation d'un démonstrateur. Ces travaux de thèse ont fait l'objet de contributions et de transferts de connaissances au sein du projet, concernant notamment les spécifications du système ainsi que la recherche et l'optimisation des algorithmes de traitement du signal. Enfin, certaines contributions de ce travail de thèse se sont également

inscrites au sein du réseau d'excellence NEWCOM, concernant notamment le thème traité en dernière partie de document.

Aperçu du document

Le présent document se décompose en trois grandes parties, retraçant de façon logique et chronologique les travaux menés pendant cette thèse. La première partie est consacrée à l'étude des spécifications du système de communications et constitue la première contribution majeure de cette thèse. L'objectif est à la fois de choisir la technique de transmission à mettre en œuvre au sein des *modems* CPL, mais également de définir l'organisation des échanges de données sur le réseau. Nous verrons comment les différentes caractéristiques des lignes électriques, rappelées dans un premier temps, vont nous guider dans les choix systèmes et dans l'élaboration d'une trame d'échanges, fixant les règles de circulations des données entre les modems.

Ce travail est en partie le résultat d'une réflexion collective au sein de l'équipe du projet IDILE et a conduit à la rédaction d'un rapport technique commun [60].

Dans la seconde partie du document, nous aborderons les aspects de synchronisation des modems et d'estimation du canal, étapes indispensables à l'établissement des communications. Nous nous appuierons pour cela sur la structure de trame élaborée dans la première partie, et notamment sur les symboles pilotes prévus à cet effet. Deux approches seront confrontées, l'une exploitant les symboles reçus dans le domaine fréquentiel, et l'autre dans le domaine temporel. L'approche fréquentielle, pour laquelle de nouveaux algorithmes d'estimation seront proposés, sera amplement développée. En particulier, nous introduirons une procédure d'estimation conjointe des décalages de fréquence d'échantillonnage, de fenêtrage des symboles et d'estimation du canal, adaptée au contexte PLC multicellulaire. L'approche temporelle reposera quant à elle sur l'amélioration d'un procédé déjà proposé dans la littérature. L'objectif sera finalement de comparer les deux approches en terme de performances.

Les études effectuées et les algorithmes de l'approche fréquentielle proposés dans cette seconde partie constituent le second apport significatif de cette thèse, et ont notamment fait l'objet de deux communications internationales [97,98]. L'ensemble des travaux présentés a également donné lieu à un transfert de connaissances au sein du projet IDILE [99].

La troisième partie de l'étude porte sur l'élaboration de procédés d'allocation des ressources, adaptés au système de transmission mis en œuvre. Sous l'hypothèse de connaissance du canal à l'émission, il est en effet possible de répartir au mieux les données de chaque utilisateur et ainsi d'optimiser la gestion des ressources temporelle et spectrale, à l'instar des procédés mis en œuvre en ADSL avec la DMT (*digital multitone modulation*). Nous analyserons ainsi comment allouer les ressources de façon dynamique entre les utilisateurs dans le cas de transmissions où OFDM et CDMA sont combinés. Cette approche originale et novatrice, ainsi que le développement des algorithmes qui l'accompagnent, constituent la troisième contribution significative de cette thèse. Nous verrons que les solutions retenues permettent d'améliorer grandement les débits ou la robustesse du système, et nous mettrons en évidence l'apport de la composante étalement de spectre.

Les solutions obtenues ont abouti à la rédaction de trois communications internationales et à la soumission d'un article dans un numéro spécial CPL de la revue IEEE J-SAC (*journal on selected areas in communications*) [119,121,122,123]. Un transfert de connaissances sur ce sujet a également été effectué dans le cadre du projet IDILE [124].

Publications, communications et rapports

Publication internationale

- M. Crussière, J.-Y. Baudais et J.-F. Hélard, « Improve Thoughput over Line with Spread-Spectrum Multi-Carrier Multiple Access : New Bit Loading Algorithms ». Accepted with minor revisions for publication in *IEEE J-SAC*, special issue *powerline communications*.

Communications internationales

- M. Crussière, J.-Y. Baudais et J.-F. Hélard, « New Loading algorithms for Adaptive SS-MC-MA Systems over Power Line Channels : Comparison with DMT ». In *Proc. IEEE Multicarrier Spread-Spectrum Conference (MCSS)*, septembre 2005.

- M. Crussière, J.-Y. Baudais et J.-F. Hélard, « Robust High-Bit Rate Communications over PLC Channels : a Bit-Loading Multi-Carrier Spread-Spectrum Solution. ». In *Proc. IEEE International Symposium on Power Line Communications (ISPLC)*, pages 37–41, avril 2005.

- M. Crussière, J.-Y. Baudais et J.-F. Hélard, « A Novel Joint and Iterative Scheme for Synchronization and Channel Estimation in MC-CDMA Power Line Communications. ». In *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference (VTC-Fall)*, vol. 3, pages 1723–1727, septembre 2004.

- M. Crussière, J.-Y. Baudais et J.-F. Hélard, « New Iterative and Time and Frequency Synchronization Scheme for MC-CDMA Systems over Power Line Channels. ». In *Proc. IEEE International Symposium on Spread Spectrum Techniques and its Applications (ISSSTA)*, pages 315–319, août 2004.

- M. Crussière, J.-M. Auffray et J.-F. Hélard, « Comparison of STTCM over Slow and Fast Rayleigh Fading Channels. ». In *Proc. IEEE International Symposium on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC)*, pages 192–196, juin 2003.

Communications nationales

- J.-Y. Baudais et M. Crussière, « Allocation MC-CMDA : augmentation des débits sur les lignes de transmission. ». In *Proc. GRETSI*, septembre 2005.

- M. Crussière, J.-Y. Baudais et J.-F. Hélard, « Vers la transmission de données haut-débit par courant porteur en ligne ». Journées Thématiques *Les Nouvelles Technologies dans la Cité (TIC-Cité)*, décembre 2003.

Rapports techniques – projet RNRT IDILE

- EDF, ELSYS, ENST, IETR-INSA, CEA-LETI, SAGEM et SUPÉLEC, « Rapport sur les spécifications du projet IDILE, SP1.1 ». *Projet RNRT IDILE*, 2003.

- M. Crussière, J.-Y. Baudais et J.-F. Hélard, « Spécifications d'un modem haut-débit pour communications sur ligne d'énergie : rapport du sous-projet 2, phase 1 (SP2.1). ». *Projet RNRT IDILE*, juin 2004.

- J.-Y. Baudais, M. Crussière et J.-F. Hélard, « Allocations de l'information en mode MC-CDMA pour les communications sur ligne d'énergie : rapport du sous-projet 2, phase 2 (SP2.2). ». *Projet RNRT IDILE*, juin 2005.

Première partie

Contexte et étude système

Chapitre 1

La transmission de données par courant porteur en ligne

Ce premier chapitre a pour but de présenter le contexte précis de l'étude et se décompose pour cela en deux parties complémentaires. La première décrit les principes de base des transmissions sur courant porteur, leurs origines, les particularités et les difficultés que suscite leur mise en œuvre. Ainsi, après quelques informations techniques et historiques, nous nous attarderons sur la description du réseau de distribution d'électricité afin de replacer notre système au cœur de son contexte. Nous insisterons plus particulièrement sur la topologie du réseau d'accès, ou boucle locale électrique, qui représente la zone où devra opérer le système proposé. Cette connaissance est une étape incontournable au dimensionnement même de ce système. Les aspects normatifs concernant notamment les problèmes de compatibilité électromagnétique seront ensuite abordés et nous verrons qu'il s'agit là d'un point crucial du développement de la technologie CPL. Un survol des systèmes connus sera ensuite proposé afin de positionner nos travaux par rapport à l'existant. La seconde partie traite de la caractérisation du canal de propagation. Nous mettrons en évidence les caractéristiques des canaux CPL qui seront par la suite utiles au dimensionnement du système. Les réponses impulsionnelles utilisées en simulation seront notamment introduites. Une description du contexte de bruit des lignes électriques sera enfin effectuée pour clore ce chapitre.

1.1 Les CPL comme moyen de télécommunications

1.1.1 Généralités

1.1.1.1 Le couplage au cœur de la technologie CPL

La technologie CPL consiste à exploiter le réseau de distribution de l'énergie électrique pour véhiculer des signaux de communications. Lors de la mise en place d'une transmission par courant porteur, on cherche donc à faire cohabiter sur la grille de distribution d'énergie des ondes courtes à hautes fréquences (HF) avec les signaux électriques de fréquence égale à 50 ou 60 Hz selon les pays. Nous verrons plus tard que les signaux de communications CPL empruntent des bandes de fréquences pouvant s'étendre jusqu'à 30 MHz. La superposition est obtenue par une opération de couplage inductif ou capacitif qui permet le transfert de l'information sur les lignes d'énergie [2]. Le coupleur doit assurer une séparation galvanique

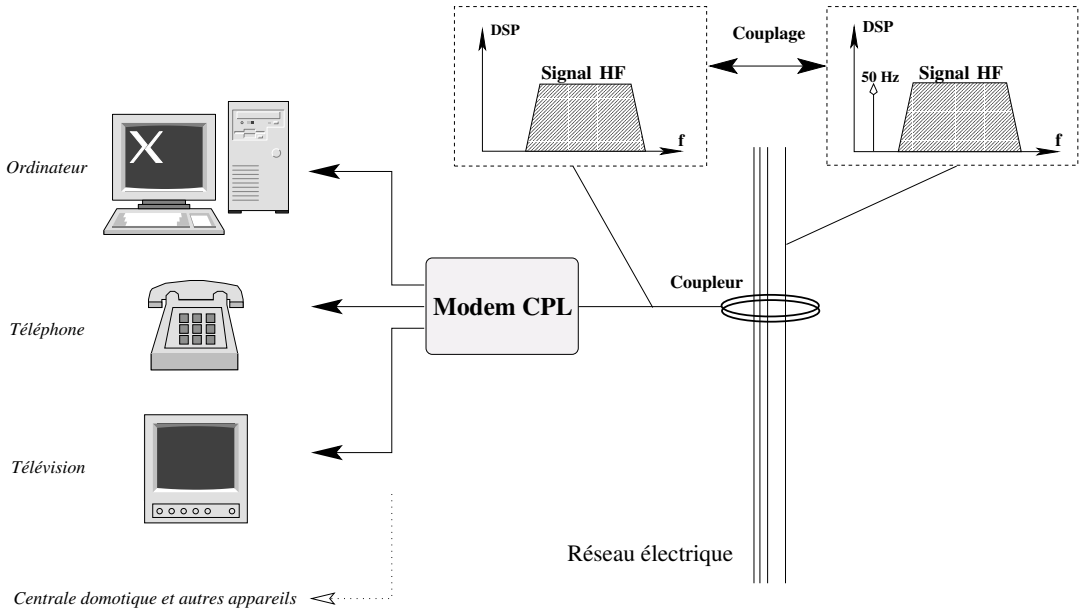


FIG. 1.1 – Principe de couplage du modem CPL sur le réseau électrique

optimale entre les lignes électriques et les appareils de communications, et agit en réception comme un filtre passe-haut afin de retrancher les signaux d'information des signaux de puissance. Le principe de couplage et de superposition de ces signaux est représenté sur la figure 1.1. On y retrouve aussi les principaux éléments présents chez l'abonné d'un réseau CPL : le coupleur, le modem, et les appareils connectés au réseau tels que ordinateur, télévision, téléphone, etc.

Toute installation de réseau CPL doit être soignée au niveau de l'injection du signal HF sur le réseau électrique. Un bon couplage minimise les effets de rayonnement et optimise la qualité du signal sur le réseau [4,5,6]. Les techniques de couplage ne seront pas étudiées ici et l'on supposera que leur mise en oeuvre est maîtrisée dans la suite du document.

1.1.1.2 Aperçu historique

L'idée d'utiliser les lignes électriques pour communiquer est loin d'être nouvelle. En effet, au début du XX^{e} siècle déjà, les premiers systèmes CPL virent le jour aux États-Unis dans le cadre d'applications de télémétrie et de télécontrôle. Ces systèmes furent mis en place pour l'essentiel par les fournisseurs d'énergie eux-même. Depuis plusieurs dizaines d'années, EDF exploite également la technologie CPL pour effectuer ses maintenances à distance, notamment pour détecter d'éventuelles coupures de lignes, pour automatiser le relevé des compteurs électriques, ou encore pour faire basculer ces mêmes compteurs en « heures pleines » et « heures creuses ». En ville, l'allumage automatique de l'éclairage public est un autre exemple de commande à distance exploitant les courants porteurs.

Dans les années 1980, la technologie CPL s'est peu à peu ouverte au grand public par la voie de la domotique. Différents industriels commercialisent alors des modules CPL permettant de piloter tout type d'appareil électrique à l'intérieur d'un bâtiment, ou d'une maison individuelle. Ces systèmes permettent de faire communiquer différents appareils

en réseau sans avoir à rajouter de liens physiques. Les applications domestiques les plus courantes sont l'allumage de lampes, le réglage d'un système de chauffage, ou encore la surveillance de locaux. Bien que l'exploitation des lignes électriques pour la domotique n'en soit encore qu'à ses débuts, la technologie CPL a aujourd'hui dépassé le cadre de ce genre d'applications bas-débit et s'oriente davantage vers les communications à haut-débit, avec à la clef l'Internet à domicile. En effet, devant l'explosion de la demande en connexion Internet privée, les CPL sont devenus en quelques années un axe de développement très important. Il devient aujourd'hui difficile de tenir à jour une liste exhaustive des acteurs du domaine tant ils se sont multipliés. Le principal atout de la technologie CPL, mis en avant par le plus grand nombre, réside dans la densité et l'omniprésence de l'infrastructure électrique. Le réseau de distribution électrique est non seulement présent à l'extérieur et à l'intérieur des bâtiments suivant un maillage extrèmement riche, mais il est en vérité bien plus répandu sur l'ensemble du globe que le réseau des lignes téléphoniques. Lorsque l'on sait que la réduction des coûts de déploiement est un facteur clef dans la réalisation de nouveaux réseaux de communications, il n'est alors pas étonnant que l'on s'intéresse à la technologie CPL aujourd'hui. Pourtant, en raison de l'hostilité du milieu de propagation a priori non adapté à la transmission de données, les industriels ont longtemps boudé la technologie CPL. Ce n'est qu'avec les récents progrés réalisés dans les domaines des communications numériques et du traitement du signal, combinés au fort potentiel du marché des télécommunications, que les CPL ont connu un regain d'intérêt.

Ainsi, ces dix dernières années ont vu se former différentes alliances et associations de grands groupes industriels, notamment ceux représentant les producteurs d'électricité. Leur but est de promouvoir la technologie CPL, d'encourager les avancées techniques et d'accompagner les tests sur le terrain. Parmi ces associations, la plus puissante est l'alliance internationale *HomePlug*, créée en mars 2000 et qui compte plus de 70 membres dont EDF, France Telecom, Motorola, Sony et Mitsubishi pour n'en citer que quelques uns [7]. On retrouve également l'association européenne *PLC Forum* mise en place par de grands industriels en 2000 pour faire la promotion du CPL en Europe [8]. Ses homologues en Amérique du nord, la PLCA (*power line communications association*), et au Japon, la PLC-J (*power line communications japan*), ont vu le jour en 2001 et 2003, respectivement. En Europe, une autre organisation, la PUA (*PLC utilities alliance*), milite pour le développement du CPL. On y retrouve là encore de grands industriels européens de l'électricité, mais leur action est davantage orientée marketing que technologie.

Parallèlement à celà, de nombreux tests ont été ou sont effectués en vraie grandeur afin d'évaluer la faisabilité de la technologie CPL, et des éventuels problèmes liés à sa mise en œuvre. Les précurseurs sont les suisses avec un test en 2001 à Fribourg sous le contrôle de l'OFCOM (office fédéral de la communication) et visant à mesurer les perturbations engendrées par les CPL. La PUA lance en 2002 un test de grande envergure à Saragosse (Espagne) portant sur 300 immeubles et 20000 maisons impliquant l'installation et la configuration de 140 transformateurs. Les résultats très concluants ont fait suite à une offre commerciale de la part de Mitsubishi depuis octobre 2003 dans les villes de Barcelone, Madrid et Saragosse. La société allemande MVV a elle aussi mis en place plusieurs réseaux d'accès CPL à titre expérimental dans les villes d'Hamburg, de Mannheim et Magdeburg, permettant ainsi à plus de 3000 abonnés de tester le haut-débit sur les lignes à basse tension. En France enfin, EDF, par le biais de sa filiale spécialisée EDEV-CPL créée en mai 2003, participe à différents projets d'étude sur le déploiement du CPL. En collaboration

avec le conseil général de la Manche, EDF a notamment monté un projet ambitieux pour équiper la région de Cherbourg et de Saint-Lô en juillet 2003. De même, dans le département des Hauts-de-Seine, une étude est menée depuis le début de l'année 2004 conjointement avec Tiscali et Télé2, tous deux fournisseurs d'accès.

En somme, la technologie CPL connait aujourd'hui son point d'étude et de développement le plus avancé depuis son invention et laisse présager d'imminentes actions de commercialisation à grande échelle. Nous verrons cependant qu'il reste encore beaucoup à faire pour libérer complètement le marché des CPL, et notamment en ce qui concerne les aspects normalisation.

1.1.2 Le réseau des lignes d'énergie

Avant de mieux comprendre la problématique posée, nous allons tout d'abord nous intéresser à la topologie du réseau des lignes d'énergie. Cela va nous permettre non seulement d'apporter un paysage à notre étude mais aussi de mettre en lumière des points essentiels de la structure du réseau qui seront ensuite utiles aux spécifications du système.

1.1.2.1 Partitionnement du réseau électrique

Le réseau électrique global est structuré en trois sous-réseaux que l'on identifie classiquement à partir du voltage correspondant. La figure 1.2 donne une représentation schématique de ce partage.

A- ***Le réseau haute-tension***

Le réseau haute-tension (HT) a pour vocation le transport de l'énergie électrique en provenance des centrales de production jusque dans les grandes régions de consommation ou les gros clients. Il s'étend sur de très longues distances à l'échelle des pays et permet les échanges d'énergie à l'intérieur d'un continent. Le réseau HT est généralement constitué de lignes aériennes maintenues par des pilones. La tension sur ces lignes varie de 110 à 380 kV selon les régions.

B- ***Le réseau moyenne-tension***

Le réseau moyenne-tension (MT) prend le relais du réseau HT pour desservir des zones rurales ou urbaines étendues ainsi que les grandes industries. Les distances parcourues sont bien plus courtes que pour le réseau HT et le voltage sur les lignes est de l'ordre de 10 à 30 kV. Il est constitué à la fois de lignes aériennes et enterrées.

C- ***Le réseau basse-tension***

Le réseau basse-tension (BT) constitue le dernier maillon de la chaîne de fourniture d'énergie au client. Il réalise l'interface entre le transformateur MT/BT et le point de livraison du client (coffret) alimenté en monophasé (230 V - 110 V aux États-Unis) ou en triphasé (400 V). Les réseaux BT présentent généralement une structure arborescente composée de lignes avoisinant quelques centaines de mètres. En effet, le transformateur alimente plusieurs *départs* ou *branches principales* desservant eux-mêmes plusieurs clients

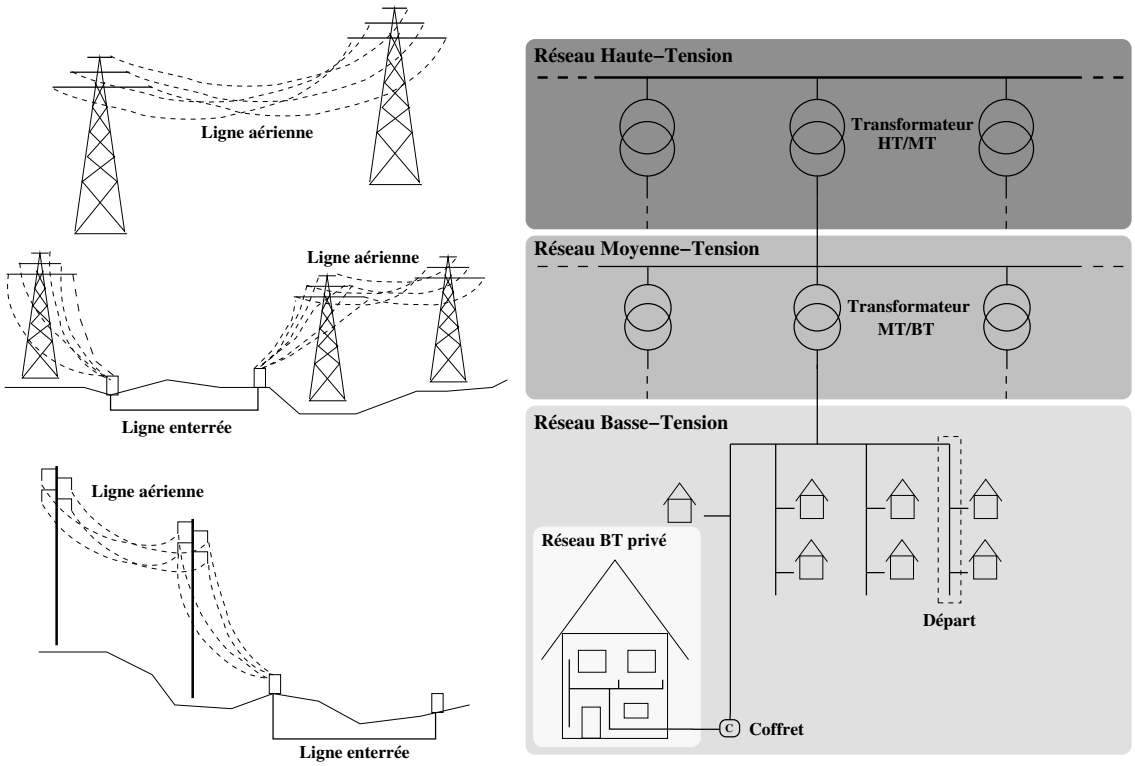


FIG. 1.2 – Structure du réseau de distribution de l'énergie électrique

par l'intermédiaires de *branches secondaires*. Contrairement aux États-Unis, la plupart de ces lignes sont triphasées en Europe, ce qui, nous le verrons, apporte certains avantages en terme de rayonnement parasite. Il faut noter que la structure du réseau basse tension et la nature des lignes électriques et des postes ne sont pas uniques et dépendent, entre autres, de l'environnement et de la zone géographique. En région urbaine en France par exemple, ces lignes sont souvent enterrées alors qu'elles demeurent aériennes en zone rurale pour des raisons évidentes de coût d'enfouissement. Le nombre de clients alimentés ainsi que la longueur maximale des départs dépendent également de la zone desservie. En zone rurale, une dizaine de clients, voire moins, sont alimentés par un petit poste sur poteau situé à quelques centaines de mètres. En revanche, en zone urbaine dense, quelques 100 à 300 clients, répartis sur des immeubles voisins dans un rayon de moins de 300 mètres sont alimentés par un poste situé en bâtiment ou en souterrain.

Les installations électriques domestiques font aussi partie du réseau basse-tension. Cependant, à la différence du reste du réseau, ces installations n'appartiennent pas aux fournisseurs d'énergie et relèvent du domaine privé. Elles sont connectées au réseau de distribution par l'intermédiaire d'un compteur ou coffret. La plupart du temps, il est d'usage de compter le réseau privé dans le réseau BT, même si la distinction est essentielle sur le plan juridique.

1.1.2.2 La boucle locale électrique

Au regard de la structure du réseau électrique, on comprend que l'application de la technologie CPL sur les lignes basse-tension puisse offrir une perspective intéressante en tant que réseau d'accès à l'Internet. Ces lignes électriques réalisent naturellement la connexion entre un point de concentration, le transformateur, et différents points de consommation, les clients. Schématiquement, ce réseau se superpose donc avec celui des lignes téléphoniques, même si celles-ci sont présentes de façon beaucoup moins dense à l'intérieur des bâtiments. L'exploitation de la boucle locale électrique représente donc une solution potentielle pour la couverture du *dernier kilomètre* d'un réseau de télécommunications. Une représentation schématique de cette nouvelle boucle locale est donnée sur la figure 1.3. La partie du réseau composée des lignes extérieures est appelée réseau *outdoor*, et la partie correspondant aux installations privées est appelée réseau *indoor*[(1)]. Le réseau *outdoor* est connecté à l'épine dorsale du réseau de télécommunications par l'intermédiaire d'un coupleur et d'une *station de base* placés au pied du transformateur MT/BT. Cette station de base est en charge de convertir les données reçues du réseau global Internet sous une forme adaptée à leur transmission sur les lignes d'énergie. De même, elle réalise la collecte des informations de la boucle locale et leur transfert vers d'autres nœuds du réseau global via les réseaux classiques de transport. Tous les utilisateurs d'un quartier sont donc reliés à la station de base en empruntant une même branche du réseau électrique.

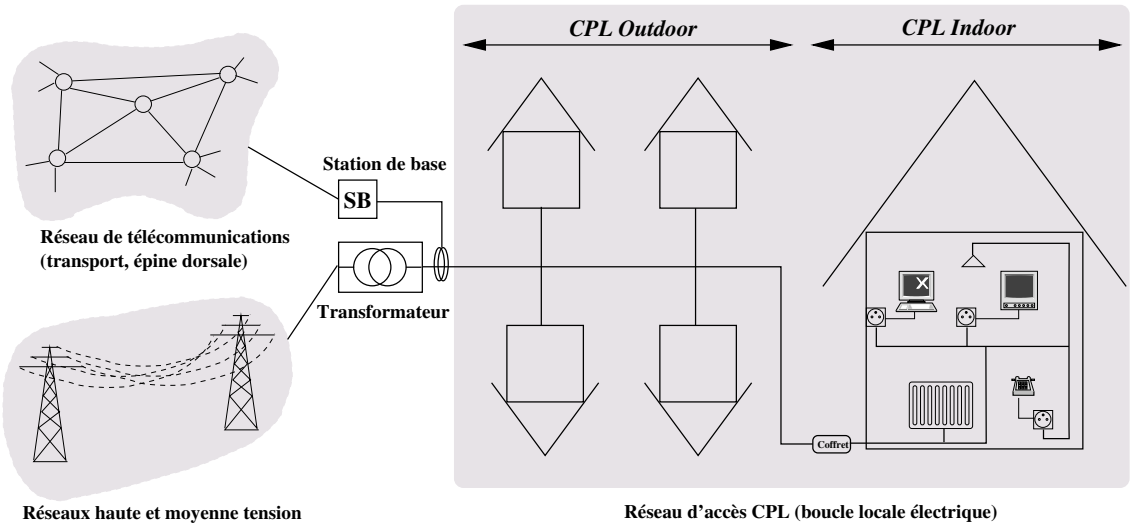


FIG. 1.3 – Structure de la boucle locale électrique

La connexion entre les réseaux *indoor* et *outdoor* se fait à travers le coffret du compteur électrique. Plusieurs configurations sont possibles à ce niveau : soit le coffret comprend un modem CPL pour interfacer les réseaux *indoor* et *outdoor*, soit le coffret est shunté et les données diffusent jusqu'aux appareils eux-mêmes équipés de modems. Dans le premier cas, le modem CPL est une *passerelle* d'accès et joue le rôle de station de base pour l'ensemble des appareils du domicile, créant ainsi un réseau local de communications. Dans le second

(1) Les termes anglophones sont ici d'usage plus que courant, c'est pourquoi nous les utiliserons dans la suite du document.

cas la distinction entre les réseaux *indoor* et *outdoor* n'est plus vraiment possible, et les appareils sont en liaison directe avec l'extérieur du domicile. Cette solution peut poser des problèmes de sécurité du réseau, ou encore ne pas être adaptée étant données les différences éventuelles entre les caractéristiques des canaux de transmission *indoor* et *outdoor*.

Il est important de constater ici que les éléments communicants, en *indoor* et en *outdoor*, exploitent les mêmes liens physiques pour atteindre le point de distribution du réseau, c'est à dire la station de base. Les communications établies sur la boucle locale électrique sont donc de type *point-à-multipoint* et chaque utilisateur doit partager l'accès à la branche du réseau à laquelle il est relié avec les autres utilisateurs de la même branche. Les lignes basse-tension constituent donc un *medium partagé*, et c'est là l'une des singularités de l'étude des transmissions CPL. En outre, il s'agit là d'un point de différence essentiel avec le réseau téléphonique cuivré qui permet lui de mettre en place des communications en *point-à-point* puisqu'il y existe un lien propre entre chaque client et le point de distribution du réseau.

1.1.3 Cadre de déploiement des CPL

Dans ce paragraphe vont être traités les aspects normatifs qui donnent, ou plutôt qui devraient donner, un cadre au développement de la technologie CPL. Nous verrons en effet qu'il existe des retards de réglementation importants des CPL malgré la pression exercée par les industriels du domaine. Le point le plus délicat concerne notamment les aspects de compatibilité électromagnétique qui vont maintenant être abordés.

1.1.3.1 Les enjeux de la compatibilité électromagnétique

Rappelons tout d'abord que les lignes électriques de n'importe quel réseau de distribution n'ont pas été conçues pour autre chose que transporter l'énergie électrique avec le moins de pertes possible aux fréquences de 50 et 60 Hz, selon les pays. Utiliser ces lignes pour mettre en place des communications CPL signifie qu'elles devront transmettre des signaux à des fréquences allant de quelques kilohertz à plusieurs dizaines de mégahertz. Or, dans ces gammes de fréquences, les câbles électriques deviennent *perméables*, ce qui signifie qu'une partie de la puissance des signaux émane sous la forme d'un rayonnement électromagnétique. Les lignes électriques peuvent alors être considérées comme des antennes linéaires. N'ayant pas été dimensionnées pour optimiser le rayonnement, leur *efficacité* ou *rendement* en tant qu'antennes est globalement mauvais mais suffisant pour donner naissance à un champ électromagnétique qui vient perturber l'environnement. À l'inverse, les lignes électriques sont tout aussi *susceptibles* de capter les radiations en provenance de l'environnement, ce qui induit des courants de perturbation sur ces lignes. À cet effet, bon nombre de transformateurs sont équipés de filtre HF.

Les phénomènes de perturbations mutuelles mis en évidence ici sont encore désignés sous les termes de *susceptibilité* et d'*immunité* d'un système [9]. Ils constituent la problématique même liée à la mise en place de limites permettant d'assurer ce que l'on appelle la *compatibilité électromagnétique*. Le champ induit par les équipements CPL agit comme un perturbateur du point de vue des autres systèmes de l'entourage et son niveau doit être limité à un certain seuil afin de ne pas entraver leur bon fonctionnement. Inversement, les contraintes imposées par la compatibilité électromagnétique doivent aussi permettre aux équipements CPL de fonctionner correctement sous l'influence de la pollution

électromagnétique environnante, le niveau des perturbations étant bien sûr fonction de la distance entre les sources rayonnantes.

L'intensité du rayonnement n'est cependant pas qu'une affaire de niveau d'émission et dépend également fortement de la structure des lignes. Plus précisément, la fraction de puissance injectée sur une ligne qui fuit par rayonnement est fonction de la symétrie du réseau et des câbles [5, 10]. La symétrie se définit en terme d'impédance entre les conducteurs (phases) et la masse. Si pour une ligne à deux conducteurs, l'impédance entre chaque phase et la masse est identique, la ligne est considérée symétrique ou *équilibrée* [6]. L'équilibre des lignes est nécessaire à la propagation d'un signal en *mode différenciel*, alors qu'un déséquilibre favorise la propagation en *mode commun*, mode que l'on cherche toujours à éviter. En effet, les courants de mode commun sont généralement responsables des radiations électromagnétiques, puisqu'ils circulent en parallèle sur les deux conducteurs et empruntent la masse comme voie de retour. Au contraire, les courants de mode différentiel sont d'amplitude égale mais se propagent sur chaque phase dans des directions opposées, ce qui a pour conséquence d'annuler leur contribution en champ lointain. Ainsi, plus une ligne est équilibrée, et plus le rapport entre les courants de mode différentiel et de mode commun est fort, ce qui vient considérablement limiter le niveaux des radiations. En conséquence, lorsqu'on est en présence de lignes triphasées, comme sur l'ensemble de la boucle locale en Europe, le signal CPL a tout intérêt à être injecté entre deux phases, plutôt qu'entre une phase et le neutre [6]. Les impédances vues par chacune des phases sont très proches ce qui assure un bon équilibre de la ligne, contrairement aux impédances de phase et de neutre qui sont *a priori* différentes et ne permettent pas d'obtenir une symétrie correcte.

Au regard de ces discussions, nous pouvons dire que la réduction des radiations en provenance des lignes électriques passe essentiellement par :

- L'exploitation de la symétrie "naturelle" des lignes, lorsque c'est possible ;
- La mise en place de filtres HF en bout de ligne afin d'empêcher les signaux CPL de pénétrer tout équipement ne participant pas à la chaîne de transmission et ayant une forte propension au rayonnement ;
- La réduction de la densité spectrale d'émission (DSP) des signaux CPL.

Les deux premiers points ne concernent pas directement le dimensionnement des systèmes de transmission CPL alors que les contraintes en terme de DSP affectent directement les choix des techniques à mettre en oeuvre comme nous le verrons par la suite.

1.1.3.2 Quelle(s) norme(s) utiliser ?

Comme cela vient d'être explicité, la limite imposée aux niveaux d'émission est un facteur crucial de développement des CPL et doit faire l'objet de compromis discutés au sein des instances de normalisation. À l'heure d'aujourd'hui, malgré l'attente pressante des industriels, la réglementation autour des systèmes CPL souffre pourtant de lacunes évidentes. Par ailleurs, l'Europe a récemment incité ses états membres à lever tout obstacle injustifié au déploiement des réseaux CPL haut-débit. Suite à cette recommandation, l'ART (agence de régulation des télécommunications) a annoncé en avril 2005 l'ouverture du marché des CPL en France. Aux États-Unis également, les plus hautes autorités ont encouragé cette année la mise en place des CPL. Sous cette pression, les activités visant à établir un cadre

propre aux CPL se sont accélérées et devraient bientôt déboucher sur une réglementation claire et harmonisée entre les pays.

En attendant les résultats des délibérations internes aux organismes de régulation, les seules normes précises disponibles aujourd'hui concernent les transmissions CPL bas-débit. En Europe, ces normes sont définies par le CENELEC (Comité Européen de Normalisation ELECtrique) sous le sigle EN50065 et autorisent l'utilisation de la bande de fréquences [9–140] kHz pour les CPL [11, 12]. Cette bande est en réalité divisée en 4 sous-bandes A, B, C et D pour lesquelles sont données des limitations précises en terme d'applications et d'amplitude du signal émis. Les normes américaines et japonaises sont très proches de la norme européenne bien qu'elles spécifient l'utilisation des fréquences jusqu'à 500 kHz. Etant donnée la faible largeur de bande dans les deux cas, les débits atteints sont au mieux de l'ordre de 100 kbit/s. Ces débits sont certes suffisants pour des applications domotiques de commandes à distance mais ne sont pas adaptés à la transmission de données multimédia.

Par contre, concernant les CPL haut-débit, aucune norme n'est encore en vigueur, même si différents groupes ont fait des propositions ces dernières années. Malgré certaines divergences sur les niveaux d'émission notamment, le consensus l'emporte quant au choix des bandes de fréquences. Pour pouvoir atteindre des débits suffisants, il est aujourd'hui accepté que les CPL puissent accéder à la bande de fréquences [1.6 – 30] MHz à la nuance près que certaines fréquences déjà utilisées par d'autres systèmes feront probablement partie de bandes *interdites*. Il s'agit en particulier des bandes radio-amateurs, militaires ou encore de diffusion maritime, qui resteront sans doute plus protégées que d'autres.

En revanche, le débat reste encore ouvert sur les niveaux de rayonnement. Les travaux de normalisation en cours ont laissé transparaître différentes tendances en fonction des pays. Au plan international, les réglementations sont discutées au sein du CISPR (comité international spécial des perturbations radioélectriques) et de l'IEC (*international electrotechnical commission*). En Europe, on peut citer l'ETSI (*european telecommunication standards institute*) qui travaille en étroite collaboration avec le CENELEC. Aux États-Unis, l'organisation principale est la FCC (*federal communications commission*), agence gouvernementale chargée de la planification des fréquences. En Allemagne, l'autorité de régulation s'appelle la RegTP (*regulierungsbehörde für telekommunikation und post*), au Royaume-Uni, c'est la BBC (*british broadcast corporation*). L'ensemble de ces comités ont émis des propositions de seuils de radiation qui sont présentés sur la figure 1.4 [13, 14, 15]. Les niveaux sont établis en terme d'amplitude du champ électrique mesuré à une distance de 3 mètres des lignes et ne prennent pas en compte les fréquences interdites. Il est clair que la proposition anglosaxonne est la plus sévère, ce qui s'explique par l'influence de puissants *lobbies* farouchement opposés aux CPL. Le niveau qui va être adopté sera sans doute très proche de celui de la norme EN55022, qui est en fait une extrapolation de la norme EN50065 citée plus haut [16, 17].

Il faut noter que ces résultats ne donnent absolument pas les limites en terme de niveau de signal pouvant être injecté sur les lignes d'énergie. Il faudrait pour les connaître, disposer d'un facteur de conversion, appelé facteur de (dé)couplage K, permettant de faire le lien entre la puissance injectée et la puissance rayonnée à une distance donnée. Plus exactement, le facteur de découplage est fonction de la distance et de la fréquence, et

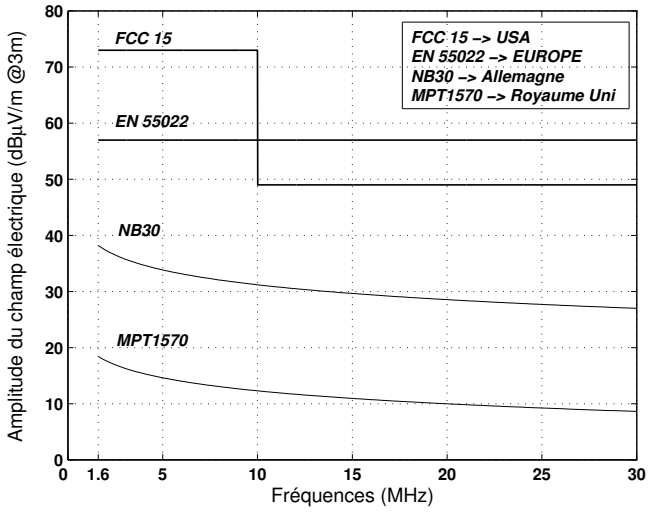


FIG. 1.4 – Différentes propositions de réglementation des seuils d'émission CPL

intervient de la façon suivante :

$$E_d = K(f,d) \times V_f \,, \qquad (1.1)$$
$$[\mathrm{V \cdot m^{-1}}] = [\mathrm{m}]^{-1} \times [\mathrm{V}]$$

où E_d est l'amplitude du champ électrique à d mètres de la ligne et V_f est le niveau du signal émis sur la ligne à la fréquence f (porteuse pure). Malgré bon nombre de campagnes de mesures, les experts n'ont pas réussi à s'accorder sur la valeur à donner au découplage. La littérature semble pourtant considérer un facteur typique de 10^{-3} m^{-1} à une distance de 3 mètres et sur la bande $[1-30]$ MHz [6]. Cette valeur est encourageante et laisse envisager des niveaux d'émission rendant possible les CPL haut-débit, même sous des contraintes de rayonnement sévères. En outre, un conditionnement du réseau électrique (couplage symétrique, insertion de filtres, etc.) contribue à faire chuter la valeur de K.

Dans la pratique, les spécifications de la plupart des modems CPL actuels donnent des valeurs de puissance maximale qui correspondent à une DSP de l'ordre de -40 dBm/Hz [18]. À cela doivent être ajoutés des *puits* autour des fréquences interdites, c'est à dire des bandes spectrales pour lesquelles la puissance injectée doit être largement plus faible. À titre d'exemple, la figure 1.5 présente ce à quoi devrait ressembler la DSP du signal injecté sur les lignes électriques si l'on prenait soin d'atténuer les fréquences utilisées par les radioamateurs. La correspondance avec le niveau de champ électrique rayonné à 3 mètres est mentionnée, en considérant $K = 10^{-3}$ m^{-1}. D'après les résultats portés sur la figure, on remarque que les niveaux d'émission choisis respectent pleinement la norme E55022 du CENELEC. Il faut cependant avertir le lecteur que ces résultats ne correspondent qu'à un cas particulier volontairement choisi pour illustrer le choix des seuils d'émission. Ils ne doivent en aucun cas être généralisés ou être exploités en tant que norme.

Devant la complexité de mise en place de normes, les industriels des CPL se sont regroupés pour accompagner les travaux de normalisation, et par la même pour mettre en

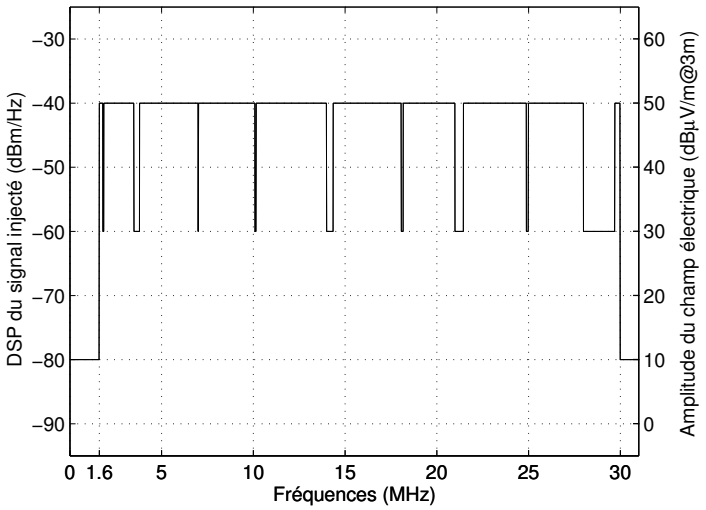


FIG. 1.5 – Exemple de masque de puissance avec prise en compte des fréquences radioamateur. Correspondance entre la puissance du signal CPL injecté sur une ligne et l'amplitude du champ électrique induit à 3 mètres.

place leurs propres standards. C'est ainsi que l'alliance *HomePlug* a mis au point différents standards, notamment pour les communications CPL en *indoor* [7]. Ainsi, la très large majorité des équipements CPL qui voient le jour aujourd'hui respecte les certifications de *HomePlug*. De cette manière, les industriels peuvent exercer une pression sur les comités de régulation, voire imposer leurs spécifications dans l'établissement des normes CPL. Ce scénario n'est pas sans rappeler les conditions de mise en place des premiers standards de la boucle locale radio, avec notamment la norme WiFi qui avait été fortement suggérée par les industriels.

1.1.4 Les systèmes CPL aujourd'hui

Depuis l'explosion du secteur des télécommunications, les acteurs des CPL n'ont cessé de se multiplier. La mise en place d'alliances et d'associations de promotion des CPL a permis au marché du CPL de devenir peu à peu une réalité. L'évaluation faite par *HomePlug* conclut à une multiplication par 50 du chiffre d'affaires du marché du CPL entre 2001 et fin 2006, passant ainsi de 18 à 700 millions de dollars. L'évolution actuelle lui donne raison puisque la progression du chiffre d'affaires a été quasiment de 1000 % entre 2001 et 2002 ! Le marché du CPL se divise en réalité en deux secteurs bien distincts : les CPL bas-débit et haut-débit.

1.1.4.1 Les systèmes à bas débit

Les CPL bas-débit sont à l'origine des communications sur lignes d'énergie, avec, comme nous l'avons détaillé au paragraphe 1.1.1.2, les premières applications de contrôle à distance. La tendance actuelle est davantage à la réalisation de véritables centrales domotiques permettant de configurer, commander et faire communiquer les appareils de la mai-

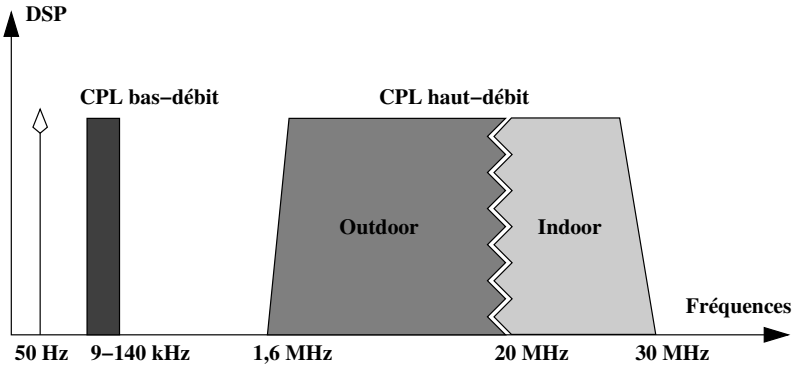


FIG. 1.6 – Représentation des bandes fréquentielles utilisées par les CPL

son ou du bureau. Les systèmes CPL à bas-débit bénéficient de normes dédiées comme la norme européenne EN50065. Comme le montre la figure 1.6, il s'agit donc de communications à bande étroite, d'où leur limitation en débit.

Les systèmes les plus répandus sont connus sous les appellations X10, LonWorks et CEBus (*consumer electronics bus*). Ces systèmes utilisent pour beaucoup les techniques de modulation numérique à porteuse unique (modulation mono-porteuse). On retrouve ainsi l'emploi des modulations numériques à déplacement d'amplitude (MDA) chez X10, à déplacement de phase (MPD) chez LonWorks, et à déplacement de fréquence (MDF) chez EHS (*electronic home system*) [19]. Les techniques à étalement de spectre sont aussi exploitées, soit par séquence directe chez LonWorks et Adaptive-Netwoks, soit par saut de fréquence comme chez l'allemand Busch-Jäger. Les débits atteints ne dépassent jamais la centaine de kbit/s, et la plupart des cartes électroniques ne garantissent que quelques kbit/s. Les CPL bas-débit sont aujourd'hui en perte de vitesse et se retrouvent naturellement supplantés par les systèmes haut-débit.

1.1.4.2 Les systèmes à haut débit

Les systèmes CPL à haut-débit sont des systèmes large bande qui occupent la bande [1.6 – 30] MHz pour laquelle aucune norme spécifique n'est en vigueur. Pour des raisons que nous évoquerons ultérieurement, les fréquences basses du spectre sont généralement préférées pour les communications *outdoor*, et les fréquences hautes reviennent aux communications *indoor*. Même si aucune norme ne le spécifie, la frontière est établie de manière consensuelle à 20 MHz, comme cela est indiqué sur la figure 1.6.

A- ***Les CPL indoor***

Le secteur des CPL haut-débit est en plein essor, surtout en ce qui concerne les communications *indoor*. La principale application est la réalisation de réseaux locaux à haut-débit sur lesquels peuvent transiter des informations multimédia (images, vidéos, sons, etc.). Les systèmes *outdoor*, attendent une dérèglementation du marché afin de dépasser le stade des expérimentations et se développer à grande échelle. Mais qu'il s'agisse des CPL *indoor* ou *outdoor*, les applications visées, gourmandes en débit, nécessitent l'utilisation d'une ressource spectrale conséquente. Les techniques mises en œuvre pour occuper

toute la bande disponible sont essentiellement les techniques à étalement de spectre et les techniques multiporteuses. L'étalement de spectre a longtemps été à l'honneur dans les premiers systèmes CPL. En France par exemple, le projet RNRT DOLIE (réseau domotique sur ligne d'énergie), labellisé en 1999, s'est intéressé à l'étude et la validation des techniques d'étalement de spectre dans le cadre de communications CPL *indoor*. Par ailleurs, certains industriels, tels que l'israélien ITRAN, commercialisent encore des puces exploitant l'étalement de spectre et offrant des débits de 2,4 Mbit/s et 10 Mbit/s. Aujourd'hui cependant, la plupart des industriels se concentrent sur les techniques de modulations multiporteuses, et en particulier l'OFDM.

Les systèmes commercialisés en *indoor* depuis le début des années 2000 répondent pour beaucoup aux standards proposés au sein de l'alliance *HomePlug*. À titre illustratif, citons les industriels Oxance, Zeus Powerline, Corinex, Olitec, Packard Bell, ou encore Sagem, qui commercialisent leurs modems *indoor* sous le label *HomePlug*. Deux standards sont finalisés et spécifient les couches physiques (PHY) et de contrôle d'accès (MAC — *medium access control*) : le *HomePlug 1.0* à 14 Mbit/s et le *HomePlug AV* à 50 Mbit/s. Notons que les débits mentionnés sont des débits maximaux, sans indication de portée. Ces deux standards exploitent la bande [0–25] MHz avec des niveaux d'émission de -50 dBm/Hz sur les fréquences autorisées et de -80 dBm/Hz dans les fréquences des radioamateurs. L'OFDM est employée comme technique de transmission, la différence entre les deux standards tenant essentiellement au nombre de sous-porteuses et aux ordres de modulations utilisées. Le standard *HomePlug 1.0* prévoit en effet l'utilisation de 128 sous-porteuses, modulées en MDP2 ou MDP4 différentielle, alors que le *HomePlug AV* comporte 1536 sous-porteuses, chacune pouvant transmettre jusqu'à 10 bits dans le cas d'une QAM-1024 [20]. Le partage du médium est géré par le biais d'une version modifiée du protocole CSMA-CD (*carrier sense multiple access - collision avoidance*), ce qui signifie que les modems connectés au réseau communiquent entre eux librement sans coordination centralisée. Enfin, rajoutons que la correction des erreurs est réalisée grâce aux techniques de codage de canal (convolutif, reed-solomon, turbo), combinées à de l'entrelacement et à des systèmes de répétition automatique de séquences (ARQ — *automatic repetition request*).

Parallèlement au développement des standards *HomePlug*, certains industriels expérimentent leur propre technologie. C'est ainsi que l'espagnol DS2 prévoit la commercialisation d'une puce à 200 Mbit/s permettant de faire passer la vidéo, voire la TVHD (télévision haute définition). Le français SPIDCOM, a quant à lui effectué la démonstration de sa nouvelle puce au CeBIT d'Hannovre en mars 2004, qui peut atteindre des débits allant de 100 à 224 Mbit/s, selon l'environnement. Tous ces systèmes sont basés sur la technique de modulation OFDM mais les spécifications précises sont la plupart du temps tenues secrètes.

B- *Les CPL outdoor*

Les expérimentations en cours sur le CPL *outdoor* utilisent toutes sans exception des solutions basées sur l'OFDM. Les principaux équipementiers associés aux actions de test sur le terrain sont DS2 et MainNet. L'alliance *HomePlug* prépare de son côté un nouveau standard, bâptisé le *HomePlug BPL* (Broadband Power Line), destiné à l'accès Internet domestique haut-débit. L'arrivée de DS2 au sein de l'alliance devrait d'ailleurs accélérer le processus d'élaboration de ce standard, étant donné l'expertise qu'elle a acquise des

expérimentations menées ces dernières années. Le CPL *outdoor* reste incontestablement le secteur dont le développement est le moins avancé et pour lequel l'investissement des entreprises est le plus timide.

1.1.4.3 Positionnement du système étudié

Comme nous l'avons décrit dans l'introduction, ces travaux de thèse portent sur la mise en place d'un système de transmission CPL *outdoor* à haut-débit au sein de la boucle locale électrique exploitant les techniques d'étalement de spectre combinées aux modulations multiporteuses. L'idée est de tirer profit des avantages de ces deux techniques afin d'élaborer un système robuste et adapté au milieu de transmission. Ces techniques hybrides ont été très étudiées ces dernières années et continuent de l'être, dans le contexte des communications radiomobiles cellulaires post-UMTS ou de 4^{e} génération. En revanche, elles n'ont fait l'objet d'aucune étude antérieure en ce qui concerne les communications CPL. Le travail présenté dans ce mémoire vient donc compléter les études menées jusqu'alors par industriels et laboratoires de recherche. Les applications à la clef sont en premier lieu la fourniture Internet haut-débit, mais aussi la téléphonie et la télévision sur IP. Les spécifications précises du système étudié et l'argumentaire qui les accompagne fera l'objet du chapitre suivant.

1.2 Caractéristiques du canal de propagation

D'après le paradigme proposé par C.E. Shannon, toute chaîne de communications peut être décomposée en trois blocs, à savoir l'émetteur, le milieu de transmission appelé canal de propagation, et le récepteur. Du point de vue de la théorie des communications, le canal vu par le système comporte non seulement le médium à travers lequel se propage le message, les filtres d'émission et de réception présents dans toute chaîne de communications, mais aussi les organes qui permettent au message d'accéder à ce médium, à l'instar des antennes pour ce qui est des transmissions par ondes radio. Dans le cas qui nous intéresse, ce sont les coupleurs, introduits au paragraphe 1.1.1.1, qui jouent le rôle d'antennes et réalisent la transition avec les lignes électriques. Ainsi, dans la suite du document, nous adopterons comme modèle du canal de propagation le trinôme *filtres-coupleurs-médium*, qui permettra de regrouper en un seul bloc l'ensemble des perturbations subies par le signal au travers du canal. Le rôle du concepteur de systèmes est d'adapter et d'optimiser judicieusement la construction des blocs d'émission et de réception en fonction du milieu dans lequel va se propager le message. La connaissance du comportement du canal est donc une étape essentielle dans la conception et la réalisation d'un système de communications.

L'étude du canal peut se décomposer en deux grands axes : l'étude de la réponse du canal qui rend compte des phénomènes qui viennent modifier la forme des ondes émises, et l'étude des bruits et brouilleurs qui viennent s'ajouter au signal reçu et dont l'origine peut être multiple.

1.2.1 Réponse du canal

Lors de leur propagation à travers le canal de transmission, les ondes émises sont sujettes à différents phénomènes qui viennent modifier leur *forme*, c'est à dire leur amplitude et leur phase. Dans le cas le plus général, il peut s'agir de phénomènes d'atténuation, de

déphasage, de réflexion, de diffraction ou encore de diffusion, selon les interactions que les ondes sont susceptibles de connaître avec le support physique. En ce qui concerne les communications CPL, nous allons voir que le support physique de la transmission, c'est à dire les lignes électriques, introduit une atténuation et un déphasage dépendant de la distance et de la fréquence, et des réflexions aux différents points de discontinuité du réseau.

La synthèse qui suit est issue pour l'essentiel de la théorie des lignes de transmission, approche largement exploitée dans la littérature. Les premiers travaux dans le domaine sont ceux de Philipps [21] et Zimmermann [22] et constituent aujourd'hui les références les plus largement citées en ce qui concerne la modélisation du canal CPL. Dans [23] est également proposée une modélisation sous forme de matrices cascadables $\boldsymbol{ABCD}$, modélisation directement héritée de la théorie des lignes de transmission. Des études complémentaires ont permis par la suite d'apporter une précision supplémentaire à la modélisation du canal. On peut notamment citer les résultats de Sartenaer [24, 25] basés sur la théorie des lignes multiconducteurs, ou ceux de Galli [26] prenant en compte de façon précise les phénomènes liés à l'utilisation de prises de terre. Il faut cependant noter que pour l'heure, aucun modèle de canal n'a réussi à s'imposer comme standard, comme c'est le cas pour les canaux radiomobile ou DSL. En effet, la communauté des CPL reconnait que les efforts à fournir sont encore nombreux pour aboutir à un modèle généralisé dont le paramétrage soit adapté à la mise en place de simulations numériques. La recherche d'un tel modèle passe notamment par la définition et la classification de *scénarios types* relatifs à des environnements et des contextes de communications clairement établis. Cela suppose entre autres que soient menées des campagnes de mesures de grande envergure, inexistantes aujourd'hui.

L'intérêt de ce qui suit n'est donc pas de fournir un outil permettant de modéliser le canal CPL lors de simulations mais simplement de comprendre les phénomènes qui régissent le transfert de l'information d'un point à un autre d'un réseau de lignes électriques.

1.2.1.1 Réponse d'un câble simple

Etant donné qu'aucun effort particulier n'a été porté pour l'optimisation de la propagation des signaux à haute fréquence sur les lignes électriques, leur utilisation pour la transmission d'un signal CPL se fait au prix d'une atténuation qui est non seulement fonction de la distance, mais aussi de la fréquence de l'onde propagée. De façon tout à fait classique, cette atténuation peut être caractérisée en appliquant la théorie des lignes de transmission à un tronçon de ligne de longueur d sans dérivation ou épissure, telle que celle représentée sur la figure 1.7. En considérant que la ligne est de longueur infinie, ou encore que le tronçon est adapté, aucune onde rétrograde ne peut exister, et seule l'onde incidente en provenance du générateur se propage jusqu'à la charge. En introduisant la constante de propagation $\gamma(f)$, la réponse fréquentielle du tronçon s'écrit alors,

$$H(f) = \frac{U(x=d)}{U(x=0)} = e^{-\gamma(f)d}, \tag{1.2}$$

où $U(x)$ est la tension sur la ligne à la distance x. Si l'on prend en compte les éléments caractéristiques de la ligne, à savoir la résistance R, l'inductance L, la conductance G et

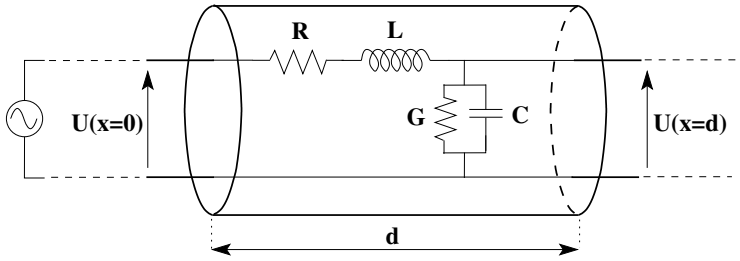


FIG. 1.7 – Modélisation d'un tronçon de ligne électrique

la capacitance C de la ligne par unité de longueur, la constante de propagation s'exprime

$$\gamma(f) = \sqrt{\Big(R(f) + \jmath 2\pi f L(f)\Big) \cdot \Big(G(f) + \jmath 2\pi f C(f)\Big)}. \tag{1.3}$$

Il en résulte immédiatement que

$$H(f) = e^{-\alpha(f)d} \cdot e^{-j\beta(f)d}. \tag{1.4}$$

où $\alpha(f)$ et $\beta(f)$ représentent les parties réelles et imaginaires de $\gamma(f)$. Les grandeurs R, L, G et C sont en général dépendantes de la fréquence. Leurs valeurs peuvent être déterminées à partir des équations de Maxwell prenant en compte les propriétés du matériau et la géométrie du tronçon de ligne [27]. La résistance R est due à la conductivité finie des conducteurs utilisés et sa valeur est dominée par le phénomène d'*effet de peau*. La conductance G correspond aux pertes dissipées dans le diélectrique dont la constante est elle aussi finie. Ainsi, les imperfections des matériaux entraînent l'établissement d'une onde dont l'amplitude décroit de manière exponentielle avec la distance. Cette décroissance est de plus dépendante de la fréquence. Il s'agit là d'un point essentiel des transmissions sur les lignes électriques.

Différentes investigations et mesures ont permis de conclure que les effets résistifs et conductifs étaient largement dominés par les effets inductifs et capacitifs sur la bande [1–30] MHz. De même, la dépendance en fréquence de L et C s'avère négligeable sur cette bande, et l'on peut également considérer que $R \approx \sqrt{(f)}$ et $G \approx f$. Finalement, il est montré dans [22] que la constante de propagation peut être approchée par,

Des campagnes de mesures supplémentaires ont permis d'apporter une forme approchée du coefficient $\alpha(f)$ faisant intervenir les paramètres empiriques a_0, a_1 et k [28]. L'atténuation globale apportée par la ligne électrique devient alors

$$A(f,d) = e^{-(a_0 + a_1 \cdot f^k)d}. \tag{1.5}$$

L'expression obtenue laisse apparaître deux composantes pour l'atténuation globale : l'atténuation linéique pure qui ne dépend que de la longueur de la ligne et l'atténuation fréquentielle, qui dépend à la fois de la fréquence et de la longueur de ligne. L'atténuation linéique est régie par le paramètre a_0 et l'atténuation fréquentielle par le paramètre a_1 et l'exposant k. À titre illustratif, le tableau 1.1 donne quelques exemples de jeux de paramètres proposés dans [22]. Les profils d'atténuation correspondants ont été tracés figure 1.8. Bien que ces résultats ne soient que des cas particuliers parmi la multitude

TAB. 1.1 – Exemple de jeux de paramètres pour différentes longueurs de lignes

d	a_0 [m^{-1}]	a_1 [$\mathrm{s.m}^{-1}$]	k
100 m	$9,40 \cdot 10^{-3}$	$4,20 \cdot 10^{-7}$	0,7
150 m	$1,09 \cdot 10^{-3}$	$3,36 \cdot 10^{-7}$	0,7
200 m	$9,33 \cdot 10^{-3}$	$3,24 \cdot 10^{-7}$	0,7
300 m	$8,40 \cdot 10^{-3}$	$3,00 \cdot 10^{-9}$	1
380 m	$6,20 \cdot 10^{-3}$	$4,00 \cdot 10^{-9}$	1

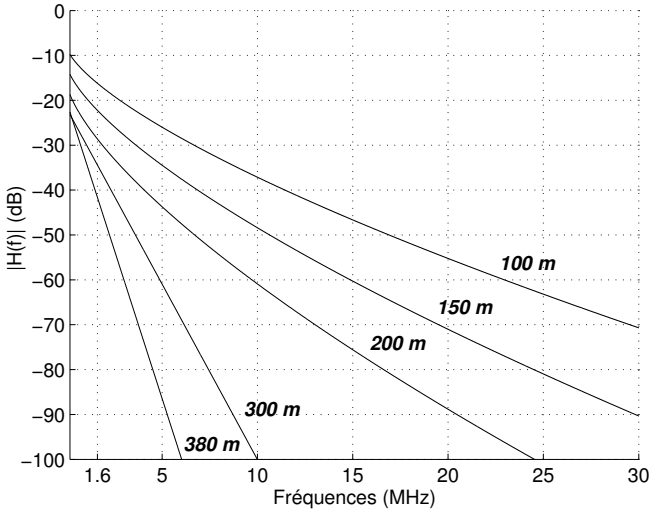


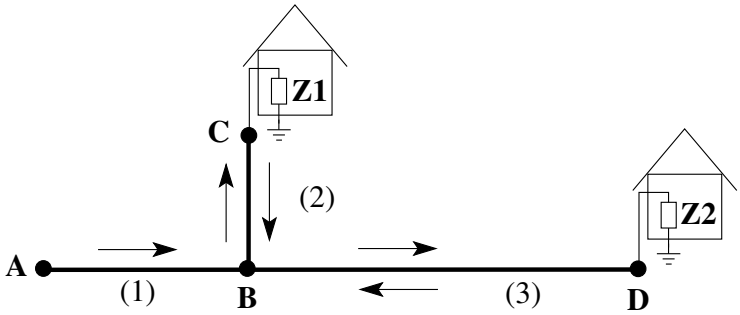
FIG. 1.8 – Profils d'atténuation pour différentes longueurs de ligne

de profils d'atténuation qu'il est possible d'obtenir en fonction de la topologie des lignes rencontrées, ils démontrent bien la dépendance fréquentielle du facteur d'atténuation et la forte atténuation linéique présente sur les lignes électriques. On se rend ainsi compte que sur des lignes de plusieurs centaines de mètres, la transmission de données devient délicate en haute fréquence. Ceci vient justifier l'attribution des fréquences les plus basses aux communications *outdoor* pour lesquelles la transmission du signal est effectuée à l'échelle d'un quartier. Les communications *indoor* se voient par conséquent attribuer les fréquences les plus élevées qui ne peuvent raisonnablement être exploitées que pour des portées de quelques mètres. Comme nous l'avons précisé au paragraphe 1.1.4.2, la frontière entre ces deux bandes de fréquences est fixée à 20 MHz.

$$\gamma(f) \approx \frac{1}{2} \cdot R(f)\sqrt{\frac{C}{L}} + \frac{1}{2} \cdot G(f)\sqrt{\frac{L}{C}} \; + \jmath 2\pi f\sqrt{LC}\,. \tag{1.6}$$

1.2.1.2 Modélisation multitrajet

Dans le cas qui nous intéresse, le support physique de la transmission consiste en un réseau filaire arborescent de longueur très variable comportant des dérivations. Chacune



Chemin direct: $A{-}B{-}D$

Exemples de chemins secondaires:

$A{-}B{-}C{-}B{-}D$ $A{-}B{-}C{-}B{-}C{-}B{-}D$

$A{-}B{-}D{-}B{-}D$ $A{-}B{-}C{-}B{-}D{-}B{-}C{-}B{-}D$

FIG. 1.9 – Propagation multitrajet sur un câble électrique avec une dérivation

de ces dérivations met en jeu une charge dont l'impédance n'est *a priori* pas adaptée à l'impédance caractéristique de la ligne. Le réseau comporte donc un grand nombre de discontinuités sur lesquelles l'onde propagée se réfléchit suivant un certain coefficient de *réflexion*. On assiste à l'apparition d'ondes *rétrogrades* qui constituent des répliques de l'onde incidente principale. De même, toute dérivation de ligne fait intervenir un phénomène de *transmission* qui caractérise le transfert d'une proportion de l'onde propagée d'un tronçon de ligne à un autre. En un point donné du réseau, le signal reçu est ainsi composé de plusieurs versions du signal d'origine, chacune d'entre elles étant caractérisée par un certain retard τ_i et une certaine atténuation complexe C_i due aux effets cumulés des facteurs de réflexions ou de transmissions. La figure 1.9 donne une illustration des différents chemins parcourus par l'onde sur un cas simple de réseau filaire à une seule dérivation. Nous sommes donc confrontés à ce qui est communément appelé une propagation à trajets multiples. Le canal introduit donc des *dispersions temporelles* génératrices d'*interférences intersymboles*.

La réponse du canal peut être décrite simplement par un modèle multitrajet. En considérant un total de N trajets distincts, la réponse impulsionnelle du canal en bande de base s'écrit alors

$$h(t) = \sum_{i=1}^{N} C_i \cdot \delta(t - \tau_i)\,. \tag{1.7}$$

En passant dans le domaine dual par transformée de Fourier, la fonction de transfert du canal s'exprime

$$H(f) = \sum_{i=1}^{N} C_i \cdot e^{2j\pi f \tau_i} = \sum_{i=1}^{N} \underbrace{g_i(f)}_{\text{gain}} \cdot \underbrace{e^{(a_0 + a_1 \cdot f^k) d_i}}_{\text{atténuation}} \cdot \underbrace{e^{j2\pi f \tau_i}}_{\text{retard}}\,. \tag{1.8}$$

Le retard τ_i résulte du temps de propagation du $i^{\text{ième}}$ trajet et peut être évalué en divisant la longueur d_i du trajet par la vitesse de phase ν_i de l'onde. Cette dernière

TAB. 1.2 – Paramètres du canal présenté : propagation à 4 trajets prépondérants

Paramètres d'atténuation		
$k = 1$	$a_0 = 0$	$a_1 = 7,8 \cdot 10^{-10}$

Paramètres multitrajets					
i	$\mathbf{g}_i$	$\mathbf{d}_i$ (m)	**i**	$\mathbf{g}_i$	$\mathbf{d}_i$ (m)
1	0,64	200	3	-0,15	244,8
2	0,38	222,4	4	0,05	267,5

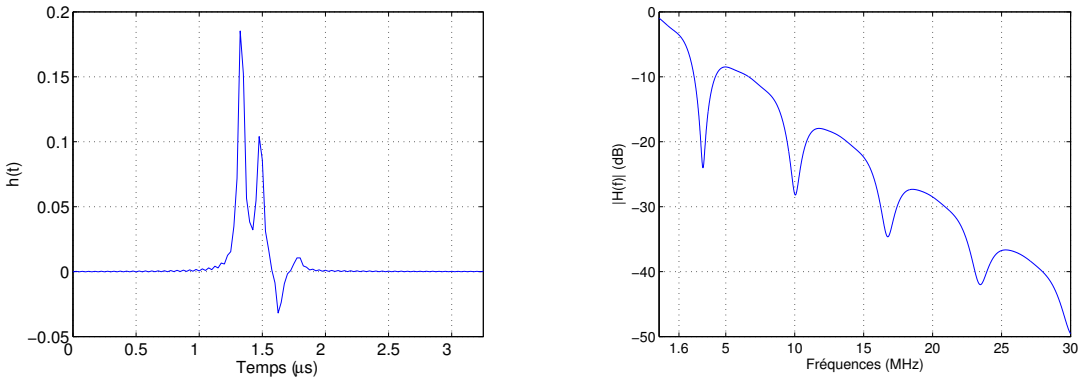


FIG. 1.10 – Exemples de réponses de canal électrique

dépend du type de matériau qui compose la ligne et possède une valeur moyenne de $\sqrt{0,4} \cdot c$, où c est la célérité de la lumière. Le terme d'atténuation est celui développé au pararaphe 1.2.1.1 tandis que le terme de gain est le produit du ou des facteurs de réflexion et de transmission subis par le $i^{\text{ième}}$ trajet. La résultante de l'ensemble des N trajets reçus en un point du réseau consiste donc en une somme pondérée de N phaseurs, dont les contributions vont être tantôt constructives, tantôt destructives, selon leur phase instantanée. Comme tout canal multitrajet, la réponse fréquentielle du canal comporte des évanouissements profonds à certaines fréquences du spectre.

Pour illustrer le comportement du canal, les réponses temporelles et fréquentielles d'un réseau de lignes électriques proposé dans [22] et modélisé selon l'équation (1.8) sont représentées sur la figure 1.10. L'onde transmise sur ce canal se décompose en une onde principale et trois ondes secondaires dues aux *échos* générés par les discontinuités du réseau. Les différents paramètres requis pour l'utilisation de l'équation (1.8) sont listés dans le tableau 1.2. La dispersion temporelle et la sélectivité fréquentielle du canal CPL considéré apparaissent clairement sur les tracés des réponses temporelles et fréquentielles de la figure 1.10.

1.2.1.3 Variations de la réponse du canal

Il est évident que le canal CPL possède une structure physique figée. Cela implique non seulement qu'aucun *effet Doppler* n'est présent sur les lignes électriques, mais aussi

que la réponse d'un réseau donné ne change que si les terminaisons de ligne voient leur impédance changer. Sur l'exemple de réseau simple présenté sur la figure 1.9, cela signifie que la réponse impulsionnelle et la fonction de transfert demeurent inchangées tant que les impédances Z_1 et Z_2 restent les mêmes. De la même manière, les réponses temporelle et fréquentielle de la figure 1.10 changeront uniquement lorsque les valeurs des paramètres g_i du tableau 1.2 varieront.

Les changements d'impédance sont uniquement dus à la mise sous tension, à l'extinction, au branchement ou au débranchement d'appareils sur le réseau. Ils résultent la plupart du temps d'activités manuelles et interviennent par conséquent relativement rarement à l'échelle des communications. Pour ce qui est du réseau *outdoor* notamment, la mise en fonctionnement d'un appareil électrique à l'intérieur d'un bâtiment n'entraîne pas toujours la modification de l'impédance équivalente de ce bâtiment vu de la ligne. Selon le type d'appareil et son emplacement, l'impact sur la modification d'impédance peut souvent être négligée. On retiendra que les impédances équivalentes des terminaisons peuvent restées inchangées pendant plusieurs minutes, voire plusieurs heures [22,29]. Le canal peut par conséquent être considéré constant pendant des périodes temporelles bien supérieures à la durée des symboles d'information transmis. Dans la suite du document, nous ferons donc l'hypothèse d'un canal quasi-statique. Cette propriété lui confère un avantage évident que nous exploiterons dans la troisième partie de ce mémoire.

1.2.1.4 Réponses mesurées

Les points développés précédemment ont permis de mettre en lumière et de comprendre les types de distorsions qu'un signal est susceptible de connaître lors de sa propagation sur les lignes électriques. Pour être exploitée, la modélisation présentée nécessite cependant la connaissance d'une multitude de paramètres bien souvent ignorés. C'est notamment le cas des coefficients k, a_0 et a_1, obtenus de façon empirique et pour lesquels aucune loi statistique n'a été établie. Aussi, dans la suite de notre étude, utiliserons nous les résultats de campagnes de mesures fournis par EDF dans le cadre du projet IDILE. Un jeu de quatre réponses impulsionnelles correspondant à quatre canaux ont été sélectionnées par EDF parmi l'ensemble de leurs mesures pour leur caractère représentatif de cas typiques. Les appellations utilisées pour ces canaux sont *Sintes0a*, *Sintes8a Sintes5b* et *Sintes4*. Sur la figure 1.11, les réponses temporelles et les fonctions de transfert de chacun d'entre eux sont représentées et le tableau 1.3 en résume les caractéristiques. Le classement des réponses a été effectué par ordre croissant de longueur de ligne, ou de façon équivalente, par ordre décroissant de niveau de réception.

La réponse présentant le moins de distorsion est la réponse *Sintes0a*, avec un seul évanouissement fréquentiel profond autour de 14 MHz. L'atténuation fréquentielle est limitée à une dizaine de dB par décade en moyenne, ce qui est moins important que les profils d'atténuation « théoriques » présentés figure 1.8. Ce canal est également celui dont l'étalement des retards est le plus faible, limité à environ 2 μs. Ce comportement s'explique par la proximité des points d'émission et de mesure. Ensuite vient le canal *Sintes8a* présentant le niveau de distorsion le plus élevé des quatre canaux. Sa réponse impulsionnelle est très riche et s'étale sur environ 5 μs. L'atténuation fréquentielle de ce canal reste néanmoins modérée avec une perte équivalente au canal *Sintes0a*. Le canal *Sintes5b* affiche des évanouissements moins marqués que le canal *Sintes8a* et une réponse impulsionnelle n'excédant pas 3 μs. Il est cependant caractérisé par une atténuation fréquentielle de

TAB. 1.3 – Caractéristiques des canaux utilisés

Dénomination	Point de mesure		Distance	
Sintes0a	sortie de poste		< 1 m	
Sintes8a	coffret appartemement		20 m	
Sintes5b	coffret maison		30 m	
Sintes4	Rez-de-chaussée immeuble		160 m	
	Atténuation		Distorsion	Étalement
	relative à *Sintes0a*	fréquentielle	fréquentielle	des retards
Sintes0a	0 dB	≈ 10 dB/dec	faible	≈ 2 μs
Sintes8a	≈ 20 dB	≈ 10 dB/dec	forte	≈ 5 μs
Sintes5b	≈ 30 dB	≈ 20 dB/dec	moyenne	≈ 3 μs
Sintes4	≈ 80 dB	≈ 30 dB/dec	moyenne	$\approx 3 - 4$ μs

l'ordre de 20 dB/dec, soit deux fois plus que les deux canaux précédents. Étant donnée la longueur de ligne, le dernier canal, le canal *Sintes4*, est caractérisé par une atténuation globale bien plus forte que les autres canaux, puisque le niveau moyen de réception est inférieur de 80 dB à celui du canal *Sintes0a*. De plus, il connaît l'atténuation fréquentielle la plus sévère évaluée à environ 30 dB/dec. Le cumul de ces deux atténuations défavorise fortement les hautes fréquences qui voient leur niveau de réception chuter en deçà de -100 dBV. Les échos de la réponse impulsionnelle s'étalent quant à eux sur 3 à 4 μs et la distorsion fréquentielle reste moyenne par rapport aux trois autres canaux considérés.

Par ailleurs, il peut s'avérer utile de disposer de canaux possédant des réponses du même type afin de mener des simulations concernant des systèmes localisés sur une même ligne principale. Trois autres réponses similaires à *Sintes8a*, intitulées *Sintes8b*, *Sintes8c* et *Sintes8d*, ont donc été sélectionnées. La figure 1.12 permet de confronter les réponses des quatre canaux du jeu ainsi constitué. On note les fortes similitudes entre les réponses, notamment entre *Sintes8a* et *Sintes8d* qui sont quasiment identiques à un facteur d'atténuation près.

Les réponses présentées vont être utilisées dans les simulations menées par la suite, en tant qu'échantillons représentatifs du comportement du canal CPL. Le canal *Sintes0a* sera considéré comme un « bon » canal, les canaux *Sintes8a, b, c, d* et *Sintes5b* comme des canaux « moyens », et le canal *Sintes4* comme un « mauvais » canal. Étant donnée l'absence de relation claire concernant l'atténuation linéique des lignes électriques, ces réponses seront souvent normalisées afin d'obtenir des résultats paramétrés par le rapport signal sur bruit (SNR) de réception.

1.2.2 Les différentes sources de bruit

Outre les distorsions apportées par les réponses des canaux sur la forme des signaux propagés sur les lignes électriques, il faut aussi considérer comme élément perturbateur la part de *bruit*, pris au sens large du terme, qui vient s'ajouter à l'énergie utile transmise. À la différence de la plupart des canaux de communications, le bruit présent à l'entrée d'un récepteur CPL ne se réduit pas à la seul contribution du bruit thermique, encore appelé

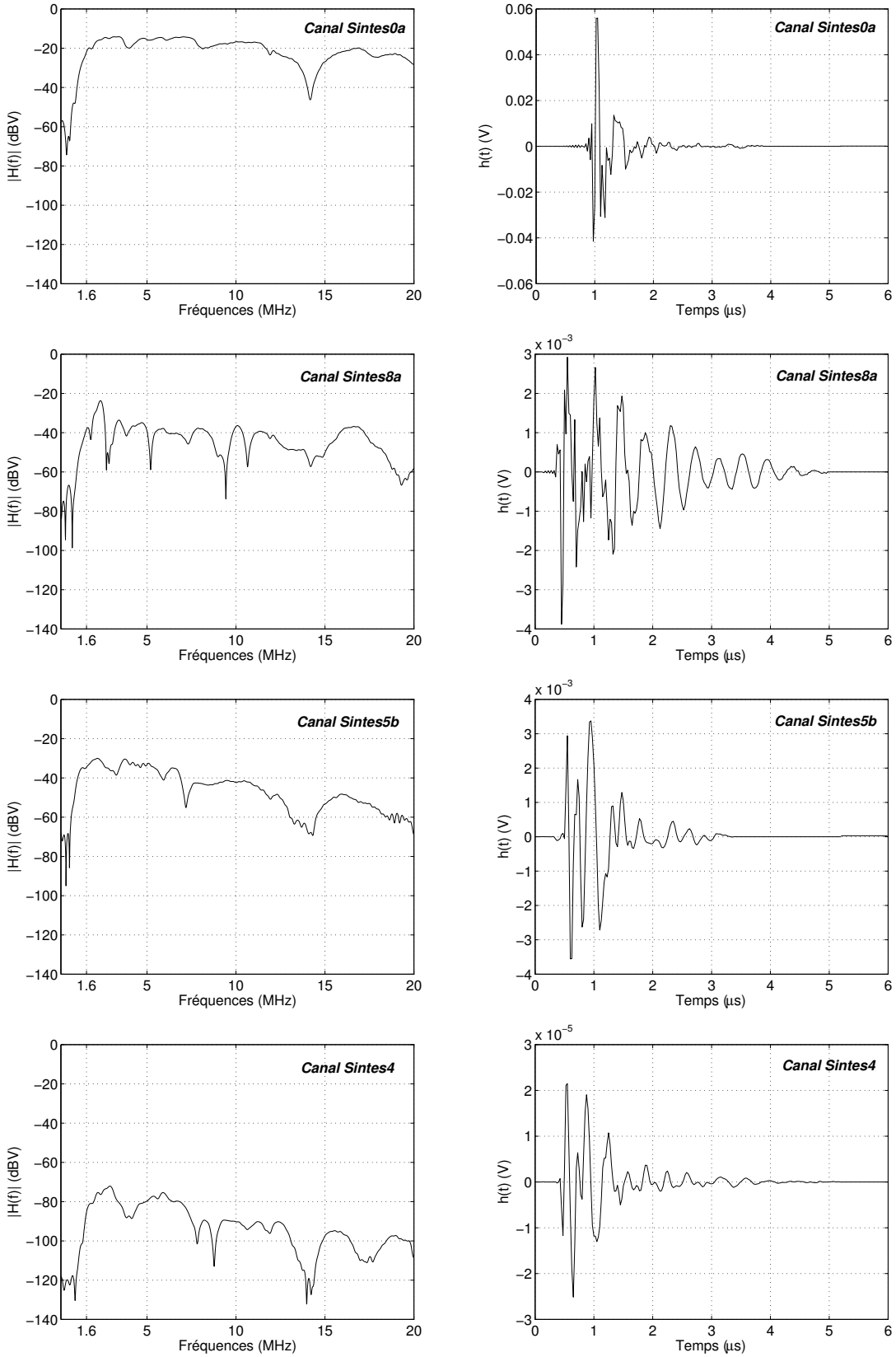


FIG. 1.11 – Réponses du canal électrique pour les quatre canaux sélectionnés : *Sintes0a*, *Sintes8a Sintes5b*, *Sintes4*. À gauche, les fonctions de transfert, à droite les réponses impulsionnelles

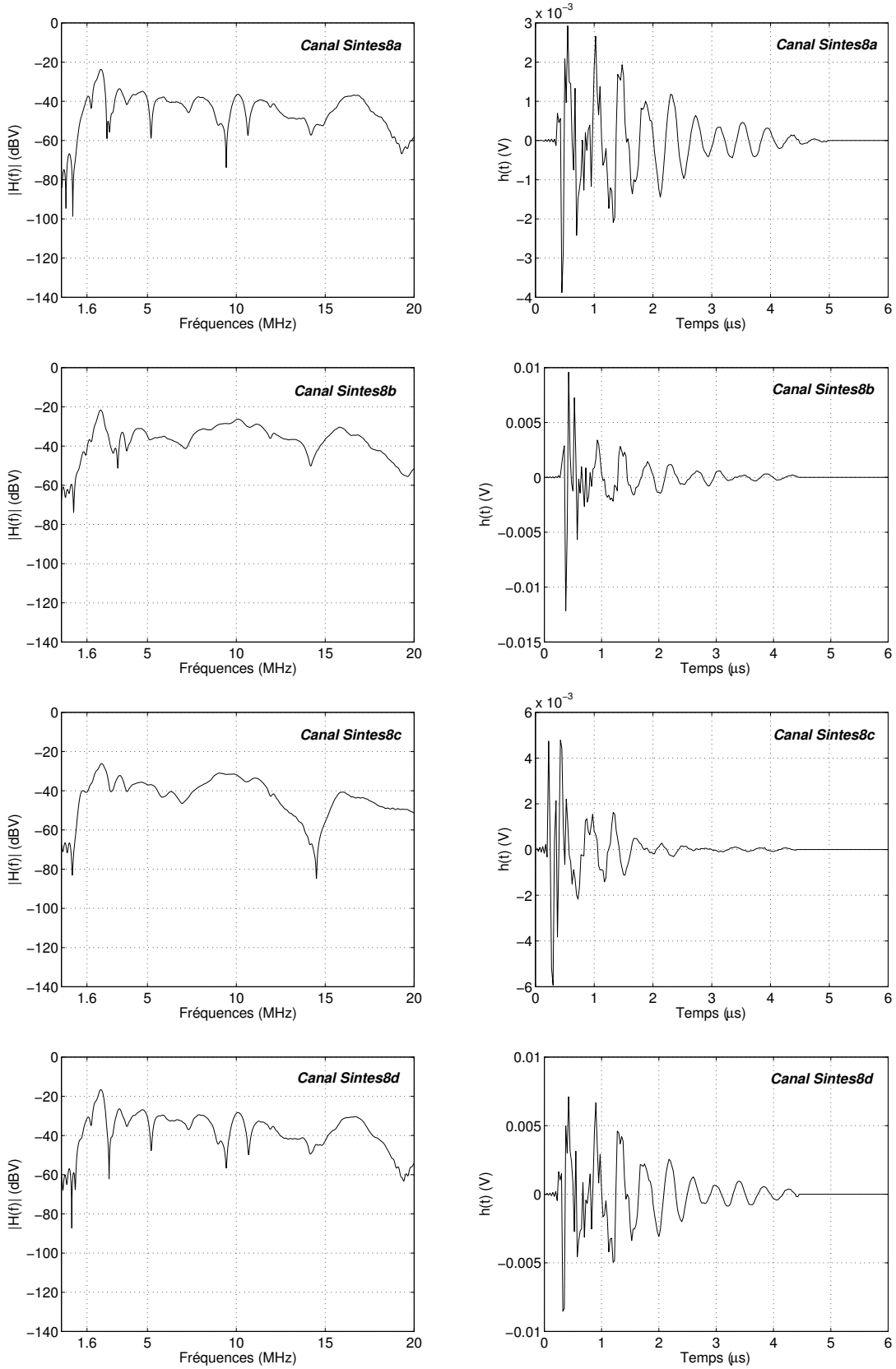


FIG. 1.12 – Réponses du canal électrique en différents points d'une même ligne principale : *Sintes8a*, *Sintes8b*, *Sintes8c* et *Sintes8d*. À gauche, les fonctions de transfert, à droite les réponses impulsionnelles

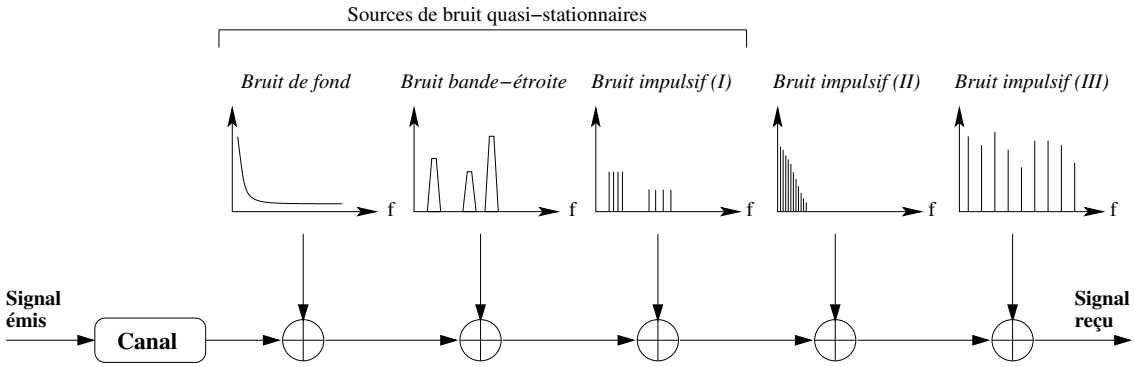


FIG. 1.13 – Ensemble des types de bruits additifs rencontrés sur les lignes électriques

bruit blanc additif gaussien (AWGN — *additive white gaussian noise*) [30]. On doit cette spécificité à la grande variété d'appareils connectés au réseau, ainsi qu'à la multiplicité des perturbations captées par rayonnement. Une description intéressante, donnée dans [29,30], classifie les bruits rencontrés en cinq catégories, suivant leur origine, leur durée, leur occupation spectrale et leur intensité. La représentation schématique de cette classification est donnée sur la figure 1.13. On distingue le bruit de fond, les bruits à bande étroite et trois types de bruits impulsifs. Les mesures disponibles sur ces différentes sources de bruit ont généralement montré que les trois premières sources de bruit demeuraient stationnaires sur des périodes temporelles pouvant s'étendre à plusieurs minutes, voire plusieurs heures. Au contraire, les deux dernières sources de bruit impulsif possèdent des caractéristiques variables en quelques millisecondes.

1.2.2.1 Le bruit de fond

Le bruit de fond présent sur les lignes électriques possède une densité spectrale de puissance relativement basse et décroissante avec la fréquence. Ce type de bruit résulte de la superposition d'une grande variété de sources de bruit de faible intensité présentes dans l'environnement des lignes. Son niveau de puissance varie à l'échelle des minutes voire des heures. Par opposition au bruit blanc qui possède une densité spectrale de puissance uniforme, le bruit de fond rencontré ici est un bruit *coloré* qui affiche une nette dépendance en fréquence principalement dans la partie basse du spectre. Au delà de 2 MHz, cette dépendance s'avère négligeable, et l'on peut considérer que la DSP devient plate. Le niveau moyen relevé par mesure est établi à environ -110 dBm/Hz dans cette zone. À titre comparatif, le niveau de bruit de fond présent sur les paires torsadées du réseau téléphonique est de -140 dBm/Hz, et celui du bruit provenant de l'agitation thermique des électrons est égal à -174 dBm/Hz à 20°C.

1.2.2.2 Les bruits à bande étroite

Les bruits à bande étroite sont le résultat de la captation par les lignes électriques des émissions de radiodiffusion. Il s'agit donc de *brouilleurs* persistants qui apparaissent souvent sous la forme d'un signal sinusoidal modulé en amplitude et occupent les sous-bandes correspondant aux diffusions grandes et moyennes ondes. Leur amplitude varie lentement

au cours de la journée et devient plus importante la nuit lorsque les propriétés de l'atmosphère sont les plus propices à la réflexion des ondes. La plupart du temps, leur niveau de DSP dépasse celle du bruit de fond de plusieurs dizaines de décibels.

1.2.2.3 Les bruits impulsifs

Parmi l'ensemble des sources de bruits, c'est de loin les bruits de type impulsif qui sont les plus défavorables aux communications sur les lignes électriques. Dans la classification qui est proposée, on distingue trois types de bruits impulsifs selon qu'ils sont périodiques ou apériodiques, synchrones ou asynchrones à la fréquence principale, à savoir 50 ou 60 Hz [29].

A- ***Type (I)***

Il s'agit du bruit impulsif *périodique asynchrone*. Les impulsions qui le composent ont généralement une fréquence de répétition comprise entre 100 et 200 kHz. Dans le domaine fréquentiel, ces impulsions apparaissent donc sous la forme de raies spectrales espacées de la fréquence de répétition. Ce type de bruit est le plus souvent engendré par les blocs d'alimentation rencontrés dans beaucoup d'équipements domestiques d'aujourd'hui. À cause de la forte occurence des impulsions, les fréquences occupées sont proches et constituent des groupements de raies qui peuvent être assimilées à une forme de bruit à bande étroite. Leur puissance est cependant bien plus faible que celle des bruits engendrés par les activités de radiodiffusion, voire parfois à peine supérieure au niveau du bruit de fond.

B- ***Type (II)***

Le bruit impulsif de type II est un bruit *périodique synchrone*. Il est composé d'impulsions synchrones à la fréquence principale du réseau avec un taux de répétition de 50 ou 100 Hz. Ces impulsions ont une durée courte de l'ordre de la microseconde et ont une DSP qui décroit avec la fréquence. Elles sont pour l'essentiel induites par les redresseurs de tension présents au sein des blocs d'alimentation à tension continue et par les appareils utilisant des triacs ou des thyristors tels que les variateurs de lumière.

C- ***Type (III)***

Le dernier type de bruit impulsif, appelé bruit *asynchrone*, est incontestablement le plus énergétique des trois. Par conséquent, il affecte sérieusement la qualité des communications sur les lignes électriques, même quand des techniques de modulation robustes sont exploitées. Les impulsions qui le caractérisent sont induites par l'étincelle provoquée à la commutation d'appareils sur le réseau. Elles interviennent donc de manière aléatoire, selon le type d'environnement dans lequel se trouve le réseau. La durée des impulsions peut varier de plusieurs microsecondes à quelques millisecondes et leur DSP peut dépasser de près de 50 dB celle du bruit de fond. On comprend qu'avec de telles caractéristiques, les bruits impulsifs asynchrones soient la principale source de *paquets d'erreurs* dans la transmission de données numériques sur les lignes électriques. Cependant, de récentes campagnes de mesures ont révélé que ces impulsions avaient un taux d'apparition relativement faible. En environnement peu perturbé comme un quartier résidentiel par exemple, le temps pendant

lequel ces impulsions apparaissent reste en effet bien inférieur en moyenne à 0,05 % du temps d'observation. En zone industrielle, considéré comme un environnement très perturbé, le taux d'apparition des impulsions atteint à peine 1 %. Autrement dit, dans le pire des cas, la transmission n'est pas du tout affectée par le bruit impulsif synchrone pendant 99 % du temps. Cette donnée se veut rassurante, compte tenu du fait que la période temporelle pendant laquelle interviennent de telles impulsions entraîne généralement la perte des données transmises, et ce malgré le recours à des techniques sophistiquées de correction d'erreurs. Dans ce cas, la technique classiquement utilisée consiste à retransmettre ces données erronnées, ce qui a pour conséquence de diminuer le débit de transmission.

1.3 Conclusion

Ce premier chapitre nous a donné l'occasion de nous familiariser avec le sujet de l'étude, et de présenter l'état de l'art sur les communications par courant porteur. La structure arborescente de la boucle locale électrique, siège du système étudié, a naturellement amené à définir des liaisons de type point-à-multipoint et à envisager une structure multicellulaire du réseau. Un état des lieux des techniques étudiées et utilisées pour les communications CPL a par ailleurs révélé que l'OFDM et l'étalement de spectre sont largement employés dans les systèmes actuels. L'étude menée ici ouvre donc des perspectives supplémentaires en envisageant la combinaison de ces deux techniques. Nous avons également mis l'accent sur le fait qu'aucune norme spécifique n'encadre aujourd'hui le développement des systèmes CPL. Malgré cela, il est convenu qu'un système *outdoor* comme le nôtre puisse exploiter la bande [0–20] MHz dans la limitation d'un certain masque de puissance qui reste encore à clairement définir.

Dans un second temps, nous nous somme attardés sur la caractérisation du canal de propagation et la présentation des mesures de canaux utilisées dans la suite de l'étude. On retient alors principalement que le canal CPL possède une forte atténuation linéique et fréquentielle et qu'il engendre des dispersions temporelles provoquant des évanouissements profonds dans la bande [0–20] MHz. Par ailleurs, il apparaît que la réponse du canal peut être considérée comme quasi-statique à l'échelle des communications, caractéristique qui sera largement mise à profit dans la troisième partie du document. Enfin, l'étude du contexte de bruit a montré que les lignes électriques connaissent un bruit de fond de niveau élevé, à savoir -110 dBm/Hz, et qu'elles sont perturbées par des brouilleurs à bande étroite et par différents types de bruits impulsifs imprévisibles.

Chapitre 2

Spécifications du système

Ce deuxième chapitre est dédié au choix du système mis en œuvre et à son dimensionnement. Comme cela a été annoncé dans la partie introductive de ce document, l'étude qui est menée ici utilise comme trame de fond la mise en place de communications CPL combinant les techniques de modulations multiporteuses et d'étalement de spectre. Aussi profite-t-on de ce deuxième chapitre pour décrire le fonctionnement et les principes de ces techniques hybrides. Nous allons commencer par rappeler le principe de l'OFDM, qui constitue le dénominateur commun aux techniques qui nous intéressent. Dans un second temps, nous introduirons la notion d'étalement de spectre que nous combinerons à l'OFDM pour obtenir les techniques hybrides utilisées par la suite. La seconde partie du chapitre sera consacrée aux choix effectués dans le cadre des spécifications du système étudié. Nous chercherons à organiser les échanges d'informations dans le réseau ainsi qu'à dimensionner le système de transmission choisi. A l'issue de ce chapitre sera alors présentée la chaîne de communications numériques mise en œuvre dans cette étude.

2.1 Description des techniques de transmission potentiellement utilisées

Depuis leur développement au début des années 1990, les techniques combinant l'OFDM et l'étalement de spectre ont fait l'objet d'un grand nombre de travaux qui ont permis d'en avoir aujourd'hui une connaissance détaillée. Les paragraphes qui suivent constituent une synthèse des connaissances nécessaires à la suite de l'étude et n'ont pas la prétention de traiter le sujet de manière exhaustive. Pour davantage de détails, le lecteur pourra donc se reporter aux références [31, 32, 33, 34] qui ont été utiles à l'élaboration de ce chapitre.

2.1.1 Les modulations multiporteuses

2.1.1.1 Principes de l'OFDM

Le concept de modulation multiporteuse a pour origine celui de multiplexage fréquentiel, connu sous l'acronyme anglais FDM pour *frequency division multiplex*. Il est proposé pour la première fois dans les années 1950 par Doeltz et coll. [35], mais ne sera réellement exploité qu'une quarantaine d'années plus tard, après diverses améliorations. La figure 2.1 vient illustrer les explications qui vont suivre en donnant un exemple de représentations temporelles et fréquentielles de signaux mono- et multiporteuses.

Le principe de modulation multiporteuse repose sur la parallélisation en fréquence de l'information à transmettre. Les données, de débit initial $1/T_d$ élevé, sont réparties sur plusieurs sous-canaux fréquentiels élémentaires modulés à bas débit, les *sous-porteuses*. Si N est le nombre de sous-porteuses utilisées, les symboles transmis par chacune d'elles ont une durée $T_s = NT_d$, si bien que le débit global du signal obtenu reste identique à celui d'une modulation monoporteuse. Dans le domaine temporel, le signal obtenu se décompose en symboles de durée T_s résultant de la superposition de N signaux sinusoidaux de fréquences différentes. En augmentant suffisamment le nombre de sous-porteuses, la durée des symboles peut être rendue bien supérieure à l'étalement des retards de la réponse impulsionnelle, ce qui tend à minimiser les effets d'interférence entre symboles (ISI — *intersymbol interference*). Dans le domaine fréquentiel, les distorsions du signal introduites par le canal sont de cette manière limitées puisque chaque sous-bande devient suffisamment étroite pour considérer la réponse du canal comme plate localement.

Naturellement, un tel système ne peut fonctionner de façon avantageuse que si l'on empêche l'apparition de toute interférence entre porteuses (ICI — *intercarrier interference*). Les premiers systèmes FDM proposés préconisent alors de limiter le recouvrement entre les sous-porteuses en les espaçant de la bande occupée par chacune d'entre elles. Cette répartition n'est clairement pas intéressante en terme d'efficacité spectrale et conduit à l'occupation d'une bande fréquentielle souvent deux fois plus élevée que dans le cas d'un système à une seule porteuse. Une façon plus astucieuse de former le multiplex fréquentiel consiste à recouvrir les spectres des sous-porteuses en s'assurant que celles-ci constituent une base de fonctions orthogonales. Ce recouvrement *contrôlé*, permet d'aboutir à une occupation optimale du spectre. C'est dans les années 1960 que sont mises en évidence ces propriétés d'orthogonalité et qu'apparaît la dénomination OFDM (orthogonal FDM) [36]. Ces propriétés constituent en fait une extention du premier critère de Nyquist, absence d'ISI, au domaine fréquentiel, absence d'ICI [37]. L'orthogonalité des fonctions de base est directement liée à la fonction de *mise en forme* utilisée comme support temporel des symboles de modulation [36]. Parmi les nombreuses possibilités proposées dans la littérature [38], la fonction porte s'avère être la plus fréquemment employée pour sa simplicité de mise en oeuvre. Elle correspond à un fenêtrage rectangulaire des symboles d'une durée T_s et engendre un spectre en sinus cardinal pour chacune des sous-porteuses du signal généré. On montre alors que l'espacement minimal entre deux porteuses adjacentes qui permet de conserver l'orthogonalité entre celles-ci est $\Delta_f = 1/T_s$. La figure 2.1 illustre les conditions d'orthogonalité tant dans le domaine temporel que dans le domaine fréquentiel. Dans la suite, la fonction porte sera utilisée comme fonction de mise en forme.

Sur la figure 2.1, il apparaît clairement qu'à débit identique, la bande occupée est quasiment la même pour les deux systèmes, en considérant qu'un filtrage de Nyquist de facteur de retombée nul est mis en œuvre pour le système à porteuse unique. Cette propriété s'affirme d'autant plus que le nombre de sous-porteuses est élevé, situation pour laquelle le spectre OFDM tend vers une fonction rectangulaire de largeur $N/T_s = 1/T_d$ [32]. De manière générale, le signal OFDM comporte un spectre à forte décroissance sur les bords de la bande $B = (N+1)/T_s$, mais n'en reste pas moins à bande infinie[(1)]. Il est donc souvent nécessaire de limiter la contribution hors bande des lobes secondaires par filtrage passe-bas. Selon la sévérité du filtre, une telle opération introduit une distorsion plus ou moins importante des sous-porteuses localisées en bordure de spectre, distorsion visible

[(1)] Rappelons que la fonction porte est utilisée ici comme fonction de mise en forme.

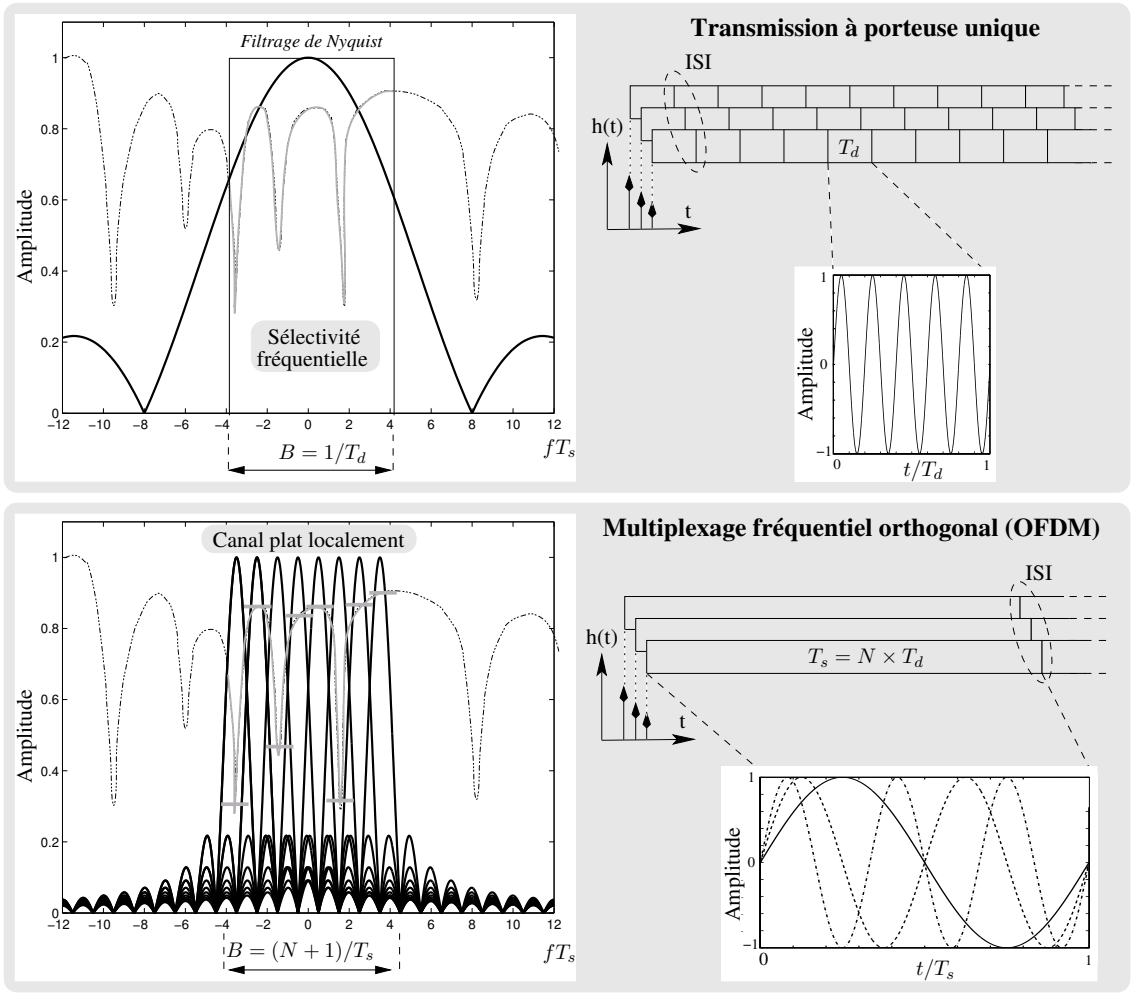


FIG. 2.1 – Principes de l'OFDM

dans le domaine temporel par l'apparition d'ISI. Même si ces perturbations restent mineures comparées à celles engendrées par le canal de propagation, une solution permettant de limiter leur influence consiste à ne rien émettre sur quelques sous-porteuses de chaque côté du spectre. L'extinction de ces sous-porteuses, appelées *sous-porteuses de garde*, permet d'obtenir exactement le spectre désiré au prix d'une légère perte d'efficacité spectrale.

L'extinction de sous-porteuses est en réalité envisageable à n'importe quel endroit du spectre OFDM et permet d'adapter le spectre généré à un gabarit donné. Cette souplesse de gestion du spectre est un atout supplémentaire de l'OFDM. De manière plus générale, il est tout à fait envisageable d'attribuer à des sous-porteuses distinctes des symboles provenant de modulations différentes transmis avec des puissances différentes. L'intérêt est encore une fois d'adapter le signal émis au canal de propagation, sous réserve d'avoir la connaissance de celui-ci dès l'émission. Ce principe, dit de *modulation adaptative*, sera abordé en détail dans la troisième partie de ce document.

2.1.1.2 Le signal OFDM

Le signal OFDM est constitué de N sous-porteuses de fréquence $f_k = f_0 + k\Delta_f$, $k \in [0 : N-1[$, utilisées pour la transmission en parallèle de N symboles, notés x_k. Les symboles x_k sont des éléments complexes prenant leur valeur dans un alphabet fini correspondant à une modulation numérique donnée, comme par exemple une modulation de phase. En utilisant la fonction porte $\Pi(t)$ comme fonction de mise en forme, on rappelle que les critères d'orthogonalité introduits précédemment conduisent à $\Delta_f = 1/T_s$. L'expression normalisée du signal OFDM généré durant l'intervalle $[0 : T_s[$ est alors donné par

$$s(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} \Re\left\{ x_k \, \Pi(t) \, e^{\jmath 2\pi \left(f_0 + \frac{k}{T_s}\right) t} \right\} . \tag{2.1}$$

En posant f_c la fréquence centrale du signal, soit $f_c = f_0 + N/2T_s$, on obtient

$$s(t) = \Re\left\{ \Pi(t) \, e^{\jmath 2\pi f_c t} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{x_k}{\sqrt{N}} \, e^{\jmath 2\pi \left(k - \frac{N}{2}\right) \frac{t}{T_s}} \right\} , \tag{2.2}$$

qui peut encore s'exprimer par

$$s(t) = \Re\left\{ \tilde{s}(t) \, \Pi(t) \, e^{\jmath 2\pi f_c t} \right\} , \tag{2.3}$$

où $\tilde{s}(t)$ est l'enveloppe complexe du signal $s(t)$ avant fenêtrage par la fonction porte. Son spectre étant limité à l'intervalle $[-N/2T_s : N/2T_s]$, le signal $\tilde{s}(t)$ peut être échantillonné à une fréquence $f_e = N/T_s$ sans qu'il n'y ait de repliement spectral. Les échantillons obtenus après échantillonnage ont pour expression

$$\begin{aligned} \tilde{s}_n &= \sum_{k=0}^{N-1} \frac{x_k}{\sqrt{N}} \, e^{\jmath 2\pi \left(k - \frac{N}{2}\right) \frac{n}{N}} \\ &= (-1)^n \underbrace{\sum_{k=0}^{N-1} \frac{x_k}{\sqrt{N}} \, e^{\jmath 2\pi \frac{kn}{N}}}_{\mathrm{DFT}^{-1}} . \end{aligned} \tag{2.4}$$

Ce résultat met en évidence que le signal peut être facilement généré en utilisant une transformation de Fourier discrète inverse (DFT, *discrete fourier transform*). À la réception, une transformation de Fourier discrète directe des échantillons reçus est réalisée de la même manière pour retrouver les symboles émis. Notons que les algorithmes de transformée de Fourier rapide directe et inverse (FFT, IFFT — fast fourier transform, inverse fast fourier transform) disponibles aujourd'hui permettent une mise en oeuvre efficace des TFD au sein de plateformes de prototypage à base de processeurs de signaux et de boitiers programmables. La multiplication par $(-1)^n$ effectue un recentrage du spectre autour de la fréquence nulle afin d'obtenir la représentation en bande de base du signal émis. En sortie de IFFT, c'est donc le signal analytique OFDM en première fréquence intermédiaire qui est récupéré, c'est-à-dire le signal analytique calculé pour $f_c = 0$. Une écriture matricielle de ce signal analytique conduit finalement à

$$\boldsymbol{s} = \boldsymbol{F}^{-1} \boldsymbol{x} , \tag{2.5}$$

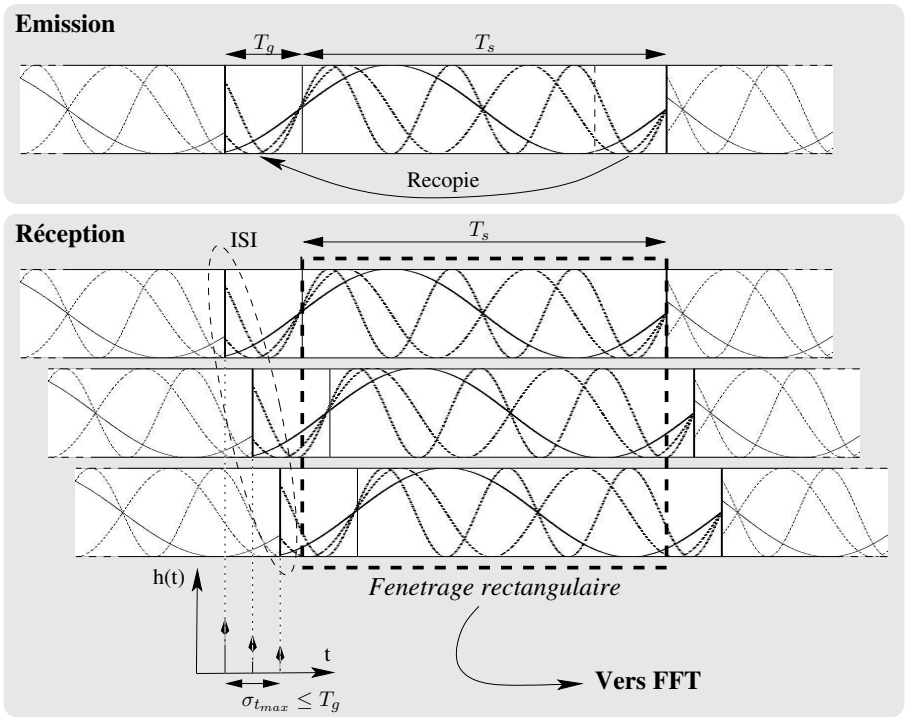


FIG. 2.2 – Fonctionnement de l'intervalle de garde ou préfixe cyclique

où $\boldsymbol{s} = [s_0\, s_1\, \cdots\, s_{N-1}]^T$ est le vecteur d'échantillons temporels du symbole OFDM, $\boldsymbol{x} = [x_0\, x_1\, \cdots\, x_{N-1}]^T$ est le vecteur de symboles de modulations émis sur chaque sous-porteuse, et enfin $\boldsymbol{F}$ est la matrice de Fourier de dimensions $N \times N$ définie par

$$\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & e^{-\frac{\jmath 2\pi}{N}} & \cdots & e^{-\frac{\jmath 2\pi(N-1)}{N}} \\ \vdots & & & \vdots \\ 1 & e^{-\frac{\jmath 2\pi(N-1)}{N}} & \cdots & e^{-\frac{\jmath 2\pi(N-1)^2}{N}} \end{bmatrix}. \tag{2.6}$$

On rappelle que cette matrice est unitaire et donc $\boldsymbol{F}^{-1} = \boldsymbol{F}^H$.

2.1.1.3 Insertion d'un intervalle de garde

Au paragraphe 2.1.1.1, nous avons vu que l'ISI pouvait être asymptotiquement limitée en augmentant indéfiniment la durée T_s des symboles OFDM. En pratique, une telle méthode ne peut être envisagée en raison des limites imposées par le temps de cohérence du canal. Par conséquent, on a le plus souvent recours à l'utilisation d'un *intervalle de garde*. L'intervalle de garde constitue un laps de temps pendant lequel aucune donnée *utile* n'est émise. Inséré en tant que préfixe de chaque symbole OFDM, son rôle est d'absorber l'ISI, pour peu que sa durée T_g soit choisie supérieure ou égale à l'étalement maximal des retards τ_{max} de la réponse impulsionnelle. Notons qu'après son insertion, l'espacement entre les sous-porteuses est toujours égal à $1/T_s$, alors que la durée des symboles OFDM est augmentée à $T_s + T_g$, entraînant par là la perte d'orthogonalité entre les sous-porteuses

à l'émission. Il est pourtant crucial de disposer de cette orthogonalité en *réception*, afin de retrouver les symboles émis sans que ceux-ci ne soient affectés d'ICI. Au niveau du récepteur, la condition d'orthogonalité entre les différentes sous-porteuses sera restaurée si durant la fenêtre rectangulaire de durée T_s, chacun des signaux sinusoidaux composant le symbole OFDM comprend un nombre entier de périodes même en présence d'un canal dispersif en temps. Le fenêtrage est facilement réalisé en supprimant l'intervalle de garde avant de procéder à la FFT ; le nombre entier de périodes est obtenu en choisissant judicieusement l'intervalle de garde comme une recopie de la fin du symbole OFDM auquel il est rattaché. La figure 2.2 reprend ces propos de façon schématique en donnant l'image des signaux OFDM émis et reçus après passage à travers un canal dispersif en temps.

Le principe de recopie appliqué à l'intervalle de garde lui vaut souvent l'appellation de *préfixe cyclique*. Son utilisation est une solution astucieuse permettant non seulement d'annuler toute ISI mais aussi de garantir l'absence d'ICI à l'entrée de la FFT. Nous verrons que ces propriétés de cyclicité peuvent par ailleurs être exploitées pour la synchronisation temporelle du signal OFDM (cf. chapitre 4). L'inconvénient d'un tel procédé est qu'il s'accompagne d'une perte d'efficacité spectrale évidente, l'énergie dépensée pour l'émission du préfixe n'étant pas exploitée pour transmettre de l'information utile. Cette perte s'évalue à $T_s/(T_s + T_g)$ et le dimensionnement des symboles doit tendre à la minimiser.

2.1.2 Les modulations multiporteuses à spectre étalé

2.1.2.1 Principe de l'étalement de spectre

Les techniques d'étalement de spectre doivent leur apparition aux travaux de Wiener et Shannon qui, dans les années 1940, ont grandement contribué au développement de la théorie de l'information. Tout d'abord destinées aux communications numériques sécurisées telles que les télécommunications militaires [39], les techniques d'étalement de spectre sont peu à peu devenues d'un grand intérêt pour les applications grand public. Récemment, elles ont été retenues dans différents standards tels que IS-95, UMTS et IEEE 802.11. Le principe de l'étalement de spectre se justifie par la relation de Shannon qui décrit la dépendance qui entre la quantité maximale d'information C qu'il est possible de transmettre sans erreur sur un canal donné, la largeur de bande B de ce canal perturbé par un bruit blanc additif gaussien, et enfin le rapport de puissance P_s/P_b entre le signal et le bruit. Cette relation bien connue s'écrit

$$C = B \cdot \log\left(1 + \frac{P_s}{P_b}\right) . \tag{2.7}$$

D'après cette équation, on comprend qu'un système donné pourra transmettre une quantité d'information C avec une puissance d'émission d'autant plus faible que la bande utilisée sera large. C'est l'idée maîtresse des systèmes à étalement de spectre, pour lesquels le signal est émis sur une bande fréquentielle largement supérieure à celle du signal utile et avec une densité spectrale de puissance réduite, souvent inférieure à celle du bruit de fond.

Pour réaliser l'opération d'étalement, différents procédés peuvent être mis en œuvre, comme l'étalement par séquence directe, par saut de fréquence, par saut dans le temps ou enfin par balayage fréquentiel [40]. A l'exception du dernier, tous ces procédés ont recours

a l'utilisation de *séquences pseudo-aléatoires*, aussi appelées *signatures*. Parmi toutes ces techniques, nous allons nous intéresser plus particulièrement à l'étalement par séquence directe qui est employé, entre autres, dans les systèmes multiporteuses à spectre étalé. Cette technique consiste à multiplier le message d'information numérique par un code pseudo-aléatoire dont le débit numérique est supérieur à celui du message. De manière générale, chaque élément du code, appelé bribe ou *chip*, prend sa valeur dans un alphabet fini de valeurs complexes, même si la plupart des codes utilisés sont des codes binaires de valeurs $\{-1, +1\}$. En notant T_d la durée d'un symbole d'information, et T_c celle d'un *chip* de la séquence, la largeur de bande $B = 1/T_c$ occupée par le signal émis est beaucoup plus importante que celle occupée par le message à transmettre $B_u = 1/T_d$. Le rapport entre ces deux largeurs de bande définit le gain d'étalement G

$$G = \frac{B}{B_u} = \frac{T_s}{T_c} = L\,, \tag{2.8}$$

où L est la longueur, en nombre de *chips*, des codes d'étalement utilisés. La DSP du signal émis est donc atténuée de ce même facteur G, rendant la communication relativement discrète. En réception, une opération de corrélation entre le signal reçu et une réplique synchrone du code d'étalement utilisé en émission permet de restituer le message d'information. Autrement dit, le processus de désétalement consiste à réitérer l'opération d'étalement sur le message reçu. La mise en œuvre des fonctions de synchronisation est facilitée par le choix judicieux de codes ayant de bonnes propriétés d'autocorrélation [41].

Parmi les nombreux avantages des systèmes à étalement de spectre [39], citons leur grande robustesse vis-à-vis des brouilleurs à bande étroite qui se retrouvent étalés en réception et voient leur DSP affaiblie du facteur G. Un autre atout réside dans leur faible probabilité d'interception, l'information transmise ne pouvant être décodée que par les utilisateurs possédant une réplique synchrone de la séquence d'étalement utilisée à l'émission. Mais la propriété la plus exploitée aujourd'hui est sans nul doute la possibilité de mettre en œuvre des techniques d'accès multiple par répartition de codes (CDMA — code division multiple access). En effet, en utilisant des séquences d'étalement différentes, il est possible d'émettre simultanément et dans la même bande de fréquences plusieurs flux d'information pouvant appartenir à des utilisateurs distincts. La séparation des flux d'information se faisant dans le domaine des codes, l'intercorrélation entre deux codes quelconques doit être la plus faible possible, à savoir proche de zéro. La littérature met à disposition une grande variété de familles de codes d'étalement ayant de bonnes propriétés d'intercorrélation et d'autocorrélation [42]. Dans le cas de communications synchrones, c'est-à-dire lorsque l'ensemble des séquences d'étalement sont émises en même temps, les performances optimales peuvent être obtenues par l'utilisation de codes orthogonaux[(2)], tels que les codes de type OVSF (orthogonal variable spreading factor), les codes de Walsh-Hadamard, ou encore les séquences complémentaires de Golay. Pour des communications asynchrones, on a recours à l'utilisation de séquences non-orthogonales présentant un bon compromis entre de bonnes propriétés d'autocorrélation *et* d'intercorrélation. On peut notamment citer les codes de Gold, Kasami, Zadoff-Chu, etc. D'autres critères, tels que le facteur de crête, le nombre de séquences, ou encore l'interférence d'accès multiple, peuvent être déterminants pour le choix de ces codes [34].

[(2)] Appliqué aux codes, le terme d'orthogonalité définit une décorrélation parfaite entre deux séquences non décalées en temps.

En notant $\boldsymbol{c}_k = [c_{1,k}\ c_{2,k}\ \cdots\ c_{L,k}]^T$ la séquence d'étalement de longueur L utilisée pour transmettre le $k^{\text{ième}}$ flux, on construit la matrice d'étalement $\boldsymbol{C} = [\boldsymbol{c}_1\ \boldsymbol{c}_2\ \cdots\ \boldsymbol{c}_K]$ de taille $L \times K$, avec K le nombre de flux transmis simultanément. Soit $\boldsymbol{x} = [x_1\ x_2 \cdot x_K]$ le vecteur de symboles à transmettre, le signal généré après étalement de spectre, exprimé en bande de base s'écrit alors,

$$\boldsymbol{s} = \frac{1}{\sqrt{L}}\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}\,. \tag{2.9}$$

Notons que le facteur de normalisation permet d'assurer que l'opération d'étalement ne modifie pas la puissance du signal. Le système associé à cette forme d'onde est connu sous la dénomination DS-SS (direct sequence spread spectrum). Lorsque les codes sont utilisés pour multiplexer les données de différents utilisateurs, on parle plus précisément de DS-CDMA. Le nombre K de flux correspond alors au nombre U d'utilisateurs. La souplesse de multiplexage offerte par l'étalement de spectre est largement exploitée dans les systèmes hybrides présentés dans le paragraphe qui suit.

Enfin, notons qu'il est possible d'attribuer à chaque séquence d'étalement des symboles provenant de modulations différentes avec des puissances différentes. Ce principe, en pratique que très rarement exploité, est similaire à celui de modulations adaptatives en OFDM, à la seule différence que les symboles sont cette fois *portés* par les codes et non par les sous-porteuses. Nous reviendrons sur ce thème dans la dernière partie de ce mémoire.

2.1.2.2 Combinaisons avec l'OFDM

L'utilisation conjointe de l'OFDM et de l'étalement de spectre peut donner lieu à un grand nombre de variantes, regroupées sous l'appellation générique MC-SS (multicarrier spread spectrum) [31]. Dans la présentation qui est faite ici, seuls les cas où l'étalement des données est effectué *avant* l'opération de FFT sont abordés[(3)]. Ainsi, quelle que soit la combinaison envisagée, le signal généré est avant tout un signal à porteuses multiples et il hérite en cela des propriétés de l'OFDM. Les symboles MC-SS émis ont notamment la même structure que tout symbole OFDM *classique*, les différentes sous-porteuses vérifiant la propriété d'orthogonalité. Le principe de préfixe cyclique est classiquement exploité dans les systèmes MC-SS. En considérant l'émission de M symboles successifs sans ajout de préfixe, l'équation générique permettant d'exprimer le signal MC-SS analytique en sortie du modulateur hybride peut s'écrire,

$$\underset{N \times M}{\boldsymbol{S}} = \underset{N \times N}{\boldsymbol{F}}\ \underset{N \times N'}{\boldsymbol{D}}\ \underset{N' \times M}{\boldsymbol{\mathcal{M}}} \tag{2.10}$$

où $\boldsymbol{S}$ est la matrice des M symboles MC-SS émis, composés chacun de N échantillons temporels. $\boldsymbol{\mathcal{M}}$ est la matrice regroupant l'ensemble des données de chaque utilisateur u, $u \in [1;U]$, transmis pendant ces M symboles. Enfin, $\boldsymbol{D}$ est une matrice de distribution utilisée pour répartir les données sur la grille fréquentielle. Il s'agit d'une matrice de permutation, c'est-à-dire qu'un élément $d_{i,j}$ de cette matrice vaut 1 si les éléments de la $j^{\text{ième}}$ colonne de $\boldsymbol{\mathcal{M}}$ doivent être émis sur la $i^{\text{ième}}$ sous-porteuse. La distribution des données

[(3)] L'application de l'étalement après la modulation multiporteuse conduit à des systèmes de type MT-CDMA (multitone CDMA) proposés dans [43] qui ne seront pas étudiés ici.

TAB. 2.1 – Liste des acronymes utilisés pour spécifier les différents modes de multiplexage exploités par les différents systèmes hybrides présentés

Dimension		Mode de multiplexage des utilisateurs	Mode de multiplexage des données
Temps		TDMA	TDM
Fréquence		FDMA	FDM
Code	*étalement fréquentiel*	F-CDMA	F-CDM
	étalement temporel	T-CDMA	T-CDM
Bloc		BDMA	BDM

peut répondre à une procédure de répartition aléatoire des données — entrelacement fréquentiel, saut de fréquence [44] — ou bien à une politique de répartition adaptée au canal — modulations adaptatives (cf. partie III). Par ailleurs, la présence de sous-porteuses de garde ou de sous-porteuses nulles est possible lorsque $N > N'$. La matrice $\boldsymbol{D}$ comporte alors une ligne de zéros à l'emplacement de ces sous-porteuses. Rappelons enfin que $\boldsymbol{F}$ est la matrice de Fourier définie en (2.6).

La matrice $\boldsymbol{\mathcal{M}}$ est le résultat de l'étalement des symboles de constellation de chaque utilisateur. Selon la structure donnée à cette matrice, il est possible de répartir l'information de manières différentes dans le repère *temps-fréquences-codes*. Chaque ordonnancement, encore appelé *chip mapping*, permet d'obtenir une combinaison différente des systèmes à modulations multiporteuses et à étalement de spectre. Ces combinaisons se différencient par leur mode de multiplexage entre utilisateurs, ou mode d'accès multiutilisateur, et leur mode de multiplexage des données de chaque utilisateur. Les acronymes que nous allons utiliser pour décrire les différents systèmes sont regroupés dans le tableau 2.1. Notons que pour tout multiplexage par le code, les lettres F et T adjointes au sigle précisent la dimension dans laquelle est réalisée l'étalement de l'information. Comme nous nous intéressons aux modulations multiporteuses *à spectre étalé*, la composante CDM(A) sera bien entendu présente dans chacune des combinaisons obtenues, soit pour gérer l'accès multiutilisateur ou soit pour réaliser le multiplexage des données. Par ailleurs, nous allons voir qu'en fonction du nombre de sous-porteuses disponibles, il est possible de partager le spectre en différents sous-ensembles, ou blocs de sous-porteuses, sur lesquels chaque type de combinaison peut être effectué. On parlera alors de multiplexage par bloc[(4)] désigné par le sigle BDM(A). Dans la suite, on qualifiera donc ces systèmes de systèmes *monoblocs* ou *multiblocs* selon qu'ils mettent en œuvre ou non ce type de multiplexage.

A- *Systèmes monoblocs*

Sur la figure 2.3 sont représentées les quatre combinaisons qu'il est possible de former dans le cas où un seul bloc de sous-porteuses est utilisé. Chaque représentation est une vue schématique du contenu de la matrice de *chip mapping* $\boldsymbol{\mathcal{M}}$. Pour simplifier la figure, on considère ici un système à $N = 4$ sous-porteuses, une longueur de codes de $L = 4$,

[(4)] Ce multiplexage n'est autre qu'un multiplexage de type fréquentiel, mais le sigle permet de distinguer les multiplexages interbloc (BDM) et intrabloc (FDM).

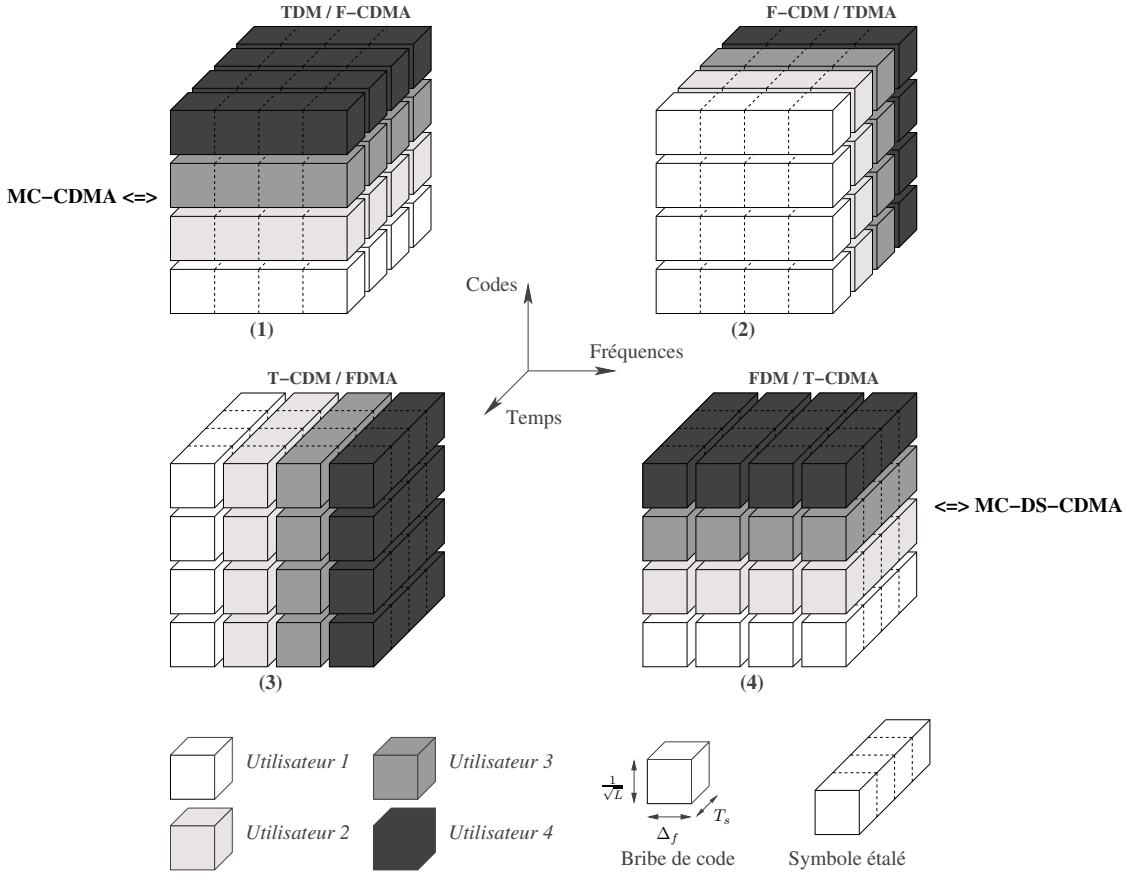


FIG. 2.3 – Représentation schématique du *chip mapping* des différents systèmes hybrides monoblocs

un nombre d'utilisateurs $U = 4$, et enfin un nombre de symboles émis $M = 4$. Un cube élémentaire représente l'énergie attribuée à un *chip*. Sa dimension temporelle est celle d'un symbole MC-SS, soit T_s, sa dimension fréquentielle est celle de l'espacement interporteuse, soit $\Delta_f = 1/T_s$, et sa dimension sur l'axe des codes correspond à la puissance attribuée par code, soit $1/\sqrt{L}$. On remarque que chaque système possède la même efficacité spectrale et transmet la même quantité d'information. Dans la suite, on notera $\boldsymbol{X}$ la matrice des données de dimension $U \times M$ et dont l'élément $x_{u,m}$ correspond au $m^{\text{ième}}$ symbole de constellation du $u^{\text{ième}}$ utilisateur actif. En référence à l'équation (2.9), on rappelle que $\boldsymbol{C}$ désigne la matrice composée des K séquences d'étalement $\boldsymbol{c}_k$ de longueur L.

Combinaison (1) : Le premier système présenté (cf. figure 2.3) est une concaténation directe des opérations d'étalement de spectre et de modulation multiporteuse. L'étalement des données est réalisé dans le domaine fréquentiel et permet de gérer l'accès multiutilisateur (F-CDMA). Ainsi, l'ensemble des sous-porteuses du spectre transmet simultanément toutes les bribes de symboles de tous les utilisateurs, empilées sur la dimension des codes. De façon naturelle, de nouvelles données sont émises pour tous les utilisateurs à chaque

durée symbole (TDM)[5]. La structure de la matrice de *chip mapping* $\boldsymbol{\mathcal{M}}$ s'écrit

$$\boldsymbol{\mathcal{M}}^{(1)} = \boldsymbol{C}\,\boldsymbol{X}\,, \tag{2.11}$$

en assurant que $K = U$ et $L = N$. Dans un tel système, la diversité fréquentielle est pleinement exploitée puisqu'un symbole de modulation est transmis par l'ensemble des sous-porteuses du spectre.

Combinaison (2) : Le second système exploite toujours l'étalement dans le domaine fréquentiel, mais uniquement dans le but de multiplexer différentes données d'un même utilisateur (F-CDM). Le mode d'accès est donc relégué à la dimension temporelle (TDMA). Chaque utilisateur va donc exploiter les mêmes codes, mais à des instants différents. La structure de la matrice $\boldsymbol{\mathcal{M}}$ est la suivante :

$$\boldsymbol{\mathcal{M}}^{(2)} = \boldsymbol{C}\,\boldsymbol{X}^T\,, \tag{2.12}$$

en utilisant $K = M$ séquences de code de longueur $L = N$. Tout comme le système précédent, la combinaison obtenue permet de tirer partie de la diversité fréquentielle du canal. La transposition de la matrice $\boldsymbol{X}$ permet d'appliquer l'étalement pour le multiplexage des données et non plus pour celui des utilisateurs.

Combinaison (3) : Le troisième système met en œuvre l'étalement sur la dimension temporelle. Comme pour le système précédent, l'étalement est utile au multiplexage des données d'un même utilisateur (T-CDM). La séparation entre les utilisateurs ne peut alors être opérée que dans l'espace des fréquences (FDMA). En vérifiant que $L = M$ et $U = N$, la matrice de *chip mapping* devient

$$\boldsymbol{\mathcal{M}}^{(3)} = \left(\boldsymbol{C}\,\boldsymbol{X}^T\right)^T = \boldsymbol{X}\,\boldsymbol{C}^T\,. \tag{2.13}$$

Ce système tire parti de la diversité temporelle du canal étant donné que chaque symbole de modulation est transmis par l'ensemble des symboles OFDM du bloc considéré. Cette combinaison peut être vue comme un multiplexage fréquentiel orthogonal de différents signaux DS-SS appartenant à des utilisateurs différents.

Combinaison (4) : Tout comme le premier système, le dernier système présenté exploite la dimension des codes pour réaliser l'accès multiple entre les utilisateurs. Cette fois-ci cependant, l'étalement est mis en œuvre sur l'axe temporel (T-CDMA). Par déduction, le multiplexage des données de chaque utilisateur se fait dans le domaine fréquentiel (FDM). De cette manière, chaque sous-porteuse transmet simultanément une bribe de symbole de chaque utilisateur et il faut attendre d'avoir reçu L symboles pour récupérer toutes les bribes. La matrice $\boldsymbol{\mathcal{M}}$ a alors pour expression

$$\boldsymbol{\mathcal{M}}^{(4)} = \left(\boldsymbol{C}\,\boldsymbol{X}\right)^T\,, \tag{2.14}$$

avec $M = N$ et $K = U$. Par rapport au premier système, la matrice $\boldsymbol{\mathcal{M}}$ est simplement transposée, ce qui signifie que l'ordonnancement des *chips* est permuté entre les dimensions temporelle et fréquentielle.

[5]La mention TDM est en fait obsolète puisque, dans tout système, on suppose par défaut que les données sont transmises successivement au cours du temps.

Les combinaisons (1) et (4), communément appelées MC-CDMA (multicarrier CDMA) et MC-DS-CDMA (multicarrier direct sequence CDMA) respectivement, sont de loin les plus rencontrées dans la littérature. Leur apparition date de 1993, après que différentes équipes de recherche eurent l'idée de combiner les avantages de l'OFDM et de l'étalement de spectre [45, 46]. Le but était d'obtenir un système à la fois robuste face aux dispersions temporelles et capable de rejeter les interférences à bande étroite. Dès lors, ces deux techniques ont fait l'objet de nombreuses études qui ont notamment montré l'obtention de meilleures performances comparées à celles des systèmes DS-CDMA [47]. Par ailleurs, la comparaison des deux systèmes a donné l'avantage au système MC-CDMA dans le cas des communications synchrones[(6)], pour lesquelles il offre un excellent rapport performance-complexité [47]. C'est pourquoi le MC-CDMA est aujourd'hui un des candidats pressentis pour la voie descendante des futurs réseaux de télécommunications mobiles [48, 49]. Le système MC-DS-CDMA a quant à lui été davantage analysé dans le cas de communications quasi-synchrones ou asynchrones en voie montante [50, 51]. Les combinaisons (2) et (3) ne font pas l'objet d'appellations particulières. Elles peuvent être vues comme des variantes des systèmes MC-CDMA et MC-DS-CDMA, respectivement. On peut souligner qu'il est aisé de basculer d'un système à l'autre, la différence ne portant finalement que sur la répartition temps-fréquence d'une donnée étalée effectuée avant la IFFT dans le modulateur. Enfin, ajoutons qu'il est également possible de mettre en œuvre l'étalement conjointement sur les deux axes, temporel et fréquentiel (cas non représenté ici). On parle alors dans la littérature de systèmes à porteuses multiples et à étalement 2D, ou encore de systèmes OFDM-CDM [52].

Dans le cas particulier où $\boldsymbol{C} = \boldsymbol{I}$, avec $\boldsymbol{I}$ la matrice identité, la composante étalement de spectre devient inactive pour l'ensemble des combinaisons présentées. On obtient alors des techniques combinant l'OFDM et une politique d'accès de type FDMA ou TDMA. Les solutions (1) et (3) aboutissent à un même système connu sous le terme OFDMA (*orthogonal* FDMA). Il consiste tout simplement à exploiter la parallélisation fréquentielle de l'OFDM pour transmettre des messages appartenant à des utilisateurs différents. On retiendra que c'est la solution qui est aujourd'hui la plus souvent mise en œuvre dans les modems CPL. Les systèmes (2) et (4) se réduisent quant à eux à une combinaison que l'on peut appeler OFDM-TDMA. La comparaison des trois techniques d'accès multiple (TDMA, FDMA et CDMA) appliquées à l'OFDM a été effectuée dans [53] et donne des résultats qui dépendent essentiellement des caractéristiques du canal de propagation et du codage de canal utilisé.

C- *Systèmes multiblocs*

Une extension des systèmes précédents peut être effectuée en autorisant la transmission simultanée de plusieurs jeux de sous-porteuses. Cette souplesse supplémentaire attribuée à l'exploitation de l'axe des fréquences donne lieu à des systèmes mettant en œuvre une *double* parallélisation sur l'axe fréquentiel : multiplexage fréquentiel entre les sous-porteuses d'un bloc donné, FDM(A), et multiplexage fréquentiel entre les différents blocs de sous-porteuses utilisés, BDM(A). Sur la figure 2.4 sont représentées cinq exemples

[(6)] On parle de communications synchrones lorsque tous les codes sont émis en même temps. C'est la cas par exemple pour les communications de la voie descendante d'un système cellulaire.

de combinaisons que l'on peut obtenir en ajoutant la composante BDM(A) aux combinaisons monoblocs présentées précédemment. Le même formalisme de représentation que pour la figure 2.3 est utilisé. Pour plus de clarté, on considère un nombre de blocs de sous-porteuses $B = 4$, et on a donc $B = L = K = U$. Par rapport aux systèmes précédents, le nombre de sous-porteuses N ainsi que le nombre de symboles transmis par symbole MC-SS sont B fois plus élevés. On définit alors B matrices de données, notées $\boldsymbol{X}_b$, de même structure que la matrice $\boldsymbol{X}$ introduite précédemment. Pour autant, notons que les débits demeurent inchangés puisque l'augmentation du nombre de sous-porteuses se traduit par un allongement de la durée T_s des symboles d'un facteur B. Les structures des différentes matrices de *chip mapping* associées à chaque combinaison sont les suivantes :

$$\boldsymbol{\mathcal{M}}^{(1)} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{C} & & \\ & \ddots & \\ & & \boldsymbol{C} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{X}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{X}_B \end{bmatrix} \qquad \text{avec} \quad K = U, \text{ et } B \times L = N\,, \tag{2.15}$$

$$\boldsymbol{\mathcal{M}}^{(2)} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{C} & & \\ & \ddots & \\ & & \boldsymbol{C} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{X}_1^T \\ \vdots \\ \boldsymbol{X}_B^T \end{bmatrix} \qquad \text{avec} \quad K = M, \text{ et } B \times L = N\,, \tag{2.16}$$

$$\boldsymbol{\mathcal{M}}^{(3)} = \boldsymbol{Z} \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{X}_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \boldsymbol{X}_B \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{C}^T \\ \vdots \\ \boldsymbol{C}^T \end{bmatrix} \qquad \text{avec} \quad K = M, \text{ et } B \times U = N\,, \tag{2.17}$$

$$\boldsymbol{\mathcal{M}}^{(4)} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{X}_1^T & & \\ & \ddots & \\ & & \boldsymbol{X}_B^T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{C}^T \\ \vdots \\ \boldsymbol{C}^T \end{bmatrix} \qquad \text{avec} \quad K = U, \text{ et } B \times M = N\,, \tag{2.18}$$

$$\boldsymbol{\mathcal{M}}^{(5)} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{C} & & \\ & \ddots & \\ & & \boldsymbol{C} \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{Z} \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{X}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{X}_B \end{bmatrix} \qquad \text{avec} \quad K = U, \text{ et } B \times L = N\,, \tag{2.19}$$

où $\boldsymbol{Z}$ est une matrice d'entrelacement permettant l'ordonnancement des symboles stockés dans les matrices $\boldsymbol{X}_b$ par appartenance à un utilisateur donné. Pour $B = 1$, $\boldsymbol{Z} = \boldsymbol{I}$ et les systèmes multiblocs deviennent équivalents aux systèmes monoblocs présentés précédemment.

Les combinaisons (1), (2) et (4) sont les extensions directes au cas multibloc des combinaisons monoblocs de même indice. Cela signifie qu'elles résultent simplement du multiplexage fréquentiel de plusieurs blocs issus des combinaisons présentées sur la figure 2.3. Les systèmes obtenus ajoutent donc une composante BDM(A) aux composantes TDM(A), FDM(A) ou F(T)-CDM(A) des systèmes vus précédemment. La première combinaison correspond au multiplexage fréquentiel de plusieurs blocs MC-CDMA. Cette solution est

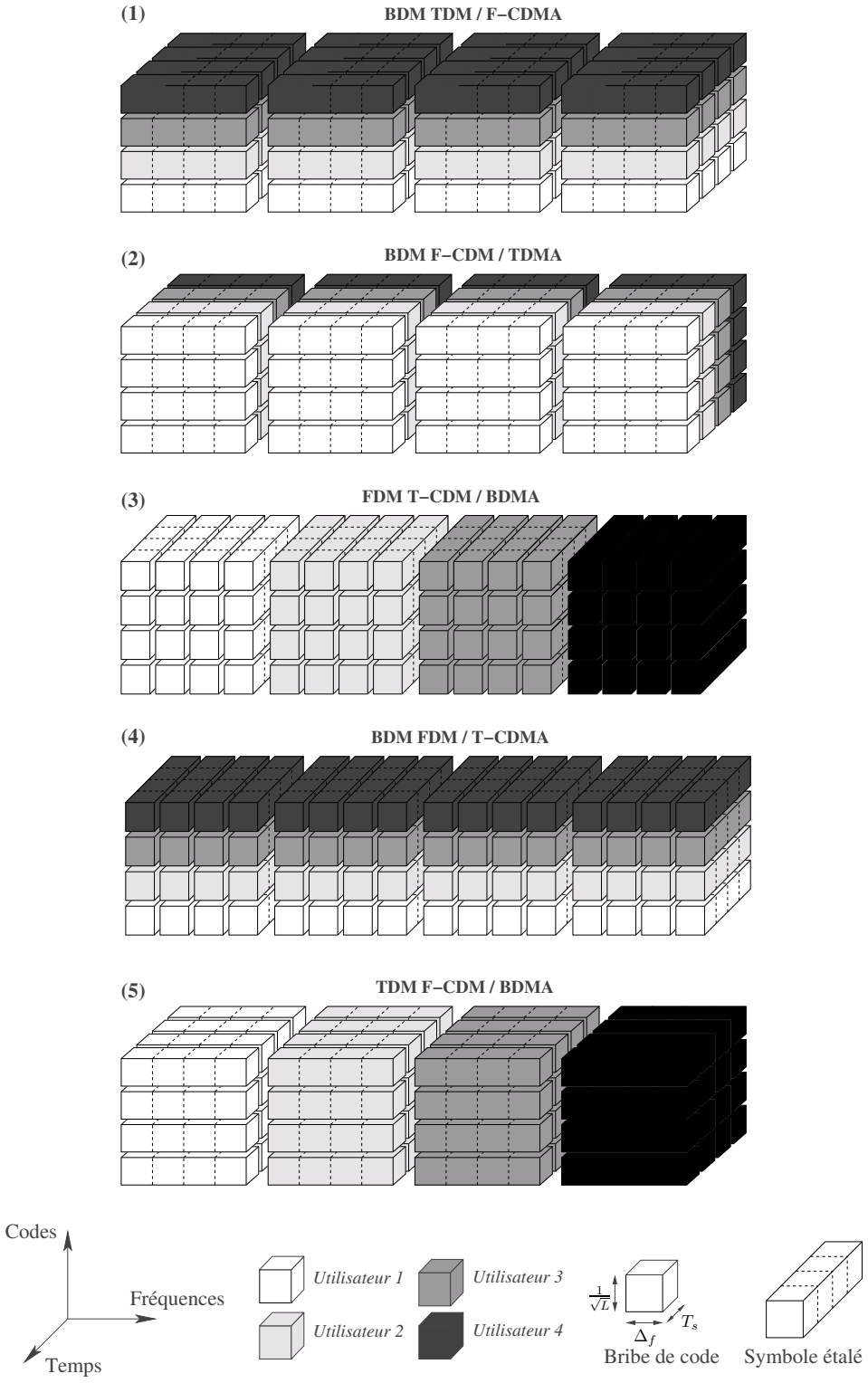


FIG. 2.4 – Représentation schématique du *chip mapping* des différents systèmes hybrides multiblocs

connue comme une modification des systèmes MC-CDMA classiques, permettant une augmentation du nombre de sous-porteuses. Les mêmes séquences d'étalement sont utilisées par chaque bloc de sous-porteuses. Il en va de même pour la seconde combinaison. Pour que la diversité fréquentielle soit exploitée au mieux au sein de ces deux systèmes, il est nécessaire de procéder à un entrelacement avant modulation OFDM. De la même manière, la quatrième combinaison constitue une variante du système MC-DS-CDMA permettant un accroissement de la durée symbole T_s.

Le troisième système met en œuvre le multiplexage par bloc du système monobloc (3). Cependant, sur la représentation qui en est faite, on suppose qu'un entrelacement des symboles a été effectué de manière à regrouper les symboles d'un utilisateur donné au sein d'un même bloc. Cet entrelacement, porté par la matrice $\boldsymbol{Z}$, sert uniquement à donner une meilleure représentation du *chip mapping* associé au système. Il ne change rien au fonctionnement du système d'autant plus qu'il sera modifié par la suite par la matrice $\boldsymbol{D}$ appliquée avant la FFT, cf. equation (2.10). De cette manière, il apparaît clairement que dans un tel système, chaque utilisateur se voit attribuer un jeux de sous-porteuses sur lesquelles il est le seul à transmettre des données. Rappelons que les sous-porteuses exploitées par un utilisateur donné ne sont pas nécessairement voisines.

Le dernier système proposé est une modification de la première combinaison. On utilise la matrice d'entrelacement $\boldsymbol{Z}$ pour regrouper les données propres à chaque utilisateur *avant* que l'étalement ne soit effectué. Ainsi, comme dans le système (3), chaque utilisateur communique sur un jeu spécifique de sous-porteuses. L'étalement est mis en œuvre selon l'axe fréquentiel de sorte que chaque utilisateur profite de l'accès multiple offert par les codes pour transmettre ses symboles. Comme dans les systèmes (1) et (2), l'insertion d'un entrelaceur avant la modulation OFDM permet à chaque utilisateur de tirer parti de l'indépendance fréquentielle liée à la bande totale du signal transmis. Un tel système est référencé dans la littérature par l'appellation SS-MC-MA (spread-spectrum multicarrier multiple-access) [54]. Son intérêt est de réduire la complexité de l'estimation de canal sur les communications en voie montante d'un réseau point-multipoint [55]. En effet, contrairement aux systèmes (1) et (2) pour lesquels chaque sous-porteuse transmet un signal corrompu par les différents canaux montants des utilisateurs actifs, le signal véhiculé par une sous-porteuse du spectre SS-MC-MA n'est distordu que par un seul canal : celui de l'utilisateur à qui a été attribuée cette sous-porteuse. Ainsi, une seule distorsion de canal par sous-porteuse doit être estimée en SS-MC-MA, contre U distorsions par sous-porteuse pour les deux autres systèmes. Cette caractéristique est tout autant à l'avantage du système (3) par rapport au système (4). Par analogie avec le système SS-MC-MA, la combinaison (3) sera d'ailleurs appelée DS-SS-MC-MA.

2.1.3 Choix du système

2.1.3.1 Démarche suivie

Parmi l'ensemble des techniques présentées, le but est à présent de choisir la technique la mieux adaptée aux exigences du système à mettre en place. En référence aux descriptions effectuées dans le paragraphe 1.1.3, la bande fréquentielle à notre disposition, soit environ 20 MHz, laisse penser qu'un système multibloc pourra être développé, hypothèse qui sera confirmée par le dimensionnement du système dans le paragraphe suivant. Les choix qui s'offrent à nous sont alors ceux de la figure 2.4 et de leurs variantes éventuelles. Rappelons

que les systèmes multiblocs autorisent une répartition plus souple des *chips* sur la grille temps-fréquence-code que les systèmes monoblocs. Partant de là, le choix du système doit être effectué en gardant à l'esprit les principales caractéristiques des canaux CPL. D'après les conclusions du chapitre 1, nous savons d'une part que la réponse du canal CPL peut être considérée invariante à l'échelle de plusieurs symboles, et d'autre part que les lignes électriques sont le siège d'un environnement de bruit très défavorable avec, entres autres, la présence de bruits impulsifs. Le premier point rend envisageable l'hypothèse de connaissance du canal à l'émission et par la même, l'utilisation de techniques de modulations adaptatives ; le second point suggère l'utilisation de procédés de transmissions particulièrement robustes. L'enjeu est donc de choisir un système qui à la fois permet de réaliser le partage adaptatif des ressources entre les utilisateurs du réseau, et qui présente également une bonne immunité face aux bruits et aux brouilleurs. En outre, le choix du système doit bien entendu prendre en compte les aspects de complexité de mise en œuvre s'ils peuvent être identifiés.

2.1.3.2 Le choix du SS-MC-MA

Afin de faciliter la compréhension de ce paragraphe, rappelons que le principe de modulations adaptatives peut, de façon générale, être appliqué à la fois dans le domaine des codes (cf. paragraphe 2.1.2.1) et dans le domaine des fréquences (cf. paragraphe 2.1.1). Cette même hypothèse peut également être exploitée pour adapter le partage des ressources temps-fréquence-code entre utilisateurs, stratégie, nous en reparlerons en temps voulu, beaucoup plus favorable à celle d'un partage figé. Ainsi, choisir un système permettant une adaptation dynamique des ressources, c'est choisir un système autorisant chaque utilisateur, en fonction de ses besoins en terme de débit ou de qualité de service, à adapter son occupation temps-fréquence-code en fonction de la qualité de sa liaison, et ce dans le respect des besoins des autres utilisateurs. Par exemple, un utilisateur bénéficiant d'un bilan de liaison médiocre devra pouvoir recevoir une proportion plus importante de *chips* sur lesquels il transmettra ses données de façon fiable en utilisant une modulation à faible nombre d'états. Un utilisateur différent bénéficiant au contraire d'un canal favorable, pourra se contenter d'un nombre réduit de *chips* sur lesquels il pourra émettre ses données mais en utilisant des modulations d'ordres plus élevés.

De manière générale dans les combinaisons proposées, les cas pour lesquels l'étalement est conduit selon l'axe fréquentiel (combinaisons (1), (2) et (5)) imposent que, pour un code d'un bloc donné, la même modulation soit utilisée par toutes les sous-porteuses du bloc. Au contraire, pour les autres systèmes, les modulations peuvent être adaptées par code et par sous-porteuse, indépendamment du bloc concerné, puisque les sous-porteuses ne sont plus *liées* par les codes. Ainsi, lorsque l'étalement est réalisé selon l'axe fréquentiel, l'adaptation de la modulation doit se faire en fonction de la réponse du canal de toutes les sous-porteuses du bloc considéré, et non plus en fonction d'une seule réponse de canal correspondant à chaque sous-porteuse utilisée dans les autres systèmes. Ainsi on peut dire que la *granularité* de l'adaptation est plus fine pour les combinaisons où l'étalement est réalisé dans le domaine temporel que pour les autres. Cette souplesse est un point positif pour les systèmes à composante T-CDM(A). Il doit cependant être pondéré par la complexité qu'engendre la mise en place d'un étalement temporel. En effet, il faut dans ce cas attendre d'avoir reçu la totalité des bribes de code avant de pouvoir effectuer la démodulation, ce qui nécessite des ressources substancielles en mémoire. Dans un

système à composante F-CDM(A), les besoins en mémoire ne sont pas plus importants que dans les systèmes OFDM classiques. En outre, avec des séquences de Hadamard, il est possible de combiner les deux fonctions, étalement et FFT, permettant ainsi de réduire la complexité des émetteurs [56]. Par ailleurs, la réalisation de l'étalement selon l'axe fréquentiel permet d'utiliser facilement des longueurs de codes variables sur les différents blocs de sous-porteuses, scénario en revanche difficilement envisageable dans le cas d'un étalement temporel. Enfin, la robustesse des systèmes hybrides OFDM-CDMA à étalement fréquentiel mise en évidence dans [57] est un atout supplémentaire à attribuer à ces solutions. Ces premières remarques nous incitent donc à choisir notre système parmi les combinaisons (1), (2) et (5). L'augmentation de la granularité pourra alors être limitée en choisissant $L \ll N$.

Comme nous venons de le souligner, dans les systèmes à étalement fréquentiel, l'adaptation de la modulation doit être effectuée par bloc de sous-porteuses. On comprend alors intuitivement qu'il est préférable de regrouper les sous-porteuses dont les réponses fréquentielles sont proches afin qu'elles soient toutes favorables à la transmission de la même modulation. Or, en rappelant que les communications sont de type point-à-multipoint, ou inversement multipoint-à-point, chaque séquence d'étalement sera distordue par un canal différent pour la combinaison (1) pour laquelle le mode d'accès est effectué dans l'espace des codes (CDMA). Les réponses des canaux pouvant être très différentes d'un utilisateur à l'autre, il devient difficile voire impossible de former des blocs de sous-porteuses de réponses proches pour *chacune* des séquences d'étalement. Un biais est alors de préférer les solutions (2) et (5) qui n'utilisent pas l'étalement pour gérer l'accès multiple.

Entre les deux solutions restantes, l'une organise l'accès multiple dans le domaine temporel, et l'autre dans le domaine fréquentiel. En supposant un nombre suffisamment important de sous-porteuses, la seconde combinaison rend tout à fait possible le partage équitable de celles-ci entre tous les utilisateurs du réseau, en attribuant plus de blocs fréquentiels aux utilisateurs ayant de mauvais canaux qu'à ceux bénéficiant de liens de meilleure qualité. La même stratégie peut être menée dans le domaine temporel avec un partage des *slots* de temps. Cependant, la capacité naturelle de l'OFDM à sélectionner facilement les sous-porteuses à utiliser nous pousse à suivre l'approche de la combinaison (5). Ainsi, dans la suite du document, la solution SS-MC-MA sera retenue pour mener à bien notre étude. Précisons que la combinaison (4) a fait l'objet d'une étude par certains autres partenaires du projet [58].

2.1.3.3 Pourquoi « étaler » ?

On peut voir dans la solution choisie une simple extension des techniques OFDMA (cf. paragraphe 2.1.2.2.A) avec ajout d'une composante étalement selon l'axe fréquentiel. La question qui se pose concerne alors l'intérêt d'avoir recours à cette opération supplémentaire. Dans la plupart des applications pour lesquelles les systèmes combinés OFDM/CDMA sont étudiés, l'hypothèse de connaissance du canal à l'émission n'est pas considérée. La stratégie adoptée est alors de répartir l'information de manière *homogène* sur la grille temps-fréquence-code par le biais de l'étalement de spectre et ainsi de tirer parti de la diversité du canal. La communication est de cette manière rendue plus robuste face aux interférences à bande étroite et à la sélectivité du canal. Mais, dans le système qui nous intéresse, nous verrons que la stratégie est plutôt de *localiser* l'information là où aucune

interférence n'a lieu et d'*adapter* la charge à la réponse du canal. L'intérêt de l'étalement réside finalement dans sa capacité à *mutualiser* les énergies portées par les différentes bribes de code. Par rapport à l'OFDMA, cette mise en commun va nous permettre de tirer parti de toutes les énergies disponibles afin d'améliorer soit le débit, soit la marge de bruit du système. Cette approche peu commune sera amplement développée dans la troisième partie du document qui lui sera presque intégralement consacrée. Rappelons enfin que l'étalement dans le domaine fréquentiel apporte une robustesse naturelle face aux brouilleurs présents sur le réseau, et qu'il favorise la résistance aux bruits impulsifs, comme le montre [57].

2.2 Dimensionnement du système

Dans ce paragraphe, nous allons décrire les choix techniques qui ont été envisagés dans la mise en place du système à l'étude. Ces choix passent par la définition des liens de communication, par l'élaboration d'une structure d'échange des données et par l'organisation du partage des ressources au sein du réseau. Les solutions retenues doivent bien sûr tenir compte de la topologie du réseau de transmission et de ses caractéristiques. Les solutions décrites ici sont en grande partie le fruit de la réflexion entre les différents membres du projet RNRT IDILE, même si le choix du système SS-MC-MA reste de notre seule initiative.

2.2.1 Organisation des échanges dans le réseau

2.2.1.1 Structuration du réseau d'accès

Lorsque l'on cherche à mettre en place un réseau de communication, il est possible d'opter soit pour un réseau de type *hiérarchique* ou *centralisé* dans lequel l'ensemble des modems du réseau sont subordonnés à un modem *maître*, soit pour un réseau de type *égalitaire* ou *réparti* où tous les modems communiquent entre eux n'ayant que le protocole d'accès comme chef d'orchestre. Dès lors que le déploiement s'effectue à grande échelle, la solution centralisée est la plus efficace. Elle sera donc mise en œuvre dans notre étude. Appliquée à la boucle locale électrique, il est tout naturel de désigner comme modem maître le modem présent en tête de réseau à proximité du transformateur, et comme modems secondaires l'ensemble des modems des abonnés. Dans la suite, le modem maître sera appelé modem central, noté MC, et les modems abonnés seront notés M. Avec une telle structure de réseau, chaque modem M devra s'identifier auprès du modem central MC avant d'entamer toute communication. Après identification, la communication s'établira entre M et MC selon les consignes données par MC. Ces consignes peuvent par exemple servir à la stratégie de partage du médium.

Compte tenu de la forte atténuation linéique exercée par les lignes électriques ainsi que des distances séparant un abonné de la tête du réseau, la couverture de l'ensemble de la zone considérée ne peut, dans la majorité des cas, être raisonnablement obtenue en liaison directe. Le recours à des répéteurs, intercalés entre le modem MC et certains abonnés M, doit alors être envisagé pour remettre en forme le signal. Les modems répéteurs, notés R, deviennent des modems maîtres pour les modems abonnés M qu'ils desservent, mais sont sous le contrôle du MC au même titre que les autres modems du réseau. Un exemple de structure de réseau obtenue en tenant compte de ces répéteurs est donné figure 2.5.

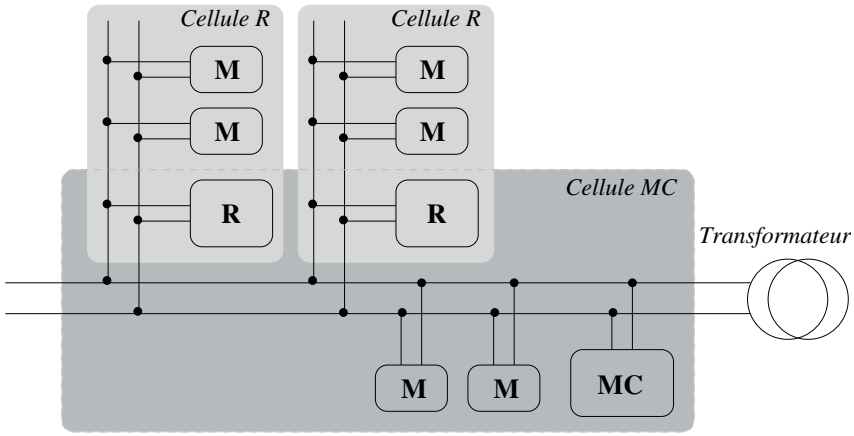


FIG. 2.5 – Représentation multicellulaire liée à la structure donnée au réseau d'accès

Comme cela est alors visible, le réseau CPL s'apparente à un réseau cellulaire composé d'autant de cellules qu'il existe de répéteurs (cellule R), plus d'une cellule correspondant au modem central (cellule MC). Plus précisément, un modem abonné échange ses données soit directement avec le modem central, s'il est suffisamment proche de celui-ci, soit avec le modem répéteur le plus proche. Dans chaque cellule, R ou MC, le mode de communication sera identique et exploitera la technique SS-MC-MA sélectionnée précédemment. Précisons qu'au sein d'une cellule MC, un répéteur sera considéré au même titre qu'un modem abonné. Il partagera donc les ressources avec ceux-là comme les modems abonnés d'une cellule R partagent leurs ressources entre eux.

2.2.1.2 Mode de séparation des cellules

Sur la figure 2.5, on remarque que tous les types de modems sont branchés en parallèle sur la ligne électrique. Par conséquent, le signal émis par un modem est, aux perturbations de la ligne près, accessible à tous les autres modems du réseau. Apparaissent alors des problèmes d'interférences intercellulaires qu'il faut combattre sous peine de dégrader considérablement les performances du réseau. L'idéal est évidemment *d'isoler* les différentes cellules les unes des autres afin qu'elles puissent jouir des mêmes ressources temps-fréquence-code. Tel serait le cas si les lignes électriques étaient interrompues au niveau de chaque répéteur, ceux-là jouant ainsi le rôle de *passerelle d'accès*. Un tel déploiement étant trop coûteux, il n'est pas envisageable ici et il faut avoir recours à d'autres procédés. On peut distinguer deux catégories de séparation entre cellules : soit entre une cellule MC et les cellules R, soit entre plusieurs cellules R.

A- ***Séparation des cellules MC et R***

Les cellules MC et R sont celles qui interférent le plus mutuellement, puisque le répéteur a pour mission de communiquer à la fois avec le modem MC et les modems M qu'il dessert. Or, si R utilise les mêmes ressources pour transmettre des données simultanément vers ses modems M et le modem MC, la puissance du signal interférent sera quasiment identique à celle du signal utile. Dans le scénario inverse, à savoir lorsque MC

et M voudront transférer des données simultanément à destination de R sans précaution particulière, la puissance de l'interférent sera très probablement du même ordre de grandeur que celle du signal utile. Pour éviter ces problèmes, il est possible de séparer chaque cellule R et MC, selon l'un des trois axes disponibles — temps, fréquence ou code — selon les mêmes principes que le multiplexage entre utilisateurs. Cependant, il est préférable de ne pas restreindre les ressources selon les axes des fréquences et des codes puisque ces axes sont exploités par la combinaison SS-MC-MA. Afin d'offrir une souplesse maximale à l'adatation de la modulation SS-MC-MA, la séparation temporelle entre la cellule MC et les cellules R est privilégiée. Cela signifie que l'échelle de temps comprendra deux tranches[(7)] ou *slots*, la première pendant laquelle les communications au sein d'une cellule MC pourront avoir lieu, la seconde consacrée aux communications à l'intérieur des cellules R.

B- ***Séparation des cellules R***

D'après le choix qui vient d'être énoncé, toutes les cellules R de la boucle locale vont utiliser la même tranche de temps pour communiquer. Une séparation supplémentaire entre les cellules R doit être envisagée. Nous prendrons cependant comme hypothèse que les répéteurs seront disposés dans le réseau de manière à réduire l'interférence intercellulaire que subit un modem de la part des répéteurs dont il ne dépend pas. L'atténuation des lignes étant très forte, une bonne répartition géographique suffit à obtenir des niveaux d'interférence de plusieurs dizaines de dB en dessous du niveau du signal utile. Afin de rendre l'interférence résiduelle gaussienne, ce qui facilite grandement le travail des organes d'estimation et de décision présents au sein des récepteurs, l'utilisation de codes d'embrouillages est requise. Ces codes, appliqués dans le domaine fréquentiel, auront une période égale à une fraction entière du nombre de sous-porteuses du spectre. De cette manière, la matrice d'étalement restera invariante dans le temps, rendant ainsi le récepteur plus simple.

2.2.1.3 Mode de duplexage

Après la séparation des cellules, un point essentiel à l'organisation des échanges dans le réseau est la séparation des voies montantes et descendantes de chaque cellule, encore appelé *duplexage*. Les parties émission et réception d'un même modem n'étant pas parfaitement découplées, des phénomènes d'écho importants sont en effet à prévoir. Des procédés d'annulation d'écho, basés sur des systèmes auto-adaptatifs, pourraient bien entendu être utilisés comme dans certaines versions des systèmes xDSL [57]. Cependant, leur complexité de mise en œuvre, nous a conduit à choisir une autre solution simple de multiplexage de voies par partage des ressources. Pour les mêmes raisons que précédemment, nous avons finalement opté pour un duplexage temporel TDD (*time division duplexing*). Ainsi, l'axe temporel sera de nouveau scindé en deux tranches de fonctionnement, l'une dédiée à la voie montante et l'autre à la voie descendante. Ce mode de duplexage possède

[(7)] Dans le cas hypothétique où plus d'un répéteur seraient nécessaires à l'obtention d'une liaison robuste entre un modem MC et un abonné M très lointain, nous pouvons raisonnablement envisager un partage de la ressource temporelle en trois *slots* distincts avec réattribution alternée. Cette réattribution se justifie par la forte atténuation linéique subie par le signal et permet de limiter la diminution de la ressource temporelle au sein de chaque cellule.

de nombreux avantages, parmi lesquels on compte la simplicité et le faible coût de mise en œuvre, et la facilité de gestion des services asymétriques [34]. L'un des inconvénients provient par contre de la nécessité de disposer d'un *intervalle de commutation* permettant au modem de basculer de la fonction émetteur à la fonction récepteur.

2.2.1.4 Mode d'accès multiutilisateur

Le partage des ressources entre utilisateurs d'une même cellule est géré de façon intrinsèque par le système SS-MC-MA. Rappelons simplement que dans un tel système, l'accès multiutilisateur sera effectué de façon adaptative dans le domaine fréquentiel. Nous avons déjà précisé que pour mener à bien cette opération, chaque modem doit disposer de la connaissance du canal sur lequel il va émettre l'information. Cette connaissance passe non seulement par une estimation de la réponse du canal, mais aussi par une estimation des bruits et brouilleurs présents sur celui-ci, parmi lesquels figure l'interférence produite par les cellules voisines. Retenons alors que des symboles spécifiques, dédiés à ces opérations d'estimations, devront par la suite être insérés au sein du flux de données.

2.2.1.5 Synchronisation du réseau

Suite au choix de mise en œuvre d'un réseau centralisé, découle naturellement le mode de synchronisation, qui sera lui aussi centralisé. Cela signifie que le modem central va imposer le *rythme*[8] aux autres modems du réseau. L'acquisition du rythme se fera donc par synchronisation des modems sur les symboles de la voie descendante, avec l'aide éventuelle de symboles d'apprentissage. Ce principe est compatible avec le partitionnement du réseau en cellules, puisque chaque répéteur est considéré comme modem central de la cellule qu'il dessert. La synchronisation globale est alors obtenue par cascade : synchronisation des modems de la cellule MC sur les symboles émis par MC, puis synchronisation des modems des cellules R sur les symboles émis par chaque R, eux-même synchrones avec MC.

Nous verrons en seconde partie d'étude que la synchronisation des signaux multiporteuses est une opération délicate et qui peut s'avérer coûteuse. Afin de limiter la complexité des modems, nous choisissons de mettre en œuvre un réseau *synchrone*, c'est-à-dire que les symboles reçus par le modem MC (les modems R, resp.) en voie montante devront arriver « synchronisés » entre eux. Ici, deux signaux à porteuses multiples seront dits « synchronisés » si après sommation des signaux, l'orthogonalité entre les sous-porteuses est préservée. Ceci sera vérifié si le décalage temporel entre les symboles reçus reste inférieur à la durée de l'intervalle de garde. Cette condition peut être obtenue en surdimensionnant ce dernier de manière à absorber le décalage temporel entre les signaux émis par les différents modems abonnés, *en plus* des trajets multiples du canal [34].

La figure 2.6 illustre ce procédé en représentant un échange de symboles entre un modem MC et deux modems de sa cellule, l'un proche, l'autre lointain. On appelle T_{P_1} et T_{P_2} les temps de propagation respectifs associés à ces modems. Ainsi, les symboles émis par MC en voie descendante sont interceptés par chacun des modems après un décalage temporel propre à chaque lien et un étalement dû aux trajets multiples. Chaque modem positionne sa fenêtre FFT sur les symboles qu'il reçoit en respectant le schéma de troncature proposé figure 2.2. La voie de retour subit le même décalage temporel si

[8] Le terme « rythme » est employé ici de façon générale mais sera explicité en seconde partie de document.

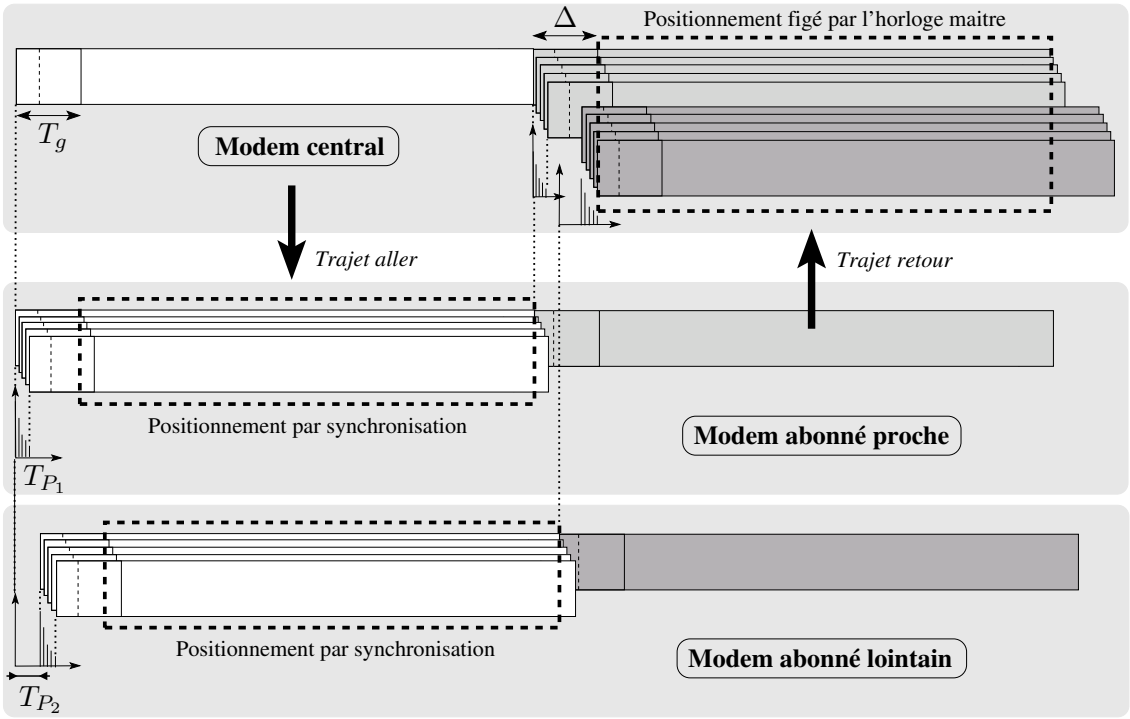


FIG. 2.6 – Synchronisation du réseau par surdimensionnement de l'intervalle de garde

bien qu'après un cycle de transmission, les signaux en provenance des différents modems accusent une dispersion temporelle $\Delta = 2(T_{P_2} - T_{P_1}) + \tau_{\max}$, où $\tau_{\max}$ représente l'étalement de la réponse impulsionnelle en voie montante. Comme le montre la figure, l'orthogonalité est alors conservée si l'intervalle de garde reste supérieur ou égal à ce décalage. Le pire cas est atteint lorsque le premier modem est situé à côté du modem central, soit $T_{P_1} = 0$, et que le second se trouve en bordure de cellule, soit $T_{P_2} = T_{P_{\max}}$. L'intervalle de garde doit alors être dimensionné tel que,

$$T_g \geq \frac{2d_{\max}}{\nu} + \tau_{\max}\,, \tag{2.20}$$

avec $d_{\max}$ la distance maximale séparant le modem MC d'un modem M ou R, et ν la célérité de l'onde dans le matériau qui constitue les lignes.

Notons qu'il est cependant possible d'utiliser un intervalle de garde plus court en s'arrangeant pour que chaque modem émette ces signaux sur la voie montante de telle façon qu'ils arrivent tous avec un retard $T_{P_{\max}}$ au modem central. L'intérêt est bien entendu de réduire la perte d'efficacité spectrale liée à la solution proposée. Cette approche nécessite que chaque modem estime la distance qui le sépare de son modem de référence MC ou R. Dans un réseau statique comme le nôtre, ce procédé est tout à fait envisageable et pourra constituer une amélioration potentielle du système. Cependant, notons que la perte d'efficacité spectrale due à l'insertion de l'intervalle de garde reste faible même avec la solution initiale, comme on le verra précisément par la suite.

2.2.1.6 Mode de reconfiguration du réseau

Les paragraphes précédents ont permis d'apporter des solutions à la synchronisation et au partage des ressources dans le réseau. Les principes exposés, notamment ceux concernant le partage des ressources, supposent cependant que l'on se situe sur un *point d'équilibre* du réseau, c'est-à-dire à nombre d'utilisateurs constant et pour un état du canal donné. Reste alors à définir la procédure à suivre lorsqu'un nouvel utilisateur désire s'insérer dans le réseau, et la manière dont le réseau se réorganise lorsque son état change.

Nous proposons une façon simple de modifier l'organisation du réseau en fonction des évolutions qu'il subit en définissant *une période de reconfiguration*. À chaque début de nouvelle période, le modem central communique alors les paramètres de configuration aux modems concernés, recalculés en fonction du nouvel état du réseau : arrivée ou départ d'un utilisateur, changement de réponse du canal ou de niveau de bruit, etc. Cela sous-entend d'une part que tout nouvel utilisateur ne peut commencer à communiquer qu'en début de période suivante, et d'autre part que les changements de réponse du canal ont une période bien supérieure à la période de reconfiguration pour ne pas avoir de modification brutale de l'état du canal pendant un état de configuration donné. Dans la suite, on notera T_{CONF} cette période de reconfiguration. Nous verrons que cette donnée va influencer le choix de la structure des trames mises en place.

2.2.2 Choix des paramètres

2.2.2.1 Contraintes liées au canal

En tant que modulation multiporteuse, le dimensionnement du système SS-MC-MA dépend des paramètres du canal, à savoir de la durée de l'étalement des retards de la réponse impulsionnelle et du temps de cohérence du canal lié à l'effet Doppler. L'étalement des retards donne une borne minimale à la taille T_g de l'intervalle de garde et le temps de cohérence donne une borne maximale à la durée T_s des symboles. Pour ce qui est du canal CPL, nous avons vu au paragraphe 1.2.1 qu'aucun effet Doppler n'était à prendre en compte, et que le canal pouvait être considéré invariant pendant plusieurs secondes, voire plusieurs minutes. On peut donc dire que les variations temporelles du canal ne constituent pas un facteur limitant à la valeur de T_s. D'autre part, le résultat des campagnes de mesures entreprises par EDF donnent une valeur maximale de l'étalement des retards de 5 μs. L'intervalle de garde devra donc être de durée supérieure à cette valeur. Pour limiter la perte d'efficacité spectrale qu'il engendre, on retiendra alors que T_s doit être choisie telle que

$$T_s \gg T_g \,. \tag{2.21}$$

D'autre part, rappelons que la largeur de la bande pressentie pour les communications CPL *outdoor* est de l'ordre de $B = 20$ MHz.

2.2.2.2 Contraintes liées à la synchronisation du réseau

Nous avons fait le choix d'un réseau globalement synchrone qui implique un surdimensionnement de l'intervalle de garde égal au temps de propagation aller-retour maximal au sein d'une cellule, soit $2T_{P_{\max}}$. D'après les généralités présentées dans les paragraphes 1.1.2 et 1.2.1.1, le rayon d'une cellule ne devrait raisonnablement pas dépasser les 500

mètres. Compte tenu de la vitesse moyenne de propagation des ondes sur les lignes, soit $\nu = \sqrt{0,4} \cdot c$ (cf. 1.2.1.2), le surdimensionnement atteint alors 5 à 6 μs. La durée minimale de l'intervalle de garde s'élève donc à 11 μs.

2.2.2.3 Contraintes liées à la génération du signal

Si, comme nous venons de le voir, la cohérence temporelle du canal n'est pas un critère à faire valoir dans le dimensionnement des symboles, les contraintes d'implémentation vont par contre avoir un effet limitatif à ce niveau. En effet, puisque le système doit communiquer sur un canal à bande limitée, l'augmentation de la taille des symboles s'accompagne d'une augmentation du nombre de sous-porteuses du spectre, et par la même de la taille de la FFT utilisée pour le générer. Pour que le coût de mise en œuvre ne devienne pas prohibitif, il convient alors de limiter la durée T_s des symboles. A celà il faut ajouter que les algorithmes FFT fonctionnent classiquement avec des vecteurs d'entrée dont la taille est une puissance entière de 2.

Par ailleurs, le signal à porteuses multiples que nous cherchons à construire peut directement être généré en première fréquence intermédiaire entre 0 et 20 MHz, en prévoyant quelques porteuses de garde pour ne pas émettre sur les fréquences basses du spectre. On évite ainsi toute opération de transposition fréquentielle et l'utilisation de deux convertisseurs numérique-analogiques. Pour obtenir un tel signal, différentes méthodes existent, parmi lesquelles on retrouve l'utilisation d'une transformée de Fourier de taille double. Son principe consiste à générer le signal *réel* à N sous-porteuses en utilisant une FFT d'ordre $2N$ dont l'entrée présente une symétrie hermitienne artificiellement construite à partir des N échantillons fréquentiels du signal analytique. En réception, les opérations sont inversées : le signal réel échantillonné alimente l'entrée d'une double FFT dont on ne garde en sortie que les N échantillons correspondant aux fréquences positives, c'est-à-dire au signal analytique. Le détail précis de cette méthode numérique est présenté en annexe A. Sa mise en œuvre doit être prise en compte dans le dimensionnement des symboles, et notamment T_s doit être choisi de façon à conserver un ordre $2N$ de FFT raisonnable.

2.2.2.4 Dimensionnement

Le dimensionnement du système en fonction des contraintes exposées dans les sections précédentes est résumé dans le tableau 2.2. L'intervalle de garde a été volontairement rallongé par rapport à la valeur minimale requise pour s'affranchir des cas pathologiques d'étalement de réponse impulsionnelle ou de temps de propagation plus longs que prévus. Un nombre de sous-porteuses égal à 2048 permet alors de limiter la perte d'efficacité spectrale à 12,8 %. En ce qui concerne l'utilisation de porteuses de garde, leur nombre pourra varier en fonction des contraintes précises de limitation de bande. On considèrera par la suite que 110 sous-porteuses seront éteintes dans la partie basse du spectre et 18 autres dans sa partie haute pour limiter la puissance en deçà de 1 MHz et au-delà de 20 MHz. Il n'est cependant pas exclu d'utiliser quelques sous-porteuses dans la bande $[9 - 140]$ kHz dédiée aux CPL à bande étroite (cf. figure 1.6) afin d'échanger quelques informations à bas débit. Enfin, à ce stade de l'étude, la longueur des codes d'étalement reste libre dans la limite de $L = 64 \ll N$. Le spectre SS-MC-MA possèdera donc 30 blocs de sous-porteuses utiles au minimum.

TAB. 2.2 – Paramètres du système SS-MC-MA

Fréquence système — $f_e = B$	20 MHz
Durée d'un échantillon — $t_e = 1/F_e$	0,05 μs
Nombre de sous-porteuses — N	2048
Espacement interporteuses — $\Delta_f = f_e/N$	9,77 kHz
Nombre d'échantillons consacrés à l'intervalle de garde — D	300
Durée de l'intervalle de garde — $T_g = D \times t_e$	15 μs
Durée utile d'un symbole — $T_s = 1/\Delta_f = N \times t_e$	102,4 μs
Durée totale d'un symbole — $T_s + T_g$	117,4 μs
Longueur des séquences d'étalement — L	variable ≤ 64

Bien entendu, les valeurs qui sont données ici sont celles qui caractérisent le signal analytique. Le signal réel généré est quant à lui échantillonné à la fréquence $2f_e = 40$ MHz pour respecter le théorème d'échantillonnage. Pour le construire, une FFT d'ordre 4096 est finalement utilisée, ce qui reste une taille acceptable compte tenu des performances des plateformes de prototypage actuelles.

Notons enfin que les normes d'émission et notamment les bandes interdites n'ont pas été prises en compte ici. Une étude menée dans [59] a montré la nécessité de recourir à des filtres *notchs* pour limiter suffisamment la puissance dans les bandes interdites sans avoir à éteindre un nombre trop important de sous-porteuses.

2.2.2.5 Mise en place des trames

Les choix établis dans les paragraphes précédents sur l'organisation des échanges dans le réseau conduisent à une structure de trame telle que celle proposée figure 2.7 [60]. La mise en œuvre des modes de séparation entre cellules et de duplexage des voies montante et descendante conduit à un partage temporel de chaque trame en 4 *slots* désignés par les sigles TMC-D, TMC-U, TR-D et TR-U, « T » signifiant « trame », « MC » et « R » spécifiant la cellule dans laquelle a lieu la communication, et « D » et « U » désignant le sens *downlink* et *uplink* de celle-ci. Les dimensions de chaque *slot* sont *a priori* fixées à 64 symboles mais peuvent être amenées à évoluer au cours de la communication en fonction des besoins en débit en voie montante ou descendante de chaque cellule.

Par ailleurs, les trames sont regroupées en *supertrames* pendant lesquelles le canal est considéré invariant, le nombre d'utilisateurs et le partage des ressources figés. Cette organisation permet de vérifier le principe de période de reconfiguration évoqué au paragraphe 2.2.1.6. La durée d'une supertrame correspond alors à la durée de la période de reconfiguration T_{CONF}. Ainsi, on considèrera que le modem central ou le répéteur d'une cellule donnée sera en mesure de remettre à jour les paramètres du réseau en début de chaque supertrame. En particulier, la prise en compte d'un nouvel entrant sur le réseau ne sera effective qu'en début de supertrame.

Enfin, pour satisfaire les besoins en terme de synchronisation, d'estimation du canal et d'estimation des bruits et brouilleurs, évoqués dans les sections précédentes, un certain

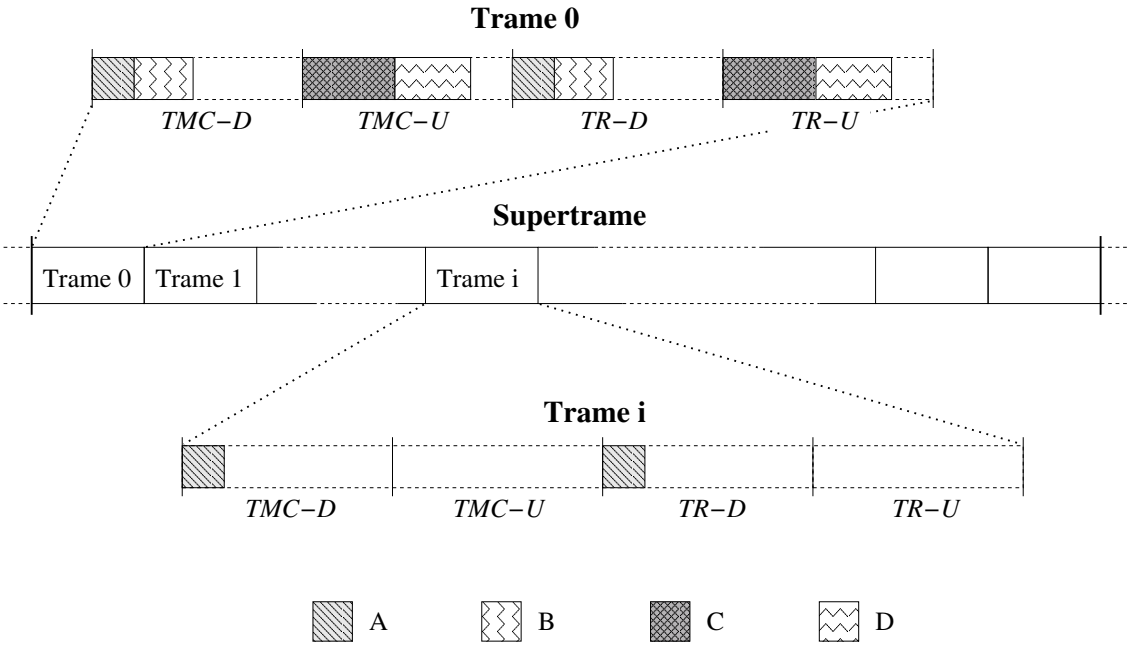


FIG. 2.7 – Structure des trames mises en place dans le réseau CPL

nombre de symboles spécifiques dédiés à ces fonctions ont été ajoutés au sein des trames. Ces symboles sont des données *pilotes* dont voici les caractéristiques principales :

- Un symbole connu « A » est inséré en tête de chacun des deux *slot* des voies descendantes pour *toutes* les trames de la supertrame. Ce symbole sera exploité pour la synchronisation des modems abonnés et des répéteurs. Il servira aussi à l'estimation des canaux des voies descendantes.
- Une série de symboles « B » est transmise à la suite de chaque symbole « A » de la première trame. Ces symboles ont pour rôle l'estimation des bruits et des brouilleurs des voies descendantes par les modems abonnés et les répéteurs.
- Une série de symboles « C » est transmise en entête des *slots* des voies montantes de la première trame de la supertrame. Ces symboles servent à l'estimation du canal de ces voies par le modem central ou les répéteurs. Autant de symboles C qu'il y a de canaux à estimer sont nécessaires.
- Une série de symboles « D » est transmise à la suite des symboles « C ». Ces symboles sont dédiés à l'estimation des bruits et des brouilleurs des voies montantes.

On vérifie que les symboles de synchronisation, soient les symboles « A », ne sont insérés que dans les trames des voies descendantes, les récepteurs des voies montantes étant déjà synchronisés. Par ailleurs, l'estimation du canal des voies montantes n'est effectuée qu'une seule fois par supertrame, ce qui est cohérent avec le fait que le canal est considéré invariant pendant une période T_{CONF}. La même remarque est à faire concernant l'estimation des bruits en voies montantes *et* descendantes. D'après les caractéristiques du canal, une supertrame peut alors raisonnablement compter plusieurs dizaines de trames. La présence du symbole « A » est quant à elle nécessaire en début de chaque trame afin de pouvoir rafraîchir la synchronisation, comme cela sera détaillé dans le chapitre suivant. Ce symbole

servant de la même manière à tous les abonnés, il s'agira d'un symbole non-étalé, à savoir un symbole OFDM classique.

Pour finir, précisons que des échanges de données sont nécessaires entre les modems abonnés et le modem central à chaque reconfiguration du réseau. En particulier, tout nouvel entrant dans le réseau doit procéder à une requette auprès du modem central pour s'identifier et être pris en compte en début de la prochaine supertrame. Les procédures régissant ces échanges d'information sortent du cadre de cette thèse et seront supposées maîtrisées dans la suite du document.

2.3 La chaîne de transmission numérique

A l'issue de ce chapitre, nous disposons des éléments nécessaires à la mise en place de la chaîne de communications numériques sur laquelle vont pouvoir être menées les investigations des chapitres suivants. Sur les figures 2.8 et 2.9 sont représentés les synoptiques des chaînes de transmission en voie montante et descendante au sein d'une cellule donnée. Pour ne pas surcharger les figures, un seul bloc de sous-porteuses a été attribué à chaque utilisateur, bien que chacun d'entre eux puisse en pratique recevoir plusieurs blocs.

2.3.1 Transmission en voie descendante

Dans le cadre d'une transmission en voie descendante, le modem central, ou encore le répéteur, joue le rôle de l'émetteur, et chaque modem abonné celui de récepteur. En émission, les données à destination de chaque utilisateur sont tout d'abord codées et entrelacées de manière à prévenir les erreurs introduites lors de la transmission sur le canal de propagation. D'après l'étude de l'environnement de bruit présentée au chapitre 1, nous savons que les lignes électriques sont perturbées par différents types de bruits parmi lesquels le bruit impulsif tient une part importante. Par analogie avec les systèmes xDSL, qui doivent également lutter contre les phénomènes de bruits impulsif, nous choisissons d'utiliser le même type de codage de canal que celui spécifié dans la norme VDSL. Il s'agit d'un code de Reed-Solomon dont les mots de codes sont définis dans le corps de Galois GF(256) et de paramètres (240, 224, $t = 8$). Autrement dit, le codeur génère des mots de code de 240 octets dont $2t = 16$ sont des octets de redondance, et possède une capacité de correction de $t = 8$ octets sur 240. Pour offrir une meilleure répartition des erreurs, ce code est combiné à un entrelaceur convolutif, orienté octets également [61]. Rappelons que les codes de Reed-solomon sont particulièrement performants dans la correction de paquets d'erreurs, situation adaptée à notre contexte puisque les bruits impulsifs viennent précisément corrompre le flux de données transmises par paquet de bits.

En sortie de l'entrelaceur, les données de chaque flux sont ensuite associées à des symboles de constellation par l'opération de codage binaire à symbole, ou *mapping*. Les modulations numériques utilisées sont celles des normes xDSL. Il s'agit de modulations d'amplitude en quadrature, 2^b-QAM avec $b \in [2 : 10]$, dont les constellations modifiées permettent de basculer simplement d'une constellation donnée à une constellation d'ordre plus élevé ou plus faible [61]. En sortie de chaque organe de *mapping*, on obtient les matrices $\boldsymbol{X}_u$, $u \in [1 : U]$, contenant les données à destination de chaque utilisateur.

Vient ensuite l'opération d'étalement de spectre qui multiplie chaque symbole de constellation par une séquence d'étalement pour permettre leur transmission en parallèle

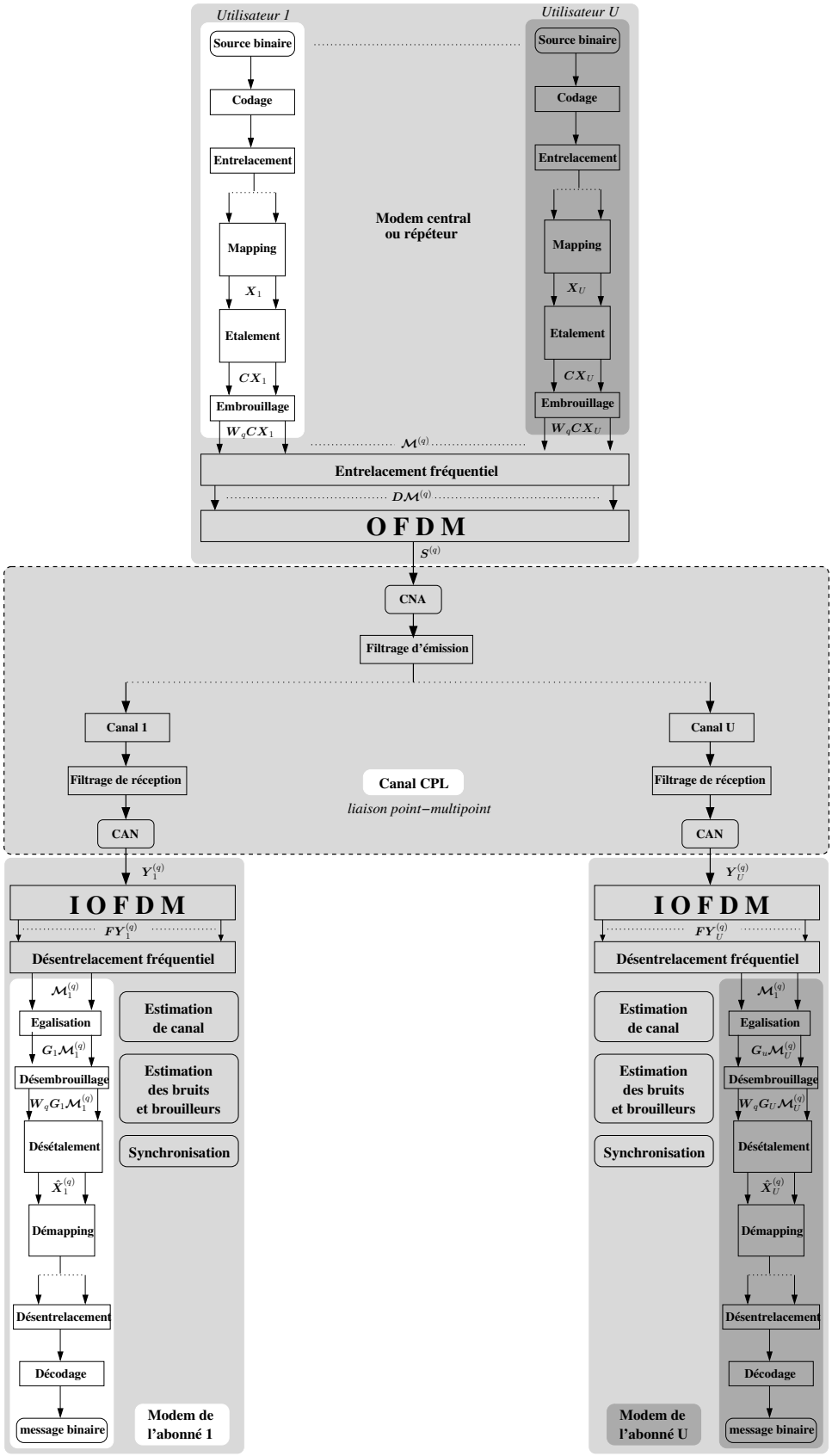


FIG. 2.8 – Chaîne de communications mise en œuvre en voie descendante

sur un même jeu de sous-porteuses. Les séquences d'étalement utilisées sont les séquences orthogonales de Walsh-Hadamard de longueur L. On suppose ici que chaque bloc d'étalement utilise la même longueur de séquence. Nous verrons dans le dernier chapitre qu'il est cependant intéressant de rendre ce paramètre variable. L'écriture mathématique du signal en sortie des blocs d'étalement est simplement obtenue par multiplication matricielle, $\boldsymbol{C}\boldsymbol{X}_u$, en rappelant que $\boldsymbol{C}$ est la matrice contenant les codes d'étalement (cf. paragraphe 2.1.2.1).

Les matrices des symboles étalés ainsi obtenues sont alors multipliées par des séquences d'embrouillage. On rappelle que l'opération d'embrouillage a été spécifiée lors de l'élaboration du système afin de séparer les messages de cellules R adjacentes. On utilisera des séquences PN (*pseudo-noise*) de longueur identique à celle des codes d'étalement, chaque cellule possédant sa propre séquence. La matrice d'embrouillage associée à une cellule q est notée $\boldsymbol{W}_q$ et consiste en une matrice diagonale dont les éléments sont ceux de la séquence PN utilisée dans la cellule. Ajoutons enfin que dans le cas de communications au sein d'une cellule MC, l'opération d'embrouillage n'est pas nécessaire et l'on a $\boldsymbol{W} = \boldsymbol{I}$.

Une fois les symboles étalés et embrouillés, la répartition des bribes de chaque utilisateur sur l'ensemble des sous-porteuses disponibles est mise en œuvre par l'intermédiaire d'un entrelaceur fréquentiel. En outre, la mise à zéro des sous-porteuses non utilisées est réalisée à ce stade de la chaîne. Comme nous l'avons déjà précisé au paragraphe 2.1.2.2, l'action de l'entrelaceur se modélise par une matrice d'entrelacement $\boldsymbol{D}$ appliquée à la matrice de *chip mapping* $\boldsymbol{\mathcal{M}}^{(q)}$ qui regroupe l'ensemble des matrices $\boldsymbol{W}_q\boldsymbol{C}\boldsymbol{X}_u,\ u \in [1:U]$. Le signal en sortie de l'entrelaceur s'écrit donc $\boldsymbol{D}\boldsymbol{\mathcal{M}}^{(q)}$. On rappelle que l'ensemble des trois opérations, *mapping-étalement-entrelacement*, est réalisé de façon adaptative, avec connaissance du canal *a priori*. Les mécanismes de configuration dynamique de ces opérations seront présentés dans la troisième partie du document.

La dernière étape avant la transmission du signal consiste à mettre en œuvre la modulation multiporteuse. Celle-ci est entreprise par utilisation d'une double IFFT de taille $2N$ combinée à l'insertion de l'intervalle de garde. Sans prendre en compte cet intervalle de garde dans l'écriture des signaux, le signal généré s'exprime,

$$\boldsymbol{S}^{(q)} = \boldsymbol{F}^H \boldsymbol{D} \underbrace{\begin{bmatrix} \boldsymbol{W}_q & & \\ & \ddots & \\ & & \boldsymbol{W}_q \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{C} & & \\ & \ddots & \\ & & \boldsymbol{C} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{X}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{X}_U \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\mathcal{M}}^{(q)}} \tag{2.22}$$

Enfin, le signal généré est filtré, puis transmis sur le canal CPL après conversion sous sa forme analogique. La liaison étant de type point-à-multipoint, autant de canaux que de récepteurs sont à considérer. Les canaux utilisés dans nos simulations sont ceux présentés au paragraphe 1.2.1.4. Par ailleurs, étant donnée l'absence de modèle de bruit, nous travaillerons dans un environnement perturbé par du bruit blanc additif gaussien dont le niveau sera fixé à -110 dBm/Hz, comme spécifié dans le paragraphe 1.2.2.

En réception au niveau de chaque modem abonné, on effectue les opérations duales de celles réalisées en émission en commençant par échantillonner et filtrer le signal reçu. On note $\boldsymbol{Y}_u^{(q)}$ le signal numérique ainsi obtenu par les différents abonnés u d'une cellule q. En supposant la synchronisation acquise, la démodulation OFDM, notée IOFDM, est alors effectuée. On rappelle qu'elle consiste tout d'abord à supprimer les échantillons de l'intervalle de garde, puis à traiter les échantillons restant par une FFT de taille $2N$. Chaque uti-

lisateur cherche ensuite à récupérer les symboles qui lui sont destinés en désentrelaçant les données reçues sur chaque sous-porteuse. Il suffit alors d'appliquer au signal reçu la matrice transposée de la matrice d'entrelacement $\boldsymbol{D}$ utilisée à l'émission. Le signal réordonnancé par blocs d'origine s'écrit alors, $\boldsymbol{D}^T \boldsymbol{F} \boldsymbol{Y}_u^{(q)}$. Chaque modem abonné ne conserve en réalité que les données lui appartenant, et l'on note $\boldsymbol{\mathcal{M}}_u^{(q)}$ la matrice recueillie.

Comme nous le détaillerons dans le chapitre suivant, la compensation des distorsions apportées par le canal sélectif en fréquence est envisageable en multipliant les données reçus par des coefficients d'égalisation, calculés à partir des estimations de la réponse fréquentielle du canal en fonction de la connaissance du canal au récepteur. On construit alors une matrice d'égalisation, notée $\boldsymbol{G}_u$, que l'on applique à la matrice $\boldsymbol{\mathcal{M}}_u^{(q)}$. Le désembrouillage des données est ensuite mis en œuvre en multipliant la matrice des symboles égalisés par $\boldsymbol{W}_q^H$. De même, une dernière multiplication matricielle permet d'effectuer le désétalement des données. La matrice de symboles récupérée s'écrit alors,

$$\tilde{\boldsymbol{X}}_u = \boldsymbol{C}^H \boldsymbol{W}_q^H \boldsymbol{G}_u \boldsymbol{\mathcal{M}}_u^{(q)} \tag{2.23}$$

Le décodage de constellation, ou *démapping*, des symboles est alors entrepris au cours duquel on cherche à prendre une décision quant à la correspondance des symboles reçus avec les points des constellations utilisées. On attribue ainsi des valeurs binaires au signal reçu. L'opération de décodage de canal, combinée au désentrelacement des octets, vient finalement corriger les erreurs de décision. La prise de décision au cours du *démapping* est effectuée de façon dure. Ce choix s'explique par la complexité de mise en œuvre qu'aurait nécessité une opération de décodage souple par le décodeur de Reed-Solomon.

Pour finir, ajoutons que l'estimation de canal, l'estimation des bruits et brouilleurs et la synchronisation sont effectuées en continu et en parallèle des processus décrits au sein de chacun des récepteurs. L'estimation du canal est non seulement nécessaire à la mise en œuvre de l'égalisation des données, mais également à l'utilisation de procédés de partage dynamique du spectre entre les utilisateurs. Il est important de voir que pour cette raison, chaque récepteur u devra estimer la réponse du canal *sur toute la bande du signal* et non sur les seules sous-porteuses attribuées à l'utilisateur u. L'estimation des bruits permet de calculer le rapport signal sur interférences et bruits (RSIB), utile à l'adaptation des modulations au canal (cf. chap. 6). La connaissance du RSIB est en outre requise dans le cadre d'un détecteur à minimum d'erreur quadratique moyenne (cf. chap. 3 et 5). La synchronisation est de façon évidente nécessaire au traitement correct du signal reçu (cf. chap. 3).

2.3.2 Transmission en voie montante

De façon logique, la chaîne de transmission en voie montante est symétrique à celle de la voie descendante. Les étapes de la chaîne sont identiques à celles décrites précédemment à la différence près que l'on a cette fois-ci U émetteurs correspondant aux différents modems abonnés connectés, et que le modem central, ou le répéteur, joue le rôle de récepteur. On rappelle que le lien montant ne requiert aucune synchronisation puisqu'il est, par hypothèse, asservi par le lien descendant. Au contraire, les opérations d'estimation de canal et d'estimation des bruits et brouilleurs s'avèrent nécessaires, afin de procéder à l'égalisation des données d'une part, et à l'adaptation dynamique des ressources d'autre part. À la différence de la voie descendante, cependant, le récepteur doit estimer autant de canaux qu'il existe d'émetteur, la liaison étant de type multipoint-à-point.

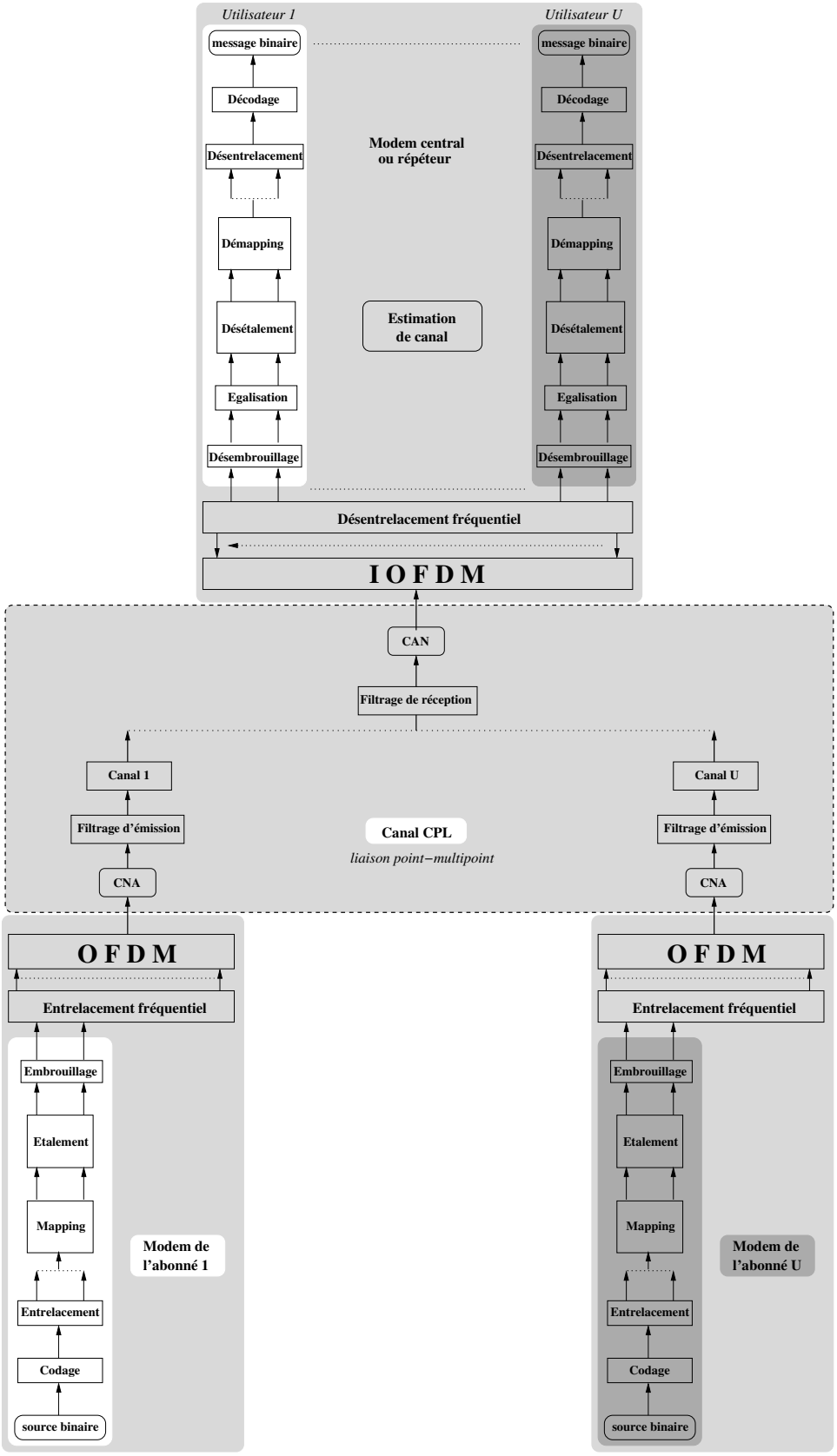


FIG. 2.9 – Chaîne de communications mise en œuvre en voie montante

Conclusion de la première partie

L'étude système présentée dans ce chapitre a permis d'établir et d'expliquer un certain nombre de choix importants concernant la forme d'onde, les paramètres et l'organisation des échanges du système étudié. Différentes techniques de transmission, combinant l'OFDM et l'étalement de spectre ont été présentées. Parmi l'ensemble de ces techniques hybrides, le choix s'est finalement porté sur la combinaison SS-MC-MA, faisant partie des combinaisons utilisant plusieurs blocs de sous-porteuses. Proposée et étudiée ici pour la première fois pour ce type d'application, la technique SS-MC-MA exploite l'étalement de spectre à des fins de multiplexage des données et le FDMA pour le multiplexage des utilisateurs. De part sa structure, le SS-MC-MA possède toute la souplesse nécessaire à l'adaptation dynamique des ressources entre les utilisateurs, tout en étant une solution adaptée à un environnement fortement bruité. Les caractéristiques du canal CPL mises en évidence dans le premier chapitre ont permis de procéder au dimensionnement de ce système. Les autres contributions originales présentées dans ce chapitre ont porté sur l'organisation des échanges dans le réseau. Nous avons alors défini un réseau centralisé dans lequel un modem central joue le rôle de station de base. L'utilisation de répéteurs a par ailleurs été suggérée afin d'assurer les liaisons à grande distance, conduisant ainsi au partage du réseau en différentes cellules. Une structure de trame, divisée en 4 slots temporels, a finalement été proposée afin de gérer le duplexage et les aspects multicellulaires dans le réseau. Des symboles d'apprentissage dédiés aux fonctions de synchronisation et d'estimation de canal ont par ailleurs été spécifiés.

L'ensemble de l'étude menée dans cette première partie a donné lieu à la rédaction d'un rapport technique au sein du projet IDILE [60]. Dans un cadre plus général, la problématique liée à la mise en œuvre de communications à haut-débit sur courant porteur a fait l'objet d'une communication lors d'une conférence nationale [62].

Parmi la multiplicité des investigations qui peuvent être menées au sein d'un système comme celui proposé ici, nous allons focaliser notre attention dans la suite de ce document sur l'étude des processus suivants :

- des fonctions de synchronisation et d'estimation de canal dans le réseau ;
- des fonctions d'allocation dynamique des ressources entre utilisateurs.

Ces deux points sont essentiels dans la procédure d'établissement de la communication et conditionnent pour beaucoup les performances du système. Le problème de l'estimation des bruits et brouilleurs n'est pas traité dans ce document. Une solution possible consiste à utiliser une série de symboles muets permettant à chaque modem d'*écouter* tour à tour les bruits générés sur la ligne. Ce point a fait l'objet d'une étude dans [59] par d'autres partenaires du projet IDILE. Par la suite, la connaissance de l'environnement de bruit sera supposée parfaite au sein des modems une fois l'étape de synchronisation achevée.

Deuxième partie

Procédés de synchronisation et d'estimation de canal

Chapitre 3

La réception des signaux à porteuses multiples

Le premier chapitre de cette seconde partie constitue un préambule à l'étude des procédés de synchronisation et d'estimation de canal du système étudié. Les résultats présentés permettront de développer par la suite les estimateurs nécessaires à la synchronisation et à la compensation des effets du canal. Nous allons commencer ce chapitre par rappeler la forme du signal reçu après passage dans un canal dispersif en temps. Ensuite, nous détaillerons les effets des erreurs de synchronisation sur le signal à porteuses multiples reçu en voie descendante. Enfin, dans un dernier paragraphe, nous évaluerons la dégradation des performances en fonction de ces erreurs afin de fixer les objectifs à atteindre par les algorithmes d'estimation mis en œuvre par la suite. Les développements vont être menés à partir des signaux reçus directement en sortie de l'opération de FFT, sans prendre en compte l'opération d'étalement, de telle sorte que les résultats obtenus puissent être appliqués à tout signal de type OFDM. Le formalisme utilisé ainsi que les algorithmes décrits ultérieurement restent donc valides quelle que soit la technique de modulation multiporteuse utilisée, et en particulier quel que soit le système mis en œuvre parmi ceux présentés dans le chapitre précédent (cf. paragraphe 2.1.2.2).

3.1 Les effets d'un canal dispersif en temps

3.1.1 Expression du signal reçu

À partir de la modélisation multitrajet adoptée à l'équation (1.7), il est possible d'échantillonner la réponse impulsionnelle du canal de propagation à la fréquence du signal émis. On obtient ainsi un vecteur $\boldsymbol{h_t} = [h_0 \cdots h_{L-1}]^T$ composé des L coefficients complexes correspondant aux L échantillons obtenus par interpolation. Le signal analytique reçu s'exprime alors

$$r_n = \sum_{l=0}^{L-1} h_l \, \bar{s}_{n-l} + b_n \,, \tag{3.1}$$

où s_n représente les échantillons du signal à porteuses multiples émis, b_n les échantillons du bruit blanc, et $\bar{\cdot}$ représente l'opération de conjugaison complexe. En considérant l'utilisation d'un intervalle de garde de D échantillons, les symboles émis s'écrivent sous

forme de blocs temporels $\boldsymbol{t}_m$ composés de $N + D$ échantillons. Une écriture vectorielle donne $\boldsymbol{t}_m = [s_{m,N-D} \cdots s_{m,N-1}\, s_{m,0} \cdots s_{m,N-1}]^T$, avec m l'indice du bloc temporel. Si le récepteur a une connaissance parfaite du rythme des échantillons et des symboles, les D premiers échantillons de chaque bloc temporel reçu sont supprimés, conformément au fenêtrage proposé figure 2.2. Comme $D > L$ par hypothèse de départ, le vecteur d'échantillons obtenus ne subit aucune interférence de la part du bloc temporel précédent. En utilisant le fait que les D échantillons de cet intervalle de garde constituent une recopie des D derniers échantillons de chaque symbole $\boldsymbol{s}_m = [s_{m,0} \cdots s_{m,N-1}]^T$, le signal obtenu s'écrit

$$\boldsymbol{r}_m = \boldsymbol{T_h} \cdot \boldsymbol{s}_m + \boldsymbol{b}_m \,, \tag{3.2}$$

$$\text{avec, } \boldsymbol{T_h} = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & \dots & \dots & h_{L-1} & \dots & \dots & h_1 \\ h_1 & \ddots & & & & \ddots & & h_2 \\ \vdots & & \ddots & & & & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & & & & h_{L-1} \\ h_{L-1} & & & & \ddots & & & \vdots \\ 0 & \ddots & & & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & h_{L-1} & \dots & \dots & h_1 & h_0 \end{bmatrix} , \tag{3.3}$$

avec $\boldsymbol{r}_m = [r_0 \cdots r_{N-1}]^T$ le vecteur d'échantillons retenus après suppression de l'intervalle de garde. La matrice de canal $\boldsymbol{T_h}$ utilisée est une matrice de Toeplitz particulière puisqu'elle est circulante par construction. Ainsi, le résultat du produit matriciel est le *produit de convolution cyclique* des coefficients du canal par les échantillons du symbole $\boldsymbol{s}_m$. La matrice $\boldsymbol{T_h}$ est de dimension $N \times N$ et de première colonne $\boldsymbol{v}_1 = [\boldsymbol{h_t}^T\, 0 \cdots 0]^T$. Par propriété, on sait que toute matrice circulante est diagonalisable dans une base de vecteurs propres de Fourier et ses valeurs propres ne sont autres que le résultat de la transformée de Fourier de sa première colonne [63]. Autrement dit, on peut écrire que $\boldsymbol{T_h} = \boldsymbol{F}^H \boldsymbol{H} \boldsymbol{F}$, avec $\boldsymbol{H} = \mathrm{diag}\,(\boldsymbol{F}\boldsymbol{v}_1)$. En utilisant l'écriture du signal multiporteuse proposé à l'équation (2.5), le vecteur de symboles $\boldsymbol{y}_m = [y_{m,0} \cdots y_{m,N-1}]^T$ obtenu après l'opération de FFT en réception est donc

$$\begin{aligned} \boldsymbol{y}_m &= \boldsymbol{F} \cdot (\boldsymbol{F}^H \boldsymbol{H} \boldsymbol{F}) \cdot \boldsymbol{F}^H \boldsymbol{x}_m + \boldsymbol{F}\boldsymbol{b}_m \\ &= \boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_m + \boldsymbol{b}'_m \,. \end{aligned} \tag{3.4}$$

Après démodulation OFDM, on retrouve donc les symboles $x_{m,k}$ émis sur chaque sous-porteuse et affectés d'un facteur multiplicatif correspondant à la valeur de la fonction de transfert du canal prise à la fréquence f_k, $k = [0 \cdots N-1]$. Cela corrobore le principe de base de l'OFDM, présenté au paragraphe 2.1.1, qui est de transmettre différents symboles en parallèle sur un jeu de sous-porteuses, chacune affectée par un canal localement plat en fréquence. Le vecteur $\boldsymbol{b}'_m$ reste quant à lui un vecteur d'échantillons de bruit blanc gaussien indépendants et de même variance puisque la transformée de Fourier d'un vecteur

gaussien ne change pas ses statistiques. En remarquant que $\boldsymbol{H}$ peut aussi s'écrire $\boldsymbol{H} = \mathrm{diag}\,(\boldsymbol{F}_{N,L}\boldsymbol{h_t})$, avec $\boldsymbol{F}_{N,L}$ la matrice de Fourier de dimension $N \times L$, une deuxième écriture du signal à porteuses multiples en réception peut être donnée, à savoir

$$\begin{aligned} \boldsymbol{y}_m &= \boldsymbol{X}_m \boldsymbol{F}_{N,L} \boldsymbol{h_t} + \boldsymbol{b}'_m \,, \\ &= \boldsymbol{X}_m \boldsymbol{h_f} + \boldsymbol{b}'_m \,, \end{aligned} \tag{3.5}$$

avec $\boldsymbol{X}_m = \mathrm{diag}\,(\boldsymbol{x}_m)$, et $\boldsymbol{h_f} = [H_0 \cdots H_{N-1}]^T$. Les écritures (3.4) et (3.5) seront toutes deux utiles aux développements qui interviendront dans la suite du document.

3.1.2 Égalisation et estimation de canal

On déduit des expressions précédentes que les distorsions apportées par le canal peuvent être simplement compensées en multipliant chaque symbole $y_{m,k}$ obtenu sur chaque sous-porteuse k par un coefficient complexe g_k approprié. Remarquons que l'on note g_k et non $g_{m,k}$ ces coefficients, car l'on suppose le canal invariant à l'échelle des symboles. En retrouve ici la notion d'égalisation évoquée lors de la présentation de la chaîne de communications au chapitre 2. Une matrice d'égalisation $\boldsymbol{G}$ est donc appliquée sur le signal fréquentiel reçu, soit

$$\tilde{\boldsymbol{y}}_m = \boldsymbol{G}\boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_m + \boldsymbol{G}\boldsymbol{b}'_m \,, \tag{3.6}$$

avec $\boldsymbol{G} = \mathrm{diag}\,(\{g_k\}_{0 \leq k \leq N-1})$. Le choix des coefficients g_k résulte de la dérivation d'un critère de réception donné, tel que le critère du minimum d'erreur quadratique moyenne (MMSE – minimum mean square error) ou encore le critère du forçage à zéro (ZF — zero forcing) [64]. Ainsi, l'opération de convolution par un filtre adaptatif utilisée pour l'égalisation du canal dans les systèmes monoporteuses est ici réduite à une simple opération de multiplication complexe. On parle alors souvent de *combinaison* plutôt que d'égalisation. Précisons cependant que la matrice $\boldsymbol{G}$ n'est diagonale que si l'on ignore la structure du vecteur $\boldsymbol{x}_m$, au sens algébrique du terme. C'est effectivement le cas en OFDM, puisque x_m n'a précisément aucune structure particulière en tant que vecteur de symboles aléatoires. Au contraire, si l'on met en œuvre une opération d'étalement, comme en mode SS-MC-MA, on donne alors à $\boldsymbol{x}_m$ une structure connue du récepteur et qui doit, en théorie, être prise en compte dans l'application du critère de réception et, par conséquence, dans la dérivation de la matrice $\boldsymbol{G}$ qui en découle. À titre d'exemple, on peut citer la dérivation du critère MMSE appliqué aux signaux MC-CDMA et dont la solution a été proposée dans [33]. En pratique, on omet souvent la structure de $\boldsymbol{x}_m$ pour obtenir des récepteurs simples. Nous reviendrons sur ce point dans la dernière partie de ce document. Au demeurant, quel que soit le récepteur à mettre en œuvre en terme de complexité ou de critère de réception, la connaissance des atténuations du canal sur chaque sous-porteuse du spectre est nécessaire pour construire la matrice $\boldsymbol{G}$. L'enjeu reste alors leur détermination par la fonction d'*estimation de canal*.

Notons enfin que le signal OFDM peut être démodulé en différentiel, comme cela est proposé dans le standard DAB (digital audio broadcasting) [65], auquel cas l'estimation de canal n'est plus nécessaire. Cependant, une perte de performance de l'ordre de 3 dB dans le cas d'une modulation de phase à 4 états, ajoutée au fait que l'utilisation de constellations à plusieurs niveaux d'amplitudes ne puisse être envisagée facilement [66], ne rend pas cette solution adaptée au système considéré ici. Nous chercherons donc à mettre en place une démodulation cohérente pour laquelle l'estimation des atténuations

du canal est nécessaire. Les solutions adoptées pour cela seront exposées dans le prochain chapitre.

3.2 Caractérisation des erreurs de synchronisation

Dans le paragraphe précédent, nous avons supposé que le récepteur avait une connaissance parfaite du rythme des échantillons et du découpage du flux de données en symboles multiporteuses. D'après les hypothèses utilisées dans le dimensionnement du système et du réseau, nous avons cependant considéré que seul le modem central MC avait une connaissance parfaite de la synchronisation, et que les autres modems devaient en faire l'acquisition. Cela sous-entend d'une part que chaque modem du réseau ne connaît pas le début et la fin des symboles multiporteuses, et d'autre part qu'il dispose d'une horloge d'échantillonnage qui oscille librement, et qui est par conséquent asynchrone avec l'horloge maître, en fréquence et en phase. Pour un modem donné, les inconnues sont alors le décalage entre la position courante de sa fenêtre FFT par rapport à la position optimale, la différence de fréquence d'échantillonnage avec celle utilisée par le modem central et le décalage des instants d'échantillonnage avec ceux d'origine. Nous allons donc chercher à caractériser les distorsions engendrées sur le signal reçu par ces différents types d'erreurs, souvent désignés par l'appellation générique d'erreur de *timing* ou de rythme. Dans la suite, les notations suivantes seront adoptées :

$$\epsilon_t = \frac{\delta_t}{N} \qquad \epsilon_f = \frac{\delta_f}{T_e} \qquad \epsilon_p = \frac{\delta_p}{T_e}\,, \tag{3.7}$$

avec,

δ_t : le décalage temporel de la fenêtre FFT en nombre d'échantillons ;
δ_f : l'écart de période d'échantillonnage dû au décalage de fréquence des oscillateurs ;
δ_p : le décalage des instants d'échantillonnage dû à l'écart de phase des oscillateurs ;

Notons qu'aucun décalage de fréquence porteuse n'est à considérer ici puisque le signal est directement transmis en première fréquence intermédiaire. Aucune transposition fréquentielle n'est opérée à l'émetteur et la fréquence porteuse f_c est égale à la moitié de la fréquence d'échantillonnage f_e. Cet aspect constitue un avantage pour notre système puisqu'il rend inutile la synchronisation de la fréquence porteuse, d'autant plus qu'il s'agit là d'un point crucial du développement des systèmes multiporteuses [67, 68].

3.2.1 Erreurs de placement de fenêtre FFT

Commençons par étudier l'influence du mauvais placement de la fenêtre FFT. Trois cas, présentés sur la figure 3.1, sont à considérer selon que la fenêtre est en retard, en avance de plus ou de moins $(D - L)$ échantillons. Une fenêtre en avance se caractérise par un décalage $\delta_t < 0$, et inversement $\delta_t > 0$ pour une fenêtre en retard. Pour isoler les erreurs dues à ces défauts de positionnement, on considèrera dans ce paragraphe que l'horloge de réception est parfaitement synchronisée sur celle d'émission, soit $\delta_f = 0$.

3.2.1.1 Cas d'une fenêtre en avance

A- ***Avance modérée :*** $-(D - L) < \delta_t < 0$

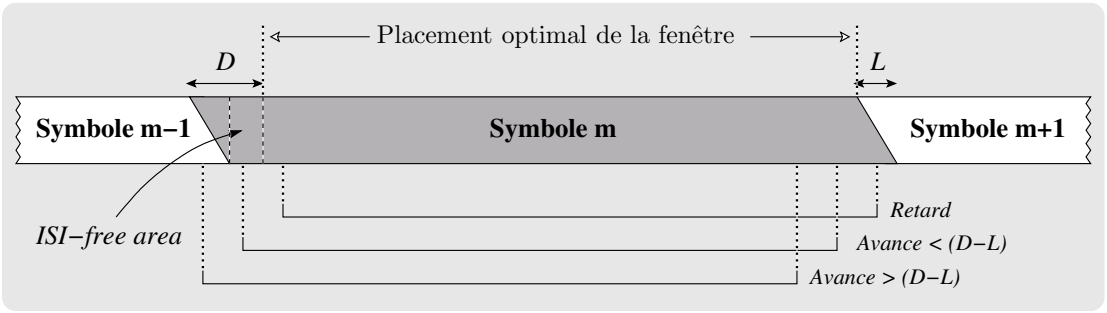


FIG. 3.1 – Représentation schématique des trois scénarios de défaut de placement de la fenêtre FFT en réception du signal à porteuses multiples

Dans ce cas, les premiers échantillons sélectionnés par le fenêtrage appartiennent à la portion de l'intervalle de garde qui n'est pas affectée d'ISI, souvent appelée en anglais *ISI-free area*. Grâce au surdimensionnement de l'intervalle de garde, l'étalement des retards n'affecte en effet que les L premiers échantillons reçus laissant les $(D-L)$ suivant vierges de toute interférence. L'expression du vecteur de symboles est alors très simple à obtenir en repartant de l'équation (3.2). Le décalage temporel de la fenêtre induit une permutation circulaire des colonnes de $\boldsymbol{T_h}$ de $|\delta_t|$ lignes vers le bas. En définissant $\boldsymbol{P}$ la matrice de permutation,

$$\boldsymbol{P}(x) = \left[\begin{array}{c|c} 0 & \boldsymbol{I}_x \\ \hline \boldsymbol{I}_{N-x} & 0 \end{array}\right], \tag{3.8}$$

où $\boldsymbol{I}_N$ désigne la matrice identité de taille $N \times N$, on obtient alors

$$\boldsymbol{r}_m = \boldsymbol{P}(-\delta_t)\,\boldsymbol{T_h} \cdot \boldsymbol{s}_m + \boldsymbol{b}_m\,. \tag{3.9}$$

De façon évidente, la matrice de permutation est circulante et peut être diagonalisée par les matrices de Fourier. En notant $\boldsymbol{\Theta}$ la matrice diagonale obtenue, l'expression du vecteur des symboles reçus après démodulation OFDM s'écrit donc,

$$\boldsymbol{y}_m = \boldsymbol{\Theta}(\epsilon_t)\,\boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_m + \boldsymbol{b}'_m\,. \tag{3.10}$$

La première colonne de $\boldsymbol{P}$ est un vecteur de taille N dont tous les éléments sont nuls sauf celui d'indice x. Les éléments de $\boldsymbol{\Theta}$ sont donc le résultat de la transformée de Fourier de la masse de Dirac décalée de $|\delta_t|$ et échantillonnée à T_e. Par propriété, on a immédiatement

$$\boldsymbol{\Theta}(x) = \mathrm{diag}\left(\left[1\, e^{\jmath 2\pi x}\ \cdots\ e^{\jmath 2\pi(N-1)x}\right]\right)\,. \tag{3.11}$$

Finalement, la cyclicité naturelle de la transformée de Fourier combinée à la cyclicité artificielle introduite dans le flux d'échantillons permet au décalage temporel de la fenêtre de se traduire par une simple rotation de phase des symboles fréquentiels $y_{m,k}$ reçus [69]. L'angle de rotation subi par chaque symbole est négatif et proportionnel à l'indice de

la sous-porteuse sur lequel il a été transmis. Si les coefficients fréquentiels du canal ont été estimés à partir de données ayant subi le même décalage de fenêtre, les déphasages propres à chacune des sous-porteuses sont pris en compte par l'estimateur. Par voie de conséquence, ils seront corrigés par la matrice $\boldsymbol{G}$ lors de la phase d'égalisation au même titre que les déphasages introduits par le canal. On retiendra d'ailleurs qu'il n'est pas possible de différencier les déphasages introduits par les défauts de fenêtrage de ceux intrinsèques au canal de propagation. A l'issue de l'étape d'égalisation, on comprend alors que le rapport signal sur bruit n'est pas du tout affecté dans ce cas précis par le décalage de fenêtrage.

B- ***Avance importante :*** $\delta_t < -(D - L)$

Si l'on considère à présent que l'avance de fenêtrage est telle que les premiers échantillons sélectionnés sont issus de la portion de l'intervalle de garde destinée à l'absorption des trajets multiples, l'apparition de termes d'interférence est alors inévitable. Ces termes d'interférence vont participer à la dégradation du rapport signal à bruit en sortie de FFT. Les calculs permettant d'obtenir l'expression du vecteur de symboles après démodulation OFDM sont présentés en annexe B. On y considère un découpage de la réponse impulsionnelle du canal en deux réponses successives $\boldsymbol{h_{t1}} = [h_0 \cdots h_{p-1}\, 0 \cdots 0]^T$ et $\boldsymbol{h_{t2}} = [0 \cdots 0\, h_p \cdots h_{L-1}]^T$, avec $\boldsymbol{h_t} = \boldsymbol{h_{t1}}^T + \boldsymbol{h_{t2}}^T$ et $p = D + \delta_t + 1$. La première réponse est composée des trajets participant à l'étalement des échantillons avant le début du fenêtrage et la seconde réponse contient les trajets intervenant après le début du fenêtrage. Ces derniers sont en fait les seuls responsables de l'apparition d'interférence. Le vecteur de symboles obtenus après FFT s'écrit alors,

$$\boldsymbol{y}_m = \boldsymbol{\Theta}(\epsilon_t)\ (\boldsymbol{H}_1 + \alpha \boldsymbol{H}_2)\, \boldsymbol{x}_m + \boldsymbol{\Xi}_{\text{ICI}} + \boldsymbol{\Xi}_{\text{ISI}} + \boldsymbol{b}'_m\,, \tag{3.12}$$

avec $\boldsymbol{H}_1 = \text{diag}\,(\boldsymbol{F}_{N,L}\boldsymbol{h_{t1}})$ et $\boldsymbol{H}_2 = \text{diag}\,(\boldsymbol{F}_{N,L}\boldsymbol{h_{t2}})$. Comme leur appellation le laisse suggérer, les vecteurs $\boldsymbol{\Xi}_{\text{ICI}}$ et $\boldsymbol{\Xi}_{\text{ISI}}$ sont les termes d'interférence dus à l'étalement de la réponse de $\boldsymbol{h_{t2}}$. L'apparition d'ISI est évidente au regard de la figure 3.1 puisque le fenêtrage sélectionne des échantillons provenant des derniers échos du symbole $m-1$, c'est-à-dire ceux engendrés par $\boldsymbol{h_{t2}}$. Par ailleurs, le fenêtrage des répliques du symbole m produites par ce même canal s'effectue sur moins de N échantillons. Cela conduit inévitablement à une perte des conditions d'orthogonalité entre ces répliques et les répliques produites par $\boldsymbol{h_{t1}}$, et donc à l'apparition d'ICI. Enfin, α est un facteur d'atténuation qui relate la perte d'énergie due au fait que le fenêtrage effectué ne sélectionne que $L - p < N$ échantillons pour les trajets de $\boldsymbol{h_{t2}}$. En annexe B, il est montré que $\alpha = 1 - \frac{L-p}{N}$. Le point commun avec l'équation (3.10) reste la présence de la matrice de rotation $\boldsymbol{\Theta}$ qui affecte les composantes utiles de la même façon que précédemment.

3.2.1.2 Cas d'une fenêtre en retard

Le cas du retard de fenêtrage est en définitive très proche du cas de fenêtrage avec avance importante, puisque le vecteur sélectionné va comporter des échantillons du symbole $m+1$ et va tronquer les premières répliques du symbole m. Comme précédemment vont ainsi apparaître des termes d'ISI et d'ICI. Pour exprimer le signal en sortie de FFT, la même astuce de calcul peut être employée, à savoir le partage de la réponse du canal en deux

réponses $\boldsymbol{h_t} = \boldsymbol{h_{t1}}^T + \boldsymbol{h_{t2}}^T$ avec $p = \delta_t > 0$ (cf. annexe B). Le résultat est alors fortement comparable à celui de l'équation (3.12), soit

$$\boldsymbol{y}_m = \boldsymbol{\Theta}(\epsilon_t)\ (\alpha \boldsymbol{H}_1 + \boldsymbol{H}_2)\, \boldsymbol{x}_m + \boldsymbol{\Xi}_{\text{ICI}} + \boldsymbol{\Xi}_{\text{ISI}} + \boldsymbol{b}'_m\,. \tag{3.13}$$

Remarquons que le coefficient d'atténuation affecte maintenant les répliques engendrées par le canal $\boldsymbol{h_{t1}}$ puisque celles-ci sont tronquées à moins de N échantillons. Très logiquement, α vaut alors $(1 - \frac{p}{N})$. De même, les termes d'interférence sont cette fois fonction de l'étalement de la réponse $\boldsymbol{h_{t1}}$. Enfin, la rotation des symboles de chaque sous-porteuse est conservée mais a lieu dans le sens trigonométrique puisque ϵ_t est strictement positif, contrairement au cas d'avance de fenêtrage.

En somme, il faut retenir que tout décalage de fenêtre FFT induit dans le domaine fréquentiel une rotation de phase des symboles véhiculés par chaque sous-porteuse, rotation proportionnelle à l'indice de cette sous-porteuse. Seuls les cas d'avance supérieure à $D - L$ ou de retard engendrent une dégradation du RSB due à l'apparition de termes interférents de type ISI et ICI. Une étude plus approndie vient confirmer l'intuition que cette dégradation est en fait dépendante du profil de retard du canal considéré [70]. Sauf cas exceptionnel, la plupart des canaux, et à plus forte raison les canaux CPL [(1)], ont un profil de retard décroissant, c'est-à-dire que les derniers trajets sont de faible puissance comparés aux premiers. On comprend alors qu'un cas de retard de fenêtrage est beaucoup plus défavorable au SNR qu'un cas d'avance au-delà de $D - L$, la contribution des termes d'interférence ainsi que la perte occasionnée par α étant beaucoup plus prononcées lorsqu'elles proviennent de $\boldsymbol{h_{t1}}$ plutôt que de $\boldsymbol{h_{t2}}$. La situation intermédiaire d'avance modérée est quant à elle très confortable puisqu'elle ne connaît aucune interférence. Cela explique que beaucoup de systèmes multiporteuses considèrent un intervalle de garde légèrement surdimensionné pour disposer d'une marge de manœuvre rendant l'étape de synchronisation des symboles moins critique.

3.2.2 Erreurs d'échantillonnage

Intéressons-nous à présent aux problèmes de désynchronisation des horloges d'échantillonnage de l'émetteur et du récepteur. Afin d'isoler les effets de ce décalage d'horloge, un défaut de fenêtrage nul sera considéré ici, soit $\delta_t = 0$. Nous allons successivement traiter le cas de décalage de phase et de décalage de fréquence de l'oscillateur local de l'échantillonneur.

3.2.2.1 Décalage de phase

Le décalage de phase des oscillateurs locaux se traduit par un décalage des instants d'échantillonnage entre l'émetteur et le récepteur. Ce décalage reste constant d'un échantillon à l'autre si bien qu'à l'échelle d'un symbole multiporteuse entier, il apparaît un décalage des instants marquant le début et la fin du symbole par rapport à ceux d'origine. Autrement dit, un décalage de phase des oscillateurs locaux résulte en un défaut de fenêtrage

[(1)] La forte atténuation des lignes électriques est en effet un facteur favorable à l'obtention d'un profil de réponse impulsionnelle fortement décroissant.

FFT. En tant que décalage induit par un déphasage, l'ordre de grandeur de l'erreur de positionnement de la fenêtre reste inférieur à la demi-période d'échantillonnage, soit

$$|\epsilon_p| < 0,5\,. \tag{3.14}$$

Ainsi, contrairement au défaut de fenêtrage traité précédemment, il s'agit ici d'un décalage d'un nombre non-entier d'échantillons. On comprend alors qu'en suréchantillonnant le signal reçu d'un facteur suffisamment grand pour considérer $|\epsilon_p| = 1$, on retrouve les résultats formulés dans les sections précédentes, à savoir l'apparition d'une rotation de phase proportionnelle à l'indice de sous-porteuse pour chaque symbole fréquentiel reçu, et la présence éventuelle de termes d'interférences. A partir d'un décalage de fenêtre nul, $\epsilon_t = 0$, il n'est cependant pas possible de se retrouver dans la situation d'une avance de fenêtre supérieure à $D - L$. En outre, les termes d'interférence qui apparaissent pour un retard de fenêtre seront quasiment négligeables car on sera précisément dans le cas $p \ll N$ mentionné précédemment. On retiendra donc que le signal en sortie de FFT sera de la forme,

$$\boldsymbol{y}_m = \boldsymbol{\Theta}(\tfrac{\epsilon_p}{T_s})\,\boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_m + \boldsymbol{b}'_m\,, \tag{3.15}$$

en rappelant que $\epsilon_p = \frac{\delta_p}{T_e} = N\frac{\delta_p}{T_s}$. Comme dans le cas d'une avance de fenêtre modérée, il est clair que la rotation de phase induite par le déphasage des oscillateurs est totalement compensée lors de l'étape d'égalisation [71].

3.2.2.2 Décalage de fréquence

Traitons à présent le cas d'un décalage de fréquences des oscillateurs locaux, toujours en considérant un fenêtrage parfait des symboles reçus, ce qui implique $\epsilon_t = \epsilon_p = 0$. Le signal analogique reçu est alors échantillonné au pas $(1+\epsilon_f)T_e$ au lieu de T_e. Ainsi, en repartant du résultat de l'équation (3.4), le signal obtenu après échantillonnage s'exprime

$$\boldsymbol{r}_m = \widetilde{\boldsymbol{F}}^H(\epsilon_f)\boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_m + \boldsymbol{b}_m\,, \tag{3.16}$$

où $\widetilde{\boldsymbol{F}}(\epsilon_f)$ est définie comme la matrice de Fourier modifiée par le défaut d'échantillonnage, soit

$$\widetilde{\boldsymbol{F}}(\epsilon_f) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & e^{-\jmath 2\pi\frac{1+\epsilon_f}{N}} & \cdots & e^{-\jmath 2\pi(N-1)\frac{1+\epsilon_f}{N}} \\ \vdots & & & \vdots \\ 1 & e^{-\jmath 2\pi(N-1)\frac{1+\epsilon_f}{N}} & \cdots & e^{-\jmath 2\pi(N-1)^2\frac{1+\epsilon_f}{N}} \end{bmatrix}. \tag{3.17}$$

On vérifie que l'on a bien $\widetilde{\boldsymbol{F}}(\epsilon_f) = \boldsymbol{F}$ lorsque $\epsilon_f = 0$. Finalement, le vecteur de symboles obtenus après FFT s'écrit,

$$\boldsymbol{y}_m = \boldsymbol{F}\widetilde{\boldsymbol{F}}^H(\epsilon_f)\boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_m + \boldsymbol{b}'_m\,, \tag{3.18}$$

Il suffit alors de développer le produit matriciel $\boldsymbol{F}\widetilde{\boldsymbol{F}}(\epsilon_f)$ pour trouver l'expression du signal en sortie de FFT. Soit $\boldsymbol{\Sigma}(\epsilon_f) = \{\sigma_{k,l}\}_{0\leq k,l\leq N-1}$ la matrice obtenue, on a

$$\sigma_{k,l}(\epsilon_f) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} e^{\jmath 2\pi\frac{n}{N}\left(l(1+\epsilon_f)-k\right)}\,. \tag{3.19}$$

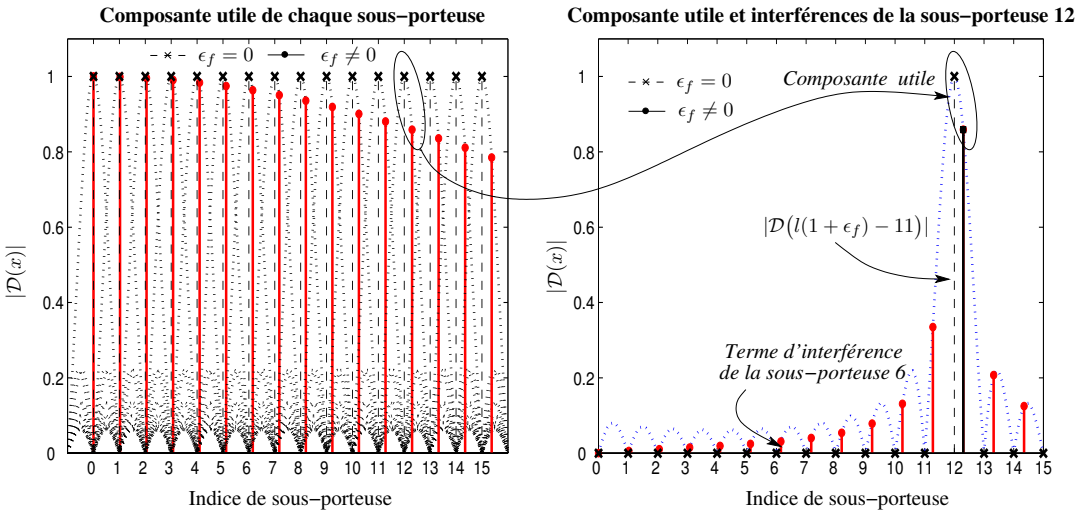


FIG. 3.2 – Illustration de la pondération par la fonction $|\mathcal{D}(x)|$ lors de l'échantillonnage d'un spectre OFDM à 16 sous-porteuses en présence d'un décalage de l'horloge ϵ_f — à gauche, dérive de l'échantillonnage de la composante utile de chaque sous-porteuse — à droite, contribution utile et interférences liées à la $13^{\text{ième}}$ sous-porteuse.

On reconnaît alors une somme de termes d'une suite géométrique qui permet finalement d'écrire,

$$\sigma_{k,l}(\epsilon_f) = \mathcal{D}_N\big(l(1+\epsilon_f) - k\big), \tag{3.20}$$

$$\text{avec,} \quad \mathcal{D}_N(x) = e^{\jmath\pi\frac{N-1}{N}x} \cdot \frac{1}{N}\frac{\sin \pi x}{\sin \frac{\pi x}{N}} \tag{3.21}$$

La figure 3.2 donne une représentation fréquentielle de l'échantillonnage d'un signal OFDM à 16 sous-porteuses selon que l'oscillateur local du récepteur est synchrone ou non avec celui de l'émetteur. La figure de gauche met en évidence l'échantillonnage de la composante utile de chaque sous-porteuse alors que celle de droite donne l'ensemble des composantes récoltées, utile et interférentes, par une sous-porteuse donnée. Comme le suggère (3.20), on vérifie que chaque échantillon récupéré est pondéré par la fonction $\mathcal{D}_N$, représentée en pointillés sur la figure de gauche et en trait plein sur celle de droite. Lorsque le décalage d'horloge est nul, les échantillons utiles de chaque sous-porteuse k sont pris au sommet de chaque fonction $\mathcal{D}_N$ et les échantillons d'interférence apportés par les autres sous-porteuses sont prélevés sur les zéros de $\mathcal{D}_N$. Au contraire, lorsque $\epsilon_f \neq 0$, les instants d'échantillonnage subissent une dérive proportionnelle à l'indice de sous-porteuse, si bien que les échantillons sélectionnés voient leur puissance modifiée suivant la loi imposée par $\mathcal{D}_N$. Ainsi, les composantes utiles sont atténuées et les termes d'interférences apparaissent. Il apparaît clairement que les sous-porteuses d'indices élevés sont celles qui pâtissent le plus d'un décalage d'horloge.

Isolons à présent les composantes utiles des termes d'interférences, soit

$$\boldsymbol{\Sigma}(\epsilon_f) = \boldsymbol{D}(\epsilon_f) + \boldsymbol{Z}(\epsilon_f)\,, \tag{3.22}$$

où $\boldsymbol{D}$ est la matrice diagonale composée des éléments diagonaux de $\boldsymbol{\Sigma}$ et $\boldsymbol{Z}$ est la matrice de diagonale nulle contenant les $\sigma_{k,l},\ \forall k \neq l$. On peut alors rapidement conclure que le vecteur $\boldsymbol{y}_m$ reçu s'exprime par,

$$\boldsymbol{y}_m = \boldsymbol{A}(\epsilon_f)\boldsymbol{\Theta}(\tfrac{N-1}{N}\epsilon_f)\boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_m + \boldsymbol{\Xi}_{\text{ICI}}(\epsilon_f) + \boldsymbol{b}'_m\,, \tag{3.23}$$

$$\text{avec,} \quad \begin{cases} \boldsymbol{A}(\epsilon_f) = \text{diag}\left([A_0 \cdots A_{N-1}]\right), & \text{où } A_k = \frac{1}{N}\dfrac{\sin(\pi k \epsilon_f)}{\sin\left(\frac{\pi k \epsilon_f}{N}\right)} \\ \boldsymbol{\Xi}_{\text{ICI}}(\epsilon_f) = \boldsymbol{Z}(\epsilon_f)\boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_m, & \text{où } z_{\substack{k,l \\ k\neq l}}(\epsilon_f) = \mathcal{D}_N\big(l(1+\epsilon_f) - k\big) \end{cases}$$

Finalement, il apparaît que chaque composante utile subit une atténuation et une rotation de phase proportionnelles à l'indice de la sous-porteuse qui lui correspond. A cela se rajoute un terme d'ICI qui dépend de la réponse fréquentielle du canal de propagation. Il en résulte alors une dégradation du SINR (*signal to interference and noise ratio*) dépendant de l'ampleur du décalage de l'horloge. Contrairement à la rotation de phase, le terme d'ICI ne peut pas être compensé par l'égaliseur ce qui signifie qu'un décalage de fréquence d'horloge doit être corrigé avant l'égalisation pour obtenir les performances optimales.

3.2.2.3 Dérive de fenêtre FFT

Nous venons de voir que pour un symbole isolé, le décalage d'horloge d'échantillonnage était responsable de l'apparition d'ICI, néfaste aux performances du système. Si l'on considère maintenant une succession de symboles multiporteuses, on comprend que l'échantillonnage selon une cadence asynchrone à celle d'origine va provoquer une dérive progressive de la référence de début de symbole. Un échantillonnage trop rapide, $\epsilon_f < 0$, va peu à peu induire une avance de la fenêtre FFT, alors qu'un échantillonnage selon un rythme trop lent, $\epsilon_f > 0$, aura tendance à la retarder. En rappelant qu'un symbole reçu, avant fenêtrage, est constitué de $N + D$ échantillons, on peut alors exprimer cette dérive après réception de m symboles comme,

$$\epsilon_t(m) = \frac{m(N+D)+D}{N}\epsilon_f\,, \tag{3.24}$$

avec $\epsilon_t(m) \in \mathbb{R}$. La partie entière de $\epsilon_t(m)$ correspond à un décalage de la fenêtre d'un nombre entier d'échantillons, alors que son reste peut s'interprêter comme un décalage de phase de l'horloge. En supposant que le décalage temporel reste tel que le fenêtrage débute dans la portion libre d'ISI de l'intervalle de garde, ces deux phénomènes conduisent au même résultat, à savoir une rotation de phase des signaux reçus sur chaque sous-porteuse. Si l'on ajoute à celà un décalage initial de fenêtre ϵ_{t_0} dès le premier symbole échantillonné, alors le décalage temporel encouru par le $m^{\text{ième}}$ symbole reçu est $\epsilon_t(m) = \epsilon_{t_0} + \frac{m(N+D)+D}{N}\epsilon_f$ et le signal obtenu en sortie de FFT s'écrit,

$$\boldsymbol{y}_m = \boldsymbol{A}(\epsilon_f)\boldsymbol{\Theta}(\tfrac{N-1}{N}\epsilon_f)\boldsymbol{\Theta}(\epsilon_t(m))\boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_m + \boldsymbol{\Xi}_{\text{ICI}}(\epsilon_f, \epsilon_t(m)) + \boldsymbol{b}_m\,, \tag{3.25}$$

$$\text{avec,} \quad \boldsymbol{\Xi}_{\text{ICI}}(\epsilon_f, \epsilon_t(m)) = \boldsymbol{Z}(\epsilon_f)\boldsymbol{\Theta}(\epsilon_t(m))\boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_m\,.$$

Cette expression s'obtient en combinant les résultats relatifs à un décalage de fenêtre, à un déphasage d'horloge et à un décalage de fréquence d'échantillonnage, respectivement

donnés par les équations (3.10), (3.15) et (3.23). Les mêmes expressions peuvent être réécrites pour un décalage de la fenêtre hors de la zone libre d'ISI, auquel cas des termes supplémentaires d'ISI et d'ICI doivent naturellement être pris en compte. La dérive de phase soulève un problème lié à la compensation de celle-ci par l'égaliseur. On comprend en effet que l'estimation du canal doit être raffraichie très régulièrement afin d'intégrer la rotation de phase au fur et à mesure qu'elle s'opère. Dans le cas contraire, l'intégralité de la rotation ne sera pas compensée et une erreur de phase résiduelle sera présente, entrainant par là une dégradation des performances.

3.2.3 Objectifs de synchronisation

Maintenant qu'ont été identifiés et caractérisés les effets des erreurs de rythme au sein du système, nous allons procéder à la quantification des pertes qu'ils produisent. Le but est d'arriver à déterminer la tolérance du système vis à vis des différents types d'erreurs. Nous allons pour cela prendre pour hypothèse que notre système arrive à se synchroniser au sein de la zone libre d'ISI de l'intervalle de garde, synchronisation que l'on peut qualifier de *grossière*. Cette hypothèse sera validée *a posteriori* dans le chapitre suivant. Ainsi, les termes d'ICI et d'ISI introduits par un placement trop avancé ou tardif de la fenêtre FFT ne sont pas considérés et c'est l'expression (3.25) qui fait référence. Deux principaux phénomènes qui peuvent influencer les performances sont donc à retenir : la rotation de phase des signaux et la composante d'ICI. Notons que tous deux sont conditionnés par la valeur du décalage de période d'échantillonnage ϵ_f.

3.2.3.1 Tolérance sur le placement de fenêtre

D'après l'étude système présentée en première partie de document, nous disposons d'un système multiporteuse dont l'intervalle de garde est doublement surdimensionné. Le temps de propagation des trajets aller-retour a non seulement été adjoint au temps minimal d'étalement des retards du canal pour garantir le principe de réseau globalement synchrone, mais un allongement supplémentaire de 4 μs a été octroyé par sécurité face à d'éventuels cas de propagation pathologique. Grâce à ce dernier, on génère une zone vierge de toute ISI au sein de l'intervalle de garde qui constitue une marge très confortable au placement de la fenêtre FFT. Il ne s'agit donc pas là d'un problème critique pour le système proposé. La portion de l'intervalle de garde libre d'ISI comporte environ 80 échantillons, et on retiendra qu'une avance de la fenêtre d'une dizaine d'échantillons par rapport à sa position optimale est largement acceptable.

3.2.3.2 Tolérance sur l'ICI

Nous commençons par traiter le cas isolé de la dégradation des performances en présence d'ICI due au décalage de fréquence d'horloge. Nous ne considérons pas ici la rotation de phase également causée par ce décalage afin de caractériser la seule influence des termes d'interférence. Les effets de rotation de phase seront abordés dans le paragraphe suivant. La dégradation des performances d'un système donné, en terme de taux d'erreur binaire, peut être quantifiée par l'augmentation du SNR qu'il est nécessaire de disposer en entrée du module de prise de décision pour conserver le même taux d'erreur en présence des perturbations étudiées. Nous allons donc exprimer la dégradation du SNR en sortie de FFT à partir de l'expression donnée en (3.23). D'après la forme de la fonction $\mathcal{D}(x)$ qui

vient pondérer la puissance de chaque terme d'interférence, il est clair que le niveau d'interférence et de puissance utile n'est pas uniforme selon les sous-porteuses, les fréquences les plus élevées étant les plus défavorisées (cf. figure 3.2). On exprime alors la dégradation de SNR λ_k par sous-porteuse, soit,

$$\begin{aligned}\lambda_k &= \frac{\mathrm{E}\left[|H_k x_k|^2\right]}{\mathrm{E}\left[|b_k|^2\right]} \cdot \frac{\mathrm{E}\left[|b_k + \xi_k|^2\right]}{\mathrm{E}\left[|A_k H_k x_k|^2\right]}\,, \\ &= \frac{1}{|A_k|^2} \cdot \left(1 + \frac{\mathrm{E}\left[|\xi_k|^2\right]}{N_0}\right) \end{aligned} \tag{3.26}$$

où N_0 est la densité spectrale de puissance du bruit et ξ_k correspond au terme d'ICI rencontré sur la $k^{\text{ième}}$ sous-porteuse. D'après l'équation (3.23), il s'écrit,

$$\xi_k = \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq k}}^{N-1} z_{k,l} H_l x_l\,. \tag{3.27}$$

En développant, on trouve alors [69],

$$\lambda_k = \frac{1}{|A_k|^2} \cdot \left(1 + \frac{E_s}{N_0} \cdot \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq k}}^{N-1} |z_{k,l}|^2 |H_l|^2\right)\,. \tag{3.28}$$

On s'aperçoit alors que la dégradation du SNR est non seulement fonction du décalage ϵ_f par l'intermédiaire de $z_{k,l}$ et A_k, mais aussi du SNR lui-même. Le système sera donc d'autant plus sensible à l'ICI que le SNR sera élevé. Plus précisément, les performances du système seront limitées par la puissance de l'ICI à partir d'un SNR suffisamment élevé. La figure 3.3 présente la dégradation de SNR observée sur chacune des sous-porteuses en fonction du SNR de réception en considérant un canal gaussien, soit $|H_k|^2 = 1,\ \forall k$. Le défaut d'échantillonnage est choisi égal à 100 ppm, soit $\epsilon_f = 10^{-4}$, ce qui correspond à la tolérance standard d'un oscillateur à faible coût. On note en premier lieu la tendance croissante de l'interférence avec l'indice de sous-porteuse, à l'exception des sous-porteuses du bord de bande. Cela amène par ailleurs à remarquer que l'ICI est une fonction croissante du nombre de sous-porteuses à bande totale occupée constante [69], et qu'un système OFDM avec un nombre restreint de sous-porteuses est bien moins sensible aux défauts d'échantillonnage. Dans notre cas, l'ICI ne peut clairement pas être négligée, la sous-porteuse la plus perturbée étant la $2030^{\text{ième}}$ avec une perte atteignant 22 à 30 dB de SNR. Autrement dit, il faut quasiment doubler le SNR pour compenser les perturbations liées à l'ICI. Afin de déterminer la tolérance du système aux erreurs de synchronisation, traçons la fonction $\lambda_k = f(\epsilon_f)$ pour cette sous-porteuse la plus défavorisée, et pour différents SNR de réception. Le résultat est donné figure 3.4. On conclut alors qu'il faut garantir une précision de l'ordre de quelques ppm pour que la perte de SNR ne soit que de quelques dixièmes de dB. Par la suite, nous prendrons comme référence une perte de 0,1 dB, ce qui constitue une contrainte forte.

Si l'on s'intéresse à présent aux canaux CPL dont nous disposons, il est possible de calculer la dégradation correspondante à partir de (3.28). Disposer d'un lien direct entre le SNR et le défaut d'échantillonnage pour une dégradation donnée étant cependant plus

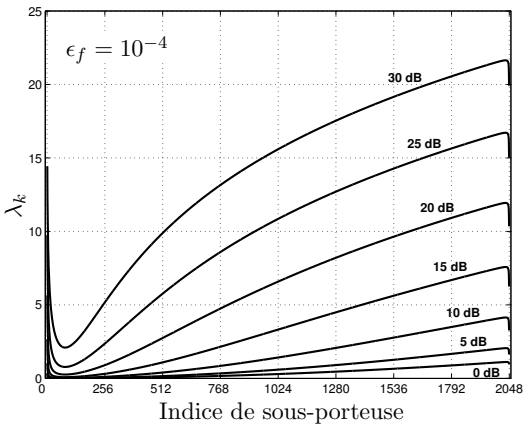


FIG. 3.3 – Dégradation du SNR en fonction de l'indice de sous-porteuse et pour différents SNR de réception. L'erreur d'échantillonnage est fixée à 100 ppm

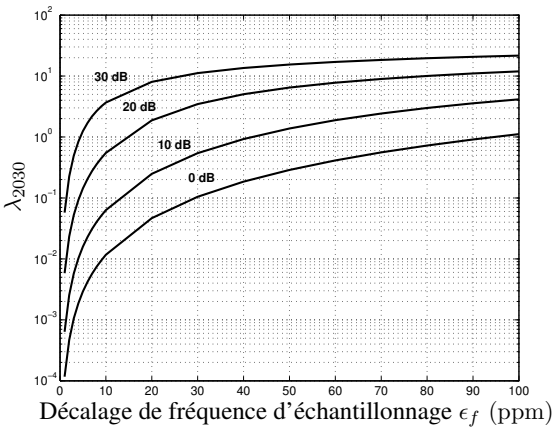


FIG. 3.4 – Dégradation du SNR en fonction de l'erreur d'échantillonnage ϵ_f pour la sous-porteuse la plus défavorisée et pour différents SNR de réception

utile, nous proposons de tracer la courbe donnant le décalage maximal de fréquence que le système peut tolérer en fonction du SNR pour une dégradation de 0.1 dB. Comme précédemment, on s'intéresse au pire cas, soit la sous-porteuse connaissant la dégradation la plus forte. La figure 3.5 donne les résultats relatifs aux 4 canaux proposés au chapitre 2. Les réponses ont été normalisées afin de pouvoir donner un sens au SNR. On note que le système est plus tolérant aux erreurs de synchronisation lorsque sont considérés les canaux CPL plutôt qu'un simple canal à bruit additif gaussien. Ceci s'explique simplement par le fait que les sous-porteuses qui contribuent le plus à l'interférence sont celles situées dans la partie haute du spectre, qui sont aussi celles qui subissent les atténuations les plus fortes. Leur contribution au terme d'interférence est donc minimisée par les évanouissements du canal, entraînant des exigences moins fortes en terme de synchronisation d'horloge. Dans la suite de l'étude sur la synchronisation, les résultats de la figure 3.5 seront utilisés pour témoigner de la qualité des estimateurs mis en œuvre.

3.2.3.3 Tolérance sur la rotation de phase

Les rotations de phase, lorsqu'elles sont mal compensées, se traduisent par une rotation des points de constellation par rapport aux seuils de détection théoriques utilisés par le récepteur. Dans notre cas, l'estimation de canal est effectuée en début de trame et permet donc de corriger la rotation des constellations qu'une seule fois par trame. De ce fait, en présence d'un décalage d'horloge d'échantillonnage, même minime, la dérive de fenêtre d'un symbole pilote à l'autre peut s'avérer problématique. L'angle accumulé au cours de la transmission dégrade les performances, d'autant plus que l'ordre de la constellation utilisée est élevé. À la réception du premier symbole de trame $\boldsymbol{y}_0$, le déphasage perçu par l'estimateur de canal comprend celui engendré par le décalage initial de fenêtre ϵ_{t_0}, le déphasage de l'oscillateur ϵ_p et le déphasage lié au décalage de fréquence d'échantillonnage ϵ_f. Ainsi, pour les symboles $\boldsymbol{y}_m$ reçus par la suite, la rotation de constellation liée à ces défauts est corrigée, et le déphasage causé par la dérive temporelle reste à considérer. Le

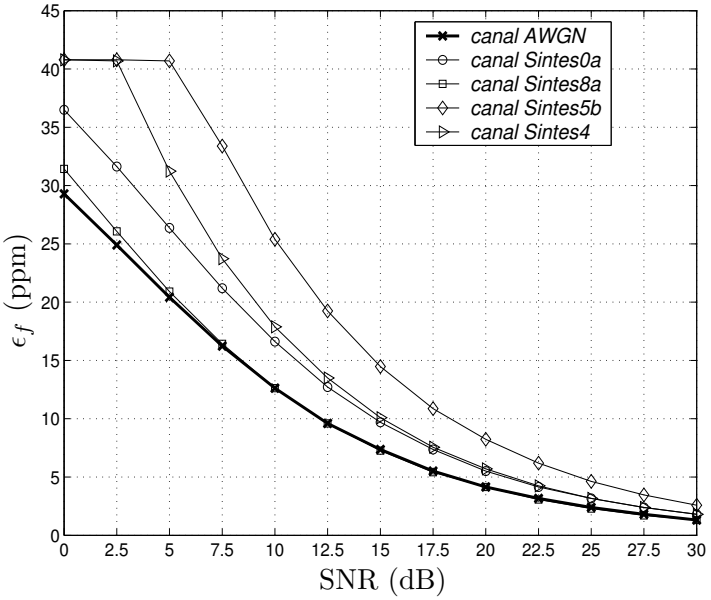


FIG. 3.5 – Précision minimale requise par le système en fonction du SNR de réception pour garantir une dégradation du SNR de moins de 0,1 dB sur la sous-porteuse la plus affectée par l'ICI.

cumul de l'angle de rotation induit sur la sous-porteuse k par la dérive temporelle est donnée par,

$$\phi_k(m) = 2\pi \, \frac{m(N+D)+D}{N} \, k\epsilon_f \, . \tag{3.29}$$

Cette expression nous donne donc la rotation subie sur une sous-porteuse donnée en fonction de la précision de l'oscillateur local. En considérant des slots temporels de longueur 64 comme ceux proposés au chapitre 3, on sait qu'il s'écoule $m = 2 \times 64$ symboles entre le début et la fin de la communication entre un modem et son correspondant. On comprend alors qu'un décalage infime de fréquence d'échantillonnage peut entrainer des erreurs importantes en fin de slots temporel. La précision angulaire requise est d'autre part d'autant plus forte pour les sous-porteuses de la partie haute du spectre.

Il est intéressant de faire le lien entre la rotation de phase et les ordres de modulation utilisés. Il est en effet clair que des constellations à haute efficacité spectrale demanderont une précision angulaire des seuils de décision de l'ordre du dixième de degré, alors que des constellations plus modestes pourront offrir des performances convenables en présence d'un déphasage de quelques degrés. Pour évaluer précisément les pertes de performances liées à la rotation de constellation, utilisons le résultat proposé dans [72] sur l'expression théorique de la probabilité d'erreur symbole d'une modulation MAQ-2^b en fonction du

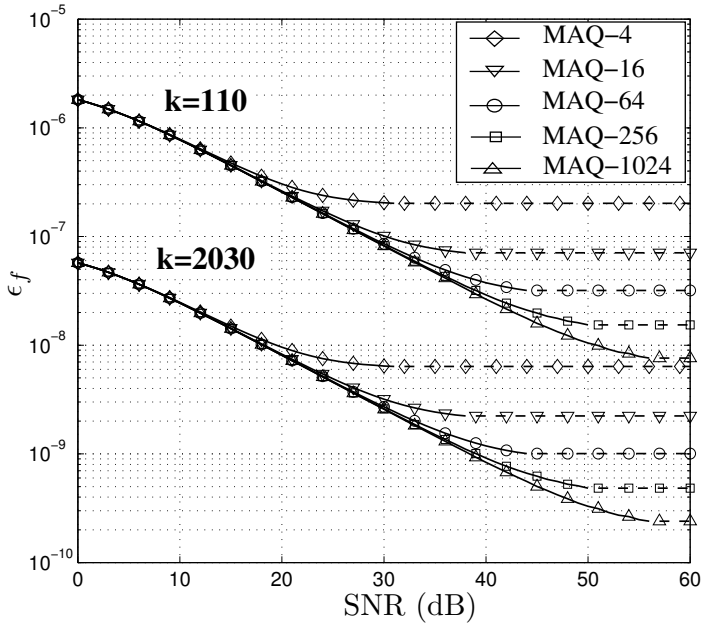


FIG. 3.6 – Précision minimale requise par l'oscillateur local en fonction du SNR de réception pour garantir une dégradation du SNR de moins de 0,1 dB subies par différentes sous-porteuses du spectre. La longueur des trames est de $M = 128$.

déphasage ϕ encouru,

$$P_s(b,\phi) \approx \sum_{u=-2^{b/2-1}+1}^{2^{b/2-1}-1} \left(\sum_{v=-2^{b/2-1}+1}^{2^{b/2-1}} 2^{1-b} \operatorname{erfc} \left\{ \sqrt{\frac{3\mathrm{SNR}}{2^{b+1}-2}} \times [2u + (1-2u)\cos\phi + (2v-1)\sin\phi] \right\} \right) \quad (3.30)$$

A partir de cette expression, il est possible de calculer le décalage maximal ϵ_f à tolérer pour que la dégradation de SNR soit restreinte à une valeur donnée. La figure 3.6 présente les courbes théoriques obtenues par simulation pour une dégradation de 0,1 dB avec une longueur de trame de $M = 128$ symboles. Les calculs ont été effectués pour différents ordres de modulation, et pour les deux indices de sous-porteuses utilisées en bordure de spectre d'après les spécifications données au paragraphe 2.2, soient $k = 110$ et $k = 2030$. Les résultats confirment que la tolérance sur la première sous-porteuse est bien plus faible que sur la dernière. De même, les modulations à faible nombre d'états supportent mieux les erreurs de phase. La différence se joue essentiellement à fort SNR, c'est-à-dire lorsque le phénomène de déphasage devient prépondérant sur l'effet du bruit. On note ainsi qu'une MAQ-1024 sur la sous-porteuse 2030 nécessite une précision de $2 \cdot 10^{-4}$ ppm à 60 dB alors qu'une MAQ-4 tolère un décalage relatif de $6 \cdot 10^{-3}$ ppm pour ce même SNR. En référence à l'équation (3.29), ces valeurs correspondent à une rotation de 0,01 degrés et 0,65 degrés, respectivement.

L'ensemble de ces courbes met en avant des contraintes de synchronisation drastiques qu'il faut cependant mettre en rapport avec le contexte de transmission sur les canaux CPL. Comme nous l'avons déjà dit auparavant, en faisant l'hypothèse de connaissance du canal à l'émission, on permet au système d'adapter son débit en fonction de la réponse du canal. Le SNR conditionne donc le choix de la constellation sur les différentes sous-porteuses, et par la même, la précision requise pour l'oscillateur local. Ce principe de modulation adaptative, qui sera largement abordé par la suite, veut que les modulations les plus exigentes soient émises dans des conditions de SNR excellentes, conditions elles-mêmes favorables à une bonne synchronisation. En outre, la forte décroissance fréquentielle de la réponse des canaux CPL laisse supposer que les constellations les plus denses seront émises sur la partie basse du spectre, soit celle la moins touchée par les rotations de phase. On peut donc penser que les contraintes réelles ne seront pas si sévères que celles présentées ici. Ces pondérations devront être rappelées lors de l'exploitation de ces courbes en tant que référence pour l'évaluation de la qualité des estimateurs proposés par la suite.

3.3 Conclusion

D'après les considérations précédentes, on conlut que le système à développer doit comporter un organe d'estimation de la réponse du canal, ainsi qu'un organe de synchronisation du rythme. La connaissance des coefficients d'atténuation du canal permet de procéder à l'égalisation des données reçues, tandis que la récupération du rythme permet la compensation des défauts de placement de la fenêtre FFT et d'échantillonnage du flux de données pour les modems de la voie descendante. Dans les développements effectués, il a été montré que le placement de la fenêtre FFT pouvait rester approximatif, pour peu que les premiers échantillons sélectionnés appartiennent à la portion libre d'ISI de l'intervalle de garde. Dans ce cas, les symboles obtenus en sortie de FFT subissent une simple rotation de phase qui est naturellement corrigée lors de l'étape d'égalisation. Par ailleurs, nous avons vu que la correction de la fréquence d'échantillonnage était incontournable afin de limiter l'apparition d'ICI et la dérive de la fenêtre FFT en présence d'une estimation de canal non rafraichie. L'étude de l'impact des erreurs de synchronisation sur les performances du système a révélé que les contraintes de récupération de la fréquence d'échantillonnage étaient particulièrement drastiques. La solution qui s'impose alors repose sur l'asservissement d'un oscillateur commandé en tension (VCO — *voltage controled oscillator*). Nous considèrerons une tolérance nominale standard de l'oscillateur de 100 ppm, et un contrôle de celui-ci par le biais d'algorithmes de synchronisation développés par la suite. Leur rôle sera de ramener la tolérance initiale à une valeur en concordance avec les contraintes du système. À cet effet, des courbes de correspondance entre l'erreur résiduelle d'estimation et le SNR ont été introduites en fin de chapitre et seront exploitées comme référence.

Chapitre 4

Synchronisation du système étudié et estimation du canal

Les chapitres précédents ont permis de présenter les spécifications générales du système et de déterminer les objectifs de synchronisation. Au terme de ces délibérations, il apparaît qu'une synchronisation des oscillateurs locaux des modems abonnés sur celui du modem central est incontournable. La première raison provient de la nécessité de limiter le terme d'ICI que l'on ne peut négliger au vu du nombre de sous-porteuses du signal ; la seconde est liée à la l'indispensable limitation de la dérive de fenêtre FFT entre deux estimations du canal. Ce chapitre a pour but de répondre à cet objectif de synchronisation en tenant compte de la structure de trame adoptée, et en particulier de la position des symboles pilotes. L'opération d'estimation de canal sera également traitée. Nous serons amenés à considérer deux approches concernant les algorithmes développés, l'une qualifiée d'*approche fréquentielle* et l'autre d'*approche temporelle*. Les algorithmes seront d'abord développés dans un contexte monocellulaire avant d'être étendus au contexte multicellulaire.

4.1 Description de la procédure générale

Avant de rentrer dans l'élaboration détaillée de chacun des algorithmes proposés, commençons par donner la procédure générale que devra suivre un récepteur pour se synchroniser sur le réseau. Puisqu'il s'agit de synchronisation, nous traitons implicitement le cas de communications en voie descendante, à destination d'un modem abonné ou d'un répéteur. On rappelle que la synchronisation en voie montante n'est pas nécessaire puisque le réseau est un réseau globalement synchrone. Seule l'opération d'estimation de canal doit être menée dans les deux sens de communications avec des nuances qui seront mentionnées plus loin. Ainsi, sauf mention contraire, nous nous focalisons ici sur les procédés mis en œuvre en liaison descendante.

Le schéma de la figure 4.1 présente l'enchaînement global des opérations effectuées à la prise de ligne d'un modem du réseau. En premier lieu, on procède à la récupération de la référence de début de symbole à porteuses multiples de façon approximative. Il s'agit d'une synchronisation temporelle grossière qui peut être simplement réalisée par des techniques de *corrélation de l'intervalle de garde* présentées par la suite. Cette référence nous permet ensuite de progresser de symbole en symbole à la recherche d'un début de trame. Un

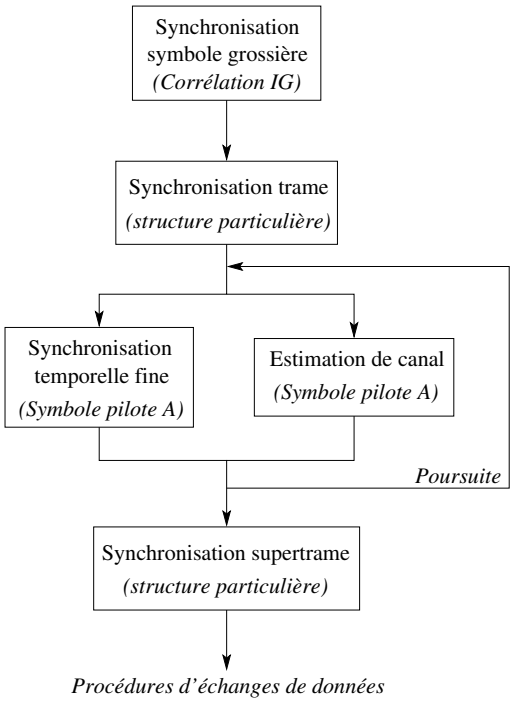


FIG. 4.1 – Principe générale de la procédure de synchronisation en OFDM

début de trame est marqué par la présence du symbole pilote « A ». Ce symbole étant connu du récepteur, il peut être repéré facilement, soit par corrélation, soit parce qu'il possède une structure facilitant sa détection. Une fois la synchronisation trame acquise, le symbole « A » peut être exploité pour estimer les erreurs de synchronisation et la réponse du canal. On appellera cette étape l'étape de synchronisation temporelle fine, puisque son rôle est de récupérer le rythme imposé par le modem maître dans la mesure des objectifs fixés au chapitre précédent. Le rafraichissement des grandeurs estimées est obtenu en bouclant le traitement sur chaque symbole « A » reçu, encore appelée phase de poursuite. Enfin, dès l'obtention d'une synchronisation suffisamment affinée, la recherche d'un début de supertrame est engagée afin de commencer à communiquer[(1)] avec le modem central, ou, de façon strictement équivalente, avec le répéteur. On peut imaginer qu'une structure particulière du symbole de début de supertrame en permette un repérage aisé. Tout au long de ce chapitre, nous allons donc nous appliquer à donner les solutions permettant de suivre cette procédure avec succès. Les fonctions de synchronisation trame et supertrame n'appellent pas d'optimisation particulière, et le repérage des symboles pilotes au sein du flux de données sera supposé parfait dans la suite de l'étude.

[(1)] Rappelons que par hypothèse, un nouveau modem ne commence à communiquer avec le modem central ou le répéteur de sa cellule qu'au début de la supertrame qui suit la fin de sa procédure de synchronisation (cf. chapitre 2).

4.2 Synchronisation temporelle grossière

Comme son nom l'indique, l'étape de synchronisation temporelle grossière concerne le positionnement approximatif de la fenêtre FFT au sein du flux d'échantillons en provenance du CAN. L'idée consiste à tirer partie de la redondance apportée par l'intervalle de garde en tant que préfixe cyclique de chaque symbole à porteuses multiples. Plus précisément, la présence de ce préfixe implique que le signal ne peut plus être considéré comme un processus blanc. On peut en effet écrire que $\mathrm{E}\left[s_n \bar{s}_{n+N}\right] = \sigma_s^2$, pour s_n appartenant à l'intervalle de garde, avec $\sigma_s^2 = \mathrm{E}\left[|s_n|^2\right]\ \forall n$. Par construction, il existe donc une corrélation entre les échantillons de début et de fin de symbole qui peut être exploitée à des fins de synchronisation. Un avantage de cette approche est qu'elle ne nécessite aucun symbole d'apprentissage. Nous verrons cependant qu'elle ne permet pas d'obtenir une précision suffisante en présence d'un canal dispersif en temps. Néanmoins, un placement même grossier de la fenêtre FFT est impératif pour que le récepteur puisse commencer à démoduler les données reçues sans que celles-ci ne soient trop affectées de termes d'interférences. Un fenêtrage à cheval entre la fin d'un symbole donné et le début du suivant entrainerait par exemple des performances désastreuses. Une fois ce fenêtrage effectué peuvent alors être engagés des procédés d'estimation plus performants à partir des données récupérées dans le domaine fréquentiel.

La synchronisation symbole par corrélation de l'intervalle de garde est un procédé bien connu qui a fait l'objet d'un grand nombre de travaux [73,74,75,76]. Différents estimateurs dérivés du critère du maximum de vraisemblance (ML) ont été développés dans le cas de transmissions sur canaux gaussiens [77] et sur canaux présentant des trajets multiples [73]. En fonction du niveau de connaissance du canal *a priori*, des estimateurs de complexité variable ont été proposés [76]. La prise en compte du filtrage de mise en forme (*pulse shaping*) a aussi été envisagée [74].

4.2.1 Dérivation de l'estimateur : rappels

Nous cherchons à réaliser une estimation du décalage de la fenêtre FFT par rapport à sa position optimale au sein du flux d'échantillons reçus en provenance du CAN. D'après les choix établis quant à la génération du signal à porteuses multiples, le signal injecté à l'entrée de l'organe de FFT est un signal réel[(2)]. Le vecteur $\boldsymbol{r}$ des données reçues est donc composé d'échantillons réels délivrés à la fréquence $2f_e$. La fenêtre mise en place sélectionne alors non plus N mais $2N$ échantillons parmi $2(N+D)$. La dérivation du critère ML pour l'estimation d'un décalage de fenêtrage δ_t sur ce vecteur d'échantillons $\boldsymbol{r}$, s'écrit,

$$\hat{\delta}_t^{\mathrm{ML}} = \arg \max_{\delta_t} \Lambda(\delta_t) \qquad (4.1)$$
$$\text{avec } \Lambda(\delta_t) = \ln(p_{\boldsymbol{r}/\delta_t})\,,$$

[(2)] On rappelle en effet que le signal à porteuses multiples est directement généré en première fréquence intermédiaire par l'intermédiaire d'une FFT de taille double (cf. paragraphe 2.2.2.3 et annexe A).

et où $p_{x/z}$ est la densité de probabilité de x sachant z. En utilisant les propriétés de corrélation présentes au sein du flux d'échantillons, on peut alors écrire

$$\Lambda(\delta_t) = \sum_{n=2\delta_t}^{2\delta_t+2D-1} \ln(p_{r_n,r_{n+2N}/\delta_t}) + \sum_{\substack{n'\neq n \\ n'\neq n+2N}} \ln(p_{r_{n'}/\delta_t}) \,, \tag{4.2}$$

où $p_{x,y/z}$ est la densité de probabilité conjointe de x et y sachant z. La première sommation s'applique aux échantillons appartenant à l'intervalle de garde et à la fin du symbole OFDM ; la seconde concerne les autres échantillons. Pour que (4.2) ait un sens, le vecteur d'observation $\boldsymbol{r}$ doit avoir une taille minimale de $2(2N+D)$. Après quelques manipulations sur les densités de probabilités, on arrive finalement à l'expression [73],

$$\Lambda(\delta_t) \propto \sum_{n=2\delta_t}^{2\delta_t+2D-1} \ln\left(\frac{p_{r_n,r_{n+2N}/\delta_t}}{p_{r_n/\delta_t}\cdot p_{r_{n+2N}/\delta_t}}\right) . \tag{4.3}$$

Dans le cas d'une propagation sur canal gaussien, le numérateur est une distribution gaussienne bidimensionnelle et le dénominateur est le produit de deux distributions gaussiennes monodimensionnelles. En les remplaçant par leur expression respective [78], on obtient,

$$\begin{aligned}\Lambda(\delta_t) &\propto \sum_{n=2\delta_t}^{2\delta_t+2D-1} \ln\left(\frac{\exp\left(-\frac{r_n^2-2\rho\, r_n r_{n+2N}+r_{n+2N}^2}{2(\sigma_s^2+\sigma_n^2)(1-\rho^2)}\right)}{2\pi(\sigma_s^2+\sigma_n^2)\sqrt{1-\rho^2}} \cdot \frac{\sqrt{2\pi(\sigma_s^2+\sigma_n^2)}}{\exp\left(-\frac{r_n^2}{2(\sigma_s^2+\sigma_n^2)}\right)} \cdot \frac{\sqrt{2\pi(\sigma_s^2+\sigma_n^2)}}{\exp\left(-\frac{r_{n+2N}^2}{2(\sigma_s^2+\sigma_n^2)}\right)}\right) \\ &\propto \sum_{n=2\delta_t}^{2\delta_t+2D-1} \left(r_n r_{n+2N} - \frac{\rho}{2}(r_n^2+r_{n+2N}^2)\right)\end{aligned} \tag{4.4}$$

avec σ_n^2 la variance du terme de bruit gaussien. Ce résultat fait intervenir le facteur $\rho = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2+\sigma_n^2}$ qui peut aussi s'écrire $\rho = \frac{\mathrm{SNR}}{\mathrm{SNR}+1}$. Pour une transmission sur un canal gaussien, l'estimateur ML appliqué au flux d'échantillons réels reçus s'écrit donc,

$$\hat{\delta}_t^{\mathrm{ML}} = \frac{1}{2}\ \arg\ \max_d \left(\Psi(\delta_t) - \frac{\rho}{2}\,\Phi(\delta_t)\right) , \tag{4.5}$$

$$\text{avec,} \begin{cases} \Psi(\delta_t) = \displaystyle\sum_{n=\delta_t}^{\delta_t+2D-1} r_n r_{n+N} \\ \Phi(\delta_t) = \displaystyle\sum_{n=\delta_t}^{\delta_t+2D-1} r_n^2 + r_{n+2N}^2 \end{cases}$$

La métrique $\Psi(\delta_t)$ correspond au résultat de la corrélation du signal reçu sur $2D$ échantillons avec ce même signal décalé de $2N$ échantillons. La métrique $\Phi(\delta_t)$ n'est autre que la puissance totale portée par ces $4D$ échantillons. On note que l'estimateur ainsi développé requiert la connaissance du rapport signal sur bruit pour la détermination du facteur ρ. On peut s'affranchir de ce facteur en se plaçant à fort ou à faible SNR, c'est-à-dire en considérant les cas limites $\rho \to 1$ et $\rho \to 0$, respectivement. On obtient alors des versions

sous-optimales de (4.5),

$$\hat{\delta}_t^{\mathrm{MMSE}} = \frac{1}{2}\ \arg\ \max_{\delta_t}\left(\Psi(\delta_t) - \frac{1}{2}\,\Phi(\delta_t)\right)\,, \tag{4.6}$$

$$\hat{\delta}_t^{\mathrm{MC}} = \frac{1}{2}\ \arg\ \max_{\delta_t}\left(\Psi(\delta_t)\right)\,. \tag{4.7}$$

À fort SNR, on obtient un estimateur qui répond au critère du MMSE, tandis qu'à faible SNR, l'estimateur suit un critère de maximum de corrélation (MC). Ce dernier est le plus couramment exploité, d'où l'appellation répandue de synchronisation par corrélation de l'intervalle de garde.

4.2.2 Mise en œuvre

Dans l'optique d'une synchronisation symbole grossière de début de communication, la connaissance du SNR n'est pas envisageable. La recherche d'une grande précision dans le placement de la fenêtre FFT n'étant pas requise à ce stade du processus de synchronisation, nous pouvons choisir de mettre en place indifféremment l'un ou l'autre des deux estimateurs sous-optimaux. Puisqu'il n'implique le calcul que d'une seule métrique, le choix se porte sur l'estimateur MC. Une opération de corrélation glissante doit donc être mise en place sur le flux d'échantillons reçus comme le montre la figure 4.2. La localisation des pics de corrélation permet alors de repérer les débuts de symboles. Dans la pratique, la corrélation est calculée une fois en début de processus, et est ensuite actualisée à chaque nouvel échantillon reçu en remarquant que,

$$\Psi(\delta_t + 1) = \Psi(\delta_t) + r_{n+\delta_t+1} r_{n+N+\delta_t+1} - r_{n+\delta_t-1} r_{n+N+\delta_t-1}\,. \tag{4.8}$$

Les ressources nécessaires à ces calculs sont clairement très réduites, ce qui confère un avantage à la méthode. Comme dans tout estimateur ML, les effets du bruit peuvent être limités en augmentant le temps d'observation à plusieurs symboles successifs, pour peu que l'erreur de positionnement δ_t ne varie pas. On montre alors que la nouvelle fonction logarithme de vraisemblance s'exprime comme la somme des fonctions logarithmes de vraisemblance propres à chaque symbole observé, soit [73]

$$\Lambda(\delta_t) = \sum_m \Lambda_m(\delta_t)\,, \tag{4.9}$$

où $\Lambda_m(\delta_t)$ est la fonction logarithme de vraisemblance calculée sur le $m^{\text{ième}}$ symbole en utilisant (4.4). On en déduit que le repérage du maximum de corrélation peut être effectué après un moyennage de la fonction de corrélation sur plusieurs symboles consécutifs. Dans le cadre de notre système, la dérive temporelle provoquée par le décalage d'horloge ne permet pas de garantir une erreur δ_t constante dans le temps. Le moyennage doit de ce fait être limité à quelques symboles pour que l'expression (4.9) reste valable.

Dans le cas d'un canal à un seul trajet, la caractéristique de la fonction de corrélation moyenne obtenue est de forme triangulaire, comme le montre le tracé de gauche sur la figure 4.3. Le sommet du triangle coïncide alors avec le début de symbole (cf. figure 4.2). En revanche, si l'on est en présence d'une propagation multitrajet, chacun des trajets va apporter sa propre contribution à la fonction de corrélation. En supposant que les différents trajets répondent à des processus décorrélés, le signal en sortie du corrélateur est alors

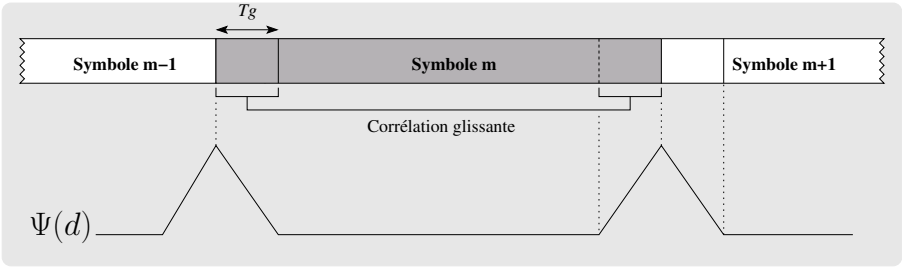


FIG. 4.2 – Principe de synchronisation symbole par corrélation de l'intervalle de garde

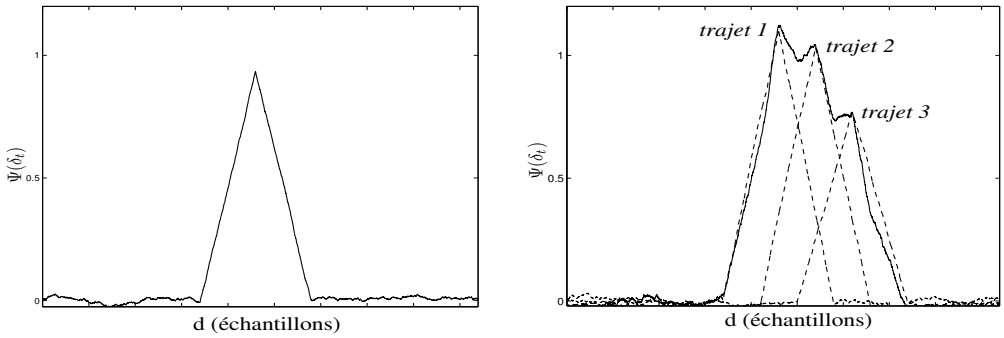


FIG. 4.3 – Effet des trajets multiples sur la fonction de corrélation moyennée sur 10 symboles successifs. À gauche, canal AWGN, à droite canal à trois trajets.

composé d'une somme de fonctions triangulaires, retardées et pondérées conformément à la réponse du canal. Plus précisément, en omettant le terme de bruit, on a,

$$\Psi(\delta_t) = \sum_{l=0}^{L-1} h_l \sum_{n=\delta_t-l}^{\delta_t+2D-l-1} s_n s_{n+2N-1}\,, \tag{4.10}$$

en rappelant que s_n sont les échantillons émis. La figure 4.3 illustre de façon volontairement exagérée l'effet des trajets multiples sur la fonction de corrélation globale. Si, comme sur la figure, les trajets sont suffisamment espacés pour que leur contribution individuelle soit discernable, le maximum de la fonction de corrélation correspond au temps d'arrivée du trajet prépondérant (cf. figure 4.3). Une telle situation relève du cas d'école, et en pratique, la propagation multitrajet entraîne plutôt un élargissement des pics de la fonction de corrélation résultante. Leur maximum ne coïncide alors plus avec le début des symboles et l'estimateur devient biaisé. Le biais dépend du profil des retards du canal, le pire cas correspondant à un profil plat, c'est-à-dire pour lequel tous les trajets ont la même puissance. Le décalage résiduel de la fenêtre est dans ce cas égal à $L/2$.

Dans un contexte multicellulaire comme le nôtre, il faut en outre considérer les contributions des signaux en provenance des cellules voisines. Remarquons que le principe de corrélation peut parfaitement continuer à s'appliquer dans ce cas, puisque la périodicité due à l'intervalle de garde est une propriété commune à tous les symboles du réseau. En notant $s_n^{(q)}$ le symbole émis par le répéteur q et $h_l^{(q)}$ les coefficients du canal de la voie descendante de chaque répéteur q vers le modem M considéré, la fonction de corrélation

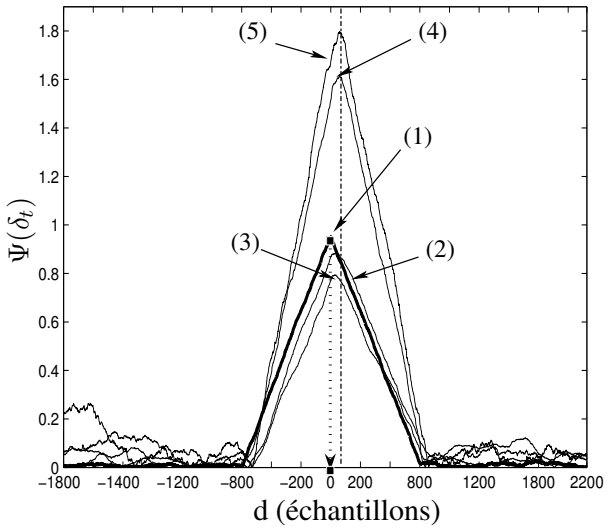


FIG. 4.4 – Résultat du moyennage de la fonction de corrélation pour différents scénarios : (1) canal AWGN, $\epsilon_f = 0$, SNR=10 dB, 1 cellule — (2) canal *Sintes8a*, $\epsilon_f = 0$, SNR=10 dB, 1 cellule — (3) canal *Sintes8a*, $\epsilon_f = 10^{-4}$, SNR=10 dB, 1 cellule — (4) canal *Sintes8a*, $\epsilon_f = 10^{-4}$, SNR=10 dB, 4 cellules — (5) canal *Sintes8a*, $\epsilon_f = 10^{-4}$, SNR=0 dB, 4 cellules.

va alors se réécrire

$$\Psi(\delta_t) = \sum_{q=0}^{Q-1} \sum_{l=0}^{L-1} h_l^{(q)} \sum_{n=\delta_t-l}^{\delta_t+2D-l-1} s_n^{(q)} s_{n+2N-1}^{(q)}\,, \tag{4.11}$$

avec Q le nombre de cellules. Cette expression suppose qu'une décorrélation suffisante entre les signaux en provenance des différents répéteurs est observée afin de pouvoir négliger les termes « croisés » du produit des sommes. À partir de l'expression obtenue, deux remarques peuvent alors être formulées. D'une part, les signaux des cellules adjacentes vont contribuer de façon constructive au pic de corrélation, puisqu'ils apportent une information utile additionnelle au corrélateur. D'autre part, ces contributions vont générer une dispersion temporelle supplémentaire due à des temps de propagation et des canaux potentiellement différents. En définitive, les pics de corrélation obtenus vont être plus marqués mais également plus étalés entrainant un décalage supplémentaire du maximum. De plus, l'effet d'un décalage de fréquences d'échantillonnage va provoquer une déformation supplémentaire de la fonction de corrélation. Enfin, un mauvais rapport signal sur bruit contribue également à la distorsion de la fonction de corrélation, d'autant plus que le moyennage n'intervient que sur un nombre limité de symboles.

La figure 4.4 montre l'évolution de la fonction de corrélation en fonction des différentes perturbations envisageables dans notre système. La fonction est moyennée sur 10 symboles et elle est normalisée par la puissance du signal reçu. Le tracé en gras donne la référence de début de symbole puisqu'il s'agit du résultat de la corrélation sur canal gaussien. On vérifie la distorsion que connaît la fonction en considérant les effets successifs des trajets multiples (canal AWGN ou canal *Sintes8a*), du décalage d'horloge ($\epsilon_f = 0$ ou 10^{-4}), des

cellules adjacentes (1 ou 4 cellules) et du niveau de bruit (SNR=0 ou 10 dB). Les canaux *Sintes0a, Sintes8a, Sintes5b et Sintes4* ont été utilisés pour traiter le cas multicellulaire. Le biais que connaît l'estimateur est de cette manière bien visible et atteint, dans cet exemple, une soixantaine d'échantillons réels.

4.2.3 Performances

Nous allons à présent tester les performances de l'estimateur à maximum de corrélation en fonction du SNR. La fonction de corrélation est moyennée sur 10 symboles consécutifs et l'erreur d'échantillonnage est fixée à $\epsilon_f = 10^{-4}$, ce qui correspond au pire cas dans notre étude. Les réponses normalisées des canaux *Sintes0a, Sintes8a, Sintes5b et Sintes4* sont utilisées, auxquelles on associe des temps de propagation $T_p^{(q)}$, en nombre d'échantillons, et des atténuations individuelles $A_p^{(q)}$, choisis arbitrairement :

Cellule 1 : canal *Sintes8a*, $T_p^{(1)} = 50$, $A_p^{(1)} = 1$;
Cellule 2 : canal *Sintes5b*, $T_p^{(2)} = 70$, $A_p^{(2)} = 0.9$;
Cellule 3 : canal *Sintes4*, $T_p^{(3)} = 80$, $A_p^{(3)} = 0.5$;
Cellule 4 : canal *Sintes0a*, $T_p^{(4)} = 100$, $A_p^{(4)} = 0.1$.

La figure 4.5 présente les histogrammes de répartition de l'erreur résiduelle δ_t en fonction du SNR dans le cas de une et quatre cellules actives. Ici, comme pour les résultats présentés par la suite dans ce chapitre, le décalage δ_t et les temps $T_p^{(p)}$ sont relatifs à l'enveloppe complexe du signal, c'est-à-dire que l'on considère un échantillonnage du signal complexe à f_e. Le biais de l'estimateur est clairement mis en évidence sur cette figure et reste relativement indépendant du SNR. On note que le biais observé dans le cas monocellulaire est très nettement inférieur à celui relevé avec quatre cellules. Ce résultat est cohérent puisque la dispersion temporelle est bien moins importante avec une cellule qu'avec quatre. On note par ailleurs que l'écart type est plus faible dans le cas multicellulaire. Ceci s'explique par le fait que les symboles de chaque cellule participent de façon constructive à la corrélation, donnant ainsi naissance à un pic de puissance plus élevée dont la détection est plus fiable.

En somme, ces résultats mettent en évidence le caractère grossier du placement de fenêtre FFT obtenu par corrélation de l'intervalle de garde. Il est important de noter que cette technique conduit quasiment immanquablement au cas d'une fenêtre en retard. En référence à l'étude menée au chapitre 3, il s'agit là de la situation la plus défavorable en terme de niveau d'interférences. Aussi, dans l'attente d'un placement plus précis, est-il préférable d'avancer délibérément le fenêtrage par rapport au résultat de l'estimation. Compte tenu du surdimensionnement de l'intervalle de garde, les algorithmes d'estimation faisant suite bénéficieront alors de données dépourvues d'ISI, et avec une ICI limitée aux seuls effets du décalage d'horloge. Au regard des résultats présentés, une avance d'une cinquantaine d'échantillons permet de traiter de cette manière la totalité des décalages de fenêtre. Cette façon de procéder sera donc mise en œuvre par la suite, et l'on pourra considérer que la fenêtre FFT sera calée en légère avance sur sa position nominale à l'issue de cette étape.

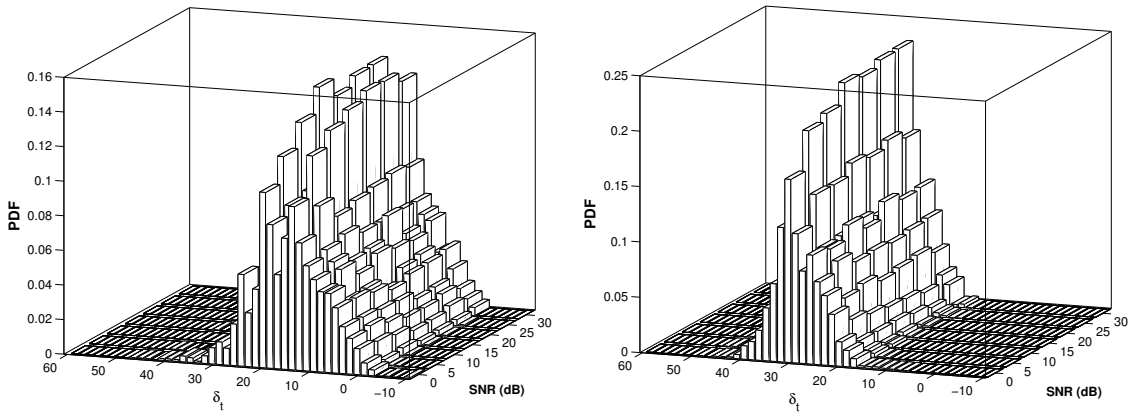


FIG. 4.5 – Distribution de l'erreur résiduelle de placement de la fenêtre FFT après estimation par corrélation. Environnement à 1 cellule à gauche et à 4 cellules à droite.

4.3 Synchronisation fine et estimation de canal : approche fréquentielle

La procédure de synchronisation temporelle fine prend en charge le placement fin de la fenêtre FFT d'une part, et la correction du décalage de fréquence d'horloge d'échantillonnage d'autre part. L'estimation de canal est également traitée de façon conjointe aux fonctions de synchronisation. Dans cette section, les algorithmes d'estimation vont être développés dans le domaine fréquentiel, c'est-à-dire à partir de l'information reçue après l'opération de FFT. La figure 4.6 donne la représentation schématique du récepteur mis en œuvre. Comme cela a été spécifié précédemment, la corrélation de l'intervalle de garde est utile au placement grossier de la fenêtre FFT. À la réception du premier symbole « A », le récepteur commute en phase de synchronisation fine, mettant alors en œuvre les algorithmes proposés dans cette partie. On rappelle que les symboles pilotes « A » sont exploités à cet effet et que leur extraction est le résultat d'une phase de synchronisation à l'échelle des trames, étape supposée ici achevée avec succès. Le processus d'estimation sera réitéré de symbole « A » en symbole « A » de manière à rafraîchir les valeurs des différents estimés, et en particulier celui du décalage d'horloge.

La mise en œuvre de la synchronisation du rythme dans le domaine fréquentiel constitue l'approche la plus couramment rencontrée dans la littérature. Comme nous allons le détailler par la suite, elle est basée sur l'estimation de la rotation de phase, mise en évidence par l'équation (3.25), par comparaison des déphasages observés sur différentes sous-porteuses [79]. La plupart des auteurs proposent pour cela d'utiliser des sous-porteuses pilotes, exploitées par ailleurs dans l'estimation du canal [80, 81, 82]. Le recours à des séquences dédiées, généralement composées de symboles successifs identiques, est aussi envisagé [83, 84]. L'utilisation des sous-porteuses pilotes présente l'avantage de permettre un rafraichissement de la correction de phase de symbole en symbole, évitant ainsi une dérive de la fenêtre FFT. La seconde approche est davantage adaptée aux cas de transmissions en *mode paquet*. Dans ce cas, lorsque la qualité de l'estimation ne permet pas de corriger le décalage de fréquence d'échantillonnage de façon suffisamment précise, la ro-

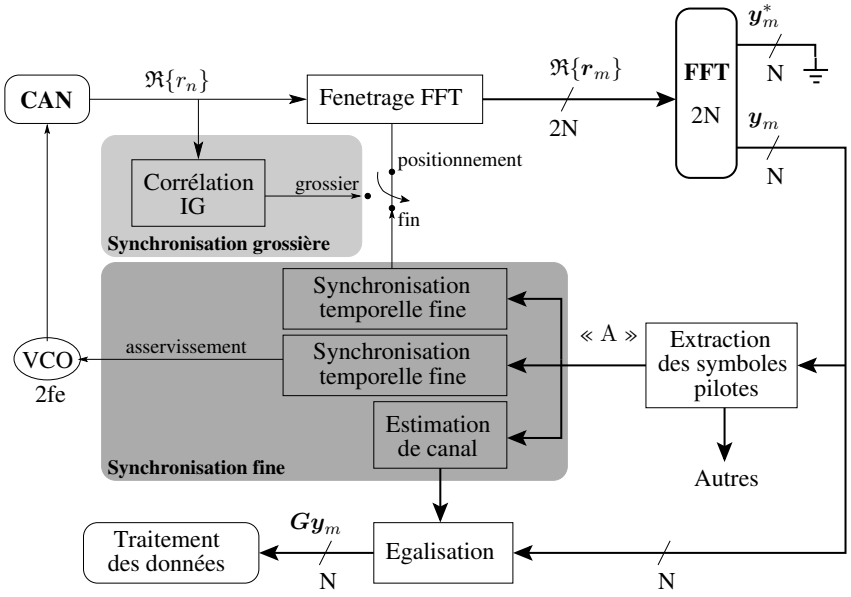


FIG. 4.6 – Principe général du fonctionnement d'un récepteur à porteuses multiples de la voie descendante, incluant les organes de synchronisation et d'estimation de canal mis en œuvre dans le domaine fréquentiel.

tation de phase des constellations ne peut être contenue et une compensation de la dérive temporelle doit être mise en œuvre sur les derniers symboles du paquet [85].

Nous proposons ici d'adapter et d'optimiser le principe de rotation de phase pour l'estimation du rythme selon les contraintes de notre système. L'opération d'estimation de canal sera également traitée conjointement au problème de synchronisation. L'un des apports de cette étude par rapport aux techniques d'estimation existantes réside dans le traitement conjoint du placement de fenêtre FFT, de correction de fréquence d'échantillonnage et d'estimation de canal, par utilisation d'un seul symbole pilote par trame. L'adaptation des algorithmes proposés au contexte multicellulaire constitue également un aspect innovant de ce travail. Enfin, comme nous le verrons, l'utilisation des procédés proposés dans le contexte PLC va amener à différentes optimisations intéressantes.

Dans la suite, on notera ϵ_{t_0} le décalage de la fenêtre FFT à la réception du premier symbole « A ». D'après l'équation (3.25), le signal en sortie de FFT à la réception du $p^{\text{ième}}$ symbole « A » s'écrit,

$$\boldsymbol{y}_p = \boldsymbol{A}(\epsilon_f)\boldsymbol{\Theta}\big(\tfrac{N-1}{N}\epsilon_f\big)\boldsymbol{\Theta}\big(\epsilon_t(p)\big)\boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_{\text{A}} + \boldsymbol{\Xi}_{\text{ICI}}(\epsilon_f) + \boldsymbol{b}_p\,, \tag{4.12}$$

$$\text{avec } \epsilon_t(p) = \epsilon_{t_0} + p\frac{M(N+D)+D}{N}\epsilon_f\,,$$

où $\boldsymbol{x}_{\text{A}} = [x^{\text{A}}_0\, x^{\text{A}}_1 \cdots x^{\text{A}}_{N-1}]$ est le vecteur contenant les données d'apprentissage du symbole pilote « A ». La dérivation d'un estimateur ML permettant l'estimation conjointe des erreurs de synchronisation et de la réponse du canal conduit à une solution beaucoup trop complexe vis à vis des contraintes d'implantation. À partir de l'observation des $\boldsymbol{y}_p$ reçus, nous allons donc procéder à des hypothèses simplificatrices pour mettre en œuvre

des algorithmes de complexité limitée pour l'estimation de début de symbole, de décalage d'horloge et de réponse du canal. Les algorithmes de synchronisation seront tout d'abord développés en contexte monocellulaire et l'extension au cas multicellulaire sera effectuée dans un second temps.

4.3.1 Estimateur de début de symbole

Le but est ici d'estimer le positionnement de la fenêtre FFT plus finement que ne le permet l'estimateur à corrélation utilisé précédemment. Nous allons tout d'abord nous intéresser au cas d'une transmission sur canal gaussien avant d'intégrer à notre développement les effets d'un canal dispersif en temps. On part de l'hypothèse que la rotation induite par le décalage de fenêtre est prépondérante sur celle provoquée par le décalage d'horloge, ce qui est vérifié puisque l'on a généralement $\epsilon_f \ll \epsilon_t$. D'après l'équation (4.12), la phase du signal reçu véhicule l'information nécessaire à l'estimation du décalage de fenêtre. Une solution simple pour estimer ϵ_t consiste alors à comparer la phase des symboles pilotes émis et reçus sur chaque sous-porteuse du spectre. Comme nous allons le détailler maintenant, cette approche intuitive connue est en fait dérivée de méthodes d'estimation de type ML.

4.3.1.1 Estimation LLS

Nous supposons dans cette partie que le signal s'est propagé dans un environnement uniquement perturbé par du bruit additif gaussien. En considèrant de plus que le terme d'interférence $\boldsymbol{\Xi}_{\text{ICI}}$ peut également être assimilé à du bruit gaussien, une estimation ML, basée sur la seule observation de la phase du signal reçu, est alors obtenue classiquement en appliquant la fonction de vraisemblance gaussienne à cette observation. On a alors,

$$\Lambda\big(\epsilon_t(p)\big) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2}\ \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\left[\angle \boldsymbol{y}_p - \angle\Big(\boldsymbol{\Theta}\big(\epsilon_t(p)\big)\boldsymbol{x}_{\text{A}}\Big)\right]^H\left[\angle \boldsymbol{y}_p - \angle\Big(\boldsymbol{\Theta}\big(\epsilon_t(p)\big)\boldsymbol{x}_{\text{A}}\Big)\right]\right\}, \tag{4.13}$$

où $\angle$ est l'opérateur de calcul de la phase et σ^2 est la variance totale de la phase des termes d'interférence et de bruit. De façon classique, la maximisation du logarithme de Λ conduit à une estimation au sens des moindres carrés. L'équation d'estimation s'écrit donc comme la minimisation d'une distance euclidienne au carré, à savoir

$$\hat{\epsilon}_t(p) = \arg\ \min_{\epsilon_t(p)}\ \Big|\Big|\ \underbrace{\big(\boldsymbol{\phi}_p - \boldsymbol{\phi}_{\text{A}}\big)}_{\boldsymbol{\Delta\phi}_p} - \boldsymbol{\Omega}\big(\epsilon_t(p)\big)\ \Big|\Big|^2, \tag{4.14}$$

$$\text{avec,}\quad \begin{cases} \boldsymbol{\phi}_p = [\phi_0(p)\ \phi_1(p)\ \cdots\ \phi_{N-1}(p)]^T = [\angle y_0(p)\ \angle y_1(p)\ \cdots\ \angle y_{N-1}(p)]^T\ , \\ \boldsymbol{\phi}_{\text{A}} = \big[\phi_0^{\text{A}}\ \phi_1^{\text{A}}\ \cdots\ \phi_{N-1}^{\text{A}}\big]^T = \big[\angle x_0^{\text{A}}\ \angle x_1^{\text{A}}\ \cdots\ \angle x_{N-1}^{\text{A}}\big]^T\ , \\ \boldsymbol{\Omega}\big(\epsilon_t(p)\big) = [1\ 2\pi\epsilon_t(p)\ \cdots\ 2\pi(N-1)\epsilon_t(p)]^T\ . \end{cases}$$

Dans (4.14) apparaît clairement le terme de différence de phase entre le vecteur de symboles pilotes émis et reçu, noté $\boldsymbol{\Delta\phi}_p = [\Delta\phi_0(p) \cdots \Delta\phi_{N-1}(p)]^T$. Remarquons que ce

vecteur s'exprime également comme $\boldsymbol{\Delta\phi}_p = \angle\left(\boldsymbol{X}_{\mathrm{A}}^H \boldsymbol{y}_p\right)$, où $\boldsymbol{X}_{\mathrm{A}} = \mathrm{diag}\left(\boldsymbol{x}_{\mathrm{A}}\right)$. L'expression (4.14) se simplifie donc de la manière suivante,

$$\begin{aligned}\hat{\epsilon}_t(p) &= \arg\ \min_{\epsilon_t(p)} \sum_{k=1}^{N-1} \Big(\Delta\phi_k(p) - 2\pi k\epsilon_t(p)\Big)^2 , \\ &= \arg\ \min_{\epsilon_t(p)} \sum_{k=1}^{N-1} 4\pi^2 k^2 \epsilon_t^2(p) - 4\pi\Delta\phi_k k\epsilon_t(p) ,\end{aligned}$$

La recherche du minimum conduit finalement au résultat suivant,

$$\hat{\epsilon}_t^{\,\mathrm{LLS}}(p) = \frac{1}{2\pi} \frac{\displaystyle\sum_{k=0}^{N-1} k\,\Delta\phi_k(p)}{\displaystyle\sum_{k=0}^{N-1} k^2} , \tag{4.15}$$

avec,

$$\Delta\phi_k(p) = \angle\big(y_k(p)\bar{x}_k^{\mathrm{A}}\big) . \tag{4.16}$$

L'estimateur obtenu met donc en jeu les déphasages des symboles pilotes sur chacune des sous-porteuses, comme ce que l'on avait intuitivement envisagé. L'équation d'estimation donne la stratégie à adopter pour combiner l'ensemble de ces déphasages. Plus précisément, on reconnaît là un estimateur de type LLS (*linear least square*) qui cherche à déterminer la pente de la droite qui approche au mieux les éléments du vecteur $\boldsymbol{\Delta\phi}_p$ au sens des moindres carrés. Le développement du critère ML, appliqué à l'estimation de l'erreur de fenêtrage par observation de la phase des signaux reçus, conduit donc à un calcul de régression linéaire sur les éléments du vecteur $\boldsymbol{\Delta\phi}_p$.

À ce stade du développement, il est primordial de noter que l'estimateur LLS ainsi développé subit l'ambiguité qui caractérise les valeurs des déphasages $\Delta\phi_k(p)$, en tant qu'angles définis sur $[-\pi;\,\pi[$. Compte tenu des valeurs potentielles des décalages de fenêtre, il est fort probable que les déphasages présents sur les sous-porteuses atteignent des valeurs hors de l'intervalle de tolérance, surtout pour k grand. Dans ce cas, le repliement naturel des phases (*wrapping effect* en anglais) conduit à une caractéristique en dents de scie des valeurs de $\Delta\phi_k(p)$ comme le montre la figure 4.7. Notons de plus que la présence de bruit engendre des sauts de phase sur cette caractéristique. Il est alors impératif d'appliquer un algorithme de dépliement de la phase (*unwrapping*) afin que le calcul de régression linéaire ait un sens. On peut facilement calculer que le dépliement de phase est nécessaire dès lors que le décalage de fenêtre dépasse 1 échantillon.

Notons enfin qu'il est tentant de développer un estimateur ML en considérant non plus la seule phase mais également le module des signaux reçus. Un tel estimateur, notamment proposé dans [86], offre en effet des performances théoriques légèrement supérieures à celles de l'estimateur proposé ici, puisque la quantité d'information traitée est augmentée. Cependant, sa mise en œuvre fait intervenir les fonctions harmoniques *sin* et *cos*, et se heurte donc de façon irrémédiable aux problèmes d'ambiguité de phase. Le champ d'action de cet estimateur est donc restreint à des décalages de fenêtre inférieurs à l'unité, situation

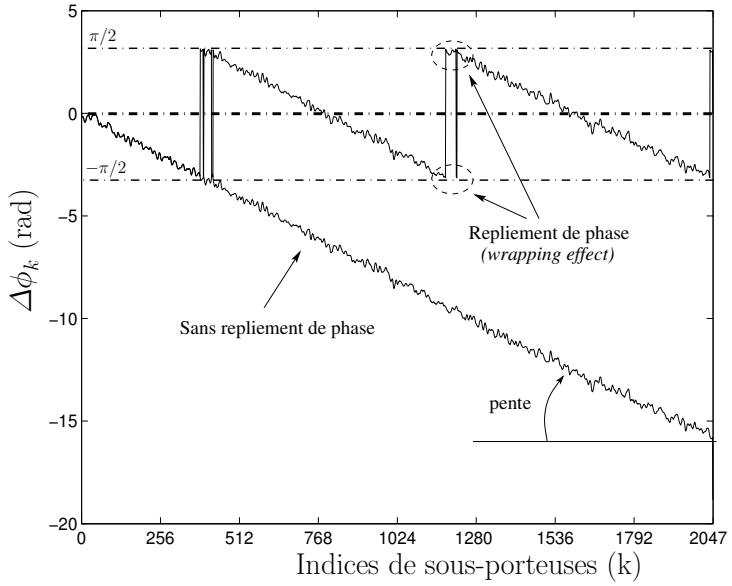


FIG. 4.7 – Effet du repliement de phase (*wrapping effect*) dû à l'ambiguité de $\pm\pi$ dans le cas d'un décalage de fenêtre de 5 échantillons sur canal gaussien pour un SNR de 0 dB.

qui ne satisfait pas nos conditions de travail. En revanche, l'estimateur que nous proposons possède l'avantage d'être capable de traiter des valeurs de décalage de fenêtre pouvant atteindre plusieurs dizaines d'échantillons. Nous verrons de plus que les performances atteintes sont tout à fait satisfaisantes, compte tenu des optimisations apportées.

4.3.1.2 Mise en œuvre sur un canal dispersif en temps

L'utilisation de l'algorithme LLS proposé, exploité dans le cas d'une propagation sur un canal multitrajet, amène à diverses modifications et optimisations. La fonction de transfert du canal doit à présent être prise en compte dans l'équation d'estimation, et va notamment affecter les observations des déphasages $\Delta\phi_k(p)$. On peut prévoir que les effets du canal vont se répercuter sur le résultat de l'estimation de deux manières : les déphasages intrinsèques à la fonction de transfert du canal vont d'une part s'ajouter à ceux induits par le décalage de fenêtre sur chaque sous-porteuse ; les sous-porteuses affectées par les évanouissements profonds du canal vont d'autre part connaître une forte dégradation de leur SNR et, par conséquent, présenter un terme de phase fortement bruité. Les calculs de moyenne et de variance de l'estimateur effectués ci-après permettent de quantifier précisément l'impact du canal sur la qualité de l'estimateur.

A- ***Influence de la phase du canal***

Pour se rendre compte de l'influence exacte des déphasages ϕ_k^{H} introduits par la fonction de transfert du canal, calculons l'espérance sur l'estimé $\hat{\epsilon}_t(p)$ en tenant compte de ces déphasages dans l'expression de $\boldsymbol{y}_p$. À partir de l'équation (4.15), on obtient

$$\mathrm{E}\left[\hat{\epsilon}_t^{\,\mathrm{LLS}}(p)\right] = \frac{1}{2\pi}\frac{\sum_{k=0}^{N-1} k\,\mathrm{E}\left[\Delta\phi_k(p)\right]}{\sum_{k=0}^{N-1} k^2}\,. \tag{4.17}$$

Nous allons nous placer dans le cas d'une erreur résiduelle suffisamment faible pour que les différences de phase attribuées à chaque sous-porteuse puissent s'écrire,

$$\Delta\phi_k = \tan^{-1}\left(\frac{\mathfrak{Im}\left\{y_k\bar{x}_k^{\mathrm{A}}\right\}}{\mathfrak{Re}\left\{y_k\bar{x}_k^{\mathrm{A}}\right\}}\right) \approx \frac{\mathfrak{Im}\left\{y_k\bar{x}_k^{\mathrm{A}}\right\}}{\mathfrak{Re}\left\{y_k\bar{x}_k^{\mathrm{A}}\right\}}\,. \tag{4.18}$$

Cette approximation est tout à fait légitime dans le cas de l'étude du comportement de l'estimateur en phase de poursuite. Pour une transmission sur canal sélectif en fréquence et en conservant l'hypothèse d'interférences gaussiennes introduite au début du paragraphe 4.3.1.1, le signal reçu sur chaque sous-porteuse s'exprime $y_k(p) = e^{2\pi k\epsilon_t(p)}H_k x_k^{\mathrm{A}} + b_k$. En supposant que les symboles d'apprentissage utilisés sont de type BPSK et en considérant les coefficients fréquentiels du canal comme des données déterministes, on a alors

$$\begin{aligned}
\mathrm{E}\left[\Delta\phi_k(p)\right] &= \frac{\mathrm{E}\left[\mathfrak{Im}\{e^{2\pi k\epsilon_t(p)}H_k\}\right] + \mathrm{E}\left[\mathfrak{Im}\{b_k\bar{x}_k^{\mathrm{A}}\}\right]}{\mathrm{E}\left[\mathfrak{Re}\{e^{2\pi k\epsilon_t(p)}H_k\}\right] + \mathrm{E}\left[\mathfrak{Re}\{b_k\bar{x}_k^{\mathrm{A}}\}\right]}\,,\\
&= \frac{\mathfrak{Im}\{e^{2\pi k\epsilon_t(p)}H_k\}}{\mathfrak{Re}\{e^{2\pi k\epsilon_t(p)}H_k\}}\,,\\
&\approx 2\pi k\epsilon_t(p) + \phi_k^h\,.
\end{aligned} \tag{4.19}$$

Ainsi, en combinant les expressions (4.17) et (4.19), l'expression de l'espérance sur l'estimation du décalage de fenêtre s'obtient rapidement et peut être exprimée relativement à celle obtenue sur canal gaussien en utilisant l'équation (4.15), à savoir

$$\begin{aligned}
\mathrm{E}\left[\hat{\epsilon}_t^{\,\mathrm{LLS}}(p)\right]_{|_{\mathrm{H}}} &= \epsilon_t(p) + \frac{1}{2\pi}\frac{\sum_{k=0}^{N-1} k\,\phi_k^h}{\sum_{k=0}^{N-1} k^2}\,,\\
&= \mathrm{E}\left[\hat{\epsilon}_t^{\,\mathrm{LLS}}(p)\right]_{|_{\mathrm{AWGN}}} + \frac{1}{2\pi}\,\theta_h\,.
\end{aligned} \tag{4.20}$$

L'équation d'estimation obtenue laisse clairement apparaître un biais $\frac{\theta_h}{2\pi}$ faisant intervenir les valeurs des phases du canal. Notons par ailleurs que ce résultat est l'occasion de montrer que l'estimateur proposé est non biaisé sur canal gaussien. Sur canal sélectif en fréquence, un retard supplémentaire est estimé, retard correspondant au retard moyen σ_τ engendré par les échos du canal. La figure 4.8 met en évidence l'angle résiduel $\theta_h = 2\pi\sigma_\tau$ qui résulte du placement correct de la fenêtre FFT en présence d'un canal multitrajet. Si l'organe d'estimation cherche à compenser intégralement le retard estimé afin d'annuler la pente de la droite de régression, la fenêtre FFT se verra décalée d'un retard σ_τ par rapport au

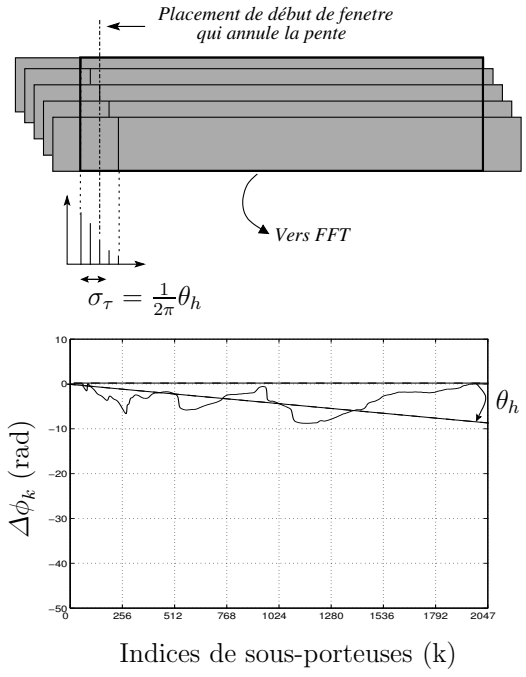


FIG. 4.8 – Influence de la phase du canal sur l'allure des différences de phase observées

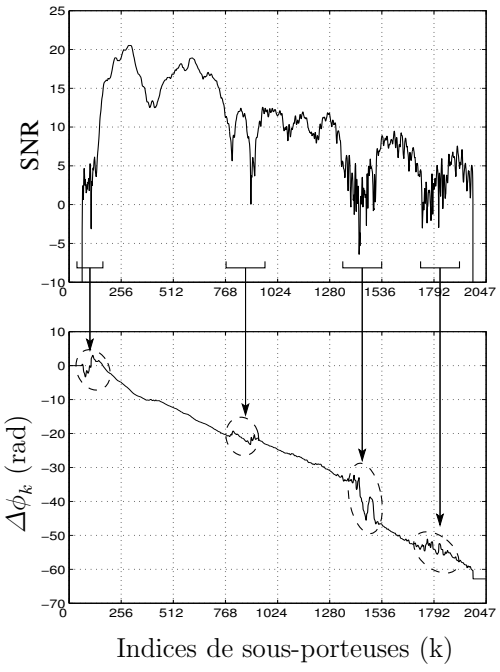


FIG. 4.9 – Influence des évanouissements profonds sur l'allure des différences de phase observées

premier trajet de la réponse impulsionnelle. Il est donc essentiel de retrancher le biais à la valeur de décalage estimée, sous peine de placer le début de la fenêtre FFT en milieu de réponse impulsionnelle, situation génératrice de termes d'interférences (cf. paragraphe 3.2.1). Le retard σ_τ n'étant pas connu du récepteur une valeur supérieure doit être utilisée pour corriger le biais. La forte décroissance des réponses impulsionnelles des canaux PLC vont dans le sens de retards moyens faibles. En ce qui concerne la réponse la plus étalée dont nous disposons, à savoir la réponse *Sintes8a*, on trouve σ_τ de l'ordre de 7 échantillons. Une marge de 10 échantillons, soit 0,5 μs, est alors suffisante pour s'affranchir des cas les plus défavorables.

En somme, il faudra corriger le placement de la fenêtre FFT du résultat de l'estimation LLS donnée par l'équation (4.15), moins 10 échantillons. La fenêtre FFT obtenue à l'issue de la correction connaîtra alors une légère avance sur sa position optimale — typiquement quelques échantillons — ce qui, rappelons-le, n'est pas gênant compte tenu du surdimensionnement de l'intervalle de garde. Il est bon de remarquer que cette avance permet de justifier *a posteriori* que l'utilisation d'un algorithme ML global tel que celui évoqué précédemment n'est pas envisageable à cause de l'ambiguité de phase permanente générée par cette avance.

B- ***Influence des évanouissements profonds***

Il suffit d'observer l'image de la différence de phase après transmission sur un canal sélectif en fréquence et en présence de bruit gaussien, pour comprendre que les

évanouissements profonds du canal viennent dégrader la qualité de l'estimation. Comme cela est mis en évidence sur la figure 4.9, les différences de phases obtenues sur les sous-porteuses affectées d'évanouissements s'écartent de la tendance linéaire exploitée par l'estimateur. Sur ces sous-porteuses, c'est en fait le bruit blanc qui vient régir les valeurs de la phase puisque les symboles reçus peuvent se retrouver avec une puissance inférieure à celle du niveau de bruit. Il est clair que les variations de phases anarchiques qui en résultent, ne permettent pas de trouver une droite de régression dont la pente témoigne de façon fiable du décalage temporel de fenêtre FFT. En revanche, les différences de phases calculées sur les sous-porteuses bénéficiant d'un SNR élevé conservent une tendance linéaire pouvant servir à l'estimation.

Ce principe, exposé ici de façon heuristique, peut être validé par le calcul de la variance de l'estimateur sur canal multitrajet. En repartant de l'équation d'estimation (4.15), on a

$$\mathrm{var}\left[\hat{\epsilon}_t^{\,\mathrm{LLS}}(p)\right] = \frac{1}{4\pi^2} \frac{\displaystyle\sum_{k=0}^{N-1} k^2 \,\mathrm{var}\left[\Delta\phi_k\right]}{\left(\displaystyle\sum_{k=0}^{N-1} k^2\right)^2}\,, \tag{4.21}$$

On utilise ici le fait que l'espérance des termes croisés du carré de la somme sont nuls, ce qui se justifie par le fait que les déphasages observés sont perturbés par des processus aléatoires gaussiens centrés indépendants. La variance de l'observation des déphasages doit alors être évaluée. L'équation (4.19) donnant l'espérance du déphasage observé, reste alors à calculer son moment d'ordre 2, à savoir,

$$\begin{aligned}
\mathrm{E}\left[\Delta\phi_k^2\right] &= \mathrm{E}\left[\frac{\mathfrak{Im}\left\{y_k \bar{x}_k^{\mathrm{A}}\right\}^2}{\mathfrak{Re}\left\{y_k \bar{x}_k^{\mathrm{A}}\right\}^2}\right]\,, \\
&= \frac{\mathrm{E}\left[\mathfrak{Im}\left\{H_k e^{\jmath 2\pi k \epsilon_t(p)} + b_k \bar{x}_k^{\mathrm{A}}\right\}^2\right]}{\mathrm{E}\left[\mathfrak{Re}\left\{H_k e^{\jmath 2\pi k \epsilon_t(p)} + b_k \bar{x}_k^{\mathrm{A}}\right\}^2\right]}\,, \\
&= \frac{\rho_k^2 \sin^2(2\pi k \epsilon_t(p) + \phi_k^h) + \mathrm{E}\left[\mathfrak{Im}\left\{b_k\right\}^2\right]}{\rho_k^2 \cos^2(2\pi k \epsilon_t(p) + \phi_k^h) + \mathrm{E}\left[\mathfrak{Re}\left\{b_k\right\}^2\right]}\,,
\end{aligned} \tag{4.22}$$

en posant $H_k = \rho_k e^{\jmath\phi_k^h}$. En utilisant les développements limités au premier ordre des fonctions *sin* et *cos*, on a, pour $2\pi k \epsilon_t(p) \ll 1$,

$$\begin{aligned}
\mathrm{E}\left[\Delta\phi_k^2\right] &\approx \frac{\rho_k^2 \left(2\pi k \epsilon_t(p) + \phi_k^h\right)^2 + \sigma^2}{\rho_k^2 + \sigma^2}\,, \\
&\approx \left(2\pi k \epsilon_t(p) + \phi_k^h\right)^2 + \frac{1}{\mathrm{SNR}_k}\,,
\end{aligned} \tag{4.23}$$

pour $\mathrm{SNR}_k \gg 1$, et en rappelant que σ^2 est la variance du terme global d'interférences et de bruit, supposé gaussien. Les résultats sur les sommes de séries numériques permettent

finalement d'exprimer la variance de l'estimateur comme suit,

$$\begin{aligned}\mathrm{var}\left[\hat{\epsilon}_t(p)\right] &\approx \frac{1}{4\pi^2}\frac{\displaystyle\sum_{k=0}^{N-1}\frac{k^2}{\mathrm{SNR}_k}}{\left(\dfrac{N}{6}(N+1)(2N+1)\right)^2}\,,\\ &\propto \frac{9}{4\pi^2 N^6}\sum_{k=0}^{N-1}\frac{k^2}{\mathrm{SNR}_k}\,.\end{aligned} \tag{4.24}$$

Dans le cas d'un canal plat en fréquence, notons que cette expression se simplifie pour donner,

$$\mathrm{var}\left[\hat{\epsilon}_t(p)\right] \propto \frac{3}{4\pi^2 N^3 \mathrm{SNR}}\,. \tag{4.25}$$

D'après ces résultats, il apparaît que la variance de l'estimateur est fonction du nombre de sous-porteuses utilisées et du SNR relevé sur chacune d'elles. De façon évidente, un nombre croissant de sous-porteuses aura en effet tendance à améliorer la fiabilité de la régression. La dépendance au SNR est quant à elle liée aux perturbations de la phase du signal reçu par la composante de bruit, perturbations d'autant plus marquées que les sous-porteuses sont fortement atténuées. Cela explique les observations de la figure 4.9 et rejoint les commentaires émis au début de ce paragraphe quant à l'influence des évanouissements du canal sur la qualité de l'estimation.

Compte tenu de ces remarques, une solution pour s'affranchir des effets néfastes de la sélectivité fréquentielle du canal, consiste donc à ne fournir à l'estimateur LLS que les sous-porteuses possédant un fort SNR. Un nombre suffisamment grand de sous-porteuses doit cependant être choisi afin de conserver une bonne fiabilité de la droite de régression. Ce choix résulte donc d'un compromis qui sera étudié lors de la phase de simulations au chapitre 5. À défaut d'avoir accès aux valeurs des différents SNR, l'ordonnancement des sous-porteuses en vue de la sélection sera effectué par niveau de puissance reçue. Seules les sous-porteuses bénéficiant des meilleurs niveaux de puissance seront alors exploitées dans le processus de régression linéaire.

Remarquons enfin que dans le cas général, la droite de régression obtenue ne passe pas par l'origine. Une modification du calcul de cette droite doit alors être apportée pour traiter le cas de droites quelconques. Soit $\mathcal{H}$ le jeu des indices des sous-porteuses sélectionnées, et soit $N_u = \mathrm{Arg}\left\{\mathcal{H}\right\}$ le nombre de ces sous-porteuses *utiles*. Classiquement, l'équation d'estimation généralisée, notée ici GLLS (*generalized LLS*), s'écrit,

$$\hat{\epsilon}_t^{\,\mathrm{GLLS}}(p) = \frac{N_u\displaystyle\sum_{k\in\mathcal{H}} k\Delta\phi_k(p) - \sum_{k\in\mathcal{H}} k\sum_{k\in\mathcal{H}}\Delta\phi_k(p)}{N_u\displaystyle\sum_{k\in\mathcal{H}} k^2 - \left(\sum_{k\in\mathcal{H}} k\right)^2}. \tag{4.26}$$

On vérifie que pour $\mathcal{H} = [-N/2, \cdots, N/2]$, on retrouve le résultat de l'équation (4.15) à une translation d'indices près. C'est finalement cet estimateur, combiné à la correction de biais mis en évidence au paragraphe précédent, qui sera mis en œuvre dans la procédure

de synchronisation temporelle fine. Pour alléger les écritures mathématiques, on définit l'opérateur noté *grad* permettant de décrire l'opération de régression effectuée dans (4.26). On a donc,

$$\hat{\epsilon}_t^{\text{GLLS}}(p) = \text{grad}_{\mathcal{H}}\left[\boldsymbol{\Delta\phi}_p\right] . \tag{4.27}$$

4.3.2 Estimateur de décalage d'horloge

L'estimation du décalage de l'horloge d'échantillonnage doit permettre l'asservissement du VCO dans le but de limiter les termes d'ICI et de contrôler la dérive de la fenêtre FFT. En se reportant à l'équation (4.12), on comprend que sous l'influence de la dérive de fenêtre, deux symboles pilotes différents vont subir des rotations de phases différentes qui vont pouvoir être comparées afin d'extraire la valeur du décalage d'horloge. Cette méthode bien connue est souvent mise en œuvre en comparant les déphasages opérés au sein des sous-porteuses pilotes de deux symboles consécutifs [83]. Pour notre part, nous proposons d'exploiter l'information portée par les déphasages observés non pas sur deux symboles pilotes successifs[(3)], mais plutôt sur deux symboles pilotes espacés de M symboles, avec $M = 256$ d'après la structure de trame choisie. Nous verrons que ce simple retard de M symboles, proposé par ailleurs dans le cadre de l'estimation de fréquence porteuse en OFDM dans [87], permet d'atteindre des performances très intéressantes.

4.3.2.1 Estimation LLS

L'hypothèse clef qui permet d'appliquer le principe de comparaison des phases de deux symboles distants de M symboles, tient au fait que le canal de propagation est supposé invariant à l'échelle d'une supertrame du système. Autrement dit, deux symboles pilotes en tête de deux trames consécutives vont être affectés par le même canal. En utilisant l'équation (4.12), on peut alors facilement en déduire que,

$$\boldsymbol{y}_p = \boldsymbol{\Theta}\big(\Delta\epsilon_t(p)\big)\boldsymbol{y}_{p-1} + \tilde{\boldsymbol{b}}_p \tag{4.28}$$

avec, $\Delta\epsilon_t(p) = \epsilon_t(p) - \epsilon_t(p-1) = \frac{M(N+D)+D}{N}\epsilon_f$. Notons que $\tilde{\boldsymbol{b}}_p$ est un terme de bruit blanc résultant de la différence des deux termes de bruit blanc affectant les deux symboles pilotes. De façon similaire au cas de l'estimation du décalage de fenêtre FFT développé précédemment, il est ici possible de dériver un estimateur ML à partir de l'équation (4.28). Par analogie avec les calculs du paragraphe 4.3.1.1, l'équation d'estimation du décalage de fréquence d'horloge basée sur l'observation de la phase de $\boldsymbol{y}_p$ peut rapidement s'écrire comme suit,

$$\hat{\epsilon}_f = \arg\ \min_{\epsilon_f}\ \Big|\Big|\ \underbrace{\big(\boldsymbol{\phi}_p - \boldsymbol{\phi}_{p-1}\big)}_{\boldsymbol{\Delta\varphi}_p} - \boldsymbol{\Omega}\big(\Delta\epsilon_t(p)\big)\ \Big|\Big|^2 . \tag{4.29}$$

De façon similaire à l'estimation du décalage de fenêtre FFT, la comparaison des phases des $p^{\text{ième}}$ et $p{+}1^{\text{ième}}$ symboles pilotes reçus est à la base de l'estimation du défaut d'horloge. Le vecteur $\boldsymbol{\Delta\varphi}_p = [\Delta\varphi_0(p) \cdots \Delta\varphi_k(p)]^T$ véhicule la différence de phase entre les deux

[(3)] Rappelons d'ailleurs que nous ne disposons pas de symboles pilotes consécutifs dans la structure de trame choisie.

symboles pilotes utilisés et s'exprime aussi $\boldsymbol{\Delta\varphi}_p = \angle\left(\boldsymbol{Y}_{p-1}^H \boldsymbol{y}_p\right)$, où $\boldsymbol{Y}_{p-1} = \mathrm{diag}\left(\boldsymbol{y}_{p-1}\right)$. En adaptant le résultat (4.15) à la nouvelle situation, on retrouve un estimateur LLS qui s'exprime à présent par

$$\hat{\epsilon}_f^{\,\mathrm{LLS}}(p) = \frac{1}{2\pi}\,\frac{N}{M(N+D)+D}\,\frac{\displaystyle\sum_{k=0}^{N-1} k\,\Delta\varphi_k(p)}{\displaystyle\sum_{k=0}^{N-1} k^2}\,. \tag{4.30}$$

avec,

$$\Delta\varphi_k(p) = \angle\big(y_k(p)\bar{y}_k(p-1)\big)\,. \tag{4.31}$$

Le procédé d'estimation consiste une nouvelle fois à rechercher la droite de régression appliquée au vecteur $\boldsymbol{\Delta\varphi}_p$ et d'en extraire la pente. Comme précédemment, l'ambiguité des phases peut être levée en ayant recours à un algorithme de dépliement de phase à appliquer avant le calcul de régression linéaire. Cette étape est nécessaire lorsque l'erreur résiduelle sur la fréquence d'horloge entraîne une dérive de fenêtre supérieure à 1 échantillon, soit pour $\epsilon_f \geq \frac{1}{M(N+D)+D} = 1,7$ ppm, ce qui est le cas de notre système étant donnée la faible précision des oscillateurs utilisés. Cette remarque justifie alors que l'on n'utilise pas un estimateur ML global, exploitant non plus seulement la phase du signal reçu mais aussi son module, à l'instar de celui évoqué à la fin du paragraphe 4.3.1.1. En effet, un tel algorithme, notamment proposé dans [83], conduit à une solution qui ne tolère pas les rotations de phases supérieures à $\pi/2$ à cause de l'utilisation de fonctions *sin* et *cos*. Dans notre cas, cela signifie qu'un tel algorithme ne pourrait corriger que des décalages de fréquence inférieurs à 1,7 ppm, ce qui n'est bien évidemment pas suffisant. Le choix de l'algorithme proposé, basé sur la seule observation de la phase des signaux reçus, permet au contraire de traiter la totalité des erreurs de fréquence potentielles. Nous reviendrons sur cet aspect lors de la présentation des résultats de simulation des algorithmes proposés.

4.3.2.2 Mise en œuvre sur un canal dispersif en temps

À l'image des calculs développés au paragraphe 4.3.1.2, une étude sur l'espérance et la variance de l'estimateur permet d'évaluer l'influence d'un canal multitrajet sur l'estimation de la fréquence d'échantillonnage. Dans la suite, nous prendrons à nouveau l'hypothèse d'une erreur résiduelle suffisamment faible de manière à écrire les différences de phases comme suit,

$$\Delta\varphi_k \approx \frac{\mathfrak{Im}\left\{y_k(p)\bar{y}_k(p-1)\right\}}{\mathfrak{Re}\left\{y_k(p)\bar{y}_k(p-1)\right\}}\,, \tag{4.32}$$

avec,

$$\begin{aligned} y_k(p)\bar{y}_k(p-1) &= \left(e^{\jmath 2\pi k\epsilon_t(p)} H_k x_k^{\mathrm{A}} + b_k(p)\right)\left(e^{\jmath 2\pi k\epsilon_t(p-1)} H_k x_k^{\mathrm{A}} + b_k(p-1)\right)\,, \\ &= \rho_k^2 e^{\jmath 2\pi k\Delta\epsilon_t(p)} + e^{\jmath 2\pi\epsilon_t(p)} H_k x_k^{\mathrm{A}} \bar{b}_k(p-1)\ \cdots \\ &\qquad \cdots + e^{-\jmath 2\pi\epsilon_t(p-1)} \bar{H}_k \bar{x}_k^{\mathrm{A}} b_k(p) + b_k(p)\bar{b}_k(p-1)\,, \end{aligned} \tag{4.33}$$

en rappelant que $H_k = \rho_k e^{\jmath\phi_k^h}$.

A- ***Influence de la phase du canal***

De façon similaire à l'équation (4.17), l'espérance de l'estimé au sens du LLS fait intervenir l'espérance sur la différence de phase $\Delta\varphi_k$. D'après (4.30), on a en effet,

$$\mathrm{E}\left[\hat{\epsilon}_f^{\,\mathrm{LLS}}(p)\right] = \frac{1}{2\pi}\,\frac{N}{M(N+D)+D}\,\frac{\sum_{k=0}^{N-1} k\,\mathrm{E}\left[\Delta\varphi_k\right]}{\sum_{k=0}^{N-1} k^2}\,. \tag{4.34}$$

Il suffit donc de déterminer $\mathrm{E}\left[\Delta\varphi_k\right]\ \forall k$. En utilisant (4.33), le calcul s'écrit,

$$\begin{aligned}\mathrm{E}\left[\Delta\varphi_k\right] &= \frac{\mathrm{E}\left[\mathfrak{Im}\left\{y_k(p)\bar{y}_k(p-1)\right\}\right]}{\mathrm{E}\left[\mathfrak{Re}\left\{y_k(p)\bar{y}_k(p-1)\right\}\right]}\,,\\ &= \frac{\rho_k^2\,\sin(2\pi k\Delta\epsilon_t(p))}{\rho_k^2\,\cos(2\pi k\Delta\epsilon_t(p))}\,,\\ &\approx 2\pi k\Delta\epsilon_t(p)\,,\end{aligned} \tag{4.35}$$

et on obtient rapidement l'expression de l'espérance sur l'estimation de ϵ_f,

$$\mathrm{E}\left[\hat{\epsilon}_f^{\,\mathrm{LLS}}\right] \approx \frac{1}{2\pi}\,\frac{N}{M(N+D)+D}\,\Delta\epsilon_t(p) \approx \epsilon_f\,. \tag{4.36}$$

Contrairement à l'estimation du décalage de fenêtre FFT, l'estimation du défaut d'horloge ne subit aucun biais, malgré les distorsions de phase introduites par le canal. Ce résultat est tout à fait cohérent puisque l'on compare les phases de deux symboles perturbés par le même canal. L'estimateur proposé est donc non biaisé, ce qui est d'une importance fondamentale pour obtenir un verrouillage correct de la fréquence d'horloge.

B- ***Influence des évanouissements profonds***

Intéressons-nous à présent à la variance de l'estimateur LLS. L'espérance de l'estimé venant d'être calculée, il suffit de déterminer son moment d'ordre 2, soit

$$\begin{aligned}\mathrm{E}\left[\Delta\varphi_k^2\right] &= \mathrm{E}\left[\frac{\mathfrak{Im}\left\{y_k(p)\bar{y}_k(p-1)\right\}^2}{\mathfrak{Re}\left\{y_k(p)\bar{y}_k(p-1)\right\}^2}\right]\,,\\ &= \frac{\rho_k^4\sin^2(2\pi k\Delta\epsilon_t(p)) + \rho_k^2\mathrm{E}\left[\mathfrak{Im}\left\{e^{\jmath 2\pi k\epsilon_t(p)+\phi_k^h}x_k^{\mathrm{A}}\bar{b}_k(p-1)\right.\right.}{\rho_k^4\cos^2(2\pi k\Delta\epsilon_t(p)) + \rho_k^2\mathrm{E}\left[\mathfrak{Re}\left\{e^{\jmath 2\pi k\epsilon_t(p)+\phi_k^h}x_k^{\mathrm{A}}\bar{b}_k(p-1)\right.\right.}\cdots\\ &\qquad\cdots\frac{\left.\left.+e^{-\jmath 2\pi k\epsilon_t(p-1)-\phi_k^h}b_k(p)\right\}^2\right] + 2\sigma^4}{\left.\left.+e^{-\jmath 2\pi k\epsilon_t(p-1)-\phi_k^h}b_k(p)\right\}^2\right] + 2\sigma^4}\,,\end{aligned}$$

$$= \frac{\rho_k^4 \sin^2(2\pi k \Delta\epsilon_t(p)) + \rho_k^2\sigma^2 \left[\sin^2(\jmath 2\pi k\epsilon_t(p) + \phi_k^h) + \cos^2(\jmath 2\pi k\epsilon_t(p) + \phi_k^h)\right.}{\rho_k^4 \cos^2(2\pi k \Delta\epsilon_t(p)) + \rho_k^2\sigma^2 \left[\sin^2(\jmath 2\pi k\epsilon_t(p) + \phi_k^h) + \cos^2(\jmath 2\pi k\epsilon_t(p) + \phi_k^h)\right.} \cdots$$
$$\cdots \frac{\left. + \sin^2(-2\pi k\epsilon_t(p-1) - \phi_k^h) + \cos^2(-2\pi k\epsilon_t(p-1) - \phi_k^h)\right] + 2\sigma^4}{\left. + \sin^2(-2\pi k\epsilon_t(p-1) - \phi_k^h) + \cos^2(-2\pi k\epsilon_t(p-1) - \phi_k^h)\right] + 2\sigma^4},$$
$$= \frac{\rho_k^4 \sin^2(2\pi k \Delta\epsilon_t(p)) + 2\rho_k^2\sigma^2 + 2\sigma^4}{\rho_k^4 \cos^2(2\pi k \Delta\epsilon_t(p)) + 2\rho_k^2\sigma^2 + 2\sigma^4}. \tag{4.37}$$

Les approximations des fonctions *sin* et *cos*, et l'hypothèse $\text{SNR}_k \gg 1$ permettent alors d'obtenir un résultat simple,

$$\begin{aligned} \mathrm{E}\left[\Delta\varphi_k^2\right] &\approx \frac{\rho_k^4 (2\pi k \Delta\epsilon_t(p))^2 + 2\rho_k^2\sigma^2 + 2\sigma^4}{(\rho_k^2 + \sigma^2)^2 + \sigma^4}, \\ &\approx (2\pi k \Delta\epsilon_t(p))^2 + \frac{2}{\text{SNR}_k}. \end{aligned} \tag{4.38}$$

L'expression de la variance se calcule alors facilement,

$$\begin{aligned} \text{var}\left[\hat{\epsilon}_f\right] &\approx \frac{1}{4\pi^2} \frac{N^2}{\big(M(N+D)+D\big)^2} \frac{\displaystyle\sum_{k=0}^{N-1} \frac{2k^2}{\text{SNR}_k}}{\left(\frac{N}{6}(N+1)(2N+1)\right)^2}, \\ &\propto \frac{9}{2\pi^2 N^6 M^2} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{k^2}{\text{SNR}_k}. \end{aligned} \tag{4.39}$$

Comme pour l'estimateur de placement de fenêtre FFT, on s'aperçoit que la valeur du SNR sur chaque sous-porteuse conditionne la qualité de l'estimation. Cela implique que les évanouissements profonds du canal contribuent fortement à la dégradation de la variance de l'estimateur. On procèdera donc une fois encore à une sélection des meilleures sous-porteuses, au sens du SNR, afin de s'affranchir des effets négatifs de la sélectivité fréquentielle. Les mêmes sous-porteuses que celles sélectionnées pour la correction du fenêtrage seront bien entendu utilisées puisque le critère de sélection est le même. De même, on utilise l'expression généralisée du calcul de régression pour pouvoir traiter les cas où la droite obtenue ne passe pas par l'origine. Finalement, l'estimateur de décalage fréquentiel s'écrit,

$$\hat{\epsilon}_f^{\text{GLLS}}(p) = \text{grad}_{\mathcal{H}}\left[\boldsymbol{\Delta\varphi}_p\right], \tag{4.40}$$

avec $\mathcal{H}$ le jeu de sous-porteuses sélectionnées.

Pour finir, il est fort intéressant de remarquer que l'expression de la variance met en jeu une dépendance au terme M, qui, rappelons-le, correspond au nombre de symboles OFDM qui séparent deux symboles pilotes. Il apparaît donc que la variance est d'autant plus faible que ce terme M est élevé. Ce comportement de l'estimateur est tout à fait compréhensible puisque la latence correspondant à l'écart entre deux symboles pilotes et pendant laquelle la fenêtre dérive, induit un décalage de fenêtre d'autant plus important,

et donc d'autant plus facile à estimer, que M est grand. Concrêtement, cela implique que si l'on dispose de deux symboles de référence dans une trame de longueur donnée, la solution qui offrira les meilleurs résultats est celle qui s'appuiera sur un espacement entre ces deux symboles le plus élevé possible.[(4)] Ce résultat est un point fort intéressant dans notre contexte où les symboles « A » destinés à un modem donné sont précisément espacés de $4 \times 64 = 256$ symboles.

4.3.3 Estimateur de la réponse fréquentielle du canal

Le troisième estimateur à mettre en œuvre est celui de la réponse du canal, nécessaire à l'égalisation des données. De nombreuses études ont été menées dans ce domaine, le plus souvent en considérant l'utilisation de sous-porteuses pilotes réparties sur la grille temps-fréquence [88, 89]. Divers schémas de répartition de ces pilotes ont notamment été proposés en fonction des caractéristiques du canal [90, 91]. À partir de ces données pilotes, l'estimation de la réponse du canal peut être menée par dérivation de critères d'estimation de type ML ou MMSE par exemple [92]. Les estimateurs obtenus dans ce cas mettent cependant en jeu des procédés d'inversion de matrice ou requièrent la connaissance de la statistique du canal. Pour pallier à ces inconvénients, une méthode fréquemment utilisée dans les systèmes pratiques pour sa simplicité d'implémentation, consiste à effectuer l'estimation fréquentielle du canal sous-porteuse par sous-porteuse. Cette solution est obtenue par dérivation du critère ML dans le domaine fréquentiel en ignorant que $\boldsymbol{H}$ s'écrit $\boldsymbol{H} = \boldsymbol{F}\boldsymbol{h_t}$, porteur des coefficients du canal. En écrivant le $p^{\text{ième}}$ symbole pilote reçu comme $\boldsymbol{y}_p = \boldsymbol{X}_{\text{A}}\boldsymbol{h_f} + \boldsymbol{b}_p$, la dérivation du critère ML conduit en effet à la minimisation du produit $(\boldsymbol{y}_p - \boldsymbol{X}_{\text{A}}\boldsymbol{h_f})(\boldsymbol{y}_p - \boldsymbol{X}_{\text{A}}\boldsymbol{h_f})^H$, et aboutit à la solution LS suivante,

$$\hat{\boldsymbol{h}}_{\boldsymbol{f}}^{\text{LS}} = \boldsymbol{X}_{\text{A}}^H \boldsymbol{y}_p \,, \tag{4.41}$$

où l'on rappelle que $\boldsymbol{X}_{\text{A}}$ est la matrice diagonale composée des symboles pilotes de type BPSK. Si l'on prend en compte à présent les défauts liées aux décalages d'horloge et de fenêtre FFT, l'équation (4.12) permet de modifier l'expression de l'estimateur LS fréquentiel qui devient,

$$\hat{\boldsymbol{h}}_{\boldsymbol{f}}^{\text{LS}} = \boldsymbol{\Theta}^H\big(\hat{\epsilon}_t(p)\big)\boldsymbol{\Theta}^H\big(\tfrac{N-1}{N}\hat{\epsilon}_f(p)\big)\boldsymbol{X}_{\text{A}}^H \boldsymbol{y}_p \,, \tag{4.42}$$

en négligeant le terme d'atténuation $\boldsymbol{A}$ engendré par le décalage d'horloge. Cette estimateur n'est autre que l'application sur le signal reçu du filtre adapté au symbole « A », réalisé dans le domaine fréquentiel. Les matrices mises en jeu dans cette équation étant diagonales, le calcul des estimés peut être conduit sous-porteuse par sous-porteuse et se réécrit plus simplement comme suit,

$$\hat{H}_k^{\text{LS}} = e^{-\jmath 2\pi\left(\hat{\epsilon}_t(p) + \frac{N-1}{N}\hat{\epsilon}_f(p)\right)} \, y_k(p)\bar{x}_k^{\text{A}} \,, \qquad \forall k \in [0; N-1] \,. \tag{4.43}$$

La solution ainsi obtenue est alors très simple d'autant plus que $\bar{x}_k^{\text{A}} = \pm 1$. Elle ne nécessite que la multiplication des données reçues par N coefficients complexes. Il s'agit cependant d'une solution sous-optimale par rapport aux solutions évoquées précédemment,

(4) On suppose bien sûr ici que la démodulation des données n'est engagée que lorsque la précision de l'oscillateur est suffisamment bonne pour la dérive de fenêtre entre deux symboles pilotes n'engendre pas d'erreurs.

puisque chaque coefficient de canal est estimé de façon indépendante sur chacune des sous-porteuses sans tenir compte de la corrélation qui lie les coefficients entre eux. L'estimateur LS suppose que la décorrélation entre les sous-porteuse est totale si bien que le résultat de l'estimation est particulièrement sensible au bruit. En supposant une estimation parfaite des décalages ϵ_t et ϵ_f, l'erreur quadratique moyenne de l'estimation sur chaque sous-porteuse vaut en effet,

$$\mathrm{var}\left[\hat{H}_k^{\mathrm{LS}}\right] = \mathrm{var}\left[e^{-\jmath 2\pi\left(\hat{\epsilon}_t(p)+\frac{N-1}{N}\hat{\epsilon}_f(p)\right)} b_k(p)\bar{x}_k^{\mathrm{A}}\right] = \sigma_n^2\,. \tag{4.44}$$

Pour limiter les distorsions de la réponse estimée, il est alors possible de filtrer la réponse fréquentielle par un filtre passe-bas dont la fréquence de coupure est judicieusement choisie pour éliminer la composante du bruit tout en gardant intacte la réponse du canal. Ce principe bien connu permet d'améliorer considérablement la qualité de l'estimation [93]. Pour déterminer correctement la fréquence de coupure du filtre, il faut connaître la constitution spectrale du signal à filtrer, et plus précisément, sa bande utile. Celle-ci est obtenue par transformée de Fourier appliquée sur le signal étudié, à savoir la réponse fréquentielle du canal estimée $\hat{\boldsymbol{H}}$. De façon évidente, on retrouve de cette manière l'image de la réponse impulsionnelle, observée à travers une fenêtre de N échantillons correspondant à la taille de la partie utile d'un symbole OFDM. Cette image est représentée sur la figure 4.10. Si le fenêtrage du symbole pilote est effectué correctement, la réponse impulsionnelle du canal est câlée sur la gauche de la fenêtre, comme représenté sur la figure. Les composantes de bruit sont quant à elles présentes sur chaque échantillon observé, et en particulier sur les échantillons n'appartenant pas aux L échantillons représentatifs de la réponse impusionnelle. On réduit alors considérablement le niveau de bruit en sélectionnant uniquement ces L échantillons qui suffisent à décrire le comportement du canal, comme indiqué sur la figure 4.10. L'élimination des échantillons de bruit *pur* entraîne une réduction de la variance d'un facteur L/N. Les rôles du temps et de la fréquence sont donc inversés ici, puisque l'on réalise le filtrage d'une fonction fréquentielle pour fenêtrer une fonction temporelle.

Le filtre optimal permettant de réaliser un fenêtrage rectangulaire de la partie utile de la réponse impulsionnelle est un filtre en sinus cardinal. Bien entendu, on utilise plutôt en pratique un filtre FIR (*finite impulse response*) dont on peut choisir l'ordre en fonction de la qualité de filtrage désirée. Pour des ordres de filtre trop faibles, il est préférable de relever la valeur de la fréquence de coupure pour ne pas engendrer de distorsions sur les derniers échantillons de la réponse impulsionnelle. L'élargissement de la bande du filtre est par ailleurs nécessaire pour traiter correctement les situations pour lesquelles l'image de la réponse impulsionnelle se retrouve décalée par rapport à sa position nominale. C'est notamment le cas en début de processus de synchronisation fine, lorsque le fenêtrage des symboles n'est qu'approximatif. D'après les résultats de synchronisation symbole grossière, on peut garantir que le fenêtrage des symboles OFDM commence avec une avance maximale d'une cinquantaine d'échantillons sur la position optimale, soit avec un décalage $-L/2 \leq \delta_t \leq 0$. Finalement, nous opterons pour un filtre à 30 coefficients et dont la fréquence de coupure normalisée sera de $1{,}5L/N$ au lieu de L/N.

4.3.4 Mise en œuvre du système bouclé

Nous disposons à ce stade de l'étude des différents estimateurs permettant de corriger les défauts de placement de fenêtre FFT et d'horloge, et d'estimer les coefficients

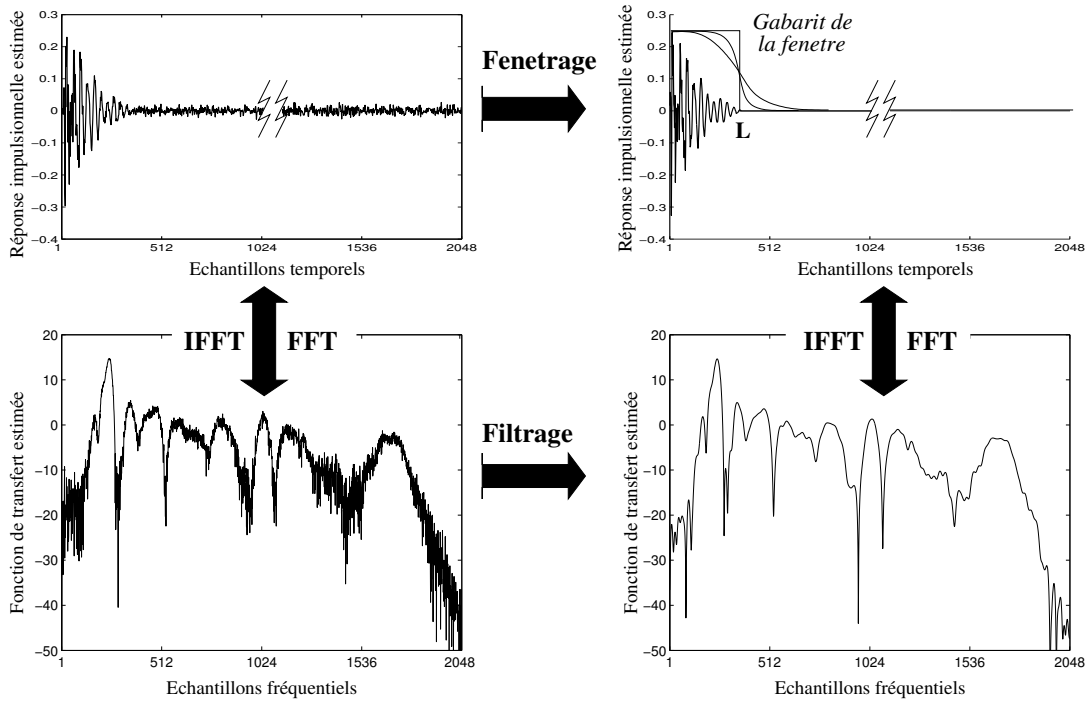


FIG. 4.10 – Principe du filtrage de la réponse fréquentielle estimée

d'atténuation du canal dans le domaine fréquentiel. Il reste alors à reboucler le système de synchronisation pour réaliser la poursuite des grandeurs à estimer. On aboutit donc à un système dans lequel les processus d'estimations sont réitérés de trame en trame de manière à affiner et stabiliser les valeurs des estimés dans la mesure des objectifs de synchronisation. Le rebouclage est en outre indispensable en raison du terme d'ICI apporté par le fort décalage initial d'horloge, à savoir 100 ppm. Ce terme va en effet avoir un impact particulièrement négatif sur les performances des estimateurs en début de processus. Puis, itération après itération, la correction du décalage d'horloge va entraîner une limitation de l'ICI, et donc une augmentation de la fiabilité de l'estimation. Une phase d'accrochage sera donc observée sur les premières trames testées, suivie d'une phase de poursuite permettant de maintenir la synchronisation du système.

4.3.4.1 Rafraîchissement des estimés

Au cours du processus de synchronisation, les décalages de la fenêtre FFT et de la fréquence d'échantillonnage sont compensés après réception de chaque symbole pilote. Le placement de la fenêtre FFT est corrigé par décalage d'un nombre entier d'échantillons dans le flux de données reçues de l'échantillonneur, alors que la correction de la fréquence d'échantillonnage est réalisée par commande du VCO. Bien entendu, lorsque l'erreur d'échantillonnage devient telle que la dérive n'excède par un échantillon, la correction de la fenêtre FFT n'a plus lieu d'être. Les nouvelles valeurs de décalages demeurent inchangées sur toute la trame de symboles qui succèdent au symbole pilote, jusqu'à la réception d'un nouveau symbole d'apprentissage. Ainsi, les valeurs des décalages de fenêtre et de

fréquence concernant la $p^{\text{ième}}$ trame s'expriment,

$$\epsilon_t(p) = \epsilon_t(p-1) - \lfloor \hat{\epsilon}_t(p) \rfloor \,, \tag{4.45}$$

$$\epsilon_f(p) = \epsilon_f(p-1) - \hat{\epsilon}_f(p) \,, \tag{4.46}$$

où $\lfloor \cdot \rfloor$ est la partie entière. Si l'on s'intéresse à deux symboles pilotes successifs, il est clair que seul le second aura subi les corrections de fenêtre et de fréquence. On comprend alors qu'il faut tenir compte des corrections apportées, lors de la comparaison entre ces deux symboles. Plus précisément, l'équation d'estimation (4.40) doit être réécrite,

$$\hat{\epsilon}_f^{\text{GLLS}}(p) = \text{grad}_{\mathcal{H}} \left[\angle \left(\left(\boldsymbol{\Theta}^{\boldsymbol{H}} \left(\lfloor \hat{\epsilon}_t(p-1) \rfloor \right) \boldsymbol{\Theta}^{\boldsymbol{H}} \left(\tfrac{N-1}{N} \hat{\epsilon}_f(p-1) \right) \boldsymbol{Y}_{p-1} \right)^H \boldsymbol{y}_p \right) \right] . \tag{4.47}$$

Ainsi, les phases des différents symboles du vecteur $\boldsymbol{Y}_{p-1}$ sont compensées des facteurs de corrections ayant été apportés à tous les symboles de la trame, sauf au symbole pilote $p-1$ précisément. De même, l'estimation du canal doit également tenir compte du fait que la correction du fenêtrage n'est réalisée que dans la mesure d'un nombre entier d'échantillons. On réécrit alors (4.44) comme suit,

$$\hat{\boldsymbol{h}}_{\boldsymbol{f}}^{\text{LS}} = \boldsymbol{\Theta}^H \left(\lfloor \hat{\epsilon}_t(p) \rfloor \right) \boldsymbol{\Theta}^H \left(\tfrac{N-1}{N} \hat{\epsilon}_f(p) \right) \boldsymbol{X}_{\text{A}}^H \boldsymbol{y}_p \,, \tag{4.48}$$

On définit à présent le vecteur $\boldsymbol{\Psi}_p$ comme la sortie du filtre adapté au symbole « A » appliqué à la réception du $p^{\text{ième}}$ symbole pilote reçu, à savoir,

$$\boldsymbol{\Psi}_p = \boldsymbol{X}_{\text{A}}^H \boldsymbol{y}_p \,. \tag{4.49}$$

À partir des équations d'estimation (4.26), (4.47) et (4.44), il est possible de réexprimer les différents estimateurs en faisant intervenir ce vecteur $\boldsymbol{\Psi}_p$. Pour limiter les effets du bruit, nous proposons de plus d'exploiter ce vecteur après filtrage par le filtre fréquentiel proposé au paragraphe précédent. Nous noterons $\tilde{\boldsymbol{\Psi}}$ la version filtrée de $\boldsymbol{\Psi}$. On vérifie alors que les estimateurs peuvent se réécrire comme suit,

$$\begin{cases} \hat{\epsilon}_t(p) = \frac{1}{2\pi} \, \text{grad}_{\mathcal{H}} \left[\angle \tilde{\boldsymbol{\Psi}}_p \right] \,, \\ \hat{\epsilon}_f(p) = \frac{1}{2\pi} \, \frac{N}{M(N+D)+D} \, \text{grad}_{\mathcal{H}} \left[\angle \left(\hat{\boldsymbol{H}}_{p-1}^H \tilde{\boldsymbol{\Psi}}_p \right) \right] \,, \\ \hat{\boldsymbol{H}}_p = \text{diag} \left(\boldsymbol{\Theta}^H \left(\lfloor \hat{\epsilon}_t(p) \rfloor \right) \boldsymbol{\Theta}^H \left(\tfrac{N-1}{N} \hat{\epsilon}_f(p) \right) \tilde{\boldsymbol{\Psi}}_p \right) \,, \end{cases} \tag{4.50}$$

où $\hat{\boldsymbol{H}}_p$ est la matrice diagonale des estimés fréquentiels du canal. Cette nouvelle formulation des estimateurs met en évidence le caractère conjoint des opérations mises en œuvre. L'estimation de canal exploite en effet les résultats des estimations des erreurs de synchronisation, et l'estimateur de décalage de fréquence d'horloge utilise le vecteur d'estimation de canal de l'itération précédente. Par ailleurs, pour chacun des estimateurs, les informations sont tout d'abord filtrées avant d'être exploitées. Nous verrons que l'impact sur les résultats est très intéressant notamment à faible SNR de réception. Notons de plus que le calcul du vecteur $\boldsymbol{\Psi}$ est commun aux trois estimateurs, ce qui présente un intérêt non négligeable en terme de complexité de mise en œuvre.

4.3.4.2 Filtrage des estimés

Classiquement, la mise en œuvre de systèmes bouclés requiert l'utilisation d'un filtre de boucle qui permet de limiter les fluctuations trop brutales des valeurs estimées dues au bruit. Dans notre cas, le filtre de boucle sera utilisé pour filtrer la commande du VCO. Il s'agit d'un filtre intégrateur dont la sortie, notée $\tilde{\epsilon}_f(p)$, peut s'exprimer comme suit

$$\tilde{\epsilon}_f(p) = \alpha\, \hat{\epsilon}_f(p) + \beta \sum_{i<p} \hat{\epsilon}_f(i)\,, \tag{4.51}$$

où α et β sont des constantes. Les valeurs de ces constantes influent sur le comportement de la boucle. De manière générale, plus α est proche de l'unité et plus la commande de la correction de fréquence va attribuer du poids au résultat de l'estimation en cours. De même, plus β est élevé, et plus l'on va tenir compte des corrections antérieures dans la commande du VCO. Le but n'étant pas ici d'optimiser le filtre de boucle, nous prendrons des valeurs arbitraires pour les deux paramètres du filtre, à savoir $\alpha = 0,25$ et $\beta = 0,025$. Par ailleurs, afin d'obtenir un accrochage rapide de la boucle, nous ne mettrons en œuvre le filtrage de la commande du VCO qu'en phase de poursuite. Ce choix sera justifié *a posteriori* au regard des résultats des simulations effectuées en boucle ouverte. On considèrera que la boucle entrera en phase de poursuite lorsque la précision sur le décalage d'horloge sera inférieure à 1 ppm, valeur pour laquelle le terme d'ICI peut être négligé (cf. chapitre 3).

Notons enfin qu'en phase de poursuite, l'estimation de la réponse du canal n'est perturbée que par la présence du bruit gaussien, puisque le terme d'ICI devient négligeable pour $\epsilon_f < 1$ ppm, et que la dérive de la fenêtre FFT devient *a priori* minime. Les effets du bruit gaussien pouvant être minimisés par moyennage, on mettra en œuvre le filtre moyenneur suivant en phase de poursuite,

$$\tilde{\boldsymbol{H}}_p = \xi\, \hat{\boldsymbol{H}}_p + (1-\xi)\tilde{\boldsymbol{H}}_{p-1}\,, \tag{4.52}$$

avec $\xi \leq 1$. Typiquement, on prendra par la suite $\xi = 0,5$.

4.3.5 Extension au cas multicellulaire

Jusqu'à présent n'a été considéré que le cas d'une transmission avec un réseau à une seule cellule. Les spécifications du système prévoient cependant que chaque cellule du réseau utilise le même slot temporel pour la transmission du symbole pilote « A ». Un modem abonné quelconque du réseau a donc de fortes chances de recevoir plusieurs symboles pilotes simultanément en provenance non seulement du répéteur de sa cellule mais aussi des répéteurs des cellules adjacentes. Ce principe ne pose en pratique aucun problème du point de vue des procédés de synchronisation puisque les différents répéteurs sont par hypothèse synchronisés entre eux. En revanche, le symbole « A » servant également à l'estimation du canal de la voie descendante, il est impératif que ledit modem abonné puisse séparer les contributions des différents répéteurs afin d'isoler celle qui le concerne. Ceci est d'autant plus important que les messages reçus des différents répéteurs peuvent, dans les cas extrêmes, être de puissance comparable. Dans un cas plus général, il est même possible d'envisager que le modem abonné *choisisse* le répéteur avec lequel le bilan de liaison sera le plus favorable.

Pour que tout cela soit possible, il faut donc rendre les différents symboles d'apprentissage discernables par l'abonné. Une solution simple consiste alors à partager la ressource fréquentielle entre les différents symboles d'apprentissages des différentes cellules adjacentes. Si l'on considère par exemple un réseau où Q cellules peuvent être adjacentes, chacune des cellules pourra alors utiliser $J = \lfloor N/Q \rfloor$ sous-porteuses pilotes pour transmettre ses données d'apprentissage. Après application du filtre adapté au symbole pilote, une opération classique d'interpolation devra alors simplement être entreprise pour estimer le canal sur toute la bande fréquentielle. On note $\boldsymbol{\Upsilon}_p^{(q)} = [\Upsilon_j^{(q)}(p) \cdots \Upsilon_J^{(q)}(p)]^T$ le $p^{\text{ième}}$ vecteur des symboles reçus sur les J sous-porteuses pilotes en provenance du répéteur de la cellule q. À la réception des symboles « A » des différents répéteurs, le récepteur devra isoler les sous-porteuses pilotes $\boldsymbol{\Upsilon}_p^{(q)}$ attribuées à sa cellule et calculer les coefficients obtenus après application du filtre adapté à « A » sur chacune des sous-porteuses pilotes. Par extension du cas monocellulaire, le vecteur de données ainsi formé est noté $\boldsymbol{\Psi}_p^{(q)}$, et on a

$$\Psi_j^{(q)}(p) = \bar{x}_j^{\mathrm{A}} y_j(p)\,. \tag{4.53}$$

Cette opération est alors suivie d'un suréchantillonnage d'un facteur Q par ajout de $Q-1$ zéros de bourrage entre chaque donnée (*zero padding* ou *zero stuffing*). On note $\underline{\boldsymbol{\Psi}}_p^{(q)}$ le vecteur suréchantillonné obtenu. L'interpolation s'effectue alors simplement par application d'un filtrage passe-bas appliqué sur les éléments de $\underline{\boldsymbol{\Psi}}_p^{(q)}$. Encore une fois, la bande passante du filtre doit être supérieure ou égale à la bande utile du signal à filtrer. Comme précédemment, celle-ci correspond, dans le domaine dual, à l'étalement de la réponse impulsionnelle. Le même filtre que celui utilisé dans le cas monocellulaire peut alors être employé. Les algorithmes développés précédemment restent alors valides en remplaçant $\tilde{\boldsymbol{\Psi}}_p$ dans (4.50) par $\tilde{\boldsymbol{\Psi}}_p^{(q)}$, où $\tilde{\boldsymbol{\Psi}}_p^{(q)}$ est la version filtrée du vecteur $\underline{\boldsymbol{\Psi}}_p^{(q)}$.

4.3.6 Récapitulatif des nouveaux algorithmes d'estimation proposés

Pour résumer l'ensemble de la procédure d'estimation, la figure 4.11 donne le schéma-bloc détaillé des différentes opérations d'estimation mises en œuvre au sein des récepteurs des voies montante et descendante.

4.3.6.1 Cas de la voie descendante

Le synoptique de gauche représente l'enchaînement des opérations de la voie descendante d'une cellule R d'indice q du réseau. À la réception d'un symbole « A », le récepteur, c'est-à-dire n'importe quel modem abonné de la cellule, commence par sélectionner les sous-porteuses pilotes attribuées à sa cellule. La seconde étape consiste alors calculer (4.53) en multipliant les symboles reçus sur chacune des sous-porteuses par le complexe conjugué du symbole d'apprentissage. On réalise ensuite le suréchantillonnage par *zero padding*, puis l'interpolation de $\boldsymbol{\Psi}_p^{(q)}$ afin d'obtenir le résultat du filtre adapté à « A » sur toute la bande du signal. La procédure se divise ensuite en trois parties traitant respectivement de l'estimation du décalage de fenêtre FFT, du décalage de fréquence d'horloge, et de l'estimation du canal. Ces trois fonctions d'estimation correspondent à la mise en œuvre des trois estimateurs présentés à l'équation (4.50). On rappelle que le calcul des phases comprend un algorithme de dépliement de la phase pour lever l'ambiguité

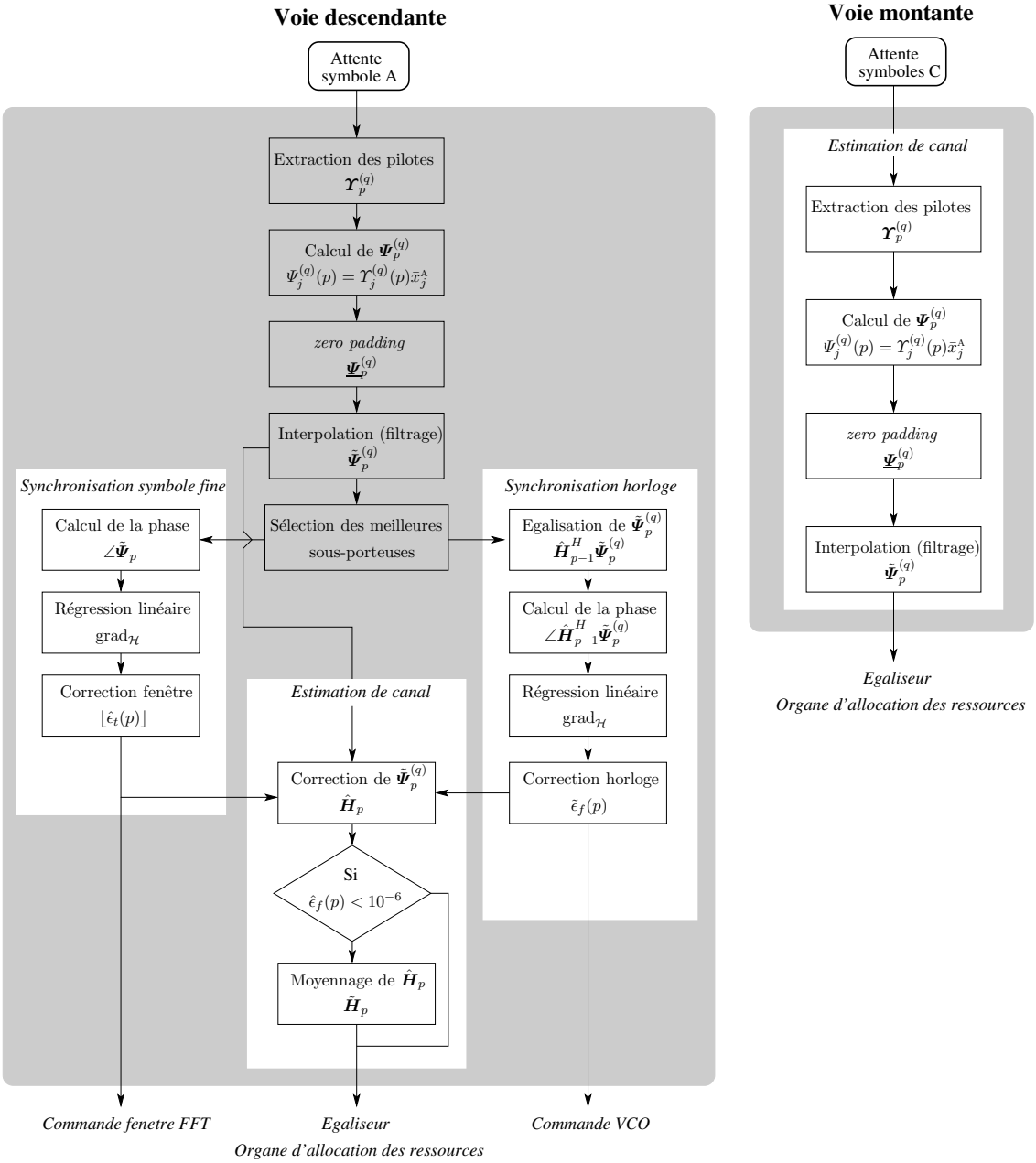


FIG. 4.11 – Synoptiques des fonctions d'estimation mises en œuvre au sein des récepteurs de la voie descendante (à gauche) et de la voie montante (à droite)

qui les caractérise. Enfin, la procédure laisse apparaître que l'opération de moyennage de l'estimation de canal évoquée précédemment n'est entamée qu'une fois que la précision sur la fréquence d'échantillonnage devient inférieure à 1 ppm.

Notons que dans le cas d'une cellule MC, le partage du spectre n'est plus nécessaire pour l'émission du symbole pilote « A ». L'opération d'interpolation se réduit donc au simple filtrage passe-bas introduit paragraphe 4.3.3 et permettant de minimiser les effets du bruit.

4.3.6.2 Cas de la voie montante

L'étude développée sur l'ensemble des paragraphes précédents a été focalisée sur les algorithmes de la voie descendante. Cependant, les algorithmes de la voie montante se déduisent immédiatement de ces derniers. Aucun procédé de synchronisation n'est requis et seule l'estimation du canal est entreprise. Cette estimation est nécessaire puisque l'on rappelle que l'hypothèse de réciprocité du canal n'est pas vérifiée. Contrairement à la voie descendante, le récepteur de la voie montante, c'est-à-dire le répéteur ou le modem central, doit estimer autant de canaux qu'il existe de modems abonnés dans sa cellule. Il utilise pour cela un symbole « C » par réponse de canal à estimer. Sur le synoptique de droite de la figure 4.11 sont ainsi décrites les étapes de l'opération d'estimation d'un des canaux de la voie montante, exploitant l'un des symboles de la série de symboles « C ». La même procédure d'estimation qu'en voie descendante est finalement mise en œuvre, à l'exception du moyennage qui ne peut être effectué étant donné qu'un seul symbole « C » par supertrame n'est disponible. Le récepteur réitère l'estimation pour chacun des symboles « C » de la supertrame afin d'acquérir la connaissance de l'ensemble des canaux de la voie montante. Comme dans le cas de la voie descendante, le partage des sous-porteuses des symboles d'apprentissage « C » entre les différentes cellules adjacentes est nécessaire pour les communications au sein d'une cellule R. Pour la voie montante des cellules MC, la totalité des sous-porteuses peut en revanche être exploitée et l'opération de filtrage n'est utile qu'à la minimisation des distorsions dues au bruit.

4.4 Synchronisation fine et estimation de canal : approche temporelle

Comme nous l'avons annoncé en introduction, nous proposons dans cette deuxième partie de chapitre de considérer le problème de la synchronisation et l'estimation de canal par observation des données dans le domaine temporel. Nous allons pour cela adapter les principes utilisés dans [94] au cas de notre système afin de disposer d'une procédure équivalente, du point de vue de ces fonctions, à celle développée dans le domaine fréquentiel. L'objectif final est de comparer ces deux approches en terme de performances.

Bien que l'approche soit qualifiée de temporelle, les données reçues sont en premier lieu récupérées dans le domaine fréquentiel après démodulation OFDM. Ce n'est qu'après application du filtre adapté au symbole pilote « A » que ces données sont reconverties dans le domaine temporel par IFFT. Autrement dit, l'idée est d'exploiter le résultat $\boldsymbol{\Psi}$ du filtre adapté au symbole pilote dans le domaine temporel. Le signal sur lequel vont être développés les algorithmes est noté $\underline{\boldsymbol{i}}_p$ et s'écrit de la façon suivante,

$$\underline{\boldsymbol{i}}_p = \boldsymbol{F}^H \boldsymbol{X}_{\text{A}}^H \boldsymbol{y}_p \,. \tag{4.54}$$

D'après (4.41), on peut facilement en déduire que $\underline{\boldsymbol{i}}_p$ constitue une image de la réponse impulsionnelle du canal, aux défauts de fenêtrage et d'échantillonnage près. Cette image est vue à travers une fenêtre de N échantillons puisque l'opérateur FFT est de taille N. La figure 4.12 donne le schéma de principe du nouveau récepteur mettant en œuvre le traitement des données dans le domaine temporel, à savoir l'exploitation du vecteur d'estimation de la réponse impulsionnelle $\underline{\boldsymbol{i}}_p$. Nous allons voir qu'en analysant ce vecteur, il est relativement simple d'estimer les erreurs de placement de la fenêtre FFT et de l'horloge

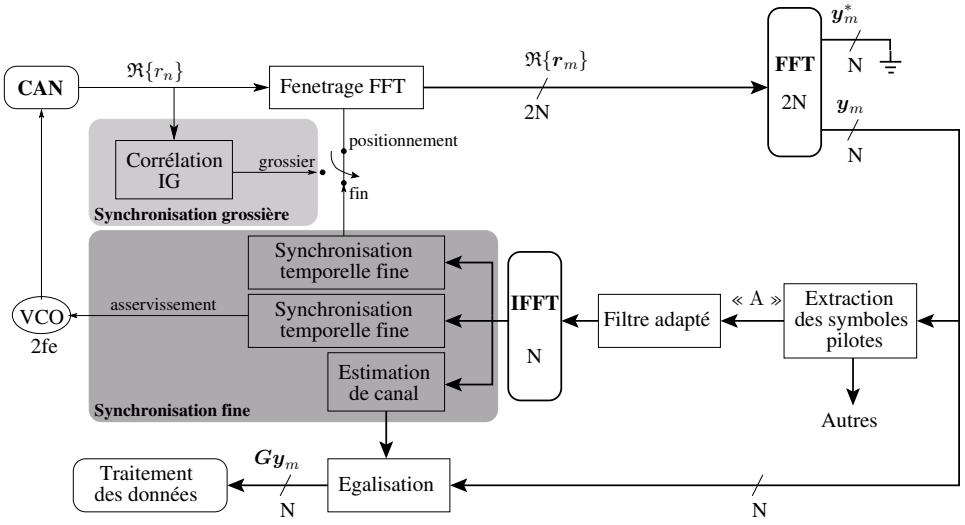


FIG. 4.12 – Principe général du fonctionnement d'un récepteur à porteuses multiples de la voie descendante, incluant les organes de synchronisation et d'estimation de canal mis en œuvre dans le domaine temporel.

d'échantillonnage. Remarquons que l'on pourrait obtenir $\underline{\boldsymbol{i}}_p$ en appliquant directement une convolution circulaire ou cyclique, entre le signal reçu dans le domaine temporel et la version temporelle du symbole pilote « A » (cf. paragraphe 3.1.1). Comme précédemment, nous allons nous focaliser sur les algorithmes de la voie descendante, ceux de la voie montante pouvant ensuite être très simplement obtenus. La corrélation de l'intervalle de garde est conservée pour assurer un placement grossier de la fenêtre FFT.

4.4.1 Synchronisation symbole

Comme précédemment, le but est ici de placer le plus précisément possible le début de la fenêtre FFT. Une analyse du vecteur d'échantillons $\underline{\boldsymbol{i}}_p$ en fonction des différents cas de fenêtrage va permettre de déterminer la procédure d'estimation appropriée. Pour cela, considérons que le vecteur $\underline{\boldsymbol{i}}_p$ est obtenu suite à un fenêtrage FFT avec une avance modérée ϵ_t. En se reportant à l'équation (4.12), on a donc,

$$\underline{\boldsymbol{i}}_p = \boldsymbol{F}^H \boldsymbol{X}_{\mathrm{A}}^H \boldsymbol{A}\big(\epsilon_f(p)\big)\boldsymbol{\Theta}\big(\tfrac{N-1}{N}\epsilon_f(p)\big)\boldsymbol{\Theta}\big(\epsilon_t(p)\big)\boldsymbol{H}\boldsymbol{x}_{\mathrm{A}} + \boldsymbol{\Xi}'_{\mathrm{ICI}}\big(\epsilon_f(p)\big) + \boldsymbol{b}'_p\,, \tag{4.55}$$

où $\boldsymbol{\Xi}'_{\mathrm{ICI}}\big(\epsilon_f(p)\big)$ et $\boldsymbol{b}'_p$ sont les termes d'interférence et de bruit modifiés par les multiplications des matrices $\boldsymbol{F}^H$ et $\boldsymbol{X}_{\mathrm{A}}^H$. D'après les calculs effectués au paragraphe 3.2.1.1.A, nous savons que la matrice diagonale $\boldsymbol{\Theta}(\epsilon_t)$ peut s'écrire comme la matrice des valeurs propres d'une matrice circulante. En l'occurence, on a vu que l'on pouvait écrire, $\boldsymbol{F}^H\boldsymbol{\Theta}(x/N)\boldsymbol{F} = \boldsymbol{P}(-x)$, avec $\boldsymbol{P}(x)$ la matrice de permutation définie à l'équation (3.8). En utilisant (3.5), on peut donc exprimer la réponse impusionnelle estimée par,

$$\begin{aligned}\underline{\boldsymbol{i}}_p &= \boldsymbol{F}^H\boldsymbol{F}\boldsymbol{P}(-\delta_t)\boldsymbol{F}^H\boldsymbol{X}_{\mathrm{A}}^H\boldsymbol{X}_{\mathrm{A}}\boldsymbol{F}_{N,L}\boldsymbol{h_t} + \boldsymbol{\Xi}'_{\mathrm{ICI}}\big(\epsilon_f(p)\big) + \boldsymbol{b}'_p\,,\\ &= \boldsymbol{P}(-\delta_t)\underline{\boldsymbol{h_t}} + \boldsymbol{\Xi}'_{\mathrm{ICI}}\big(\epsilon_f(p)\big) + \boldsymbol{b}'_p\,,\end{aligned} \tag{4.56}$$

avec $\underline{\boldsymbol{h_t}} = [\boldsymbol{h_t}^T\, 0 \cdots 0]^T$ le vecteur de taille N contenant les L échantillons de la réponse impulsionnelle du canal et complété par des zéros. Aux termes de bruit et d'interférence près, il apparaît alors clairement que le vecteur de la réponse impulsionnelle estimée $\underline{\boldsymbol{i}}_p$ est une version permutée du vecteur $\underline{\boldsymbol{h_t}}$. Plus précisément, lorsque la fenêtre FFT accuse une avance de $\delta_t < 0$, les éléments significatifs de $\underline{\boldsymbol{h_t}}$ se retrouvent décalés de $|\delta_t|$ lignes vers le bas. À l'inverse, les coefficients de la réponse impulsionnelle seront décalés vers le haut dans le cas d'un retard de fenêtre. Par circularité, les premiers coefficients vont alors se retrouver sur les derniers indices du vecteur $\underline{\boldsymbol{i}}_p$.

Si l'on traduit cela en terme de visualisation de la réponse impulsionnelle à travers une fenêtre de largeur N, on obtient les représentations de la figure 4.13. Pour faire le lien avec l'approche fréquentielle, les droites obtenues par calcul de régression linéaire sur la phase des échantillons fréquentiels récoltés en sortie du filtre adapté à « A », ont été tracées en parallèle. Selon le décalage de la fenêtre FFT, on relève ainsi une permutation circulaire des échantillons de la réponse impulsionnelle au sein de la fenêtre d'observation. Cette permutation se traduit par une déviation angulaire de la droite de régression. La réponse impulsionnelle est en position nominale lorsque le premier trajet est positionné en début de fenêtre. Si tel est le cas, alors la fenêtre FFT est correctement positionnée, sinon, deux cas de figures sont à distinguer. Soit le premier trajet est situé entre les positions 0 et $\frac{N}{2}$ de la fenêtre, soit il est décalé entre les positions $\frac{N}{2}$ et N. Le premier cas correspond à une fenêtre en avance et le second à une fenêtre en retard, comme cela apparaît clairement sur la figure 4.13. On note qu'aucune ambiguïté n'est possible ici entre le cas d'avance et de retard puisque la synchronisation temporelle grossière par corrélation de l'intervalle de garde garantit une erreur résiduelle de décalage de fenêtre bien inférieur à $\frac{N}{2}$.

De ces observations, on déduit qu'il est possible de corriger la position de la fenêtre FFT en tentant de ramener le premier trajet de la réponse impulsionnelle visualisée en position nominale. En pratique, on s'intéresse plutôt au trajet de plus forte amplitude, facilement repérable. L'estimateur mis en œuvre peut alors s'écrire,

$$\hat{\epsilon}_t(p) = \begin{cases} -\dfrac{\hat{\delta}_t}{N} & \text{si } 0 \leq \delta_t < \frac{N}{2} \\ \dfrac{N - \hat{\delta}_t}{N} & \text{si } \frac{N}{2} < \delta_t < N \end{cases} ,$$
$$\text{avec } \hat{\delta}_t(p) = \arg \max_{\delta_t} \underline{i}_p(\delta_t)\,. \tag{4.57}$$

On note que la valeur estimée est entière puisque l'on recherche la position d'un élément dans un tableau à N composantes. Par ailleurs, étant donné que le décalage de la fenêtre est estimé à partir du trajet principal et non du premier trajet de la réponse impulsionnelle, il faut prévoir une marge de quelques échantillons pour recaler les trajets. Si cette précaution n'est pas prise, la correction apportée au fenêtrage risque fortement de conduire à une configuration où la réponse impulsionnelle se retrouve *à cheval* entre le début et la fin de la fenêtre d'observation. Ce résultat doit être impérativement évité car il signifie que la fenêtre FFT est légèrement en retard sur sa position optimale (cf. paragraphe 3.2.1.2). D'après les réponses typiques dont nous disposons, on déduit que le trajet principal peut être aligné à 10 échantillons, soit à 0,5 μs, du début de la fenêtre d'observation, pour que l'ensemble des trajets soit correctement positionné en début de fenêtre. Notons que la marge de sécurité introduite ici rappelle celle utilisée pour s'affranchir du biais d'estimation mis en évidence au paragraphe 4.3.1.2.

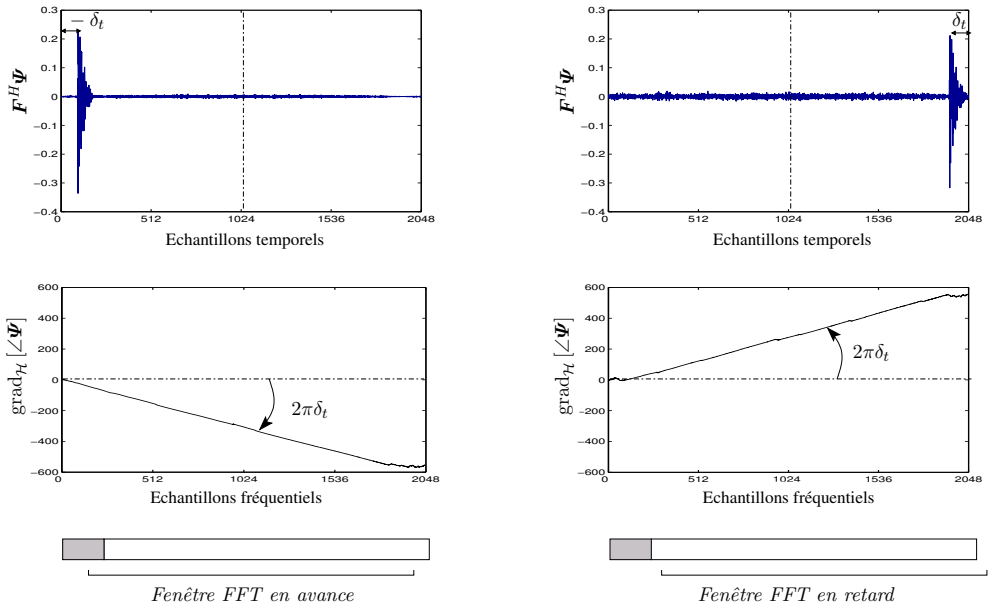


FIG. 4.13 – Représentation des conséquences d'un décalage de fenêtre FFT sur la visualisation de la réponse impulsionnelle du canal et sur la pente de la droite de régression calculée sur la phase du signal obtenu en sortie du filtre adapté.

4.4.2 Synchronisation d'horloge

La compensation du décalage de l'horloge d'échantillonnage peut être également mise en œuvre en exploitant le principe de repérage du trajet principal de la réponse impulsionnelle estimée. Le défaut d'horloge peut en effet être estimé par observation de la dérive des trajets de symbole « A » en symbole « A », image de la dérive de la fenêtre FFT. Comme précédemment, le plus simple est d'appuyer l'estimation de cette dérive sur l'observation du trajet de puissance maximale. À partir de l'équation (3.24), l'équation d'estimation s'écrit très simplement,

$$\hat{\epsilon}_f(p) = \frac{N}{M(N+D)+D}\,\Delta\hat{\epsilon}_t(p)\,, \tag{4.58}$$

avec $\Delta\hat{\epsilon}_t(p) = \big(\hat{\epsilon}_t(p) - \hat{\epsilon}_t(p-1)\big)$ et $\hat{\epsilon}_t(p)$ donné par l'équation d'estimation (4.57). Ainsi, l'estimateur de décalage de fréquence d'échantillonnage ne fait qu'exploiter les résultats d'estimation du décalage de fenêtre en se servant simplement de la différence entre deux estimations consécutives $\hat{\epsilon}_t(p-1)$ et $\hat{\epsilon}_t(p)$. On note que les principes utilisés sont très proches de ceux mis en œuvre dans le domaine fréquentiel, l'estimation d'une différence de phase étant remplacée par l'estimation d'une différence de décalage temporel. La dualité des opérations est évidente, étant bien connu qu'un déphasage dans le domaine fréquentiel est équivalent à un retard dans le domaine temporel.

4.4.3 Estimation de canal

L'estimation du canal dans le domaine temporel revient à la mise en œuvre de l'estimation de la réponse impulsionnelle du canal. Cette opération est donc réalisée de manière implicite ici puisque les deux estimateurs précédents sont précisément basés sur l'exploitation de l'estimation de la réponse impulsionnelle du canal. En sachant *a priori* que la réponse impulsionnelle n'est composée que de L trajets utiles, seuls les L premières composantes de $\underline{\boldsymbol{i}}_p$ suffisent à décrire le comportement du canal. Cependant, les imperfections dans le placement de la fenêtre FFT imposent que davantage d'échantillons soient sélectionnés pour constituer le vecteur d'estimation du canal. En particulier, nous avons vu au paragraphe précédent qu'une marge était nécessaire quant à la position du trajet principal lors de la phase de synchronisation symbole. En début de processus de synchronisation, la fenêtre FFT accuse en outre une avance qui peut compter une cinquantaine d'échantillons (cf. paragraphe 4.2.3). Ainsi, il s'avère préférable de conserver les $L' = 1{,}5\,L$ premières composantes du vecteur $\underline{\boldsymbol{i}}_p$ pour éviter de tronquer la partie utile de la réponse impulsionnelle. Le vecteur d'échantillons significatifs ainsi obtenu est désigné[(5)] par $\boldsymbol{i}_p$. Notons que ce fenêtrage de la réponse impulsionnelle rejoint les discussions du paragraphe 4.3.3 qui avaient permis d'expliciter le filtrage passe-bas mis en œuvre sur la réponse fréquentielle estimée. Le procédé d'estimation réalisé ici constitue donc une nouvelle fois une version duale de celle utilisée dans le domaine fréquentiel. La figure 4.10 permet notamment de faire le parallèle entre les deux approches.

Étant donné que la réponse en fréquence est en pratique requise pour mettre à jour les coefficients de l'égaliseur, une FFT doit être appliquée sur la réponse impulsionnelle estimée. D'autre part, on doit compenser les rotations de phase dues au décalage de fenêtre et au décalage de fréquence d'horloge en fonction des valeurs estimées. Finalement, on obtient la réponse fréquentielle du canal en calculant,

$$\hat{\boldsymbol{h}}_{\boldsymbol{f}} = \boldsymbol{\Theta}^H\big(\hat{\epsilon}_t(p)\big)\boldsymbol{\Theta}^H\big(\tfrac{N-1}{N}\hat{\epsilon}_f(p)\big)\boldsymbol{F}_{N,L'}\boldsymbol{i}_p\,, \tag{4.59}$$

en rappelant que $\boldsymbol{i}_p$ est la version fenêtrée de $\underline{\boldsymbol{i}}_p$ sur ses $L' = 1{,}5L$ premières composantes. Cette approche est couramment proposée dans la littérature sous la dénomination d'estimation de la réponse fréquentielle par *filtrage à haute résolution* (HR) ou encore par filtrage par calcul dans le domaine transformé (*transform domain processing* TDP) [95].

4.4.4 Mise en œuvre du système bouclé

De façon identique à ce qui a été fait lors de l'approche fréquentielle, nous allons maintenant procéder au rebouclage du système afin d'assurer une poursuite des grandeurs estimées. En tenant compte du fait que la fenêtre FFT est corrigée après chaque symbole

[(5)] En omettant les termes de bruits, on remarque que $\underline{\boldsymbol{i}}_p$ est le résultat de $\boldsymbol{i}_p$ après application d'une opération de *zero padding* permettant d'obtenir un vecteur à N composantes. Cette remarque justifie que l'on utilise la même notation qu'au paragraphe 4.3.5 pour distinguer les deux vecteurs $\underline{\boldsymbol{i}}_p$ et $\boldsymbol{i}_p$.

pilote reçu, on peut rapidement écrire les trois équations d'estimation comme suit,

$$\begin{cases} \hat{\epsilon}_t(p) = -\frac{1}{N} \arg \max_{\delta_t} \underline{i}_p(\delta_t)\,, \\ \hat{\epsilon}_f(p) = \frac{1}{M(N+D)+D}\,\hat{\epsilon}_t(p)\,, \\ \hat{\boldsymbol{H}}_p = \boldsymbol{\Theta}^H\big(\hat{\epsilon}_t(p)\big)\boldsymbol{\Theta}^H\big(\frac{N-1}{N}\hat{\epsilon}_f(p)\big)\boldsymbol{F}_{N,L'}\boldsymbol{i}_p\,. \end{cases} \tag{4.60}$$

La première équation d'estimation indique que nous nous sommes placés dans la configuration d'une avance de fenêtre, puisque l'on utilise uniquement la première équation de l'estimateur (4.57). Ce choix est cohérent avec les résultats obtenus suite à la corrélation de l'intervalle de garde. Notons que l'intervalle d'estimation de ϵ_f est restreint à $\pm\frac{1}{M(N+D)+D}$, soit $\pm 1{,}7$ ppm, puisque l'estimé $\hat{\epsilon}_t(p)$ du décalage du trajet principal de la réponse impulsionnelle prend sa valeur dans $\mathbb{Z}$. La compensation de décalages fréquentiels inférieurs à 1,7 ppm ne peut donc pas être obtenue directement. Un filtrage de la commande à appliquer au VCO doit être mis en œuvre afin d'affiner la correction d'horloge. Rappelons que le filtrage de la commande du VCO est par ailleurs utile à la limitation des fluctuations des estimés dues aux effets du bruit. Le même filtre de boucle que dans l'approche fréquentielle sera utilisé, cf. équation (4.51). La mise en œuvre de ce filtre doit cependant intervenir pour $\epsilon_f > \pm 1,7$ ppm d'après ce que nous venons de dire. On déclenchera donc le filtre pour $\epsilon_f \leq \pm 3$ ppm par la suite. Enfin, lorsque la précision sur l'estimation du décalage d'horloge est telle que le terme d'ICI devient négligeable, le moyennage de l'estimation de canal peut être envisagé, comme dans l'approche fréquentielle. L'erreur résiduelle sur la fréquence d'échantillonnage à partir de laquelle on débute le filtrage de l'estimation de canal est fixée à 1 ppm.

4.4.5 Extension au cas multicellulaire

La prise en compte du caractère multicellulaire des communications établies fait appel aux mêmes principes que ceux développés dans l'approche fréquentielle, à savoir l'utilisation de sous-porteuses pilotes différentes pour chacune des cellules du réseau. L'adaptation de l'algorithme présenté au paragraphe précédent est alors immédiate. Chaque récepteur doit commencer par sélectionner les sous-porteuses du symbole « A » qui ont été attribuées à sa cellule, puis calcule l'image de la réponse impulsionnelle à partir des symboles reçus sur ces sous-porteuses. En notant $\underline{\boldsymbol{i}}_p^{(q)}$ le vecteur obtenu, celui-ci peut donc s'écrire,

$$\underline{\boldsymbol{i}}_p^{(q)} = \boldsymbol{F}_{J,J}\boldsymbol{\Psi}_p^{(q)}\,, \tag{4.61}$$

en rappelant que J est le nombre de sous-porteuses pilotes utilisées par chaque cellule. Le vecteur $\underline{\boldsymbol{i}}_p^{(q)}$ obtenu est donc de taille $J < N$ ce qui signifie que la réponse impulsionnelle est à présent perçue à un horizon de J échantillons et non plus N. Les défauts de placement de la fenêtre FFT se traduisent donc par une permutation circulaire des trajets de la réponse au sein d'une fenêtre de visualisation de taille J. Au demeurant, les L trajets représentatifs sont toujours positionnés en début de fenêtre si la synchronisation temporelle est correcte. Les mécanismes d'estimation proposés précédemment restent donc entièrement exploitables, en remplaçant $\underline{i}_p$ par $\underline{i}_p^{(q)}$ et $\boldsymbol{i}_p$ par $\boldsymbol{i}_p^{(q)}$ dans les équations d'estimation (4.60). Par extension des procédés précédent, on met alors en œuvre un interpolation à haute résolution, ou par calcul dans le domaine transformé [95].

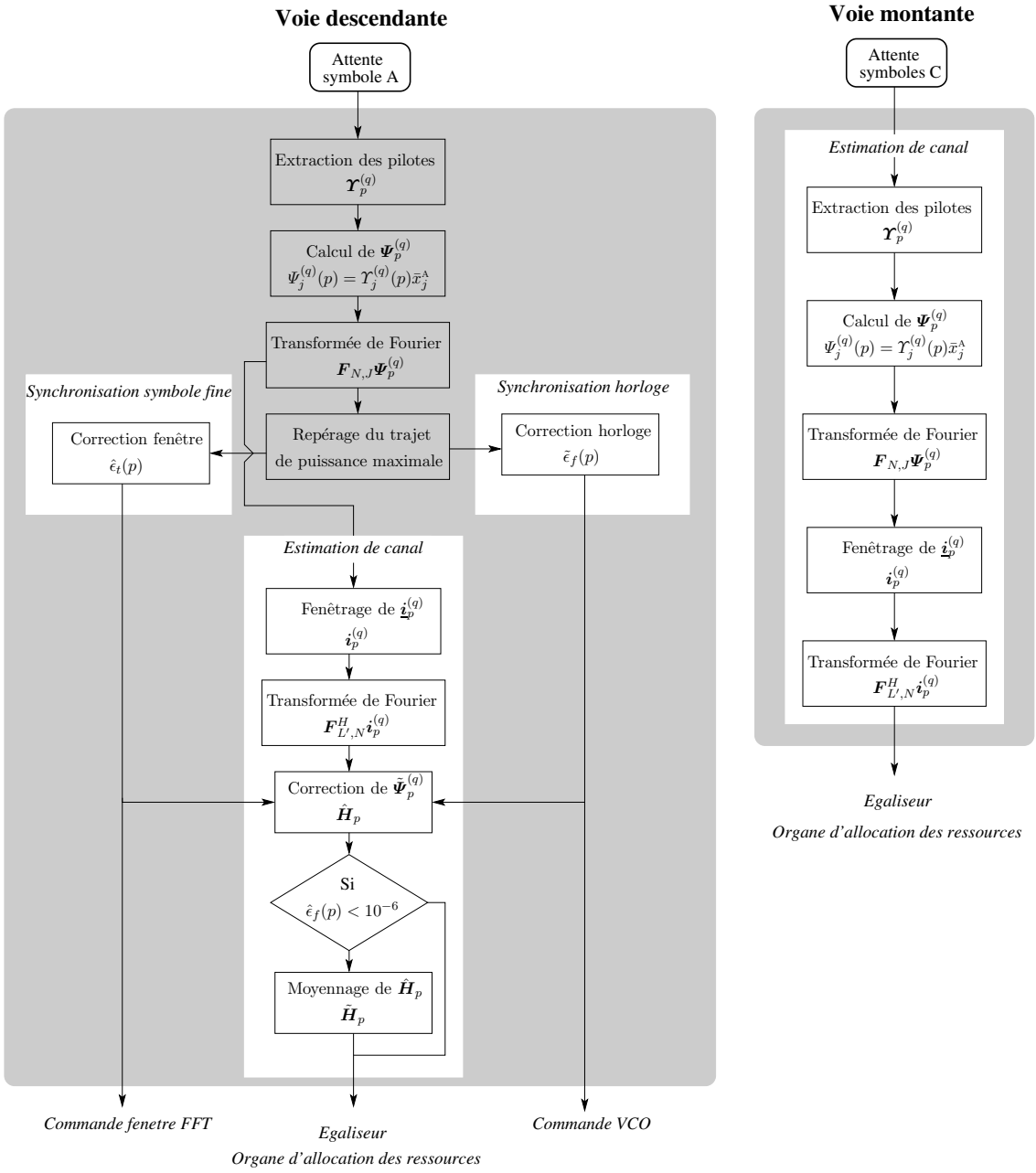


FIG. 4.14 – Synoptiques des fonctions d'estimation mises en œuvre au sein des récepteurs de la voie descendante (à gauche) et de la voie montante (à droite)

4.4.6 Récapitulatif de la version temporelle des procédés d'estimation

Dans le même esprit que ce qui a été présenté pour les algorithmes d'estimation de l'approche fréquentielle, la figure 4.14 donne le synoptique détaillé des fonctions d'estimation mises en œuvre au sein des récepteurs des voies montante et descendante dans le cas de l'approche temporelle. On peut facilement effectuer le parallèle entre les opérations entreprises ici et celles de la figure 4.11. Les deux approches prennent comme point de départ le

résultat du filtrage adapté du signal reçu $\boldsymbol{\Psi}_p^{(q)}$, mais l'exploitent chacune différemment. En comparant les deux synoptiques des figures 4.14 et 4.11, il apparaît ainsi que l'opération de filtrage passe-bas est remplacée par un fenêtrage de la réponse impusionnelle du canal, et le calcul de régression se substitue à une recherche de décalage de trajet principal. Le point important ici réside dans l'utilisation de deux opérations de transformée de Fourier, nécessaires à la mise en œuvre de l'ensemble de la procédure. Ces points de différences vont être développés dans le chapitre suivant lors de la comparaison des deux approches.

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé les différents algorithmes nécessaires à la synchronisation et à l'estimation de canal des voies montantes et descendantes pour le système étudié. Un estimateur conjoint, adapté au contexte multicellulaire, a notamment été proposé, dans le cadre d'une approche purement fréquentielle. Les procédés d'estimation utilisés pour la synchronisation sont basés sur des principes de comparaison de phase entre symboles pilotes, tandis que l'estimation du canal constitue une version modifiée de la solution du filtre adapté. Un dispositif original de sélection de bonnes sous-porteuses et de filtrage des estimés a été introduit dans le but d'améliorer la fiabilité des estimations. Par ailleurs, nous avons montré que le fait d'espacer les symboles pilotes au sein du flux de communications était un choix judicieux permettant de diminuer la variance théorique de l'estimateur. Un algorithme d'estimation basé sur un traitement des données dans le domaine temporel a également été présenté dans le but de proposer une alternative à l'approche fréquentielle. Cet algorithme, connu dans la littérature, a été adapté au contexte multicellulaire dans le cadre des spécifications du système étudié.

Chapitre 5

Étude des performances des estimateurs proposés

DANS LE CHAPITRE précédent, différents procédés d'estimation ont été proposés dans le but de compenser les erreurs de synchronisation et d'acquérir la connaissance de la réponse du canal. Nous allons dans ce chapitre nous attacher à évaluer les performances de ces estimateurs et comparer les résultats relatifs aux deux approches envisagées, fréquentielle et temporelle. Concernant les estimateurs de l'approche fréquentielle, nous procèderons en premier lieu à l'optimisation du choix du nombre de sous-porteuses utilisées par les algorithmes. Dans les deux approches, le comportement des estimateurs sera étudié à la fois en phase d'accrochage et de poursuite. À l'issue de ce paragraphe, les résultats obtenus pour les deux approches pourront finalement être comparés, et être confrontés aux contraintes de synchronisation définies au chapitre 3.

De manière générale, on rappelle que quatre scénarios sont à considérer dans les simulations, correspondant aux transmissions des voies montante et descendante de chaque type de cellule, MC ou R. Les transmissions au sein d'une cellule MC sont des transmissions monocellulaires, tandis que celles ayant lieu dans une cellule R sont de type multicellulaire. Par ailleurs, deux différences sont à prendre en compte entre les voies montante et descendante. La première est qu'aucune synchronisation n'est requise en voie montante. La seconde est que les supertrames de la voie montante, contrairement à celles de la voie descendante, ne disposent que d'un symbole pilote pour effectuer l'estimation du canal. Le moyennage des estimés n'est donc envisageable qu'en voie descendante. En résumé :

- La simulation des algorithmes conjoints de synchronisation et d'estimation de canal en contexte monocellulaire fournit les résultats pour les cellules MC en terme
  - de synchronisation des voies descendantes ;
  - d'estimation des canaux des voies descendantes (avec moyennage) ;
  - d'estimation des canaux des voies montantes (sans moyennage).
- La simulation des algorithmes conjoints de synchronisation et d'estimation de canal en contexte multicellulaire fournit les résultats pour les cellules R en terme
  - de synchronisation des voies descendantes ;
  - d'estimation des canaux des voies descdendantes (avec moyennage) ;
  - d'estimation des canaux des voies montantes (sans moyennage).

5.1 Performance des estimateurs de l'approche fréquentielle

5.1.1 Choix du nombre de sous-porteuses utiles

Avant d'engager l'étude des performances des estimateurs de l'approche fréquentielle, il convient de déterminer le nombre de sous-porteuses utiles N_u à exploiter dans le calcul de régression linéaire. Pour cela, nous allons simuler l'ensemble du processus de synchronisation et d'estimation de canal, pour différentes valeurs de N_u. On rappelle que le choix des sous-porteuses est identique pour les deux opérations de correction du décalage de fenêtre FFT et de compensation du décalage de fréquence d'échantillonnage. Nous choisissons néanmoins d'effectuer l'optimisation au regard des résultats sur l'erreur d'estimation du décalage de la fréquence d'échantillonnage uniquement, car la précision requise pour cette estimation est la plus critique. Les simulations sont menées en boucle ouverte, c'est-à-dire que le filtre de boucle servant à lisser la commande du VCO n'est pas mis en œuvre. De même, le moyennage de l'estimation de canal n'est pas effectué ici. Bien entendu, le placement initial de la fenêtre FFT est le résultat de la corrélation de l'intervalle de garde. Nous nous plaçons dans un contexte monocellulaire, le cas multicellulaire n'étant qu'une extension de celui-ci.

La figure 5.1 donne les résultats obtenus pour des SNR moyens de 0, 10, 20 et 30 dB, et pour l'ensemble des canaux de référence, dont les réponses ont été normalisées. Sur les différentes courbes, l'écart type du décalage résiduel de la fréquence d'échantillonnage après asservissement est représenté en fonction du nombre de sous-porteuses utilisées. On rappelle que la sélection des sous-porteuses est basée sur l'ordonnancement de celles-ci par ordre décroissant de puissance reçue. Ainsi, les premières sous-porteuses sélectionnées possèdent un fort SNR tandis que les dernières sont les sous-porteuses subissant les atténuations les plus fortes. On note que quel que soit le SNR, la solution qui consiste à utiliser la totalité des sous-porteuses disponibles n'est pas du tout avantageuse. Les performances obtenues dans ce cas sont en effet moins bonnes que celles obtenues en se restreignant à un nombre plus modéré de sous-porteuses. Ceci rejoint et confirme ce que l'étude de la variance de l'estimateur nous avait appris, à savoir que la variance était fortement dépendante du SNR relevé sur chacune des sous-porteuses. En revanche, il est important de voir qu'un nombre trop limité de sous-porteuses ne conduit pas non plus aux meilleurs résultats. Comme nous l'avions remarqué en étudiant la variance de l'estimateur, le nombre de sous-porteuses doit en effet être suffisamment important pour que le calcul de régression reste fiable.

On remarque par ailleurs qu'à faible SNR, le nombre de sous-porteuses influence fortement les résultats de l'estimation, alors que le choix semble bien moins critique à fort SNR. On note par exemple qu'à 0 dB, le nombre optimal de sous-porteuses se situe entre 300 et 600 sous-porteuses alors qu'à 30 dB, ce chiffre peut aller de 300 à 1200. Ce comportement vient du fait que le nombre de sous-porteuses dont le SNR est favorable à une estimation correcte est d'autant plus important que le bruit de fond est faible. Cela explique aussi que les récepteurs confrontés à des canaux présentant une forte atténuation sur une large bande ne pourront exploiter qu'un nombre relativement faible de sous-porteuses. Au regard de l'ensemble des résultats, il s'avère qu'un bon compromis est de choisir un nombre de sous-porteuses utiles compris entre 400 et 600, sélectionnées parmi 2048. Cette plage de valeurs donne lieu aux résultats les plus intéressants pour les quatre séries de simulations et les quatre canaux. Dans la suite, nous prendrons donc $N_u = 500$.

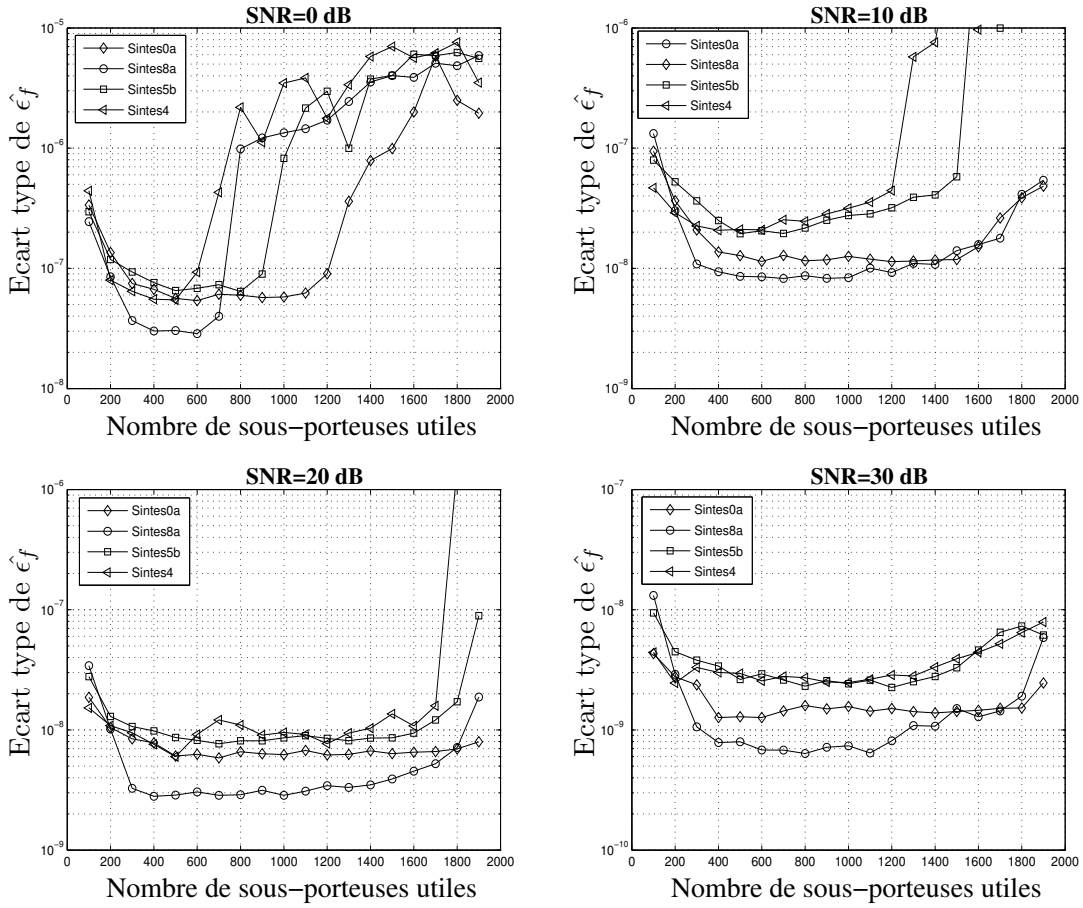


FIG. 5.1 – Evolution de l'erreur d'estimation du décalage de fréquence d'échantillonnage en fonction du nombre de sous-porteuses utilisées et pour différents SNR.

5.1.2 Performances en phase d'accrochage

Nous allons chercher ici à déterminer les performances des estimateurs en phase d'accrochage. Pour cela, nous fixons les décalages initiaux de fréquence d'horloge et de fenêtre FFT. On se place à $\epsilon_{f_0} = 100$ ppm et à $\delta_{t_0} = -50$ échantillons, correspondant aux cas les plus défavorables susceptibles d'être rencontrés. Les simulations sont d'abord menées en contexte monocellulaire avant d'être étendues au cas multicellulaire. Notons que l'estimation de la réponse du canal n'est pas considérée ici car elle n'a de sens qu'une fois la synchronisation acquise. Enfin, les simulations vont être menées en boucle ouverte, ce qui va permettre de justifier que l'on mette en place le filtre de boucle qu'en phase de poursuite.

5.1.2.1 Contexte monocellulaire

Les résultats obtenus en terme de synchronisation d'horloge dans le cas monocellulaire, c'est-à-dire au sein d'une cellule MC, sont présentés sur la figure 5.2. La figure 5.3 donne les résultats équivalents concernant le placement de fenêtre FFT. Les performances relatives

aux quatre canaux de référence sont considérées. On remarque immédiatement que le temps d'accrochage est très peu dépendant du SNR, quel que soit le canal et quelle que soit la grandeur estimée. Ce comportement est normal compte tenu du fait que l'algorithme d'estimation a été conçu pour n'utiliser que les *meilleures* sous-porteuses disponibles. Les perturbations liées au bruit se retrouvent ainsi grandement limitées. Par ailleurs, les résultats obtenus pour les différents canaux sont relativement proches. Là encore, on peut dire que le fait de *choisir* les sous-porteuses à utiliser permet de réduire les distorsions dues aux réponses fréquentielles des canaux et *d'uniformiser* le comportement des estimateurs. On note également que l'algorithme atteint la zone de convergence bien que nous soyons ici en boucle ouverte. Ceci permet de justifier *a posteriori* que le filtre de boucle ne soit mis en œuvre qu'en phase de poursuite, son utilisation dès le début du processus n'ayant pour effet que de ralentir l'accrochage. Finalement, on retiendra que le temps d'accrochage ne dépasse pas la dizaine de symboles pilotes, ce qui est un résultat très satisfaisant.

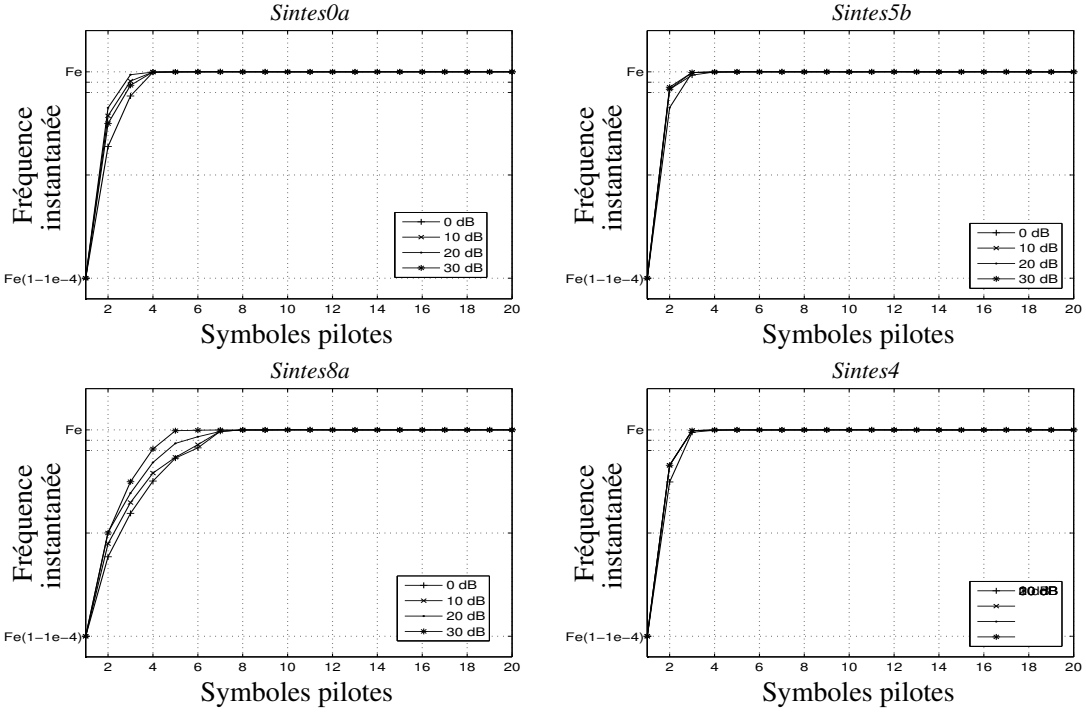


FIG. 5.2 – Résultats de l'estimation du décalage de fréquence d'horloge en phase d'accrochage pour les 4 canaux de référence.

5.1.2.2 Contexte multicellulaire

On s'intéresse à présent aux performances dans un contexte multicellulaire, à savoir au sein d'une cellule R, les autres cellules R du réseau jouant le rôle de cellules interférentes. On suppose ici que seul le modem considéré cherche à acquérir la synchronisation, les autres modems des autres cellules étant censés être d'ores et déjà synchronisés. On se place par ailleurs dans un cas très défavorable, où la puissance du signal en provenance de chaque répéteur des cellules adjacentes est identique à celle du signal utile, en provenance

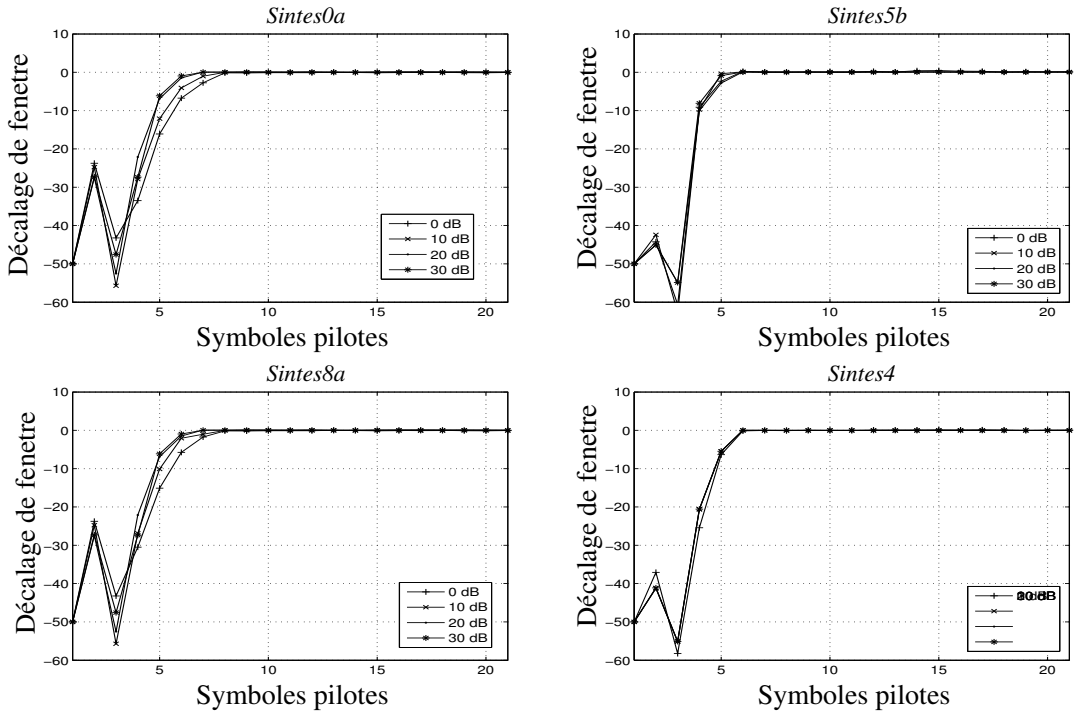


FIG. 5.3 – Résultats de l'estimation du décalage de fenêtre FFT en phase d'accrochage pour les 4 canaux de référence.

du répéteur de la cellule R considérée. Il s'agit du pire cas possible en terme de niveau d'interférences.

La figure 5.4 donne les résultats obtenus pour un SNR de 10 dB lorsque l'on considère de 1 à 4 cellules adjacentes. Par SNR, on entend le rapport de puissance entre le signal utile et le bruit, sans prise en compte de la puissance des interférences. Le canal de la cellule principale est le canal *Sintes8a*, et les autres canaux étant utilisés pour les cellules adjacentes. On remarque que les performances se dégradent de façon très minime lorsque le nombre de cellules augmente. Le temps d'accrochage reste très proche de celui constaté dans un contexte monocellulaire. Les algorithmes proposés sont donc particulièrement robustes face à l'interférence intercellulaire. Ce comportement s'explique par le principe de partage en fréquence réalisé entre les symboles d'apprentissage des différentes cellules, qui rend ces symboles orthogonaux entre eux. La puissance apportée par chaque symbole reste ainsi localisée sur les sous-porteuses pilotes qui lui sont associées et ne vient pas perturber le signal véhiculé par les autres sous-porteuses. Une fois encore, l'absence du filtre de boucle n'entrave en rien la capacité d'accrochage de la procédure de synchronisation.

5.1.3 Performances en phase de poursuite

Nous allons maintenant procéder à l'étude des performances des trois estimateurs en phase de poursuite, c'est à dire pour $\epsilon_f < 1$ ppm. Durant cette phase, le filtre de boucle et le moyenneur sont à présent mis en œuvre, contrairement à la phase d'accrochage. Les

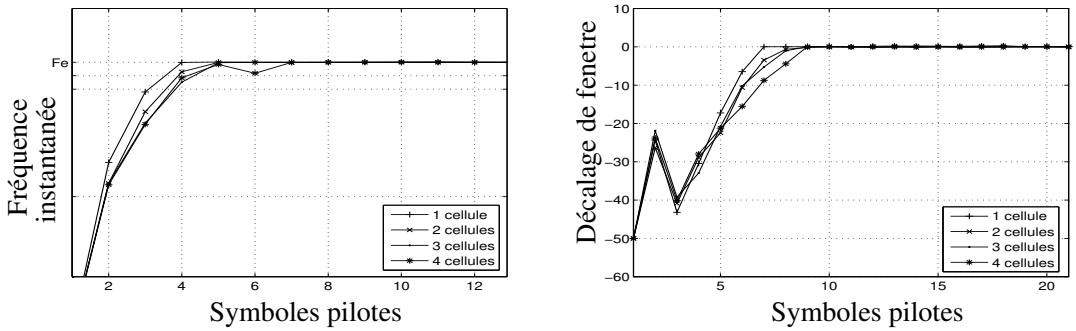


FIG. 5.4 – Résultats des estimateurs en contexte multicellulaire avec un SNR de 10 dB

caractéristiques respectives de ces filtres ont été présentées au chapitre précédent, aux équations (4.51) et (4.52).

5.1.3.1 Contexte monocellulaire

Placement de la fenêtre FFT et fréquence d'échantillonnage

Nous allons commencer par étudier les résultats des procédés de synchronisation avant de s'attarder sur ceux de l'estimation de canal. Sur la figure 5.5 sont représentées les densités de probabilités des erreurs résiduelles après asservissement, obtenues en sortie des estimateurs de décalage de fréquence d'horloge et de fenêtre FFT. Un SNR variable de 0 à 30 dB est en outre considéré. Plutôt que de présenter les densités de probabilités pour chacun des canaux, nous avons ici représenté la somme des densités de probabilité obtenues pour chaque canal, leurs résultats étant tout à fait similaires comme nous allons le détailler par la suite. On peut d'ores et déjà noter qu'aucun biais n'est à constater pour chacun des estimateurs, et ce quel que soit le SNR. En ce qui concerne l'estimation du décalage de fréquence, ce résultat est conforme aux calculs d'espérance développés au paragraphe 4.3.1.2. Pour l'estimation du décalage de fenêtre FFT, le biais attendu n'est pas visible puisqu'il est artificiellement retranché au cours du processus d'estimation (cf. paragraphe 4.3.1.2). Ainsi, le zéro représente ici la position optimale de la fenêtre *après* prise en compte de la marge appliquée pour compenser ce biais.

L'amélioration des estimations est très nette lorsque le SNR est augmenté, qu'il s'agisse du décalage de fréquence ou du décalage de fenêtre FFT. D'un point de vue quantitatif, on note que le placement de fenêtre est toujours précis à moins d'un échantillon quel que soit le SNR. Cela signifie que la fenêtre FFT est parfaitement positionnée en fin de phase d'accrochage et qu'elle n'est jamais corrigée en phase de poursuite[(1)]. Cela est cohérent avec la définition même de cette phase de poursuite qui considère une erreur résiduelle de fréquence d'horloge inférieure à 1 ppm, valeur pour laquelle le décalage de fenêtre n'est plus visible de façon significative. Concernant l'erreur résiduelle en fréquence, les valeurs obtenues montrent qu'elle ne dépasse pas $0,1$ ppm à 0 dB, et $0,01$ ppm à 30 dB. Ces

[(1)] On rappelle que la correction de la fenêtre ne peut avoir lieu uniquement si le décalage est supérieur à 1 échantillon.

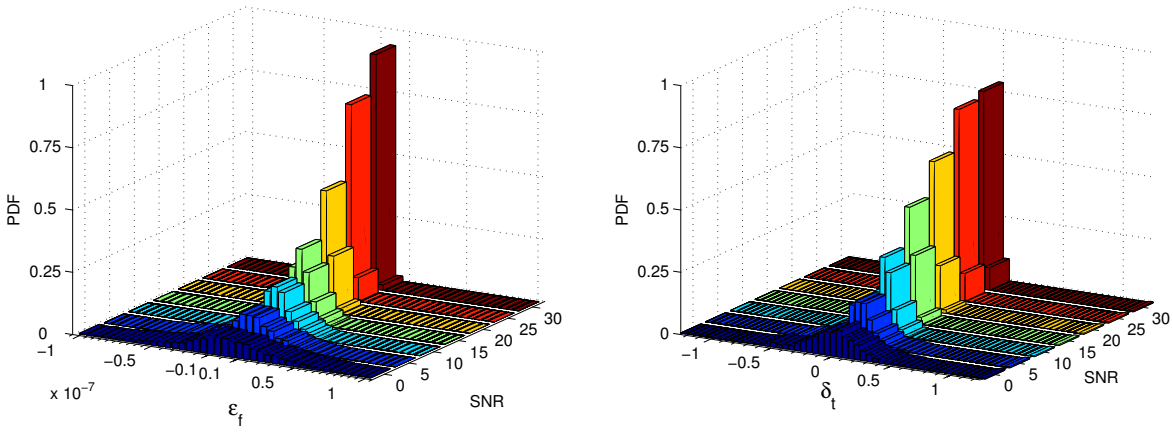


FIG. 5.5 – Densité de probabilité des erreurs résiduelles d'estimation de décalage de la fréquence d'échantillonnage (à gauche) et de décalage de la fenêtre FFT (à droite) après asservissement de l'oscillateur local.

derniers résultats, très encourageants, doivent être anaylsés plus précisément par le tracé de la variance de l'erreur.

La figure 5.6 donne ce tracé en fonction du SNR pour les quatre canaux de référence. Pour montrer l'apport du filtrage fréquentiel réalisé sur la sortie du filtre adapté, les résultats sont donnés avec et sans la mise en œuvre de ce filtrage. On note immédiatement l'amélioration des résultats lorsque le filtrage est effectué, d'autant plus que le SNR est faible. À fort SNR, un facteur 10 est gagné sur la précision de la fréquence d'échantillonnage après asservissement. On peut donc dire que le procédé de filtrage proposé est pertinent, particulièrement pour des bilans de liaisons médiocres. Par ailleurs, on note la forte similitude des résultats entre les différents canaux. Tout comme en phase d'accrochage, ceci est dû au principe de sélection des sous-porteuses, qui permet de rendre le résultat de l'estimation très peu dépendant du comportement fréquentiel des canaux. Quantitativement, les valeurs de variance sont excellentes même à très faible SNR, comme par exemple à 0 dB où l'on obtient une variance d'erreur inférieure à $2 \cdot 10^{-15}$. On note une décroissance très nette de la variance en 1/SNR, ce qui concorde avec le calcul théorique de variance effectué à l'équation (4.39). Cette décroissance permet d'atteindre une variance inférieure à $2 \cdot 10^{-18}$ à 30 dB. L'écart type du décalage résiduel de fréquence d'horloge décrit donc une droite passant par $6,7 \cdot 10^{-8}$ à 0 dB et $1,4 \cdot 10^{-9}$ à 30 dB. En reportant ces valeurs sur la figure 3.6, présentée en fin de chapitre 3, on conclut que les résultats obtenus sont presque toujours suffisants pour assurer une dégradation du taux d'erreur équivalent à une perte de SNR inférieure à 0,1 dB. Il n'y a en effet qu'à faible SNR et en considérant uniquement les symboles émis sur la dernière sous-porteuse, que la précision de l'oscillateur local reste insuffisante. Pour les autres sous-porteuses en revanche, les résultats sont largement suffisants. Ainsi, on conclut que l'algorithme proposé permet d'atteindre une précision des paramètres estimés suffisante pour que la dégradation du taux d'erreur leur étant attribuée puisse être négligée, quel que soit l'ordre de la modulation utilisée.

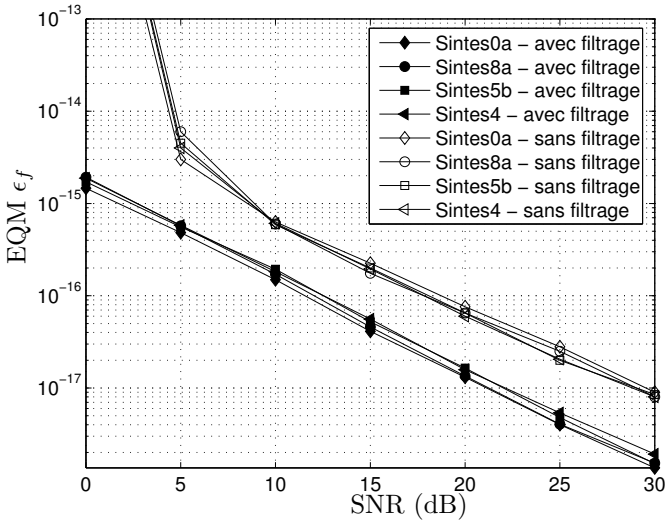


FIG. 5.6 – Variance de l'erreur résiduelle ϵ_f sur la fréquence d'échantillonnage en fonction du SNR pour les 4 canaux de référence. Comparaison des résultats avec et sans filtrage de la sortie du filtre adapté.

Estimation de canal

Concernant les résultats de l'estimation de la fonction de transfert du canal, deux cas sont à distinguer en fonction du sens de transmission. Ces résultats sont donnés figure 5.7. On rappelle que le filtre passe-bas utilisé pour filtrer la fonction de transfert estimée est un filtre d'ordre 30. On remarque en premier lieu que l'ensemble des canaux présentent des résultats similaires à faible SNR. À fort SNR en revanche, les canaux se démarquent les uns des autres, avec notamment de fortes dégradations pour les canaux *Sintes8a* et *Sintes5b* par rapport aux deux autres canaux *Sintes0a* et *Sintes4*. Ces pertes s'expliquent par les distorsions apportées par le filtre sur les derniers trajets de la réponse impulsionnelle. Comme cela est montré sur la figure 4.10, un filtre d'ordre limité va en effet effectuer un fenêtrage imparfait de la réponse impulsionnelle et atténuer les trajets présents à proximité de la fréquence de coupure, soient les trajets les plus retardés. L'imperfection du filtre va donc très logiquement affecter les réponses dont l'étalement des retards est le plus marqué. Ce comportement est confirmé par les résultats obtenus, en vérifiant qu'un classement des réponses par durée d'étalement coïncide avec un classement de ces mêmes réponses par niveau de dégradation de l'estimation. On note de plus que le phénomène est d'autant plus visible que le SNR est fort. On comprend effectivement que le phénomène de distorsion devient prépondérant lorsque le niveau de bruit devient très faible, et qu'un seuil doit apparaître à fort SNR. En comparant les résultats obtenus sur les deux voies, on remarque que les comportements sont identiques. On vérifie par ailleurs que le moyennage de l'estimation améliore nettement les résultats.

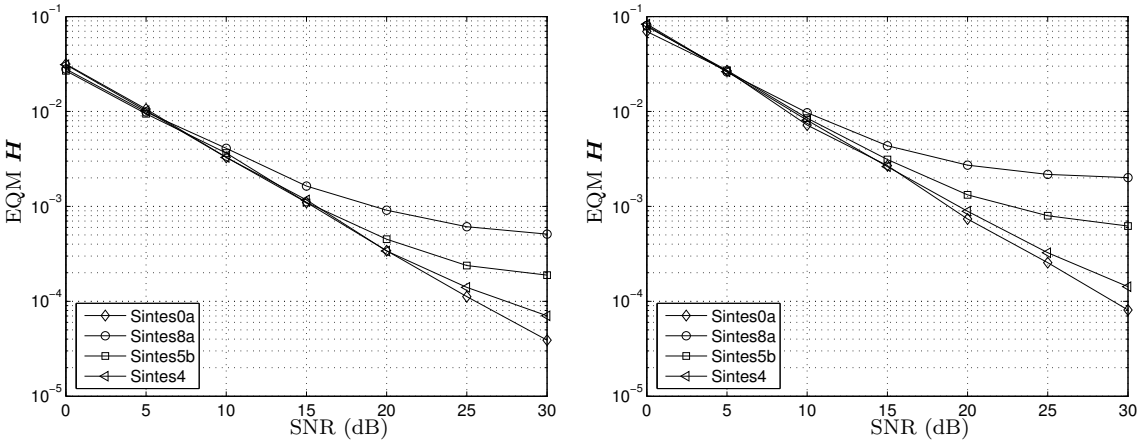


FIG. 5.7 – Variance de l'erreur d'estimation du canal en voies descendante (gauche) et montante (droite).

5.1.3.2 Contexte multicellulaire

Placement de la fenêtre FFT et fréquence d'échantillonnage

Les mêmes types de résultats que les précédents doivent à présent être présentés dans le contexte multicellulaire. La figure 5.8 présente les densités de probabilités des erreurs résiduelles de synchronisation, obtenues en fonction du nombre de cellules du réseau. Les résultats sont présentés pour des SNR de 10 et 30 dB. Comme pour les résultats en phase d'accrochage, la puissance des signaux en provenance de chaque cellule est identique à la puissance du signal utile, ce qui représente le pire cas. On observe que les résultats ont certes tendance à se dégrader lorsque le nombre de cellules augmente, mais qu'ils restent dans une plage de fonctionnement fort acceptable. Le décalage résiduel de fenêtre FFT demeure concentré à $\pm$ 1 échantillon au maximum, et le décalage de fréquence d'horloge n'excède jamais 0,1 ppm quel que soit le SNR.

Sur la figure 5.9 sont tracées les variances relatives à l'estimation du décalage de fréquence d'échantillonnage en fonction du SNR et pour un nombre différent de cellules actives. Comme dans le cas monocellulaire, nous proposons de comparer les résultats obtenus avec et sans mise en œuvre du filtrage fréquentiel. Il apparaît clairement que la dégradation due à l'augmentation du nombre de cellules reste modérée lorsque le filtrage est actif, alors qu'elle est catastrophique lorsqu'il est inactif. Ceci démontre une nouvelle fois l'intérêt de recourir à cette opération. En calculant l'écart type correspondant aux valeurs obtenues avec filtrage, on vérifie par report sur les courbes de la figure 3.6, que la précision de l'estimateur est suffisante pour que la dégradation du taux d'erreur soit minime. On peut donc conclure que le dispositif de synchronisation proposé au chapitre précédent permet de remplir les contraintes de synchronisation du système. Grâce à l'opération de filtrage réalisée sur la sortie du filtre adapté, ce dispositif demeure en outre particulièrement robuste en contexte multicellulaire.

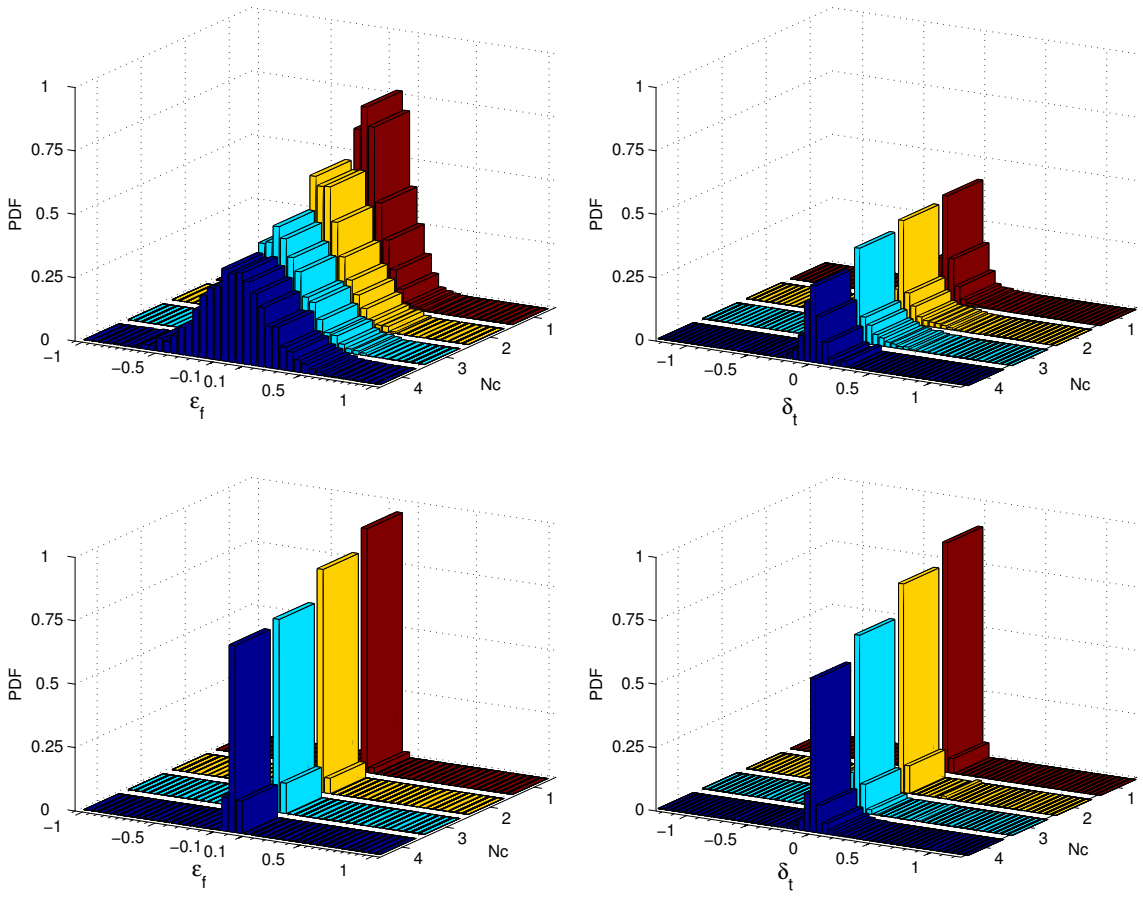


FIG. 5.8 – Densité de probabilité des erreurs résiduelles d'estimation de décalage de la fréquence d'échantillonnage (à gauche) et de décalage de la fenêtre FFT (à droite) après asservissement de l'oscillateur local dans un contexte multicellulaire pour des SNR de 10 dB (en haut) et 30 dB (en bas).

Estimation de canal

Les performances en terme d'estimation de canal doivent à présent être évaluées dans un contexte multicellulaire. La figure 5.10 donne les résultats obtenus en fonction du nombre de cellules actives pour différents SNR et dans les deux sens de communication, c'est-à-dire avec et sans moyennage du résultat de l'estimation. Le facteur de dégradation relatif au passage de 1 et 4 cellules est de l'ordre de 4 à 5 en fonction du SNR considéré. Ce facteur ne dépend en outre pas du sens de transmission. En voie descendante, les résultats sont bien entendu meilleurs qu'en voie montante puisque les estimés sont moyennés. Pour des valeurs de SNR raisonnables, comme 10 dB par exemple, les résultats obtenus avec 4 cellules restent finalement tout à fait bons. L'algorithme d'estimation proposé offre donc des résultats très satisfaisants en contexte multicellulaire.

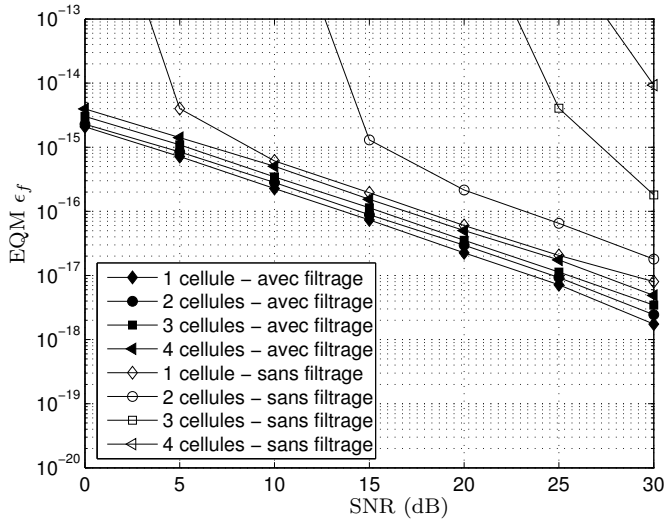


FIG. 5.9 – Variance de l'erreur résiduelle ϵ_f sur la fréquence d'échantillonnage en fonction du SNR pour différents nombres de cellules adjacentes. Comparaison des résultats avec et sans filtrage de la sortie du filtre adapté.

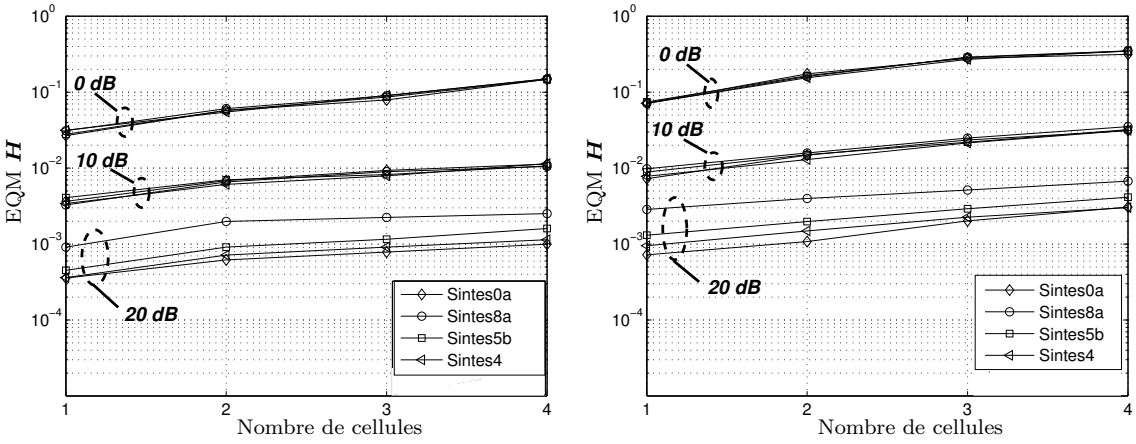


FIG. 5.10 – Variance de l'erreur d'estimation du canal en voies descendante (gauche) et montante (droite) en fonction du nombre de cellules actives.

5.1.4 Influence de l'espacement entre les symboles pilotes

Pour clore l'étude des performances des estimateurs de l'approche fréquentielle, nous proposons de présenter les résultats de l'estimation du décalage d'horloge en fonction de l'écart entre les symboles pilotes utilisés. Les calculs de variance menés dans le chapitre précédent, ont en effet permis de mettre en évidence que l'erreur résiduelle d'estimation pouvait être rendue aussi faible que possible en espaçant les symboles pilotes au sein du flux de données. Les résultats présentés sur la figure 5.11 dans le cas monocellulaire permettent alors de vérifier ce qui avait été prévu par le calcul. On remarque en effet que

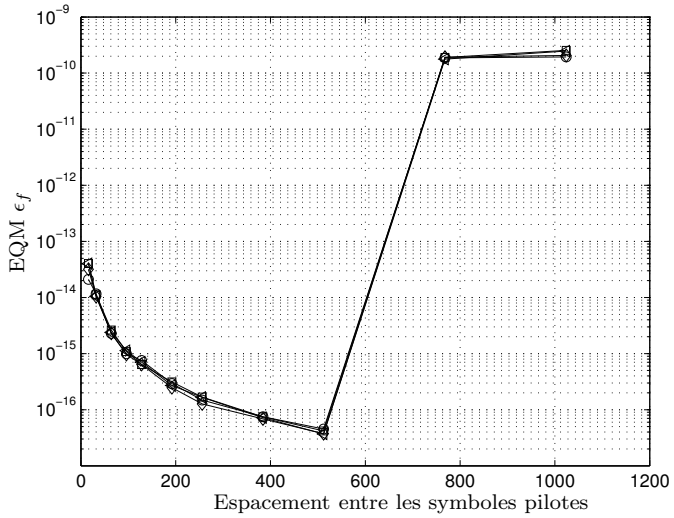


FIG. 5.11 – Évolution de la variance de l'erreur résiduelle ϵ_f sur la fréquence d'échantillonnage en fonction de l'écart entre les symboles pilotes pour les 4 canaux de référence.

la variance de l'erreur d'estimation est d'autant plus faible que l'écart entre symboles est fort. Cependant, ceci reste vrai uniquement jusqu'à un écart de 512 symboles, les performances devenant catastrophiques au-delà. La raison de ce décrochage est simplement liée au fait que la dérive de la fenêtre devient trop importante d'un symbole pilote à l'autre pour des écarts entre symboles trop prononcés. Le début de la fenêtre se retrouve alors très largement décalé par rapport à sa position nominale, créant un terme d'ISI de puissance telle que les diverses estimations deviennent trop peu fiables pour compenser les décalages. Ces résultats confirment donc bien ce que nous avions avancé au chapitre précédent, à savoir que la précision de l'estimation de décalage de fréquence d'horloge pouvait être augmentée en écartant les symboles pilotes au sein du flux de données.

5.2 Performance des estimateurs de l'approche temporelle

Les simulations équivalentes à celles de l'approche fréquentielle ont été menées dans le cadre de l'approche temporelle. Nous présentons dans cette section les résultats obtenus dans les mêmes configurations que celles décrites précédemment.

5.2.1 Performances en phase d'accrochage

5.2.1.1 Contexte monocellulaire

Les figures 5.13 et 5.12 présentent les résultats obtenus en terme de placement de fenêtre FFT et de compensation du décalage de fréquence d'horloge, en ne considérant qu'une seule cellule sur le réseau. On remarque immédiatement que l'ensemble des résultats est extrêmement peu dépendant du SNR. La plupart des courbes se chevauchent en effet de façon surprenante ce qui indique une très faible influence du bruit sur le comportement de

la procédure d'accrochage. Cela provient du fait que l'estimateur est basé sur la détection du trajet maximal de la réponse impulsionnelle, trajet de puissance *a priori* largement supérieure à celle du bruit, même à très faible SNR. Les échantillons de bruit ne viennent ainsi que très peu perturber l'opération d'estimation. Seuls les résultats du canal *Sintes4* semblent être légèrement différents d'une valeur de SNR à l'autre. On peut expliquer cette différence par rapport aux autres canaux par le fait que la réponse impulsionnelle de ce canal possède deux échos d'amplitudes quasiment identiques. Selon le niveau de bruit, le repérage du trajet maximal va donc comporter une ambiguité plus ou moins marquée et ainsi entraîner cette différence de résultats. Pour autant, notons que l'accrochage n'est pas compromis.

De manière générale, on note que le temps d'accrochage est très bref puisqu'il suffit de deux symboles pilotes pour réaliser l'accrochage sur la fréquence d'échantillonnage, et 4 pour obtenir celle du placement de fenêtre. Ces bons résultats s'expliquent par le fait que l'estimation de la position du trajet est très fiable, puisque très peu sensible au bruit, comme nous venons de le voir. Au regard des résultats, on s'aperçoit cependant que la fenêtre FFT continue d'osciller autour de sa position nominale sur une plage qui reste cependant limitée à quelques échantillons. Ceci n'est pas surprenant et fait partie du fonctionnement du procédé d'estimation, puisque c'est précisément le décalage de fenêtre qui sert à estimer le décalage de la fréquence d'horloge. Il faut donc que la fenêtre dérive ne serait-ce que de quelques échantillons pour pouvoir en déduire le défaut d'échantillonnage. Nous reviendrons sur cet aspect de l'estimateur au cours des paragraphes suivants.

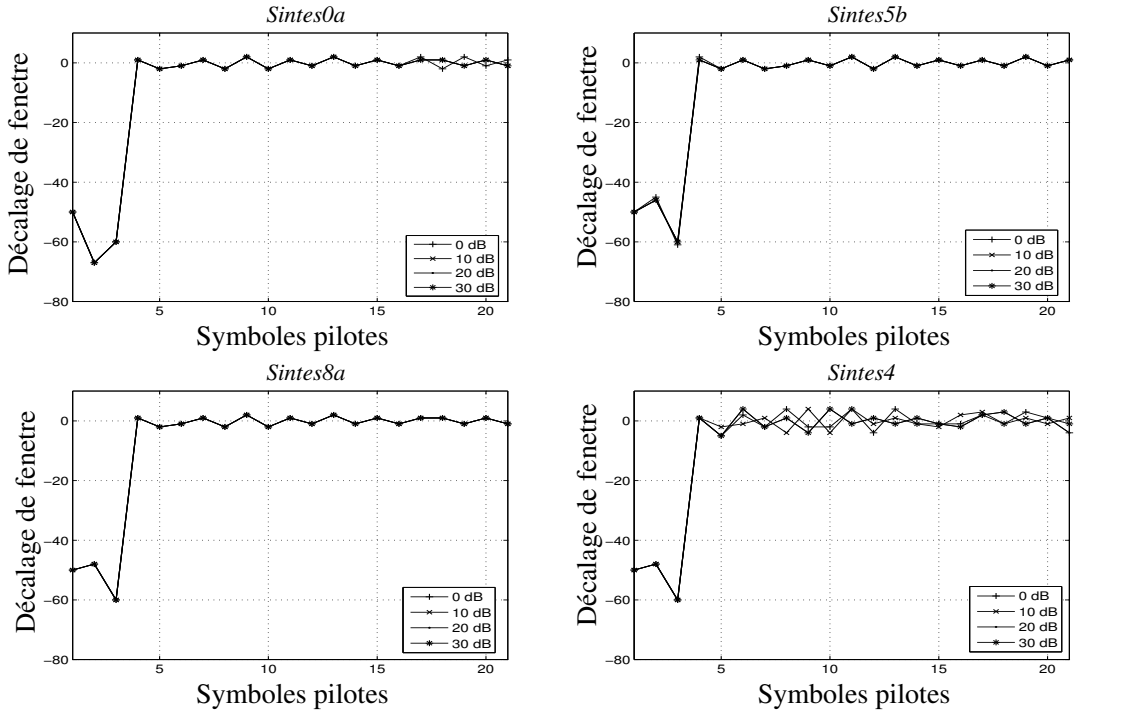


FIG. 5.12 – Résultats de l'estimation du décalage de fenêtre FFT en phase d'accrochage pour les 4 canaux de référence.

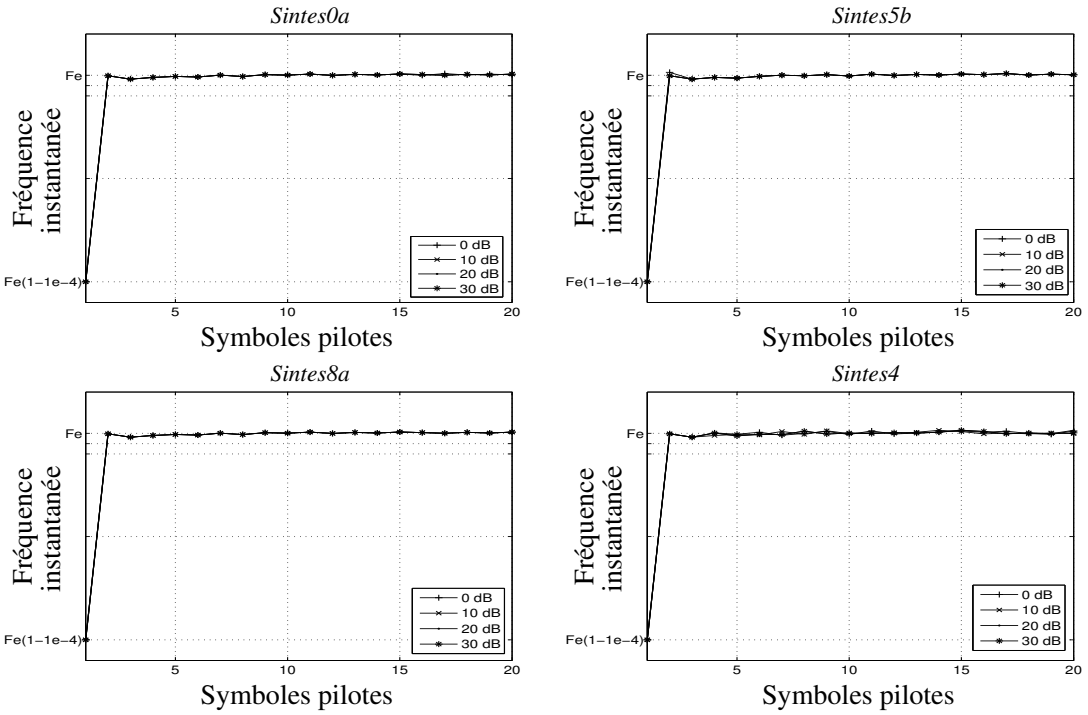


FIG. 5.13 – Résultats de l'estimation du décalage de fréquence d'horloge en phase d'accrochage pour les 4 canaux de référence.

5.2.1.2 Contexte multicellulaire

Intéressons-nous à présent à l'accrochage en contexte multicellulaire. Les conditions de simulations sont les mêmes que celles établies dans l'approche fréquentielle. Les résultats obtenus sont présentés figure 5.14. Les résultats sont indépendants du nombre de cellules, ce qui s'explique, comme pour l'approche fréquentielle, par le principe de partage en fréquence des symboles pilotes de chaque cellule. En ajoutant à cela la grande fiabilité de la procédure d'estimation, basée sur la détection du trajet maximal de la réponse impulsionnelle, on comprend aisément les résultats obtenus.

On conclut que l'algorithme de l'approche temporelle est très robuste en phase d'accrochage quel que soit le contexte, mono- ou multicellulaire.

5.2.2 Performance en phase de poursuite

Nous allons à présent évaluer les performances des estimateurs de l'approche temporelle en phase de poursuite. Comme nous l'avons précisé au paragraphe 4.4.4, l'erreur résiduelle de correction du décalage de fréquence sur l'oscillateur local en boucle ouverte ne peut pas être inférieure à 1,7 ppm. En conséquence, nous avons choisi de mettre en œuvre le filtre de boucle pour une erreur résiduelle inférieure à 3 ppm. Le filtrage de la réponse du canal ne sera quant à lui engagé qu'en deçà de 1 ppm, valeur à partir de laquelle le terme d'ICI peut raisonnablement être négligé (cf. chapitre 3).

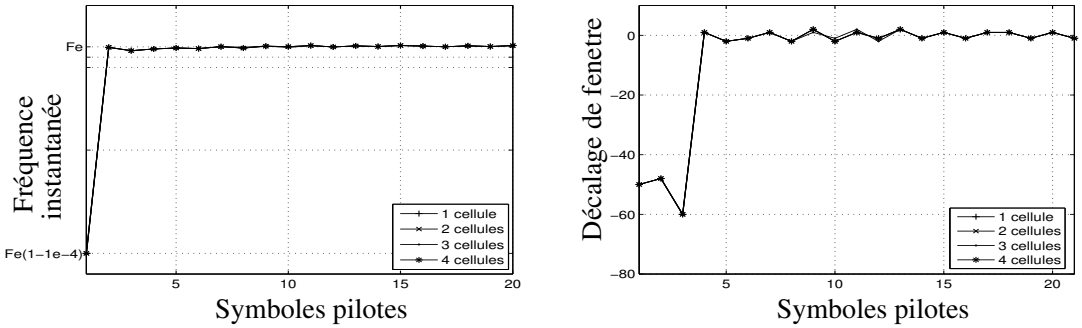


FIG. 5.14 – Résultats des estimateurs en contexte multicellulaire avec un SNR de 10 dB

5.2.2.1 Contexte monocellulaire

Commençons par nous intéresser aux résultats des compensations des erreurs de synchronisation. La figure 5.15 donne les densités de probabilités des erreurs résiduelles en sortie des deux estimateurs de décalage de fenêtre et de fréquence d'échantillonnage. Il est frappant de voir à quel point les résultats sont peu dépendants de la valeur du SNR, qu'il s'agisse du décalage de fenêtre ou d'horloge. Comme en phase d'accrochage, ce comportement s'explique par l'immunité au bruit qui caractérise l'estimation de décalage du trajet principal de la réponse impulsionnelle. Quantitativement cependant, on remarque que la précision de l'oscillateur local ne descend que rarement en deçà de 0,1 ppm. La probabilité la plus élevée est obtenue pour $\pm 0,4$ ppm. Pour ce qui est du placement de la fenêtre FFT, la précision obtenue est tout à fait suffisante compte tenu des objectifs de synchronisation, même si la position finale de la fenêtre reste imprécise à ± 2 échantillons. Comme nous l'avons précisé au paragraphe précédent, ce décalage résiduel est nécessaire à l'estimation du décalage de fréquence d'échantillonnage.

Pour évaluer plus précisément la qualité de l'estimation d'horloge, analysons les résultats obtenus en terme de variance d'erreur, présentés figure 5.16. À titre de comparaison, nous avons tracé les résultats obtenus avec et sans mise en œuvre du filtre de boucle. Notons en premier lieu que l'indépendance des résultats face au bruit est ici évidente, puisque les courbes obtenues sont quasiment horizontales. Remarquons également que les performances sont très similaires avec les 4 canaux. Ceci se comprend tout à fait puisque le processus d'estimation ne se préoccupe que de la position du trajet de puissance maximale pour chaque canal. Les différences entre les canaux, qui tiennent essentiellement aux caractéristiques des autres trajets de chaque réponse impulsionnelle, sont donc transparentes pour l'estimateur. Concernant les résultats sans filtrage, les valeurs observées ne sont pas surprenantes puisqu'elles correspondent à une erreur résiduelle de fréquence de 1,7 ppm environ, soit la valeur correspondant à l'erreur minimale que peut discerner l'estimateur. En revanche, lorsque le filtrage de boucle est effectué, la résolution de l'estimateur est augmentée et les résultats sont améliorés d'un facteur 10 à 20. L'erreur résiduelle reste néanmoins de l'ordre de 0,4 ppm, puisque la variance moyenne observée est de $1,6 \cdot 10^{-13}$. D'après les recommandations formulées au chapitre 3, cette valeur est certes suffisante pour annuler l'ICI, mais elle demeure trop élevée pour empêcher la rotation des constellations d'un symbole pilote à l'autre. Les estimateurs de l'approche temporelle ne

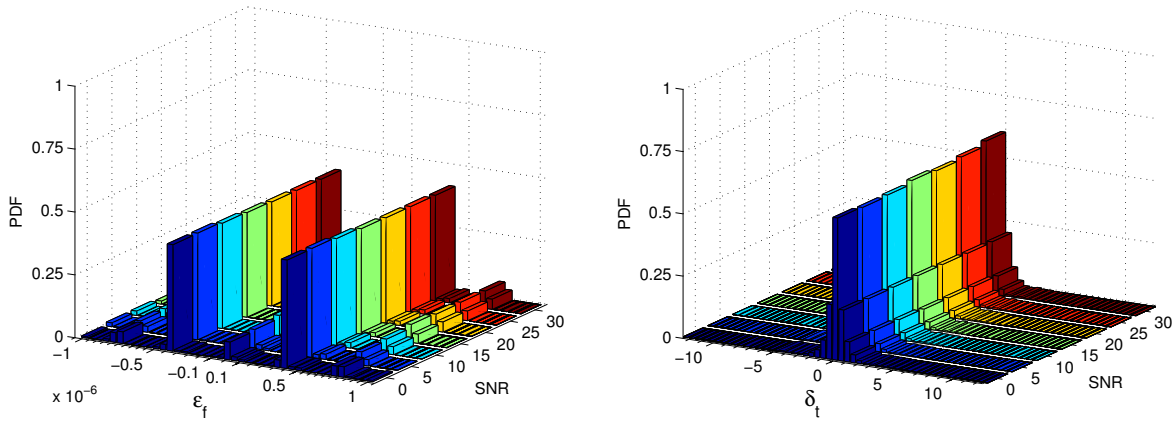


FIG. 5.15 – Densité de probabilité des erreurs résiduelles d'estimation de décalage de la fréquence d'échantillonnage (à gauche) et de décalage de la fenêtre FFT (à droite) après asservissement de l'oscillateur local dans un contexte monocellulaire.

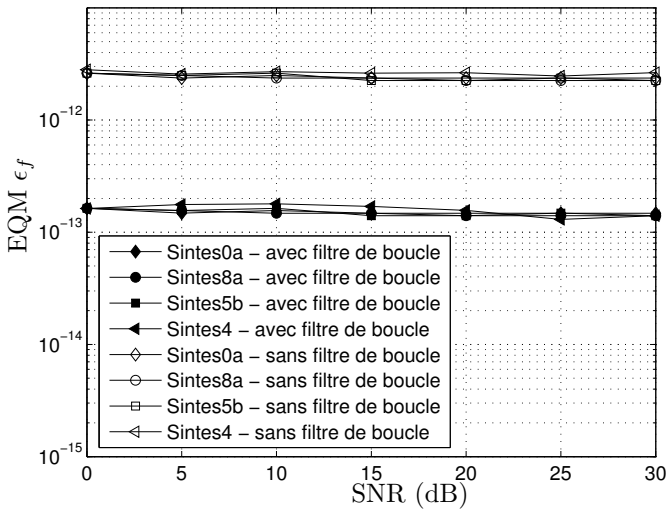


FIG. 5.16 – Variance de l'erreur résiduelle ϵ_f sur la fréquence d'échantillonnage en fonction du SNR pour les 4 canaux de référence. Comparaison des résultats avec et sans mise en œuvre du filtre de boucle.

permettent donc pas d'atteindre la précision requise en terme de synchronisation d'horloge.

Voyons alors ce qu'il en est de l'estimation de la réponse du canal. La figure 5.17 donne les résultats obtenus avec et sans mise en œuvre du moyennage des estimés, ce qui correspond aux cas des voies descendante et montante, respectivement. On note la différence flagrante de performances entre les deux cas de figure. Il s'avère que la mise en œuvre du moyennage vient dégrader les résultats, et ce quel que soit le SNR. Cette dégradation indique que le moyennage est effectué sur des grandeurs qui ne diffèrent pas

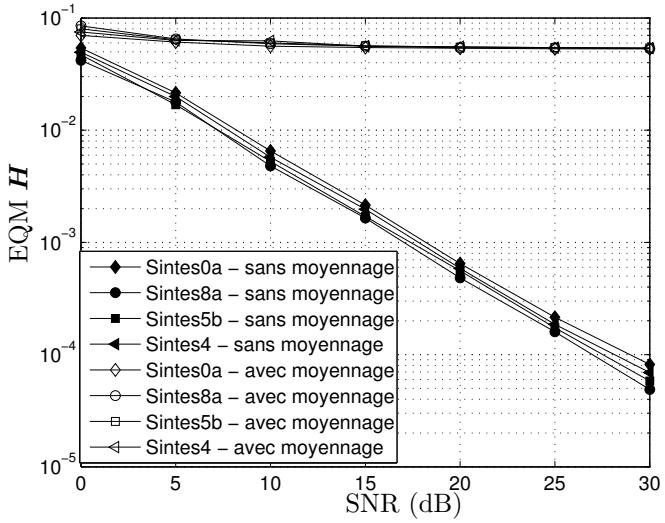


FIG. 5.17 – Variance de l'erreur d'estimation du canal avec et sans mise en œuvre du moyennage

uniquement par leur composante de bruit. Autrement dit, la réponse du canal vue par le récepteur évolue entre deux estimations successives. Cette évolution provient de la dérive de fenêtre FFT qui n'est pas suffisamment compensée. D'après les résultats précédents sur la synchronisation fréquentielle fine, la fréquence d'horloge subit en effet un décalage résiduel de quelques dizièmes de ppm, décalage entraînant une dérive de fenêtre de moins d'un échantillon. Cette dérive est inférieure à la résolution de l'organe d'estimation si bien qu'elle n'est pas compensée au niveau de l'estimation de canal. En mettant en œuvre le filtre moyenneur, on procède alors au moyennage de réponses de canal dont la phase a fortement changé, ce qui conduit évidemment à de mauvais résultats. Notons que ce comportement ne peut pas être évité puisqu'il résulte de la dérive de fenêtre, dérive précisément indispensable à la compensation du décalage d'horloge. Le fonctionnement de l'estimateur tient finalement au paradoxe suivant : pour combattre la dérive, il faut compenser le décalage d'horloge ; cette compensation ne peut avoir lieu que s'il y a dérive. On conclut que le moyennage est à proscrire de l'approche temporelle.

Les résultats sans moyennage sont pour leur part tout à fait satisfaisants et très peu dépendants du canal estimé. Remarquons par ailleurs qu'aucun seuil n'apparaît à fort SNR, ce qui indique que le terme d'ICI est suffisamment réduit pour être négligeable comparé au niveau de bruit, pour les SNR testés.

5.2.2.2 Contexte multicellulaire

Si l'on étend les simulations au contexte multicellulaire, on obtient les densités de probabilité présentées sur la figure 5.18. Les résultats ne sont présentés que pour un seul SNR égal à 10 dB puisque nous avons vu que les performances étaient très peu dépendantes du niveau de bruit. On constate qu'elles le sont également peu vis à vis du nombre de cellules considérées. De façon claire en effet, l'augmentation du nombre de cellules ne semble pas affecter les résultats. Les raisons à celà sont les mêmes que celles évoquées en phase

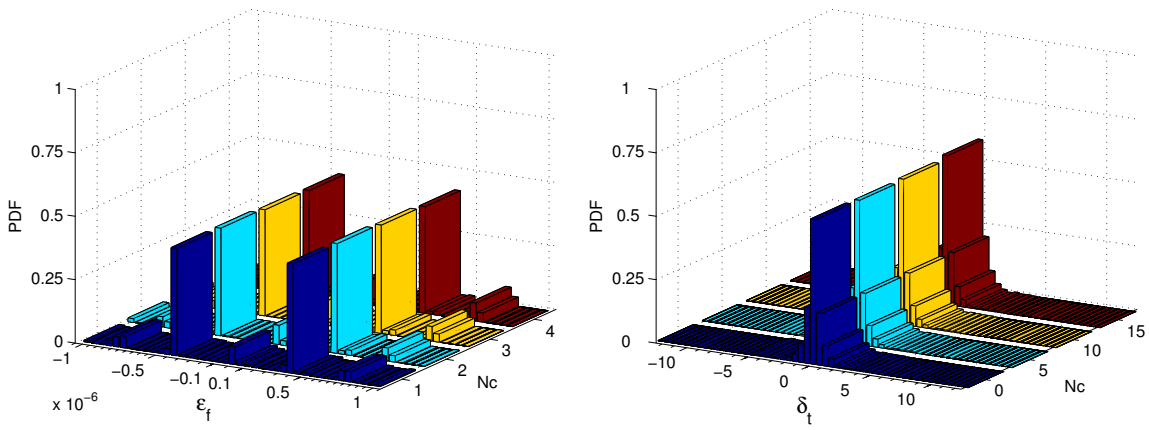


FIG. 5.18 – Densité de probabilité des erreurs résiduelles d'estimation de décalage de la fréquence d'échantillonnage (à gauche) et de décalage de la fenêtre FFT (à droite) après asservissement de l'oscillateur local dans un contexte multicellulaire pour un SNR de 10 dB.

d'accrochage, à savoir les effets cumulés du partage en fréquence des différents symboles pilotes et de la forte fiabilité de détection du trajet prépondérant de chaque réponse impulsionnelle. On conclut que les algorithmes de synchronisation sont parfaitement adaptés au contexte multicellulaire.

Les résultats en terme d'estimation de canal sont finalement présentés à la figure 5.19 en liaisons montante et descendante. En raison des mauvais résultats qu'elle produit en présence d'erreurs de synchronisation, l'opération de moyennage, mise en œuvre en liaison descendante, est entreprise en supposant que les défauts de synchronisation ont été corrigés conformément aux résultats de l'approche fréquentielle. Autrement dit, les résultats de la voie descendante sont ceux que l'on obtiendrait par approche fréquentielle si le filtre rectangulaire optimal était mis en œuvre. De cette manière, on évalue les performances propres à l'estimateur de canal. On note que les dégradations dues aux cellules multiples sont modérées et peu dépendantes du SNR. Par ailleurs, l'estimateur se comporte de manière quasiment équivalente suivant les canaux. Enfin, le moyennage retrouve son intérêt ici, puisque l'on constate une amélioration des résultats lorsqu'il est mis en œuvre.

5.3 Comparaison des différentes approches

Les différents résultats relatifs aux deux approches sont compilés sur les figures de la page 142. Il est alors possible de comparer objectivement les résultats obtenus dans chaque cas. Étant donné qu'aucune différence notable n'a été constatée concernant les résultats en phase d'accrochage, seuls ceux obtenus en phase de poursuite sont considérés ici. D'autre part, les performances en terme de placement de fenêtre FFT ne sont pas détaillées ici puisqu'il ne s'agit pas d'un enjeu essentiel pour notre système. Nous allons donc nous

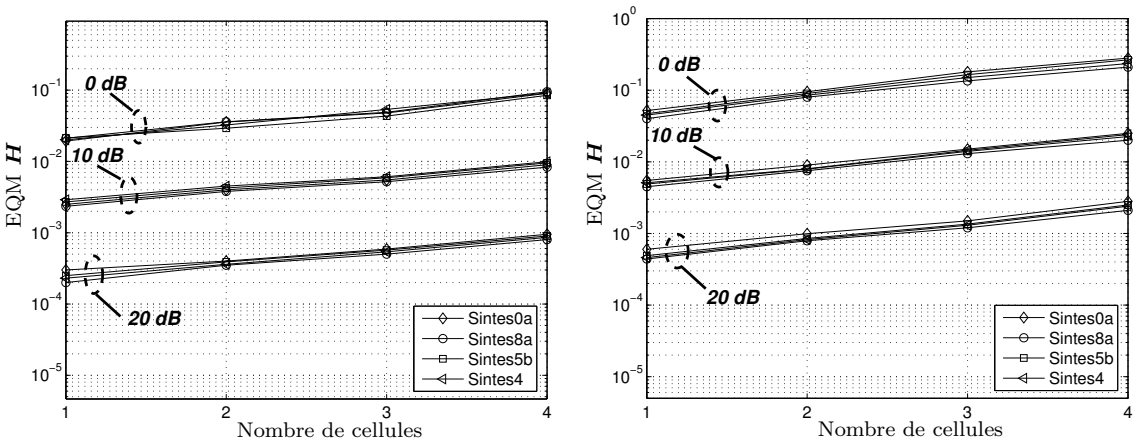


FIG. 5.19 – Variance de l'erreur d'estimation du canal en voies descendante (gauche) et montante (droite) en fonction du nombre de cellules actives.

attarder sur les résultats de l'estimation du décalage de fréquence d'horloge et de l'estimation de canal.

La figure 5.20 permet de comparer les variances des estimateurs en ce qui concerne l'erreur résiduelle sur la fréquence d'horloge. On voit très clairement ici l'avantage que prend l'estimateur de l'approche fréquentielle sur son homologue de l'approche temporelle. La différence de comportement est elle aussi frappante, puisque l'approche temporelle reste insensible au SNR et au nombre de cellules du réseau, tandis que l'approche fréquentielle présente des résultats dépendants de ces deux paramètres. Cette dépendance n'empêche pas l'estimateur de l'approche fréquentielle de délivrer les meilleurs résultats, sans aucune équivoque.

La figure 5.21 donne les performances comparées des deux approches pour ce qui est de l'estimation de canal en contexte monocellulaire. La synchronisation est supposée acquise ici, ce qui signifie que le moyennage peut être entrepris en voie descendante pour les deux approches. La borne de Cramer-Rao sur l'estimation du canal, dont le calcul est donné dans [96], a été reportée en parallèle des résultats de la voie montante. Il s'agit en fait de la moyenne des bornes des différents canaux, les valeurs obtenues pour chacun d'eux étant fortement similaires. On vérifie que la solution temporelle, donne les meilleurs résultats, et on remarque que ceux-là sont très proches de la borne de Cramer-Rao moyenne en voie montante, ce qui atteste de la qualité de l'estimation. En voie descendante, la borne est dépassée puisque l'on met en œuvre le filtre moyenneur. Le gain de l'approche temporelle sur l'approche fréquentielle n'est pas flagrant pour les canaux de réponse courte, soient les canaux *Sintes0a* et *Sintes4*, puisqu'ils ne subissent que très peu de distorsion de la part du filtre fréquentiel. Pour les canaux *Sintes8a* et *Sintes5b* en revanche, l'apport du filtrage effectué par FFT est important. Celui-ci n'engendre en effet aucune distorsion, permettant ainsi d'obtenir des performances comparables à celles des autres canaux. Ces observations restent valables en contexte multicellulaire comme le montre la figure 5.22. À 20 dB notamment, les résultats de l'approche temporelle sont dégradés pour les canaux *Sintes8a* et *Sintes5b* comparés aux canaux *Sintes0a* et *Sintes4*. Précisons que les résultats

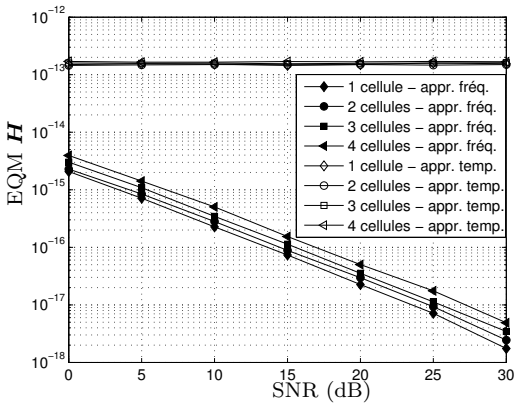


FIG. 5.20 – Comparaison de la variance de l'erreur d'estimation du décalage de fréquence d'échantillonnage entre les approches fréquentielle et temporelle en contexte multicellulaire).

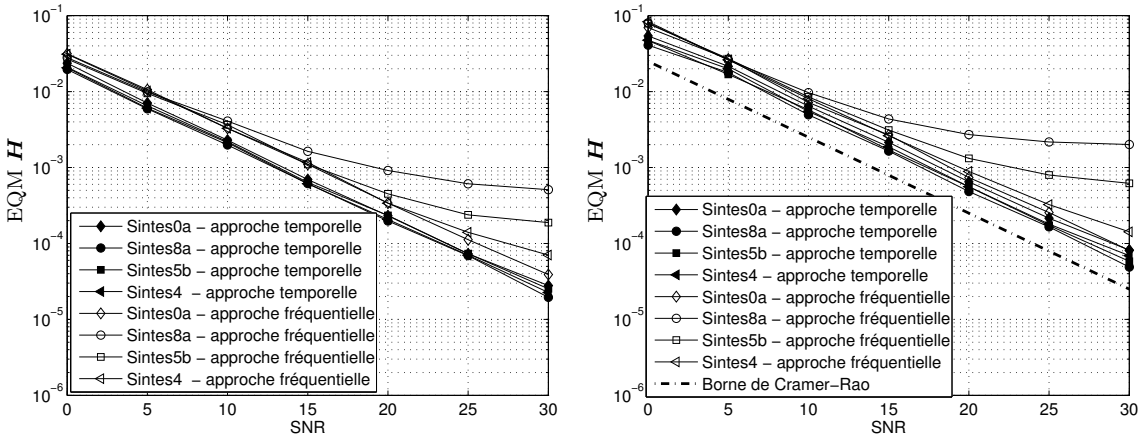


FIG. 5.21 – Comparaison de la variance de l'erreur d'estimation du canal entre les approches fréquentielle et temporelle en voies descendante (gauche) et montantes (droite) en contexte monocellulaire.

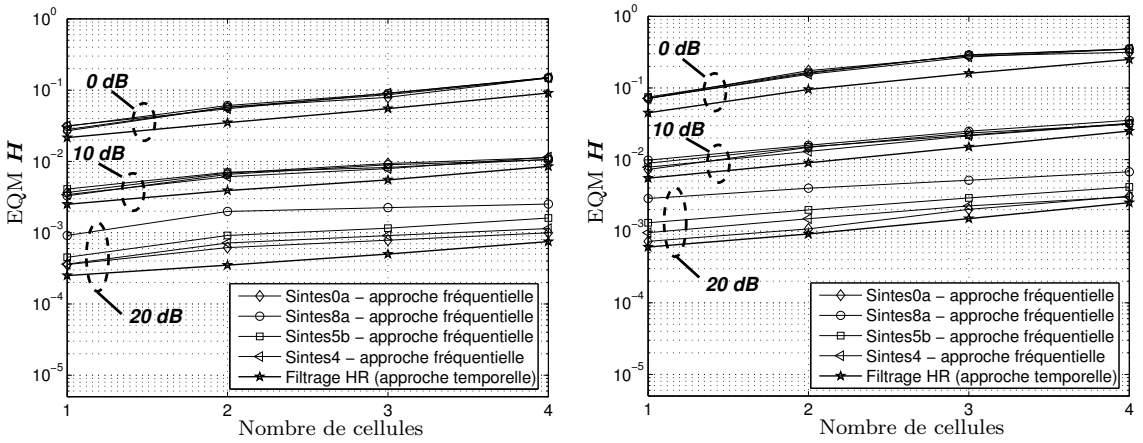


FIG. 5.22 – Comparaison de la variance de l'erreur d'estimation du canal entre les approches fréquentielle et temporelle en voies descendante (gauche) et montantes (droite) en contexte multicellulaire.

de l'approche temporelle ont été moyennés sur l'ensemble des canaux pour faciliter la lisibilité de la figure[(2)]. On remarque d'autre part que les dégradations dues à l'augmentation du nombre de cellules sont du même ordre de grandeur pour les deux approches.

En résumé, il apparaît clairement que les estimateurs de l'approche fréquentielle sont très efficaces pour compenser les erreurs de synchronisation, contrairement à ceux de l'approche temporelle qui ne permettent pas de répondre au cahier des charges sur ce point précis. Des deux approches cependant, il convient de dire que l'approche temporelle, une fois la synchronisation acquise, permet de fournir les meilleures estimations en terme de réponse de canal. Une solution pourrait alors consister à combiner les deux approches en appliquant un filtrage par FFT sur l'estimation de la fonction de transfert réalisée dans le cadre de l'approche fréquentielle. Cependant, la complexité que représente la mise en œuvre d'une telle opération est bien trop importante en comparaison du gain de performances attendu. Le filtrage dans le domaine transformé nécessite en effet l'emploi de 2 FFT, en plus de celle utilisée pour la démodulation OFDM. Rappelons que nous travaillons ici sur des spectres comprenant $N = 2048$ sous-porteuses, ce qui signifie que le coût du filtrage mis en œuvre avec deux FFT utilisant classiquement un radix2, s'élève à $2N\log(N/2) =$ multiplications et à $4N\log(N)$ additions. Le filtrage d'ordre 30 ne représente quant à lui que 30 multiplications et 30 additions. L'accroissement de la complexité est donc tel que la mise en œuvre du filtrage par FFT n'est pas judicieuse. L'approche fréquentielle proposée au chapitre 4 constitue donc une solution potentielle aux problèmes de synchronisation et d'estimation de canal pour le système étudié.

[(2)] Ceci se justifie par le fait que les résultats obtenus pour chacun des canaux sont très proches.

Conclusion de la deuxième partie

Dans cette seconde partie, nous avons présenté deux approches temporelle et fréquentielle pour la synchronisation et l'estimation de canal de récepteurs, pour des applications de transmission sur des canaux CPL. Tout d'abord, l'étude de l'impact des erreurs de synchronisation sur les performances du système a montré que les contraintes de récupération de la fréquence d'échantillonnage étaient particulièrement drastiques, en raison de l'utilisation d'un nombre limité de symboles pilotes et du grand nombre d'états des constellations.

L'approche fréquentielle nouvellement proposée permet dans un contexte mono- et multicellulaire une estimation conjointe de la réponse du canal et du décalage fréquentiel de l'horloge, grâce à une sélection des sous-porteuses et du filtrage des estimés. Ces principes constituent une contribution originale de ce travail de thèse. L'approche temporelle, quant à elle, repose sur une adaptation au contexte multicellulaire d'une solution déjà publiée.

Différentes simulations ont été menées afin d'évaluer les performances relatives des deux approches. Les résultats obtenus concernant les estimateurs de l'approche fréquentielle permettent de satisfaire les contraintes de synchronisation du système, malgré la sévérité qui les caractérise. Nous avons pu voir que les résultats restaient valides aussi bien à très faible SNR qu'en contexte multicellulaire. La procédure conjointe proposée dans ce mémoire constitue donc une solution robuste et adaptée au problème de synchronisation du système étudié. Par ailleurs, nous avons pu mettre en évidence les limitations des estimateurs de l'approche temporelle face aux contraintes de synchronisation. Ces estimateurs souffrent en effet d'une faible résolution quant à l'estimation du décalage d'horloge, et n'offrent par conséquent qu'une correction de la fréquence d'échantillonnage juste suffisante pour limiter le terme d'ICI. Dans un contexte de synchronisation parfaite, la qualité de l'estimation de canal est en revanche meilleure par le biais de l'approche temporelle et atteint quasiment la borne de Cramer-Rao en voie montante. L'augmentation de complexité qui l'accompagne n'encourage cependant pas sa mise en œuvre, d'autant que les résultats obtenus par l'approche fréquentielle sont tout à fait satisfaisants.

L'étude de l'estimation conjointe des erreurs de synchronisation et d'estimation de canal selon l'approche fréquentielle a fait l'objet de deux communications dans des conférences internationales [97, 98] et d'un transfert de connaissances au sein du projet IDILE [99].

Troisième partie

Procédés d'allocation dynamique des ressources

Chapitre 6

L'allocation dynamique des ressources, l'exemple de la DMT

La dernière partie de ce mémoire est consacrée à l'étude des procédés d'allocation dynamique des ressources appliqués au système SS-MC-MA proposé. Plus généralement, les résultats qui seront présentés constituent une solution pratique au problème de partage et d'allocation des ressources dans un système multiutilisateur empruntant une liaison point-à-multipoint ou multipoint-à-point. Avant de développer les algorithmes d'allocation, ce sixième chapitre se propose d'introduire et de présenter les principes d'optimisation et de partage des ressources entre différents utilisateurs d'un système. Le premier point du chapitre fait figure de rappels quant à ces principes d'optimisation et introduit notamment le concept de modulations adaptatives. Les différentes politiques d'optimisation qu'il est possible d'envisager sont également présentées. Dans un second temps, nous nous attarderons à appliquer ces principes à l'OFDM et en particulier, nous décrirons le système DMT (*digital multitone*) utilisé dans les transmissions xDSL et dans la plupart des modems CPL du marché. Nous chercherons alors à adapter ce système aux contraintes de l'étude afin de pourvoir le prendre comme référence tout au long de cette partie.

6.1 Principes de gestion des ressources

6.1.1 Généralités

La gestion des ressources au sein d'un système de communications s'impose comme une question de premier plan dès lors que l'on cherche à optimiser ses performances. Tout système doit en effet composer avec une certaine somme de limitations physiques et technologiques additionnées à des contraintes supplémentaires imposées par la qualité de service (QoS). À l'inverse, on dénombre un certain nombre de degrés de liberté qui peuvent servir à configurer le système dans le respect de ces limitations et contraintes. Dans l'hypothèse où l'émetteur a une connaissance parfaite de la réponse du canal, on peut alors envisager d'adapter les paramètres *libres* du système en fonction du comportement du canal et des contraintes afin de remplir le contrat fixé par la QoS.

Parmi les limitations que l'on rencontre au sein d'un système, les plus évidentes sont par exemple la limitation de la ressource fréquentielle ou celle de la puissance d'émission. Tout système travaille en effet à bande limitée, et sous des contraintes de puissance fixées

par les normes ou par les limitations physiques, comme la consommation des amplificateurs utilisés par exemple. Les degrés de liberté dépendent quant à eux fortement du type de système mis en œuvre. Dans un système à porteuses multiples, nous avons vu au paragraphe 2.1.1 qu'il est possible d'attribuer un nombre différent de bits et une puissance différente à chacune des sous-porteuses du spectre. On aboutit alors à des systèmes connus sous l'appellation DMT, que nous présenterons au paragraphe suivant. Dans un système DS-CDMA, le même principe peut être mis en œuvre dans l'espace des codes, une puissance et un nombre de bits différents pouvant être alloués à chacune des séquences d'étalement (cf. paragraphe 2.1.2.1). Concernant le système proposé, nous détaillerons par la suite qu'il est possible de répartir la puissance et les bits à la fois dans l'espace des codes et des sous-porteuses.

Dans un contexte multiutilisateur avec liaison point-à-multipoint, nous avons évoqué, au paragraphe 2.1.2.2, le fait que l'accès au medium pour chaque utilisateur peut être mis en œuvre selon trois approches différentes, qui sont le TDMA, le FDMA et le CDMA. Pour les systèmes où la réponse du canal est inconnue à l'émission, l'émetteur n'a pas d'autre choix que d'attribuer chaque jeu d'éléments — slots temporels, sous-porteuses, séquences d'étalement — de façon figée et arbitraire à chacun des utilisateurs. Au contraire, lorsque la réponse du canal est une donnée connue de l'émetteur, celui-ci peut envisager d'adapter le partage des ressources entre les utilisateurs en fonction du canal de chacun. On aboutit de cette manière à une utilisation bien plus efficace des ressources temps-fréquence-code [100]. L'allocation des bits et des puissances peut ensuite être effectuée pour chaque utilisateur du système sur son propre jeu d'éléments. Nous verrons que ces principes peuvent être appliqués au système DMT ainsi qu'au système SS-MC-MA proposé. En définitive, dans un contexte comme le nôtre, les algorithmes d'allocation doivent à la fois combiner le partage dynamique des ressources *entre utilisateurs* et l'allocation dynamique des ressources individuelles de *chaque utilisateur*.

D'un point de vue théorique, de nombreuses recherches ont été menées ces dernières années, visant à déterminer la capacité des canaux de diffusion (*broadcast channels*) et des canaux d'accès multiple (*multiple access channels*) [101,102,103]. Rappelons que les termes de canaux de diffusion et d'accès multiple sont utilisés en théorie de l'information pour désigner les canaux point-à-multipoints et multipoint-à-points, respectivement, correspondant dans notre cas aux canaux des liaisons descendantes et montantes, respectivement. Ces travaux ont permis de mettre en évidence les régions de capacité de ces canaux, définies comme des structures algébriques convexes, appelées polymatroïdes [104, 105]. Des stratégies d'allocation permettant d'atteindre la frontière de ces régions, et donc de maximiser le débit total des systèmes pour une répartition donnée des débits entre utilisateurs, ont été proposées [106, 107]. Les solutions existantes sont essentiellement basées sur l'utilisation de récepteurs optimaux à annulation d'interférence qui ne peuvent être envisagés dans le cadre de cette étude pour des raisons évidentes de complexité de mise en œuvre. Dans le système SS-MC-MA proposé, les choix évoqués au chapitre 1 imposent au contraire une structure particulière aux émetteurs et récepteurs du réseau par l'utilisation de codes orthogonaux et d'une composante FDMA. Ces structures sont considérées comme sous-optimales du point de vue de la théorie de l'information car elles ne permettent pas d'atteindre la frontière de la région de capacité. Pour autant, elles ont l'avantage de conduire à des récepteurs plus simples et sont pour cela largement mises en œuvre dans

les systèmes pratiques. Les optimisations menées sur la configuration dynamique de ces systèmes en terme d'allocation des ressources ont donc lieu au sein d'une région de *débits atteignables* ou de la région de *capacité du système*, incluse à l'intérieur de la région de *capacité du canal*.

6.1.2 Les modulations adaptatives

6.1.2.1 Capacité théorique et capacité pratique d'un canal non dispersif

Pour un canal non dispersif d'atténuation α donnée, encore qualifié de canal uniforme, perturbé par la seule présence de bruit AWGN de puissance P_b, les deux grandeurs, bande de fréquence B et puissance d'émission P_s, fixent à elles seules le débit maximum théoriquement envisageable, en vertu de la relation de Shannon. On rappelle que cette relation s'écrit,

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{\alpha P_s}{P_b}\right) = B \log_2 (1 + \text{SNR}) \ . \tag{6.1}$$

où C est donnée en bits/s. La capacité théorique du canal croît donc avec le SNR de réception de façon logarithmique et le débit binaire que peut transmettre un canal ne peut pas dépasser la limite donnée par la capacité théorique C. Pour atteindre cette limite en débit, un code théorique d'une complexité infinie, dont le délai de codage/décodage est lui aussi infini, doit être utilisé. Bien évidemment, les codes mis en œuvre dans les systèmes réels sont sous-optimaux par rapport à ce code théorique infini et ne permettent pas d'atteindre la capacité C du canal. On introduit alors un paramètre Γ, connu sous le nom de marge de SNR (SNR *gap*), et qui constitue une mesure de la performance relative d'un système utilisant un schéma de codage donné, par rapport à la capacité théorique du canal. Pour une marge Γ caractéristique d'une probabilité d'erreur P_{es} et d'un schéma de codage choisi, le nombre de bits R pouvant être véhiculés est alors donné par [108],

$$R = \log_2 \left(1 + \frac{1}{\Gamma} \frac{\alpha P_s}{P_b}\right) \ , \tag{6.2}$$

où R est exprimé en bits par symbole. Cette équation montre concrêtement que le débit maximal pouvant être atteint sur le canal, encore appelé *capacité pratique*, est réduit par rapport à sa capacité théorique. On peut voir cette capacité pratique comme le débit maximal pouvant être transmis sur un canal pour lequel le SNR est diminué d'un facteur Γ. Rajoutons que Γ est parfois appelé le SNR normalisé, car on peut en effet écrire $\Gamma = \text{SNR}/(2^R - 1)$.

Finalement, on peut retenir que la connaissance de la réponse du canal à l'émission et de la marge de SNR du schéma de codage utilisé permet de déterminer précisément la quantité d'information, en bits par symbole, qu'il est possible de transmettre sur le canal considéré pour une puissance d'émission P_s fixée. Remarquons que la démarche inverse, qui consisterait à déterminer la puissance d'émission nécessaire au transfert d'un débit cible est également envisageable. Ce procédé se heurte cependant rapidement au principe de limitation de la puissance d'émission et ne sera de ce fait pas traité ici.

6.1.2.2 Marge de SNR des modulations QAM

Comme nous l'avons évoqué dans les spécifications du système SS-MC-MA adaptatif proposé, les modulations numériques de type QAM vont être utilisées pour transmettre les

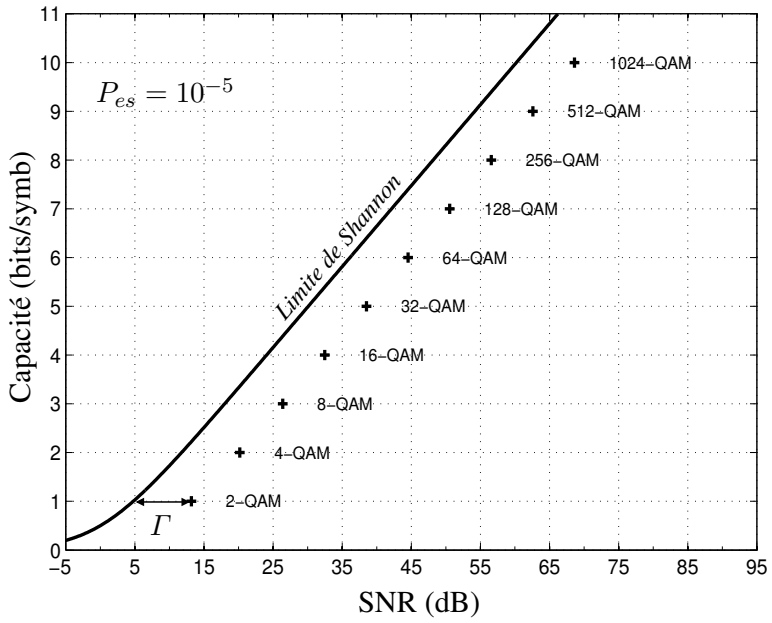


FIG. 6.1 – Points de fonctionnement des modulations QAM pour une probabilité d'erreur symbole $P_{es} = 10^{-5}$

données sur les différentes sous-porteuses. Il est donc nécessaire de quantifier la valeur de Γ relatant l'efficacité du schéma de transmission relatif aux modulations QAM. La marge de SNR peut être déterminée à partir des courbes de taux d'erreur des modulations, pour un point de fonctionnement donné, à savoir un taux d'erreur symbole fixé. La figure 6.1 donne la capacité effective des modulations QAM pour une probabilité d'erreur symbole P_{es} de 10^{-5}. La marge de SNR Γ de chaque modulation est obtenue en évaluant la distance entre les points de fonctionnement et la courbe de capacité théorique résultant de l'équation 6.1. On constate ainsi que la marge est quasiment constante quelle que soit la constellation étudiée, ce qui, nous en reparlerons, constitue un réel avantage pour la mise en œuvre des algorithmes d'allocation.

La marge de SNR des modulations QAM peut être déterminée de façon théorique à partir de l'expression de la probabilité d'erreur symbole. Dans le cas d'un codage de Gray, cette probabilité peut en effet être approchée par [64],

$$P_{es} \approx 2\,\mathrm{erfc}\left\{\sqrt{\frac{3\,R}{2(2^R-1)}\,\frac{E_b}{N_0}}\right\}, \tag{6.3}$$

pour des rapports $E_b/N_0 \gg 1$. Dans cette expression, R désigne bien entendu le nombre de bits transmis par la modulation QAM. En rappelant que $\mathrm{SNR} = E_s/N_0 = RE_b/N_0$, il vient immédiatement que,

$$P_{es} \approx 2\,\mathrm{erfc}\left\{\sqrt{\frac{3}{2}\Gamma}\right\}. \tag{6.4}$$

On note que cette relation ne fait pas intervenir le nombre de bits R des constellations QAM, ce qui confirme ce qui avait été constaté au regard des résultats de la figure 6.1. En

inversant la relation, il est donc tout à fait possible de déterminer la marge de SNR caractéristique des modulations QAM pour un taux d'erreur symbole donné. En l'occurence, on trouve une marge $\Gamma = 6{,}76$, soit 8 dB, pour $P_{es} = 10^{-5}$. Si l'on désirait maintenant obtenir Γ pour une probabilité d'erreur binaire P_{eb} plutôt que pour une probabilité d'erreur symbole P_{es}, on utiliserait alors le fait que $P_{eb} = P_{es}/R$, expression qui fait réapparaître le nombre de bits R relatif à la taille des contellations QAM. L'avantage d'une marge de SNR constante en fonction de la constellation QAM choisie serait alors perdu. C'est pourquoi dans la suite, nous spécifierons la marge de bruit relativement à une probabilité d'erreur symbole.

Grâce à l'introduction de la marge de SNR, il est donc possible d'adapter la modulation QAM choisie à la réponse du canal. Il s'agit là du principe de *modulation adaptative* que nous mettrons en œuvre par la suite dans le cas de signaux à porteuses multiples, et en particulier avec le système SS-MC-MA proposé. Notons que l'on préfèrera alors reprendre les spécifications VDSL qui prévoient l'utilisation de constellations hiérarchiques dont la génération est facilitée par rapport aux QAM classiques [61]. Ces constellations ne respectent pas le codage de Gray et leurs performances sont en cela légèrement dégradées. Nous ne tiendrons pas compte de ces dégradations dans la suite et la marge de SNR considérée sera celle des QAM classiques.

6.1.2.3 Notion de marge de bruit

Dans les problèmes d'allocation des ressources, il est classique d'introduire une marge supplémentaire, appelée marge de bruit γ, qui vient s'ajouter à la marge de SNR Γ. Cette marge constitue une précaution qui permet d'assurer la probabilité d'erreur symbole cible même en cas d'augmentation du niveau de bruit d'un facteur γ. Le débit qui peut être transmis en prenant en compte cette nouvelle marge est alors diminué et s'écrit très simplement,

$$R = \log_2 \left(1 + \frac{1}{\gamma \Gamma} \frac{\alpha P_s}{P_b} \right) . \tag{6.5}$$

On comprend bien que l'on rend ainsi le système plus robuste face au bruit, puisque l'on raisonne comme si le point de fonctionnement des constellations se trouvait à une distance supérieure à Γ de la limite théorique de Shannon. Nous allons ainsi voir que cette notion de marge de bruit est fondamentale dans l'optimisation de la robustesse des systèmes de communications.

6.1.3 Politiques d'optimisation

Nous venons de voir que la connaissance du canal à l'émission permet à l'émetteur de déterminer la quantité maximale d'information pouvant être transmise par le canal de propagation, à puissance d'émission fixée. On parle ici de puissance d'émission au sens large. Il peut en fait s'agir d'une limitation en puissance totale ou d'une limitation en DSP, comme nous le détaillerons plus loin. Selon les exigences de la QoS, la stratégie à adopter n'est cependant pas toujours d'atteindre ce maximum, c'est-à-dire de maximiser le débit de transmission. Au contraire, il est fréquent dans les systèmes pratiques, de fixer le débit à atteindre, appelé débit cible, et de procéder à une maximisation de la marge de

bruit γ du système, toujours à puissance d'émission donnée. Rappelons que cette approche permet alors de maximiser la robustesse du système face au bruit.

De manière générale pour un système donné, notons $\mathcal{R}$ et $\mathcal{P}$ les politiques d'allocation des ressources mises en œuvre au sein du système. $\mathcal{R}$ donne la stratégie de répartition des bits et $\mathcal{P}$ celle des puissances, en fonction des degrés de liberté du système. Pour une probabilité d'erreur symbole cible P_{es} donnée, on désigne par $f(\mathcal{R}, \mathcal{P}, \gamma)$ la fonction donnant le débit obtenu après paramétrage du système conformément aux politiques d'allocation $\mathcal{R}$ et $\mathcal{P}$, en fonction de la marge de bruit γ. Dans le cas d'une transmission QAM monoporteuse par exemple, f est de la forme définie à l'équation (6.5). Dans un cadre plus général, f représente l'information mutuelle entre les variables aléatoires relatives aux données de la source — l'émetteur — et aux données du destinataire — le récepteur.

Sous la contrainte d'une puissance d'émission fixée, au sens large, on peut alors exprimer les stratégies d'optimisation comme suit,

$$\text{Maximisation du débit :} \qquad \max_{\mathcal{R},\mathcal{P}} \; f(\mathcal{R}, \mathcal{P}, \gamma) \quad \text{pour } \gamma \text{ fixée,} \tag{6.6}$$

$$\text{Maximisation de la marge :} \qquad \max_{\mathcal{R},\mathcal{P}} \; f^{-1}(\mathcal{R}, \mathcal{P}, R) \quad \text{pour } R \text{ fixé.} \tag{6.7}$$

Remarquons que la maximisation du débit revient à maximiser l'information mutuelle entre la source et le destinataire pour un schéma de codage donné, c'est à dire à atteindre la *capacité pratique* du système pour une dépense énergétique donnée. La maximisation de la marge cherche au contraire à économiser le maximum de puissance disponible tout en assurant la transmission du débit cible. Nous serons amenés par la suite à traiter le cas de ces deux stratégies antagonistes, dans le cadre de l'optimisation de l'allocation des ressources au sein du système SS-MC-MA proposé.

6.2 Les modulations adaptatives en OFDM

Avant de se consacrer à l'allocation des ressources en mode SS-MC-MA, nous allons expliciter les mécanismes d'application des modulations adaptatives aux systèmes OFDM. Le système adaptatif obtenu, la DMT, servira de référence à notre étude[(1)], en tant que système largement mis en œuvre au sein des modems CPL actuels (cf. chapitre 1). Nous allons tout d'abord considérer que le système DMT est exploité en contexte mono-utilisateur point-à-point, avant d'étendre les concepts présentés au contexte multiutilisateur point-à-multipoint.

6.2.1 Information mutuelle associée à la forme d'onde OFDM

Nous allons chercher ici à exprimer la fonction f relative à la forme d'onde OFDM, afin de pouvoir procéder aux optimisations présentées précédemment. Pour cela, reprenons l'expression du signal obtenu en sortie de la FFT de réception, à savoir $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{b}'$. Soit $\boldsymbol{R}_{\text{X}}$ la matrice de covariance du vecteur de symboles $\boldsymbol{x}$, l'information mutuelle entre les signaux émis et reçus s'écrit,

$$\mathcal{I}(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{H}, \boldsymbol{y}|\boldsymbol{H}) = \frac{1}{2} \log_2 \det \left[\boldsymbol{I} + \frac{1}{N_0} \boldsymbol{H} \boldsymbol{R}_{\text{X}} \boldsymbol{H}^H \right], \tag{6.8}$$

[(1)] Le système DMT est en fait équivalent du système OFDM. Pour notre part, nous utiliserons le sigle DMT pour désigner implicitement la combinaison entre l'OFDM et les modulations adaptatives.

sous l'hypothèse de signaux spéciaux gaussiens[(2)] et de connaissance parfaite du canal à l'émission et à la réception. Remarquons alors que la matrice de covariance définit entièrement le processus spécial gaussien centré relatif au signal $\boldsymbol{x}$. L'information mutuelle est donc entièrement conditionnée par la valeur de $\boldsymbol{R}_{\mathrm{X}}$. En considérant que les différents symboles émis sur chaque sous-porteuse répondent à des processus décorrélés, on déduit que la matrice de covariance est diagonale de $k^{\text{ième}}$ terme $\mathrm{E}\left[x_k \bar{x}_k\right] = P_k$. Rappelons de plus que la matrice du canal $\boldsymbol{H}$ est la matrice des valeurs propres H_k du canal, valeurs correspondant aux coefficients de la fonction de transfert du canal. Le calcul du déterminant se réduit alors à une simple multiplication de termes diagonaux. L'information mutuelle véhiculée par la forme d'onde OFDM, exprimée en bits par symbole, vaut alors

$$\begin{aligned} \mathcal{I} &= \log_2 \prod_{k=1}^{N} \left(1 + |H_k|^2 \frac{P_k}{N_0}\right), \\ &= \sum_{k=1}^{N} \log_2 \Big(1 + \underbrace{|H_k|^2 \frac{P_k}{N_0}}_{\mathrm{SNR}_k}\Big). \end{aligned} \tag{6.9}$$

Rappelons que l'information mutuelle donne le débit transmis par la forme d'onde OFDM sur le canal considéré. Il apparaît que ce débit s'exprime comme une somme de débits transmis par une collection de canaux gaussiens uniformes chacun étant caractérisé par un SNR_k propre. Ces canaux sont définis par les sous-porteuses du spectre OFDM. Ce résultat provient du fait que l'idée de départ de l'OFDM est de subdiviser la bande totale de transmission en N sous-bandes suffisamment étroites pour que le canal puisse précisément être considéré comme plat en fréquence sur chacune d'entre elles. Ainsi, le débit total transmis est la somme des débits sur l'ensemble des sous-canaux et l'optimisation opérée sur le canal de bande B revient à l'optimisation de l'ensemble des sous-canaux.

6.2.2 Optimisation du système DMT

6.2.2.1 Débit réalisable

D'après les calculs précédents, nous pouvons à présent exprimer le débit réalisable associée à la forme d'onde OFDM. On introduit pour cela les termes de marge de SNR et de marge de bruit dans (6.9) pour tenir compte de l'exploitation des modulations QAM et d'une précaution éventuelle sur le niveau de bruit. En désignant par R_k le débit atteint sur la sous-porteuse k, on obtient alors

$$R_{\mathrm{DMT}} = \sum_{k=1}^{N} R_k \; = \sum_{k=1}^{N} \log_2 \left(1 + \frac{1}{\gamma \Gamma} |H_k|^2 \frac{P_k}{N_0}\right). \tag{6.10}$$

Cette écriture définit donc la fonction f introduite précédemment, et sur laquelle vont être menées les optimisations. Concernant la contrainte en puissance, celle-ci peut se traduire par une limitation en puissance totale P_T, soit $\sum_k P_k \leq P_T$, ou par une contrainte en

(2) Des signaux spéciaux gaussiens désignent des signaux complexes équivalents en bande de base dont les deux composantes suivent une loi gaussienne [109].

DSP, soit $P_k \leq \check{P}_k \ \forall k$, où $\check{P}_k$ est le niveau maximal de puissance autorisé sur la sous-porteuse k. La contrainte en puissance totale a été le sujet d'un grand nombre d'études dans la littérature. C'est sous cette contrainte que la solution bien connue du *waterfilling* a notamment vu le jour, par optimisation du débit suivant la méthode des multiplicateurs de Lagrange [110]. Dans cette étude, l'approche qui nous intéresse concerne plutôt la limitation en DSP, imposée par les normes d'émission (cf. paragraphe 1.1.3.2). C'est donc cette contrainte qui sera appliquée dans le cadre des diverses optimisations menées.

Par la suite, nous ferons la distinction entre les solutions théoriques obtenues dans le cas où le nombre R de bits transmis par symbole prennent leurs valeurs dans $\mathbb{R}^+$, et les solutions pratiques adaptées aux systèmes réels pour lesquelles ces nombres R sont des valeurs entières, imposées par la granularité des modulations QAM. Le premier cas sera qualifié de *granularité infinie*, $R \in \mathbb{R}^+$, et le second de *granularité finie*, $R \in \mathbb{N}$.

6.2.2.2 Maximisation du débit

Nous allons commencer par traiter le cas de la maximisation du débit. Le problème d'optimisation associé s'écrit très simplement,

$$(P) \quad \begin{cases} \max\limits_{P_k \, \forall k} \ \sum\limits_{k=1}^{N} \log_2 \left(1 + \dfrac{1}{\gamma \Gamma} \left| H_k \right|^2 \dfrac{P_k}{N_0} \right) , \\ \\ \text{sous la contrainte,} \quad P_k \leq \check{P}_k \ \forall k \, . \end{cases}$$

Le débit est donc maximisé en répartissant judicieusement la puissance P_k sur les différentes sous-porteuses du spectre. Cette stratégie de répartition de puissance conditionne la politique $\mathcal{P}$. On remarque en revanche qu'aucune politique de répartition des bits $\mathcal{R}$ n'est utile ici, puisque les débits individuels transmis sur chaque sous-porteuse sont reliés de manière univoque à la répartition des puissances, conformément à l'équation 6.2.

A- ***Granularité infinie***

Dans le cas où les débits peuvent prendre des valeurs réelles positives, la solution au problème de maximisation est évidente, à savoir qu'il suffit de porter la dépense de puissance au maximum autorisé sur chaque sous-porteuse. Les politiques d'allocation de la puissance et du débit s'écrivent donc,

$$R^* \iff \begin{cases} \mathcal{P} : \quad \forall \, k \ P_k^* = \check{P}_k \, , \\ \mathcal{R} : \quad \forall \, k \ R_k^* = \log_2 \left(1 + \frac{1}{\gamma \Gamma} \left| H_k \right|^2 \frac{\check{P}_k}{N_0} \right) . \end{cases} \tag{6.11}$$

Dans la suite, la notation x^* sera utilisée pour marquer le fait que x est optimal. Remarquons que l'on atteint de cette manière la capacité pratique de la forme d'onde OFDM dans le cas de l'utilisation du schéma de codage QAM. Insistons ici sur le fait que le problème présenté se démarque complètement des problèmes de maximisation du débit transmis sous contrainte d'une limitation en puissance totale, problèmes notamment étudiés dans [111, 112].

B- ***Granularité finie***

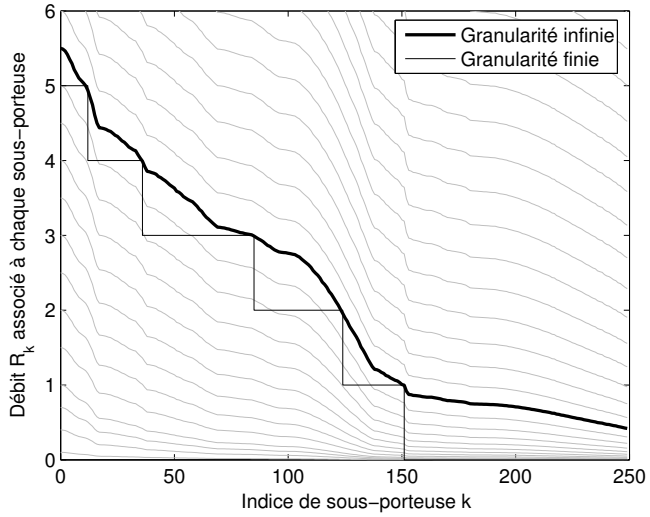


FIG. 6.2 – Comparaison des résultats d'allocation des bits en granularité infinie et finie, dans le cadre de la maximisation du débit en DMT pour une limitation en DSP donnée.

L'extension au cas de débits à valeurs entières est immédiate. Les débits calculés doivent en effet simplement être arrondis afin d'obtenir des valeurs compatibles avec la mise en œuvre des modulations QAM. Les contraintes en terme de probabilité d'erreur et de puissance devant impérativement être respectées, on comprend que l'arrondi doit être effectué par défaut. Par conséquent, l'allocation de puissance peut être réévaluée de manière à fournir à chaque sous-porteuse la quantité de puissance exactement nécessaire à la transmission de nouveaux débits calculés, au taux d'erreur cible envisagé au sein du système. La relation (6.10) est exploitée pour cela, si bien que les politiques d'allocation des ressources peuvent être exprimées comme suit

$$\dot{R}^* \iff \begin{cases} \mathcal{R}: & \forall\, k\ \dot{R}_k^* = \lfloor R_k^* \rfloor\,, \\ \mathcal{P}: & \forall\, k\ \dot{P}_k^* = \gamma\Gamma\, \dfrac{N_0}{|H_k|^2}\ \left(2^{\dot{R}_k^*} - 1\right)\,, \end{cases} \tag{6.12}$$

où $\dot{x}$ indique que x est un paramètre relatif à un contexte de granularité finie. Notons que la puissance dépensée sur chaque sous-porteuse est telle que $\forall\, k\ \dot{P}_k^* \leq \check{P}_k$. Afin de limiter les calculs, il est donc envisageable d'allouer la puissance maximale $\check{P}_k$ autorisée sur chaque sous-porteuse, lesquelles vont alors bénéficier d'une légère marge de bruit due à l'augmentation de puissance.

La figure 6.2 permet d'illustrer la différence entre les débits résultant des politiques d'allocation sur un cas d'école reposant sur un système comprenant 256 sous-porteuses. Les deux cas, de granularité finie et infinie, sont considérés. Les sous-porteuses ont été classées par ordre décroissant de SNR pour faciliter la lecture graphique. En trame de fond sont tracées les courbes représentatives des débits atteints par application de la politique $\mathcal{R}$ en granularité infinie pour différentes limitations de DSP, et en trait gras celle correspondant à la DSP de travail. La DSP est supposée plate, c'est-à-dire que $\check{P}_k = \check{P}\ \forall\, k$.

Notons que le débit total atteint pour une configuration donnée est en fait égal à l'aire sous la courbe de débit relative à cette configuration. Naturellement, lorsque la granularité est finie, la courbe obtenue est en escalier, rendant ainsi compte de l'opération d'arrondi par défaut des débits atteignables. En présence d'une limitation en DSP, la DMT n'est donc pas capable d'exploiter la totalité de l'énergie mise à sa disposition. Dans l'exemple choisi ici, on remarque d'ailleurs que les 100 dernières sous-porteuses ne sont pas du tout exploitables par la DMT, leur capacité respective étant inférieure à 1 bit par symbole. On peut conclure que le système DMT ne permet pas en pratique d'atteindre la capacité pratique du canal sous contrainte de limitation en DSP.

6.2.2.3 Maximisation de la marge

Intéressons-nous à présent au problème antagoniste de maximisation de la marge de bruit γ. D'après l'équation 6.2, on remarque cependant qu'aucune forme directe ne peut être trouvée pour exprimer γ en fonction de R_{DMT}, c'est-à-dire que la fonction f^{-1} n'est pas définie de façon explicite. L'équation d'optimisation ne peut donc pas être exprimée de manière immédiate. Pour contourner le problème, on définit alors la marge γ_k par sous-porteuse telle que,

$$\gamma_k = \frac{1}{\Gamma N_0} \, \frac{P_k |H_k|^2}{2^{R_k} - 1} \, . \tag{6.13}$$

Le but étant d'obtenir une marge la plus élevée possible, la totalité de la ressource en puissance doit être exploitée. On pose donc, $P_k = \check{P}_k \; \forall \, k$, ce qui signifie que le signal sera émis en limite de DSP. On comprend que le problème d'optimisation peut alors s'écrire

$$(P) \quad \begin{cases} \forall \, k \quad \max\limits_{R_k} \; \dfrac{1}{\Gamma N_0} \, \dfrac{\check{P}_k |H_k|^2}{2^{R_k} - 1} \; , \\ \\ \text{sous la contrainte,} \quad \displaystyle\sum_k R_k = \check{R} \; . \end{cases}$$

On cherche ainsi à maximiser chaque marge de bruit individuelle γ_k tout en assurant le débit cible $\check{R}$. La solution est obtenue en répartissant judicieusement les débits R_k sur les différentes sous-porteuses du spectre. La résolution de l'équation d'optimisation donne alors la politique $\mathcal{R}$ à suivre. La politique de répartition des puissances est quant à elle d'ores et déjà fixée puisque l'on suppose que la totalité de la puissance autorisée par le masque de DSP est exploitée.

A- ***Granularité infinie***

Nous allons tout d'abord nous intéresser au cas de débits définis dans $\mathbb{R}^+$. Le problème de maximisation de γ_k peut être exprimé comme le problème de minimisation de $1/\gamma_k$. La solution au problème d'optimisation sous contrainte est trouvée en appliquant la méthode des multiplicateurs de Lagrange. Soit λ un scalaire, le Lagrangien associé au problème de minimisation s'écrit,

$$\forall \, k \quad \mathrm{L}(R_k, \lambda) = \Gamma N_0 \, \frac{2^{R_k} - 1}{\check{P}_k |H_k|^2} + \lambda \sum_k \, R_k - \lambda \, \check{R} \, . \tag{6.14}$$

L'annulation de la dérivée du Lagrangien conduit rapidement à l'expression de R_k en fonction du multiplicateur λ, à savoir

$$R_k = \log_2 \left[-\frac{\lambda}{\ln 2} \, \frac{\check{P}_k |H_k|^2}{\Gamma N_0} \right] . \tag{6.15}$$

L'équation de contrainte permet quant à elle d'écrire,

$$\check{R} = \sum_k \, \log_2 \left[-\frac{\lambda}{\ln 2} \, \frac{\check{P}_k |H_k|^2}{\Gamma N_0} \right] = N \, \log_2 \left[-\frac{\lambda}{\ln 2} \, \frac{\check{P}_k}{\Gamma N_0} \right] + \log_2 \left[\prod_k |H_k|^2 \right] , \tag{6.16}$$

où l'on rappelle que N est le nombre de sous-porteuses. On obtient alors l'expression du multiplicateur,

$$\lambda = -\ln 2 \, \frac{\Gamma N_0}{\check{P}_k} \, \frac{2^{\frac{\check{R}}{N}}}{\left(\prod_k |H_k|^2 \right)^{1/N}} . \tag{6.17}$$

En remplaçant λ par sa valeur dans (6.16), la répartition optimale des débits R_k sur l'ensemble des sous-porteuses est finalement obtenue. La politique d'allocation des débits est l'application de cette répartition optimale. Le processus d'allocation dynamique des ressources se résume donc comme suit

$$\gamma_k^* \iff \begin{cases} \mathcal{P} : & \forall \, k \;\; P_k^* = \check{P}_k \, , \\ \mathcal{R} : & \forall \, k \;\; R_k^* = \dfrac{\check{R}}{N} + \log_2(|H_k|^2) - \dfrac{1}{N} \, \displaystyle\sum_k \, \log_2(|H_k|^2) \, . \end{cases} \tag{6.18}$$

Il faut rajouter que s'il existe une sous-porteuse k pour laquelle la valeur de R_k est négative, cette sous-porteuse doit être écartée du processus d'allocation puisqu'elle conduit à une solution aberrante. Elle est donc retirée du lot, et le calcul doit être réitéré sur les sous-porteuses restantes. Il est intéressant de noter ici que la solution obtenue est strictement équivalente à la solution du problème de minimisation de la puissance totale dissipée sous la contrainte d'un débit cible $\check{R}$, solution souvent étudiée dans la littérature et notamment présentée dans [112]. En granularité infinie, maximiser la marge de bruit revient donc à minimiser la puissance totale d'émission, à débit cible donné.

B- ***Granularité finie***

Contrairement au cas de maximisation du débit, le passage de la solution d'allocation à granularité infinie à celle basée sur des ordres entiers de modulations, ne se résume pas ici à une simple opération d'arrondi. En effet, si l'on se contente d'arrondir par défaut les débits alloués à chaque sous-porteuse, le débit total résultant devient inférieur à la valeur cible, et les contraintes ne sont plus respectées. Le problème d'optimisation doit donc prendre en compte la granularité des modulations. Introduisons pour cela la marge $\dot{\gamma}_k$ par sous-porteuse, relative à un débit $\dot{R}_k$ entier,

$$\dot{\gamma}_k = \frac{1}{\Gamma N_0} \, \frac{P_k |H_k|^2}{2^{\dot{R}_k} - 1} \, . \tag{6.19}$$

Il suffit donc de réexprimer (6.14) pour obtenir le problème d'optimisation en granularité finie, à savoir

$$(P) \quad \begin{cases} \forall\, k \ \max\limits_{\dot{R}_k} \ \dot{\gamma}_k, \\ \\ \text{sous la contrainte,} \quad \sum\limits_k \dot{R}_k = \check{R} \ . \end{cases} \tag{6.20}$$

Ce type de problème peut simplement être résolu en mettant en œuvre un *crible* ou algorithme *glouton* (*greedy* en anglais), qui constitue une procédure pour laquelle on atteint la solution du problème par une maximisation pas à pas de chaque fonction locale. Une telle procédure d'allocation, qualifiée de *marginale* car elle ne traite pas le problème en un calcul direct, permet d'apporter une solution au problème d'optimisation en un nombre fini d'itérations. En outre, elle conduit à la solution optimale si l'opération d'allocation mise en œuvre à chaque itération ne vient pas modifier la valeur locale des fonctions non servies lors de l'itération en cours [113]. Dans le contexte de maximisation de la marge, les fonctions locales à maximiser sont les marges de bruit individuelles de chacune des sous-porteuses. La procédure *greedy*, appliquée à notre situation, consiste donc à distribuer les bits un par un aux sous-porteuses de telle sorte que chaque nouvelle allocation soit à la faveur de la sous-porteuse qui présente la marge la plus forte, *après* allocation de ce nouveau bit. Il est alors clair que l'attribution d'un bit supplémentaire à une sous-porteuse donnée n'influence en rien la valeur des marges de bruit des autres sous-porteuses. Il y a donc indépendance entre les différentes valeurs locales de marge de bruit ce qui confirme que la résolution du problème peut effectivement être conduite par le biais d'un crible. Notons que la granularité finie induit que les marges $\dot{\gamma}_k$ vont être différentes d'une sous-porteuse à l'autre.

Lorsqu'un crible est employé dans la recherche de la solution à un problème d'optimisation, il est possible de montrer[(3)] que cette solution est atteinte quel que soit l'état initial par lequel on débute la procédure itérative, si cet état est optimal pour le débit total qui lui est associé [113, 112]. Plus précisément, pour distribuer B bits sur N sous-porteuses, on peut exécuter le crible à partir d'un état initial où $B' \neq B$ bits sont déjà alloués sur le spectre de façon optimale au sens du maximum de marge. Cela implique qu'il est possible d'entamer la procédure en partant d'un débit alloué aussi bien supérieur qu'inférieur au débit cible. En particulier, il est possible de partir avec un débit nul (état zéro), ou avec un débit maximal (état max) sur chaque sous-porteuse. Notons que l'état max est obtenu par application de (6.12). Dans le premier cas, la procédure cherchera donc à atteindre le débit cible par ajouts successifs de bits ; dans le second cas, on cherchera plutôt à atteindre ce même débit cible par suppressions successives des bits en excès.

C'est Hughes-Hartogs qui propose le premier la mise en œuvre d'une procédure *greedy* pour traiter le problème de maximisation de la marge de bruit en DMT [111]. Un grand nombre d'investigations ont ensuite été menées dans le but de réduire la complexité de son approche. Parmi les contributions majeures, on peut notamment citer les travaux de

[(3)] La preuve remonte aux années 1970, date à laquelle Edmonds [105] montre que certains problèmes d'optimisation peuvent être modélisés par le biais des polimatroïdes, et par la même résolus par des procédures de type *greedy*. En exploitant les propriétés de ces structures algébriques, il montre également qu'une recherche de la solution par ce type de procédures conduit toujours à la solution optimale lorsque l'état initial choisi est un état dit *ajusté*, c'est à dire optimal pour le débit initial considéré.

Chow et Cioffi [114] qui proposent une solution simple mais sous-optimale au problème posé par Hughes-Hartogs, ceux de Fisher et Huber [115] basés sur une minimisation du taux d'erreur et ceux de Krongold [116] mettant en œuvre une méthode géométrique permettant d'accélérer la procédure. Les résultats obtenus par Campello sont par ailleurs particulièrement intéressants [112] car ils consistent à trouver un état initial du crible proche de la solution finale à partir de la distribution obtenue en granularité infinie.

L'algorithme d'allocation que nous proposons de mettre en œuvre pour résoudre le problème de maximisation de la marge est présenté sur la figure 6.3 ci-dessous. Cet algorithme est dérivé de l'algorithme de Hughes-Hartogs, adapté au cas d'une contrainte de DSP. On vérifie bien que chaque ajout ou suppression de bit va dans le sens d'une maximisation de la marge de bruit, sur l'ensemble des sous-porteuses. Notons que l'état initial peut être l'état nul ou l'état max, et que la procédure est capable d'atteindre la solution par ajouts ou suppressions de bits.

1. Initialisation
$\forall\, k\ \ \dot{R}_k = 0$ `ou` $\forall\, k\ \ \dot{R}_k = \dot{R}_k^*$
2. Tant que $\sum_k \dot{R}_k \neq \check{R}$
Si $\sum_k \dot{R}_k > \check{R}$
`a.` $\underline{k} = \arg\ \min_k\ \ \dot{\gamma}_k(\dot{R}_k)$
`b.` $\dot{R}_{\underline{k}} = \dot{R}_{\underline{k}} - 1$
Sinon
`a.` $\underline{k} = \arg\ \max_k\ \ \dot{\gamma}_k(\dot{R}_k + 1)$
`b.` $\dot{R}_{\underline{k}} = \dot{R}_{\underline{k}} + 1$

FIG. 6.3 – Algorithme de maximisation de la marge de bruit en DMT en granularité finie.

Finalement, les procédures d'allocation des débits et puissances peuvent s'écrirent,

$$\dot{\gamma}_k^* \iff \begin{cases} \mathcal{P}: & \forall\, k\ \dot{P}_k^* = \check{P}_k\,, \\ \mathcal{R}: & \forall\, k\ \dot{R}_k^* \ \text{donné par le crible}\,. \end{cases} \tag{6.21}$$

Contrairement au cas où la granularité est infinie, le problème de maximisation de la marge de bruit en granularité finie ne peut plus être apparenté à celui de la minimisation de la puissance totale dissipée, à débit cible fixé. Il suffit pour cela de comparer l'algorithme décrit ici avec ceux, présentés dans [112, 111], adaptés à la minimisation de la puissance totale.

La figure 6.4 donne une représentation de l'allocation des débits après optimisation de la marge de bruit pour les deux cas de granularité finie ou infinie et pour une DSP plate fixée. De même que sur la figure 6.2, les sous-porteuses ont été classées par ordre décroissant de SNR. En trame de fond sont tracées les courbes représentatives des débits obtenus par sous-porteuse en granularité infinie pour différentes valeur de débit cible $\check{R}$, et en trait gras celle correspondant au débit cible de travail. La courbe en pointillés représente quant à elle la limite de capacité du canal pour la limitation de DSP considérée. Le décalage des courbes par rapport à cette limite de capacité correspond à la marge de

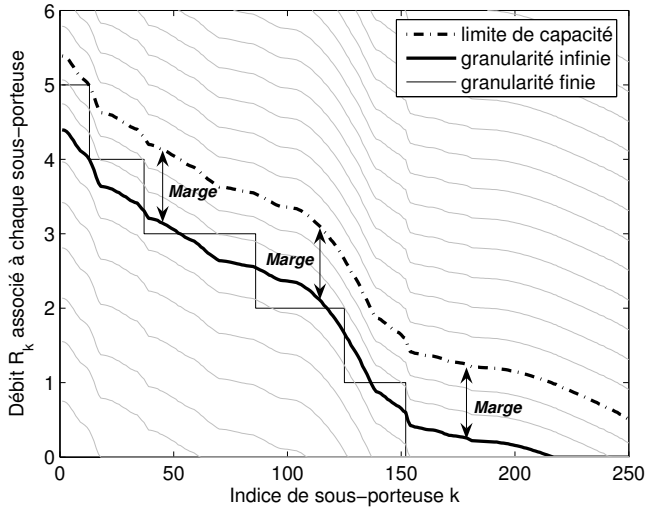


FIG. 6.4 – Comparaison des résultats d'allocation des bits en granularité infinie et finie dans le cadre de la maximisation de la marge de bruit en DMT pour une limitation en DSP et un débit cible donnés.

bruit relative à un débit cible donné. Lorsque ce débit est inférieur au débit maximal envisageable, la courbe de capacité est translatée vers le bas et la marge est positive ; au contraire, quand le débit cible est supérieur au maximum, les courbes sont translatées vers le haut et la marge est négative. Cette dernière situation doit être évitée, puisqu'elle entraîne une dégradation du taux d'erreur et ne permet donc pas de vérifier les conditions initiales. Pour l'exemple de débit cible étudié, on note que les dernières sous-porteuses du spectre ne sont pas sollicitées par la politique d'allocation. Elles correspondent aux sous-porteuses écartées par l'algorithme pour raison de débit négatif. En granularité infinie, on peut vérifier que la marge de bruit est strictement constante sur toute la bande, et en particulier pour les 3 points indiqués sur la figure. En revanche, en granularité finie, l'écart avec la courbe de capacité dépend de l'indice de sous-porteuse et peut prendre des valeurs plus importantes ou plus faibles qu'en granularité infinie. L'utilisation de constellations QAM ne permet donc pas d'obtenir une marge constante, rendant ainsi certaines sous-porteuses plus vulnérables au bruit que d'autres. En particulier, il existe des sous-porteuses dont la marge de bruit va être rendue nulle, comme on le voit sur la figure. La DMT n'est donc pas efficace pour la maximisation de la marge de bruit sous contrainte d'une DSP limitée.

6.2.3 Contexte multiutilisateur

Les principes présentés précédemment sont adaptés au contexte point-à-point mono-utilisateur. En revanche, dans le cas de communications multiutilisateurs de type point-à-multipoint ou multi-point-à-point, les algorithmes développés doivent être modifiés pour tenir compte du partage des ressources entre les utilisateurs du réseau. Dans ce cas, on doit prendre en compte autant de réponses de canal qu'il existe de liens entre les émetteurs et le récepteur, ou vice-versa. Les coefficients des fonctions de transfert des différents ca-

naux seront alors notés $h_{k,u}$, k étant l'indice de sous-porteuse avec $0 \leq k < N$, et u étant l'indice utilisateur avec $0 \leq u < U$ et U le nombre d'utilisateurs actifs.

En DMT, le partage des ressources peut s'effectuer dans le domaine temporel ou fréquentiel, en appliquant une allocation adaptative des slots temporels ou des jeux de sous-porteuses entre les utilisateurs. Nous allons nous focaliser ici sur le partage selon l'axe fréquentiel, que l'on peut qualifier de FDMA adaptatif. Chaque utilisateur va donc recevoir un jeu de sous-porteuses qui lui seront personnellement attribuées, si bien que le débit total du système s'exprime comme la somme des débits R_u relatifs à chaque utilisateur. L'expression de ce débit est alors

$$R_{\text{DMT}} = \sum_{u=0}^{U-1} R_u \; = \sum_{u=0}^{U-1} \sum_{l \in \mathcal{S}_u} \log_2 \left(1 + \frac{1}{\gamma \Gamma} |h_{l,u}|^2 \frac{P_k}{N_0} \right) , \tag{6.22}$$

où $\mathcal{S}_u$ est le jeu des indices des sous-porteuses attribuées à l'utilisateur u et γ_u la marge associée à cet utilisateur. Dans la suite, le jeu des indices de l'ensemble des sous-porteuses sera noté $\mathcal{H} = [1 \cdots N]$. Les algorithmes d'allocation ont donc pour mission supplémentaire de rechercher les sous-ensembles $\mathcal{S}_u \subset \mathcal{H}$ qui permettent de respecter la stratégie de gestion des ressources. Dans un système réel, notons que l'objectif n'est pas de maximiser le débit (resp. la marge) total du système, mais plutôt de chercher à maximiser les débits individuels R_u (resp. les marges individuelles γ_u) de chaque utilisateur. Cette approche permet de traiter les différents utilisateurs de manière équitable. Le problème d'optimisation peut alors s'écrire de manière générique sous la forme d'un problème du *min-max*

$$(P) = \quad \max_{\mathcal{S}_u} \min_{u} \; \eta_u \, , \tag{6.23}$$

en introduisant le paramètre η_u, qui vaut R_u dans le cas de la maximisation du débit, et γ_u dans le cas de la maximisation de la marge. Dans le cas d'une granularité finie, on pourra plutôt définir le paramètre $\dot{\eta}_u$, relatif aux quantités $\dot{R}_u$ et $\dot{\gamma}_u$. La recherche de la solution optimale à un problème d'optimisation comme celui-ci nécessite la mise en œuvre de procédures récursives de forte complexité, non compatibles avec la réalité des contraintes d'implémentation. On comprend en effet que le nombre de combinaisons de sous-porteuses qu'il est possible de former à partir de l'ensemble des sous-porteuses disponibles atteint des sommets qui rendent impraticable une recherche exhaustive du partage optimal du spectre. Aussi est-il préférable d'opter pour une solution sous-optimale mais réaliste en terme de temps de calcul, à l'image de celle proposée par Rhee et Cioffi dans [117]. L'algorithme qui y est présenté réalise un partage équitable du spectre entre utilisateurs en terme de capacité. En s'inspirant de cet algorithme, une solution adaptée au problème générique (6.23) peut alors facilement être développée.

L'algorithme modifié est proposé figure 6.5. Les étapes ont été décrites dans le cas d'une granularité infinie mais sont immédiatement transposables au cas d'une granularité finie en remplaçant η_u par son homologue $\dot{\eta}_u$. L'idée générale de l'algorithme est d'attribuer les différentes sous-porteuses du spectre une par une aux différents utilisateurs actifs, de manière à ce que chacun puisse tour à tour accroître la valeur de son paramètre η_u. Après l'étape d'initialisation, la première opération est d'attribuer une première sous-porteuse à chaque utilisateur. Le cœur de la procédure, décrite à l'étape 3, consiste alors à distribuer les $N - U$ sous-porteuses restantes de façon itérative en choisissant toujours l'utilisateur le plus défavorisé à l'itération en cours, c'est-à-dire celui présentant le paramètre η_u le

1. Initialisation
  a. $\mathcal{H} = [1 \cdots N]$, $\forall u \ \mathcal{S}_u = \emptyset$, $\forall u \ \eta_u = 0$;
2. Pour $u \in [0 \cdots U-1]$
  a. $\underline{k} = \arg \ \max_k \ |h_{k,u}|^2$, $\forall k \in \mathcal{H}$;
  b. $\mathcal{S}_u = \mathcal{S}_u + \{\underline{k}\}$, $\mathcal{H} = \mathcal{H} - \{\underline{k}\}$;
  d. calcul de η_u sur $\mathcal{S}_u$;
3. Tant que $\mathcal{H} \neq \emptyset$
  a. $\underline{u} = \arg \ \min_u \ \eta_u$, $\forall u$;
  b. $\underline{k} = \arg \ \max_k \ |h_{k,\underline{u}}|^2$, $\forall k \in \mathcal{H}$;
  c. $\mathcal{S}_{\underline{u}} = \mathcal{S}_{\underline{u}} + \{\underline{k}\}$, $\mathcal{H} = \mathcal{H} - \{\underline{k}\}$;
  d. calcul de $\eta_{\underline{u}}$ sur $\mathcal{S}_{\underline{u}}$;

FIG. 6.5 – Algorithme de maximisation du paramètre η_u en DMT dans un contexte multiutilisateur en liaison point-à-multipoint.

plus faible. Notons qu'à chaque nouvelle attribution de sous-porteuse, on choisit celle de plus forte puissance parmi les sous-porteuses encore disponibles dans $\mathcal{H}$. De même, la valeur du paramètre η_u est actualisée en exploitant les solutions développées en contexte mono-utilisateur, à savoir les équations (6.11), (6.18), (6.12) et (6.21), selon les contextes d'optimisation. Bien entendu, l'algorithme s'achève lorsque toutes les sous-porteuses ont été attribuées.

L'algorithme ainsi présenté permet d'adapter le problème d'allocation des ressources au contexte multiutilisateur. Comme nous l'avons déjà évoqué, cet algorithme constitue une solution sous-optimale au problème du *minmax*. La raison en est que l'approche exploitée ici est de type *greedy*, à savoir qu'il s'agit d'une procédure qui cherche à allouer pas à pas une partie de la ressource de manière à contribuer au mieux à la maximisation de la fonction considérée. Or, il est clair que l'attribution d'une sous-porteuse donnée à un utilisateur u empêche tout autre utilisateur d'exploiter cette même sous-porteuse. Ainsi, lors des itérations suivantes, le choix des sous-porteuses se restreint puisqu'il dépend des choix antérieurs effectués. Cette dépendance est la raison du caractère sous-optimal de l'approche *greedy* [113].

6.3 Conclusion

Ce chapitre nous a permis d'introduire les différents principes exploités dans les problèmes d'optimisation des ressources, avec en particulier les notions de modulations adaptatives et de marge de bruit. Le cas pratique de la DMT, utilisé par la suite comme référence, a été étudié et les algorithmes relatifs à l'optimisation du débit et de la marge ont été adaptés au contexte de l'étude. Plus précisément, nous avons pris en compte les contraintes de notre système dans l'élaboration des algorithmes d'allocation, à savoir la limitation de la DSP et l'utilisation d'ordres entiers de modulations. Nous avons ainsi pu mettre en évidence que la puissance disponible ne pouvait pas être entièrement exploitée par la DMT lors de la maximisation du débit en granularité finie. De même, nous avons vu que la limitation des ordres de modulation ne permet pas de maximiser correctement la marge

de bruit. Ces aspects vont être au cœur des discussions dans le chapitre suivant. Enfin, ajoutons que nous nous sommes inspirés de l'algorithme initialement proposé par Rhee et Cioffi pour apporter une solution générale aux problèmes de maximisation en contexte multiutilisateur point-à-multipoint.

Chapitre 7

Optimisation de l'allocation des ressources en mode SS-MC-MA

DANS CE DERNIER chapitre nous allons chercher à appliquer les principes d'allocation dynamique des ressources au système SS-MC-MA proposé. L'objectif est de mettre au point des algorithmes similaires à ceux développés dans le chapitre précédent. Dans un premier temps, nous allons revenir sur la description du système SS-MC-MA en s'attachant à définir ses degrés de liberté et à déterminer sa capacité. Les deux paragraphes suivants seront dédiés au développement des nouveaux algorithmes d'allocation, dans le cadre d'une optimisation du débit et de la marge, respectivement. Pour faciliter la compréhension des développements entrepris, nous allons procéder à un découpage en sous-problèmes de l'étude du système global. Dans un dernier temps, nous nous attarderons à évaluer les performances des algorithmes mis en œuvre, et en particulier à comparer les résultats à ceux obtenus avec un système DMT.

7.1 L'allocation des ressources pour le système proposé

7.1.1 Le système et ses degrés de liberté

Pour mener à bien l'étude sur l'allocation des ressources, commençons par nous concentrer sur la structure de l'émetteur SS-MC-MA. La figure 7.1 propose une représentation de cet émetteur, mettant en évidence les différentes opérations intervenant lors du paramétrage d'un signal SS-MC-MA. Nous avons déjà vu dans la première partie du document qu'il s'agit là d'un système multibloc pour lequel les utilisateurs sont multiplexés dans le domaine des fréquences et les données dans le domaine des codes. Comme cela est mis en évidence sur la figure, l'organe d'allocation dynamique des ressources vient configurer le système en fonction de la connaissance de l'état du canal (CSI — *channel state information*). Cette connaissance sera supposée parfaite dans la suite de l'étude. Elle comprend non seulement la connaissance de la réponse des différents canaux mais aussi la connaissance du niveau des bruits et brouilleurs.

Une représentation schématique d'un exemple de spectre généré par l'émetteur proposé est donnée sur la figure 7.2. Le principe d'allocation en mode SS-MC-MA est alors clairement illustré. Sur ce schéma on retrouve les différents paramètres que l'organe d'allocation a pour mission d'adapter en fonction du canal et des contraintes du système.

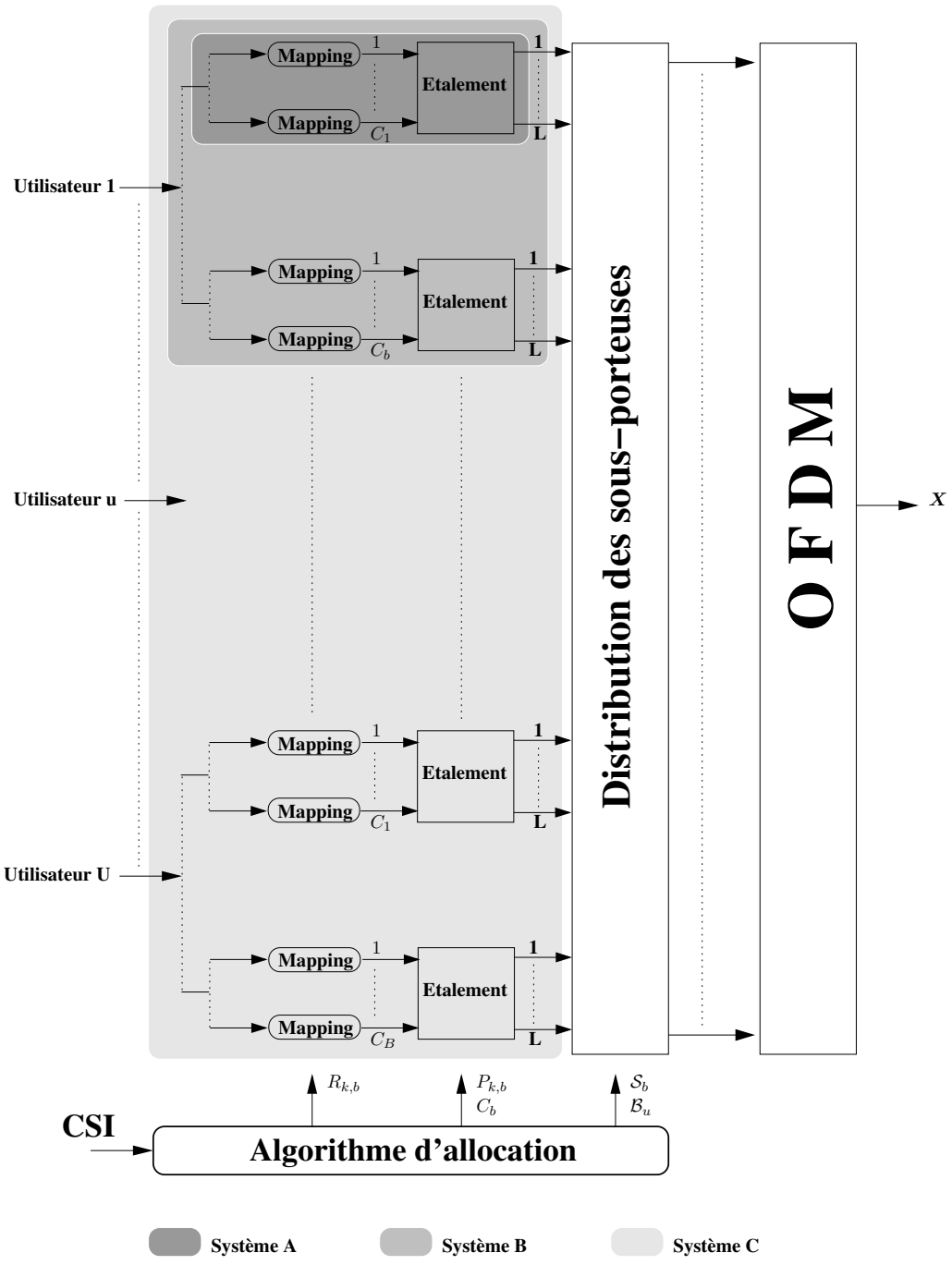


FIG. 7.1 – Schéma représentatif du paramétrage du signal SS-MC-MA par les algorithmes d'allocation dynamique des ressources

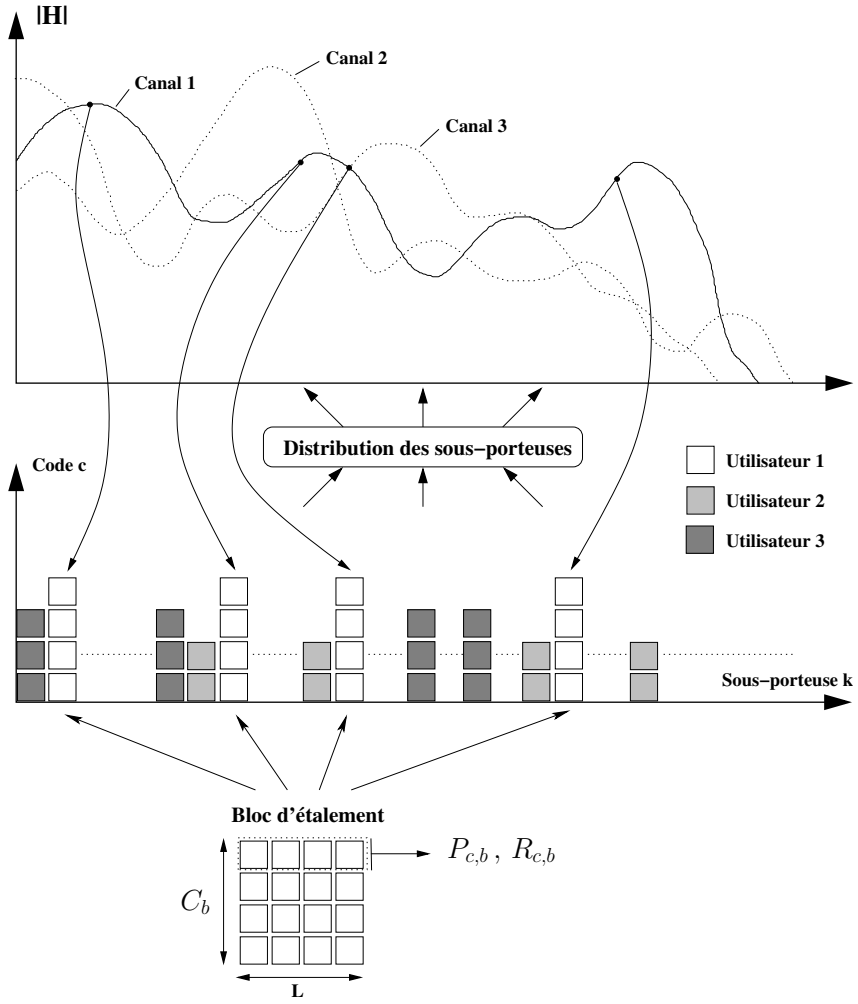


FIG. 7.2 – Principe d'allocation adaptative des ressources dans un système SS-MC-MA multiutilisateur.

Le partage du spectre entre les utilisateurs actifs est également montré. En considérant que la longueur L des séquences d'étalement est constante d'un bloc de sous-porteuses à l'autre, on peut lister les différentes données paramétrables, à savoir

- Le nombre de codes C_b utilisés au sein de chaque bloc b de sous-porteuses ;
- La puissance $P_{c,b}$ attribuée au $c^{\text{ième}}$ code du $b^{\text{ième}}$ bloc ;
- L'ordre de modulation $R_{c,b}$ associé à ce même code ;
- Les jeux $\mathcal{S}_b$ d'indices de sous-porteuses relatifs à chaque bloc b ;
- Les jeux $\mathcal{B}_u$ d'indices de blocs attribués à chaque utilisateur u.

Les séquences d'étalement utilisées sont des séquences orthogonales si bien que le nombre de codes exploitables par bloc de sous-porteuses est tel que $K_b \leq L,\ \forall\, b$. Si l'on ne se restreint pas aux seules constructions de Sylvester, la longueur L de ces séquences peut valoir n'importe quel multiple de 4 [118]. Par ailleurs, on rappelle que les modulations

employées sont des QAM dont l'ordre peut varier[1] de 1 à 10, et donc $R_{c,b} \in [1 \cdots 10]$. La limitation de puissance en DSP s'écrit quant à elle,

$$\sum_{c=1}^{C_b} P_{c,b} \leq \check{P}\,, \tag{7.1}$$

où $\check{P}$ est le niveau de la DSP limite. On rappelle enfin que le nombre B de blocs de sous-porteuses qu'il est possible de former dans le cas d'une longueur d'étalement L est tel que $B = \lfloor \frac{N}{L} \rfloor$.

Pour simplifier l'approche, nous allons considérer trois systèmes de complexité croissante, respectivement appelés sur la figure systèmes A, B et C. Ces systèmes sont mis en évidence sur la figure 7.1. Le système A constitue l'élément de base du système global. Il s'agit d'un système monobloc mono-utilisateur, que l'on peut rapprocher d'un système MC-CDMA dans lequel un seul utilisateur se verrait attribuer tous les codes. Le système B est l'extension du système A au cas d'utilisation de plusieurs blocs de sous-porteuses. Il s'agit donc d'un système multibloc mono-utilisateur que l'on peut qualifier de SS-MC-MA mono-utilisateur. Enfin le système C correspond au système complet de l'étude, à savoir au système multibloc multiutilisateur. La distinction entre ces différents systèmes va permettre d'aborder le problème d'optimisation de manière progressive et didactique.

7.1.2 Information mutuelle du système SS-MC-MA

Comme dans l'étude effectuée dans le chapitre précédent sur l'allocation des ressources en DMT, nous avons besoin ici d'exprimer la fonction f permettant de donner le débit du système considéré en fonction de ses paramètres. Les procédures d'optimisation pourront alors être entreprises à partir de cette expression (cf. 6.1.3). C'est donc encore une fois l'information mutuelle qu'il nous faut déterminer.

7.1.2.1 Choix du critère d'égalisation

Alors que l'information mutuelle était calculée entre les signaux présents avant et après les opérations duales de IFFT et de FFT, on doit ici calculer l'information mutuelle entre les signaux présents avant et après les opérations duales d'étalement et de désétalement. D'après le formalisme mis en place au chapitre 2, le signal reçu après désétalement s'écrit,

$$\boldsymbol{y} = \frac{1}{\sqrt{L}}\underline{\boldsymbol{C}}^H \boldsymbol{G}\boldsymbol{H}\boldsymbol{\mathcal{M}} + \frac{1}{\sqrt{L}}\underline{\boldsymbol{C}}^H \boldsymbol{G}\boldsymbol{b}'\,, \tag{7.2}$$

où l'on rappelle que $\boldsymbol{G}$ est la matrice d'égalisation, et $\boldsymbol{\mathcal{M}}$ est la matrice de *chip mapping* contenant le vecteur de symboles émis $\boldsymbol{x}$. Par ailleurs, $\underline{\boldsymbol{C}}$ représente la matrice globale de désétalement, contenant les matrices d'Hadamard sur sa diagonale, à l'instar de celles utilisées au paragraphe 2.1.2.2.

Comme nous l'avons déjà évoqué au chapitre 3, différentes techniques d'égalisation peuvent être envisagées et sont notamment décrites et étudiées dans [33]. Afin de privilégier la simplicité de mise en œuvre du récepteur, nous nous limitons à des structures

[1] Le cas de la BPSK est particulier car cette modulation présente une marge de bruit légèrement inférieure aux autres modulations d'ordres plus élevés. Nous ne tiendrons cependant pas compte de cette nuance dans la suite de l'étude.

d'égalisation simples nécessitant une simple multiplication complexe par sous-porteuse. Deux méthodes de détection, qualifiées de mono-utilisateur, peuvent alors être envisagées, qui sont la technique ZF et la technique MMSE. La première consiste à inverser les coefficients du canal de manière à compenser totalement l'atténuation qu'ils introduisent et ainsi annuler totalement l'interférence entre les codes d'étalement mais au prix d'une augmentation du bruit. La seconde réalise un compromis entre la minimisation des interférences et l'augmentation du facteur de bruit. Le coefficient d'égalisation g_k associé à chacune des deux approches s'écrit pour la sous-porteuse k

$$\text{ZF} \qquad g_k = \frac{1}{H_k} \quad \forall\, k\,, \tag{7.3}$$

$$\text{MMSE} \qquad g_k = \frac{\bar{H}_k}{|H_k|^2 + \frac{N_0}{P_k}} \quad \forall\, k\,. \tag{7.4}$$

Il est certes connu que le critère du MMSE offre les meilleures performances, mais nous montrons en annexe C que son application conduit à une expression de l'information mutuelle plus complexe que dans le cas du ZF. Par suite, on s'attend à ce que la dérivation des algorithmes d'allocation soit plus délicate à obtenir en partant du critère du MMSE que de celui du ZF. Cette étude représentant une première contribution à ce type d'approche, nous choisissons de nous concentrer sur le cas du ZF, qui va probablement permettre d'obtenir des algorithmes simples à mettre en œuvre. Dans la suite, la matrice $\boldsymbol{G}$ sera donc diagonale telle que $\boldsymbol{G} = \boldsymbol{H}^{-1}$.

7.1.2.2 Système A

Nous allons tout d'abord nous intéresser à l'information mutuelle du système élémentaire A. Puisque ce système n'exploite qu'un seul bloc de sous-porteuses, l'indice de bloc b sera omis dans ce paragraphe et l'on considèrera les indices de sous-porteuses k tels que $k \in [0 \cdots L-1]$. En appliquant une égalisation ZF sur le vecteur reçu en sortie de la démodulation OFDM, on obtient

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{x} + \frac{1}{\sqrt{L}} \boldsymbol{C}_{L,C}^{H} \boldsymbol{H}^{-1} \boldsymbol{b}'\,. \tag{7.5}$$

où $\boldsymbol{C}_{L,C}$ désigne la matrice d'étalement, de dimension $L \times C$ dans le cas général où seulement C codes sur L sont exploités. Notons que les vecteurs $\boldsymbol{x}$ et $\boldsymbol{y}$ sont de taille C, dans ce même cas général. Les deux processus $\boldsymbol{x}$ et $\boldsymbol{y}$ étant conjointement gaussiens, l'expression de l'information mutuelle qui leur est relative vaut alors [78],

$$\mathcal{I} = \frac{1}{2}\ \log_2\ \det\left[\boldsymbol{I} - \boldsymbol{R}_{\mathrm{X,Y}} \boldsymbol{R}_{\mathrm{Y}}^{-1}\right]\,. \tag{7.6}$$

où $\boldsymbol{R}_{\mathrm{X,Y}}$ est la matrice de covariance des vecteurs $\boldsymbol{x}$ et $\boldsymbol{y}$, et $\boldsymbol{R}_{\mathrm{Y}}$ est la matrice d'autocovariance de $\boldsymbol{y}$. Le développement de la matrice $\boldsymbol{R}_{\mathrm{X,Y}}$ donne

$$\begin{aligned} \boldsymbol{R}_{\mathrm{Y}} &= \mathrm{E}\left[\boldsymbol{y}\boldsymbol{y}^{H}\right] \\ &= \boldsymbol{R}_{\mathrm{X}} + \frac{1}{L}\ \mathrm{E}\left[\boldsymbol{C}^{H} \boldsymbol{H}^{-1} \boldsymbol{b}' \boldsymbol{b}'^{H} \boldsymbol{H}^{-H} \boldsymbol{C}\right] \\ &= \boldsymbol{R}_{\mathrm{X}} + \frac{N_0}{L}\ \sum_{k=0}^{L-1} \frac{1}{|H_k|^2}\ \boldsymbol{I}_C \end{aligned} \tag{7.7}$$

avec $\boldsymbol{I}_C$ la matrice identité de taille $C \times C$. Par ailleurs

$$\boldsymbol{R}_{\mathrm{X,Y}} = \mathrm{E}\left[\boldsymbol{x}\boldsymbol{y}^H\right] = \boldsymbol{R}_{\mathrm{X}} \tag{7.8}$$

puisque le bruit est centré par hypothèse. Le calcul de l'information mutuelle donne alors

$$\begin{aligned}\mathcal{I} &= \frac{1}{2}\ \log_2\ \det\left[\boldsymbol{I}_C - \boldsymbol{R}_{\mathrm{X}}\left(\boldsymbol{R}_{\mathrm{X}} + N_0 \sum_k \frac{1}{|H_k|^2}\ \boldsymbol{I}_C\right)^{-1}\right]^{-1}, \\ &= \frac{1}{2}\ \log_2\ \det\left[\boldsymbol{I}_C + \frac{L}{\sum_k \frac{1}{|H_k|^2}}\ \frac{1}{N_0}\ \boldsymbol{R}_{\mathrm{X}}\right]. \end{aligned} \tag{7.9}$$

Dans le cas général où la puissance P_c attribuée à chaque symbole de modulation peut être différente, la matrice de covariance de $\boldsymbol{x}$ est diagonale d'élément P_k. La puissance attribuée à un symbole donné peut être exprimée comme la somme des L puissances des L chips du code associé à ce symbole après étalement. Ainsi on a $P_k = LP_c$. Finalement, il vient

$$\mathcal{I}^{(\mathrm{A})} = \frac{1}{2} \sum_{c=0}^{C-1} \log_2 \left(1 + \frac{L^2}{\sum_k \frac{1}{|H_k|^2}}\ \frac{P_c}{N_0}\right). \tag{7.10}$$

En somme, l'information mutuelle du système s'exprime comme la somme des informations mutuelles relatives à chaque séquence d'étalement. Ce résultat est logique puisque l'on utilise des codes orthogonaux qui permettent de voir le système comme la mise en parallèle dans l'espace des codes de sous-systèmes indépendants.

7.1.2.3 Système B

Dans ce système, la dimension multibloc est ajoutée si bien que l'information mutuelle peut s'écrire comme la somme des informations mutuelles de plusieurs systèmes A multiplexés en fréquence. En définissant des jeux de sous-porteuses $\mathcal{S}_b$ relatifs à ce multiplexage, et en réintroduisant les indices de blocs b, on obtient

$$\mathcal{I}^{(\mathrm{B})} = \frac{1}{2} \sum_{b=0}^{B-1} \sum_{c=0}^{C_b-1} \log_2 \left(1 + \frac{L^2}{\sum_{k\in\mathcal{S}_b} \frac{1}{|H_k|^2}}\ \frac{P_{c,b}}{N_0}\right). \tag{7.11}$$

On note que si l'on choisit $L = C = 1$ et $B = N$, le résultat obtenu donne l'information mutuelle d'un système DMT mettant en œuvre une détection ZF. Remarquons que cette information mutuelle est équivalente à celle obtenue pour la forme d'onde de la DMT, ce qui signifie que l'application du critère ZF ne modifie pas la capacité du système DMT. On peut finalement voir la DMT comme un cas particulier du système B au cas où le

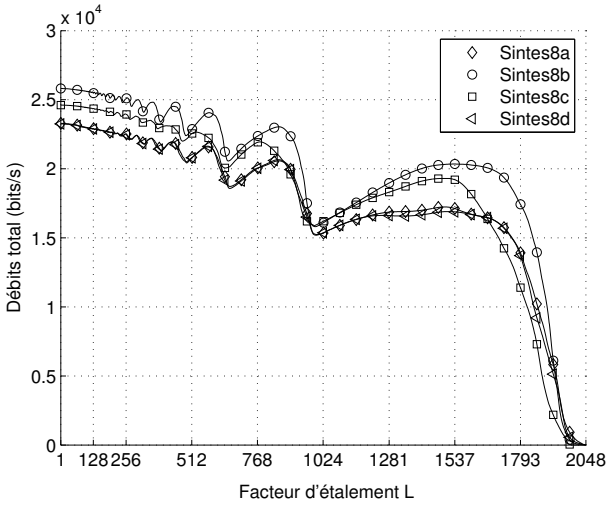


FIG. 7.3 – Évolution de l'information mutuelle en fonction du facteur d'étalement pour un SNR de 20 dB.

facteur d'étalement est nul.

Il est intéressant de constater que les deux systèmes vont présenter la même information mutuelle lorsque le canal est plat en fréquence, soit pour H_k constant. Pour toutes les autres configurations, on peut montrer que l'information mutuelle de la DMT est supérieure à celle du système B avec $L \neq 1$. Pour s'en convaincre, la figure 7.3 donne les informations mutuelles obtenues avec un système SS-MC-MA en fonction du facteur d'étalement pour les canaux *Sintes8a, Sintes8b, Sintes8c* et *Sintes8d*. Pour tracer ces courbes, nous avons choisi $C_b = L, \ \forall\, b$ et $P_{c,b} = \check{P}/L, \ \forall\, c, b$, ce qui correspond au cas optimal, comme nous le verrons par la suite. Comme précédemment, les sous-porteuses ont été classées par ordre décroissant d'amplitude pour former les blocs. Nous verrons plus loin que ces choix sont pertinents. On vérifie immédiatement que les résultats atteignent leur maximum pour $L = 1$. La décroissance est modérée pour $L < 256$, valeur pour laquelle la perte n'est limitée qu'à 5 % en moyenne. Pour des facteurs d'étalement plus élevés, les débits sont fortement diminués, bien que la tendance ne soit pas monotone en raison des caractéristiques des canaux. Lorsque L est trop grand, les débits s'effondrent pour ne représenter qu'un pourcentage très faible de ce que peut transmettre la DMT.

Si l'on se borne à ces résultats, la solution la plus favorable est alors de choisir $L = 1$ si bien que le système SS-MC-MA proposé ne semble finalement apporter aucun intérêt en terme de débits réalisables. Il faut cependant garder à l'esprit que ces résultats ne sont valables que dans le cas purement théorique de débits définis en granularité infinie. En menant l'étude en granularité finie, nous allons montrer que les conclusions sont tout autres.

7.1.2.4 Système C

L'extension au système final est immédiate, puisqu'il s'agit là d'un simple partage du spectre entre les différents utilisateurs maintenant considérés. Autrement dit, l'information

mutuelle du système B va être partagée entre plusieurs utilisateurs. On arrive finalement au résultat suivant

$$\mathcal{I}^{(\mathrm{C})} = \frac{1}{2} \sum_{u=0}^{U-1} \sum_{b \in \mathcal{B}_u} \sum_{c=0}^{C_b-1} \log_2 \left(1 + \frac{L^2}{\sum_{k \in \mathcal{S}_b} \frac{1}{|H_{k,u}|^2}} \frac{P_{c,b}}{N_0} \right), \tag{7.12}$$

où l'on rappelle que $H_{k,u}$ est le coefficient d'atténuation de la $k^{\text{ième}}$ sous-porteuse du canal associé à l'utilisateur u. Comme précédemment, le cas $L = 1$ permet de retrouver l'information mutuelle d'un système DMT multiutilisateur, avec multiplexage fréquentiel de ces utilisateurs.

7.2 Optimisation du débit

Le paragraphe précédent a permis d'introduire les fonctions f utiles aux développements des différents problèmes d'optimisation traités dans cette étude. Nous allons commencer par nous intéresser à l'optimisation de la répartition des ressources suivant le critère de maximisation du débit. Les contraintes considérées sont la limitation de DSP et l'ordre entier des modulations. Nous considèrerons que le masque de puissance définit une DSP plate de niveau $\check{P}$. Cela signifie que les algorithmes composeront uniquement avec les sous-porteuses des bandes « autorisées », les sous-porteuses des bandes dites « interdites » étant tout simplement écartées[(2)]. Enfin, on supposera que le taux d'erreur cible du système est donné par les contraintes de QoS. Nous allons traiter le problème d'optimisation de façon progressive en s'intéressant tour à tour aux trois systèmes introduits précédemment.

Précisons que l'optimisation du système A a fait l'objet d'études antérieures au sein du laboratoire dans le contexte des transmissions xDSL [119]. Les algorithmes alors développés constituent des résultats majeurs permettant de donner la répartition optimale des bits et des énergies en mode MC-CDMA au sein d'un bloc de sous-porteuses données. L'approche suivie étant particulièrement novatrice, nous nous proposons d'en faire le rappel ici. Les principes décrits serviront en outre de point de départ au reste de l'étude, qui constitue une extension de l'approche aux cas des systèmes B et C.

7.2.1 Contexte monobloc et mono-utilisateur : système A

En tenant compte de la marge de SNR Γ relative aux modulations QAM, le problème de l'optimisation au sens du débit réalisable, s'écrit

$$(P) \quad \begin{cases} \max\limits_{\mathcal{S}, C, P_c \, \forall c} \displaystyle\sum_{c=0}^{C-1} \log_2 \left(1 + \frac{1}{\Gamma} \frac{L^2}{\displaystyle\sum_{k \in \mathcal{S}} \frac{1}{|H_k|^2}} \frac{P_c}{N_0} \right), \\ \text{sous la contrainte,} \quad \displaystyle\sum_{c=0}^{C-1} P_c \leq \check{P}, \end{cases} \tag{7.13}$$

[(2)] Remarquons que la DSP tolérée sur ces bandes n'est de toute façon pas suffisante pour permettre la transmission d'un débit significatif.

où $R \in \mathbb{R}^+$ dans le cas de la granularité infinie, et $R \in \mathbb{N}$ dans le cas de la granularité finie. La marge de bruit γ est prise égale à 1 puisque l'objectif est ici de maximiser le débit. La seule marge de SNR permet de vérifier la contrainte sur la probabilité d'erreur symbole. Il nous faut donc déterminer la stratégie de sélection du sous-ensemble $\mathcal{S}$, le nombre de codes C à exploiter, ainsi que la politique $\mathcal{P}$ de répartition de la puissance entre ces codes. Cette dernière conduira de manière univoque à la politique $\mathcal{R}$ de répartition des bits R_c sur l'ensemble des codes.

7.2.1.1 Choix des sous-porteuses

La stratégie de choix des sous-porteuses, qui conduit à une maximisation du débit du système, s'obtient très simplement. On remarque en effet que la fonction à maximiser, décrite en (7.13), est une fonction décroissante de la somme des puissances inverses relatives aux sous-porteuses. Cela implique que le meilleur choix est celui qui minimise

$$\sum_{k \in \mathcal{S}} \frac{1}{|H_k|^2} \,.$$

Ainsi, la stratégie à adopter consiste tout simplement à sélectionner les L sous-porteuses de plus fortes amplitudes $|H_k|$, parmi les N disponibles. Il est effectivement logique que le débit soit maximisé en exploitant les meilleures sous-porteuses du spectre. Nous noterons $\mathcal{S}^*$ le jeu de sous-porteuses ainsi constitué. La politique de sélection des sous-porteuses est donc la suivante

$$\{ \quad \mathcal{S}: \quad \mathcal{S}^* = \{k\}\,, \quad tq. \quad |H_k| \geq |H_l| \;\forall\, l \notin \mathcal{S}^* \,. \tag{7.14}$$

7.2.1.2 Optimisation en granularité infinie

À partir du jeu de sous-porteuses sélectionnées, nous pouvons à présent résoudre le problème d'optimisation (7.13). Pour simplifier les écritures, posons

$$\alpha = \frac{L^2}{\sum\limits_{k \in \mathcal{S}^*}^{L} \frac{1}{|H_k|^2}} \; \frac{1}{\Gamma\, N_0} \,. \tag{7.15}$$

En mettant en œuvre la méthode des multiplicateurs de Lagrange, il est possible de déterminer la répartition optimale de la puissance sur les C codes utilisés. En introduisant le multiplicateur λ, le Lagrangien appliqué au problème d'optimisation sur P_k s'écrit

$$L(P_c, \lambda) = \sum_{c=0}^{C-1} \log_2(1 + \alpha P_c) + \lambda \sum_{c=0}^{C-1} P_c - \lambda\, \check{P} \,, \tag{7.16}$$

dont l'annulation de la dérivée conduit à

$$P_c = -\frac{1}{\lambda \ln_2} - \frac{1}{\alpha} \,. \tag{7.17}$$

En exploitant à présent l'équation de contrainte, on aboutit à la solution

$$P_c = \frac{P}{C} \qquad \forall\, c \,, \tag{7.18}$$

qui pouvait être immédiatement trouvée en remarquant que P_c était indépendant de c dans (7.17). De cette première étape, on conclut que la puissance totale doit être répartie de façon équitable entre les différentes séquences d'étalement. Par voie de conséquence, on déduit que le débit total transmis devra lui aussi être équitablement réparti entre les codes. La question à laquelle il faut à présent apporter une réponse concerne le nombre optimal de codes qu'il faut exploiter pour maximiser le débit. Pour cela, exprimons le débit atteint avec C codes dans le cas d'une répartition équitable entre les codes de la ressource en puissance, soit

$$R = C \ \log_2 \left(1 + \alpha \frac{\check{P}}{C} \right) . \tag{7.19}$$

Il s'agit là d'une fonction strictement croissante pour $C > 0$, ce qui implique que R est maximal pour C maximal. L'utilisation de codes orthogonaux impose une limite au nombre de codes disponibles et l'on conclut que le nombre optimal de codes est $C^* = L$. Finalement, le débit maximal atteint par le système A en granularité infinie est

$$R^* = L \ \log_2 \left(1 + \frac{1}{\Gamma} \frac{L}{\displaystyle\sum_{k \in \mathcal{S}^*} \frac{1}{|H_k|^2}} \frac{\check{P}}{N_0} \right) . \tag{7.20}$$

Les politiques d'allocation des ressources en granularité infinie peuvent alors être énoncées comme suit

$$R^* \iff \begin{cases} \mathcal{P} : & \forall\, c \in [0 : L-1] \quad P_c^* = \check{P}/L \,, \\ \mathcal{R} : & \forall\, c \in [0 : L-1] \quad R_c^* = R^*/L \,. \end{cases} \tag{7.21}$$

Notons que l'on atteint de cette manière la capacité du système A.

7.2.1.3 Optimisation en granularité finie

Si l'on restreint à présent les ordres de modulations au corps des entiers, les politiques précédentes ne peuvent plus être appliquées et la procédure d'optimisation doit être repensée. Si l'on arrondit par défaut les débits alloués par la solution en granularité infinie, on arrive à $R_c = \lfloor R^*/L \rfloor \ \forall\, c$. On peut facilement montrer que cette solution respecte la contrainte en puissance, puisque le débit total atteint est inférieur à la capacité du système. On comprend alors que l'on peut envisager d'accroître le débit de certains codes, dans la mesure où la contrainte en puissance reste respectée. Une procédure itérative pourrait être mise en œuvre pour cela, permettant d'augmenter pas à pas le débit total. Nous allons cependant développer une expression mathématique permettant de donner une solution directe au problème.

Au regard des résultats obtenus, on comprend en effet intuitivement qu'une allocation optimale des ressources doit aller dans le sens d'une répartition la plus homogène possible du débit sur l'ensemble des codes, dans la limite de ce qu'autorise le degré de granularité. Aussi peut-on conjecturer que l'accroissement du débit à partir d'un état où tous les codes véhiculent $R_c = \lfloor R^*/L \rfloor$ bits va conduire à une répartition du débit telles que $\lfloor R^*/L \rfloor + 1$ bits sont alloués à n codes et $\lfloor R^*/L \rfloor$ bits aux $L - n$ codes restants. Il faut alors démontrer

que cette solution constitue effectivement la meilleure stratégie de répartition du débit. D'autre part la valeur de n doit également être déterminée. Ces résultats sont issus de travaux antérieurs à cette thèse [119] mais sont rappelés ici parce qu'ils contribuent à la compréhension du reste de l'étude.

Commençons par prouver que la répartition des débits proposée est optimale, c'est-à-dire qu'elle minimise la puissance de transmission. Pour cela, montrons qu'aucune autre répartition ne permet d'utiliser une puissance plus faible. On notera $\mathcal{R}^*$ la politique d'allocation des bits proposée et $\mathcal{R}$ toute autre politique. À partir de l'expression (7.10), on peut exprimer la puissance totale dépensée par

$$P = \sum_{c=0}^{L-1} P_c = \frac{1}{\alpha} \sum_{c=0}^{L-1} \left(2^{R_c} - 1\right) , \tag{7.22}$$

en reprenant pour α la définition de l'équation (7.15). Ainsi, la preuve se réduit à démontrer que la répartition proposée minimise la fonction $z(\mathcal{R}) = \sum_c 2^{R_c}$, soit encore que toute autre politique $\mathcal{R}$ conduit à $\Delta z = z(\mathcal{R}^*) - z(\mathcal{R}) < 0$. Il faut donc envisager toutes les permutations de bits possibles à partir de la répartition $\mathcal{R}^*$. Les quatre cas suivants, où $i \neq j$, permettent en réalité de traiter tous les cas de permutations,

$$\begin{cases} R_i = q & \rightarrow & q+a \\ R_j = q & \rightarrow & q-a \end{cases} , \qquad \begin{cases} R_i = q+1 & \rightarrow & q+1+a \\ R_j = q+1 & \rightarrow & q+1-a \end{cases} ,$$

$$\begin{cases} R_i = q & \rightarrow & q+a \\ R_j = q+1 & \rightarrow & q+1-a \end{cases} , \qquad \begin{cases} R_i = q+1 & \rightarrow & q+1+a \\ R_j = q & \rightarrow & q-a \end{cases} ,$$

avec $a \geq 1$ et $q = \lfloor R^*/L \rfloor$. En calculant Δz pour chaque cas de figure, on arrive aux expressions suivantes,

$$\begin{cases} \Delta z = 2^q - 2^{q+a} + 2^q - 2^{q-a} = -2^{q-a}\left(2^{a+1}(2^{a-1}-1)+1\right) \\ \Delta z = 2^{q+1} - 2^{q+1+a} + 2^{q+1} - 2^{q+1-a} = -2^{q+1-a}\left(2^{a+1}(2^{a-1}-1)+1\right) \\ \Delta z = 2^q - 2^{q+a} + 2^{q+1} - 2^{q+1-a} = -2^{q+1-a}\left(2^{a-1}(2^a-3)+1\right) \\ \Delta z = 2^{q+1} - 2^{q+1+a} + 2^q - 2^{q-a} = -2^{q-a}\left(2^{a+1}(2^a-3)+1\right) \end{cases} \tag{7.23}$$

On trouve alors que $\Delta z \leq 0$ pour $a \geq 1$. Lorsque l'égalité est obtenue, on vérifie que l'on a $\mathcal{R} = \mathcal{R}^*$, ce qui signifie que deux codes ont échangé leur débit. Pour les autres cas, la dépense en puissance est supérieure après permutation qu'avant. On conclut donc que la politique $\mathcal{R}^*$ donne la meilleure répartition des bits au sens d'une dépense de puissance minimale. Cherchons à présent à trouver la valeur de n qui maximise le débit tout en respectant le masque de puissance. L'idée est alors de trouver le plus grand n qui vérifie l'inéquation

$$\check{P} - \sum_c P_c = \frac{L}{\alpha}\left(2^{R^*/L} - 1\right) - \frac{n}{\alpha}\left(2^{\lfloor R^*/L \rfloor + 1} - 1\right) - \frac{L-n}{\alpha}\left(2^{\lfloor R^*/L \rfloor} - 1\right) \geq 0 . \tag{7.24}$$

On trouve alors rapidement que

$$n \leq L\left(2^{R^*/L - \lfloor R^*/L \rfloor} - 1\right) . \tag{7.25}$$

Comme n est entier, la valeur maximale que peut prendre n vaut $\lfloor L\left(2^{R^*/L-\lfloor R^*/L\rfloor}-1\right)\rfloor$.

Nous avons ici démontré que la répartition de débit intuitivement proposée est optimale, et surtout, nous avons obtenu le ratio entre le nombre de codes véhiculant $\lfloor R^*/L\rfloor$ et $\lfloor R^*/L\rfloor+1$ bits. À partir de cette répartition, l'allocation des puissances se déduit simplement en appliquant la relation (7.22). On peut alors énoncer la politique d'allocation des ressources comme suit

$$\dot{R}^* \iff \begin{cases} \mathcal{R}: & \forall\, c\in[0:n-1] \quad \dot{R}_c^* = \lfloor R^*/L\rfloor + 1\,, \\ & \forall\, c\in[n:L-1] \quad \dot{R}_c^* = \lfloor R^*/L\rfloor\,, \\ & \text{avec,} \quad n=\lfloor L\left(2^{R^*/L-\lfloor R^*/L\rfloor}-1\right)\rfloor \\ \\ \mathcal{P}: & \forall\, c\in[0:L-1] \quad \dot{P}_c^* = \dfrac{\Gamma}{L^2}\displaystyle\sum_{k\in\mathcal{S}^*}\dfrac{N_0}{|H_k|^2}\,\left(2^{\dot{R}_c^*}-1\right)\,. \end{cases} \tag{7.26}$$

Notons que la procédure nécessite le calcul de simplement deux valeurs de débit et de deux valeurs de puissance pour réaliser l'allocation de l'ensemble des codes. Le débit total atteint par le système A vaut donc finalement,

$$\dot{R}^* = \left(\lfloor L(2^{R^*/L-\lfloor R^*/L\rfloor}-1)\rfloor\right)(\lfloor R^*/L\rfloor+1) + \left(L-\lfloor L(2^{R^*/L-\lfloor R^*/L\rfloor}-1)\rfloor\right)(\lfloor R^*/L\rfloor)\,.$$

Remarquons que l'on a $\dot{R}^*\leq R^*$, où l'égalité est obtenue pour $R^*/L\in\mathbb{N}$. Cela signifie que la capacité du système A n'est pas atteinte en granularité finie, tout comme c'était le cas en DMT. Nous verrons cependant que la différence entre la capacité et le débit réalisé n'atteint pas les même proportions dans les deux systèmes. D'autre part, le système fonctionne toujours à pleine charge, sauf lorsque l'on a $R^*/L<L$, auquel cas certains codes se voient attribuer un débit nul. Le nombre de codes utilisés est alors $C=L-\lfloor L\left(2^{R^*/L-\lfloor R^*/L\rfloor}-1\right)\rfloor$.

Remarque

Il est intéressant de voir que la politique d'allocation de la puissance proposée fournit la quantité exacte de puissance à chaque code, pour que le débit qui lui est associé puisse être transmis avec la probabilité d'erreur cible. Étant donné que l'on a $\dot{R}^*\leq R^*$, la capacité n'est pas atteinte et la dépense en puissance reste en deçà de la limite de DSP, ce qui signifie que la totalité de la puissance disponible n'est pas exploitée. On déduit de cela que le même débit $\dot{R}^*$ aurait pu être transmis sur un jeu de sous-porteuses d'amplitudes légèrement moins fortes, en utilisant en revanche la totalité de la puissance autorisée. Autrement dit, lorsque la granularité est finie, il existe d'autres ensembles, notés $\dot{\mathcal{S}}^*$, que l'ensemble $\mathcal{S}^*$, qui permettent eux aussi d'atteindre le maximum de débit. Ces ensembles doivent alors respecter les inégalités suivantes,

$$\sum_{k\in\mathcal{S}^*}\frac{1}{|H_k|^2} \;\leq \sum_{k\in\dot{\mathcal{S}}^*}\frac{1}{|H_k|^2} \;\leq \frac{L^2}{\Gamma N_0}\,\frac{\check{P}}{\displaystyle\sum_{c=0}^{L-1}(2^{\dot{R}_c^*}-1)}\,, \tag{7.27}$$

où le terme de droite est dérivé de l'équation (7.22). On vérifie que les égalités sont obtenues lorsque l'on a $\dot{R}^* = R^*$. Le terme de gauche correspond au bloc $\mathcal{S}^*$ formé des indices des meilleures sous-porteuses. La dépense en puissance nécessaire à la transmission du débit $\dot{R}^*$ est alors minimale. Le terme de droite correspond pour sa part au cas de dépense de puissance maximale autorisée, à savoir $P_c = \check{P}$, $\forall\, c$. Les sous-porteuses utilisées dans ce cas présentent des amplitudes plus faibles que celles relatives à $\mathcal{S}^*$. En se plaçant dans cette situation, on pourrait alors envisager d'économiser les bonnes sous-porteuses afin de les exploiter par ailleurs.

7.2.2 Contexte multibloc et mono-utilisateur : système B

Autorisons à présent le système à exploiter plusieurs blocs de sous-porteuses. Le débit pratique est alors celui du système B et le problème d'optimisation s'énonce comme suit,

$$(P) \quad \left\{ \begin{array}{l} \displaystyle\max_{\mathcal{S}_b,\, C_b,\, P_{c,b}\, \forall c,b} \quad \sum_{b=0}^{B-1} \sum_{c=0}^{C_b-1} \log_2 \left(1 + \frac{1}{\Gamma} \frac{L^2}{\displaystyle\sum_{k\in\mathcal{S}_b} \frac{1}{|H_k|^2}} \frac{P_c}{N_0} \right), \\ \\ \text{sous la contrainte,} \quad \forall\, b \ \displaystyle\sum_{c=0}^{C_b-1} P_{c,b} \leq \check{P}\,. \end{array} \right. \tag{7.28}$$

Les algorithmes d'allocation dynamique des ressources doivent alors gérer le partage du spectre en B blocs de sous-porteuses deux-à-deux disjoints, déterminer le nombre de codes C_b à mettre en jeu sur chacun de ces blocs, et donner les politiques de répartition de la puissance et des débits sur ces blocs. Comme précédemment, nous allons d'abord nous intéresser à la constitution des blocs de sous-porteuses.

7.2.2.1 Choix des sous-porteuses

La recherche des meilleurs ensembles de sous-porteuses permettant une maximisation du débit total du système B conduit à la maximisation de la somme des débits de B systèmes de type A. Nous avons vu précédemment que concernant le système A, la solution optimale consiste à choisir les sous-porteuses du bloc utilisé parmi les sous-porteuses de plus fortes amplitudes. Si l'on considère un système B composé de deux blocs, c'est-à-dire équivalent au multiplexage de deux systèmes A sur le même canal, on comprend que le choix du deuxième bloc doit suivre la même stratégie que le premier. Ainsi, les sous-porteuses du deuxième bloc doivent être sélectionnées parmi celles présentant les plus fortes amplitudes au sein des sous-porteuses encore disponibles. Ce principe se généralise par récurrence au cas de B blocs. Une démonstration analytique peut également être développée en étudiant le problème sous la forme d'une maximisation d'une somme de fonctions logarithmiques. Finalement, la politique de répartition des sous-porteuses est la suivante

$$\left\{ \quad \mathcal{S} : \quad \forall\, b\ \mathcal{S}_b^* = \{k\}\,, \quad tq. \quad |H_k| \geq |H_l|\ \forall\, l \in \mathcal{S}_{b'}^*\ ,\ \forall\, b' < b\,. \right. \tag{7.29}$$

Une solution algorithmique pour appliquer cette politique consiste à classer les sous-porteuses par ordre croissant ou décroissant d'amplitude, et de former des blocs adjacents sur les sous-porteuses ordonnancées.

Remarque

Notons que l'hypothèse de départ, utilisée ici pour arriver à cette répartition, est que la solution optimale de sélection pour un bloc isolé consiste à choisir les meilleures sous-porteuses disponibles. D'après la remarque émise au paragraphe précédent, cette hypothèse n'est vraie que dans le cas de la granularité infinie. Aussi la politique de constitution des blocs proposée ici n'est-elle optimale que dans ce même cas. La recherche de la solution optimale en granularité finie impliquerait alors une mise en œuvre d'échanges de sous-porteuses entre blocs.

7.2.2.2 Optimisation en granularité infinie

À partir des résultats obtenus dans le cas du système A, la solution au problème de maximisation du débit du système B est immédiate. De façon évidente en effet, le débit total sur l'ensemble des blocs de sous-porteuses est maximisé par maximimisation des débits individuels de chaque bloc. Dans le cas où les débits autorisés sont définis sur $\mathbb{R}^+$, cela conduit donc aux procédures d'allocation suivantes,

$$R^* \iff \begin{cases} \mathcal{P}: & \forall\, b\,,\ \forall\, c \in [0:L-1]\ P^*_{c,b} = \check{P}/L\,, \\ \mathcal{R}: & \forall\, b\,,\ \forall\, c \in [0:L-1]\ R^*_{c,b} = R^*_b/L\,. \end{cases} \tag{7.30}$$

Le débit R^*_b correspond au débit optimal du bloc b, obtenu en substituant $\mathcal{S}^*$ par $\mathcal{S}^*_b$ dans l'équation (7.20). En somme, la procédure de maximisation du débit se réduit à calculer les B débits maximaux R^*_b de chaque bloc b et à opérer la répartition équitable de ces débits et de la puissance disponible sur l'ensemble des codes de chaque bloc. Dans le cas où $L = 1$, notons que cette procédure est strictement équivalente à celle développée au paragraphe 6.2.2.2 dans le cadre du système DMT. Ajoutons également que si la contrainte était une contrainte en puissance totale et non plus en DSP, la solution au problème d'optimisation serait alors dérivée de l'approche classique du *waterfilling*, adaptée au cas où L est quelconque.

7.2.2.3 Optimisation en granularité finie

L'extension au cas de débits à valeurs entières s'effectue très simplement en appliquant cette fois-ci les résultats obtenus pour le système A en granularité finie. Autrement dit, on réalise B fois la procédure d'optimisation du débit élaborée pour le système A, sur les B blocs du système B. Finalement cette procédure s'écrit,

$$\dot{R}^* \iff \begin{cases} \mathcal{R}: & \forall b\,,\ \forall c \in [0:n_b-1] \quad \dot{R}^*_{c,b} = \lfloor R^*_b/L \rfloor + 1\,, \\ & \forall b\,,\ \forall c \in [n_b:L-1] \quad \dot{R}^*_{c,b} = \lfloor R^*_b/L \rfloor\,, \\ & \text{avec,} \quad n_b = \lfloor L\left(2^{R^*_b/L - \lfloor R^*_b/L \rfloor} - 1\right) \rfloor \\ \\ \mathcal{P}: & \forall b\,,\ \forall c \in [0:L-1] \quad \dot{P}^*_{c,b} = \dfrac{\Gamma}{L^2} \displaystyle\sum_{k \in \mathcal{S}^*_b} \dfrac{N_0}{|H_k|^2} \left(2^{\dot{R}^*_{c,b}} - 1\right)\,. \end{cases} \tag{7.31}$$

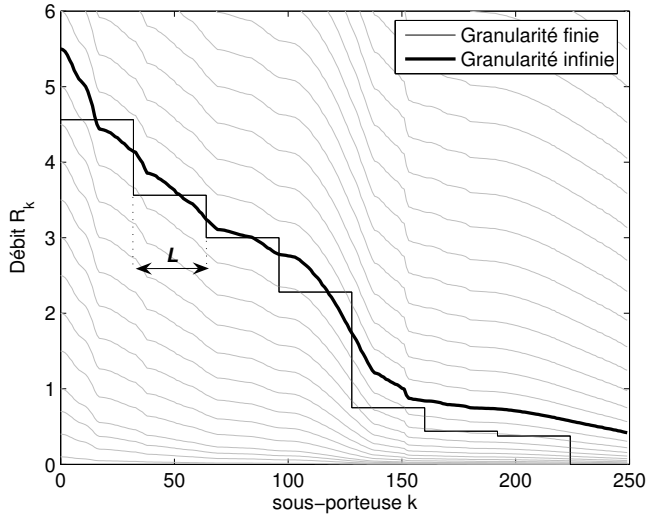


FIG. 7.4 – Comparaison des résultats d'allocation des bits en granularité infinie et finie, dans le cadre de la maximisation du débit du système B pour une limitation en DSP donnée. Le facteur d'étalement choisi est $L = 32$.

Il est possible de voir que pour $L = 1$, on retrouve la solution développée dans le cas de la DMT au paragraphe 6.2.2.2. En effet, on a dans ce cas $n_b = 0$, et donc $\dot{R}^*_{c,b} = \dot{R}^*_k = \lfloor R^*_k \rfloor$, ainsi que $\dot{P}^*_{c,b} = \dot{P}^*_k$. La procédure proposée constitue donc une généralisation des procédures d'allocation des ressources des systèmes de transmission à porteuses multiples aux cas où une opération d'étalement de spectre d'un facteur quelconque est mise en œuvre selon l'axe fréquentiel. Ce type d'approche n'avait auparavant jamais été envisagée et constitue l'un des apports les plus originaux de cette thèse.

La figure 7.4 permet d'illustrer l'allocation des débits résultant des politiques développées dans ce paragraphe. Le même formalisme de représentation que celui utilisé sur la figure 6.2, dans le cas de la DMT, est mis en œuvre ici. La différence de comportement des deux systèmes peut alors être mise en évidence. Le facteur d'étalement est arbitrairement fixé à $L = 32$. Comme dans le cas de la DMT, la contrainte de granularité finie engendre bien sûr une courbe de débits en escalier. Comme les sous-porteuses sont classées pas ordre croissant d'amplitude pour faciliter la représentation, chaque palier correspond à un bloc $\mathcal{S}$ de sous-porteuses. Les indices de sous-porteuses au sein d'un bloc doivent donc être vus comme des indices de codes. La largeur des paliers est alors égale à la longueur L de l'étalement. Précisons que la valeur prise par chaque palier correspond au débit moyen attribué à chaque code, si bien que le débit total véhiculé par un bloc donné est égal à L fois le niveau du palier. Ceci explique que les valeurs obtenues ne soient pas entières, contrairement au cas de la DMT. Remarquons que de cette manière, le débit total atteint en granularité finie est égal à l'aire sous l'escalier.

On remarque immédiatement que le système tente d'approcher au mieux la limite de capacité en ajustant le niveau des paliers au plus proche de la courbe de granularité infinie. Pour les dernières sous-porteuses, on remarque de plus que le système est

capable de transmettre un débit non nul contrairement à ce que faisait la DMT dans la même configuration. Ce comportement est rendu possible grâce au facteur d'étalement qui permet de façon naturelle d'exploiter *collectivement* la puissance disponible sur chaque sous-porteuse d'un même bloc. Au contraire, la DMT n'est capable d'exploiter la puissance que de façon *individuelle* sur chacune des sous-porteuses. Comme nous l'avons mis en évidence au paragraphe 6.2.2.2, la limitation à des ordres entiers de modulations ne lui permet pas d'exploiter la totalité de la puissance disponible sur chaque sous-porteuse. Le système SS-MC-MA peut quant à lui mutualiser les bribes de puissance non exploitées par la DMT de manière à transmettre des bits supplémentaires. En particulier, cette mutualisation de la puissance permet d'atteindre un débit non nul sur les sous-porteuses où la DMT ne pouvait rien transmettre. Notons que ce principe rejoint l'idée proposée dans [120] sous le nom de « fusion de sous-porteuses » (*carrier merging*) et qui consiste à appliquer une séquence d'étalement sur un jeu de sous-porteuses dont les SNR individuels sont trop faibles pour permettre la transmission de quelque modulation MAQ que ce soit. En vertu du principe de mutualisation de la puissance décrit à l'instant, la fusion des sous-porteuses rend alors possible la transmission de quelques bits supplémentaires dès lors que la ressource cumulée au sein du bloc d'étalement le permet. Nous allons voir que les mécanismes d'allocation développés dans la suite représentent une généralisation de ce concept.

Sur cet exemple simple, nous venons donc de mettre en évidence le fait que le système SS-MC-MA adaptatif proposé est capable de dépasser les performances de la DMT. Cet aspect sera confirmé par de plus amples simulations en fin de chapitre et représente un résultat important de l'étude.

7.2.3 Contexte multibloc et multiutilisateur : système C

Dans le système global, l'organe d'allocation des ressources doit pouvoir paramétrer le partage du spectre entre les différents utilisateurs actifs. On rappelle que l'objectif n'est pas ici de maximiser le débit total du système, mais bien de maximiser les débits individuels atteints par chaque utilisateur. Aussi le problème d'optimisation s'exprime-t-il comme suit

$$(P) \quad \begin{cases} \max\limits_{\mathcal{B}_u, \mathcal{S}_b, C_b, P_{c,b}\, \forall c,b,u} \quad \min\limits_{u} \; R_u \,, \\ \\ \text{sous la contrainte,} \quad \forall\, b \;\; \sum\limits_{c=0}^{C_b-1} P_{c,b} \leq \check{P} \,. \end{cases} \tag{7.32}$$

avec,

$$R_u = \sum_{b \in \mathcal{B}_u} \sum_{c=0}^{C_b-1} \log_2 \left(1 + \frac{1}{\Gamma} \frac{L^2}{\displaystyle\sum_{k \in \mathcal{S}_b} \frac{1}{|H_{k,u}|^2}} \frac{P_{c,b}}{N_0} \right) \tag{7.33}$$

L'organe d'allocation dynamique des ressources doit donc à présent résoudre le problème de partage du spectre entre les utilisateurs du réseau en plus de celui de répartition optimale des puissances et des débits sur les différents blocs de sous-porteuses. D'après les développements effectués dans les paragraphes précédents, le problème d'optimisation

peut cependant être grandement simplifié. En effet, chaque système individuel relatif à chaque utilisateur n'est autre qu'un système de type B, disposant d'un nombre variable de blocs. Ainsi, en appliquant les procédures d'optimisation introduites précédemment au sein de chaque système B de chaque utilisateur u, le problème d'optimisation se réécrit

$$(P) \quad \begin{cases} \max\limits_{\mathcal{B}_u, \mathcal{S}_b, \forall b,u} \min\limits_{u} \dot{R}_u^*, \\ \\ \text{avec,} \quad \dot{R}_u^* = \sum\limits_{b \in \mathcal{B}_u} \sum\limits_{c=0}^{L-1} \log_2 \left(1 + \dfrac{1}{\Gamma} \dfrac{L^2}{\sum\limits_{k \in \mathcal{S}_b} \dfrac{1}{|H_{k,u}|^2}} \dfrac{\dot{P}_{c,b}^*}{N_0} \right). \end{cases} \tag{7.34}$$

Le problème est posé ici dans le cas d'une granularité finie mais s'écrit de façon équivalente en granularité infinie en remplaçant les $\dot{P}_c^*$ par leur homologue P_c^*. Le lien avec le problème d'optimisation en DMT est évident, si bien que le problème de partage des ressources entre plusieurs utilisateurs en SS-MC-MA peut être résolu par extension de la solution mise en œuvre pour la DMT. En effet, l'algorithme de partage des ressources introduit au paragraphe 6.2.3 et inspiré des travaux de Rhee et Cioffi, peut être généralisé au cas L quelconque. On rappelle pour cela que la procédure utilisée pour résoudre le problème du *min-max* consistait à distribuer les sous-porteuses une à une aux différents utilisateurs de manière à équilibrer au mieux la valeur des paramètres η_u relatifs à chacun d'eux. Nous proposons ici d'adopter la même approche en distribuant cette fois ci les sous-porteuses par blocs de L, le paramètre η_u étant ici égal à R_u^*. Comme en DMT, les sous-porteuses doivent être distribuées par ordre décroissant d'amplitude, ce qui signifie que chaque nouveau bloc alloué doit être constitué des L sous-porteuses de plus fortes amplitudes parmi les restantes. Comme pour la DMT, on obtient de cette manière une solution sous-optimale mais peu complexe en comparaison de la solution optimale potentielle.

Une contribution intéressante consiste en outre à ajouter une phase d'initialisation à l'algorithme, permettant d'attibuer les U premiers blocs de sous-porteuses aux U utilisateurs suivant un ordre de préférence. Pour commencer la procédure, on calcule alors la puissance α_u des canaux associés à chaque utilisateur, afin d'évaluer la qualité de chaque liaison. Les résultats obtenus permettent ensuite de traiter les utilisateurs par ordre de bilan de liaison lors de la seconde étape de l'algorithme. Ainsi, l'utilisateur présentant le paramètre α_u potentiellement le plus faible se voit attribuer un bloc de sous-porteuses en priorité, puis le second utilisateur, etc. De cette manière, on répond au mieux au critère d'optimisation puisque l'on traite l'utilisateur le plus défavorisé en priorité, et ce dès le début de la procédure. Dans l'algorithme original, cette étape n'est pas prévue et les premiers blocs sont distribués au hasard [117]. Il faut alors attendre la deuxième étape de l'algorithme pour que la répartition soit conforme au critère d'optimisation. Lorsque la taille des blocs distribués est réduite comparativement au nombre de blocs B disponibles, cette étape d'initialisation n'est en fait pas vraiment nécessaire. Typiquement, pour $L = 1$ et $N = 2048$, l'algorithme bénéficie de N itérations pour répartir les sous-porteuses équitablement, et son impact s'avère quasiment nul. En revanche, lorsque L croît, le nombre B de blocs, et donc le nombre d'itérations, diminue et l'attribution des premiers blocs conditionne pour beaucoup le résultat final de la procédure. La solution proposée permet alors de procéder à la meilleure répartition possible dès le début de la

procédure.

L'algorithme global d'allocation dynamique des ressources qui regroupe l'ensemble des mécanismes mis en œuvre est finalement présenté figure 7.5. Les algorithmes correspondant aux trois systèmes A, B et C sont décrits et respectivement appelés AlgoA_MaxR, AlgoB_MaxR et AlgoC_MaxR. La procédure de base est celle de l'algorithme AlgoA_MaxR qui conditionne tout le fonctionnement du système. On vérifie que l'allocation des ressources pour le système B n'est qu'une extension multibloc de l'allocation mise en œuvre pour le système A. Enfin, la procédure correspondant au système SS-MC-MA global reprend les principes de l'algorithme proposé à la figure 6.5 avec $\eta_u = R_u^*$ donné dans (7.34), ainsi que le principe d'initialisation décrit à l'instant. Notons qu'il suffit de remplacer le calcul de $\dot{R}_b^*$ et $\dot{P}_b^*$ par celui de R_b^* et P_b^* pour obtenir les résultats en granularité infinie. Les deux approches seront utiles à l'évalution des performances des algorithmes en fin de chapitre.

7.3 Optimisation de la robustesse

Dans le paragraphe précédent a été résolu le problème de l'optimisation du débit pour les trois systèmes A, B et C. Une démarche similaire va être suivie ici pour traiter le problème de la maximisation de la marge de bruit, qui constitue bien souvent un scénario plus adapté aux contraintes de QoS des systèmes pratiques. Comme précédemment, on supposera une contrainte de DSP correspondant à un masque plat en fréquence, et l'on va s'intéresser aux optimisations en granularité infinie et finie pour les trois systèmes. On rappelle que le débit cible est noté $\check{R}$.

7.3.1 Contexte monobloc et mono-utilisateur : système A

Afin d'exprimer le problème d'optimisation, commençons par donner une écriture mathématique à la marge de bruit γ en fonction du débit cible $\check{R}$. D'après l'expression (7.13), on peut écrire que

$$P_c = \frac{\gamma \Gamma}{L^2} \sum_{k \in \mathcal{S}} \frac{N_0}{|H_k|^2} \left(2^{R_c} - 1\right) , \tag{7.35}$$

en considérant un bloc quelconque de sous-porteuses. Dans une approche où la marge doit être maximisée, la totalité de la puissance disponible est exploitée, si bien que l'on a $\sum_c P_c = \check{P}$. En appliquant cette égalité avec l'expression précédente, il vient

$$\gamma = \frac{\check{P}}{N_0 \, \Gamma} \, \frac{L^2}{\displaystyle\sum_{k \in \mathcal{S}} \frac{1}{|H_k|^2}} \, \frac{1}{\displaystyle\sum_{c=0}^{C-1} \left(2^{R_c} - 1\right)} . \tag{7.36}$$

On peut alors écrire le problème d'optimisation de la marge comme

$$(P) \quad \begin{cases} \max\limits_{\mathcal{S}, C, R_c \, \forall c} \quad \gamma \, , \\ \\ \text{sous la contrainte,} \quad \displaystyle\sum_{c=0}^{C-1} R_c = \check{R} \, . \end{cases} \tag{7.37}$$

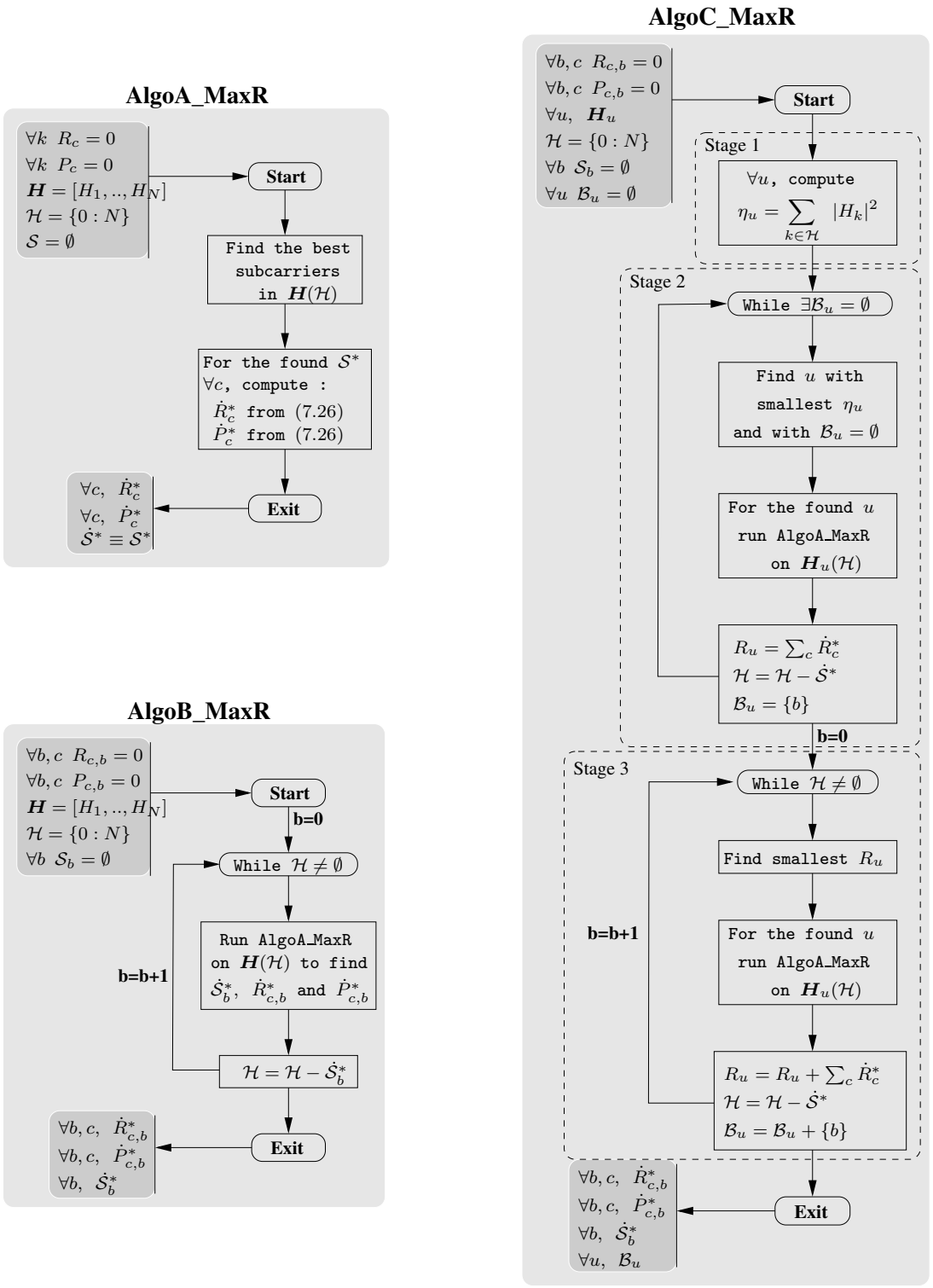


FIG. 7.5 – Algorithmes de maximisation du débit pour les 3 systèmes étudiés. Système A : AlgoA_MaxR – Système B : AlgoB_MaxR – Système C : AlgoC_MaxR.

On note que la maximisation est conditionnée par la répartition des débits R_c et non plus de la puissance P_c comme dans le cas de la maximisation du débit. De même, la contrainte devient maintenant une contrainte stricte en débit. Au demeurant, la contrainte en DSP est toujours présente, mais elle intervient de façon implicite dans le problème d'optimisation, à travers l'expression de γ.

7.3.1.1 Choix des sous-porteuses

La première étape à la résolution de (P) consiste à sélectionner le jeu de sous-porteuses permettant de maximiser la marge. Le résultat est évident ici au regard de l'expression (7.36), qui indique que cette marge est inversement proportionnelle à la somme des puissances inverses relatives à chaque sous-porteuse. Tout comme dans le cas de la maximisation du débit, le meilleur choix consiste donc à sélectionner les sous-porteuses présentant les amplitudes les plus fortes. La politique de sélection des sous-porteuses est donc identique à celle mise en œuvre au paragraphe 7.2.1.1. Le sous-ensemble obtenu sera noté $\mathcal{S}^*$.

7.3.1.2 Optimisation en granularité infinie

La résolution du problème en granularité infinie peut être entreprise par la méthode des multiplicateurs de Lagrange. Pour simplifier les calculs, nous allons plutôt considérer le problème de minimisation de $1/\gamma$· Soit λ un scalaire, le Lagrangien associé à ce problème de minimisation s'écrit,

$$L(R_c, \lambda) = \frac{1}{\alpha} \frac{\sum_{c=0}^{C-1} \left(2^{R_c} - 1\right)}{\check{P}} + \lambda \sum_{c=0}^{C-1} R_c - \lambda \check{R}\,, \tag{7.38}$$

en réutilisant le paramètre α défini à l'équation 7.15. En annulant sa dérivée partielle suivant R_c, on arrive à l'égalité

$$R_c = \log_2 \left(-\frac{\lambda}{\ln(2)}\, \alpha\, \check{P} \right) . \tag{7.39}$$

On remarque que R_c ne dépend pas de l'indice de code c, si bien que l'on conclut immédiatement que $R_c^* = \check{R}/C$. Il nous reste à déterminer le nombre C de codes qu'il faut exploiter pour maximiser la marge. En remplaçant R_c par R_c^* dans (7.36), on a

$$\gamma = \frac{\alpha\, \check{P}}{C\, \left(2^{\check{R}/C} - 1\right)}\,, \tag{7.40}$$

qui s'avère être une fonction strictement croissante pour $C > 0$. On en déduit que $C = L$ maximise la marge. Finalement, la meilleure stratégie pour maximiser la marge de bruit en assurant un certain débit cible consiste à répartir ce débit de façon équitable entre les L codes disponibles du système. Nécessairement, la répartition de la puissance entre les codes est elle aussi uniforme. Les politiques d'allocation des ressources se résument alors de la façon suivante,

$$\gamma^* \iff \begin{cases} \mathcal{R}: & \forall\, c \in [0 : L-1] \quad R_c^* = \check{R}/L\,, \\ \mathcal{P}: & \forall\, c \in [0 : L-1] \quad P_c^* = \check{P}/L\,. \end{cases} \tag{7.41}$$

La marge de bruit optimale obtenue pour le système A, notée γ^*, s'écrit alors

$$\gamma^* = \frac{\check{P}}{N_0\,\Gamma}\;\frac{L}{\displaystyle\sum_{k\in\mathcal{S}^*}\frac{1}{|H_k|^2}}\;\frac{1}{\left(2^{\check{R}/L}-1\right)}\,. \tag{7.42}$$

Il est intéressant de voir que les politiques d'allocation des ressources suivent la même stratégie pour les deux problèmes d'optimisation, du débit et de la marge, à savoir une répartition uniforme de ces ressources entre les différents codes. Cette répartition permet en fait de minimiser la puissance nécessaire à la transmission de chaque bit d'information, si bien qu'elle favorise l'augmentation du débit ou de la marge, selon le contexte.

7.3.1.3 Optimisation en granularité finie

Comme nous allons le voir, l'adaptation des politiques précédentes au cas à granularité finie est relativement simple, compte tenu des résultats démontrés au paragraphe 7.2.1.3. D'après les principes précédents, on comprend qu'une allocation efficace des ressources doit privilégier la répartition des débits et puissances entre les codes la plus uniforme possible. Lorsque les ordres de modulations sont restreints à des entiers, cela implique que la distribution d'un débit cible $\check{R}$ doit être mise en œuvre de manière à allouer $\lfloor\check{R}/L\rfloor+1$ bits à n codes et $\lfloor\check{R}/L\rfloor$ bits aux $L-n$ codes restants. La preuve qu'une telle répartition est optimale a déjà été faite au paragraphe 7.2.1.3 dans le cas particulier où $\check{R}=R^*$. Il reste alors à déterminer n pour que le débit cible soit atteint. Ainsi, n est solution de l'équation

$$n\left(\lfloor\check{R}/L\rfloor+1\right)+(L-n)\lfloor\check{R}/L\rfloor=\check{R}\,. \tag{7.43}$$

On trouve alors rapidement que $n=\check{R}-L\lfloor\check{R}/L\rfloor$. On déduit de plus de ce résultat que le nombre de codes utilisés sera égal à L tant que $\lfloor\check{R}/L\rfloor>0$. Il reste alors à déterminer la répartition optimale de la puissance entre les codes en tenant compte de celle des débits. La solution est obtenue en substituant γ dans (7.35) par son expression donnée à l'équation (7.36). On a alors

$$P_c=\frac{2^{R_c}-1}{\displaystyle\sum_{c=0}^{L-1}\left(2^{R_c}-1\right)}\;\check{P}\,. \tag{7.44}$$

À la forme de cette équation, on comprend que la puissance est très logiquement répartie entre les codes en proportion du débit alloué à chacun. Tout comme dans le cas de la maximisation du débit, notons que la procédure d'allocation requiert le calcul de seulement deux valeurs de débits et de deux valeurs de puissances pour réaliser l'allocation des différents codes du bloc. On peut résumer les différents développement en donnant les

politiques d'allocation qui en découlent, soit

$$\dot{\gamma}^* \iff \begin{cases} \mathcal{R}: & \forall\, c \in [0:n-1] \quad \dot{R}_c^* = \lfloor \check{R}/L \rfloor + 1\,, \\ & \forall\, c \in [n:L-1] \quad \dot{R}_c^* = \lfloor \check{R}/L \rfloor\,, \\ & \text{avec,} \quad n = \check{R} - L\lfloor \check{R}/L \rfloor \\ \mathcal{P}: & \forall\, c \in [0:L-1] \quad \dfrac{2^{\dot{R}_c^*}-1}{\displaystyle\sum_{c=0}^{L-1}\left(2^{\dot{R}_c^*}-1\right)}\ \check{P}\,. \end{cases} \tag{7.45}$$

L'expression de la marge de bruit $\dot{\gamma}^*$ finalement obtenue est

$$\dot{\gamma}^* = \frac{\check{P}}{N_0\,\Gamma}\ \frac{L}{\displaystyle\sum_{k\in\mathcal{S}^*}\frac{1}{|H_k|^2}}\ \frac{1}{2^{\lfloor \check{R}/L \rfloor}\left(\check{R}/L - \lfloor \check{R}/L \rfloor + 1\right) - 1}\,. \tag{7.46}$$

7.3.2 Contexte multibloc et mono-utilisateur : système B

Intéressons-nous à présent au système mutibloc B. En référence à la formulation du problème de maximisation du débit donnée pour le même système à l'équation (7.28), il apparaît qu'aucune forme directe ne peut être trouvée pour exprimer la marge de bruit γ du système B en fonction du débit cible $\check{R}$. À partir de l'équation (7.36), on définit alors les marges γ_b relatives à chaque bloc b du système telles que

$$\gamma_b = \frac{\check{P}}{N_0\,\Gamma}\ \frac{L^2}{\displaystyle\sum_{k\in\mathcal{S}_b}\frac{1}{|H_k|^2}}\ \frac{1}{\displaystyle\sum_{c=0}^{C_b-1}\left(2^{R_{c,b}}-1\right)}\,. \tag{7.47}$$

Le problème d'optimisation s'écrit alors,

$$(P) \quad \begin{cases} \forall\, b \quad \displaystyle\max_{\mathcal{S}_b,\, C_b,\, R_{c,b}\ \forall c,b} \quad \gamma_b\,, \\ \text{sous la contrainte,} \quad \displaystyle\sum_{b=0}^{B-1}\sum_{c=0}^{C_b-1} R_{c,b} = \check{R}\,. \end{cases} \tag{7.48}$$

7.3.2.1 Choix des sous-porteuses

La réflexion sur la meilleure stratégie de sélection des sous-porteuses conduit à la même solution que celle décrite dans le cadre de la maximisation du débit. La politique de constitution des blocs consiste donc à classer les sous-porteuses par ordre d'amplitudes et de former des groupes de L sous-porteuses successives sur ces sous-porteuses classées (cf. paragraphe 7.2.2.1). Ici encore, cette solution n'est optimale que dans le cas de la granularité infinie mais sera également mise en œuvre en granularité finie.

7.3.2.2 Optimisation en granularité infinie

En utilisant les résultats obtenus dans le cadre du système A, le problème d'optimisation peut être simplifié. La stratégie de répartition des débits et puissances au sein d'un bloc donné a en effet été obtenue si bien que l'on arrive au problème suivant

$$(P) \quad \begin{cases} \forall\, b \ \max\limits_{R_b\, \forall b} \ \gamma_b^*\,, \\ \\ \text{sous la contrainte,} \quad \sum\limits_{b=1}^{B-1} R_b = \check{R}\,. \end{cases} \tag{7.49}$$

Le problème se réduit donc à diviser le débit cible total $\check{R}$ en B débits R_b relatifs à chaque bloc b. La solution peut être trouvée en utilisant les multiplicateurs de Lagrange appliqués à la minimisation de $1/\gamma_b^*\ \forall\, b$. Le Lagrangien s'écrit alors

$$\forall\, b \quad L(R_b, \lambda) = \frac{1}{\alpha}\,\frac{L\left(2^{R_b}-1\right)}{\check{P}} + \lambda \sum_{b=1}^{B-1} R_b - \lambda \check{R}\,, \tag{7.50}$$

en réutilisant la définition du paramètre α. Le Lagrangien obtenu est équivalent à celui utilisé pour l'optimisation de la marge de bruit en DMT au paragraphe 6.2.2.3. La solution peut alors être obtenue par identification avec (6.18). On obtient ainsi

$$\forall\, b \quad R_b = \frac{\check{R}}{B} - \log_2\left(\sum_{k\in\mathcal{S}_b^*}\frac{1}{|H_k|^2}\right) + \frac{1}{B}\sum_{b=0}^{B-1}\log_2\left(\sum_{k\in\mathcal{S}_b^*}\frac{1}{|H_k|^2}\right). \tag{7.51}$$

On vérifie que pour $L = 1$, on a $B = N$ et donc la solution obtenue est équivalente à celle de la DMT. Finalement, le récapitulatif des politiques d'allocation en granularité infinie donne,

$$\gamma_b^* \iff \begin{cases} \mathcal{R}: & \forall\, b\,,\ \forall\, c \in [0 : L-1] \quad R_{c,b}^* = R_b^*/L\,, \\ & \text{avec,} \quad R_b^* \text{ donné par (7.51)} \\ \\ \mathcal{P}: & \forall\, b\,,\ \forall\, c \in [0 : L-1] \quad P_{c,b}^* = \check{P}/L\,. \end{cases} \tag{7.52}$$

7.3.2.3 Optimisation en granularité finie

L'allocation optimale de la puissance et des débits étant connue au sein de chaque bloc de sous-porteuses, on peut directement réécrire le problème d'optimisation comme suit

$$(P) \quad \begin{cases} \forall\, b \ \max\limits_{R_b\, \forall b} \ \dot{\gamma}_b^*\,, \\ \\ \text{sous la contrainte,} \quad \sum\limits_{b=1}^{B-1} R_b = \check{R}\,. \end{cases} \tag{7.53}$$

Tout comme pour la maximisation de la marge de bruit de la DMT en granularité finie, ce problème peut être résolu par la mise en œuvre d'un crible (approche *greedy*) qui va chercher à atteindre le débit cible pas à pas. Le descriptif de la procédure est donné figure

1. Initialisation
$\forall\, b\ \ \dot{R}_b = 0$ `ou` $\forall\, b\ \ \dot{R}_b = \dot{R}_b^*$
2. Tant que $\sum_b \dot{R}_b \neq \check{R}$
Si $\sum_b \dot{R}_b > \check{R}$
a. $\underline{b} = \arg\ \min_b\ \ \dot{\gamma}_b(\dot{R}_b)$
b. $\underline{c} = \arg\ \max_c\ \ Rc, \underline{b}$
c. $\dot{R}_{\underline{c},\underline{b}} = \dot{R}_{\underline{c},\underline{b}} - 1$
Sinon
a. $\underline{b} = \arg\ \max_b\ \ \dot{\gamma}_b(\dot{R}_b + 1)$
b. $\underline{c} = \arg\ \min_c\ \ Rc, \underline{b}$
c. $\dot{R}_{\underline{c},\underline{b}} = \dot{R}_{\underline{c},\underline{b}} + 1$

FIG. 7.6 – Algorithme de maximisation de la marge de bruit pour le système B en granularité finie.

7.6 ci-dessus. En tant qu'algorithme *greedy*, on rappelle que le choix de l'état initial est indifférent, pour peu que celui-ci corresponde à une répartition optimale du débit initial. En particulier, la procédure peut débuter à l'état nul ou à l'état max, comme cela est proposé figure 7.6. Par rapport à la DMT, on vérifie que les grandes étapes de l'algorithme sont les mêmes, l'idée étant d'allouer (resp. de retrancher) un bit supplémentaire là où l'augmentation (resp. la diminution) de la marge sera le plus favorisé. Au sein de chaque bloc, l'ajout ou le retrait d'un bit est effectué conformément à la procédure de maximisation de la marge décrite en (7.45) dans le cadre du système A. Plus précisément, pour le bloc sélectionné, un code parmi deux dont le débit est le plus faible (resp. le plus fort), est choisi pour ajouter (resp. retrancher) chaque nouveau bit (cf. étapes 2.b). Ainsi, la répartition des débits au sein de chaque bloc reste conforme à (7.45).

Écrivons finalement en détail les politiques d'allocation à mettre en œuvre pour le système B

$$\dot{\gamma}_b^* \iff \begin{cases} \mathcal{R}: & \forall\, b\,,\ \forall\, c \in [0 : n_b - 1] \quad \dot{R}_{c,b}^* = \lfloor \check{\dot{R}}_b / L \rfloor + 1\,, \\ & \forall\, c \in [n_b : L-1] \quad \dot{R}_{c,b}^* = \lfloor \check{\dot{R}}_b / L \rfloor\,, \\ & \text{avec,} \quad n_b = \check{\dot{R}}_b - L \lfloor \check{\dot{R}}_b / L \rfloor\,, \\ & \text{et,} \quad \dot{R}_b^* \text{ donnés par le crible} \\ \\ \mathcal{P}: & \forall\, b\,,\ \forall\, c \in [0 : L-1] \quad \dfrac{2^{\dot{R}_{c,b}^*} - 1}{\sum_{c=0}^{L-1} \left(2^{\dot{R}_{c,b}^*} - 1\right)}\ \check{P}\,. \end{cases} \tag{7.54}$$

Une fois de plus, il est possible de voir cet algorithme comme la généralisation de celui développé dans le cadre de la DMT, en prenant $L = 1$, et donc $B = N$.

La figure 7.7 donne les résultats en terme d'allocation des débits après optimisation de la marge de bruit pour les deux cas de granularité finie ou infinie. Cette figure est

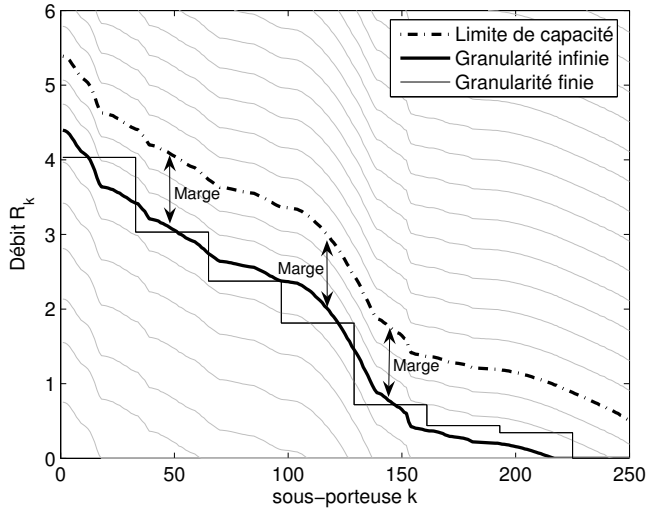


FIG. 7.7 – Comparaison des résultats de l'allocation des puissances en granularité infinie et finie dans le cadre de la maximisation de la marge de bruit du système B pour un débit cible donné.

équivalente à la figure 6.4 représentative de l'allocation en DMT. La limite de capacité est tracée en trait pointillé et la répartition en granularité infinie est en trait plein. Lorsque les ordres de modulations sont restreints à des valeurs entières, on obtient le tracé en escalier, dont la largeur des paliers est ici de $L = 32$. Il apparaît que le système cherche à suivre au mieux la courbe obtenue en granularité infinie, c'est à dire qu'il tente de conserver la distance la plus forte possible avec la limite de capacité. Le résultat est alors meilleur que dans le cas de la DMT puisque l'on vérifie que la distance minimale entre les paliers et la courbe de capacité est diminuée. Comme dans le cas de la maximisation du débit, cette faculté est liée à la fonction d'étalement, qui permet de mieux exploiter la puissance disponible sur chaque bloc de sous-porteuses. Au sein d'un bloc donné, le système réalise une distribution de la puissance cumulée par chacune des sous-porteuses sur l'ensemble des codes du bloc. Grâce à cette exploitation collective de la ressource, la puissance est mise à profit de manière plus efficace que ne le fait la DMT. Pour atteindre le débit cible, cette dernière utilise en effet la puissance de façon *individuelle* sur chaque sous-porteuse pour en augmenter le débit, et se trouve parfois obligée pour cela de dépenser une forte quantité de puissance. Au contraire, le SS-MC-MA mutualise plusieurs bribes de puissance, disponibles sur les L sous-porteuses d'un même bloc, pour augmenter le débit. La dépense est alors mieux contrôlée et plus efficace. Ces résultats complètent ceux obtenus dans le cadre de la maximisation du débit et confirment le fait que l'opération d'étalement est un véritable atout pour les problèmes d'allocation des ressources.

7.3.3 Contexte multibloc et multiutilisateur : système C

La démarche à suivre pour adapter les procédures développées au cas multiutilisateur est identique à celle détaillée pour la maximisation du débit. Le système C peut être vu comme le multiplexage fréquentiel de plusieurs systèmes B associés à chaque utilisateur,

au sein desquels les débits cibles sont atteints par maximisation des marges individuelles. Finalement, le problème d'optimisation s'écrit

$$(P) \quad \begin{cases} \max\limits_{\mathcal{B}_u, \mathcal{S}_b, \forall b,u} \ \min\limits_{u} \ \dot{\gamma}_u^* \,, \\ \\ \text{avec,} \quad \dot{\gamma}_u^* \text{ résultant de (7.54)}\,. \end{cases} \tag{7.55}$$

L'organe d'allocation des ressources doit donc partager le spectre entre les différents utilisateurs de manière à maximiser chaque marge individuelle. En référence à l'algorithme proposé au paragraphe 7.2.3, une solution peut être simplement obtenue de façon itérative en distribuant les sous-porteuses par blocs de L aux utilisateurs. À chaque itération, l'utilisateur bénéficiant de la marge $\dot{\gamma}_u^*$ ponctuellement la plus faible sera sélectionné pour recevoir un nouveau bloc. Les sous-porteuses allouées sont toujours choisies parmi celles de plus forte amplitude de manière à obtenir l'augmentation la plus rapide des marges. Le paramètre η_u introduit au paragraphe 6.2.2.2 vaut donc ici $\eta_u = \dot{\gamma}_u^*$.

La figure 7.8 regroupe l'ensemble des schémas blocs représentatifs des procédures d'allocation des ressources pour les trois systèmes A, B et C. Les algorithmes sont respectivement appelés AlgoA_MaxG, AlgoB_MaxG et AlgoC_MaxG. Notons que l'allocation des ressources pour le système B est basée sur la mise en œuvre d'un crible d'état initial nul. Concernant la procédure relative au système C, on vérifie qu'elle se rapproche très fortement de celle de maximisation du débit présentée figure 7.5.

7.4 Simulations et performances

Le but de ce paragraphe est alors d'évaluer précisément les performances des algorithmes présentés, et plus particulièrement de comparer les résultats avec ceux obtenus dans un système DMT classique. Rappelons que notre système peut être vu comme une extension du système DMT, auquel on adjoint une opération d'étalement, mise en œuvre suivant l'axe fréquentiel.

L'ensemble des simulations vont être menées à partir de canaux de références *Sintes8a, Sintes8b, Sintes8c* et *Sintes8d*. Ces réponses, relevées dans un même type d'environnement, typiquement à différents points d'une même ligne, sont particulièrement adaptées pour mener des simulations où des utilisateurs proches communiquent avec le même modem central. Par ailleurs, la probabilité d'erreur symbole cible sera fixée à 10^{-3} en sortie de l'égaliseur, ce qui revient à considérer une probabilité de 10^{-7} en sortie du décodeur de Reed-Solomon étant donné les caractéristiques de ce code [61]. Enfin, rappelons que l'on se place ici sous l'hypothèse de connaissance parfaite du canal à l'émission, qu'il s'agisse de sa réponse propre que du niveau des bruits et brouilleurs.

7.4.1 Maximisation des débits

7.4.1.1 Exploitation de la DSP

Nous avons vu précédemment que le système SS-MC-MA permettait de mieux exploiter la ressource en puissance que la DMT. Nous proposons ici de mettre cette propriété en évidence en représentant la quantité de puissance dépensée par le SS-MC-MA en fonction

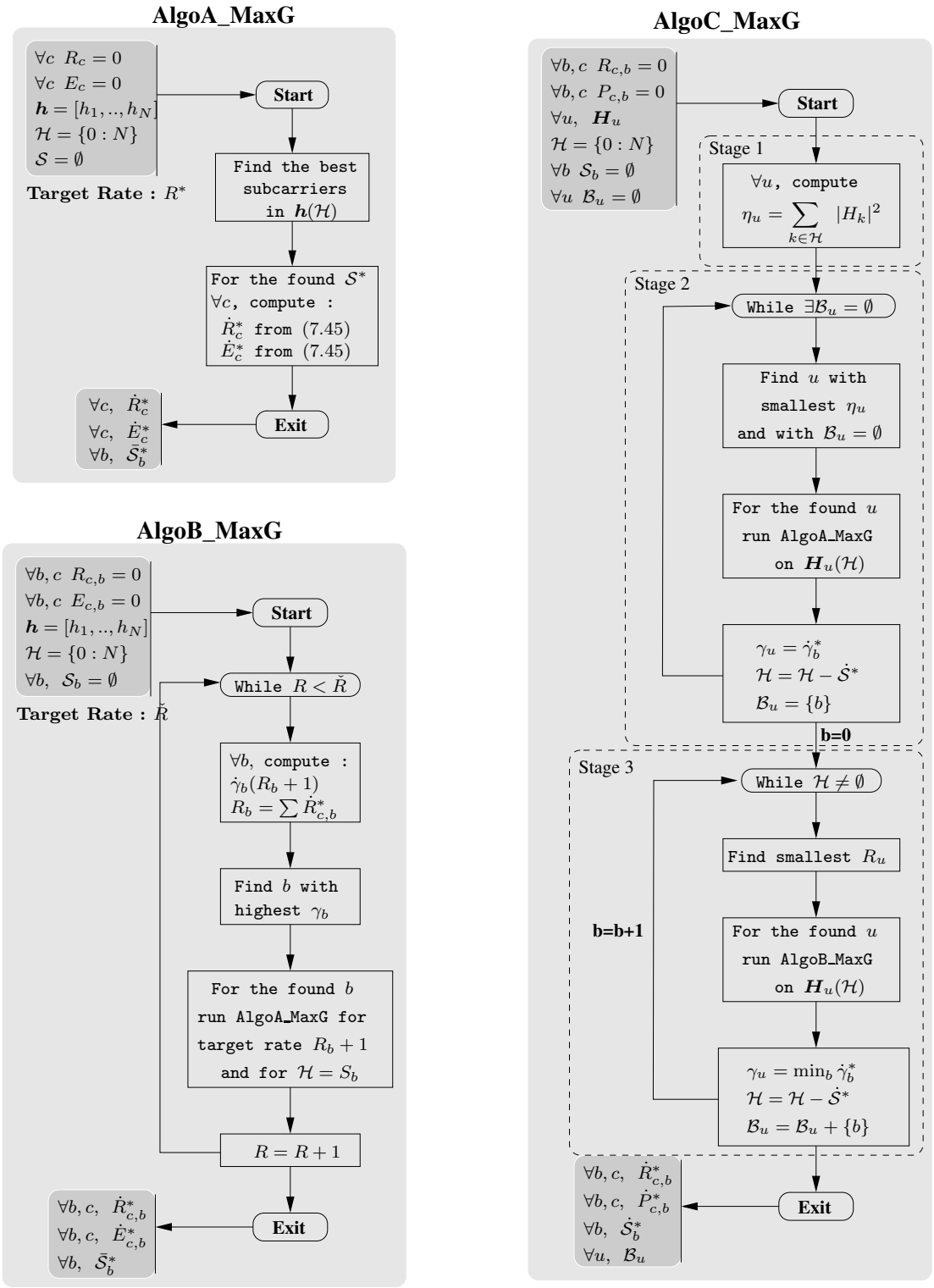


FIG. 7.8 – Algorithmes de maximisation de la marge de bruit pour les 3 systèmes étudiés. Système A : AlgoA_MaxG – Système B : AlgoB_MaxG – Système C : AlgoC_MaxG.

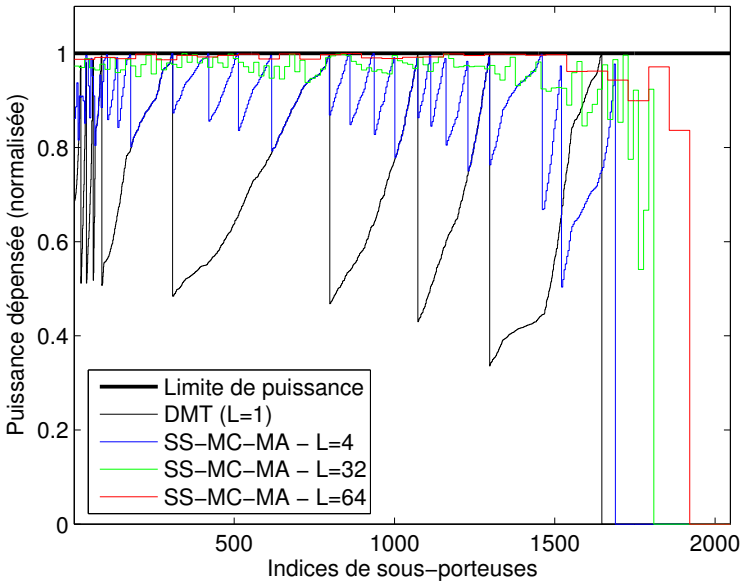


FIG. 7.9 – Évolution de la répartition des puissances en fonction du facteur d'étalement (SNR=20 dB).

du facteur d'étalement L. Ces résultats sont donnés sur la figure 7.9 pour un SNR de 20 dB et pour un unique utilisateur exploitant le canal *Sintes8a*. Les puissances ont été normalisées relativement au niveau de DSP et les sous-porteuses ont été classées par ordre décroissant d'amplitude. Il est intéressant de vérifier en premier lieu que la DMT n'est pas du tout efficace dans l'exploitation de la puissance disponible. On constate effectivement que la dépense est foncièrement inégale d'une sous-porteuse à l'autre. Dans certains cas, la totalité de la DSP est en effet exploitée tandis que seule la moitié de la puissance exploitable est utilisée dans d'autres cas. Il réside finalement une forte quantité de puissance non allouée comme on le voit sur la figure. C'est cette puissance perdue que le SS-MC-MA met à profit. Les bribes de puissance résiduelle sont capitalisées au sein de chaque bloc du système et exploitées collectivement pour transmettre un surplus de débit. On comprend alors que plus le facteur d'étalement est élevé, et plus il est possible d'augmenter le débit à partir de quantités de puissances infimes. Sur la figure 7.9, on voit clairement que la puissance disponible est d'autant mieux exploitée que L augmente, la DSP d'émission tendant alors vers la DSP limite dans ce cas. Rajoutons également que l'augmentation du facteur d'étalement permet l'exploitation des sous-porteuses de plus faibles amplitudes.

L'analyse de cette illustration permet donc de mettre en évidence la capacité du système proposé à exploiter efficacement la ressource en puissance disponible.

7.4.1.2 Influence du facteur d'étalement

Nous allons à présent mettre en évidence le gain en débit apporté par le facteur d'étalement. Pour cela nous nous intéressons aux résultats obtenus lorsque L varie. La figure 7.10 donne

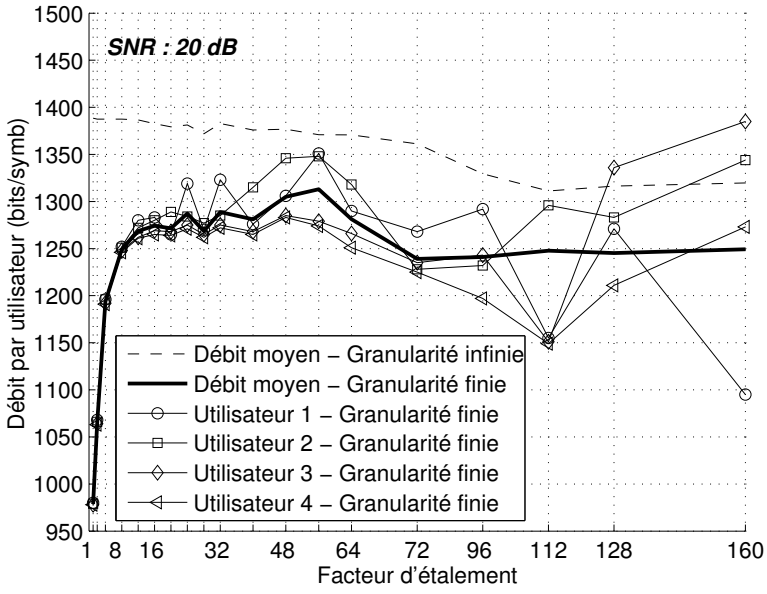


FIG. 7.10 – Comparaison des débits obtenus par utilisateur avec la DMT et le SS-MC-MA en fonction du facteur d'étalement pour 4 utilisateurs et un SNR de 20 dB.

les performances des deux systèmes DMT et SS-MC-MA pour un SNR de réception fixé à 20 dB. Le nombre d'utilisateurs est de 4, chacun exploitant l'un des 4 canaux cités plus haut.

Deux principales tendances sont alors à relever sur ce tracé. Tout d'abord, il apparaît de façon claire que le débit par utilisateur est amélioré lorsque le facteur d'étalement est supérieur à 1, atteignant un palier à partir d'un facteur d'étalement d'environ $L = 20$. On note en particulier que le débit moyen obtenu par utilisateur passe de 975 bits/symb avec la DMT, à près de 1275 bits/symb avec $L = 32$. Cela représente une augmentation totale du débit pour les 4 utilisateurs de 1200 bits/symb, soit plus de 30 %. Ces résultats permettent alors de valider l'analyse faite précédemment, à savoir que l'exploitation de la puissance disponible est plus efficace avec le SS-MC-MA qu'avec la DMT. On conclut donc de cette première observation que la mise en œuvre d'une opération d'étalement permet d'améliorer le débit du système en granularité finie. Remarquons qu'en parallèle de cette augmentation, on assiste à une diminution du débit moyen en granularité infinie. Cette perte est liée à la diminution de l'information mutuelle mise en évidence au paragraphe 7.1.2.3. On note alors avec intérêt que l'augmentation du débit liée au facteur d'étalement est largement supérieure à la perte de capacité du système due à ce même facteur. Ce point très important sera rediscuté plus loin.

La seconde observation concerne l'évolution des débits individuels lorsque le facteur d'étalement devient grand. On remarque en effet que l'algorithme rencontre des difficultés à attribuer équitablement les débits entre les utilisateurs pour un étalement supérieur à 64. La raison à celà provient du caractère sous-optimal de la politique de répartition des sous-porteuses entre les utilisateurs. Au paragraphe 7.2.3, nous avons en effet proposé une procédure simplifiée de partage du spectre, inspirée de celle mise en œuvre dans [117],

au prix d'une perte d'optimalité. Lorsque les sous-porteuses sont distribuées une à une entre un nombre d'utilisateurs relativement réduit, les débits sont presque parfaitement équitablement répartis, comme on le voit sur la figure. Lorsqu'en revanche L devient plus grand, on distribue les sous-porteuses par blocs de L si bien que le caractère sous-optimal de la procédure est davantage visible, et les valeurs des débits entre les utilisateurs sont plus dispersés. On peut alors déduire de ces observations que l'algorithme proposé doit être mis en œuvre pour $L \ll \frac{N}{U}$ afin d'obtenir des résultats satisfaisants. Finalement, en combinant cette conclusion à celle émise précédemment, il vient que le facteur d'étalement doit vérifier le compromis suivant

$$1 < L \ll \frac{N}{U}\,. \tag{7.56}$$

Au regard des résultats de la figure, on peut dire que $16 \leq L \leq 64$ réalise ce compromis pour quatre utilisateurs actifs.

7.4.1.3 Évolution en fonction du SNR

La figure 7.11 décrit les résultats obtenus en fonction du SNR, avec la DMT et le SS-MC-MA pour $L = 64$. Les courbes de granularité finie et infinie sont représentées afin de bien cerner le comportement du système. Le critère d'optimisation étant la maximisation du débit minimal sur l'ensemble des utilisateurs, les résultats mentionnés correspondent aux débits minimaux. On note en premier lieu que la DMT offre les meilleurs débits en granularité infinie, ce qui rejoint une nouvelle fois les commentaires du paragraphe 7.1.2.3 concernant l'information mutuelle des deux systèmes. La perte due à l'étalement est cependant extrêmement réduite à en juger par les résultats. Lorsque l'on s'intéresse à présent à des transmissions exploitant des ordres entiers de modulation, c'est-à-dire au cas de la granularité finie, la tendance est inversée, à l'avantage du système SS-MC-MA, et ce pour tous les SNR testés. Si l'on se place à 30 dB par exemple, le débit total obtenu avec le SS-MC-MA est de 78,5 Mbit/s alors que celui de la DMT n'est que de 70 Mbit/symb, ce qui représente un gain de 12 %. On remarque en outre que le SS-MC-MA permet d'atteindre des débits proches de ceux relatifs à la granularité infinie. Ainsi, on peut dire que la mise en œuvre de l'étalement permet d'augmenter le débit du système en granularité finie, au prix d'une diminution de la limite de sa capacité pratique. Cette diminution n'est pas gênante puisqu'elle demeure inférieure à l'augmentation de débit générée par l'opération d'étalement. Le système DMT possède quant à lui une limite de capacité supérieure à celle du système SS-MC-MA, mais n'a pas la possibilité en pratique de s'en approcher suffisamment près.

On note par ailleurs que le gain apporté par le SS-MC-MA par rapport à la DMT est quasiment constant en fonction du SNR et s'élève entre 100 et 150 bit/symb. L'apport est donc d'autant plus visible que le SNR est faible. On passe ainsi d'un gain de 12 % à 30 dB mesuré précédemment, à un gain de 50 % à 10 dB. Enfin, à 0 dB, le système SS-MC-MA permet de transmettre un débit de 120 bit/symb par utilisateur, soit un débit total d'environ 4 Mbit/s, alors que la DMT ne délivre plus aucun débit à ce même SNR.

Au regard de l'analyse de ces résultats, on peut donc conclure que le système SS-MC-MA adaptatif proposé permet d'augmenter les débits par rapport à une approche classique de type DMT. Pour un facteur d'étalement suffisamment bien choisi en proportion du

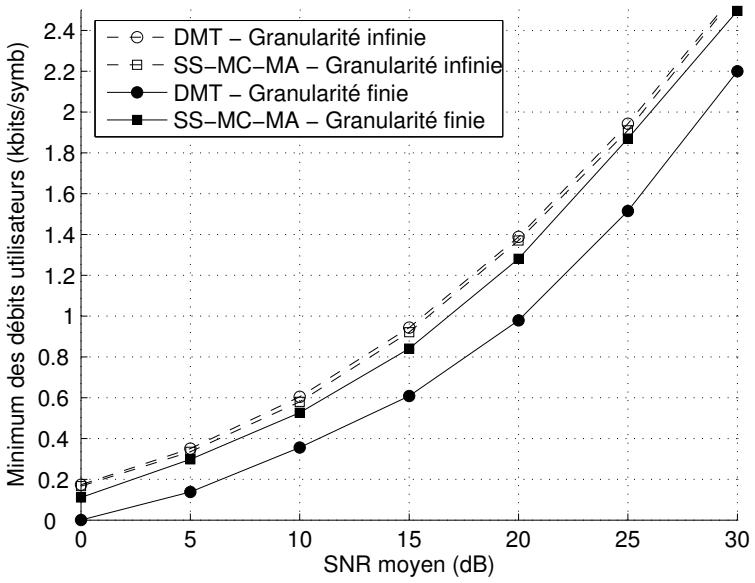


FIG. 7.11 – Comparaison des débits minimaux obtenus avec la DMT et le SS-MC-MA en fonction du SNR pour 4 utilisateurs et un facteur d'étalement de $L = 64$.

nombre de sous-porteuses et d'utilisateurs, une répartition approximativement uniforme des débits est obtenue entre les utilisateurs.

7.4.2 Maximisation des marges de bruit

7.4.2.1 Exploitation de la DSP

Au paragraphe 7.3.2, nous avons déjà vu que le système SS-MC-MA proposé est plus apte à garantir une marge uniforme entre les sous-porteuses que la DMT. Comme pour la maximisation du débit, ceci est dû à une meilleure exploitation de la DSP par le système SS-MC-MA par rapport à la DMT. Pour appuyer ce fait, les marges obtenues pour différentes longueurs d'étalement sont présentées figure 7.12. Le débit cible est fixé à la moitié du débit maximal que peut fournir la DMT en granularité infinie. On note tout d'abord que la DMT n'exploite qu'un quart du spectre pour transmettre le débit cible. Les marges obtenues, représentées ici en échelle linéaire, sont alors faibles en raison du nombre limité de sous-porteuses utilisées lors de l'allocation. En revanche, lorsque l'opération d'étalement est mise en œuvre, une portion plus importante du spectre est mise à contribution ce qui permet de limiter localement la dépense en puissance, et en définitive d'augmenter les marges. On note alors que plus le facteur d'étalement est élevé, plus le système exploite une bande large, et plus les marges obtenues sur chaque bloc se rapprochent. Finalement, entre $L = 1$ et $L = 64$, la marge minimale, tout comme la bande occupée, sont approximativement triplées.

Le système adaptatif proposé est donc mieux à même d'exploiter efficacement la ressource disponible pour transmettre un débit cible, conduisant alors à une augmentation et une uniformisation des marges de bruit. L'augmentation est obtenue en utilisant un plus

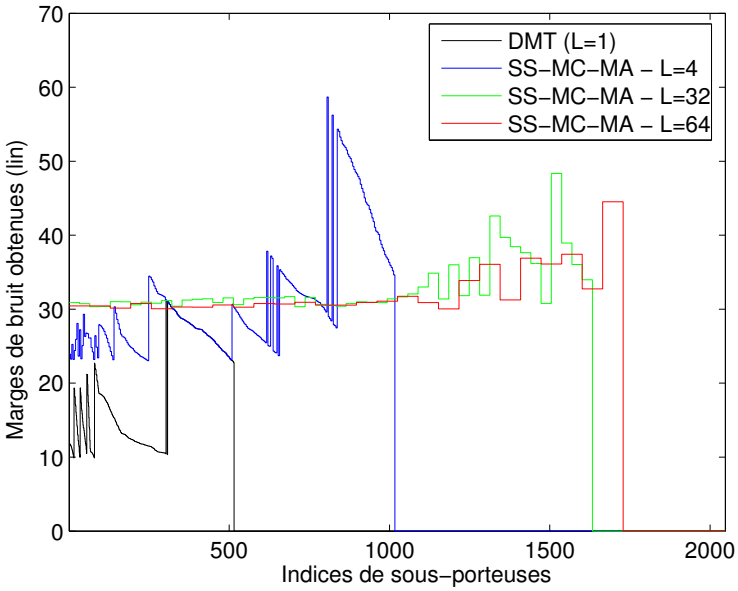


FIG. 7.12 – Évolution de la répartition des marges en fonction du facteur d'étalement pour un SNR de 20 dB et un débit cible égal à la moitié du débit maximal atteint par la DMT en granularité infinie

grand nombre de sous-porteuses, alors que l'uniformisation est le résultat de l'exploitation collective des puissances au sein de chaque bloc.

7.4.2.2 Influence du facteur d'étalement

Le comportement du système en fonction du facteur d'étalement est évalué ici. Les résultats obtenus pour un SNR de 20 dB sont présentés figure 7.13. Les marges sont données en dB et correspondent au minimum des marges de chaque utilisateur, le critère d'optimisation étant la maximisation de chaque marge minimale pour chacun des utilisateurs. Le débit cible choisi est arbitrairement fixé à la moitié du débit maximal réalisable avec la DMT en granularité infinie. Les allures des tracés obtenus sont très similaires à celles présentées dans le cadre de la maximisation du débit. Les deux tendances décrites se retrouvent ici, à savoir l'augmentation de la marge lorsque L croît, et la dispersion des marges lorsque L dépasse une certaine valeur. Typiquement, la marge moyenne relevée pour un facteur d'étalement $L = 64$ atteint presque 8 dB alors que la DMT délivre une marge moyenne limitée à 5,5 dB. Dans ce cas précis, l'opération d'étalement apporte donc un gain en marge de bruit de l'ordre de 2,5 dB. En revanche, lorsque le facteur d'étalement devient trop important, les différents utilisateurs obtiennent des résultats très dispersés, comme pour $L = 96$ par exemple. Un compromis similaire à celui de l'équation (7.56) doit donc être de nouveau recherché quant au choix du facteur d'étalement. D'après les résultats présentés ici, on comprend qu'en restreignant L à l'intervalle $[16 : 64]$ pour 4 utilisateurs, on profite du gain qu'apporte l'étalement sans subir les effets de la dispersion des marges de façon prononcée.

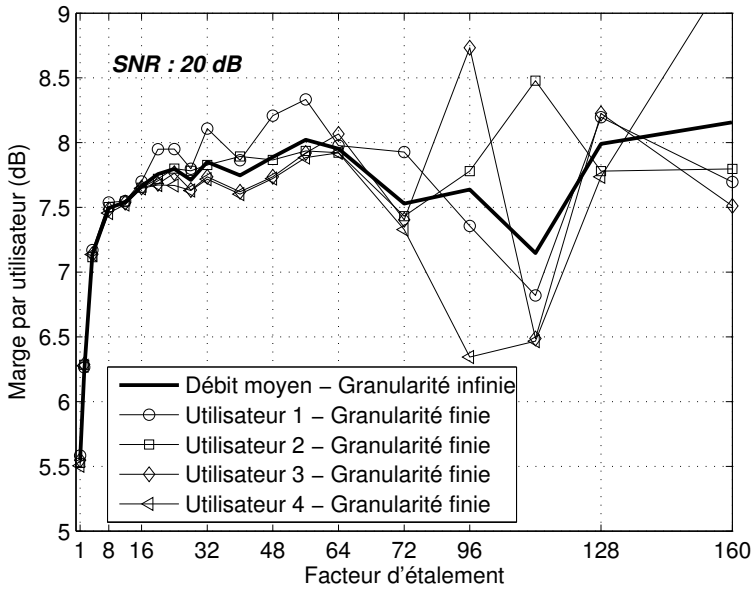


FIG. 7.13 – Comparaison des marges obtenues avec la DMT et le SS-MC-MA en fonction du facteur d'étalement pour 4 utilisateurs et un SNR de 20 dB.

7.4.2.3 Évolution en fonction du SNR

Il est à présent intéressant pour un facteur d'étalement fixé d'analyser l'évolution du gain apporté par le système SS-MC-MA en fonction du SNR. Les résultats correspondants sont donnés figure 7.14 pour $L = 64$. À chaque SNR, le débit cible est fixé à la moitié du débit maximal de la DMT en granularité infinie. Comme la procédure d'optimisation cherche à maximiser la marge minimale de chaque utilisateur, les marges présentées, exprimées ici en décibels, représentent le minimum des marges minimales des utilisateurs.

De façon logique, on remarque que les marges obtenues avec DMT en granularité infinie sont supérieures à celles obtenues en SS-MC-MA en granularité infinie également. La tendance est inversée en granularité finie puisque les marges obtenues en SS-MC-MA dépassent cette fois ci celles de la DMT. On note d'ailleurs qu'à faible SNR, la DMT présente une marge négative. Cela signifie que le système est obligé de dégrader le taux d'erreur pour pouvoir transmettre le débit cible. En ce qui concerne le SS-MC-MA, les marges obtenues sont toujours positives et très proches des limites de la granularité infinie. À fort SNR, la différence de marge entre les deux systèmes se stabilise autour d'une valeur moyenne de 2,5 dB. Remarquons que cette différence correspond à l'écart entre les courbes de la figure 7.11 à fort SNR.

À l'issue de ces simulations, on peut dire que le système SS-MC-MA adaptatif proposé permet d'obtenir des marges de bruit plus élevées que le système DMT. Le choix du facteur d'étalement est encore une fois important pour conserver l'égalité de traitement entre les différents utilisateurs.

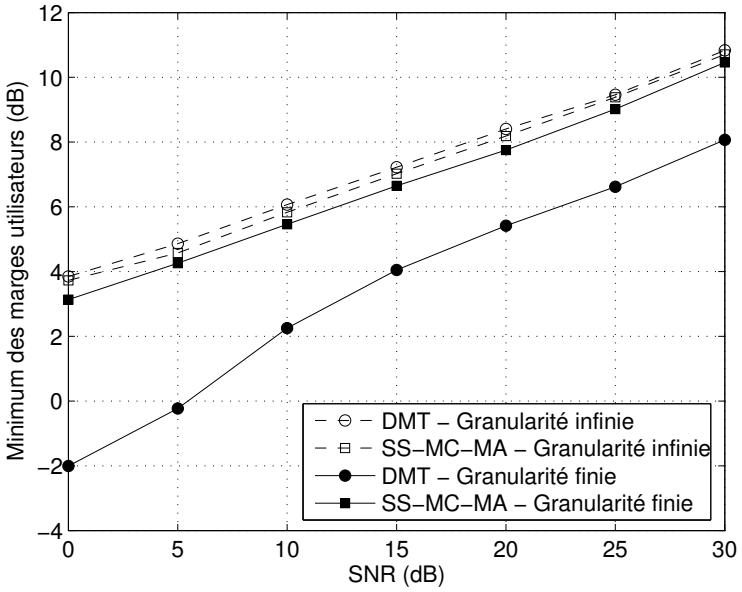


FIG. 7.14 – Comparaison des marges minimales obtenues avec la DMT et le SS-MC-MA en fonction du SNR pour 4 utilisateurs et un facteur d'étalement de $L = 64$.

7.4.3 Discussion sur la complexité des algorithmes

Pour terminer cette partie, il est intéressant de faire une légère digression au sujet de la complexité des algorithmes proposés. Comme nous avons déjà eu l'occasion de le dire, de nombreux travaux ont porté sur la recherche de solutions algorithmiques efficaces pour la mise en œuvre des procédures d'allocation des ressources avec le système DMT. Les algorithmes proposés ici pour le système SS-MC-MA n'ont pas été conçus dans le but d'optimiser les temps de calculs et des investigations sont sans aucun doute à prévoir dans ce domaine. Cependant, en faisant abstraction des optimisations que connaît la DMT, il est intéressant de remarquer que l'utilisation de l'opération d'étalement apporte une réduction naturelle de complexité d'un facteur proportionnel au facteur d'étalement, pour ce qui est de la seule mise en œuvre des algorithmes d'allocation. Prenons l'exemple de la maximisation du débit. Pour ce qui est de la DMT, l'organe d'allocation doit distribuer les N sous-porteuses une par une aux U utilisateurs, puis calculer autant de débits qu'il y a de sous-porteuses, soit N. Avec un système SS-MC-MA, le même organe d'allocation devra distribuer ces mêmes sous-porteuses, mais par blocs de L, soit L fois plus vite, puis calculer deux valeurs de débits par blocs (cf. paragraphe 7.2.2), soit $L/2$ fois moins qu'avec la DMT. Si l'on considère à présent la maximisation de la marge, le gain en terme de distribution des sous-porteuses est identique. Pour ce qui est de la distribution des débits, la mise en œuvre du crible en DMT implique, à chaque itération, le calcul d'autant de marges qu'il y a de sous-porteuses. En revanche en SS-MC-MA, il faut en calculer deux par blocs de sous-porteuses, soit $L/2$ fois moins en SS-MC-MA qu'en DMT.

Finalement, en plus d'un gain en débit ou en marge, le système proposé comporte une tendance naturelle à la réduction de complexité, que l'on doit au traitement des calculs par paquets de L.

Conclusion de la troisième partie

Dans cette partie, nous avons traité le problème de l'allocation des ressources en mode SS-MC-MA. Les problèmes de maximisation des débits et des marges de bruit en contexte multiutilisateur ont été abordés sous la contrainte d'une limitation de DSP et de l'utilisation d'ordres entiers de modulation. Dans un premier temps, des algorithmes d'allocation ont été développés afin d'adapter le système DMT à ces contraintes. Dans un second temps, nous nous sommes attachés à l'élaboration des procédures d'optimisation pour le système SS-MC-MA proposé. Les algorithmes développés lors de l'étude constituent un apport important de cette thèse. Nous avons montré que le système adaptatif proposé peut être vu comme une extension du système DMT auquel est adjoint une opération d'étalement mise en œuvre suivant l'axe fréquentiel.

Lors des simulations, nous avons mis en évidence le fait que le système DMT n'avait pas la capacité d'exploiter efficacement la ressource en puissance disponible, contrairement au nouveau système adaptatif proposé. Les résultats présentés montrent que l'opération d'étalement permet de mutualiser les puissances disponibles sur les différentes sous-porteuses d'un même bloc, et de les exploiter collectivement pour augmenter le débit ou la marge de bruit du système.

Nous avons également montré que le choix du facteur d'étalement relève d'un compromis entre l'augmentation des débits ou des marges et la qualité de leur répartition entre les utilisateurs, au sens d'une politique égalitaire. Nous avons vu qu'un facteur compris entre 16 et 64 était un bon compromis. Pour un SNR allant de 10 à 30 dB, le gain en débit a finalemenent été évalué entre 12 et 50 % pour chacun des 4 utilisateurs du système pris comme exemple. Concernant le gain en marge de bruit pour ces mêmes SNR, les résultats obtenus sont compris entre 2,5 et 3,5 dB pour un débit cible de moitié égal à la capacité de la DMT.

Finalement, on peut généraliser et affirmer que la capacité de la fonction d'étalement à collecter, mutualiser et exploiter toutes les puissances disponibles permet au système SS-MC-MA d'offrir, sous contrainte de masque de DSP, de meilleurs résultats en débit et en marge de bruit à débit fixé que la DMT, et ce, tant que le nombre d'utilisateurs reste bien inférieur au rapport N/L.

L'ensemble de ce travail a fait l'objet de deux contributions dans des conférences internationales [121,122], et d'une soumission d'article au numéro spécial *power line communications* de la revue *Journal on Selected Areas in Communications* (J-SAC) [123]. Un transfert de connaissances au sein du projet IDILE a également été mené sur ce sujet [124].

Conclusion générale

Le travail mené durant cette thèse a permis d'étudier et d'évaluer le potentiel des techniques combinant l'OFDM et le CDMA dans le cadre de la mise en œuvre d'un système de transmissions à haut-débit sur la boucle locale électrique.

La première partie de ce document a été consacrée à une étude système qui a permis d'établir et de justifier un certain nombre de choix importants concernant la forme d'onde, les paramètres et l'organisation des échanges du système proposé. Les grands principes des communications CPL ont tout d'abord été présentés au travers d'une synthèse bibliographique qui a également porté sur les principales caractéristiques du canal de propagation. Après avoir passé en revue les différentes possibilités quant au choix du système hybride à étudier, le système SS-MC-MA a été retenu non seulement pour sa robustesse face à un canal sélectif en fréquence et à un environnement de bruit particulièrement défavorable, mais aussi pour sa souplesse dans la gestion de l'accès multiple et du multiplexage des données, facilitant ainsi l'allocation des ressources. Au terme de cette partie, un format de trame a été proposé permettant de structurer les échanges de données entre les modems, échanges basés sur une architecture centralisée du réseau.

Dans la seconde partie du document, nous nous sommes attachés aux problèmes de la synchronisation des modems de la voie descendante, et à l'estimation des canaux des voies montante et descendante. Deux approches, l'une fréquentielle et l'autre temporelle, ont été développées et évaluées à cet effet. La nouvelle approche fréquentielle proposée, basée sur le principe d'observation des rotations de phase entre deux symboles pilotes, a montré d'excellents résultats en contextes mono- et multicellulaire, à faible comme à fort SNR. Ces bonnes performances s'expliquent notamment par l'apport des opérations de filtrage et de sélection de sous-porteuses proposées au sein de la boucle d'estimation. Nous avons également montré, en théorie et en pratique, que l'espacement entre les symboles d'apprentissage permettait d'améliorer les performances des estimateurs, à quantité donnée d'information d'apprentissage par trame. Concernant l'approche temporelle, nous avons vu que la résolution limitée de l'estimateur ne permettait pas d'obtenir une correction suffisante de la fréquence d'horloge, malgré une résistance exceptionnelle face au bruit. L'estimation du canal suivant cette approche s'avère cependant la plus efficace puisque les résultats obtenus sont très proches de la borne de Cramer-Rao, mais au prix d'une augmentation de la complexité équivalente à la mise en œuvre de deux FFT supplémentaires. La nouvelle procédure conjointe d'estimation dans le domaine fréquentiel des erreurs de synchronisation et d'estimation du canal dans un contexte multicellulaire a finalement été retenue pour faire face aux exigences de synchronisation du système qui sont, on le rappelle ici, particulièrement sévères.

Enfin, on remarquera que les différents travaux menés dans cette seconde partie sur les fonctions de synchonisation et d'estimation de canal dépassent le simple cadre de systèmes utilisant des formes d'onde SS-MC-MA, et peuvent tout à fait s'appliquer à toutes modulations à porteuses multiples mises en œuvre sur des canaux quasi-statiques.

Dans la dernière partie du document, nous avons apporté une réponse au problème d'allocation dynamique des ressources en mode SS-MC-MA. De nouveaux algorithmes d'allocation des puissances, des bits, des codes et des sous-porteuses, ont été développés en contexte multiutilisateur et ont apporté une solution à la maximisation des débits ou des marges de bruit. Alors qu'il est bien connu que dans le cas théorique considérant une granularité infinie, la DMT offre les meilleures performances en terme de capacité, le système SS-MC-MA est plus performant dans le cas pratique d'une granularité finie, correspondant à l'utilisation d'ordres entiers de modulation, et sous contrainte d'un masque de DSP. Ainsi, le système SS-MC-MA adaptatif proposé est le plus efficace dans l'exploitation des ressources disponibles grâce à la fonction d'étalement. À titre d'exemple, avec 4 utilisateurs actifs, il permet par rapport à la DMT une augmentation des débits individuels de 30 à 50 % selon le SNR, et une amélioration des marges de bruit de 2,5 à 3,5 dB pour ces mêmes SNR. La composante étalement permet effectivement de mutualiser les puissances disponibles sur chacune des sous-porteuses d'un bloc d'étalement, et d'en tirer profit collectivement afin de transmettre un débit plus important, ou d'obtenir une marge plus forte que la DMT. La DMT traite quant à elle les sous-porteuses de manière individuelle, et est en cela moins efficace dans l'exploitation des ressources sous contrainte de DSP. Les différentes simulations effectuées ont permis de mettre en évidence l'importance du choix du facteur d'étalement en fonction du nombre de sous-porteuses et d'utilisateurs du système.

D'une manière générale, la capacité de la fonction d'étalement à collecter et exploiter toutes les puissances disponibles permet au système SS-MC-MA d'offrir sous contrainte de masque de DSP de meilleurs résultats que la DMT, et ce, tant que chaque utilisateur peut travailler sur un nombre suffisant de blocs de sous-porteuses. Cette condition sera vérifiée si le rapport N/L reste bien supérieur au nombre d'utilisateurs.

Perspectives

Les perspectives à cette étude sont nombreuses et se situent dans le prolongement direct ou non des travaux déjà menés.

En premier lieu, notons que l'étude système effectuée s'applique tout particulièrement aux communications CPL *outdoor* mais peut être adaptée et étendue au cas *indoor*. Les principales caractéristiques des canaux de propagation sont en effet proches dans les deux contextes et autorisent une adaptation rapide des principes mis en œuvre dans cette thèse.

Une connaissance précise des conditions de bruits permettrait en outre d'envisager une optimisation des fonctions de codage de canal et d'entrelacement afin de rendre le système plus robuste face aux bruits impulsifs notamment. Des organes spécifiques de réjection de ces bruits impulsifs peuvent également être exploités, comme ceux proposés dans [125].

Concernant les fonctions d'estimation de canal et de synchronisation, il pourrait être intéressant d'envisager de combiner les deux approches, fréquentielle et temporelle, afin de tirer partie des deux techniques, la précision dans la correction d'horloge pour la première, et les bonnes performances en terme d'estimation de canal pour l'autre. Une amélioration de l'estimation de canal pourrait être dans ce cas d'adapter la largeur du fenêtrage de la réponse impulsionnelle en fonction de la longueur de l'étalement des retards, permettant ainsi de concentrer l'estimation sur les échantillons utiles de cette réponse.

Par ailleurs, il serait intéressant de développer une approche purement temporelle qui exploite directement le message reçu en sortie de l'échantillonneur, avant passage dans la FFT de réception. Les algorithmes obtenus devraient en théorie offrir les meilleurs résultats puisque l'on pourrait exploiter de cette manière les échantillons de l'intervalle de garde en plus de ceux de la partie utile du symbole à porteuses multiples.

Les perspectives relatives aux procédés d'allocation des ressources sont multiples. La première pourrait être de relacher la contrainte sur la longueur d'étalement, autorisant ainsi d'attribuer des facteurs d'étalement différents d'un bloc de sous-porteuses à l'autre. Le procédure de choix de L devrait alors être intégrée dans la boucle de l'algorithme d'allocation. On comprend que l'on pourrait de cette façon s'approcher encore plus près de la limite de capacité.

Un point important à aborder concerne les performances des algorithmes d'allocation lorsque les utilisateurs bénéficient de bilans de liaison très différents. Les algorithmes développés prennent comme critère d'optimisation un critère « égalitaire » qui consiste à traiter chaque utilisateur de la même manière. Ce critère n'est plus judicieux dès lors que les bilans de liaison ne sont plus similaires d'un utilisateur à l'autre, l'utilisateur avec le moins bon canal pénalisant tous les autres. Les stratégies de partage des sous-porteuses doivent alors être repensées. L'attribution de poids relatifs à chaque utilisateur en fonction de la qualité de sa liaison peut par example constituer une solution à ce problème.

L'adaptation des algorithmes aux cas de masques de DSP non blancs est également à envisager. Même si les tendances actuelles concernant les réglementations dans le domaine des CPL tendent à converger vers des masques plats en puissance dans les bandes autorisées, la prise en compte de masques de formes plus exotiques doit pouvoir être traitée.

Une étude spécifique permettant de réduire la complexité des algorithmes serait par ailleurs digne d'intérêt, notamment en ce qui concerne les algorithmes de maximisation de la marge, qui font appel de façon répétée à la mise en œuvre d'un crible, gourmand en ressources de calcul. Une première idée consiste à choisir un point de départ judicieux à chaque crible. Des études sur le sujet ont notamment été menées dans [112] dans le cas de la DMT et pourraient être étendues au cas du SS-MC-MA.

Enfin, le point le plus intéressant peut-être serait de reboucler l'étude en étudiant l'influence de l'estimation de canal sur les résultats de l'allocation des ressources. Nous avons en effet considéré dans le dernier chapitre que les réponses des différents canaux étaient parfaitement connues du récepteur. La mise en œuvre des algorithmes d'estimation de canal s'accompagne pourtant d'une dégradation des performances dont les conséquences sur l'attribution des ressources reste à quantifier, aussi bien pour le SS-MC-MA que pour la DMT.

En définitive, tout laisse à penser que les techniques multiporteuses, et en particulier celles reposant sur la combinaison des solutions OFDM et CDMA, devraient trouver dans un proche avenir de nouvelles applications dans le domaine des communications CPL.

Annexe

Annexe A

Principe de génération d'un signal à porteuses multiples en première fréquence intermédiaire par opération de double IFFT

Dans cette annexe est rappelée la méthode de génération d'un signal à porteuses multiples en première fréquence intermédiaire par le biais d'une IFFT de taille double. On cherche donc à obtenir directement un signal réel en sortie de modulateur. Pour cela, le signal appliqué à l'entrée de celui-ci doit vérifier la symétrie hermitienne. Les opérations de traitement du signal au sein de l'émetteur étant mises en œuvre sur le signal analytique, il faut dupliquer les échantillons et les arranger correctement pour reconstituer la symétrie. C'est là le principe de la méthode utilisée.

On rappelle que les échantillons du signal OFDM obtenus en sortie de modulateur s'écrivent

$$s_n = \sum_{k=0}^{N-1} \Re\left\{ x_k \, e^{\frac{\jmath 2\pi k}{N}} \right\}, \tag{A.1}$$

avec N est nombre de points de la IFFT. En utilisant les propriétés des nombres complexes, on peut réécrire que

$$s_n = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} x_k \, e^{\frac{\jmath 2\pi k}{N}} + \sum_{k=0}^{N-1} \bar{x}_k \, e^{-\frac{\jmath 2\pi k}{N}} \right\}, \tag{A.2}$$

où l'on rappelle que $\bar{\cdot}$ représente l'opération de conjugaison complexe. En manipulant quelque peu cette expression, on a

$$\begin{aligned} s_n &= \frac{1}{2} \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} x_k \, e^{\frac{\jmath 2\pi k}{N}} + \sum_{k=N+1}^{2N} \bar{x}_{2N-k} \, e^{-\frac{\jmath 2\pi k}{N}(2N-k)} \right\}, \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \sum_{k=0}^{2N-1} x'_k \, e^{\frac{\jmath 2\pi k}{N}} \right\}, \end{aligned} \tag{A.3}$$

avec les nouveaux échantillons x'_k définis par

$$x'_k = \begin{cases} 0 & k = 0 \\ x_k & k \in [1 : N-1] \\ 0 & k = N \\ \bar{x}_{2N-k} & k \in [N+1 : 2N-1] \end{cases} . \tag{A.4}$$

On vérifie que l'on peut bien écrire,

$$s_n = N \ \mathrm{IFFT}_{2N} \left[x'_k \right] . \tag{A.5}$$

La figure ci-dessous donne une représentation schématique de l'opération de double IFFT qu'il faut alors mettre en œuvre à l'émetteur. Les opérations duales sont bien entendu effectuées à la réception.

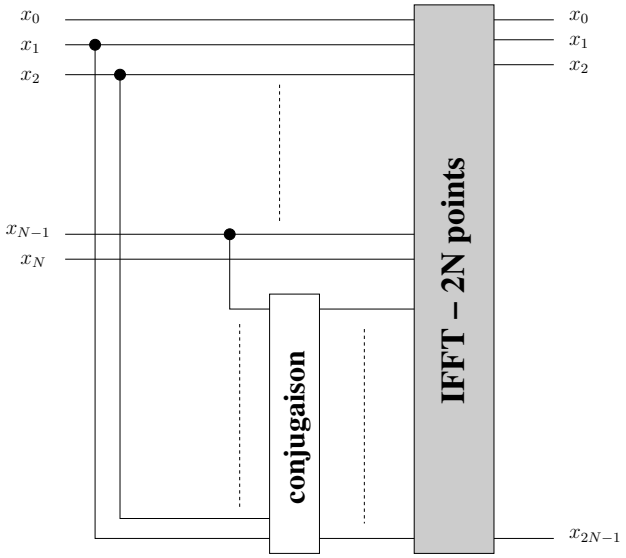


FIG. A.1 – Synoptique de l'opération de double IFFT associée à la modulation OFDM

Annexe B

Détermination de l'expression du signal multiporteuse obtenu après démodulation OFDM en fonction du positionnement de la fenêtre FFT

La détermination de l'influence du mauvais positionnement de la fenêtre FFT en réception d'un système OFDM est un problème bien connu et largement traité dans la littérature. L'intérêt des calculs présentés ici tient au fait que l'on prend en compte les dispersions temporelles du canal, contrairement à ce qui est fait la plupart du temps où un simple canal à bruit additif gaussien est considéré. On rappelle que l'intervalle de garde de dimension D est surdimensionné par rapport à l'étalement maximal des retards L. Comme cela a été présenté au chapitre 4, il existe alors une zone, dite libre d'ISI (*ISI-free area*) dans laquelle peut débuter le fenêtrage sans qu'aucune interférence — ISI ou ICI — n'intervienne. La fenêtre est alors en avance de $|\delta_t| < D - L$ échantillons sur sa position nominale. Les calculs dans ce cas sont très simples et ont été présentés dans le corps principal du document (cf. équation (3.10)). Les deux cas qu'il reste à traiter sont ceux d'une avance de $D > \delta_t > D - L$ échantillons et d'un retard de $D > |\delta_t| > 0$. Précisons qu'une avance se traduit par un $\delta_t < 0$ et un retard par un $\delta_t > 0$. Les illustrations des erreurs de positionnement de la fenêtre sont données sur les figures B.1 et B.2.

Les calculs présentés utilisent une astuce qui consiste à découper la réponse impulsionnelle du canal $\boldsymbol{h}$ en deux réponses successives $\boldsymbol{h}_1 = [h_0 \cdots h_{p-1}\, 0 \cdots 0]^T$ et $\boldsymbol{h}_2 = [0 \cdots 0\, h_p \cdots h_{L-1}]^T$, avec respectivement p et $q = L - p$ trajets significatifs, comme indiqué sur chacune des figures. On a donc $\boldsymbol{h} = \boldsymbol{h}_1 + \boldsymbol{h}_2$. Selon le cas de fenêtrage anticipé ou retardé, p vaut respectivement $D + \delta_t + 1$ et δ_t. Ainsi, on distingue l'influence des trajets avant et après le début du fenêtrage. Nous allons traiter les deux cas de défaut de fenêtrage séparément.

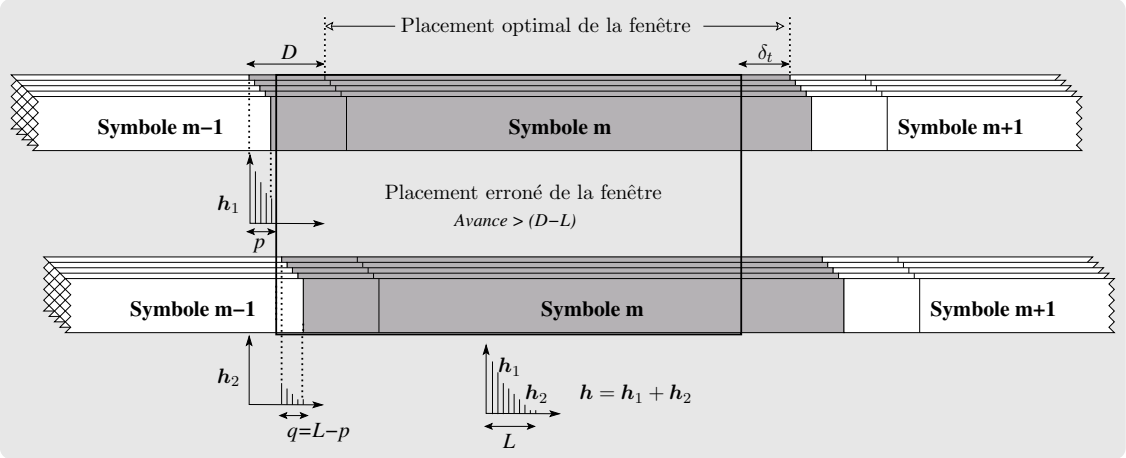


FIG. B.1 – Représentation du placement erronée de la fenêtre FFT en avance sur sa position optimale. Illustration du principe de découpage de la réponse impulsionnelle en deux réponses successives $\boldsymbol{h}_1$ et $\boldsymbol{h}_2$.

Fenêtrage en avance : $\delta_t < -(D - L)$

Nous allons exprimer le vecteur des symboles reçus après FFT en trois composantes distinctes :

- la première, notée $\boldsymbol{y}_m^{(1)}$ correspond au fenêtrage des répliques du symbole m dues aux $p = D + \delta_t + 1$ trajets du canal $\boldsymbol{h}_1$,
- la deuxième, notée $\boldsymbol{y}_m^{(2)}$ correspond au fenêtrage des répliques du symbole m dues aux $q = L - D - \delta_t$ trajets du canal $\boldsymbol{h}_2$,
- la dernière notée $\boldsymbol{y}_{m-1}^{(2)}$ correspond au fenêtrage des répliques du symbole $m-1$ dues aux $q = L - D - \delta_t$ trajets du canal $\boldsymbol{h}_2$.

Dans cette situation, les répliques du symbole m dues au canal $\boldsymbol{h}_1$ sont correctement fenêtrées. L'orthogonalité entre ces répliques est conservée et l'on peut facilement écrire le résultat de leur passage par la FFT de réception. En effet, en s'inspirant de ce qui a été fait pour obtenir l'expression de l'équation (3.10), on peut écrire que

$$\boldsymbol{y}_m^{(1)} = \boldsymbol{F}\left(\boldsymbol{F}^H \boldsymbol{P}(-\delta_t)\, \boldsymbol{T}_{\boldsymbol{h_1}}\, \boldsymbol{F}\right) \boldsymbol{F}^H \boldsymbol{x}_m + \boldsymbol{b}_m \tag{B.1}$$

$$= \boldsymbol{\Theta}(\epsilon_t)\, \boldsymbol{H}_1 \boldsymbol{x}_m\,, \tag{B.2}$$

où $\boldsymbol{T}_{\boldsymbol{h_1}}$ est la matrice de Toeplitz formée avec les coefficients du canal $\boldsymbol{h}_1$, à l'instar de celle présentée au chapitre 4. Par ailleurs, on a $\boldsymbol{H}_1 = \mathrm{diag}\,(\boldsymbol{F}_{N,L}\boldsymbol{h}_1)$. L'écriture du terme $\boldsymbol{y}_m^{(2)}$ est plus délicate car la matrice de canal n'est plus circulaire. En effet, on a

$$\boldsymbol{y}_m^{(2)} = \boldsymbol{F}\boldsymbol{M}\boldsymbol{F}^H \boldsymbol{x}_m\,, \tag{B.3}$$

avec,

$$
\begin{array}{c}
\\
|\delta_t|+p \\
\\
\boldsymbol{M} = \\
N \times N
\end{array}
\begin{array}{c}
\overset{\overset{q}{\longleftrightarrow}}{} \quad \overset{\overset{D}{\longleftrightarrow}}{} \\
\left[\begin{array}{ccccccccccccccc}
0 & \cdots & \cdots & 0 & \times & \cdots & \times & 0 & \cdots & \cdots & \circ & \cdots & \circ \\
\vdots & & & & & \ddots & \vdots & h_p & & & & \ddots & \vdots \\
\vdots & & \ddots & & & & \times & \vdots & \ddots & & & & \circ \\
\vdots & & & & & & & h_{L-1} & & \ddots & & & \vdots \\
\vdots & & & & & & & & \ddots & & \ddots & & \vdots \\
\vdots & & & & & & & & & \ddots & & \ddots & 0 \\
\vdots & & & & & & & & & & \ddots & & h_p \\
h_p & & & & & & & & & & & \ddots & \vdots \\
\vdots & \ddots & & & & & & & & & & & h_{L-1} \\
h_{L-1} & & \ddots & & & & & & & & & & 0 \\
0 & \ddots & & \ddots & & & & & & & & & \vdots \\
\vdots & & \ddots & & \ddots & & & & & & & & \vdots \\
0 & \cdots & 0 & h_{L-1} & \cdots & h_p & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0
\end{array}\right]
\end{array}
.
$$

Les croix marquent les composantes manquantes pour que la matrice soit circulaire. Les composantes marquées de points correspondent aux emplacements des échantillons du symbole $m-1$ dont l'influence sera prise en compte plus loin. Nous allons donc rajouter les éléments manquants pour rendre $\boldsymbol{M}$ circulaire et introduire une matrice $\boldsymbol{Q}$ venant rétablir l'égalité. On fait ainsi apparaître la matrice du canal $\boldsymbol{T}_{\boldsymbol{h}_2}$, à une permutation circulaire près, soit

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{P}(-\delta_t) \cdot \boldsymbol{T}_{\boldsymbol{h}_2} - \boldsymbol{Q}\,, \qquad \text{avec,} \tag{B.4}$$

$$
\begin{array}{c}
\boldsymbol{Q} = \\
N \times N
\end{array}
\left\{\begin{array}{lll}
\boldsymbol{A} = \left[\begin{array}{cccc}
h_{L-1} & \cdots & \cdots & h_p \\
0 & \ddots & & \vdots \\
\vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\
0 & \cdots & 0 & h_{L-1}
\end{array}\right] & \text{pour} & \begin{array}{l} 0 \le i \le q-1 \\ N-D-q \le j \le N-D-1 \end{array} \\
\\
0 & & \text{ailleurs.}
\end{array}\right.
$$

On peut alors réécrire le vecteur des symboles reçus à travers les échos du canal $\boldsymbol{h}_2$

$$\boldsymbol{y}_m^{(2)} = \boldsymbol{\Theta}(\epsilon_t) \cdot \boldsymbol{H}_2\, \boldsymbol{x}_m - \boldsymbol{F}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{F}^H \boldsymbol{x}_m + \boldsymbol{b}_m\,, \tag{B.5}$$

où $\boldsymbol{H}_2 = \mathrm{diag}\,(\boldsymbol{F}_{N,L}\boldsymbol{h}_2)$. En opérant une permutation circulaire des lignes de $\boldsymbol{Q}$ de $u = N-D-q$ colonnes vers la gauche, on décale les composantes significatives de $\boldsymbol{Q}$, soit la matrice triangulaire $\boldsymbol{A}$, sur les lignes i et colonnes j telles que $0 \le i, j \le q-1$. On appelle $\boldsymbol{Q}'$ la matrice permutée obtenue, soit $\boldsymbol{Q}' = \boldsymbol{Q}\boldsymbol{P}(u)$. Les matrices de Fourier peuvent alors être restreintes à la taille $N \times q$ en ne considérant que les lignes et colonnes de $\boldsymbol{F}$

intervenant dans le produit avec $\boldsymbol{Q}'$. En termes mathématiques, cela donne,

$$\begin{aligned}\boldsymbol{y}_m^{(2)} &= \boldsymbol{\Theta}(\epsilon_t)\boldsymbol{H}_2\,\boldsymbol{x}_m - \boldsymbol{F}\left(\boldsymbol{Q}'\boldsymbol{P}(N-u)\right)\boldsymbol{F}^H\boldsymbol{x}_m\,,\\ &= \boldsymbol{\Theta}(\epsilon_t)\boldsymbol{H}_2\,\boldsymbol{x}_m - \boldsymbol{F}_{N,q}\boldsymbol{A}\boldsymbol{F}_{N,q}^H\cdot\boldsymbol{\Theta}(\tfrac{u}{N})\boldsymbol{x}_m\,,\\ &= \boldsymbol{\Theta}(\epsilon_t)\boldsymbol{H}_2\,\boldsymbol{x}_m - \boldsymbol{F}_{N,q}\boldsymbol{A}\boldsymbol{F}_{N,q}^H\cdot\boldsymbol{\Theta}(\epsilon_t)\boldsymbol{\Theta}^H(\tfrac{L-1}{N})\boldsymbol{x}_m\,,\end{aligned} \tag{B.6}$$

en utilisant le fait que $\boldsymbol{P}(x) = \boldsymbol{F}^H\boldsymbol{\Theta}(-\frac{x}{N})\boldsymbol{F}$ et que $u = N-D-q = N-L+\delta_t+1$. Il reste alors à analyser le produit matriciel $\boldsymbol{F}_{N,q}\boldsymbol{A}\boldsymbol{F}_{N,q}^H$ pour finir de caractériser les composantes introduites par le canal $\boldsymbol{h}_2$. Une dernière décomposition matricielle permet de simplifier les calculs. La matrice $\boldsymbol{A}$ peut être rendue circulante en écrivant,

$$\underbrace{\begin{bmatrix} h_{L-1} & \cdots & \cdots & h_p \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & h_{L-1}\end{bmatrix}}_{\boldsymbol{A}} = \underbrace{\begin{bmatrix} h_{L-1} & \cdots & \cdots & h_p \\ h_p & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ h_{L-2} & \cdots & h_p & h_{L-1}\end{bmatrix}}_{\boldsymbol{T_{h_2}}^{(q)}} - \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ h_p & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ h_{L-2} & \cdots & h_p & 0\end{bmatrix}}_{\boldsymbol{B}},$$

où $\boldsymbol{T_{h_2}}^{(q)}$ est une version permutée de la matrice circulante du canal $\boldsymbol{h}_2$ de dimension q^2. Cette matrice se décompose par le produit des matrices Fourier $\boldsymbol{F}_{q,q}$ à gauche et à droite de la matrice diagonale diag $\left(\boldsymbol{F}_{q,q}\cdot[h_{L-1}\,h_p\,\cdots\,h_{L-2}]^T\right)$. Après quelques manipulations, on arrive à

$$\boldsymbol{F}_{N,q}\boldsymbol{A}\boldsymbol{F}_{N,q}^H = \frac{q}{N}\cdot\boldsymbol{H}_2\boldsymbol{\Theta}^H(\tfrac{L-1}{N}) - \boldsymbol{F}_{N,q}\boldsymbol{B}\boldsymbol{F}_{N,q}^H\,, \tag{B.7}$$

et (B.6) se réécrit donc,

$$\boldsymbol{y}_m^{(2)} = (1-\frac{q}{N})\cdot\boldsymbol{\Theta}(\epsilon_t)\boldsymbol{H}_2\boldsymbol{x}_m + \boldsymbol{F}_{N,q}\boldsymbol{B}\boldsymbol{F}_{N,q}^H\cdot\boldsymbol{\Theta}(\epsilon_t)\boldsymbol{\Theta}^H(\tfrac{L-1}{N})\boldsymbol{x}_m\,. \tag{B.8}$$

Il suffit enfin de caractériser la décomposition de $\boldsymbol{B}$ par les matrices de Fourier. Les termes diagonaux d_k obtenus sont porteurs de l'information utile alors que les termes non-diagonaux $z_{k,l}$ sont responsables de l'ICI, avec $0 \le k,l \le N-1$. En développant les calculs, on obtient pour ces contributions,

$$\begin{cases} z_{k,l} = \displaystyle\sum_{i=0}^{q-2} w_{i(l-k)}^H \sum_{j=0}^{q-i-1} w_{kj}\,h_{p+j-1} \\ d_k = \displaystyle\sum_{i=0}^{q-2}\sum_{j=0}^{q-i-1} w_{kj}\,h_{p+j-1}\end{cases} \tag{B.9}$$

qui peuvent encore se réécrire,

$$\begin{cases} z_{k,l} = w_{k(L-1)}\displaystyle\sum_{i=0}^{q-2} w_{i(l-k)}^H \sum_{j=p}^{p+i} w_{k(q+j)}\,h_j \\ d_k = w_{k(L-1)}\displaystyle\sum_{i=0}^{q-2}\sum_{j=p}^{p+i} w_{k(q+j)}\,h_j\end{cases} \tag{B.10}$$

Le coefficient $w_{k(L-1)}$ vient compenser la rotation de $\frac{L-1}{N}$ présente dans l'équation (B.8). Les termes diagonaux d_k sont regroupés dans une matrice diagonale $\boldsymbol{D}$ et les termes d'ICI $z_{k,l}$ sont réunis dans une matrice d'interférence $\boldsymbol{Z}$. On obtient donc,

$$\boldsymbol{y}_m^{(2)} = \left[\left(1 - \frac{q}{N}\right) \cdot \boldsymbol{H}_2 + \boldsymbol{D}\right] \boldsymbol{\Theta}(\epsilon_t)\boldsymbol{x}_m + \boldsymbol{Z}\boldsymbol{\Theta}(\epsilon_t)\boldsymbol{x}_m \,, \tag{B.11}$$

Les termes de la matrice diagonale $\boldsymbol{D}$ s'interprètent comme une somme de fonctions de transferts partielles calculées à partir des $q-1$ premiers trajets de $\boldsymbol{h}_2$. L'intervalle de sommation, et donc le nombre de points de chaque transformée de Fourier réalisée, est restreint à un nombre d'échantillons inférieur à p, si bien que l'on pourra négliger $\boldsymbol{D}$ devant les composantes en $\boldsymbol{H}_1$ et $\boldsymbol{H}_2$ de $\boldsymbol{y}_m$ dès que $N \gg p$. Seul le terme $\boldsymbol{y}_{m-1}^{(2)}$ d'ISI reste alors à déterminer. Son calcul est très proche de $\boldsymbol{y}_m^{(2)}$ puisqu'il fait intervenir les trajets de $\boldsymbol{h}_2$. La matrice de canal à considérer ne comporte que quelques composantes situées aux emplacements des points dans (B.4). Plus précisément, on a

$$\boldsymbol{y}_{m-1}^{(2)} = \boldsymbol{F}\boldsymbol{Q}'\boldsymbol{F}^H\boldsymbol{x}_{m-1} \,, \qquad \text{avec,} \tag{B.12}$$

$$\underset{N \times N}{\boldsymbol{Q}'} = \begin{cases} \boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} h_{L-1} & \cdots & \cdots & h_p \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & h_{L-1} \end{bmatrix} & \text{pour} \quad \begin{array}{l} 0 \le i \le q-1 \\ N-q \le j \le N-1 \end{array} \\ 0 & \text{ailleurs.} \end{cases}$$

La matrice $\boldsymbol{Q}'$ est donc une version permutée de la matrice $\boldsymbol{Q}$ déjà étudiée. En utilisant que $\boldsymbol{Q}' = \boldsymbol{Q}\boldsymbol{P}(N-D)$, on peut alors rapidement conclure quant à l'expression de $\boldsymbol{y}_{m-1}^{(2)}$:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{y}_{m-1}^{(2)} &= \boldsymbol{F}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{F}^H\boldsymbol{\Theta}(\tfrac{D}{N})\boldsymbol{x}_{m-1} \,, \\ &= \boldsymbol{F}_{N,q}\boldsymbol{A}\boldsymbol{F}_{N,q}^H\boldsymbol{\Theta}^H(\tfrac{q}{N})\boldsymbol{x}_{m-1} \,, \\ &= \left(\frac{q}{N}\boldsymbol{H}_2 - \boldsymbol{D}\right) \cdot \boldsymbol{\Theta}(\tfrac{p-1}{N})\boldsymbol{x}_{m-1} - \boldsymbol{Z}\boldsymbol{\Theta}(\tfrac{p-1}{N})\boldsymbol{x}_{m-1} \,. \end{aligned} \tag{B.13}$$

Le premier terme de l'équation constitue l'ISI amenée par les échantillons de $\boldsymbol{x}_{m-1}$ et le second terme véhicule l'ICI qu'ils engendrent. Contrairement à (B.11), les composantes de $\boldsymbol{D}$ ne peuvent pas être négligées puisqu'elles sont du même ordre de grandeurs que $\frac{q}{N}\boldsymbol{H}_2$. En somme, on pourra écrire le signal reçu comme une somme de termes utiles et d'interférences, soit

$$\boldsymbol{y}_m = \left[\boldsymbol{H}_1 + \left(1 - \frac{q}{N}\right)\, \boldsymbol{H}_2 + \boldsymbol{D}\right] \boldsymbol{\Theta}(\epsilon_t)\boldsymbol{x}_m + \boldsymbol{\Xi}_{\text{ICI}}^{(m)} + \boldsymbol{\Xi}_{\text{ICI}}^{(m-1)} + \boldsymbol{\Xi}_{\text{ISI}}^{(m-1)} + \boldsymbol{b}_m \,, \tag{B.14}$$

$$\text{avec,} \qquad \begin{cases} \boldsymbol{\Xi}_{\text{ICI}}^{(m)} = \boldsymbol{Z}\boldsymbol{\Theta}(\epsilon_t)\boldsymbol{x}_m \\ \boldsymbol{\Xi}_{\text{ICI}}^{(m-1)} = \left(\frac{q}{N}\boldsymbol{H}_2 - \boldsymbol{D}\right) \cdot \boldsymbol{\Theta}(\epsilon_t + \epsilon_d)\boldsymbol{x}_{m-1} \\ \boldsymbol{\Xi}_{\text{ISI}}^{(m-1)} = \boldsymbol{Z}\boldsymbol{\Theta}(\epsilon_t + \epsilon_d)\boldsymbol{x}_m \end{cases}$$

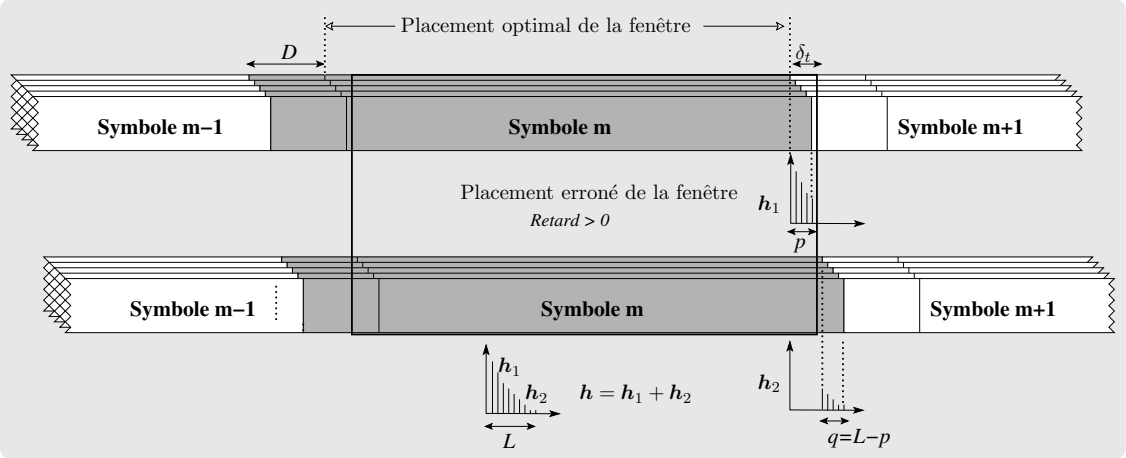


FIG. B.2 – Représentation du placement erronée de la fenêtre FFT en retard sur sa position optimale. Illustration du principe de découpage de la réponse impulsionnelle en deux réponses successives $\boldsymbol{h}_1$ et $\boldsymbol{h}_2$.

et en posant $\epsilon_d = \frac{D}{N}$. On remarque que les termes d'interférences ne subissent pas la même rotation de phase selon qu'ils sont véhiculent l'information du symbole m ou $m-1$. De façon logique, l'ICI provenant du symbole m subit la même rotation de phase que la composante utile de ce même symbole. Au contraire les deux autres termes d'interférences, provenant du symbole $m-1$, connaissent une rotation de phase d'un angle réduit de ϵ_d. Cela provient du fait que le fenêtrage subit par le symbole $m-1$ ne fait pas intervenir des échantillons pris dans son intervalle de garde. Par ailleurs, on remarque que le profil du canal joue un rôle prépondérant dans la valeur à attribuer aux termes d'interférence. Tous sont en effet fonction des matrices $\boldsymbol{D}$ et $\boldsymbol{Z}$ qui sont construites à partir des coefficients h_k affectés aux trajets de $\boldsymbol{h}_2$. Ainsi, plus le canal aura un profil atténué pour ses derniers trajets et moins les défauts de fenêtrage de dégraderont les performances. Enfin, notons que si ϵ_t devient supérieur à $D-L$, alors le canal $\boldsymbol{h}_2$ se réduit à zéro et les matrices $\boldsymbol{H}_2$, $\boldsymbol{D}$ et $\boldsymbol{Z}$ deviennent nulles. Les termes d'interférences disparaissent et on obtient l'expression (3.10) donnée au paragraphe 3.2.1 où seule la rotation de phase n'est à prendre en compte.

Fenêtrage en retard : $\delta_t > 0$

Comme précédemment, exprimons le vecteur des symboles reçus en faisant apparaître les différentes contributions. Le rôle des sous-canaux $\boldsymbol{h}_1$ et $\boldsymbol{h}_2$ est inversé et on distingue

- $\boldsymbol{y}_m^{(2)}$ les symboles issus du fenêtrage des répliques du symbole m dues aux $q = L - \delta_t$ trajets du canal $\boldsymbol{h}_2$,
- $\boldsymbol{y}_m^{(1)}$ ceux provenant du fenêtrage des répliques du symbole m dues aux $p = \delta_t$ trajets du canal $\boldsymbol{h}_1$,
- $\boldsymbol{y}_{m+1}^{(1)}$ les composantes correspondant au fenêtrage des répliques du symbole $m+1$ dues aux $p = \delta_t$ trajets du canal $\boldsymbol{h}_1$.

En suivant la même démarche que précédemment, on peut rapidement écrire que

$$\boldsymbol{y}_m^{(2)} = \boldsymbol{\Theta}(\epsilon_t)\, \boldsymbol{H}_2 \boldsymbol{x}_m \,, \tag{B.15}$$

$$\boldsymbol{y}_m^{(1)} = \boldsymbol{F}\boldsymbol{M}\boldsymbol{F}^H \boldsymbol{x}_m \,, \tag{B.16}$$

avec,

$$\boldsymbol{M} = \underset{N \times N}{} \begin{bmatrix}
0 & h_{p-1} & \cdots & h_0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\
\vdots & \ddots & & \ddots & & & & & & & & \vdots \\
\vdots & & \ddots & & \ddots & & & & & & & \vdots \\
\vdots & & & \ddots & & \ddots & & & & & & \vdots \\
\vdots & & & & \ddots & & \ddots & & & & & \vdots \\
\vdots & & & & & \ddots & & \ddots & & & & \vdots \\
\vdots & & & & & & \ddots & & \ddots & & & \vdots \\
\vdots & & & & & & & \ddots & & \ddots & & 0 \\
0 & & & & & & & & h_{p-1} & & h_0 & \\
\times & & & & \circ & & & & & \ddots & \vdots & \\
\vdots & \ddots & & & \vdots & \ddots & & & & & h_{p-1} & \\
\times & \cdots & \times & 0 \cdots \cdots & \circ & \cdots & \circ & \cdots & \cdots & & 0 &
\end{bmatrix} .$$

La matrice obtenue n'est pas circulante, les emplacements marqués de croix correspondant aux composantes manquantes pour cela. On note qu'une fois encore, les composantes d'ISI, marquées par les cercles, sont décalées de D colonnes vers la droite. Comme cela a été fait à la section précédente, nous allons avoir recours à une matrice $\boldsymbol{Q}$ afin de rendre $\boldsymbol{M}$ circulante. On définit donc,

$$\underset{N \times N}{\boldsymbol{Q} =} \begin{cases} \boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ h_{p-1} & \cdots & \cdots & h_0 \end{bmatrix} & \text{pour} \quad \begin{matrix} N-p \leq i \leq p-1 \\ 0 \leq j \leq p-1 \end{matrix} \\ 0 & \text{ailleurs.} \end{cases}$$

De la même manière que pour obtenir l'expression (B.6), on restreint $\boldsymbol{Q}$ à la matrice $\boldsymbol{A}$, ce qui donne

$$\boldsymbol{y}_m^{(1)} = \boldsymbol{\Theta}(\epsilon_t)\boldsymbol{H}_1\, \boldsymbol{x}_m - \boldsymbol{F}_{N,p}\boldsymbol{A}\boldsymbol{F}_{N,p}^H \cdot \boldsymbol{\Theta}(\tfrac{p}{N})\boldsymbol{x}_m \,. \tag{B.17}$$

On décompose ensuite $\boldsymbol{A}$ de manière à faire apparaître la matrice de Toeplitz de dimension p^2 du canal $\boldsymbol{h}_1$,

$$\underbrace{\begin{bmatrix} h_0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ h_{p-1} & \cdots & \cdots & h_0 \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{A}} = \underbrace{\begin{bmatrix} h_0 & h_{p-1} & \cdots & h_1 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & h_{p-1} \\ h_{p-1} & \cdots & \cdots & h_0 \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{T}_{\boldsymbol{h_1}}{}^{(q)}} - \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & h_{p-1} & \cdots & h_1 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & h_{p-1} \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{B}} .$$

La matrice de Toeplitz obtenue permet de faire intervenir la fonction de transfert $\boldsymbol{H}_1$ dans l'expression de $\boldsymbol{y}_m^{(1)}$. On obtient alors,

$$\boldsymbol{y}_m^{(1)} = (1 - \frac{p}{N}) \cdot \boldsymbol{\Theta}(\epsilon_t)\boldsymbol{H}_1\boldsymbol{x}_m + \boldsymbol{\Theta}(\epsilon_t) \cdot \boldsymbol{F}_{N,p}\boldsymbol{B}\boldsymbol{F}_{N,p}^H\boldsymbol{x}_m \,, \tag{B.18}$$

en rappelant que $\epsilon_t = p$. Il reste alors à derterminer les composantes de $\boldsymbol{B}$. Par analogie avec les calculs déjà effectués précédemment, on arrive à

$$\begin{cases} z_{k,l} = \displaystyle\sum_{i=1}^{p-1} w_{i(l-k)}^H \sum_{j=p-1}^{p-i} w_{k(j-p)}\, h_j \\ d_k = \displaystyle\sum_{i=1}^{p-1} \sum_{j=p-1}^{p-i} w_{k(j-p)}\, h_j \end{cases} \tag{B.19}$$

Finalement, en introduisant les matrices $\boldsymbol{B}$ et $\boldsymbol{Z}$, il vient,

$$\boldsymbol{y}_m^{(1)} = \left[\left(1 - \frac{p}{N}\right) \cdot \boldsymbol{H}_1 + \boldsymbol{D}\right] \boldsymbol{\Theta}(\epsilon_t)\boldsymbol{x}_m + \boldsymbol{\Theta}(\epsilon_t)\boldsymbol{Z}\boldsymbol{x}_m \,. \tag{B.20}$$

On note la forte ressemblance avec l'expression développée dans le cas d'une avance de fenêtre. Remarquons quand même que la matrice de rotation $\boldsymbol{\Theta}$ intervient sur les lignes de $\boldsymbol{Z}$ et non sur ses colonnes comme à l'équation (B.11). La matrice $\boldsymbol{D}$ a toujours un poids relativement faible à côté de la matrice $\boldsymbol{H}_1$. Il faut encore calculer l'ISI pour finir d'exprimer le vecteur de symboles reçus. Les composantes d'ISI dans $\boldsymbol{M}$ font encore une fois intervenir la matrice $\boldsymbol{A}$ décalée de D colonnes vers la gauche, soit le même scénario que pour le calcul de l'ISI pour le cas d'un fenêtrage avancé. Les calculs du paragraphe précédent donnent alors directement le résultat, à savoir

$$\begin{aligned} \boldsymbol{y}_{m+1}^{(1)} &= \boldsymbol{F}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{F}^H\boldsymbol{\Theta}(\tfrac{D}{N})\boldsymbol{x}_{m-1} \,, \\ &= \left(\frac{p}{N}\boldsymbol{H}_1 + \boldsymbol{D}\right) \boldsymbol{\Theta}(\epsilon_t + \epsilon_d)\boldsymbol{x}_{m+1} + \boldsymbol{\Theta}(\epsilon_t)\boldsymbol{Z}\boldsymbol{\Theta}(\epsilon_d)\boldsymbol{x}_{m+1} \,. \end{aligned} \tag{B.21}$$

D'où l'expression finale du vecteur de symboles $\boldsymbol{y}_m$,

$$\boldsymbol{y}_m = \left[\boldsymbol{H}_2 + \left(1 - \frac{p}{N}\right)\, \boldsymbol{H}_1 + \boldsymbol{D}\right] \boldsymbol{\Theta}(\epsilon_t)\boldsymbol{x}_m + \boldsymbol{\Xi}_{\text{ICI}}^{(m)} + \boldsymbol{\Xi}_{\text{ICI}}^{(m+1)} + \boldsymbol{\Xi}_{\text{ISI}}^{(m+1)} + \boldsymbol{b}_m \,, \tag{B.22}$$

$$\text{avec,} \qquad \begin{cases} \boldsymbol{\Xi}_{\text{ICI}}^{(m)} = \boldsymbol{\Theta}(\epsilon_t)\boldsymbol{Z}\boldsymbol{x}_m \\ \boldsymbol{\Xi}_{\text{ISI}}^{(m-1)} = \left(\frac{p}{N}\boldsymbol{H}_1 - \boldsymbol{D}\right) \cdot \boldsymbol{\Theta}(\epsilon_t + \epsilon_d)\boldsymbol{x}_{m-1} \\ \boldsymbol{\Xi}_{\text{ICI}}^{(m-1)} = \boldsymbol{\Theta}(\epsilon_t)\boldsymbol{Z}\boldsymbol{\Theta}(\epsilon_d)\boldsymbol{x}_m \end{cases}$$

La forme du signal obtenu est, de façon attendue, très similaire à celle déterminée dans le cas d'une fenêtre en avance. Les différences notables viennent du signe de ϵ_t, qui inverse le sens de la rotation de phase, et de l'inversion des contributions des canaux $\boldsymbol{H}_1$ et $\boldsymbol{H}_2$. Etant donnée que dans la plupart des canaux les premiers trajets sont les plus puissants, il est clair que les termes d'interférence auront une puissance plus forte dans le cas du retard de fenêtre, rendant cette situation très défavorable au système.

Annexe C

Calcul de l'information mutuelle d'un système MC-CDMA avec mise œuvre de l'égalisation suivant le critère du MMSE

Dans le corps du document, l'expression de l'information mutuelle du système MC-CDMA a été développée dans le cas d'un récepteur de type ZF. Nous présentons ici les calculs similaires dans le cas de la mise en œuvre de la combinaison MMSE, notamment proposée dans [33], et dont l'écriture est rappelée en (7.3). Le but est de montrer que l'expression obtenue s'avère relativement complexe, et donc difficilement compatible avec le développement de procédures simples d'allocation des ressources. On rappelle que l'on considère le cas de récepteurs dits mono-utilisateurs, c'est-à-dire que chaque code est traité de manière indépendante. Le signal reçu en sortie de l'organe de désétalement s'écrit alors,

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{C}_{L,C}^{H}\boldsymbol{G}\boldsymbol{H}\boldsymbol{C}_{L,C}\boldsymbol{x} + \frac{1}{\sqrt{L}}\boldsymbol{C}_{L,C}^{H}\boldsymbol{G}\boldsymbol{H}\boldsymbol{b}' \,, \tag{C.1}$$

tel que le symbole reçu après désétalement du code v est,

$$y_v = \underbrace{\sum_{i=0}^{L-1} c_{v,i}g_i h_i c_{v,i} x_v}_{Z_1} + \underbrace{\sum_{i=0}^{L-1}\sum_{\substack{u=0\\u\neq v}}^{C-1} c_{v,i}g_i c_{i,u} x_u}_{Z_2} + \underbrace{\sum_{i=0}^{L-1} c_{v,i}g_i b'_i}_{Z_3} \,, \tag{C.2}$$

où g_i est le coefficient d'égalisation appliqué à la sous-porteuse i. Dans cette expression on distingue, de gauche à droite, le terme Z_1 relatif au signal utile, un terme d'interférence Z_2, et un terme de bruit Z_3. Sous l'hypothèse de codes orthogonaux, la capacité du système s'exprime comme la somme des capacités apportées par chacun des codes. Il suffit alors de calculer l'information mutuelle $\mathcal{I}_v$ entre les processus y_v et x_v. En supposant que le terme d'interférence suit une loi gaussienne, ce qui est vrai pour une longueur de codes suffisamment grande, on peut écrire

$$\mathcal{I}_v = \frac{1}{2}\ \log_2\left(1 + \frac{\mathrm{E}\left[Z_1 Z_1^H\right]}{\mathrm{E}\left[Z_2 Z_2^H\right] + \mathrm{E}\left[Z_3 Z_3^H\right]}\right) . \tag{C.3}$$

Calculons chacun des termes d'espérance. On a,

$$\mathrm{E}\left[\left|\sum_{i=0}^{L-1} c_{v,i} g_i h_i c_{v,i} x_v\right|^2\right] = \left|\sum_{i=0}^{L-1} \frac{|h_i|^2}{|h_i|^2 + \frac{N_0}{P_i}}\right|^2 P_v \tag{C.4}$$

$$\mathrm{E}\left[\left|\sum_{i=0}^{L-1}\sum_{\substack{u=0\\u\neq v}}^{C-1} c_{v,i} g_i c_{i,u} x_u\right|^2\right] = \sum_{\substack{u=0\\u\neq v}}^{C-1}\left|\sum_{i=0}^{L-1} \frac{|h_i|^2}{|h_i|^2 + \frac{N_0}{P_i}}\, c_{i,v} c_{i,u}\right|^2 P_u \tag{C.5}$$

$$\mathrm{E}\left[\left|c_{v,i} g_i b_i'\right|^2\right] = \sum_{i=0}^{L-1} \frac{|h_i|^2}{\left(|h_i|^2 + \frac{N_0}{P_i}\right)^2}\, N_0\,. \tag{C.6}$$

On arrive finalement à l'expression,

$$\mathcal{I} = \sum_{v=0}^{C-1} \log_2\left(1 + \frac{\left|\sum_{i=0}^{L-1} \frac{|h_i|^2}{|h_i|^2 + \frac{N_0}{P_i}}\right|^2 P_v}{\sum_{\substack{u=0\\u\neq v}}^{C-1}\left|\sum_{i=0}^{L-1} \frac{|h_i|^2}{|h_i|^2 + \frac{N_0}{P_i}}\, c_{i,v} c_{i,u}\right|^2 P_u + \sum_{i=0}^{L-1} \frac{|h_i|^2}{\left(|h_i|^2 + \frac{N_0}{P_i}\right)^2}\, N_0}\right). \tag{C.7}$$

À comparer cette expression à celle obtenue pour une égalisation de type ZF, on comprend que la dérivation d'algorithmes d'allocations des ressources relatifs au critère du MMSE conduirait à des procédures vraisemblablement complexes.

Table des figures

1.1 Principe de couplage du modem CPL sur le réseau électrique 12
1.2 Structure du réseau de distribution de l'énergie électrique 15
1.3 Structure de la boucle locale électrique 16
1.4 Différentes propositions de réglementation des seuils d'émission CPL . . . 20
1.5 Exemple de masque de puissance d'émission 21
1.6 Représentation des bandes fréquentielles utilisées par les CPL 22
1.7 Modélisation d'un tronçon de ligne électrique 26
1.8 Profils d'atténuation pour différentes longueurs de ligne 27
1.9 Propagation multitrajet sur un câble électrique avec une dérivation . . . 28
1.10 Exemples de réponses de canal électrique 29
1.11 Jeu de réponses du canal CPL pour différentes lignes 32
1.12 Jeu de réponses du canal CPL en différents points d'une même ligne . . . 33
1.13 Ensemble des types de bruits additifs rencontrés sur les lignes électriques 34

2.1 Principes de l'OFDM 39
2.2 Fonctionnement de l'intervalle de garde ou préfixe cyclique 41
2.3 Représentation du *chip mapping* des systèmes hybrides monoblocs 46
2.4 Représentation du *chip mapping* des systèmes hybrides multiblocs 50
2.5 Représentation multicellulaire liée à la structure donnée au réseau d'accès 55
2.6 Synchronisation du réseau par surdimensionnement de l'intervalle de garde 58
2.7 Structure des trames mises en place dans le réseau CPL 62
2.8 Chaîne de communications mise en œuvre en voie descendante 64
2.9 Chaîne de communications mise en œuvre en voie montante 67

3.1 Représentation des défauts de placement de la fenêtre FFT 75
3.2 Illustration du phénomène d'interférence interporteuse au sein d'un spectre OFDMcausé par un décalage d'horloge d'échantillonnageau 79
3.3 Dégradation du SNR due à un décalage d'horloge d'échantillonnage en fonction de l'indice de sous-porteuse 83
3.4 Dégradation du SNR en fonction de l'erreur d'échantillonnage 83
3.5 Tolérance maximale à l'ICI pour une dégradation de SNR inférieure à 0,1 dB 84
3.6 Tolérance maximale à la dérive de fenêtre FFT pour une dégradation de SNR inférieure à 0,1 dB 85

4.1 Principe générale de la procédure de synchronisation en OFDM 88
4.2 Principe de synchronisation symbole par corrélation de l'intervalle de garde 92

4.3 Représentation de la fonction de corrélation en présence de trajets multiples 92
4.4 Dégradation de la fonction de corrélation pour différents scénarios 93
4.5 Distribution de l'erreur résiduelle de placement de la fenêtre FFT après estimation par corrélation 95
4.6 Principe général des procédures de synchronisation et d'estimation de canal OFDM mises en œuvre dans le domaine fréquentiel. 96
4.7 Effet du repliement de phase dû à l'ambiguité des phases de $\pm\pi$ 99
4.8 Influence de la phase du canal sur l'allure des différences de phase observées 101
4.9 Influence des évanouissements profonds sur l'allure des différences de phase observées 101
4.10 Principe du filtrage de la réponse fréquentielle estimée 110
4.11 Synoptiques des fonctions d'estimation mises en œuvre au sein des récepteurs de la voie descendante et de la voie montante 114
4.12 Principe général des procédures de synchronisation et d'estimation de canal OFDM mises en œuvre dans le domaine temporel. 116
4.13 Représentations des conséquences d'un décalage de fenêtre FFT à la réception d'un symbole d'apprentissage 118
4.14 Synoptiques des fonctions d'estimation mises en œuvre au sein des récepteurs de la voie descendante et de la voie montante 121

5.1 Evolution de l'erreur d'estimation du décalage de fréquence d'échantillonnage en fonction du nombre de sous-porteuses utilisées et pour différents SNR. 125
5.2 Résultats de l'estimation du décalage de fréquence d'horloge en phase d'accrochage pour les 4 canaux de référence. 126
5.3 Résultats de l'estimation du décalage de fenêtre FFT en phase d'accrochage pour les 4 canaux de référence. 127
5.4 Résultats des estimateurs en contexte multicellulaire avec un SNR de 10 dB 128
5.5 Densité de probabilité des erreurs résiduelles d'estimation de décalage de la fréquence d'échantillonnage et de décalage de la fenêtre FFT 129
5.6 Variance de l'erreur résiduelle ϵ_f sur la fréquence d'échantillonnage en fonction du SNR pour les 4 canaux de référence 130
5.7 Variance de l'erreur d'estimation du canal en voies descendante et montante 131
5.8 Densité de probabilité des erreurs résiduelles d'estimation de décalage de la fréquence d'échantillonnage (à gauche) et de décalage de la fenêtre FFT dans un contexte multicellulaire 132
5.9 Variance de l'erreur résiduelle ϵ_f sur la fréquence d'échantillonnage en fonction du SNR pour différents nombres de cellules adjacentes 133
5.10 Variance de l'erreur d'estimation du canal en voies descendante et montante en fonction du nombre de cellules actives. 133
5.11 Évolution de la variance de l'erreur résiduelle ϵ_f sur la fréquence d'échantillonnage en fonction de l'écart entre les symboles pilotes pour les 4 canaux de référence. 134
5.12 Résultats de l'estimation du décalage de fenêtre FFT en phase d'accrochage pour les 4 canaux de référence. 135
5.13 Résultats de l'estimation du décalage de fréquence d'horloge en phase d'accrochage pour les 4 canaux de référence. 136
5.14 Résultats des estimateurs en contexte multicellulaire avec un SNR de 10 dB 137

5.15 Densité de probabilité des erreurs résiduelles d'estimation de décalage de la fréquence d'échantillonnage et de décalage de la fenêtre FFT dans un contexte monocellulaire . . . 138
5.16 Variance de l'erreur résiduelle ϵ_f sur la fréquence d'échantillonnage en fonction du SNR pour les 4 canaux de référence . . . 138
5.17 Variance de l'erreur d'estimation du canal avec et sans mise en œuvre du moyennage . . . 139
5.18 Densité de probabilité des erreurs résiduelles d'estimation de décalage de la fréquence d'échantillonnage et de décalage de la fenêtre FFT dans un contexte multicellulaire . . . 140
5.19 Variance de l'erreur d'estimation du canal en voies descendante et montante en fonction du nombre de cellules actives . . . 141
5.20 Comparaison de la variance de l'erreur d'estimation du décalage de fréquence d'échantillonnage entre les approches fréquentielle et temporelle en contexte multicellulaire). . . . 142
5.21 Comparaison de la variance de l'erreur d'estimation du canal entre les approches fréquentielle et temporelle en voies descendante et montantes en contexte monocellulaire . . . 142
5.22 Comparaison de la variance de l'erreur d'estimation du canal entre les approches fréquentielle et temporelle en voies descendante et montantes en contexte multicellulaire . . . 142

6.1 Points de fonctionnement des modulations QAM pour une probabilité d'erreur symbole donnée . . . 150
6.2 Comparaison des résultats de la maximisation du débit en DMT en granularité infinie et finie . . . 155
6.3 Algorithme de maximisation de la marge de bruit en DMT en granularité finie. . . . 159
6.4 Comparaison des résultats de la maximisation de la marge de bruit en DMT en granularité infinie et finie . . . 160
6.5 Algorithme de maximisation du paramètre η_u en DMT dans un contexte multiutilisateur en liaison point-à-multipoint. . . . 162

7.1 Schéma représentatif du paramétrage du signal SS-MC-MA par les algorithmes d'allocation dynamique des ressources . . . 166
7.2 Principe d'allocation adaptative des ressources dans un système SS-MC-MA multiutilisateur. . . . 167
7.3 Évolution de l'information mutuelle en fonction du facteur d'étalement pour un SNR de 20 dB. . . . 171
7.4 Comparaison des résultats de la maximisation du débit du système B en granularité infinie et finie . . . 179
7.5 Algorithmes de maximisation du débit pour les 3 systèmes étudiés . . . 183
7.6 Algorithme de maximisation de la marge de bruit pour le système B en granularité finie. . . . 188
7.7 Comparaison des résultats de la maximisation de la marge de bruit du système B en granularité infinie et finie . . . 189

7.8 Algorithmes de maximisation de la marge de bruit pour les 3 systèmes étudiés 191
7.9 Évolution de la répartition des puissances en fonction du facteur d'étalement (SNR=20 dB). 192
7.10 Comparaison des débits obtenus par utilisateur avec la DMT et le SS-MC-MA en fonction du facteur d'étalement pour 4 utilisateurs et un SNR de 20 dB. 193
7.11 Comparaison des débits minimaux obtenus avec la DMT et le SS-MC-MA en fonction du SNR pour 4 utilisateurs et un facteur d'étalement de $L = 64$. 195
7.12 Évolution de la répartition des marges en fonction du facteur d'étalement pour un SNR de 20 dB 196
7.13 Comparaison des marges obtenues avec la DMT et le SS-MC-MA en fonction du facteur d'étalement pour 4 utilisateurs et un SNR de 20 dB. . . . 197
7.14 Comparaison des marges minimales obtenues avec la DMT et le SS-MC-MA en fonction du SNR pour 4 utilisateurs et un facteur d'étalement de $L = 64$. 198

A.1 Synoptique de l'opération de double IFFT associée à la modulation OFDM 208

B.1 Représentation du placement erronée de la fenêtre FFT en avance sur sa position optimale. Illustration du principe de découpage de la réponse impulsionnelle en deux réponses successives $\boldsymbol{h}_1$ et $\boldsymbol{h}_2$. 210
B.2 Représentation du placement erronée de la fenêtre FFT en retard sur sa position optimale. Illustration du principe de découpage de la réponse impulsionnelle en deux réponses successives $\boldsymbol{h}_1$ et $\boldsymbol{h}_2$. 214

Bibliographie

[1] Autorité de régulation des télécommunications ART, « Consultation publique sur l'analyse des marchés du haut-débit : analyse des marchés pertinents ». Rapport, *ART*, juin 2004.

[2] H. Hrasnica, A. Haidine et R. Lehnert, *Broadband powerline communications : network design*. John Wiley & Sons Ltd, 2004.

[3] Autorité de régulation des télécommunications ART, « Consultation publique sur les réseaux de raccordement radioélectrique d'abonné ouverts au public, notamment dans la bande 3,4-3,8 GHz : synthèse de la consultation publique sur la boucle locale radio ». Rapport, *ART*, décembre 2004.

[4] E. Biglieri, « Coding and modulation for a horrible channel ». *IEEE Commun. Mag.*, vol. 41, n°5, pages 92–98, mai 2003.

[5] M. Gedhart, F. Weinmann et K. Dostert, « Physical and regulatory constraints for communication over the power supply grid ». *IEEE Commun. Mag.*, n°5, pages 84–90, mai 2003.

[6] K. Dostert, « EMC aspects of high speed powerline communications ». In *Proc. IEEE International Symposium and exhibition on electromagnetic compatibility (ISEEC)*, pages 98–102, juin 2004.

[7] « `http://www.homeplug.org` ».

[8] « `http://www.plcforum.com` ».

[9] J. Goedbloed, *Electromagnetic compatibility*. Prentice Hall, New-York, 1995.

[10] P.S. Henry, « Interference Characteristics of broadband communication systems using aerial medium voltage wires ». *IEEE Commun. Mag.*, n°4, pages 92–98, avril 2005.

[11] G. Schickhuber et O. McCarthy, « Power line communication in Europe ». In *IEEE Control Syst. Mag.*, vol. 8, pages 21–32, février 1997.

[12] CENELEC EN50065-1, *Signaling on low voltage electrical installations in the frequency range 3 kHz to 148,5 kHz*. CENELEC, Bruxelles, Belgique, 2002.

[13] D. Fenton et P. Brown, « Some aspects of benchmarking high frequency radiated emissions from wireline communication systems in the near and far fields ». In *Proc. IEEE International Symposium on Power-Line Communications and Its Applications (ISPLC)*, avril 2001.

[14] FCC, *Code of federal regulations title 47 telecommunication : chapter I FCC Part 15 — Radio frequency devices*. Washington, USA, 2002.

[15] *Regulierungsbehörde für telekommunikation und Post RegTP.* `http://www.regtp.de`.

[16] J. Newbury et J. Yazdani, « From narrow to broadband using the low voltage power distribution network ». In *Proc. IEEE International Symposium on Power-Line Communications and Its Applications (ISPLC)*, 2003.

[17] CENELEC & ETSI, *QUestionnaire to the national standardization organizations on setting the limits of permissible radiated disturbance emissions from telecommunication networks*. CENELEC, Bruxelles, Belgique, 2002.

[18] M. Götz, M. Rapp et K. Dostert, « Power line channel characteristics and thier effect on communcation system design ». *IEEE Commun. Mag.*, vol. 42, n°4, pages 78–86, avril 2004.

[19] P. Sutterlin et W. Downey, « A Power line communication tutorial — Challenges and tehcnologies ». In *Proc. LonUsers International Conference, Echelon Corp.*, mai 1997.

[20] K. Afkhamie, S. Katar, L. Yonge et R. Newman, « An overview of the upcoming homeplug AV standard ». pages 400–404, mai 2005.

[21] H. Philipps, « Development of a statistical modem for powerline communications channels ». In *Proc. IEEE International Symposium on Power-Line Communications and Its Applications (ISPLC)*, vol. 5, pages 2049–2053, avril 2000.

[22] M. Zimmermann et Klaus Dostert, « A multipah model for the powerline channel ». *IEEE Trans. Commun.*, vol. 50, n°4, pages 553–559, avril 2002.

[23] T.C. Banwell et S. Galli, « A new approach to the modelling of the transfert function of the power line channel ». *Proc. IEEE International Symposium on Power-Line Communications and Its Applications (ISPLC)*, pages 319–324, avril 2001.

[24] T. Sartenaer, F. Horlin et L. Vandendorpe, « Multiple access techniques for wideband upstream powerline communications : CAP-CDMA and DMT-FDMA ». In *Proc. IEEE International Conference on Communications (ICC)*, vol. 2, pages 1064–1068, décembre 2000.

[25] T. Sartenaer et P. Delogne, « Powerline cables modelling for broadband communications ». In *Proc. IEEE International Symposium on Power-Line Communications and Its Applications (ISPLC)*, pages 331–338, avril 2001.

[26] S. Galli et T.C. Banwell, « Modeling the Indoor powerline channel : new results and modem design considerations ». In *Proc. IEEE Consumer communications and networking conference (CNNC)*, janvier 2004.

[27] G.T. Andreou, E.K. Manitsas, D.P. Labridis, P.L. katsis, F.N. Pavilidou et P.S. Dokopoulos, « Finite element characterisation of LV power distribution lines for high frequency communcations signals ». In *Proc. IEEE International Symposium on Power-Line Communications and Its Applications (ISPLC)*, pages 109–119, mars 2003.

[28] M. Zimmermann et Klaus Dostert, « The low voltage distribution network as last mile access network – signal propagation and noise scenario in the HF range ». *AEÜ international journal of electronics and communications*, n°1, pages 13–22, 2000.

[29] M. Zimmermann et Klaus Dostert, « Analysis and modeling of impulsive noise in broad-band powerline communications ». *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 44, n°1, pages 249–258, février 2002.

[30] M. Zimmermann et Klaus Dostert, « An analysis of the broadband noise scenario in powerline networks ». In *Proc. IEEE International Symposium on Power-Line Communications and Its Applications (ISPLC)*, avril 2000.

[31] S. Kaiser, *Analysis and optimization of detection, decoding and channel estimation.* Thèse de Doctorat, Vdi Verlag GMbH, 1998.

[32] W. Akmouche, *Étude et caractérisation des modulations multiporteuses (OFDM).* Thèse de Doctorat, Université de Bretagne occidentale, 2000.

[33] J.-Y. Baudais, *Étude des modulations à porteuses multiples et à spectre étalé : analyse et optimisation.* Thèse de Doctorat, Institut National des sciences appliquées de Rennes (INSA), 2001.

[34] S. Nobilet, *Étude et optimisation des techniques MC-CDMA pour les futures générations de systèmes de communications hertziennes.* Thèse de Doctorat, Institut National des sciences appliquées de Rennes (INSA), 2003.

[35] M.L. Doeltz, E.T. Heald et D.L. Martin, « Binary data transmission techniques for linear systems ». In *Proc. IRE*, vol. 45, pages 656–661, mai 1957.

[36] R.W. Chang et R.A. Gibby, « A theorical study of performance of an orthogonal multiplexing data transmission scheme ». vol. 16, pages 529–540, août 1968.

[37] M. Alard et R. Lassalle, « Principes de modulation et de codage canal en radiodiffusion numérique vers les mobiles ». n°244, pages 168–190, août 1987.

[38] B. Le Floch, M. Alard et C. Berrou, « Coded orthogonal frequency division multiplex ». *Proc. of the IEEE*, vol. 83, n°6, pages 982–996, juin 1995.

[39] R.L. Pickholtz, D.L. Shilling et L.B. Milstein, « Theory of spread-spectrum communications — a tutorial ». *IEEE Trans. Commun.*, vol. 30, n°5, pages 855–884, mai 1982.

[40] R.C. Dixon, *Spread spectrum systems.* Seconde édition, ISBN 0-471-88309-3, 1986.

[41] X.D. Lin et K.H. Chang, « Optimal PN-sequence design for quasi-synchronous CDMA communication systems ». *IEEE Trans. Commun.*, vol. 45, n°2, pages 221–226, février 1997.

[42] D.V. Sarwate et M.B. Pursley, « Crosscorrelation properties of pseudorandom and related sequences ». *Proc. of the IEEE*, vol. 68, n°5, pages 593–620, mai 1980.

[43] L. Vandendorpe, « Multitone direct sequence CDMA in an indoor wireless environment ». In *Proc. communications and vehicular technology in the Benelux : 1st symposium*, pages 4.1.1–4.4.8, octobre 1993.

[44] L. Cariou et J.F Hélard, « A novel uplink transmission system based on MIMO frequency hopping SS-MC-MA for the future wireless cellular networks ». 2005.

[45] N. Yee, J.P. Linnartz et G. Fettweis, « Multi-carrier CDMA in indoor wireless radio networks ». pages 109–113, septembre 1993.

[46] S. Kondo et L.B. Milstein, « On the use of multicarrier direct sequence spread spectrum systems ». In *Proc. military communications conference*, pages 52–56, octobre 1993.

[47] S. Hara et R. Prasad, « Overview of multicarrier CDMA ». *IEEE Trans. Commun.*, vol. 35, n°12, pages 126–133, décembre 1997.

[48] « `http://www.ist-4more.org` ».

[49] M. Hélard, R. Le Gouable, J-F. Hélard et J-Y. Baudais, « Multicarrier CDMA for future wideband wireless networks ». *Annales des télécommunications*, vol. 56, n°5/6, pages 260–274, mai/juin 2001.

[50] V.M. Da Silva et E.S. Sousa, « Multi-carrier orthogonal CDMA signals for quasi-synchronous communications systems ». vol. 12, n°5, pages 842–852, juin 1994.

[51] S.M. Tseng et M.R. Bell, « Asynchronous multicarrier DS-CDMA using mutually orthogonal complementary sets of sequences ». *IEEE Trans. Commun.*, vol. 48, n°1, pages 53–59, janvier 2000.

[52] S. Kaiser, « OFDM code-division multiplexing in fading channels ». *IEEE Trans. Commun.*, vol. 50, pages 1266–1273, août 2002.

[53] S. Kaiser, « Trade-off between channel coding and spreading in multicarrier CDMA systems ». In *Proc. IEEE International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications (ISSSTA)*, pages 1366–1370, septembre 1996.

[54] S. Kaiser et W-A. Krzymien, « Performance effects of the uplink asynchronism in spread-spectrum multi-carrier multiple acces system ». *European Transactions on Communications, special issue on multicarrier spread spectrum*, vol. 10, juillet 1999.

[55] L. Cariou et J.F Hélard, « A simple and efficient channel estimation for MIMO OFDM code division multiplexing uplink systems ». pages 176–180, juin 2005.

[56] S. Le Nours, F. Nouvel et J.-F. Hélard, « Efficient implementation of a MC-CDMA transmission system for the downlink ». In *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference (VTC-Fall)*, vol. 4, pages 2384–2388, octobre 2001.

[57] S. Mallier, *Classification des bruits impulsifs du réseau d'accès ADSL et étude comparative des modulations DMT et MC-CDMA*. Thèse de Doctorat, Institut National des sciences appliquées de Rennes (INSA), 2001.

[58] S. Gault, W. Hachem et P. Ciblat, « An OFDMA Based Modem For Power-line Communications Over the LowVoltage Distribution Network ». In *Proc. IEEE International Symposium on Power-Line Communications and Its Applications (ISPLC)*, pages 42–46, avril 2005.

[59] S. Gault, W. Hachem et P. Ciblat, « Spécifications d'un modem haut-débit pour communications sur ligne d'énergie : rapport du sous-projet 2, phase 2 ». Rapport, *Supélec, ENST*, 2005.

[60] EDF, ELSYS, ENST, INSA de Rennes, CEA-LETI, SAGEM et SUPÉLEC, « Rapport sur les spécifications spécifications du projet IDILE, sous-projet 1, phase 1 ». Rapport, *RNRT*, 2003.

[61] ETSI, *Transmission and multiplexing (TM) : access transmission systems on metallic access cables ; very high speed digital subscriber line (VDSL) ; Part 2 : transceiver specifications.* TS 101 270-2, Bruxelles, Belgique, 2002.

[62] M. Crussière, J.-Y. Baudais et J.-F. Hélard, « Vers la transmission de données haut-débit par courant porteur en ligne ». In *Journées Thématiques* Les Nouvelles Technologies dans la Cité *(TIC-Cité)*, décembre 2003.

[63] C.D. Meyer, *Matrix analysis and applied linear algebra.* SIAM.

[64] J.G. Proakis, *Digital Communications.* McGraw Hill series in electrical and computer engineering, 1995.

[65] ETSI, *Radio broadcasting systems ; Digital audio broadcasting (DAB) to mobile, portable and fixed receivers.* ETS 300 401-2, Valbonne, France, 1995.

[66] O. Edfords, *Low-complexity algorithms in digital receivers.* Thèse de Doctorat, Luleå university of technologie, Sweden, 1996.

[67] T. Pollet et M. Moenneclaey, « Synchronizability of OFDM signals ». In *Proc. IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM)*, vol. 3, pages 2054–2058, novembre 1995.

[68] T. Pollet, M. Van Bladel et M. Moenneclaey, « BER sensitivity of OFDM systems to carrier frequency offset and wiener phase noise ». *IEEE Trans. Commun.*, vol. 43, pages 191–193, février 1995.

[69] T. Pollet, P. Spruyt et M. Moenneclaey, « The BER performance of OFDM systems using non-synchronized sampling ». In *Proc. IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM)*, vol. 1, pages 253–257, novembre 1994.

[70] Van Duc Nguyen et H.-P. Kuchenbecker, « Intercarrier and intersymbol interference analysis of OFDM systems on time-invariant channels ». In *Proc. IEEE Personal, Indoor and Mobile Radio Communications Symposium (PIMRC)*, vol. 4, pages 1482–1487, septembre 2002.

[71] M. Moenneclaey, « The effect of synchronization errors on the performance of orthogonal frequency-division multiplexed OFDM systems ». In *Proc. COST 254 Workshop*, juillet 1997.

[72] S. Bougeard, *Modélisation du bruit de phase des oscillateyrs hyperfréquences et optimisation des systèmes de communications numériques.* Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Rennes (INSA), 2001.

[73] J.-J. van de Beek, M. Sandell et P.O. Börjesson, « ML estimation of time and frequency offset in OFDM ». *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 45, pages 1800–1805, juillet 1997.

[74] J. Martinez Arenas, *Synchronization algorithm for OFDM systems.* Thèse de Doctorat, École Nationale Supérieure de Télécommunications (ENST), 1998.

[75] D. Matić, T.A.J.R.M. Coenen, F.C. Schoute et R. Prasad, « OFDM timing synchronization : possibilities and limits to the usage of the cyclic prefix for maximum likelihood estimation ». In *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference (VTC-Fall)*, pages 668–672, septembre 1999.

[76] D. Lee et K. Cheun, « Coarse symbol synchronization algorithms for OFDM systems in multipath channels ». *IEEE Commun. Lett.*, vol. 6, pages 446–448, octobre 2002.

[77] T. Keller et L. Hanzo, « Orthogonal frequency division multiplex synchronization techniques for wireless local area network ». In *Proc. IEEE Personal, Indoor and Mobile Radio Communications Symposium (PIMRC)*, pages 963–967, octobre 1996.

[78] A. Papoulis, *Probability, random variables and stochastic processes, third edition.* McGraw Hill Inc, 1991.

[79] D. Matić, N. Petrochilos, A. Trindade, F. Schoute, P. Comon et R. Prasad, « OFDM synchronization based on the phase rotation of subcarriers ». In *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference (VTC-Fall)*, pages 1260–1264, septembre 2000.

[80] D.K. Kim, S.H. Do, H.B. Cho, H.J. Choi et K.B. Kim, « A new joint algorithm of symbol timing recovery and sampling clock adjustment for OFDM systems ». *IEEE Trans. Consumer Electron.*, vol. 44, pages 1142–1149, août 1998.

[81] S.Y. Liu et J.W. Chong, « A strudy of joint tracking algorithms of carrier frequency offset and sampling clock offset for OFDM-based WLANs ». In *Proc. IEEE International conference on Communications, Circuits and Systems and West Sino Expositions*, pages 109–113, juin 2002.

[82] H.S. Chen et Y. Lee, « Novel sampling clock offset estimation for DVB-T OFDM ». In *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference (VTC-Fall)*, pages 2272–2276, octobre 2003.

[83] M. Sliskovic, « Sampling frequency offset estimation and correction in OFDM systems ». In *Proc. IEEE International conference on electronics, circuits and systems*, pages 437–440, 2001.

[84] W. Xiang et T. Pratt, « A simple cascade carrier frequency and sampling clock offsets estimation method for OFDM systems ». In *Proc. IEEE Consumer Communications Networking Conference (CCNC)*, pages 718–720, 2004.

[85] J. Wu et K.K.M. Cheng, « The adaptive algorithm of symbol timing and carrier phase estimation in OFDM systems ». In *Proc. IEEE International Conference on Communications (ICC)*, pages 156–160, juin 2001.

[86] B. Yang, Z. Ma et Z. Cao, « ML-oriented DA sampling clock synchronization for OFDM systems ». In *Proc. IEEE International Conference on Communication Technology (WCC - ICCT)*, vol. 1, pages 781–784, août 2000.

[87] F. Classen et H. Meyr, « Frequency synchronization algorithms for OFDM systems suitable for communication over frequency selective fading channels ». In *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference (VTC-Spring)*, pages 1655–1659, juin 1994.

[88] R. Negi et J. Cioffi, « Pilot tone selection for channel estimation in a mobile OFDM system ». *IEEE Trans. Consumer Electron.*, vol. 44, n°3, pages 1122–1128, août 1998.

[89] Y. Li, « Pilot-symbol-aided channel estimation for OFDM in wireless systems ». *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 4, pages 1207–1215, 2000.

[90] S. Coleri, M. Ergen, A. Puri et A. Bahai, « Channel estimation techniques based on pilot arrangement in OFDM systems ». *IEEE Trans. Broadcast.*, vol. 48, pages 223–229, 2002.

[91] Y. Li, L. Cimini et N.R. Sollenberger, « Robust channel estimation for OFDM systems with rapid dispersive fading channels ». *IEEE Trans. Commun.*, vol. 7, pages 902–915, 1998.

[92] M. Morelli et U. Mengali, « A comparison of pilot-aided channel estimation methods for OFDM systems ». *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 49, n°12, pages 3065–3073, décembre 2001.

[93] A. Chini, W. Yiyan, M. El-Tanany et S. Mahmoud, « Filtered decision feedback channel estimation for OFDM-based DTV terrestrial broadcasting system ». *IEEE Trans. Broadcast.*, vol. 44, pages 2–11, 1998.

[94] J.-F. Hélard, « Time synchronisation without specific symbols for OFDM ». *IEE Electron. Lett.*, vol. 35, pages 130–131, janvier 1999.

[95] Y. Zhao et A. Huang, « A novel channel estimation method for OFDM mobile communication systems based on pilot signals and transform domain processing ». In *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference (VTC-Spring)*, pages 2089–2093, mai 1997.

[96] S. Gault, W. Hachem et P. Ciblat, « Cramer-Rao bounds for data-aided sampling clock offset and channel estimation ». In *Proc. IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, avril 2004.

[97] M. Crussière, J.-Y. Baudais et J.-F. Hélard, « New Iterative and Time and Frequency Synchronization Scheme for MC-CDMA Systems over Power Line Channels ». In *Proc. IEEE International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications (ISSSTA)*, août 2004.

[98] M. Crussière, J.-Y. Baudais et J.-F. Hélard, « A Novel Joint and Iterative Scheme for Synchronization et Channel Estimation in MC-CDMA Power Line Communications ». In *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference (VTC-Fall)*, septembre 2004.

[99] M. Crussière, J.-Y. Baudais et J.-F. Hélard, « Spécifications d'un modem haut-débit pour communications sur ligne d'énergie : rapport du sous-projet 2, phase 1 ». Rapport, *IETR-INSA*, 2004.

[100] C.Y. Wong, R.S. Cheng, K.B. Letaief et R.D. Murch, « Multiuser OFDM with adaptive subcarrier, bit, and power allocation ». *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 17, n°10, pages 1747–1758, octobre 1999.

[101] D.N. Tse et P. Viswanath, « On the capacity region of the vector gaussian broadcast channel ». In *Proc. IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT)*, page 342, 2003.

[102] N. Jindal, S. Vishwanath et A. Goldsmith, « On the duality of Gaussian multiple-access and broadcast channels ». *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 50, n°5, pages 768–783, mai 2004.

[103] P. Viswanath et D.N. Tse, « Sum capacity of the vector Gaussian broadcast channel and uplink-downlink duality ». *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 49, n°8, pages 1912–1921, août 2003.

[104] D.N Tse et S.V. Hanly, « Multiaccess fading channels. I. Polymatroid structure, optimal resource allocation and throughput capacities ». *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 44, n°7, pages 2796–2815, novembre 1998.

[105] J. Edmonds, « Submodular functions, matroids and certain polydra ». In *Proc. International conference on combinatorial structures and applications*, pages 69–87, 1969.

[106] D.N. Tse, « Optimal power allocation over parallel Gaussian broadcast channels ». In *Proc. IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT)*, page 27, 1997.

[107] R.S. Cheng et S. Verdu, « Gaussian multiaccess channels with ISI : capacity region and multiuser water-filling ». *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 39, n°3, pages 773–785, 1993.

[108] J.M. Cioffi, « A multicarrier primer ». Rapport, *ANSI T1E1.4/91–157, Committee contribution*, 1991.

[109] R.G. Gallager, *Information theory and reliable communications*. John Wiley & Sons Ltd, 1968.

[110] M. Collin, *Etude de l'optimisation d'un système DMT-ADSL : application à la transmission vidéo MPEG-2 en mode hiérarchique*. Thèse de Doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis, 1999.

[111] D. Hughes-Hartogs, « Ensemble modem structure for imperfect transmission media ». US patents Nos 4,679,227 (july 1987), 4,731,816 (march 1988) and 4,833,706 (may 1989).

[112] J. Campello et J. Cioffi, « Optimal Discrete Loading ». ANSI Contribution T1E1.4/98-341, Plano, TX, November 30, 1998.

[113] A. Federgruen et H. Groenevelt, « The greedy procedure for resource allocation problems : necessary and sufficient conditions for optimality ». *Operations research*, vol. 34, n°6, pages 909 – 918, nov./dec. 1986.

[114] P.S. Chow, J.M. Cioffi et J.A.C. Bingham, « A practical discrete multitone transceiver loading algorithm for data transmission over spectrally shaped channels ». *IEEE Trans. Commun.*, vol. 43, n°2/3/4, pages 773–775, fev./mars/avr. 1995.

[115] R. Fisher et J. Huber, « A new loading algorithm for discrete multitone transmission ». In *Proc. IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM)*, vol. 1, pages 724–728, novembre 1996.

[116] B.S. Krongold, K. Ramchandran et D.L. Jones, « Computationally efficient optimal power allocation algorithms for multicarrier communication systems ». *IEEE Trans. Commun.*, vol. 48, n°1, pages 23–27, janvier 2000.

[117] W. Rhee et J.M. Cioffi, « Increase in capacity of multiuser ofdm system using dynamic subchannel allocation ». In *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference (VTC-Spring)*, vol. 2, pages 1085–1089, mai 2000.

[118] D. Gerakoulis et S. Ghassemzadeh, « Extended orthogonal code designs with applications in CDMA ». In *Proc. IEEE International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications (ISSSTA)*, vol. 2, pages 657–661, 2000.

[119] J-Y. Baudais et M. Crussière, « Allocation MC-CDMA : augmentation des debits sur les lignes de transmission ». In *Colloque GRETSI, Groupe de recherche et d'étude de traitement du signal*, pages 735–738, 2005.

[120] O. Isson, J-M. Brossier et D. Mestdagh, « Multi-carrier bit-rate improvement by carrier merging ». *IEE Electron. Lett.*, vol. 38, n°9, pages 1134–1135, septembre 2002.

[121] M. Crussière, J.-Y. Baudais et J.-F. Hélard, « Robust High-Bit Rate Communications over PLC Channels : a Bit-Loading Multi-Carrier Spread-Spectrum Solution ». In *Proc. IEEE International Symposium on Power-Line Communications and Its Applications (ISPLC)*, avril 2005.

[122] M. Crussière, J.-Y. Baudais et J.-F. Hélard, « New Loading algorithms for Adaptive SS-MC-MA Systems over Power Line Channels : Comparison with DMT ». In *Proc. IEEE Workshop on Multi–Carrier Spread–Spectrum and Related Topics (MCSS)*, septembre 2005.

[123] M. Crussière, J.-Y. Baudais et J.-F. Hélard, « Improve Thoughput over Line with Spread-Spectrum Multi-Carrier Multiple Access : New Bit Loading Algorithms ». *sousmis à IEEE Journal on Selected Area in Communications (J-SAC), numéro spécial* powerline communications, 2005.

[124] J.-Y. Baudais, M. Crussière et J.-F. Hélard, « Allocations de l'information en mode MC-CDMA pour les communications sur ligne d'énergie : rapport du sous-projet 2, phase 2 ». Rapport, *IETR-INSA*, 2004.

[125] V. Dégardin, *Analyse de la faisabilité d'une transmission de données haut-débit sur le réseau électrique basse tension.* Thèse de Doctorat, Université des sciences et technologies de Lille, 2002.