Sur la modélisation des signaux non-stationnaires

M. Karmouche, S. Riffi, M. Lamotte

► To cite this version:

M. Karmouche, S. Riffi, M. Lamotte. Sur la modélisation des signaux non-stationnaires. Journal de Physique IV Proceedings, 1994, 04 (C5), pp.C5-1357-C5-1361. 10.1051/jp4:19945302 . jpa-00253017

HAL Id: jpa-00253017

<https://hal.science/jpa-00253017>

Submitted on 1 Jan 1994

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Sur la modélisation des signaux non-stationnaires

M. KARMOUCHE, S. RIFFI et M. LAMOTTE

Centre de Recherche en Automatique de Nancy, URA 821, BP. 239, 54506 Vandœuvre-lès-Nancy, France

Résumé : La modélisation ou l'analyse des signaux dont la dynamique varie au cours du temps est très complexe à résoudre, car la difficulté réside dans la nature des non-stationnarités affectant le signal. La plupart des signaux dans la nature sont non-stationnaires tels que ceux rencontrés dans le domaine de la parole, de l'acoustique ou génie biomédical... Ainsi, nous apportons une solution partielle à ce problème en proposant une méthode de modélisation qui tend à prendre en compte la nature non-stationnaires de ces signaux.

Abstract : In the first part of this paper we introduce a measurement of nonstationarity based upon the correlation of an AR-model coefficients at two successive instants. In the second part we propose a new method for the tracking of rapidly time-varying processes with a complementary modelling. This method is based on the filtering of the signal with two complementary filters (high and low), both of these signals are modeled with an AR-structure. AR coefficients are determined by a version of Kalman filter adapted to time-varying processes. AR-model of rapidly nonstationary signal is obtained by a synthesis of the two AR-models of filtered signals and the expression of the filters.

INTRODUCTION

La modélisation ou l'analyse des signaux dont la dynamique varie au cours du temps est très complexe à résoudre, car la difficulté réside dans la nature des non-stationnarités affectant le signal. La plupart des signaux dans la nature sont non-stationnaires tels que ceux rencontrés dans le domaine de la parole, de l'acoustique ou génie biomédical... Dans la première partie de cet article nous introduisons un indice de non-stationnarité basé sur l'intercorrélation du vecteur des paramètres d'un modèle AR à deux instants successifs d'échantillonnage. Ensuite une nouvelle méthode est présentée : la méthode de poursuite des non-stationnarités par modélisation complémentaire. Elle est basée sur la construction d'un modèle de structure complexe à partir de deux modèles simples, chacun d'entre eux tenant compte d'informations différentes et complémentaires.

1. MESURE DE NON STATIONNAIRES

Nous introduisons une mesure basée sur la comparaison du vecteur de paramètre du modèle AR à l'instant présent avec celui à l'instant passé. Cette comparaison est faite à l'aide de la mesure du coefficient de corrélation entre le vecteur de paramètres du modèle AR aux deux instants successifs.

Pour comparer deux vecteurs de n données réelles, $u(t)$ et $v(t)$, on considère le scalaire a qui minimise la fonction coût suivante :

$$V(t) = \sum_{n=1}^t [v(n) - a u(n)]^2 \quad (1)$$

le minimum $V_{\min}(t)$, par rapport à a , de la fonction coût s'écrit alors : $V_{\min}(t) = [1 - c_{uv}^2(t)]$

$$\sum_{n=1}^t [v(n)]^2$$

$$\text{avec } c_{uv}(t) = \frac{\sum_{n=1}^t u(n)v(n)}{\sqrt{\sum_{n=1}^t [u(n)]^2} \sqrt{\sum_{n=1}^t [v(n)]^2}}$$

La quantité $c_{uv}(t)$ est appelée le coefficient de corrélation, il mesure le degré de similitude entre les deux vecteurs de n données. Il est clair que le coefficient de corrélation $|c_{uv}(t)| \leq 1$, il est dit normalisé.

Figure 1 : organigramme du test de corrélation

2. MODÉLISATION COMPLÉMENTAIRE DES SIGNAUX NON STATIONNAIRES

Le problème de la modélisation et de l'analyse des signaux dont la dynamique varie au cours du temps est très délicat à résoudre. Ainsi, nous proposons une solution partielle à ce problème en introduisant une méthode qui tend à prendre en compte la nature des signaux. Naturellement, le but final de la méthode est de modéliser, le mieux possible, un signal non stationnaire.

Le principe fonctionnel de la méthode est donné par le schéma bloc de la figure 2 où apparaissent les trois étapes du traitement. Dans la première étape nous décomposons le signal de départ en deux signaux "complémentaires", grâce à deux filtres de largeurs de bande complémentaires. La deuxième étape consiste à modéliser les deux signaux par des modèles AR, et à calculer les coefficients de ces modèles par l'algorithme du filtre de Kalman adapté aux situations non stationnaires. Enfin, la dernière étape procède à la synthèse du modèle final [1].

La méthode proposée est alors basée sur la construction d'un modèle de structure complexe à partir de deux modèles simples, chacun d'entre eux tenant compte d'informations différentes et complémentaires. Ces informations sont de nature fréquentielle respectivement de basses et de hautes fréquences. Autrement dit, nous introduisons une information supplémentaire qui est de discriminer l'information contenue dans le signal à l'aide de deux filtres de largeurs de bande complémentaires.

Figure 2 : Principe de la méthode.

2. 1. Étape 1 : détermination des filtres

Nous construisons la méthode sur la notion de complémentarité : l'information contenue dans le signal de départ doit se retrouver intégralement mais séparée suivant les deux signaux y_1 et y_2 . Cette

complémentarité est obtenue en filtrant le signal y par deux filtres, l'un passe-bas (PB) et l'autre passe-haut (PH). Considérant la figure ci-dessus, on a : $y_1(t) = PB(t)*y(t)$ et $y_2(t) = PH(t)*y(t)$ où $PH(t)$ et $PB(t)$ sont les réponses impulsionnelles des filtres PH et PB, et on veut : $y(t) = y_1(t) + y_2(t)$ alors $y_1(t) + y_2(t) = (PB(t) + PH(t))*y(t)$, cette somme doit donner y d'où :

$PH(t) + PB(t) = d(t)$, où $d(t)$ est l'impulsion de Dirac, ou encore : $PH(z) + PB(z) = 1$ (2)
autrement dit les bandes de PH et de PB sont complémentaires. Suivant le problème à traiter on fixe un filtre, et l'autre est déterminé en fonction du premier.

N.B. : Cette complémentarité pourrait aussi se mettre en oeuvre à l'aide de deux filtres, l'un passe bande, l'autre rejeteur de bande.

2. 2. Étape 2 : calcul des coefficients AR de y_1 et y_2

On commence par modéliser les deux signaux y_1 et y_2 par deux modèles AR respectivement d'ordre p_1 et p_2 et dont les coefficients dépendent du temps, donc on peut écrire :

$$y_1(t) = - \sum_{i=1}^{p_1} a_i(t)y_1(t-i) + e_1(t) \text{ et } y_2(t) = - \sum_{i=1}^{p_2} b_i(t)y_2(t-i) + e_2(t) \text{ où } e_1 \text{ et } e_2 \text{ sont les résidus des deux}$$

modèles AR. Le calcul des coefficients se fait à l'aide d'une version du filtre de Kalman qui tient compte des non stationnarités [2], et dont l'algorithme utilise le modèle choisi sous la forme d'équations d'état :

$$\begin{cases} x(t) = f^T(t)j(t) + v(t) \\ j(t) = j(t-1) + w(t) \end{cases} \text{ où } x(t) = y_1(t) \text{ ou } y_2(t) \quad (3-a)$$

$x(t)$ est le signal étudié, $f(t)$ est le vecteur des observations et $v(t)$ le bruit de mesure, la deuxième équation de (3-a) donne les variations du vecteur des paramètres $j(t)$ suivant une loi gaussienne, car pour se placer dans les hypothèses du filtre de Kalman linéaire on doit considérer $w(t)$ comme bruit gaussien [3].

Notre choix s'est porté sur ce type d'algorithme. Cependant, les autres algorithmes adaptatifs, tenant compte des non stationnarités, peuvent être appliqués.

On suppose, dans ce qui suit, que $w(t)$ est un bruit blanc gaussien, et on introduit la matrice $R_1(t)$ telle que : $E(w(t)w^T(t)) = R_1(t)$ et $E(v(t)v^T(t)) = R_2(t)$ (3-b).

On obtient la forme générale de l'algorithme du filtre de Kalman :

$$\hat{j}(t) = \hat{j}(t-1) + L(t)e(t) \quad (4-a)$$

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (4-b)$$

$$L(t) = \frac{P(t-1)f(t)}{R_2(t) + f^T(t)P(t-1)f(t)} \quad (4-c)$$

$$P(t) = P(t-1) - \frac{P(t-1)f(t)f^T(t)P(t-1)}{R_2(t) + f^T(t)P(t-1)f(t)} + R_1(t) \quad (4-d)$$

où $L(t)$ est le gain de l'algorithme, $e(t)$ est l'erreur d'estimation et $P(t)$ est l'estimée de la variance des erreurs des paramètres.

Cet algorithme peut être modifié de façon à ce qu'il tienne compte des variations brusques des paramètres. Ceci est effectué en utilisant les tests de non stationnarité en tant que détecteurs de variations du modèle au cours du temps.

2. 3. Étape 3 : synthèse du modèle AR du signal y

Ayant les coefficients des deux modèles de y_1 et y_2 , nous construisons le modèle AR du signal y en utilisant la relation (2) et l'expression des deux filtres PH et PB.

$$y_1(t) = - \sum_{i=1}^p a_i(t)y_1(t-i) + e_1(t), y_2(t) = - \sum_{i=1}^p b_i(t)y_2(t-i) + e_2(t) \text{ et } y(t) = - \sum_{i=1}^{p'} \mu_i(t)y(t-i) + e(t) \text{ où } e_1 \text{ et}$$

e_2 sont les résidus des deux modèles AR de y_1 et y_2 , et où l'on suppose que le signal y est généré par un modèle AR d'ordre p' .

N.B. : les modèles AR de y_1 et y_2 sont d'ordre p , mais on peut mener le calcul avec p_1 et p_2 .

Soit q^{-1} l'opérateur retard i.e. $y(t)q^{-1} = y(t-1)$, et choisissons des filtres PH et PB du premier ordre :

$PB(q^{-1}) = \beta_0 + \beta_1 q^{-1}$ et d'après la relation (11) on peut déterminer l'expression de PH :

$$PH(q^{-1}) = 1 - \beta_0 - \beta_1 q^{-1} \text{ et on a alors } y_1(t) = (\beta_0 + \beta_1 q^{-1})y(t) \text{ et } y_2(t) = (1 - \beta_0 - \beta_1 q^{-1})y(t)$$

Donc on peut identifier le résidu et les coefficients AR du signal y en fonction de ceux des deux modèles AR de y_1 et y_2 :

$$\begin{cases} e(t) = e_1(t) + e_2(t) \\ \mu_1(t) = \beta_0 a_1(t) + (1 - \beta_0) b_1(t) \\ \mu_i(t) = \beta_0 a_i(t) + (1 - \beta_0) b_i(t) + \beta_1 a_{i-1}(t) - \beta_1 b_{i-1}(t) \text{ pour } 2 \leq i \leq p \\ \mu_{p+1}(t) = \mu_{p+1}(t) = \beta_1 a_p(t) - \beta_1 b_p(t) \end{cases}$$

3. EXEMPLE : application sur un signal non stationnaire présentant deux changements

L'exemple suivant montre la simulation d'un signal présentant deux sauts, le premier à l'échantillon numéro 300 et le second à 700. Les deux signaux y_1 et y_2 sont issus de $PH(z) = 0.15 + 0.15z^{-1}$ et $PB(z) = 0.85 - 0.15z^{-1}$. Ces deux filtres possèdent une fréquence de coupure commune égale à 2600 Hz, leurs réponses fréquentielles sont données dans la figure 5.

Figure 3 : signal y

Figure 4 : variations des fréquences au cours du temps.

Figure 5 : les caractéristiques des deux filtres PH et PB.

Figure 5 : coefficients AR simulés et leur estimée par la méthode de modélisation complémentaire.

Figure 6 : test de corrélation.

CONCLUSION

La section 1 nous renseigne sur la stationnarité ou non d'un signal, puisque dans ce domaine, quantification ou classification des non stationnarités, il existe peu de travaux qui traitent du problème.

La seconde partie de l'article est la mise en œuvre d'une méthode de poursuite permettant, dans des cas particuliers, de mieux suivre les non stationnarités que certains algorithmes adaptatifs. Ces cas particuliers peuvent être caractérisés par des signaux non stationnaires possédant des résonances dans les hautes et les basses fréquences, ou des résonances relativement écartées pour pouvoir placer la fréquence de coupure des filtres PH et PB entre ces résonances. L'idée générale est la complémentarité de deux signaux, porteurs chacun d'une information souhaitée par l'utilisateur. Bien que cette méthode présente des difficultés pour sa mise en œuvre, notamment le problème du choix des filtres PH et PB, et le nombre d'opérations qui est assez élevé puisque la méthode comprend deux algorithmes adaptatifs qui opèrent en parallèle, elle reste une alternative pour la poursuite des non stationnarités. Cette poursuite est effectuée pour tous les coefficients du modèle AR en même temps.

BIBLIOGRAPHIE

[1] : M. Karmouche,

Modélisation complémentaire des signaux non stationnaires.

Thèse de Doctorat de l'Université de Nancy 1, 9 Février 1993.

[2] : L. Ljung, S. Gunnarsson,

Adaptive and Tracking in System Identification - A Survey.

Automatica, Vol. 26, No. 1, pp. : 7-21, 1990.

[3] : A. Benveniste,

Design of adaptive algorithms for tracking of time-varying systems

Int. Adap. Cont. and Signal Processing. vol. 1, pp. : 3-29, 1987.