Réflexion cohérente et incohérente d'une onde acoustique plane harmonique par un rideau de bulles stratifié plan

F. Delaveau, M. Gatulle

► To cite this version:

F. Delaveau, M. Gatulle. Réflexion cohérente et incohérente d'une onde acoustique plane harmonique par un rideau de bulles stratifié plan. Journal de Physique IV Proceedings, 1994, 04 (C5), pp.C5-1141-C5-1144. 10.1051/jp4:19945252 . jpa-00252941

HAL Id: jpa-00252941

<https://hal.science/jpa-00252941>

Submitted on 1 Jan 1994

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Réflexion cohérente et incohérente d'une onde acoustique plane harmonique par un rideau de bulles stratifié plan

F. DELAVEAU et M. GATULLE*

Société AERO, 3 avenue de l'Opéra, 75001 Paris, France

** Commissariat à l'Energie Atomique, Centre de Vaujours, BP. 7, 77181 Courtry, France*

Résumé : A mathematical and numerical model is presented for the prediction of the coherent and incoherent acoustic reflexion coefficients for bubble layers in a liquid medium, excited by a harmonic pressure farfield. The layer is plane infinite, and looks like a random stratified system, where bubble position and size obey a statistical distribution, that depends on immersion only. The bubbles are assumed to be spherical at rest. No hypothesis is made about the layer's thickness, neither on the process of bubbles interaction and scattering. All linear bubble deformations and multiple scattering are considered, as well as thermal conduction in the bubbles. The geometrical configuration leads us to use a mathematical transformation of the acoustic integral equation, that "delocalizes" the observation in a plane parallel to the layer and introduces natural collective contributions of bubbles at each immersion, without any physical approximation. After this transformation, coherent and incoherent acoustic pressure are obtained in the form of an integral equation over the thickness of the layer. We present the general model, the mathematical formulation and numerical results. We show the link between our results and Foldy's formalism, when only monopolar diffusion is considered.

1. INTRODUCTION

On sait depuis plus d'un siècle que la présence de bulles de gaz en milieu liquide perturbe de manière importante la propagation des ondes acoustiques. L'étude de la propagation des ondes acoustiques en milieu diphasique a suscité de nombreuses recherches et expérimentations ([1], [2], [3], [4], [5], [6], [7], [8], [11] etc.). Une méthode souvent utilisée consiste à rechercher des propriétés locales cohérentes équivalentes du milieu inhomogène supposé infini (voir par exemple [6],[7]). La démarche effectuée ici est radicalement différente, et utilise l'**invariance statistique** par translation parallèle à un rideau stratifié horizontalement, pour obtenir les composantes cohérente et incohérente du champ diffusé⁽¹⁾.

Les bulles sont situées dans un rideau plan, d'extension latérale infinie et d'épaisseur h donnée (voir figure 1) de densité volumique quelconque (sauf pour certaines simplifications dans le calcul du champ incohérent). On les suppose sphériques au repos, leur déformation dynamique étant linéaire quelconque. Leur densité, leurs positions et leurs rayons sont des quantités aléatoires de loi de probabilité donnée, fonctions de la seule immersion z . La dynamique de chaque bulle est décrite de manière équivalente à celle employée par exemple en [1], elle tient compte des échanges de chaleur dans le gaz (analyse thermodynamique complète) et de la tension superficielle à l'interface entre le gaz et le liquide ambiant. On utilise ainsi l'équation de continuité, l'équation d'Euler, une équation d'état et une équation thermique linéarisées pour chaque milieu, ainsi que l'équation de Laplace pour le raccordement à l'interface eau/gaz. La modélisation ignore les effets visqueux, qui pourraient être introduits sans difficulté majeure. Le rideau est insoné par une onde acoustique plane harmonique à la pulsation ω (onde d'extension infinie) d'incidence quelconque (cf figure 1). Il est supposé entièrement immergé (l'oubli d'un éventuel dioptre air/liquide n'est pas déterminant dans l'élaboration du modèle).

¹ Le champ cohérent (resp. incohérent) est la moyenne (resp. l'écart type) du champ aléatoire de pression. Le champ cohérent contient les effets de phase entre les contributions des diffuseurs aléatoirement répartis.

2. DIFFUSION D'UNE BULLE

Les grandeurs physiques externes (i.e dans le fluide) et internes (i.e dans le gaz), ainsi que le déplacement normal à la surface de chaque bulle sont décomposés en harmoniques sphériques centrées sur la bulle : ceci

conduit par exemple pour la pression à une écriture du type $P_l(\vec{r}) - P_0 = \sum_{n \geq 0} \sum_{m=-n}^n p_n^m(l) X_n^m(\vec{r})$, P_0 étant la pression à l'équilibre, $\vec{r}$ le vecteur entre le point d'observation M et le centre de la bulle d'indice l, et $X_n^m(\vec{r})$ l'harmonique sphérique d'indices n,m (cf [9]). Après élimination des composantes sphériques de la masse volumique et de la température dans chaque fluide, on montre que les composantes sphériques de la pression interne (resp. externe) et de la vitesse normale sur chaque bulle sont reliées par un coefficient de transfert multipolaire "interne" β_n (resp. "externe" $\epsilon\beta_n$). Ces deux relations de transfert contiennent toute l'information sur la dynamique intrinsèque de la bulle⁽²⁾. Elles s'écrivent⁽³⁾ :

$$\text{pour } -n \leq m \leq n \quad \frac{\beta_n}{Z_2} = \frac{u_n^m(a)}{p_n^m(a)}, \quad \frac{\epsilon\beta_n(a)}{Z_2} = \frac{u_n^m(a)}{\epsilon p_n^m(a)} \quad (1) \text{ avec :}$$

$$\beta_n = \frac{(\gamma_2 - 1)\chi_2\omega}{c_2^2} \left[\frac{x_q}{x_1} \frac{j_{n+1}(x_q)}{j_n(x_q)} + i \left(\frac{x_1}{2n+3} - \frac{n}{x_2} \right) \right] \quad (2) \quad \epsilon\beta_n(a) = \frac{\beta_n}{1 - [2 - n(n+1)] \beta_n \sigma / (i\omega a^2 Z_2)} \quad (3)$$

3. DIFFUSION DU RIDEAU STRATIFIE

En utilisant les équations intégrales classiques de l'acoustique harmonique, on montre alors que le champ de pression en tout point est caractérisé par les valeurs des composantes sphériques externes $\epsilon p_n^m(l)$ ⁽⁴⁾ :

$$P_d(\vec{R}_0) = \sum_{\text{bulles } l} \sum_{\substack{n \geq 0 \\ m=-n, n}} x_1^2(l) {}^3Z_n^m(k_1 \vec{r}_l) \epsilon p_n^m(l) \left[i j_n(x_1(l)) + \frac{Z_1}{Z_2} \epsilon\beta_n(l) j_n(x_1(l)) \right] \quad (4)$$

En faisant tendre le point d'observation M_0 vers chaque bulle l_0 du rideau, on obtient à l'aide de l'expression ci-dessus un système linéaire (infini) vérifié par les $\epsilon p_n^m(l)$. Il est écrit ci-dessous sous une forme condensée (pour toute bulle l_0 et tout couples (n,m) ; $n \geq 0, -n \leq m \leq n$) :

$$\sum_{\text{bulles } l} \sum_{\substack{p \geq 0, \\ q=-p, p}} M_{np}^{mq}(l, l_0) \epsilon p_p^q(l) = p_0 S_n^m(l_0) \quad (5)$$

$M_{np}^{mq}(l, l_0)$ contient le coefficient de transfert $\epsilon\beta_n(l)$ de la bulle l, les propriétés diffusantes des bulles l et l_0 , ainsi que leurs interactions, et rend compte des phénomènes de diffusion multiple, tandis que $S_n^m(l_0)$ fait intervenir les propriétés diffusantes de la bulle l_0 .

4. TRAITEMENT STATISTIQUE

Ce traitement donne accès aux champs cohérents et incohérents réfléchis. La méthode met à profit une hypothèse d'ergodicité qui peut s'énoncer ainsi : "*Considérer toutes les configurations possibles des bulles (position et taille) en un point M fixé d'un plan Π (extérieur au rideau et parallèle à celui-ci) équivaut à observer une configuration donnée des bulles dans le rideau à partir de tous les points M du plan Π' .*"

² Dans [1], Prosperetti considère la seule diffusion monopolaire (les bulles vibrent en restant sphériques). Si l'on ne retient que le transfert monopolaire ($m = n = 0$), la modélisation adoptée ici est tout à fait équivalente à la viscosité près

³ L'indice l se rapporte à la bulle (de rayon a_l), l'indice 1 au fluide extérieur, l'indice 2 au gaz, c_1 et c_2 désignent la célérité du son dans l'eau et dans le gaz, k_1 désigne le nombre d'onde incident; $k_1 = \omega/c_1$ son module, $k_2 = \omega/c_2$ le module du nombre d'onde dans le gaz, j_n désigne la fonction de Bessel sphérique d'ordre n. σ désigne la tension superficielle, ω la pulsation, a le rayon de la bulle considérée, Z_1 et Z_2 sont les impédances acoustiques (adiabatiques) du liquide et du gaz ; $x_1 = k_1 a$, $x_2 = k_2 a$, $x_q = k_q a$, avec $k_q = e^{i\pi/4} (\omega/\chi_2)^{1/2}$. χ_2 et $\gamma_2 = C_p/C_v$ se rapportent au gaz et sont respectivement la diffusivité thermique et le rapport des capacités calorifiques à pression et volume constant.

⁴ ${}^3Z_n^m$ désigne l'harmonique sphérique scalaire ondulatoire de Hankel première espèce (voir [9]). $\vec{R}_0$ désigne le vecteur entre le point d'origine 0 et le point d'observation M_0 . Toutes les autres quantités se rapportent à la bulle l : $\vec{r}_l$ désigne le vecteur entre le centre de la bulle l et le point d'observation M_0 , a_l le rayon de la bulle l, et $x_1(l) = k_1 a_l$ etc.

On discrétise ensuite le rideau en couches d'épaisseur infinitésimale δh puis on réarrange formellement les bulles pour faire apparaître une réaction du rideau couche par couche, et non plus bulle par bulle. De plus, cette hypothèse d'ergodicité permet d'accéder par des intégrations spatiales aux moments d'ordre 1 et 2 des grandeurs aléatoires qui traduisent le comportement statistique collectif des "bulles d'une même couche". Chaque composante de Fourier bidimensionnelle de la pression diffusée sur le plan d'observation Π_0 s'écrit alors sous la forme $P_d(\vec{K}, M_o) = 4 \cdot \pi^2 P_{dc}(\vec{k}_{1x}, z_o) \delta(\vec{K} - \vec{k}_{1x}) + D(\vec{K}, z_o)$ ($\vec{k}_{1x}$ est la projection de $\vec{k}_1$ sur Π_0 , $\vec{K}$ est la variable de Fourier parallèle à Π_0 — voir figure 1). Cette écriture, classique dans l'étude de la réflexion par des structures planes aléatoires, traduit d'une part la cristallisation d'une partie de l'énergie réfléchi sur la composante spectrale $P_{dc}(\vec{k}_{1x}, M_o)$ (composante cohérente), conformément aux lois de Descartes, et d'autre part l'existence d'une énergie diffuse répartie continûment sur toutes les composantes du spectre spatial (composante incohérente). La formulation (4) permet alors d'exprimer ses composantes de Fourier bidimensionnelles du champ de pression lointain sous la forme de l'intégrale sur l'épaisseur du rideau d'une fonction auxiliaire inconnue $A(z)$ vérifiant elle-même une équation intégrale sur l'immersion z , obtenue à partir du système linéaire (5) et des réarrangements des bulles mentionnés plus haut, dans laquelle interviennent des noyaux où apparaissent les propriétés diffusantes moyennes des bulles situées à la cote z , notamment la transmission et la rétrodiffusion des bulles d'une même couche.

Les expressions finales, complexes dans le cas général, se prêtent à une analyse physique pour la contribution monopolaire des bulles, prépondérante dans nos applications (le taux d'air étant faible). On obtient en effet les coefficients de réflexion cohérent et incohérent ⁽⁵⁾ sous la forme suivante ⁽⁶⁾ :

$$R_c = \left| \frac{1}{2\pi k_1 k_{1z}} \int_{z=0}^h e^{ik_{1z}z} A(z) dz \right|^2 \quad (6), \quad R_i = \frac{1}{(2\pi)^3 k_1 k_{1z}} \int_{z=0}^h \frac{\langle |\alpha(z)|^2 \rangle}{n(z) \langle |\alpha(z)|^2 \rangle^2} |A(z)|^2 dz \quad (7)$$

Dans le cas pratique où les propriétés diffusantes des couches sont lentement variables avec l'immersion (devant le champ lui-même, qui est très rapidement atténué), $A(z)$ et le champ de pression cohérent vérifient une équation différentielle du type Helmholtz avec un nombre d'ondes équivalent identique à celui obtenu par Foldy [6]. Enfin, la formule (7) montre que dans le cas de contributions monopolaires seules, la contribution incohérente au champ diffusé par une bulle dépend de la seule excitation cohérente. La résolution est ensuite numérique.

5. PRINCIPAUX RESULTATS:

La réflexion cohérente obtenue avec les contributions multipolaires est numériquement identique à celle que donne le formalisme de Foldy (théorie de milieu effectif), malgré les hypothèses restrictives inhérentes à l'élaboration de ce dernier [7]. Ce point a été confirmé analytiquement lorsque seule la diffusion monopolaire est prise en compte. Il semble donc que les contributions aux ordres $n \geq 1$ (qui sont en bande étroite) puissent être négligées: même avec de forte densités de bulles, les monopoles seuls suffisent à rendre compte de la réflexion cohérente quasi-totale (leurs effets en bande large s'accroissent avec le taux d'air).

Les coefficients de réflexions cohérent et incohérent sont finis. Par ailleurs, la variance du champ de pression a été évaluée et présente une dépendance logarithmique en fonction de la surface insonée.

Le rapport entre énergie cohérente et énergie incohérente réfléchies est fonction de la fréquence et de l'angle d'insonation: la comparaison d'un modèle théorique avec des résultats expérimentaux (par exemple ceux figurant en [8]) doit donc être effectuée avec précautions.

6. CONCLUSIONS - PERSPECTIVES

Le point clé du présent modèle est l'invariance statistique de la répartition des diffuseurs au moins localement sur une direction. Il peut être étendu à des configurations plus réalistes:

. introduction d'un dioptré (même rugueux).

⁵ On montre en écrivant le vecteur de Poynting que l'énergie totale diffusée par le rideau, traversant une surface unité $S(z_0)$ à la cote z_0 , est la somme de deux contributions, l'une cohérente et l'autre incohérente. Le coefficient de réflexion cohérent (resp. incohérent) est défini comme le rapport entre l'énergie cohérente (resp. incohérente) et l'énergie incidente traversant $S(z_0)$.

⁶ $n(z)$ est la densité des bulles à la cote z , $\alpha(z)$ caractérise la diffusion des bulles, $A(z)$ est la fonction auxiliaire citée plus haut

- . autres formes de diffuseurs (au moyen de l'introduction d'une matrice de diffusion non diagonale)
- . autres formes de nuages de diffuseurs,
- . insonation bornée,
- . matrice solide,
- . ondes électromagnétiques ou optiques (peintures, SER radar etc.).

Le modèle permet le calcul des énergies transmises, une compréhension fine des mécanismes de diffusion multiple et enfin des comparaisons avec les résultats d'expérimentations calibrées.

Figure 1 : configuration géométrique et notations

figure 4 : Variation fréquentielle des coefficients de réflexion taux d'air $\sim 0,5\%$. Statistique des rayons pour $30\mu\leq a\leq 400\mu$ ($a = 0,727 \exp(-0,03a)$)

figure 2 : Variation fréquentielle des coefficients de réflexion cohérent et incohérent. Incidence normale. Bulles identiques 110μ , densité β variable.

figure 3 : Variation angulaire des coefficients de réflexion cohérent et incohérent. rayon identique 110μ , taux d'air $0,01\%$, fréquence variable.

Références :

- [1] A. PROSPERETTI, L.A. CRUM, K.W. COMMANDER Non linear bubble dynamics. JASA Vol. 83 n° 2 p. 502 (1988).
- [2] A.J. RUDGERS : Analysis of thermoacoustic wave propagation in elastic media. JASA Vol. 88 n° 2 p. 1078 (1990).
- [3] Etude d'un revêtement de masquage à inclusions sphériques. Etude DRET/G6, marché 89/351, rapport final AERO PA/1692 (avril 1990).
- [4] M. LAX : Multiple scattering of waves. Reviews of Modern Physics. Vol. 23 n° 4 p. 287 (1951).
- [5] M. LAX : Multiple scattering of waves. II : the effective field in dense systems. Physical Review. Vol. 85 n° 4 p. 621 (1952).
- [6] L.L. FOLDY : The multiple scattering of waves. I : General Theory of isotropic scattering by randomly distributed scatterers. Physical Review. Vol. 67 n° 3 et 4 p. 107 (1945).
- [7] Y. GERVAIS : La génération du bruit par conduction thermique, II Emission des sources multipolaires. Acustica. Vol 70 p. 247-257 (1990).
- [8] O. GERARD : Propagation acoustique dans un milieu diphasique eau-bulles d'air. Facteurs de réflexion et de transmission d'un rideau de bulles. Thèse de l'Université d'Aix-Marseille II - 1991.
- [9] L. ROBIN : Fonctions sphériques de LEGENDRE et fonctions sphéroïdales (tome 1, 2 et 3). GAUTHIER-VILLARS (1957).
- [10] C.L. RINO, H.D. NGO, K.A. HAYCOCK : A spectral Domain method for multiple Scattering in discrete random media. IEEE Transaction on antennas and propagation vol 38 n°7 Juillet 1990.
- [11] C.L. RINO, H.D. NGO : Low frequency acoustic scatter from subsurface bubble clouds. JASA Vol 90 n°1 Juillet 1991.