Modélisation thermodynamique du comportement cyclique d'alliages à mémoire de forme TiNi et CuZnAl sollicités en traction ondulée

G. BOURBON et C. LEXCELLENT

Laboratoire de Mécanique Appliquée R. Chaleat, Associé au CNRS, UFR Sciences et Techniques La Bouloie, Route de Gray, 25030 Besançon cedex, France

RESUME

L'extension au cas cyclique, d'un modèle de comportement pseudoélastique d'alliages à mémoire de forme (A.M.F.), mis au point par Raniecki, Lexcellent et Tanaka, ne pose pas de problème. La forme des boucles d'hystérésis permet une identification plus fiable des paramètres thermodynamiques pour le Ti Ni que pour le Cu Zn Al.

ABSTRACT

The extension for the cyclic case, of the shape memory alloys (S.M.A.) pseudoelastic behavior modelling, written by Raniecki, Lexcellent and Tanaka, is done without problem. The shape of hysteresis loops allows a more accurate identification of thermodynamical parameters for Ti Ni than for Cu Zn Al.

1 - INTRODUCTION

La modélisation thermodynamique du comportement pseudoélastique d'alliages à mémoire de forme (A.M.F.) sollicités en traction isotherme ($T > A_F$: A_F température de fin d'apparition de l'austénite) a été effectuée. Dans un cadre "idéal", Müller et Xu [1] ont modélisé le comportement de monocristaux de Cu Zn Al. Raniecki et Lexcellent [2] ont étendu la modélisation aux polycristaux de Ti Ni et de Cu Zn Al. Dans les deux approches, l'hystérésis a été prise en compte par l'introduction dans l'énergie libre globale d'un terme de cohésion entre les deux phases (mère : austénite - produite : martensite). La modélisation cyclique consiste en une extension du modèle pseudoélastique mis au point par Raniecki, Lexcellent et Tanaka [3]. A ce jour, à notre connaissance, seule une approche phénoménologique des lois de comportement cyclique a été effectuée [4].

Dans cette publication, nous présentons :

- (i) Les résultats expérimentaux relatant le comportement cyclique isotherme du Ti Ni et du Cu Zn Al

- (ii) Le modèle thermodynamique du comportement cyclique ($T > A_F$)
- (iii) L'identification des paramètres et la simulation des courbes expérimentales

2 - ESSAIS CYCLIQUES ISOTHERMES SUR LE Ti Ni et le Cu Zn Al

2.1 Essais sur le Ti Ni

Des tests de traction ondulée sur des fils de Ti-55,3 % Pd.Ni ont été réalisés par Tobushi et col. [5] à $T = 333, 353, 373 \text{ K}$ ($T > A_F = 321 \text{ K}$) ; $\dot{\epsilon} = 6,67 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ nombre de cycles $N = 100$, cyclage entre $\sigma = 0$ et $\epsilon_{\max} = 0,08$.

La courbe expérimentale ($T = 373 \text{ K}$, fig. 1) montre que :

- Le premier demi-cycle ($N = 1$) est pratiquement pseudoélastique avec une très forte hystérésis.
- Au cours du cyclage (N croissant), la déformation résiduelle ϵ_{ir} obtenue à contrainte nulle ($\sigma = 0$), augmente et tend vers une valeur asymptotique ϵ_{ir} correspondant à une stabilisation du cycle.
- Les contraintes seuils de transformation de phase $\sigma^{AM}(N)$ et $\sigma^{MA}(N)$ diminuent avec N jusqu'à une valeur asymptotique $\sigma^{AM}(\infty)$ et $\sigma^{MA}(\infty)$.

2.2 Essais sur le Cu Zn Al

Les résultats expérimentaux obtenus sur des polycristaux de Cu-25,63 % Zn, 4,2 % Al (Pds) sont plus difficilement exploitables (fig. 2). Température d'essai $296 \text{ K} > A_F = 292 \text{ K}$. $\epsilon = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$, cyclage entre $\sigma = 0$ et $\epsilon_{\max} = 1 \%$. Traitement thermique 300 s à 1123 K suivi d'une trempe à l'huile à 393 K pendant 3600 s. Seuls les seuils $\sigma^{AM}(N)$ sont mesurables et diminuent avec N ($N_{\max} = 22$). Des mesures de résistance électrique réalisées "in situ" pendant l'essai de traction ondulée, permettent de dire que la déformation $\epsilon_{ir}(N)$ à $\sigma = 0$ (qui augmente avec N) correspond à de la martensite résiduelle.

3 - MODELE THERMODYNAMIQUE DE COMPORTEMENT CYCLIQUE ISO-THERME DES A.M.F. (à $T > A_F$)

3.1 Expression de l'énergie libre

L'extension au chargement cyclique du modèle pseudoélastique explicité en [3], donne l'expression de l'énergie libre spécifique à l'état d'"équilibre contraint" (concept de Kestin et Rice [6]).

$$\Phi_c(\epsilon, T, z, h) = \frac{E}{2\rho} (\epsilon - \gamma z - \epsilon_T)^2 + \int_{T_0}^T \left(\frac{T_1 - T}{T_1} \right) C_\sigma(T_1) dT \quad (1)$$

$$+ \alpha(1 - z) \Phi_{it}(T) + u_o^{*(1)} - T s_o^{*(2)} - z \pi_o^f(T) + \Phi_{tr}(h, T, z)$$

avec $\alpha = 1$: austenite ; $\alpha = 2$: martensite

* z : fraction massique de martensite totale, γ : déformation de transformation complète de phase

* $h = z_{ir}$: fraction de martensite résiduelle (qui s'accumule au cours du cyclage donc qui est non restaurable sauf par traitement thermique)

* $u_o^{*(\alpha)}(s_o^{*(\alpha)})$: énergie (entropie) interne de la phase α à $T = T_o$, $h = 0$, $\sigma = 0$

$$\pi_o^f(T) = \Delta u^* - T \Delta s^* \quad (\Delta u^* = u_o^{*(1)} - u_o^{*(2)}, \Delta s^* = s_o^{*(1)} - s_o^{*(2)}) \quad (2)$$

* $E, \rho, C_o(T)$: module d'Young, masse volumique, chaleur spécifique à contrainte constante (les mêmes pour les deux phases)

* $\varepsilon_T = \alpha(T - T_o)$: terme de dilation thermique

* $z(1-z) \Phi_{it}(T)$ avec $\Phi_{it}(T) = \bar{u}_o - T \bar{s}_o$: terme de cohésion entre les deux phases

* $\Phi_{tr}(h, T, z)$: terme de la contribution cyclique à l'énergie libre

$$\Phi_{tr}(h, T, z) = \Phi^{*(1)}(h, T) - z \Delta \pi_o^f(h, T) \quad (3)$$

$$\Phi_h^{*(1)}(h) = u_h^{*(1)}(h) - T s_h^{*(1)}(h)$$

$$\Delta \pi_o^f(h, T) = \Delta u_h^*(h) - T \Delta s_h^*(h) \quad (\Delta u_h^* = u_h^{*(1)}(h) - u_h^{*(2)}(h), \Delta s_h^* = s_h^{*(1)} - s_h^{*(2)})$$

3.2 Equations d'état

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma = \rho \frac{\partial \Phi_c}{\partial \varepsilon} = E(\varepsilon - \gamma z - \varepsilon_T) \end{array} \right. \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} s = - \frac{\partial \Phi_c}{\partial T} \end{array} \right. \quad (5)$$

Aux deux paramètres z et h , sont associées les forces thermodynamiques π^f et π^h :

$$\left\{ \begin{array}{l} \pi^f = - \frac{\partial \Phi_c}{\partial z} = \pi_o^f(T) - (1 - 2z) \Phi_{it}(T) + \frac{\sigma \gamma}{\rho} + \Delta \pi_o^f(h, T) \end{array} \right. \quad (6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \pi^h = - \frac{\partial \Phi_c}{\partial h} = z \frac{\partial}{\partial h} (\Delta \pi_o^f(h, T)) - \frac{\partial \Phi_h^{*(1)}}{\partial h} \end{array} \right. \quad (7)$$

L'inégalité de Clausius Duhem s'écrit :

$$dD = \pi^f dz + \pi^h dh \geq 0 \quad (8)$$

Comme nous allons choisir $\pi^h \geq 0$ ainsi que $dh \geq 0$, l'inégalité de Clausius Duhem sera toujours respectée si $\pi^f dz \geq 0$.

Ainsi les lignes d'"équilibre instable" [1],[3] seront définies par $\pi^f = 0$.

3.3 Equations cinétiques de z et h

Comme en "plasticité", nous supposons qu'il existe deux fonctions critères $\psi^{(\alpha)}$ ($\alpha = 1, 2$) telles qu'un processus actif de décomposition de la phase mère ($A \rightarrow M : dz > 0$) ne puisse avoir lieu que si $\psi^{(1)} = \text{constante}$ ($d\psi^{(1)} = 0$). La transformation inverse ($M \rightarrow A$) correspondant à $\psi^{(2)} = \text{Cte}$ ($d\psi^{(2)} = 0$). Les boucles externes pour la transformation complète correspondent à $\psi^{(\alpha)} = 0$, les boucles internes correspondant à une transformation partielle sont régies par $\psi^{(\alpha)} = \text{Cte} < 0$. Une extension de [3] au cas cyclique donne

$$\psi^{(1)} = \pi^f - k^{(1)}(z, h), \psi^{(2)} = -\pi^f + k^{(2)}(z, h) \quad (9)$$

avec

$$\begin{cases} k^{(1)}(z, h) = -\left(A_1 + B_1 \left(\frac{z-h}{1-h}\right)\right) \text{Ln}\left(\frac{1-z}{1-h}\right) + C_1 \left(\frac{z-h}{1-h}\right) \\ k^{(2)}(z, h) = \left(A_2 - B_2 \left(\frac{1-z}{1-h}\right)\right) \text{Ln}\left(\frac{z-h}{1-h}\right) - C_2 \left(\frac{1-z}{1-h}\right) \end{cases} \quad (10)$$

avec :

$$\begin{aligned} a_1 A_1 &= \Delta s^* - \bar{s}_0, \quad a_2 A_2 = \Delta s^* + \bar{s}_0 \\ a_1 B_1 &= a_2 B_2 = 2 \bar{s}_0 \\ C_1 &= 2 \Phi_{it}(M_s^0), \quad C_2 = 2 \Phi_{it}(A_s^0) \end{aligned} \quad (11)$$

Enfin, une formulation simple de la cinétique de h peut être :

$$\dot{h} = m_0 (h_\infty - h)^p < \dot{z} > = \begin{cases} \dot{z} & \text{si } \dot{z} > 0 \\ 0 & \text{si } \dot{z} < 0 \end{cases} \quad (12)$$

avec m_0, h_∞, p sont des constantes à température fixée.

4 - IDENTIFICATION DES CONSTANTES DU MODELE CYCLIQUE ET SIMULATION

La modélisation du premier demi-cycle ($N = 1$) qui est considéré comme pseudoélastique [2] donne les paramètres $\rho, E, \Delta u^*, \bar{u}_0, \Delta s^*, \bar{s}_0, \gamma, a_1, a_2$. Il reste à déterminer $\Delta \pi^f(h, T)$ ($\Delta u^*(h), \Delta s^*(h)$), m_0, p, h_∞ .

L'évolution du seuil $\sigma^{AM}(N)$ avec N permet d'écrire :

$$\begin{cases} \text{premier chargement} & \pi^f(\sigma^{AM}(0), z = 0, h = 0, T) = 0 \\ (N+1)^{\text{ième}} \text{ chargement} & \pi^f(\sigma^{AM}(N), z = z_{ir}(N), h = z_{ir}(N), T) = 0 \end{cases} \quad (13)$$

$$\Rightarrow \frac{(\sigma^{AM}(0) - \sigma^{AM}(N))\gamma}{\rho} = 2z_{ir}(N) \Phi_{it}(T) + \Delta \pi_o^f(h(N) = z_{ir}(N), T) \quad (14)$$

avec $\varepsilon_{ir}(N)$ mesurable à la fin de chaque cycle ($\sigma = 0$)

$$\varepsilon_{ir}(N) = \gamma z_{ir}(N) \quad (15)$$

$\Rightarrow \Delta \pi^f(h(N, T))$ identifiable à chaque cycle (équation 13) est écrite sous forme polynomiale (fig. 3 : Ti Ni)

Fig 1 : Ti Ni

Traction ondulée cyclique
Courbe expérimentale (T = 373 K)

Fig 4 : Ti Ni

Evolution de " h "
avec le nombre de cycles

Fig 5 : Ti Ni

Traction ondulée cyclique
Courbe simulée (T = 373 K)

Fig 2 : Cu Zn Al

Traction ondulée cyclique
Courbe expérimentale (T = 296 K)

Fig 3 : Ti Ni

Détermination expérimentale
de $\bar{\phi}$ et $\bar{\Phi}$

Fig 6 : Cu Zn Al

Traction ondulée cyclique
Courbe simulée (T = 296 K)

$$\Delta \pi_0^f(h,T) = - \frac{1}{2} h^2 \overline{\Phi}(T) + h \overline{\overline{\Phi}}(T) \tag{16}$$

Enfin, l'évolution de

$$k(N,\sigma = 0) = z_{ir}(N,\sigma = 0) \left(= \frac{\varepsilon_{ir}(N,\sigma = 0)}{Y} \right)$$

avec N permet d'obtenir m_o, p, h[∞]. (fig. 4 : Ti Ni)

Les constantes nécessaires à la simulation cyclique sont regroupées dans le tableau suivant.

Alliage	E N/m ²	ρ kg/m ³	M _s K	A _s K	Δu* J/Kg	ū ₀ J/Kg	Δs* J/Kg K	s̄ ₀ J/Kg K
Ti Ni	7 10 ¹⁰	6 500	230	305	17 400	2 500	64	3,5
Cu Zn Al	2,9 10 ¹⁰	7 700	287	290	10 000	6 000	34,4	20,2
Alliage	Φ J/Kg	Φ J/Kg	p	m _o	h [∞]	a ₁ K ⁻¹	a ₂ K ⁻¹	
Ti Ni	40 000	14 000	3,9	1	0,44	1,2	1,2	
Cu Zn Al	40 000	5 000	2,45	800	0,012	0,25	0,8	

La simulation des courbes expérimentales données en figures 1 et 2 est correcte (Ti Ni, Fig. 5) (Cu Zn Al, Fig. 6).

CONCLUSION

L'extension au cas cyclique d'un modèle isotherme de comportement pseudoélastique des A.M.F. ne pose pas de problème majeur. L'étape suivante consistera en la modélisation de la boucle (déformation ↔ température) obtenue à l'état libre de contrainte après ce processus d'éducation (N demi-cycles de traction ondulée). Par contre, la modélisation du comportement cyclique anisotherme (de part et d'autre des températures de transformation), sous sollicitation mécanique constante, s'avère nettement plus délicate.

REFERENCES

[1] Müller I. et Xu H., Acta Met. Mater. 29, 3 (1991) 263
[2] Raniecki B. et Lexcellent C., Eur. J. Mech. Sol., to appear
[3] Raniecki B., Lexcellent C. et Tanaka K., Arch. Mech. 44, 3 (1992) 261
[4] Tobushi H., Kimura K., Tanaka K., Hori T. et Sawada T., Zairyo J. of Soc. Mater. Sci., 40, 457 (1991) 24
[5] Tobushi H., Iwanaga N., Tanaka K., Hori T. et Sawada T., Cont. Mech. Thermo 3 (1991) 79
[6] Kestin J. and Rice J.R., monobook corps, Stuart E.B., gal-or J. and Brainard A.J. Editeurs (1970) 275