Perméabilité intrinsèque et extrinsèque de couches minces ferromagnétiques et de multicouches ferromagnétique-isolant en fonction de la fréquence : comparaison expérience - modèle

A. BERTHAULT, F. DURBIN et J. RUSSAT

Commissariat à l'Energie Atomique, Centre d'Etudes de Bruyères-le-Châtel, BP. 12, 91680 Bruyères-le-Châtel, France

Soft ferromagnetic thin films are attractive materials for read/write head applications because they exhibit a high magnetic permeability in the hundred MHz range. By contrast, due to their low electrical resistivity, their processability at higher frequency is somewhat limited.

Using Maxwell equations and the geometry of the processed material, we have developed a theoretical model of the frequency-dependent magnetic permeability useful for multilayers design. We have distinguished different cases:

- * *extrinsic (measured) vs intrinsic permeability in magnetic thin films and magnetic-insulator multilayers,*
- * *intrinsic vs extrinsic permeability in magnetic thin films, computed by the Newton iterative method.*

Using the well-known Landau-Lifshitz model for high frequency permeability, we have compared experimental and theoretical results.

PERMEABILITE EXTRINSEQUE (MESUREE)

Considérons une lame mince d'épaisseur e très inférieure aux dimensions latérales, d'un matériau de conductivité σ , magnétique de perméabilité complexe intrinsèque $\mu_0\mu_{\text{int}}$ ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m), placée dans un champ magnétique de pulsation ω dirigé selon l'axe z ($\vec{H} = H_0 e^{j\omega t} \vec{z}$) et se propageant selon l'axe y . Calculons le champ $\vec{H}$ à l'intérieur du métal, à partir des équations de Maxwell :

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} = \sigma \vec{E}, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \text{et} \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu_0\mu_{\text{int}} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -j\omega\mu_0\mu_{\text{int}} \vec{H} \quad (1).$$

$$\text{On obtient,} \quad \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{H} = -\nabla^2 \vec{H} = \sigma \vec{\nabla} \times \vec{E} = -j\omega\sigma\mu_0\mu_{\text{int}} \vec{H} \quad (2),$$

$$\text{équivalent à,} \quad \Delta \vec{H} - k^2 \vec{H} = 0 \quad (3),$$

$$\text{avec le nombre d'onde } k : \quad k = (1+j) \sqrt{\frac{\pi \nu \mu_0 \mu_{\text{int}}}{\rho}} = \frac{(1+j)}{\delta_m} \sqrt{\mu_{\text{int}}} \quad (4),$$

où δ_m est le terme classique d'épaisseur de peau, $\rho = \sigma^{-1}$ la résistivité électrique et $\nu = \omega/2\pi$ la fréquence, variable balayée lors des acquisitions de spectres de perméabilité complexe.

Selon l'axe y normal à la lame, seule direction où l'amplitude de H varie, nous avons donc à résoudre l'équation :

$$d^2 H_y / dy^2 - k^2 H_y = 0 \quad (5).$$

En considérant l'origine des axes au centre de la lame, H_y doit être une fonction paire et, en tenant compte des conditions aux limites $H_{y=\pm e/2} = H_0$, la solution de l'Eq. (5) est :

$$H_y = H_0 \times \frac{\cosh(ky)}{\cosh\left\{\frac{ke}{2}\right\}} \quad (6).$$

La perméabilité mesurée (ou extrinsèque) est déduite de l'induction moyenne dans la lame

$$\text{d'épaisseur } e : \mu_{\text{ext}} = \frac{\langle B \rangle}{\mu_0 H_0} = \mu_{\text{int}} \times \frac{\langle H_y \rangle}{H_0} = \frac{\mu_{\text{int}}}{e H_0} \times \int_{-e/2}^{+e/2} H_y dy = \mu_{\text{int}} \times \frac{\tanh\left\{\frac{ke}{2}\right\}}{\left\{\frac{ke}{2}\right\}} \quad (7).$$

Afin de tenir compte de l'évolution en fréquence de la perméabilité intrinsèque, nous avons utilisé le formalisme de Landau et Lifshitz (L-L) [1] pour décrire complètement l'Eq. (7). L'accord entre les résultats expérimentaux et le modèle théorique défini par l'Eq. (7) est démontré en Fig. 1, pour un alliage ferromagnétique amorphe de composition CoFeSiB.

FIG. 1 : Spectres de perméabilité extrinsèque complexe expérimentaux (■) et théoriques (—) pour un alliage ferromagnétique amorphe CoFeSiB épais de (a) 0,35 et (b) 1 μm .

PERMEABILITE DE STRUCTURES MULTICOUCHES MAGNETIQUE-ISOLANT

Nous ne traitons que le cas d'un nombre pair de couches magnétiques, le cas où il est impair se résolvant de manière similaire. Considérons un empilement de $2N$ films magnétiques ($M, \mu = \mu_0 \mu_{\text{int}}$) d'épaisseur e_M , et $2N - 1$ films isolants ($I, \mu = \mu_0$) d'épaisseur e_I , et d'épaisseur totale $e = 2N(e_M + e_I) - e_I$. Si nous choisissons la couche centrale isolante comme origine des axes y , par raison de symétrie, nous pouvons définir $2N$ paires (Fig. 2) et l'induction sur les paires $[1, N]$ vaudra celle sur les paires $[-N, -1]$.

Fig. 2 : Schéma de la géométrie de la structure multicouche magnétique/isolant utilisée pour le calcul de μ_{ext} .

Les $\{d_n\}$ étant les positions des différentes interfaces ferromagnétique-isolant, nous avons : $d_1 - d_0 = e_I/2$, $d_2 - d_1 = e_M$, ..., $d_{2n-1} - d_{2n-2} = e_I$ et $d_{2n} - d_{2n-1} = e_M$... Pour la $n^{\text{ème}}$ paire en partant du centre du composite, le champ dans la couche magnétique sera proportionnel à H_0 , le champ à la surface. On montre que, par raison de symétrie, il doit être représenté par une fonction paire de la forme :

$$H_{M,y}^n = H_0 \times C_M^n \cosh(ky) \quad (8),$$

et doit rester constant dans l'isolant :

$$H_{I,y}^n = H_0 \times C_I^n \quad (9).$$

Les coefficients C_M^n et C_I^n sont déterminés par continuité du champ aux interfaces ; à la sur-

face, nous avons :

$$H_0 \times C_M^n \cosh\left(\frac{ke}{2}\right) = H_0 \quad (10),$$

à l'interface ferromagnétique (n) $\leftrightarrow$ isolant ($n+1$) :

$$H_0 \times C_I^{n+1} = H_0 \times C_M^n \cosh\{k[n(e_M + e_I) - e_I/2]\} \quad (11),$$

à l'interface isolant (n) $\leftrightarrow$ ferromagnétique (n) :

$$H_0 \times C_I^n = H_0 \times C_M^n \cosh\{k[(n-1)(e_M + e_I) + e_I/2]\} \quad (12),$$

d'où :

$$C_M^n = \frac{1}{\cosh\{k[N(e_M + e_I) + e_I/2]\}} \times \prod_{p=0}^{N-n} \frac{\cosh\{k[(N-p)(e_M + e_I) + e_I/2]\}}{\cosh\{k[(N-p)(e_M + e_I) - e_I/2]\}} \quad (13),$$

et

$$C_I^n = \prod_{p=0}^{N-n} \frac{\cosh\{k[(N-p-1)(e_M + e_I) + e_I/2]\}}{\cosh\{k[(N-p)(e_M + e_I) - e_I/2]\}} \quad (14).$$

La perméabilité extrinsèque s'obtient par le calcul de l'induction magnétique moyenne dans le composite d'épaisseur e :

$$\mu_{\text{ext}} = -C_I^1 \frac{e_1}{e} + \frac{2}{e} \sum_{n=1}^N \left\{ C_I^n e_1 + \mu_{\text{int}} C_M^n \frac{\sinh[k(n(e_M + e_I) - e_I/2)] - \sinh[k((n-1)(e_M + e_I) + e_I/2)]}{k} \right\} \quad (15).$$

Remarquons que si les couches magnétiques sont en court-circuit par défaut d'isolation, le champ sera atténué par une couche magnétique d'épaisseur $2Ne_M$. Par dilution volumique on

déduit μ_{ext} :

$$\mu_{\text{ext}} = \frac{(N-1/2)e_1 + \frac{\mu_{\text{int}}}{k} \tanh(Nke_M)}{(N-1/2)e_1 + Ne_M} \quad (16).$$

En Fig. 3, nous comparons une simulation de spectres extrinsèques donnés par les Eqs. (15) et (16) à un spectre expérimental de 10 paires de $0,1 \mu\text{m}$ de CoZrNb et $0,1 \mu\text{m}$ de SiO_2 .

Notons que, curieusement, la perméabilité réelle prédite par l'Eq. (15) reste inférieure à celle obtenue en utilisant l'Eq. (16), dans la gamme des fréquences allant de 100 à 1000 MHz (Fig. 3a). Ce fait inattendu est en contradiction avec l'opinion couramment acceptée que la structure en multicouches permet d'étendre la réponse en fréquence, par diminution de l'effet de peau.

On observe que l'allure du spectre expérimental (Fig. 3b) est mieux décrite par l'Eq. (16). Ce résultat pourrait être interprété par des effets de bord, dus aux dimensions latérales finies, ou par l'existence d'une conductance au travers de l'isolant, due à des inhomogénéités d'épaisseur.

FIG. 3 : Spectres de perméabilité complexe extrinsèque d'une structure multicouche composée de 10 paires de $0,1 \mu\text{m}$ de CoNbZr et $0,1 \mu\text{m}$ de SiO_2 . La FIG. 3(a) représente deux spectres théoriques établis par l'Eq. (15) et l'Eq. (16) ; la FIG. 3(b) est le spectre expérimental correspondant.

PERMEABILITE INTRINSEQUE

Récrivons l'Eq. (7) en effectuant les changements $\zeta = \frac{1+j}{2} \times \frac{e}{\delta_m}$, $z_{\text{mes}} = \zeta^2 \mu_{\text{ext}}$ et $z = \zeta \sqrt{\mu}$:

$$\text{ztanh}[z] - z_{\text{mes}} = 0 \quad (17).$$

La résolution de l'Eq. (7) en μ équivaut donc à annuler, en $z = z_r$, la fonction f définie par $f(z) = \text{ztanh}[z] - z_{\text{mes}}$. Cette racine ne pouvant être calculée analytiquement, nous la déterminons numériquement par la méthode de Newton : en approximant z_r par z_0 , on a une meilleure approximation en $z_1 = z_0 - \frac{f(z_0)}{f'(z_0)}$, puis en $z_2 = z_1 - \frac{f(z_1)}{f'(z_1)}$ etc... Le $n^{\text{ième}}$ terme récurrent est $z_n = z_{n-1} - \frac{f(z_{n-1})}{f'(z_{n-1})}$. La suite $z_0, z_1, z_2, \dots, z_n, \dots$ tend vers la racine z_r [2].

FIG. 4 : (a) Spectres de perméabilité complexe. Nous avons superposé le spectre intrinsèque, à celui obtenu par résolution de l'Eq. (7), ainsi que le spectre extrinsèque donné par application de l'Eq. (7) et (b) écart relatif entre le spectre intrinsèque théorique et celui calculé par résolution de l'Eq. (7) ($\blacksquare = \mu'$; $\square = \mu''$).

Nous avons testé cette méthode de résolution avec des spectres théoriques de perméabilité, générés par l'utilisation des équations de L-L. Nous avons ensuite calculé le spectre extrinsèque, en utilisant l'Eq. (7) avec $\rho = 1 \mu\Omega\text{m}$ et $e = 5 \mu\text{m}$. Finalement, nous avons recalculé le spectre intrinsèque par la méthode de Newton, à partir des valeurs test $z_0 = \zeta\sqrt{\mu_{ext}}$. Les résultats présentés en Fig. 4 nous permettent de comparer le spectre de perméabilité extrinsèque au spectre de perméabilité intrinsèque calculé par résolution de l'Eq. (7) en Fig. 4(a) et nous effectuons la différence entre la perméabilité intrinsèque théorique et celle calculée par la méthode de Newton en Fig. 4(b). Constatons que la résolution de l'Eq. (7) en exploitant les valeurs test bâties sur les valeurs $z_0 = \zeta\sqrt{\mu_{ext}}$, permet d'accéder aux valeurs intrinsèques, avec une excellente précision ($\Delta\mu/\mu < 1 \text{ ppm} !!$), en au plus 5 itérations.

Le complexe z_r est défini comme une fonction implicite de la variable z_{mes} par la relation :

$$f(z_r) = z_r \tanh[z_r] - z_{mes} = \phi(z_r, z_{mes}) = 0 \quad (18).$$

Cette fonction ϕ est égale à zéro ; sa dérivée par rapport à z_{mes} au point z_r vaut également zéro et s'écrit :

$$\frac{d\phi}{dz_{mes}} = \left(\frac{\partial\phi}{\partial z} \times \frac{dz}{dz_{mes}} + \frac{\partial\phi}{\partial z_{mes}} \right)_{z=z_r} = 0 \quad (19).$$

La grandeur dz_r/dz_{mes} peut être considérée comme une sensibilité σ de z_r par rapport à z_{mes} :

$$\sigma = \frac{dz_r}{dz_{mes}} = - \frac{\partial\phi/\partial z_{mes}}{\partial\phi/\partial z} = \frac{1}{\tanh[z_r] + z_r(1 - \tanh^2[z_r])} = \frac{1}{f'(z_r)} \quad (20).$$

Notons que $|f'(z)| \sim 1$, sauf pour $|z| \rightarrow 0$; il ne devrait donc pas y avoir d'amplification notable des erreurs de mesure dues à la résolution.

Les complexes z_r et z_{mes} dépendant eux-mêmes des paramètres μ_{ext} , μ , ρ et e , nous avons calculé formellement l'incertitude sur μ , vis-à-vis des paramètres d'entrée μ_{ext} , e et ρ , que nous avons fait varier de $\pm 10 \%$ autour de leur valeur nominale, simulant ainsi une incertitude expérimentale. Les variations de ρ ont peu d'influence sur le résultat final, l'essentiel étant dû aux variations de μ_{ext} et e , qui seront les deux paramètres à connaître avec le plus de précision. Les résultats concernant l'incertitude sur e sont donnés en Fig. 5.

FIG. 5 : Spectres de perméabilité intrinsèque complexe calculés avec une incertitude de $\pm 10\%$ sur l'épaisseur.

CONCLUSION

Le modèle de perméabilité extrinsèque de couches minces est en accord avec l'expérience. L'interprétation des résultats obtenus pour les multicouches nécessite un approfondissement.

Le calcul de la perméabilité intrinsèque de couches minces par la méthode de Newton est performant sur une base théorique, si les paramètres géométriques et radio-électriques des échantillons sont connus avec précision.

Après validation, les modèles décrits précédemment devraient être utiles pour comprendre la physique des structures magnétiques en couches minces et servir de guide à leur élaboration.

REFERENCES

- [1] A. H. Morrish, *The Physical Principles of Magnetism*, J. Wiley & Sons, New-York, 1965.
- [2] A. Angot, *Compléments de Mathématiques*, MASSON ET C^{ie}, Editeurs, 1972.