FILTRES ACOUSTIQUES : CALCUL DES ÉVENTS DE CAVITÉS PAR ANALOGIE ÉLECTROACOUSTIQUE

A. Nassreddine, J. Patrat

JOURNAL DE PHYSIQUE IV
Colloque C1, supplément au Journal de Physique III, Volume 2, avril 1992

FILTRES ACOUSTIQUES : CALCUL DES ÉVENTS DE CAVITÉS PAR ANALOGIE ÉLECTROACOUSTIQUE

A. NASSREDDINE et J.C. PATRAT
Laboratoire d'Etudes Aérodynamiques (URA 191), C.E.A.T., 43 route de l'Aérodrome, F-86036 Poitiers, France

abstract: *The electroacoustic analogy allows in some conditions to simplify the study of acoustic circuits. When one of the coefficients is variable with the driving frequency, the direct electric analogy is not any more possible. So we devolopped an interactive computer program which inputs the dimensional characteristics of the acoustic circuits. This allows us a better prediction of the response of sequential cavities equiped with events*

résumé: *L'analogie électroacousitique permet dans certaines conditions de simplifier l'étude du comportement de circuits acoustiques. Quand l'un des coefficients analogues est variable avec la fréquence du signal, l'analogie électrique directe n'est plus possible. Aussi avons nous développé un logiciel de calcul intéractif qui prend en compte les caractériques dimensionnelles des circuits acoustiques, ce qui nous a permis de mieux prévoir la réponse de cavités successives munies d'évents.*

INTRODUCTION

Comment prévoir le comportement acoustique d'une succession de cavités débouchant les unes dans les autres? Une manière de faire utilise l'analogie électroacoustique. Malheureusement cette analogie n'est possible que pour une fréquence unique, la résistance analogue dépendant de la fréquence. Cette dépendance rend inutilisable les logiciels traitant des circuits électriques. En conséquence, il a été nécessaire de développer une technique de calcul adaptée à cette exigence. Le circuit équivalent (résistances, inductances et capacités) est calculé en fonction de la géométrie et du comportement acoustique de chaque élément.

PRINCIPE DE L'ANALOGIE ELECTROACOUSTIQUE

Quand la plus petite longueur d'onde est très grande devant la plus grande dimension des cavités étudiées, la propagation des ondes sonores est analogue à la propagation de courant dans une ligne électrique.

Analogie pour pression et débit :

Classiquement [1] [2], la pression acoustique fluctuante **p** est l'analogue d'une tension électrique **U**, et le débit volumique **Su** l'analogue d'un courant électrique **I**, avec **S** section transversale du conduit et **u** vitesse acoustique.

$$p \simeq U \qquad Su \simeq I$$

Analogie pour une cavité :

L'énergie potentielle acoustique est analogue à l'énergie potentielle électrique, avec **V** volume de la cavité, ρ masse volumique de l'air et **c** célerité du son dans l'air :

$$E_p = \frac{1}{2}\frac{V}{\rho c^2}p^2 \simeq \frac{1}{2}C_a U^2 \qquad \text{d'où la capacité analogue : } C_a \simeq \frac{V}{\rho c^2}$$

Analogie pour un évent cylindrique :

La capacité analogue est supposée nulle. L'inductance analogue est obtenue en faisant l'analogie entre l'énergie acoustique cinétique et l'énergie magnétique, avec ℓ longueur de l'évent :

$$E_c = \frac{1}{2}\frac{\rho\ell}{S}(Su)^2 \simeq \frac{1}{2} L_a I^2 \qquad \text{d'où l'inductance équivalente : } L_a \simeq \frac{\rho\ell}{S}$$

Les pertes d'énergie par viscosité et par effets thermiques sont prises en compte à l'aide d'une résistance analogue. Adoptons celle proposée par Morse & Ingard [1] pour un évent cylindrique de rayon **r** :

$$R_a = \frac{\ell}{\pi r^3}\sqrt{2\mu\rho}\left[1 + (\gamma - 1)\sqrt{\frac{5}{3\gamma}}\right]\sqrt{\omega}$$

où μ est la viscosité dynamique de l'air, ω la fréquence du signal et γ le rapport des capacités calorifiques à pression et à volume constant.
Cette résistance analogue est donc négligeable pour les très basses fréquences et pour des évents cylindriques de grand diamètre.

EXEMPLE D'ANALOGIE ELECTROACOUSTIQUE : LE RESONATEUR DE HELMHOLTZ

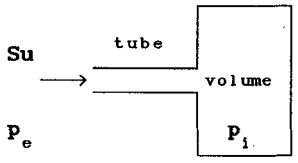

Figure 1

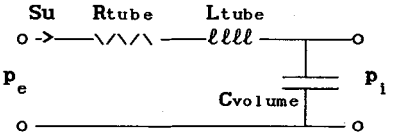

Figure 2

Le comportement acoustique du résonateur de Helmholtz (fig.1) est analogue pour une fréquence donnée à celui du filtre électrique passe-bas (fig. 2). La résistance n'intervenant pas dans le calcul de la fréquence propre, celle-ci vaut toujours :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_a C_a}}$$

RESULTATS NUMERIQUES

Les calculs effectués en prenant en compte la résistance variable avec la fréquence montrent que ces effets sont surtout sensibles au voisinage de la résonance.
Les écarts avec un calcul électrique classique sont rendus minimum en prenant comme valeur de la résistance constante celle de la résistance acoustique à la fréquence propre.

RESULTATS EXPERIMENTAUX

Les courbes figures 3.a et 3.b montrent les évolutions de l'amplitude et de la phase de la fonction de transfert mesurée et calculée pour un résonateur de Helmholtz constitué d'un évent cylindrique (ℓ=50mm Φ=3.70mm) et d'une cavité parallélipipédique (100x100x80mm) soumis à un bruit blanc.
On observe un bon accord entre théorie et expérience malgré une surestimation de l'amplitude calculée à la résonance.
Les figures 4.a et 4.b concernent quant à elles un système constitué de deux cavités en série :

Event 1 : ℓ=30mm Φ=5mm, Cavité 1 : 100x95x80mm,
Event 2 : ℓ=30mm Φ=5mm, Cavité 2 : 80x80x45mm.

Les résultats obtenus sont en meilleur accord que pour le cas précédent, les diamètres des évents étant connus avec une meilleure précision.

SIMILITUDE GEOMETRIQUE

Une autre manière de prévoir le comportement acoustique d'un système de cavités consiste à travailler sur une maquette géométriquement semblable.
En fixant l'échelle géométrique à l'aide d'une longueur de référence **L** et en

considérant les grandeurs sans dimension : $\ell_+ = \ell/L$ $\quad r_+ = r/L$ $\quad V_+ = V/L^3$

le module de la fonction de transfert correspondant au résonateur de Helmholtz s'écrit :

$$\| H \| = \left[\alpha^2\beta^2L^2\omega^3 + (1 - \alpha L^2\omega^2)^2\right]^{-1/2}$$

avec : $\alpha = \dfrac{\ell_+ V_+}{\pi c^2 r_+^2}$ et $\beta = \dfrac{1}{r_+}\sqrt{\dfrac{2\mu}{\rho}}\left[1 + (\gamma - 1)\sqrt{\dfrac{5}{3\gamma}}\right]$

Ce module est maximal pour la fréquence de résonance, toujours présente, et approximée par :

$$\frac{\omega_r}{\omega_0} \simeq 1 - \frac{3}{8}\frac{\beta^2}{L}\sqrt{\alpha} \qquad \text{avec } \omega_0 = \frac{1}{L\sqrt{\alpha}}$$

Les fréquences de résonance évoluent comme l'inverse de l'échelle géométrique, la résonance réelle se rapprochant de la résonance propre quand l'échelle augmente.

L'amplitude à la résonance vaut : $\|H(\omega_r)\| = \left[\alpha\beta\omega_r\left(\frac{9}{16}\beta^2 + L^2\omega_r\right)^{1/2}\right]^{-1}$

soit encore : $\|H(\omega_r)\| \simeq \dfrac{\sqrt{L}}{\beta\alpha^{1/4}}$ pour L suffisamment grand.

A une échelle géométrique suffisamment grande, l'amplitude maximale de la fonction de transfert croît comme la racine carrée du facteur d'échelle.
Les courbes des figures 5.a et 5.b montrent l'évolution de l'amplitude et de la phase pour un résonateur dix fois plus petit, égal et dix fois plus grand que celui de la figure 3.

CONCLUSION

La modélisation d'une résistance variant avec la fréquence proposée par [1] s'accorde assez bien avec l'expérience, à la condition de toujours prendre en compte l'inductance, c'est à dire l'effet d'inertie dans l'évent. En effet, nos expériences ont toujours permis d'observer une évolution de la phase sur 180° caractéristique d'un système du second ordre.
L'adaptation de ces techniques à la modélsation d'un microphone donne des résultats en bon accord avec ceux proposés par [3].

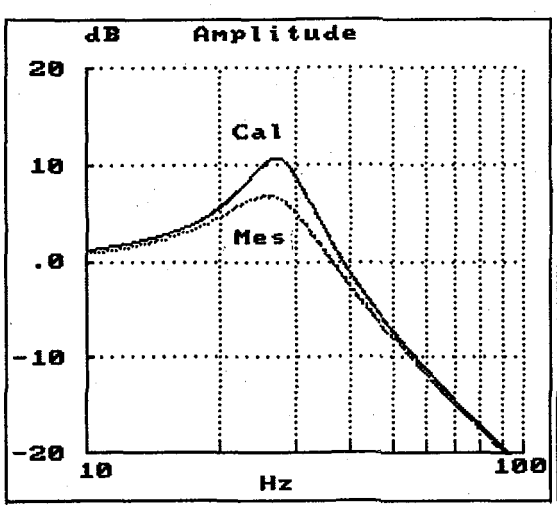

Figure 3.a

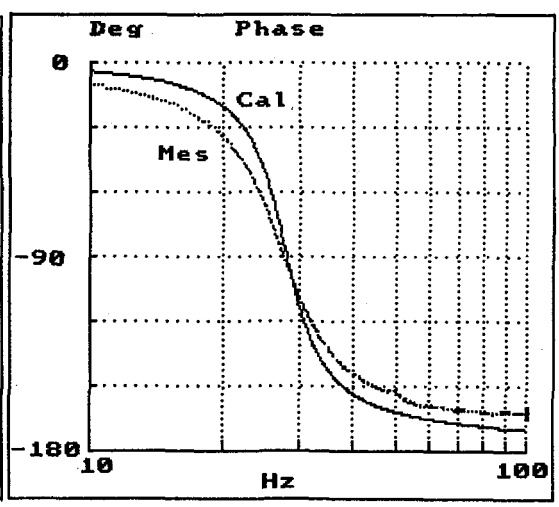

Figure 3.b

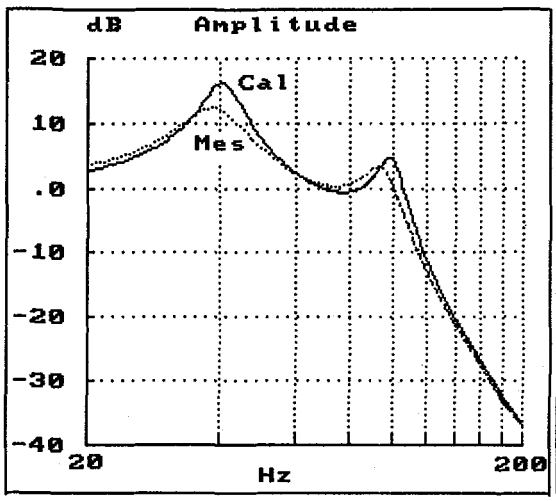

Figure 4.a

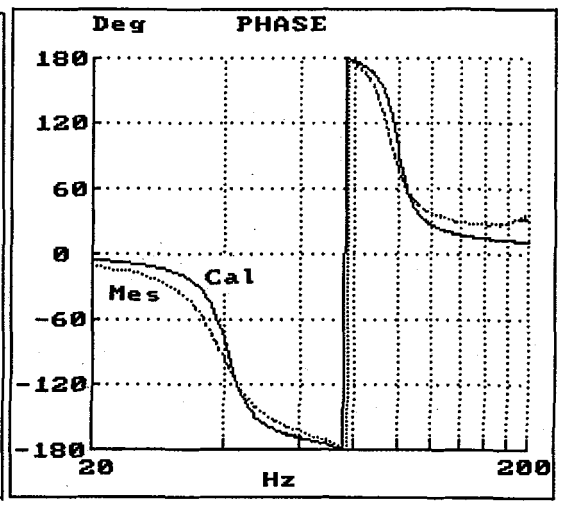

Figure 4.b

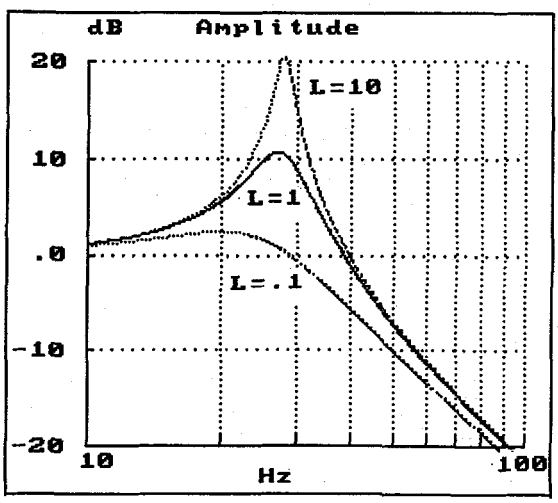

Figure 5.a

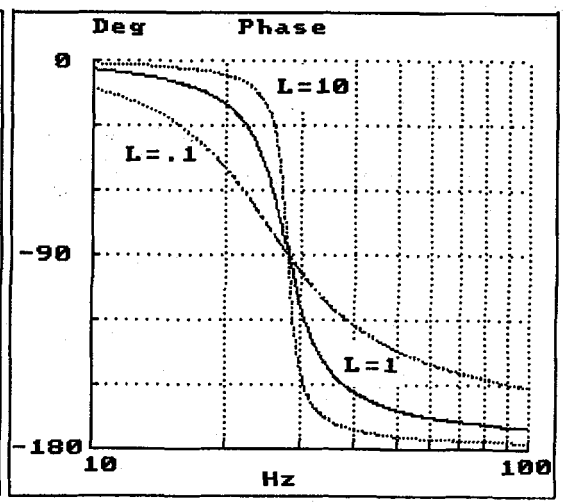

Figure 5.b

BIBLIOGRAPHIE

[1] **P.M. Morse, K.U. Ingard** *Theoretical acoustics* McGraw-Hill Book 1968
[2] **Comte-Bellot** *Aperçu sur les circuits acoustiques* Cours d'Acoustique, Ecole Centrale de Lyon
[3] **T.M. Phan, J.C. Pascal** *"Parametric phase calibration method for the acoustic intensity probe"* 2e Congrès International sur l'Intensimétrie Acoustique Senlis 1985