UNE NOUVELLE CLASSIFICATION DES RÉSONANCES ACOUSTIQUES DU CYLINDRE ET DES TUBES ÉLASTIQUES. APPLICATION À LA RÉSOLUTION DU PROBLÈME INVERSE

H. Batard, G. Quentin, M. Talmant

► To cite this version:

H. Batard, G. Quentin, M. Talmant. UNE NOUVELLE CLASSIFICATION DES RÉSONANCES ACOUSTIQUES DU CYLINDRE ET DES TUBES ÉLASTIQUES. APPLICATION À LA RÉSO- LUTION DU PROBLÈME INVERSE. Journal de Physique IV Proceedings, 1992, 02 (C1), pp.C1- 687-C1-690. 10.1051/jp4:19921149 . jpa-00251107

HAL Id: jpa-00251107

<https://hal.science/jpa-00251107>

Submitted on 1 Jan 1992

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNE NOUVELLE CLASSIFICATION DES RÉSONANCES ACOUSTIQUES DU CYLINDRE ET DES TUBES ÉLASTIQUES. APPLICATION À LA RÉOLUTION DU PROBLÈME INVERSE

H. BATARD, G. QUENTIN et M. TALMANT

G.P.S., Université Paris 7, Tour 23, 2 place Jussieu, F-75251 Paris cedex 05, France

Abstract

Despite the complexity of the secular equation for elastic cylindrical targets, an unexpected simple dependance of the resonance frequencies of the target on its acoustical bulk velocities has been shown recently by numerical investigation. The resonance frequencies lie in two classes, each of them governed in the same way by either the longitudinal or the shear velocities. We present here a direct application of this model : the characterization of the target by its bulk sound velocities, predicted within a 5% error.

Introduction

Considérons un objet cylindrique, de longueur infinie, élastique, homogène, isotrope et non-absorbant pour la propagation acoustique. Lorsque cet objet est immergé dans l'eau et excité par une onde plane incidente qui se propage normalement à son axe, on observe, dans sa réponse acoustique, des résonances qui se manifestent à des fréquences très proches de ses fréquences propres de vibration. Les études de Überall et al. [1], étendues par Derem et al. [2], ont prouvé qu'il existe une relation entre l'apparition des résonances et le comportement des ondes circonférentielles excitées : une résonance est observée à chaque fois qu'une de ces ondes parcourt la circonférence de la cible avec un nombre entier, n , de longueurs d'onde de manière à être entretenue, à chaque tour, par accord de phase. Il est donc possible de répertorier une résonance par son indice n , appelé mode de vibration, et le nombre ℓ qui repère, par son occurrence en fréquence dans le mode n , l'onde qui a généré la résonance.

On peut aussi repérer les résonances par la fréquence et la largeur de leur raie spectrale d'émission. L'unité de fréquence que nous utiliserons, $x_1 = 2\pi a f / c_1$, où a représente le rayon extérieur de la cible et f et c_1 , la fréquence et la vitesse de phase de l'onde incidente, est une grandeur adimensionnelle qui permet de rapporter la longueur de la circonférence de la cible à la longueur d'onde de l'onde incidente.

Dans un plan perpendiculaire à l'axe de la cible, la pression diffusée par la cible en un point (r, φ) du fluide extérieur peut être exprimée par la relation (1) dont on trouvera la signification de chacun des termes dans la référence [3].

$$P_{\text{diff}} = P_0 \exp(-i\omega t) \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n i^n \frac{D_n^{(1)}(\omega, a, b)}{D_n(\omega, a, b)} H_n^{(1)}(k_1 r) \cos(n\varphi) \quad (1)$$

$D_n^{(1)}(\omega, a, b)$ et $D_n(\omega, a, b)$ sont deux déterminants, 3×3 pour le cylindre solide et 6×6 pour le tube solide, dont tous les éléments non nuls sont régis par des fonctions de Bessel. Ces déterminants sont conditionnés par les paramètres géométriques et acoustiques des différents milieux en présence. La complexité analytique évidente de ces déterminants ne permet pas de déduire directement l'influence de chacun des paramètres sur la réponse de la cible et, en particulier, sur ses résonances.

Nous présentons tout d'abord les résultats de différentes études paramétriques qui montrent qu'il est possible, malgré la complexité des formalismes analytiques, de relier simplement les fréquences de résonances à l'une ou l'autre des célérités acoustiques, c_T ou c_L , du matériau dont est constitué la cible. Une implication importante de cette étude est l'établissement d'une nouvelle classification des résonances des ondes de galerie à échos (O.G.E.) et de leurs équivalents pour le tube. Nous exposons ensuite une méthode, directement issue des résultats précédents, qui permet d'identifier le matériau d'une cible en déduisant ses célérités, c_T et c_L , à partir de la répartition de ses résonances.

Etude paramétrique et nouvelle classification des résonances

L'étude paramétrique du comportement des résonances acoustiques d'une cible élastique cylindrique a été menée en suivant une ligne de conduite très simple : pour des cibles d'épaisseurs différentes, nous avons fait varier chacun des paramètres acoustiques de la cible et examiné, dans chaque cas, les variations des fréquences et largeurs de résonances. Précisons que les paramètres constants ont été fixés sur ceux de l'eau pour le fluide extérieur, l'aluminium pour la cible et l'air pour la cavité. Les résultats spécifiques au cylindre sont présentés dans les références [4] et [5].

Le résultat principal de cette étude concerne l'influence de c_T et c_L sur les fréquences de résonances. La figure 1 schématise, dans l'espace $(0, c_L, c_T, x_1)$, la répartition fréquentielle dans un mode n des résonances des O.G.E. d'une structure d'épaisseur quelconque.

Figure 1 : schéma des deux familles de plans sur lesquels se répartissent les résonances d'un mode n .

Les fréquences de résonances se répartissent à proximité de deux familles de plans. Les plans "longitudinaux", qui dépendent de c_L , et "transversaux", qui dépendent de c_T , supportent les résonances dites respectivement "longitudinales" et "transversales". Il convient de préciser que les résonances "longitudinales" correspondent précisément, en fréquences mais aussi en largeurs, aux résonances d'une cible fluide ($c_T=0$) possédant les mêmes valeurs de c_L et ρ_2 .

L'étude de l'influence des autres paramètres sur les plans longitudinaux et transversaux ont montré qu'ils obéissent à des équations très simples et semblables. Si l'on désigne par $(x_1)_{n}^{T_i}$ et $(x_1)_{n}^{L_i}$, les $i^{\text{èmes}}$ résonances "transversale" et "longitudinale", et par e , l'épaisseur du tube, on peut modéliser le

comportement fréquentiel de l'ensemble des résonances des O.G.E. par l'équation :

$$(x_1)_{n,i}^{L_i,T_i} \approx \frac{\pi}{c_1} \left[\frac{a}{e} i + \beta_n^{L,T} (a/e) \right] c_{L,T} \quad n \in \mathbb{N}, i \in \mathbb{N}^* \quad (2)$$

Le membre de droite se présente sous forme d'une somme de deux termes. Le premier terme, qui met en jeu l'ordre i , correspond en unité x_1 , aux fréquences de coupure des modes de Lamb observés sur une plaque élastique (résonances d'épaisseur). Le second terme, dans lequel intervient le mode n , fait apparaître la fonction $\beta_n^{L,T}$ dont l'influence est liée aux caractéristiques azimutales de l'onde. Enfin, la distinction entre résonances "longitudinales" et "transversales" est accentuée par le fait que les premières étaient sensiblement plus larges que les secondes.

L'étude de l'influence de ρ_2 sur les résonances a confirmé que ce paramètre n'agit que de façon négligeable sur les fréquences mais en revanche qu'il exerce un rôle prépondérant sur le comportement des largeurs, par l'intermédiaire du rapport ρ_1/ρ_2 .

Enfin, l'expression (2) met en évidence une nouvelle classification des résonances fondée sur les couples d'indices (n, T_i) et (n, L_i) dont l'intérêt est de renseigner sur les célérités, c_T ou c_L , et implicitement les ondes de volume associées, dont dépendent les fréquences de ces résonances.

Application à la résolution du Problème Inverse

Du point de vue théorique, l'expression (2) montre qu'il est très simple de déduire c_T et c_L à partir de deux fréquences résonances transversales et longitudinales dès lors que l'on connaît les indices n et T_i ou L_i qui leurs sont affectés. Expérimentalement, si la détermination de n est réalisable par une méthode telle que la P.R.I.M. [6], il est par contre pratiquement impossible, sauf dans le cas des tubes fins, d'identifier les indices ℓ , T_i et L_i d'une résonance. La méthode que nous proposons permet de s'affranchir de la connaissance de ces indices mais nécessite, en revanche, d'être informé de la géométrie de la cible. En outre, cette méthode apparaît comme le complément en basses fréquences de la méthode A* récemment développée dans le domaine des hautes fréquences [7].

Le principe de cette méthode, basée sur l'analyse d'une liste de fréquences de résonances, est très simple. L'expression (2) indique que deux cibles i et j , de mêmes géométries, mais constituées de matériaux différents possèdent des fréquences de résonances "transversales" et "longitudinales", uniformément réparties aux rapports d'homothétie c_{T_i}/c_{T_j} et c_{L_i}/c_{L_j} près. Ainsi, la connaissance des vitesses d'une des deux cibles permet de déduire les vitesses de l'autre à partir de la comparaison de leur spectres de résonances. Dans ces conditions, notre méthode repose sur la comparaison d'un spectre, à partir duquel on veut déduire les vitesses d'une cible, à deux spectres de référence contenant, l'un, les fréquences des résonances transversales et l'autre, les fréquences des résonances longitudinales, calculées avec les valeurs c_{T_r} et c_{L_r} , d'une cible virtuelle de même géométrie. La comparaison s'effectue par le calcul du coefficient de corrélation discrète entre le spectre à traiter et les deux autres que l'on dilate graduellement par un coefficient variable, α . Dans chaque cas, la vitesse, transversale ou longitudinale, la plus probable est déduite au maximum du coefficient de corrélation ($c_{T_{prob}} = \alpha_{max} \cdot c_{T_r}$). La figure (2) représente le coefficient de corrélation en fonction du coefficient ($\alpha \cdot c_{T_r}$) pour un spectre expérimental acquis sur un tube de dural d'épaisseur relative 0.04. Sur cette figure, la valeur estimée de c_T , $c_{T_{prob}}$, est comparée à la valeur tabulée, $c_{T_{théo}}$, du Dural.

Les tests de cette méthode réalisés sur des spectres calculés pour des cylindres ($e/a=1$), des tubes épais ($e/a=0.5$) et des tubes fins ($e/a=0.04$), constitués de matériaux différents, acier, aluminium, bronze, cuivre, fer et laiton, sont convaincants: les estimations de c_T et c_L ont été réalisées avec des erreurs respectives inférieures à 2.9 % et 3.5 %. Nous avons alors appliqué notre méthode à des acquisitions expérimentales, acquises sur des cylindres [8] et des tubes fins ($e/a=0.04$) et comparé nos estimations de c_T et c_L à des valeurs tabulées. Les résultats sont, là aussi, tout à fait satisfaisants puisque c_T et c_L ont été estimés avec des erreurs respectives inférieures à 3.0 % et 4.0 %.

Figure 2 : déduction de la vitesse transversale d'une structure en Dural, d'épaisseur relative $e/a=0.04$ par corrélation de son spectre de résonances avec un spectre de référence dilaté.

Ces résultats accréditent le principe de notre méthode de résolution du problème inverse et, implicitement, les résultats obtenus lors de l'étude paramétrique du problème direct.

Conclusion

Malgré la complexité des différents formalismes qui régissent la diffusion acoustique par des cibles cylindriques immergées, nous présentons les résultats d'études paramétriques récentes dont l'intérêt est de relier clairement le comportement résonnant d'une cible aux paramètres physiques qui la caractérisent. Ces résultats originaux constituent le fondement de plusieurs études dont les conclusions sont présentées ici. D'une part, la mise en équations de l'influence de l'une et l'autre des célérités acoustiques transversale et longitudinale de la cible sur les fréquences de résonances des ondes de galerie à échos a permis de constituer un modèle simple de répartition fréquentielle de ces résonances. La forme des expressions constitutives de ce modèle nous a conduit, d'une part, à établir une nouvelle classification des résonances considérées et, d'autre part, de relier les fréquences de ces résonances aux fréquences de coupure des modes de Lamb qui se propagent sur une plaque élastique. Enfin, un aboutissement de cette étude est la mise au point d'une méthode de caractérisation acoustique d'une cible, simple à mettre en oeuvre et applicable en basses fréquences, fondée sur la reconnaissance de ses célérités acoustiques à partir de la répartition de ses résonances. Les résultats de l'étude paramétrique des résonances des tubes élastiques et la méthode de problème inverse par corrélation seront présentés en détail ultérieurement. La suite naturelle de ces travaux sera de comparer le comportement résonnant des cibles cylindriques à celui des modes de Lamb se propageant sur la plaque plane.

Références

- [1] ÜBERALL H., DRAGONETTE L.R. et FLAX L., Relation between creeping waves and normal modes of vibration of a curved body, *J. Acoust. Soc. Am.* **61** (1977) 711-715.
- [2] DEREM A. et ROUSSELOT J.-L., Résonances acoustiques du cylindre infini et leur relation avec les ondes de surface, *Acustica* **67** (1981) 1-34
- [3] DEREM A., Théorie de la matrice S et transformation de Sommerfeld-Watson dans la diffusion acoustique, N. Gespa, Chap.9, CEDOCAR, Paris (1987) 189-279.
- [4] BATARD H., QUENTIN G., CONOIR J.-M. et ROUSSELOT J.-L., Etude paramétrique des résonances acoustiques d'un cylindre élastique, *J. Acoustique* **3** (1990) 337-348.
- [5] BATARD H. et QUENTIN G., Acoustical resonances of solid elastic cylinders : Parametric study and introduction to the inverse problem, *J. Acoust. Soc. Am.* **91** (1992), à paraître en janvier 1992
- [6] QUENTIN G. et CAND A., Pulsed resonance identification method, *Electron. Lett.* **25** (1989) 353-354.
- [7] CAND A., Contribution à l'étude du problème inverse et de la diffusion impulsionnelle par les cylindres élastiques, Thèse de l'Université PARIS 7, Chap.3, (1990)
- [8] QUENTIN G., MOLINERO I. et DE BILLY M., Etude du spectre acoustique de quelques échantillons de forme cylindrique. II Etude expérimentale, *Acustica* **65** (1988) 275-283.