APPLICATION DES ÉQUATIONS INTÉGRALES D'HELMHOLTZ À L'OPTIMISATION D'UNE SONDE INTENSIMÉTRIQUE 3D SPHÉRIQUE

O. COSTE, J.C. PATRAT et R. HENRY*

Laboratoire d'Etudes Aérodynamiques (URA 191), C.E.A.T, 43 route de l'Aérodrome,
F-86036 Poitiers, France

*Bâtiment H, 40 avenue du Recteur Pineau, F-86022 Poitiers, France

abstract: Various acoustic probes are designed to reduce scattering. On the contrary, the spherical probe allowing 3D acoustic intensity measurements perturbs the acoustic field in a well-known and useful way. Its measurement principle assumes that the sphere is the only part which scatters the field. The aim of the present work is to quantify and to reduce the scattering of the handle.

résumé: les diverses sondes acoustiques sont conçues pour minimiser les effets de diffraction. Au contraire, la sonde sphérique permettant des mesures d'intensité acoustique en trois dimensions perturbe le champ acoustique de façon connue et exploitable. Son principe de mesure suppose que la sphère est la seule partie diffractante de la sonde. Le but de cette étude est de quantifier puis de minimiser les phénomènes de diffraction engendrés par la poignée.

INTRODUCTION

L'intérêt d'une sonde sphérique pour la détermination des trois composantes du vecteur intensité acoustique a été montré dans [1]. La connaissance analytique des phénomènes de diffraction autour de la sphère dans le cas d'un champ d'ondes planes ou d'ondes sphériques a permis de mettre au point des algorithmes conduisant à la connaissance complète du champ acoustique non perturbé. Comme pour l'intensimétrie traditionnelle par différences finies, ces derniers s'appuient sur des mesures de phases.

La direction de propagation ou encore les cosinus directeurs du vecteur intensité acoustique peuvent être déterminés jusqu'à 12500 Hz.

A ces fréquences, les phénomènes de diffraction ne relèvent plus simplement de la sphère de mesure mais de toute la sonde. L'approche analytique n'étant plus possible pour cette géométrie complexe, la présente étude propose une approche numérique basée sur l'équation intégrale de Helmholtz.

Le but de cette étude est double:

- Dans un premier temps, ce calcul permet de quantifier les perturbations dues à la poignée et ainsi de connaître les limites de la géométrie présentée au 1^{er} Congrès Français d'Acoustique [2].
- Dans un second temps, une optimisation de la forme de la poignée conduisant à une erreur minimale est proposée.

Même si ce calcul est limité à 10 kHz pour les raisons présentées dans § I, ces enseignements restent valables dans tout le domaine de mesure.

I RESOLUTION PAR EQUATIONS INTEGRALES

Les phénomènes de diffraction des ondes acoustiques peuvent être mis en équation sous forme intégrale par une combinaison de potentiels de simple et double couche.

Soient P_d la pression diffractée par l'obstacle et P_i la pression incidente;

La fonction de Green s'écrit:
$$G(M,P) = \frac{e^{ik \|\vec{MP}\|}}{4\pi \|\vec{MP}\|} \quad (1)$$

Σ représente la surface de l'obstacle, Ω_i et Ω_e les domaines intérieur et extérieur.

$$\int_{\Sigma} \left\{ P_d(P) \frac{\partial G(M,P)}{\partial n_P} - \frac{\partial P_d(P)}{\partial n_P} G(M,P) \right\} d\Sigma = \nu P_d(M) \quad (2)$$

avec $\nu = 0$ si $M \in \Omega_i$, $\nu = 1$ si $M \in \Omega_e$, $\nu = \frac{1}{2}$ si $M \in \Sigma$.

L'étude étant réalisée dans l'hypothèse d'un champ incident d'ondes planes, le gradient de pression sur Σ est donné par:

$$\frac{\partial P_d(P)}{\partial n_P} = - \frac{\partial P_1(P)}{\partial n_P} \quad (3)$$

L'intérêt principal [3] du polyèdre (approximation de la surface Σ en éléments plans) est d'annuler les termes G_{ij} (6); En effet, le calcul de ces termes entraînent des difficultés lors du découpage de Σ en éléments de surfaces gauches.

La pression ainsi que la composante normale de son gradient sont approximées par des distributions constantes par morceaux.

La pression diffractée en chacun des points P_i , centre de gravité des mailles est alors solution du système d'équations linéaires suivant:

$$\left(\frac{1}{2} [I] - [G] \right) [P_d] = [M] \left[\frac{\partial P_1}{\partial n} \right] \quad (4)$$

$$\text{avec pour } i \neq j \quad G_{ij} = \int_{\Sigma_j} \frac{\partial G(P_i, P)}{\partial n_j} d\Sigma_j \quad M_{ij} = \int_{\Sigma_j} G(P_i, P) d\Sigma_j \quad (5)$$

$$\text{pour } i=j \quad G_{ii} = 0 \quad M_{ii} = \lim_{\sigma_i \rightarrow 0} \int_{\Sigma_i - \sigma_i} G(P_i, P) d\Sigma_i \quad (6)$$

Pour certains nombres d'ondes k' , le noyau de l'équation (2) devient singulier. Au contraire de géométries simples, comme la sphère ou le cylindre, il n'est pas possible ici d'exprimer analytiquement ces fréquences. Schenck [4] a montré que ces valeurs k' sont celles pour lesquelles le problème intérieur de Dirichlet (7) admet une solution non triviale.

$$\begin{cases} \Delta P_d(M) + k'^2 P_d(M) = 0 & \text{pour } M \in \Omega_i \\ P_d(M) = 0 & \text{pour } M \in \Sigma \end{cases} \quad (7)$$

Pour remédier à ce problème, de la même façon que [3], des points à l'intérieur du solide sont utilisés pour surdéterminer le système. Cette technique bien adaptée pour les premiers nombres d'ondes caractéristiques, sera moins satisfaisante au delà de 10 kHz. En effet, la densité plus grande de fréquences caractéristiques entraînera une surdétermination plus importante et donc un conditionnement du système de plus en plus délicat.

En outre, le faible rayon de la tige (figure 1) donne à la sonde un comportement semblable à celui de deux obstacles côte à côte (sphère + poignée). L'apparition de divergences au voisinage des nombres d'ondes caractéristiques dépendra alors de l'incidence de l'onde.

II DIFFRACTION PAR LA SONDE 3D

Le maillage de la sonde a été réalisé à l'aide de triangles, de trapèzes et de rectangles; L'utilisation de ces différentes formes a permis d'obtenir des mailles de surfaces comparables. La surface de la sphère est approximée par 55 triangles et 5 trapèzes assurant le raccordement avec la tige. Le maillage de la totalité de la sonde en 295 éléments (figure 1) est suffisant pour satisfaire les hypothèses du § I.

La méthode présentée dans § I permet de calculer la pression diffractée à la surface de la sonde ainsi que la pression mesurée par chacun de six microphones. Soient P_{mt} et P_{ms} , les pressions mesurées respectivement pour la sonde totale et pour la sphère seule. De la même façon, $\Delta\varphi_t$ et $\Delta\varphi_s$ représentent le déphasage entre deux microphones d'un même axe de mesure. Les perturbations engendrées par la poignée sont alors représentées par les grandeurs K et φ :

$$K = 20 \log \frac{|P_{mt}|}{|P_{ms}|} \quad \varphi = \Delta\varphi_t - \Delta\varphi_s \quad (8)$$

L'évolution de φ avec l'incidence de l'onde montre que les ondes provenant de l'avant dans l'axe de la tige (figure 2) sont beaucoup plus perturbées que celles provenant de l'arrière (figure 3). Le facteur K évolue de façon similaire avec des variations maximums de ± 2.5 db.

Cette évolution en fonction de l'incidence de l'onde est vérifiée expérimentalement (figure 4 et 5). Deux raisons expliquent l'écart entre les deux courbes de la figure 5:

- de multiples réflexions non maîtrisées entre la sonde et le haut-parleur,
- l'hypothèse de l'onde sphérique serait ici plus réaliste [5].

III OPTIMISATION

Les valeurs $d2$ et $l2$ (figure 1) ne peuvent pas pour des raisons technologiques être modifiées. En effet, la poignée contient les préamplificateurs et l'augmentation de $l2$ altérerait la sensibilité de la chaîne de mesure [2]. Le diamètre $d1$ de la sphère est quand à lui inversement proportionnel à la limite haute fréquence.

Ce calcul montre que l'influence du rayon de la tige est négligeable. Au contraire, la longueur du cône $l1$ et le diamètre de la fixation $d3$ jouent un rôle primordial. En prenant $d3 = d2$ et en augmentant la longueur $l1$, les phénomènes de diffraction engendrés par la poignée deviennent négligeables devant ceux engendrés par la sphère (figure 6 et 7).

Pour la géométrie optimisée (figure 8), la zone de fixation ou les surfaces fonctionnelles nécessaires à une orientation et à un positionnement précis sont placées à l'arrière de la sonde.

figure 8

CONCLUSION

L'utilisation des méthodes intégrales, pour une forme donnée de sonde intensimétrique, montre que les phénomènes de diffraction ne sont pas, en général, négligeables notamment en ce qui concerne les mesures de phases.

Une géométrie minimisant la diffraction de la poignée a ainsi pu être proposée. La sphère est alors la partie diffractante prépondérante ce qui justifie l'utilisation de l'algorithme présenté en [1].

fig 2: forwards wave

fig 3: backwards wave

fig 4: forwards wave
++ theory, — experiment fig 5: backwards wave
++ theory, — experiment fig 6: forwards wave
optimized probe fig 7: forwards wave
optimized probe

- [1] O Coste, J.C Patrat "diffraction autour d'une sphère appliquée à une sonde intensimétrique 3D" 1^{er} Congrès Français d'Acoustique (895-898) Avril 1990.
- [2] J Wasmer "sonde pour l'analyse d'intensimétrie à 3 dimensions" 1^{er} Congrès Français d'Acoustique (927-930) Avril 1990.
- [3] G.H Koopman, H Brenner "method for computing the sound power of machines based on the Helmholtz integral" J.A.S.A (71) Janvier 1982.
- [4] H.A Schenck "improved integral formulation for acoustic radiation problems" J.A.S.A (44) (41-58) décembre 1967.
- [5] O Coste, J.C Patrat "scattering of a spherical wave applied to a 3D sound intensity probe" Congrès INTERNOISE Sydney Décembre 1991.