



AMPLIFICATION THERMIQUE ET LIMITE DE STABILITÉ DES OSCILLATIONS ACOUSTIQUES DANS LE TUBE DE RIJKE

J.-L. Peube, S. Soudki, Y. Gervais

► To cite this version:

J.-L. Peube, S. Soudki, Y. Gervais. AMPLIFICATION THERMIQUE ET LIMITE DE STABILITÉ DES OSCILLATIONS ACOUSTIQUES DANS LE TUBE DE RIJKE. Journal de Physique IV Proceedings, 1992, 02 (C1), pp.C1-601-C1-604. 10.1051/jp4:19921129 . jpa-00251085

HAL Id: jpa-00251085

<https://hal.science/jpa-00251085>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

AMPLIFICATION THERMIQUE ET LIMITE DE STABILITÉ DES OSCILLATIONS ACOUSTIQUES DANS LE TUBE DE RIJKE

J.-L. PEUBE, S. SOUDKI et Y. GERVAIS

Laboratoire d'Etudes Aérodynamiques, 40 Avenue du Recteur Pineau, F-86022 Poitiers cedex, France

Abstract : We give here the quantitative expression of the thermoacoustic power resulting of the interaction between acoustic waves and a heat source. According to a stationary acoustic field superposed to a mean flow in a cavity containing a heat source (Rijke effect), the thermoacoustic power and an efficiency criterion of the interaction are explicitly given from the analysis of the unsteady heat transfer between a hot wire and a weakly disturbed laminar flow at high Reynolds number.

I - INTRODUCTION

Les phénomènes thermoacoustiques résultent du couplage instationnaire entre un écoulement et une source de chaleur. La configuration la plus couramment rencontrée consiste en une cavité où règne un système d'ondes stationnaires superposé à un écoulement moyen, la source de chaleur étant contenue dans la cavité (phénomène de Rijke). L'apport périodique d'énergie thermique, dont une partie se transforme en énergie acoustique, conduit ainsi à l'excitation ou à l'atténuation des ondes acoustiques lorsqu'un certain nombre de conditions sont remplies [1].

On définit ici la puissance thermoacoustique d'un tel couplage pour un phénomène acoustique stationnaire, en laissant de côté le problème du déclenchement des oscillations. A partir de l'analyse du transfert de chaleur instationnaire entre une source thermique et un écoulement à grand nombre de Reynolds, on détermine quantitativement la puissance du couplage, ainsi que le critère d'efficacité de ce dernier.

II - ENERGIE THERMOACOUSTIQUE

1 - L'énergie acoustique résultant d'un apport de chaleur instationnaire peut être obtenue à partir d'une équation de bilan d'énergie mécanique [2]. On considère pour cela l'équation de l'énergie cinétique d'un fluide parfait subissant des transformations acoustiques, intégrée sur un domaine D fermé par une surface Σ . Le transfert d'énergie thermique de la source au fluide se caractérise par des variations temporelles d'entropie, de telle sorte que les transformations acoustiques ne sont plus isentropiques. Ceci introduit donc une relation particulière entre les fluctuations de masse volumique et de pression acoustique, qui s'obtient à partir de la relation d'état des gaz. On considère qu'une des grandeurs d'état, en l'occurrence la masse volumique ρ , est fonction de deux autres grandeurs d'état, la pression p et l'entropie s . La différentielle de la masse volumique s'écrit donc :

$$(1) \quad d\rho = \left(\frac{\partial \rho}{\partial s}\right)_p ds + \frac{1}{c^2} dp \quad , \quad \text{où } c \text{ désigne la vitesse du son.}$$

En reportant cette dernière relation dans l'équation d'énergie acoustique, en considérant un fluide sans écoulement moyen subissant des variations acoustiques linéaires, on obtient l'équation qui définit l'énergie acoustique générée par un transfert de chaleur instationnaire :

$$(2) \quad \int_D \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho_0 \frac{V^2}{2} + \frac{p^2}{2\rho_0 c_0^2} \right) dv + \int_{\Sigma} p u_i n_i d\sigma = - \int_D \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial s} \right)_p p \frac{\partial s}{\partial t} dv$$

où V et u_i représentent respectivement le module de la vitesse et les composantes de celle-ci, et l'indice 0 l'état du fluide au repos. Les énergies acoustiques cinétique et potentielle ont la même définition qu'en

l'absence de source d'entropie. Le second membre de l'équation (2) détermine la puissance acoustique de la source associée au transfert de chaleur instationnaire, caractérisée par les variations locales d'entropie $\partial s/\partial t$. Remarquons que des formes équivalentes à la relation (2) ont été obtenues dans des cas particuliers par Strehlow [3] et Dowling [4].

2 - Ainsi que nous l'avons remarqué précédemment, les phénomènes thermoacoustiques, et en particulier l'effet Rijke, sont stationnaires au sens acoustique du terme. L'équation de bilan d'énergie prise en moyenne dans le temps s'écrit :

$$(3) \quad \int_{\Sigma} I_i n_i d\sigma = - \int_D \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial s} \right)_{p_0} \overline{p \frac{\partial s}{\partial t}} dv$$

où I_i , définie par $I_i = p \cdot u_i$, représente l'intensité acoustique moyenne. On obtient ainsi directement la puissance acoustique du dégagement de chaleur. On remarque que toute région de l'espace dans laquelle

la quantité $\overline{p \frac{\partial s}{\partial t}}$ est positive (respectivement négative) en moyenne dans le temps est génératrice (respectivement dissipative) d'énergie acoustique. Les phénomènes thermoacoustiques sont donc

conditionnés par cette dernière quantité, qui est toutefois à pondérer par le coefficient $-\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial s} \right)_{p_0}$

pour déterminer la puissance exacte de l'apport de chaleur. Cette puissance W_{th} peut être obtenue à partir de la relation d'énergie locale suivante, dans laquelle on limite volontairement l'apport de chaleur à la conduction thermique :

$$(4) \quad \rho T \frac{\partial s}{\partial t} = - \frac{\partial q_{Ti}}{\partial x_i}, \quad \text{où } q_{Ti} \text{ est le flux de chaleur lié à la conduction. On a alors :}$$

$$(5) \quad W_{th} = - \frac{1}{\rho_0} \int_D \frac{1}{\rho T} \left(\frac{\partial \rho}{\partial s} \right)_{p_0} \overline{p \frac{\partial q_{Ti}}{\partial x_i}} dv$$

D'autre part, étant donnée la relation de Maxwell suivante $-\frac{1}{\rho^2} \left(\frac{\partial \rho}{\partial s} \right)_p = \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_s$, et compte tenu du fait que la pression moyenne dans le volume D de la source reste très proche de la pression moyenne extérieure p_0 , de même que la pression acoustique peut être considérée comme constante dans le volume D , on obtient, à l'aide du théorème de la divergence :

$$(6) \quad W_{th} = \frac{\gamma - 1}{\gamma p_0} \overline{p \int_{\Sigma} q_{Ti} n_i d\sigma}$$

Il apparait donc que la connaissance du transfert de chaleur instationnaire entre la source et le fluide est indispensable à la détermination de la puissance thermoacoustique. La relation (6) montre également que le phénomène est gouverné par les fluctuations d'apport de chaleur qui sont en phase avec la pression acoustique. Notons qu'une relation analogue a été obtenue par Kwon et Lee [5].

III - TRANSFERT DE CHALEUR INSTATIONNAIRE

L'étude du transfert de chaleur instationnaire est abordée ici en considérant un fil cylindrique chauffé à température constante comme source chaleur, placé dans un écoulement laminaire visqueux incompressible, perturbé par de faibles oscillations de vitesse. La convection autour d'un cylindre est régie par les équations non linéaires des couches limites instationnaires dynamique et thermique. On déduit ces équations de celles du mouvement et de l'énergie, en effectuant dans notre cas l'hypothèse des grands nombres de Reynolds. D'autre part, on admet que le rapport $(T_p - T_e)/T_e$ de la différence des températures de la paroi et de l'écoulement à celle de l'écoulement est suffisamment petit devant l'unité. Les propriétés physiques du fluide ne varient alors pas avec la température, et les équations des couches limites dynamique et thermique sont découplées.

Sans entrer dans le détail du développement des équations des couches limites ainsi que des méthodes de calcul qui y sont associées, retenons simplement que dans le cas où on se donne les deux températures T_p et T_e , les inconnues essentielles du problème thermique sont les densités de flux de

chaleur à travers les surfaces frontières. Le transfert de chaleur entre un élément chauffant et un écoulement est alors caractérisé par le nombre de Nusselt Nu tel que :

$$(7) \quad Nu = \frac{h L_c}{\lambda_o} \quad h = \frac{q_s}{T_p - T_e} \quad \text{et} \quad (8) \quad q_s = - \frac{\lambda_o}{S} \int_S \left(\frac{\partial T'}{\partial y} \right)_{y=0} ds$$

où L_c est la longueur caractéristique du phénomène et h le coefficient de transfert. La quantité q_s (relation (8)) est la densité moyenne du flux de chaleur échangé entre la source et le fluide le long de la surface S , T' désignant la température dans la couche limite, et y la variable d'espace normale à la surface du fil. Si on choisit l'unité comme longueur du cylindre de rayon a , le nombre de Nusselt s'écrit, en remarquant que $S = 2\pi a$ et $dS = a d\theta$:

$$(9) \quad Nu = - \frac{L_c}{T_p - T_e} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial T'}{\partial y} \right)_{y=0} d\theta$$

La température T' peut être écrite comme la somme d'une température stationnaire T'_0 et d'une fluctuation T'_1 telle que $T'_1 = \Theta'_1 e^{i\omega t} = \varepsilon \Theta' e^{i\omega t}$. Le nombre de Nusselt se traduit alors par :

$$(10) \quad Nu = Nu_0 + \varepsilon Nu_1 e^{i\omega t}$$

$$\text{avec} \quad Nu_0 = - \frac{L_c}{T_p - T_e} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial T'_0}{\partial y} \right)_{y=0} d\theta \quad \text{et} \quad Nu_1 = - \frac{L_c}{T_p - T_e} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial \Theta'}{\partial y} \right)_{y=0} d\theta$$

C'est bien sûr la partie instationnaire Nu_1 du nombre de Nusselt qui conditionne le couplage thermoacoustique, et qui nous intéresse plus particulièrement. Les calculs du module et de l'argument de celui-ci ont été effectués numériquement pour un écoulement extérieur harmonique et pour différentes valeurs du nombre de Reynolds, et comparés à ceux d'autres auteurs qui n'ont pu obtenir que des résultats fragmentaires [6] [7].

La figure 1 donne l'évolution des modules de Nu_1 en fonction de la fréquence adimensionnelle Ω

définie par $\Omega = \frac{a \omega}{2U_0}$ où U_0 est la vitesse moyenne de l'écoulement. On remarque le bon accord de nos résultats avec ceux de Lighthill et de Gribben pour les faibles et hautes fréquences. On note également la chute brutale du module au delà d'une fréquence caractéristique de l'ordre de 1. La figure 2 représente l'argument de Nu_1 en fonction de la fréquence adimensionnelle. Là encore, on note la variation rapide de l'argument pour la même fréquence caractéristique. Ceci indique que les flux de chaleur échangés deviennent très faibles et présentent un retard important par rapport aux oscillations de vitesse de l'écoulement extérieur aux fréquences élevées. De plus, l'étude du module du rapport des nombres de Nusselt Nu_1/Nu_0 en fonction de la fréquence montre que celui-ci est indépendant du nombre de Reynolds, et qu'il passe par un maximum pour une fréquence adimensionnelle de l'ordre de 1. Ceci définit donc un rapport idéal entre la fréquence des oscillations et la vitesse de l'écoulement moyen qui optimise le couplage thermoacoustique.

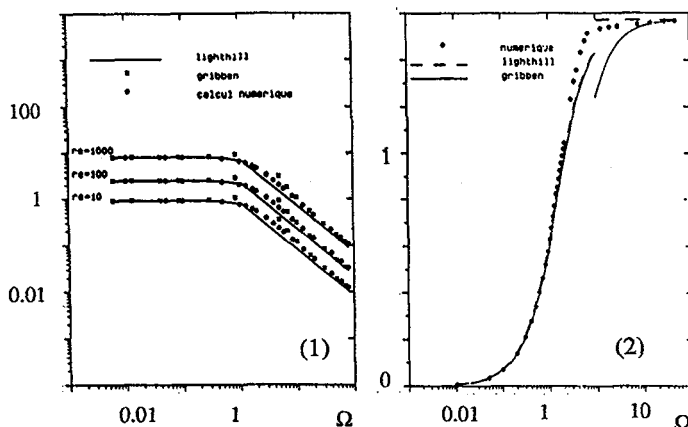


Fig. 1 et 2

Module (1) et argument (2) des nombres instationnaires de Nusselt Nu_1 en fonction de la fréquence adimensionnelle Ω .

IV - AMPLIFICATION THERMIQUE DANS LE TUBE DE RIJKE

Comme nous l'avons indiqué précédemment, la présence d'une source de chaleur dans un système d'ondes stationnaires conduit à l'amplification (ou éventuellement l'amortissement) des ondes acoustiques. La détermination du transfert de chaleur instationnaire entre un fil cylindrique chauffé et un écoulement laminaire perturbé nous permet maintenant d'explicitier la puissance du couplage thermoacoustique et de définir le critère d'efficacité de ce dernier dans le cas du tube de Rijke (tube vertical ouvert à ses deux extrémités, et contenant la source de chaleur).

La relation (6) s'écrit, en notation complexe :
$$W_{th} = -\frac{\gamma - 1}{2 \gamma p_o} \operatorname{Re}(p^* \int_{\Sigma} q_{Ti} n_i d\sigma),$$

où le signe * désigne la quantité complexe conjuguée et Ré la partie réelle. Compte tenu des relations (8), (9) et (10), on obtient rapidement une relation entre la puissance thermoacoustique W_{th} et le nombre de Nusselt Nu_1 (avec $q_s = q_T$ et $S = \Sigma$) :

$$(11) \quad W_{th} = -\varepsilon \pi \lambda_o (T_p - T_e) \frac{\gamma - 1}{2 \gamma p_o} \operatorname{Re}(p^* \cdot Nu_1)$$

Dans un tube à ondes stationnaires, les fluctuations de pression sont en quadrature retard avec les fluctuations de vitesse dans la moitié inférieure du tube. La partie imaginaire des fluctuations du transfert de chaleur à valeur négative est en phase avec les fluctuations de pression quand une valeur réelle positive est attribuée à l'amplitude de la vitesse acoustique u . Les fluctuations de vitesse se traduisent alors par $u = |U|$, les fluctuations de pression par $p = |P| e^{-i\pi/2}$, et celles du transfert de chaleur par $Nu_1 = |Nu_1| e^{i\varphi}$. On obtient alors :

$$\operatorname{Re}(p^* \cdot Nu_1) = \operatorname{Re}(|P| \cdot |Nu_1| e^{i(\varphi - \pi/2)}) = |P| \cdot |Nu_1| \sin\varphi$$

Or, $|Nu_1| \sin\varphi = \operatorname{Im}(|Nu_1| e^{i\varphi}) = \operatorname{Im}(Nu_1)$, où Im est la partie imaginaire, et $u = \varepsilon \cdot U_o$. Ceci conduit à l'expression suivante de la puissance thermoacoustique :

$$(12) \quad W_{th} = \frac{\gamma - 1}{2 \gamma p_o U_o} u \cdot |P| \frac{\operatorname{Im}(-Nu_1)}{Nu_o} \cdot Q_o \text{ avec } Q_o = \pi \lambda_o (T_p - T_e) Nu_o.$$

La quantité Q_o est proportionnelle à Nu_o qui est une fonction croissante du nombre de Reynolds.

On pose :
$$E = \frac{\operatorname{Im}(-Nu_1)}{Nu_o}$$

Le facteur E n'est autre que le facteur d'efficacité de la puissance thermoacoustique par rapport à une puissance thermique fournie par la grille, et donnée par une quantité de chaleur Q_o directement mesurable. La puissance thermoacoustique dépend donc du facteur d'efficacité E , de la quantité de chaleur totale Q_o , et du produit des modules des fluctuations de pression et de vitesse acoustiques $u \cdot |P|$. Pour une quantité de chaleur Q_o donnée, la puissance est maximum lorsque E et le produit $u \cdot |P|$ sont maximum simultanément.

D'après les précédents calculs numériques de Nu_1 , il apparaît que E est indépendant du nombre de Reynolds, et ne dépend que de la fréquence adimensionnelle Ω . Le critère d'efficacité E admet un

maximum qui correspond à $\Omega = \frac{a\omega}{2U_o} = \sqrt{2}$, comme le montre la figure 3.

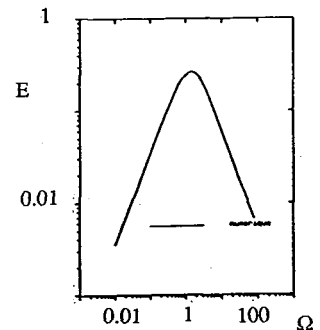


Fig. 3 - Facteur d'efficacité en fonction de la fréquence adimensionnelle Ω .

- [1] FELDMAN, J.S.V., 7,1,71, 1968.
- [3] STREHLOW, Krieger Pub., 1979.
- [5] KWON and LEE, J.A.S.A., 78, 1985.
- [7] GRIBBEN, J. Appl. Mech., 38, 1971.

- [2] PEUBE et GERVAIS, Rev. Ac., 82, 1987
- [4] DOWLING, Symp. Aero., IUTAM 1985.
- [6] LIGHTHILL, Pr. R. Soc., 222A, 1954.