ANALYSE DE LA TRANSITION ENTRE DES DÉFORMATIONS ISOTHERMES ET ADIABATIQUES DANS LE CAS DE LA TORSION D'UN TUBE

O. OUSSOUADDI et J.R. KLEPACZKO

Université de Metz, Laboratoire de Physique et de Mécanique des Matériaux, URA-CNRS 1215, Ile du Saulcy, F-57045 Metz, France

Résumé. Afin d'étudier la transition entre des déformations isothermes et adiabatiques, dans le cas de la torsion d'un tube mince, la technique des différences finies a été appliquée et une série de calcul numérique a été exécutée pour différentes valeurs de la vitesse de déformation nominale de cisaillement, allant de 1 s^{-1} à 10^3 s^{-1} . En parallèle nous présentons les effets de la géométrie du tube pour des longueurs allant de 1mm à 10mm. On a trouvé que pour les trois métaux étudiés : l'acier, l'aluminium et le cuivre, la transition se produit pour des vitesses de déformations nominales comprises entre 5 s^{-1} et 70 s^{-1} . Pour des tubes plus petits, la transition est décalée dans le domaine des grandes vitesses de déformation.

Abstract. In order to study the transition from isothermal to adiabatic conditions of deformation in a thin tube deformed plastically in torsion at different rates a series of numerical calculations, have been performed. The finite difference technique has been applied and calculations were carried out at different nominal shear strain rates within the following limits ; $1 \text{ s}^{-1} \leq \dot{\Gamma}_n \leq 10^3 \text{ s}^{-1}$. In addition, the effect of the length was studied within the following limits : $2\text{mm} \leq L \leq 10\text{mm}$. It has been found that for metals studied, i.e. steel, aluminium and copper, the transition lies in the following limits of the nominal strain rate : $5 \text{ s}^{-1} \leq \dot{\Gamma}_n \leq 70 \text{ s}^{-1}$. For shorter tubes the transition is shifted into higher strain rates.

1. INTRODUCTION

Il est déjà établi que, pour des grandes vitesses de déformations, le travail plastique est presque totalement converti en chaleur et que le processus de déformation est adiabatique ; la chaleur produite n'ayant pas le temps de se redistribuer. Dans un autre cas, si les déformations sont appliquées lentement, comme dans le cas d'un chargement quasi-statique, la chaleur est évacuée loin des régions de déformations, et l'éprouvette est essentiellement dans des conditions isothermes.

Quand le processus est adiabatique, la chaleur produite peut entraîner un adoucissement thermique, ce qui a pour conséquence, la localisation des déformations plastiques sous forme de bandes de cisaillement adiabatique. Souvent ces bandes sont des zones très étroites de grandes déformations non homogènes, dont le développement est très difficile à prévoir.

L'objet de ce travail est l'étude systématique de la transition isotherme-adiabatique pour plusieurs métaux, dans le cas de la torsion d'un tube, incluant les effets de la vitesse de déformation, de la géométrie de l'éprouvette et de la conduction de la chaleur.

2. LOI DE COMPORTEMENT ET FORMULATION DU PROBLEME

Dans un premier temps, la loi de comportement a été identifiée pour l'acier, l'aluminium et le cuivre. Cette loi de comportement est la plus complète utilisée récemment pour l'instabilité adiabatique [1] et peut se transcrire sous la forme suivante : [2]

$$\tau(\Gamma, \Gamma, T) = B(T) (\Gamma_0 + \Gamma)^{n(T)} \Gamma^{m(T)} \quad (1)$$

ou τ , Γ , Γ et T sont respectivement la contrainte de cisaillement, la déformation de cisaillement, la vitesse de déformation et la température absolue ; $n(T)$ étant le coefficient d'écrouissage, $m(T)$ le coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation, $B(T)$ le module de plasticité et Γ_0 la déformation initiale,

avec :

$$m(T) = \alpha_m \frac{T}{T_m} \quad (2)$$

ou α_m est une constante du matériau, T_m la température de fusion (K)

$$n(T) = n_0 \left(1 - \frac{T}{T_m} \right) \quad (3)$$

ou n_0 est une constante du matériau

$$B(T) = B_0 T^{-v} \quad (4)$$

ou v et B sont des constantes du matériau.

Il est important de noter que cette loi de comportement tient compte des effets de la sensibilité à la vitesse de déformation et de la température. L'identification de $B(T)$, $m(T)$ et $n(T)$ a été faite en utilisant des données expérimentales [1]

1. Tableau de constantes

CONSTANTES (UNITE)	MATERIAU		
	Aluminium	Cuivre	Acier
Γ_0	0.0	0.0	0.44
n_0	0.5	0.6	0.215
B_0 (MPa)	3857	580	1092
T (K)	933	1536	1753
v_m	0.65	0.38	0.21
α_m	$5.598 \cdot 10^{-2}$	$6.05 \cdot 10^{-2}$	1

En supposant que la surface latérale du tube est thermiquement isolée, l'équation de conservation de l'énergie conduit à la relation :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\kappa(T)}{\rho(T) C_v(T)} \Delta T + \frac{1}{\rho(T) C_v(T)} f(\tau, \Gamma) \quad (5)$$

ou $f(\tau, \Gamma)$ représente la chaleur produite, $\rho(T)$ - la densité du matériau, $C_v(T)$ - la chaleur spécifique, $\kappa(T)$ - la conductivité thermique.

Comme la plus part des techniques expérimentales, des essais mécaniques à grandes vitesses de déformations, nous utilisons des éprouvettes tubulaires, ce qui conduit à l'analyse du tube avec les coordonnées cylindriques (r, Φ, z) . Le laplacien en coordonnées cylindriques s'exprime par :

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \Phi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (6)$$

Si les propriétés thermiques sont constantes dans l'espace, chaque circonférence d'un élément est déformée identiquement durant l'essai de torsion. Par conséquent la nature axisymétrique du problème nous autorise à ignorer l'angle Φ , de plus le tube étant très mince, on suppose que les variations de température radiale sont négligeables, d'où l'équation (5) peut être réécrite sous forme plus explicite:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\kappa(T)}{\rho(T) C_v(T)} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{1}{\rho(T) C_v(T)} \beta \tau(\Gamma, \Gamma, T) \Gamma \quad (7)$$

ou β est le coefficient de Taylor - Quiney qui fixe la proportion de travail plastique converti en chaleur. Les conditions initiales et aux limites suivantes ont été adoptées pour tous les calculs numériques :

(a) _ à l'instant initial , la température est constante le long du tube .

$$T(z, t_0) = T_0 \quad , T_0 = 300^\circ \text{K} \quad (8)$$

ou t_0 est l'instant initial , T_0 la température initiale .

(b) -- les variations de température aux extrémités du tube sont nulles

$$\left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{z=0,t} = 0 \quad (9)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{z=L,t} = 0 \quad (10)$$

Considérons un pas d'espace Δz , un pas de temps Δt , et une grille constituée de points $M(i, j)$ de coordonnées $(i^* \Delta z, j^* \Delta t)$ dans le plan (z, t) . On observe la première et la seconde approximation de la dérivée :

$$\frac{\partial T}{\partial t}(i, j) = \frac{1}{\Delta t} (T_{i,j} - T_{i,j-1}) \quad (11)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}(i, j) = \frac{1}{\Delta z^2} (T_{i-1,j} + 2T_{i,j} + T_{i+1,j}) \quad (12)$$

les relations (7) , (8) , (9) et (10) discrétisées peuvent s'écrire

$$\frac{1}{\Delta t} (T_{i,j+1} - T_{i,j}) = \frac{a^2}{\Delta z^2} (T_{i-1,j} - T_{i,j} + T_{i+1,j}) + \frac{\beta}{\rho c_v} B_0 T_{i,j}^{-\nu} (\Gamma_0 + \Gamma)^n \Gamma^{m+1} \quad (13)$$

$$T(i, 0) = T_0 - T(1, j) = T(0, j) - T(i_{\max}-1, j) = T(i_{\max}, j) \quad (14)$$

avec :

$$a^2 = \frac{\kappa}{\rho c_v} \quad , \quad T_0 = 300\text{K}$$

On obtient T_i à l'instant $j+1$ comme combinaison de T_{i-1}, T_i, T_{i+1} à l'instant j ; la molécule de base est représentée par la fig.1:

Fig.1 Maillage du tube

D'ou l'équation (14) devient

$$T_{i,j+1} = \frac{\Delta t}{\Delta z^2} a^2 T_{i-1,j} + \left(1 - \frac{2\Delta t}{\Delta z} a^2\right) T_{i,j} + \frac{\beta}{\rho c_v} B_0 (\Gamma_0 + \Gamma)^n \Gamma^{m+1} T_{i,j}^{-v} + \frac{\Delta t}{\Delta z^2} a T_{i+1,j} \quad (15)$$

L'inconvénient principal de la méthode explicite est qu'elle nécessite le pas Δt suffisamment petit si non la résolution de l'équation devient instable et pour que la méthode soit précise il faut que les pas Δt et Δz soient du même ordre. En effet, il faut que le coefficient de $T_{i,j}$ soit positif, c'est-à-dire :

$$\frac{\Delta t}{\Delta z} a^2 \leq \frac{1}{2}$$

Dans notre cas $\Delta t = 10^{-3}$, $\Delta z = 10^{-2}$.

Nous résumons dans le tableau ci-dessous les constantes thermiques des matériaux étudiés:

2. Tableau des constantes thermiques

CONSTANTE (UNITE)	MATERIAU		
	Aluminium	Cuivre	Acier
ρ (kg/m ³)	2700	8390	7835
C_v (J/kg K)	923.8	389.7	445.4
κ (W/m K)	235	390	65
β	0.9	0.9	0.9

3. TRANSITION D'UNE DEFORMATION ISOTHERME A ADIABATIQUE POUR DIFFERENTES LONGUEURS DU TUBE.

Afin d'étudier cette transition dans le cas de la torsion d'un tube d'épaisseur mince, sollicité à vitesse angulaire constante, on a analysé le processus pour plusieurs vitesses de déformations nominales de cisaillement Γ_n , pour cela on a couvert une grande plage de vitesses de déformations allant jusqu'à 10^3 s^{-1} . En parallèle nous avons étudié l'effet de la taille du tube. Dans tous les cas, les conditions furent imposées pour permettre un transfert de chaleur uniquement par les sections du tube

LONGUEUR $L=10\text{mm}$

LONGUEUR $L=10\text{mm}$

Fig.2 Résultats de calcul numériques de transition à la fonction de la vitesse de déformation nominale pour $L=10\text{mm}$; 1-Acier ; 2-Aluminium ; 3-Cuivre .

Si la vitesse de déformation nominale est supérieure à 10 s^{-1} , il y a apparition d'une élévation de température ΔT due à la chaleur interne qui augmente. A des vitesses de déformation assez grandes les élévations de températures deviennent véritablement adiabatiques ; pour bien définir la zone de transition nous avons calculé la dérivée du gradient de température par rapport au logarithme de la vitesse de déformation nominale :

$$\gamma = \partial \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) / \partial \log \dot{\Gamma}_n$$

nous obtenons les résultats de la fig.2 b. qui montre que la zone de transition est formée de deux parties l'une à prédominance isotherme, l'autre à prédominance adiabatique. La valeur de la déformation nominale critique qui délimite le centre de la zone de transition, est de l'ordre de 31 s^{-1} pour l'acier, de 42 s^{-1} pour l'aluminium et de $49,5 \text{ s}^{-1}$ pour le cuivre. Les résultats numériques pour les métaux montrent clairement que la zone de transition des déformations isothermes à adiabatiques se trouve entre $\dot{\Gamma}_{\min} = 5 \text{ s}^{-1}$ et $\dot{\Gamma}_{\max} = 70 \text{ s}^{-1}$. A partir de $\dot{\Gamma}_{\text{nom}} = 70 \text{ s}^{-1}$, le processus de déformation plastique est entièrement adiabatique pour l'acier alors que cela nécessite des vitesses de déformations de 180 s^{-1} pour l'aluminium et de 200 s^{-1} pour le cuivre. Dans le cas de l'acier, les déformations adiabatiques surviennent à partir de vitesses de déformations plus faibles que pour l'aluminium et le cuivre. Car d'une part, la conductivité thermique de l'acier est inférieure à celle de l'aluminium qui est aussi inférieure à celle du cuivre, d'autre part la limite d'élasticité de l'acier est notablement plus élevée que pour l'aluminium et le cuivre.

La fig.3 montre que ces limites critiques sont décroissantes en fonction de la longueur de l'éprouvette, puisque la zone de transition se trouve entre 10 s^{-1} et 125 s^{-1} et d'après la fig.3 b, la vitesse critique est égale à 36 s^{-1} pour l'acier, 50 s^{-1} pour l'aluminium et 59 s^{-1} pour le cuivre.

Fig.3 Résultats de calcul numérique de transition à la fonction de la vitesse de déformation nominale pour $L=6\text{mm}$; 1-Acier ; 2-Aluminium ; 3-cuivre

De même, pour des longueurs très petites, de l'ordre de 2mm (fig. 4), la bande de transition survient à partir de plus grandes vitesses de déformation puisque qu'elle est comprise entre 18 s^{-1} et 177 s^{-1} . Cela s'explique par l'évacuation de la chaleur plus importante dans le cas des tubes plus petits. On remarque que plus la longueur est grande, plus la vitesse nominale est plus faible, plus la zone de transition est plus large. Par conséquent, il est impossible d'obtenir des instabilités thermiques pour des éprouvettes de grandes longueurs et sans imperfection géométrique. Inversement, cela semble être possible pour des petites longueurs. En effet, d'après les résultats de la fig. 5 ci-dessous il faut à la formation de bandes de cisaillement et aux instabilités thermiques, à partir des longueurs de l'ordre de 1 mm .

Fig.4 Résultats de calcul numérique de transition à la fonction de la vitesse de déformation nominale pour L=2mm ;1-Acier ; 2-Aluminium ; 3 - Cuivre .

Nous résumons dans le tableau ci - dessous les valeurs des déformations critiques nominales pour chaque matériau et pour différentes longueurs .

3 . Tableau de vitesses de déformations nominales critiques

longueur (mm)	Vitesse de déformation nominale critique $\dot{\Gamma}$		
	Acier	Aluminium	Cuivre
1	58 , 8	89 , 0	112 , 0
2	47 , 5	68 , 5	84 , 5
4	40 , 5	54 , 0	66 , 0
6	36 , 0	50 , 0	59 , 0
10	31 , 0	42 , 0	49 , 0

Afin d'étudier , de façon plus exacte l'évolution de la vitesse de déformation critique en fonction de la longueur du tube , nous présentons dans la fig.5, les valeurs de Γ_{cr} en fonction de L .

Fig.5 Résultats de calcul numérique $\Gamma_{cr}(L)$.

On remarque que pour L comprise entre 1 et 10mm la vitesse de déformation nominale critique décroît en fonction de L .

Nous présentons dans la fig.6 les résultats expérimentaux de la compression d'une éprouvette cylindrique en cuivre. On observe que la zone de transition est comprise entre $\dot{\epsilon}_{\min}=10^{-3} \text{ s}^{-1}$ et $\dot{\epsilon}_{\max}=1 \text{ s}^{-1}$. Cette différence entre les résultats numériques et expérimentaux s'explique par le fait qu'il s'agit de la compression, donc $\epsilon = \sqrt{3} \Gamma$ et surtout à cause des frottements au niveau de la section de l'éprouvette cylindrique ce qui représente une autre source de chaleur en compression.

Fig.6 Résultats expérimentaux de compression de cuivre d'après [3] et [4] pour $L=37,5\text{mm}$.

le contraste entre le comportement des métaux et des polymères est montré dans la fig.8 ci - dessous qui donne la transition des conditions isothermes à adiabatiques pour le polytereftalen [5].

fig.7 Résultats numériques, expérimentaux dans le cas de la tension du polytereftalen d'après [5].

Cette analyse a été effectuée en utilisant les données [4]. En conclusion, le seuil de transition survient dans le domaine des vitesses plus faibles pour les polymères et les composites organiques que pour les métaux, ce qui peut s'expliquer par leurs faibles chaleur spécifique et conductivité thermique.

4 CONCLUSION

Cette étude nous permet de connaître avec une bonne précision (tableau 3) les trois régions dans le spectre des vitesses de déformations nominales :

- la première, à faible vitesse de déformation, où la production de la chaleur peut être négligeable ;
- la seconde, correspondant à la transition des déformations isothermes à adiabatiques, c'est un cas très important où il est impératif de considérer la production et la conduction de la chaleur ;
- et enfin la région des vitesses de déformations élevées caractérisée par un processus purement adiabatique .

Nous avons déterminé également, l'influence de la longueur du tube sur l'apparition des premiers échauffements et par conséquent, les instabilités ne peuvent se produire que dans le cas des tubes de longueurs très petites, si non il faut introduire des imperfections géométriques .

Dans le cas des essais de compression la production de la chaleur par frottement diminue la valeur de la vitesse de déformation nominale critique de transition isotherme-adiabatique .

Et enfin, on indique que la vitesse de déformation nominale critique pour les composites organiques et plastiques est très faible contrairement aux métaux .

REFERENCES

- [1] Klepaczko, J.R., J. Mech. Working Technology, 15 (1987), 143.
- [2] Klepaczko, J.R., in : Modelisation numerique et dynamique des materiaux, Publication du LMA, N° 124 (Volume 50^{ème} anniversaire du LMA), Marseille (1991), 335.
- [3] Shimizu, T. and Shinozaki, K., J. Inst. Techn. Mech. 43 (1989), 48, (en Japonais).
- [4] Hookway, D.C., J. Text. Inst., 49 (1958), 292.
- [5] Vincent, P. I., Polymer, 1 (1960), 7.