Etude expérimentale des écoulements darcéens à travers un lit de fibres rigides empilées aléatoirement : influence de la porosité

O. Rahli, L. Tadriss, Marc Miscevic, R. Santini

► To cite this version:

O. Rahli, L. Tadriss, Marc Miscevic, R. Santini. Etude expérimentale des écoulements darcéens à travers un lit de fibres rigides empilées aléatoirement : influence de la porosité. Journal de Physique II, 1995, 5 (11), pp.1739-1756. 10.1051/jp2:1995211 . jpa-00248266

HAL Id: jpa-00248266

<https://hal.science/jpa-00248266>

Submitted on 1 Jan 1995

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Classification

Physics Abstracts

47 55Mh — 47 15-x

Etude expérimentale des écoulements darcéens à travers un lit de fibres rigides empilées aléatoirement : influence de la porosité

O Rahli, L. Tadrist, M. Miscevic et R. Santini

Laboratoire de l'Institut Universitaire des Systèmes Thermiques Industriels (IUSTI)(*),
Université de Provence, Centre de St Jérôme, Case 162, Avenue Escadrille Normandie Niemen,
13397 Marseille Cedex 20, France

(Received 14 February 1995, revised 21 June 1995, accepted 24 July 1995)

Résumé. — Des études expérimentales de l'écoulement d'un fluide à travers un milieu poreux constitué de fibres monodisperses empilées aléatoirement sont réalisées. Les milieux fibreux étudiés ont des porosités variant de 0,35 à 0,90. Ces porosités sont obtenues à l'aide de fibres dont le rapport d'aspect L/d varie de 4 à 70. Les lois de perte de charge en fonction de la vitesse du fluide sont déterminées systématiquement pour chaque milieu poreux. Une analyse détaillée est effectuée pour les faibles vitesses d'écoulement. L'influence de la direction de l'écoulement sur les lois de perte de charge est étudiée. Celles-ci sont établies suivant deux directions perpendiculaires. Les résultats obtenus mettent en évidence un comportement du milieu fibreux globalement isotrope vis à vis de l'écoulement du fluide. La perméabilité et le paramètre de Kozeny Carman k_k sont déduits des résultats expérimentaux. Les variations de la perméabilité en fonction de la porosité suivent une loi de type exponentiel. Le paramètre de Kozeny Carman k_k décroît en fonction de la porosité $\epsilon(L/d)$ et tend asymptotiquement vers une valeur proche de celle déduite de la relation d'Ergun modifiée. La décroissance importante, observée pour les petits rapports d'aspect, est sans doute due aux effets induits par les surfaces de base des fibres. Ces effets deviennent négligeables pour les grands rapports d'aspect. Les résultats en terme de perméabilité et de paramètre de Kozeny Carman sont comparés systématiquement avec les modèles proposés dans la littérature. Généralement, ces modèles supposent des cylindres de grande longueur, disposés en réseaux simples. L'écoulement est soit parallèle, soit perpendiculaire à l'axe des cylindres. Les lois de variation du paramètre k_k , déduites des différents modèles, présentent des écarts importants avec les résultats expérimentaux. Ces résultats semblent montrer qu'une disposition des fibres en réseaux simples ne permet pas une description convenable des écoulements à travers les empilements aléatoires de fibres.

Abstract. — Experimental studies have been carried out on fluid flow through porous media made up of randomly packed monodisperse fibers. The fibers of fixed diameter have an aspect ratio (L/d) varying between 4 and 70 given porosities of the porous media varying between 0.35 and 0.90. The relationships between friction losses and superficial velocity have been systematically determined for each porous medium. A detailed analysis is carried out for low fluid velocities. The influence of flow direction on pressure drop is studied along two perpendicular directions. It is found that fibrous media behave globally in isotropic manner. The permeability

(*) U M R 139 du CNRS

and the Kozeny Carman parameter k_k are deduced from experimental results. The variations of the permeability increase exponentially with the porosity. The Kozeny Carman parameter k_k is a decreasing function of the porosity $\epsilon(L/d)$ and tends asymptotically to a value close to that deduced from a modified Ergun relation. The important decrease, observed for small aspect ratios, is certainly an effect of the cut sections of fibers. This effect becomes negligible for larger aspect ratios. The results in terms of permeability and of Kozeny Carman parameter k_k are systematically compared to those deduced from various theoretical models. Generally, these models consider cylinders arranged in simple network, the flow being either parallel or perpendicular to the axis of cylinders. The variation laws of the parameter k_k , deduced from different models, present important discrepancies with our experimental results. The theoretical models, established for regular arrays of fibers do not correctly describe the behavior of randomly packed fibers.

1. Introduction

Les milieux poreux jouent un rôle important dans un certain nombre d'applications industrielles. Parmi ces milieux, certains sont composés de fibres, ou de particules pouvant être assimilées à des fibres. Citons par exemple les chaînes de polymères en solution, la laine de verre, les filtres, les matériaux d'isolation, les céramiques réticulées. Ces milieux présentent des porosités importantes. Dans le cas de fibres monodisperses empilées aléatoirement, la porosité est fonction du rapport d'aspect des fibres [1,2]. Ces auteurs ont déterminé expérimentalement la loi de variation de la porosité en fonction du rapport d'aspect des fibres. Celle-ci varie de 0,35 à 0,90 pour des rapports d'aspect variant de 4 à 70, contrairement au cas des empilements de particules sphériques où la porosité est comprise entre 0,36 et 0,40.

Les travaux concernant les écoulements de fluides à travers des empilements aléatoires de fibres monodisperses sont, à notre connaissance, limités. La complexité du milieu rend difficile l'obtention d'une loi analytique d'écoulement. L'approche expérimentale demeure à l'heure actuelle la mieux adaptée pour traiter ce type de problème.

Jackson et James [3] ont effectué une revue bibliographique exhaustive tant des travaux expérimentaux que théoriques de détermination de la perméabilité.

Les données expérimentales recueillies sont relatives à 25 milieux fibreux, avec des diamètres de fibres allant de 10 Å à 10 mm. Dans tous les cas, le rapport d'aspect des fibres est supposé suffisamment grand pour que seul le diamètre soit la dimension caractéristique de la particule.

Les modèles proposés considèrent diverses géométries d'empilement. Les fibres sont rangées en réseaux parallèles ou perpendiculaires à l'écoulement. Dans le cas d'empilements aléatoires, les modèles sont déduits de la combinaison des modèles précédents.

Ces auteurs soulignent l'importance de l'alignement et de l'homogénéité de la distribution des fibres sur la perméabilité du milieu poreux.

De nombreuses valeurs expérimentales de perméabilité pour différentes porosités sont proposées dans la littérature [3-5, ...]. Cependant aucune loi générale de variation ne peut être déduite du fait de la diversité des milieux utilisés. En effet, ces valeurs sont très spécifiques à chaque expérimentation car les milieux utilisés ne sont pas des empilements de particules ayant une géométrie bien définie (filtre, laine de verre, laine de roche...).

Dans le but de prédire la perméabilité d'un empilement aléatoire de fibres, Jackson et James [3] proposent un modèle basé sur un réseau cubique. Par addition des pertes de charge des écoulements perpendiculaire et parallèle aux particules, et par évaluation des résistances

individuelles par la formule de Drummond et Tahir [6], ils en déduisent la relation .

$$\frac{K}{d^2} = \frac{3}{5} (-\ln(1 - \epsilon) - 0,931 + O(\ln(1 - \epsilon))^{-1}) \quad (1)$$

où d est le diamètre des fibres et ϵ est la porosité du milieu

L'écoulement perpendiculaire ou parallèle à un réseau de cylindres est généralement étudié à partir d'une cellule élémentaire modèle représentative du milieu. Dans l'étude de l'écoulement parallèle aux cylindres effectuée par Happel and Brenner [7], une solution est déterminée pour un écoulement unidirectionnel dans un canal annulaire délimité à l'intérieur par un cylindre solide (diamètre d), et à l'extérieur (diamètre $d + \delta$) par une surface libre. Ce cylindre extérieur représente le domaine d'interaction du cylindre solide avec son environnement. Ces auteurs trouvent, pour la "constante" de Kozeny Carman k_k (voir relation (9))

$$k_k = \frac{2\epsilon^3}{(1 - \epsilon) \left[2 \ln \frac{1}{1 - \epsilon} - 3 + 4(1 - \epsilon) - (1 - \epsilon)^2 \right]} \quad (2)$$

Pour un écoulement perpendiculaire aux cylindres, le paramètre k_k a pour expression :

$$k_k = \frac{\frac{2\epsilon^3}{(1 - \epsilon)}}{\ln \frac{1}{1 - \epsilon} - \frac{1 - (1 - \epsilon)^2}{1 + (1 - \epsilon)^2}} \quad (3)$$

Dullien [8] propose un modèle qui consiste en des capillaires contenant des segments de sections droites variables. Ces capillaires sont arrangés selon des combinaisons séries parallèles.

Dans le cas d'un arrangement aléatoire de cylindres, Happel et Brenner [7] proposent pour k_k une combinaison linéaire des paramètres de Kozeny Carman calculés pour des écoulements parallèles et perpendiculaires.

Pour des écoulements de fluides à travers des lits fibreux, Kyan *et al.* [9], relèvent l'existence d'une grande perte de charge inattendue, cela en dépit de la porosité importante du lit. Ils attribuent cette élévation à plusieurs effets

- seule une fraction de l'espace libre telle qu'elle est calculée à partir de la densité volumique du lit est traversée par le fluide, le reste sera occupé par du fluide stagnant ;
- une certaine énergie est absorbée par déformation des fibres individuelles causant une perte de charge additionnelle.

Ces auteurs postulent que la perte de charge totale à travers le lit fibreux est la somme de la perte de charge due aux pertes visqueuses, à la force de traînée, et aux déformations par flexion des fibres. Ils proposent une corrélation donnant le paramètre k_k en fonction de la porosité du milieu et du nombre de pores effectifs N_e défini par la relation .

$$N_e = \sqrt{\frac{\pi}{(1 - \epsilon) \sin \alpha}} - 2,5 \quad (4)$$

où α est l'angle d'inclinaison entre deux fibres adjacentes. Les auteurs préconisent de prendre α égal à 30° . Le paramètre k_k , a alors pour expression .

$$k_k = \frac{[62,3 N_e^2(1 - \epsilon) + 107,4] \epsilon^3}{16 N_e^6(1 - \epsilon)^4} \quad (5)$$

L'ensemble des travaux expérimentaux présentés dans la littérature considèrent des milieux fibreux de grandes porosités, où la géométrie des fibres n'est pas bien définie. En règle générale, les auteurs considèrent que seul le diamètre est la dimension caractéristique des particules.

Dans la présente étude, nous déterminons les lois d'écoulement, la perméabilité, et le paramètre k_k , d'un milieu poreux constitué d'un empilement aléatoire de fibres rigides monodisperses. Pour l'ensemble de nos expériences, le diamètre des fibres a été maintenu constant et égal à $150\ \mu\text{m}$. Nous présentons une description détaillée du dispositif expérimental et du mode opératoire adopté. Les paragraphes suivants sont consacrés à l'établissement des lois de perte de charge en fonction de la vitesse apparente du fluide. Dans un premier temps, nous présentons les analyses relatives à l'influence de la direction de l'écoulement par rapport à la direction de l'empilement. Celle-ci est définie comme étant la direction d'introduction des fibres pour réaliser l'empilement. Nous étudions, ensuite, l'influence du rapport d'aspect " γ " des fibres et de la porosité sur la perméabilité. Une loi d'évolution du paramètre k_k en fonction de ces deux grandeurs est proposée.

La dernière partie est consacrée à l'analyse et à l'interprétation des résultats expérimentaux. Une comparaison est effectuée avec les résultats expérimentaux ou issus des modèles disponibles dans la littérature pour des milieux poreux similaires à ceux de la présente étude.

2. Dispositif expérimental

Nous avons mis en oeuvre un dispositif automatique permettant de fabriquer des fibres monodisperses. Pour cela, nous disposons de bobines de fil métallique (cuivre, bronze) de $150\ \mu\text{m}$ de diamètre. Une commande électronique règle l'avance d'un moteur pas à pas et la fermeture d'une pince coupante. Ceci permet d'entraîner le fil et de le découper en fibres à la longueur choisie (Fig. 1a). La machine mise en oeuvre peut découper plusieurs fils simultanément. Le tranchant de la pince ne produit pas une section droite de la fibre. Néanmoins, on peut admettre que la dimension du biseau est négligeable devant la longueur de la fibre (Fig. 1b). Dans le cas des fibres de cuivre, pour des rapports d'aspect supérieurs à 30, celles-ci peuvent se courber facilement et par conséquent des déformations importantes peuvent être occasionnées lors de l'empilement. Par contre le fil de bronze est plus rigide et résiste mieux à la flexion pour des rapports d'aspect allant jusqu'à 80. Il est à noter que, pour des rapports d'aspect supérieurs à 100, la déformation est importante quelle que soit la nature des fibres utilisées.

Les fibres ainsi fabriquées sont empilées aléatoirement dans une cellule de mesure en les tassant progressivement et en faisant vibrer la cellule. La porosité est ensuite déterminée par pesée des fibres contenues dans la cellule. Cette opération est réalisée pour chaque rapport d'aspect des fibres [1].

Afin de déterminer expérimentalement les lois de perte de charge à travers les milieux fibreux, nous avons réalisé un dispositif expérimental représenté sur la figure 2a.

La cellule (C) contenant les fibres est placée entre deux réservoirs (A, B) identiques et interconnectés. Deux surverses permettent de maintenir les niveaux d'eau constants dans ces deux réservoirs. L'excès de liquide est récupéré dans le réservoir (E). La pompe (P) remonte en permanence l'eau du réservoir (E) dans le réservoir (A).

Le mode opératoire consiste à imposer une différence de hauteur fixe entre les niveaux de liquide dans les deux réservoirs (A) et (B). L'eau est ainsi mise en circulation à travers le milieu poreux. Au début de chaque expérience, lors du remplissage en eau de la boucle, de l'air résiduel reste piégé dans le milieu poreux. Son évacuation est réalisée par circulation du liquide pendant plusieurs heures. Les variations de la perte de charge en fonction de la vitesse apparente du fluide sont déterminées systématiquement en régime permanent. La hauteur piézométrique ΔH est mesurée entre l'entrée et la sortie du milieu fibreux. Une éprouvette

Fig 1 — a) Photo d'un échantillon de fibres b) Photo de l'extrémité d'une fibre
 [a) Photo of a sample of the used fibers b) Photo of an extremity of a bronze fiber]

graduée et un chronomètre sont utilisés pour déterminer le débit volumique Q à la sortie -1- du réservoir (B). Une fois les valeurs de Q et ΔH acquises, la hauteur piézométrique est augmentée jusqu'à la valeur désirée, et après stabilisation du système, les valeurs suivantes sont relevées. Cette procédure est répétée sur la gamme des hauteurs piézométriques accessibles.

Ce dispositif nous permet de déterminer les perméabilités des différents milieux étudiés et d'analyser les lois d'écoulement suivant les directions parallèle et perpendiculaire à la direction de l'empilement. Pour ce faire, nous avons utilisé deux cellules différentes contenant le milieu poreux.

La figure 2b représente une vue éclatée de la cellule de mesure spécifique à la détermination des lois d'écoulement et de la perméabilité de l'empilement. Elle est composée de deux réservoirs de tranquillisation de l'écoulement traversant le milieu fibreux. Des filtres constitués de billes de bronze de diamètre $60\ \mu\text{m}$ frittées maintiennent les fibres dans la cellule de mesure. Pour la réalisation de cette cellule nous avons utilisé du plexiglas pour sa facilité de mise en oeuvre et sa transparence.

Les prises de pression sont positionnées à l'intérieur du milieu fibreux, au voisinage des filtres. De ce fait, seule la perte de charge induite par le milieu fibreux est prise en compte.

La figure 3a représente la cellule de mesure spécifique à l'étude de l'influence de la direction de l'écoulement sur les lois de perte de charge. L'enceinte contenant les fibres a une forme cubique de dimensions $40 \times 40 \times 40\ \text{mm}^3$. Deux faces opposées (FS et RS) sont fixes et transparentes.

Fig 2. — a) Schéma du dispositif expérimental pour la détermination de la perte de charge en fonction de la vitesse apparente. Cellule contenant les fibres "C" Réservoirs "A, B, E" Pompe péristaltique "P" Vanne trois voies "G" b) Schéma de la cellule utilisée pour la détermination des perméabilités des milieux fibreux

[a) Experimental device for the determination of the pressure drop *versus* the superficial velocity of a liquid C Cell containing the fibers A, B, E Tanks P Peristaltic pump G Multiple-way valve
b) Sketch of the cell used for the determination of the permeability of the porous medium]

a)

b)

Fig 3 — a) Schéma de la cellule utilisée pour l'étude de l'influence de la direction de l'écoulement
 b) Méthode utilisée pour l'étude de l'influence de la direction de l'écoulement 1) remplissage de la cellule, 2) détermination de la loi d'écoulement dans la direction parallèle à celle de l'empilement, 3) détermination de la loi d'écoulement dans la direction perpendiculaire à celle de l'empilement

[a) Sketch of the cell used for analysis of the influence of the flow direction through the porous medium
 b) Principle of the method used for analysis of the influence of the flow direction through the porous medium 1) Cell filling 2) Flow direction parallel to the fiber packing direction 3) Flow direction perpendicular to the fiber packing direction]

Deux autres faces opposées (DS et TS) sont utilisées comme filtres. Les faces latérales (LS) sont des plaques de plexiglas imperméables.

Cette cellule a été conçue de sorte à changer la direction de l'écoulement à travers le milieu sans modifier l'empilement des fibres. Pour cela, après avoir rempli l'enceinte de fibres suivant une direction donnée (Fig 3b1), la cellule est insérée dans la boucle expérimentale. Les lois de perte de charge sont ainsi déterminées dans la direction parallèle à la direction de l'empilement (Fig. 3b2) La cellule est ensuite tournée de 90°, en permutant les filtres et les faces imperméables (Fig 3b3).

Les variations de la perte de charge en fonction de la vitesse apparente du fluide sont ainsi déterminées pour les écoulements perpendiculaires à la direction de remplissage de la cellule.

3. Résultats expérimentaux et discussion

Il s'agit d'analyser le comportement d'un fluide en écoulement permanent traversant un milieu fibreux. Pour cela, nous déterminons la perméabilité et le paramètre de Kozeny Carman caractérisant l'aptitude du fluide à se mouvoir dans la structure poreuse. Comme les particules sont des cylindres, il est possible d'engendrer des orientations préférentielles des fibres lors de l'empilement, pouvant entraîner des modifications des lois d'écoulement suivant les directions étudiées. Une étude préalable a consisté à déterminer ces lois suivant les directions parallèle et perpendiculaire à la direction de l'empilement

La figure 4 montre la variation de la perte de charge en fonction de la vitesse apparente dans ces deux directions d'écoulement, pour plusieurs rapports d'aspect. Les lois de variation obtenues sont quasiment identiques. Le faible écart constaté aux plus fortes vitesses peut être attribué aux erreurs de mesures. A partir de ces résultats, il semble qu'aucune des directions

$\Delta P/H$ (Pa/m) (* 10^{-4})

Fig 4 — Variation de la perte de charge en fonction de la vitesse apparente du liquide pour deux directions de l'écoulement, pour différents milieux poreux obtenus (1) $r = 4,5$, (2) $r = 7,3$, (3) $r = 10,7$; (4) $r = 18$, (5) $r = 20,2$ (▲) direction de l'écoulement parallèle à la direction de remplissage de la cellule (●) direction de l'écoulement perpendiculaire à la direction de remplissage de la cellule [Pressure drop versus the superficial velocity for two main direction of the liquid flow Aspect ratios of the fibers (1) $r = 4.5$, (2) $r = 7.3$, (3) $r = 10.7$, (4) $r = 18$, (5) $r = 20.2$ (▲) Flow direction parallel to the fiber packing direction (●) Flow direction perpendicular to the fiber packing direction]

ne soit privilégiée vis à vis de l'écoulement. Il en ressort que le milieu est macroscopiquement isotrope, au moins pour ce qui concerne la perméabilité.

Nous pouvons donc considérer que la perméabilité est une grandeur scalaire, pouvant être aisément exprimée en fonction des grandeurs caractéristiques du milieu poreux (porosité, rapport d'aspect et diamètre des fibres)

D'après Bear [10], il existe deux équations décrivant les lois d'écoulement à travers un milieu poreux :

$$\text{loi de Darcy [11]} \quad \frac{\Delta P}{H} = \frac{\mu}{K} U \quad (6)$$

$$\text{loi de Forchheimer [12]} \quad \frac{\Delta P}{H} = \alpha U + \beta U^2 \quad (7)$$

où U est la vitesse apparente et H la longueur du lit de particules.

Dans cette expression, αU et βU^2 représentent respectivement les effets visqueux et inertiels, comme cela a été mentionné par de nombreux auteurs (Ahmed-Sunada [13], Ergun [14], Mac Donald [15], etc...).

Lorsque les effets inertiels βU^2 sont négligeables, l'écoulement est alors Darcéen, et la perméabilité du milieu est donnée par l'expression suivante .

$$K = \frac{\mu}{\alpha} \quad (8)$$

A partir de ces considérations, nous avons approximé les points expérimentaux par un polynôme d'ordre un ou deux suivant les cas. Nous avons d'abord déterminé les coefficients du polynôme de degré 1 par la méthode des moindres carrés. Avant d'introduire un terme de degré 2 dans le polynôme de régression, le test statistique de Snedecor est appliqué. Celui-ci permet de vérifier si l'amélioration apportée par ce terme est significative ou non [16]. Dans le cas où l'amélioration est significative, le polynôme de régression retenu est alors de degré 2 avec un niveau de confiance égal à 0,995. Les coefficients de ce polynôme sont alors redéterminés par la méthode des moindres carrés. L'incertitude sur les coefficients des polynômes est définie par leur écart type [16].

La figure 5 montre deux exemples de variation de perte de charge en fonction de la vitesse apparente. Le premier correspond au cas où les effets inertiels sont négligeables devant les effets visqueux (régime Darcéen). Dans le second exemple, les effets inertiels ne peuvent plus être négligés au delà d'une certaine vitesse. Nous avons tracé pour ce dernier cas, sur le même graphe, la partie linéaire déduite du polynôme de régression.

Nous avons porté sur la figure 6 les variations des pertes de charge en fonction de la vitesse apparente du fluide (eau). La perte de charge en fonction de la vitesse apparente est d'autant plus grande que le rapport d'aspect des fibres est petit. Pour les faibles rapports d'aspect, la loi de variation est quasiment linéaire. Les effets inertiels n'ont pu être observés du fait des faibles valeurs des vitesses atteintes. Lorsque le rapport d'aspect augmente, et par conséquent la porosité, les effets inertiels deviennent prépondérants dès les faibles vitesses d'écoulement.

Les résultats obtenus sont regroupés dans le tableau I. Dans celui-ci sont portées, pour les différents rapports d'aspect, les porosités et les perméabilités correspondantes.

Irmay cité par Bear [10] introduit une limite inférieure de validité de la loi de Darcy pour l'écoulement d'un fluide à travers un milieu poreux. D'après cet auteur, il peut exister une perte de charge seuil en deçà de laquelle il n'y a pas d'écoulement du fluide. Bear [10] attribue ce seuil à l'existence de mouvements internes (contre courant le long des parois des pores, particulièrement dans les milieux constitués de grains fins).

Fig 5. — Exemples de variation de la perte de charge en fonction de la vitesse apparente du fluide (1) effets inertiels négligeables (régime Darcéen), $r = 14,7$ (2) régime non Darcéen, $r = 20,2$
 [Pressure drop *versus* the superficial velocity of the liquid (1) Inertial effects negligible (Darcian regime), $r = 14,7$ (2) Non Darcian regime, $r = 20,2$]

Fig 6 — Variation de la perte de charge en fonction de la vitesse apparente pour l'ensemble des rapports d'aspect étudiés
 [Pressure drop *versus* the superficial velocity of the liquid aspect ratios of the fibers (1) $r = 4,5$, (2) $r = 7,3$, (3) $r = 10,7$, (4) $r = 18$, (5) $r = 20,2$]

Tableau I. — Valeurs expérimentales des paramètres K et k_k pour différents rapports d'aspect des fibres et différentes porosités, et erreurs relatives associées.

[Experimental results of the permeability K and k_k parameter for several aspect ratios of the fibers and the corresponding porosities]

rapport d'aspect r	porosité ϵ	perméabilité K (Darcy)	erreur relative $\Delta K/K$ (%)	paramètre k_k	erreur relative $\Delta k_k/k_k$ (%)
4,5	0,388	19	1,7	9,3	19
7,3	0,46	60	0,5	6,8	19
10,7	0,523	99	0,1	8,2	19
14,7	0,599	302	0,4	5,8	21
18	0,642	502	1	5,5	23
20,2	0,695	938	2,6	5,1	26
25,2	0,736	1807	1,2	4,3	27
31,2	0,77	2716	2,2	4,3	30
33,3	0,801	3654	1,8	4,9	32
42,7	0,844	8134	4,2	4,2	40
50	0,851	9156	3	4,2	40
66,7	0,891	19728	6,2	4,2	52

Dans le but de vérifier l'existence de tels phénomènes, nous avons étudié les variations de la perte de charge seuil déduite du polynôme de régression. Nous avons représenté, sur la figure 7, les valeurs de ces ordonnées à l'origine en fonction de la porosité du milieu. Nous remarquons une dispersion des points au voisinage de zéro. La valeur moyenne est de 40 Pa/m. Cette valeur étant du même ordre de grandeur que l'incertitude sur les mesures de perte de charge, aucune conclusion ne peut être apportée concernant ce point. Nous conservons donc les lois de régression s'exprimant sous la forme des lois de Darcy ou Forchheimer.

Les perméabilités déduites des résultats expérimentaux varient en fonction de la porosité $\epsilon(L/d)$ (Fig. 8). Cette variation est d'autant plus prononcée que la porosité du milieu est importante. La perméabilité varie de 20 à 20000 Darcy lorsque la porosité varie de 35 à 90 %. La forte variation de cette grandeur avec la porosité rend difficile une analyse fine de nos résultats expérimentaux. Nous avons, donc, choisi d'étudier le paramètre de Kozeny Carman " k_k " qui varie dans une gamme beaucoup plus faible.

De nombreux modèles visant à prédire la perméabilité d'un milieu poreux en fonction des caractéristiques géométriques ont été proposés dans la littérature ([17, 18], etc ..). Ces modèles sont basés sur des géométries simplifiées. Certains considèrent des capillaires de sections uniformes ou différentes. D'autres supposent des écoulements à travers des cylindres rangés en réseaux séries, parallèles ou une combinaison de ces arrangements. A notre connaissance, seuls les modèles de Kyan [9] et de Jackson et James [3] visent à prédire la perméabilité d'un empilement aléatoire de fibres. D'une manière générale, les auteurs relient leurs résultats, tant numériques qu'expérimentaux, à la porosité du milieu et à la surface spécifique des particules en utilisant la relation de Kozeny Carman. La constante k_k qui apparaît dans cette expression est alors déterminée pour les différents milieux étudiés. Dans le cadre de cette étude,

ordonnée à l'origine (Pa/m)

Fig 7 — Variation de l'ordonnée à l'origine des lois de régression en fonction de la porosité ϵ du milieu fibreux

[Variation of the ordinate at $V = 0$ of the fitted curve *versus* the porosity of the fibrous medium]

nous avons adopté la même démarche dans le cas de l'empilement aléatoire de fibres monodisperses. Nous avons ensuite étudié les variations du paramètre de Kozeny Carman k_k , déduit des perméabilités expérimentales et de la relation suivante

$$K = \frac{\epsilon^3}{k_k(1 - \epsilon)^2 a_p^2} \quad (9)$$

où k_k est la constante de Kozeny Carman, a_p la surface spécifique des particules et ϵ la porosité du milieu poreux. Cette expression a été déduite par Kozeny Carman [18], à partir d'un modèle assimilant l'espace interstitiel du milieu poreux à un ensemble de capillaires droits, cylindriques de même diamètre et de longueur supérieure à celle de l'échantillon.

Pour les fibres utilisées dans cette étude, la surface spécifique est donnée par la relation suivante .

$$a_p = \frac{2(2r + 1)}{rd} \quad (10)$$

où r est le rapport d'aspect de la fibre (L/d)

La perméabilité K du milieu poreux est alors donnée par .

$$K = \frac{\epsilon^3 r^2 d^2}{4k_k(1 - \epsilon)^2(2r + 1)^2} \quad (11)$$

La relation (11) nous permet donc de déterminer, à partir des résultats expérimentaux obtenus, les variations du paramètre k_k en fonction de la porosité $\epsilon(L/d)$. Ces valeurs sont regroupées dans le tableau. Les erreurs indiquées sont estimées par la relation .

$$\frac{\Delta k_k}{k_k} = 3 \frac{\Delta \epsilon}{\epsilon} + 2 \frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta K}{K} + 2 \frac{\Delta \epsilon}{(1 - \epsilon)} + 4 \frac{\Delta r}{(2r + 1)} \quad (12)$$

Perméabilité K (Darcy)

Fig 8 — Variation de la perméabilité en fonction de la porosité ϵ du milieu fibreux. Fibres (diamètre = $150 \mu\text{m}$ et $4,5 \leq r \leq 66,7$)

[Fibrous medium permeability versus the porosity (Fibers diameter $150 \mu\text{m}$, aspect ratio $4,5 < r < 66,7$)]

L'erreur sur la porosité est essentiellement liée à l'erreur commise sur la hauteur du lit, estimée à $\pm 0,5 \text{ mm}$. L'incertitude sur la longueur des fibres est ici égale à 2,5 %, tenant compte des erreurs dues aux extrémités des fibres lors de la découpe, et à la lecture des mesures de ces longueurs.

Sur les figures 9 et 10, sont représentées respectivement les valeurs de k_k pour les différentes valeurs de porosité et du rapport d'aspect. Nous avons associé à chaque point de mesure l'incertitude correspondante. Nous remarquons que les évolutions de ce paramètre en fonction de r et ϵ sont similaires. Elles sont continûment décroissantes avec une tendance asymptotique. Au vu de ces variations, nous avons approximé ces points par des fonctions hyperboliques simples d'expressions :

$$k_k = \frac{3,6}{\epsilon} \quad (13)$$

$$k_k = 3,6 + \frac{30}{r} \quad (14)$$

Ces lois corrélaient relativement bien l'ensemble des points expérimentaux. La valeur asymptotique de k_k pour r tendant vers l'infini ($\epsilon = 1$), égale à 3,6, se rapproche de celle donnée par la loi d'Ergun modifiée égale à 4,17.

Cette loi de variation de k_k est à rapprocher de celle de la contribution des surfaces de base à la surface totale de la fibre :

$$\gamma = \frac{\text{surfaces de base}}{\text{surface totale}} = \frac{1}{2r + 1} \quad (15)$$

Cette loi de variation est de type hyperbolique, comme pour k_k . La contribution des surfaces de base devient inférieure à 2 % pour r supérieur à 25. On peut constater sur la figure 11 que la valeur de k_k reste sensiblement constante au delà de cette valeur de r . Il semble donc que

Fig 9. — Variation du paramètre k_k en fonction de la porosité du milieu fibreux. Fibres (diamètre = $150 \mu\text{m}$ et $4,5 \leq r \leq 66,7$).

[Variation of the k_k parameter *versus* the fibrous medium porosity (Fibers diameter $150 \mu\text{m}$, aspect ratio $4.5 < r < 66.7$)]

Fig 10. — Variation du paramètre k_k (1) et de la contribution γ des surfaces de base des fibres (relation (15)) (2) en fonction du rapport d'aspect

[Variation of the k_k parameter (curve 1) and the lateral areas (Eq (15)) (curve 2) of the fibers *versus* the aspect ratio of the fiber]

Perméabilité K (Darcy)

Fig. 11. — Variation de la perméabilité en fonction de la porosité ϵ du milieu fibreux (▲) nos résultats expérimentaux, (1) modèle de Jackson et James [3], (2) modèle de Happel et Brenner (perpendiculaire) [7], (3) modèle de Happel et Brenner (parallèle) [7], (4) modèle de Kyan [9], (5) modèle de Sahraoui et Kaviani [20]

[Permeability variation *versus* the porosity of the porous medium (▲) Experimental results of the present work, (1) Jackson and James model [3], (2) Happel and Brenner model (flow perpendicular to the cylinders) [7], (3) Happel and Brenner model (flow parallel to the cylinders) [7], (4) Kyan model [9], (5) Sahraoui and Kaviani model [20].]

les surfaces de base jouent un rôle non négligeable dans les variations de k_k pour les faibles rapport d'aspect ($r < 25$)

A partir des relations (13) et (14), et de la relation (11) déduite du modèle de Kozeny Carman, nous proposons la relation semi empirique suivante reliant la perméabilité du milieu étudié à sa porosité

$$K = \frac{62,5 \epsilon^6 d^2}{(1 - \epsilon)^2 (3,6 + 56,4\epsilon)^2} \quad (16)$$

Cette relation décrit correctement les variations de la perméabilité expérimentale en fonction de la porosité ϵ (Fig. 8).

4. Discussion et confrontation avec des modèles

A notre connaissance, il existe un nombre limité de travaux traitant de la perméabilité de milieux poreux fibreux. Par ailleurs, la dénomination de milieux fibreux englobe une multitude de milieux poreux de textures différentes (filtre, laine de verre, tissus, etc ...). Concernant les milieux constitués d'empilements aléatoires de fibres rigides monodisperses, il n'existe, à notre connaissance, pas de travaux publiés à ce jour.

Dans ce paragraphe, nous tentons de comparer les résultats obtenus à ceux proposés par divers auteurs, disponibles dans la littérature pour des milieux fibreux définis au sens large. Jackson et James [3] proposent un modèle donnant la perméabilité en fonction de la porosité. Ce modèle permet d'obtenir une expression de la perméabilité pour des empilements aléatoires

de fibres en fonction de la porosité (relation (1)). Ces auteurs précisent que cette loi est valable seulement pour des porosités élevées ($\epsilon > 0,7$).

Kaviany [19] déduit le paramètre de Kozeny Carman à partir des travaux d'Happel et Brenner [7] dans le cas d'un fluide en écoulement parallèle ou perpendiculaire à l'axe d'un cylindre. Il exprime k_k en fonction de la porosité (relations (2) et (3)). Par combinaison des relations (2) et (9), et (3) et (9), respectivement pour un écoulement parallèle et perpendiculaire, nous déduisons les évolutions de la perméabilité en fonction de la porosité.

Nous avons porté sur la figure 11 les lois déduites de ces modèles, ainsi que nos résultats expérimentaux.

Les perméabilités données par le modèle de Jackson et James [3] sont supérieures à nos valeurs pour des porosités comprises entre 0,7 et 0,85. La loi de variation proposée par ces auteurs diffère de celle déduite de nos expériences dans toute la gamme de porosité explorée.

Les résultats déduits des modèles d'Happel et Brenner [7] donnent des lois de comportement analogues à celle de nos expériences avec des écarts sensiblement importants suivant les valeurs de la porosité. Pour des porosités inférieures à 0,6, ces modèles surestiment les valeurs de la perméabilité. Pour des porosités supérieures à 0,7, les perméabilités calculées sont inférieures.

Par combinaison des relations (4), (5) et (9), nous déduisons l'évolution de la perméabilité, déduite du modèle de Kyan *et al* [9], en fonction de la porosité.

En outre, des solutions numériques de l'équation de Navier-Stokes ont été déterminées par Sahraoui et Kaviany [20] pour un écoulement à travers un réseau de cylindres. Ils déduisent, des résultats obtenus, la loi de variation de la perméabilité en fonction de la porosité.

$$K = 0,0606 \frac{\pi}{4} \frac{\epsilon^{5,1}}{1 - \epsilon} d^2 \quad 0,4 \leq \epsilon \leq 0,8 \quad (17)$$

Les perméabilités déduites de ces modèles sont comparées à celles déterminées à partir de nos expériences (Fig. 11).

Une bonne concordance est observée entre nos résultats et ceux de Kyan *et al* [9] pour des porosités comprises entre 0,7 et 0,9, où les courbes se tangent. Pour des porosités inférieures, un écart est observé. Par contre, les résultats numériques de Sahraoui et Kaviany [20] sont systématiquement inférieurs avec des écarts d'autant plus importants que la porosité est élevée.

Comme nous l'avons vu précédemment, la perméabilité varie de plusieurs ordres de grandeur. Celle-ci dépend de plusieurs paramètres (relation (9)) et en particulier du paramètre k_k caractérisant la trajectoire du fluide à travers le milieu poreux. Dans le but de donner une interprétation et d'effectuer une comparaison plus fine des résultats, nous avons étudié les variations du paramètre k_k en fonction de la porosité du milieu.

Nous avons comparé les paramètres k_k déduits des divers modèles et de nos expériences (Fig. 12). Nous remarquons qu'il existe deux types de comportement suivant les modèles :

- une tendance continûment croissante avec des variations importantes lorsque la porosité est supérieure à 0,85 ([7] d'après [19] et [3]). Nos expériences donnent une tendance inverse,
- une tendance parabolique présentant un minimum. Sahraoui et Kaviany [20] obtiennent un minimum pour une porosité de 0,7, tandis que pour Kyan [9], ce minimum se situe à 0,85. Pour les valeurs de porosité inférieures au minimum, la tendance décroissante est aussi observée dans nos expériences. Dans tous les cas nous n'observons pas de croissance dans la gamme des porosités explorées.

Les lois de variation de k_k en fonction de la porosité sont difficiles à interpréter. Notons cependant que les courbes donnant une variation de k_k croissante avec la porosité sont obtenues

Fig 12 — Variation du paramètre k_k en fonction de la porosité ϵ du milieu fibreux. ($\blacktriangle$) nos résultats expérimentaux, (1) modèle de Jackson et James [3], (2) modèle de Happel et Brenner (perpendiculaire) [7], (3) modèle de Happel et Brenner (parallèle) [7], (4) modèle de Kyan [9], (5) modèle de Sahraoui et Kaviany [20]

[k_k parameter variation versus the porosity of the porous medium ($\blacktriangle$) Experimental results of the present work: (1) Jackson and James model [3], (2) Happel and Brenner model (flow perpendicular to the cylinders) [7], (3) Happel and Brenner model (flow parallel to the cylinders) [7], (4) Kyan model [9], (5) Sahraoui and Kaviany model [20]]

par addition des pertes de charge occasionnées par chaque particule. Les courbes présentant un minimum sont, quant à elles, obtenues à partir d'évaluation des pertes de charge directement dans un réseau de cylindres ordonnés.

La décroissance du paramètre k_k en fonction de la porosité, obtenue pour un empilement aléatoire de fibres monodisperses traversé par un liquide, peut être interprétée par le fait que les trajectoires du fluide ont tendance à devenir rectilignes au fur et à mesure que la porosité augmente. Les valeurs élevées de k_k , lorsque les surfaces de base des fibres sont importantes, semblent indiquer que leur contribution, dans la trajectoire du fluide, n'est pas négligeable.

Ces différentes comparaisons montrent que les modèles basés sur des fibres disposées en réseaux simples et bien ordonnés ne prédisent pas correctement les perméabilités des empilements aléatoires de fibres rigides monodisperses.

En effet, il est difficile d'admettre une augmentation du paramètre k_k avec la porosité (dans la gamme de fortes porosités) étant donné que ce paramètre est l'image de la tortuosité.

5. Conclusion

Dans cet article, nous avons étudié les écoulements dans des milieux poreux constitués d'empilements aléatoires de fibres rigides monodisperses. Une étude systématique en fonction de la porosité $\epsilon(L/d)$ a été réalisée.

L'étude de l'influence de la direction de l'écoulement nous a permis de montrer que les empilements aléatoires de fibres monodisperses sont globalement isotropes vis à vis de l'écoulement.

A partir des lois d'écoulements expérimentales et de la loi de Darcy, nous avons déterminé les variations des perméabilités en fonction de la porosité du milieu.

En généralisant l'équation de Kozeny Carman à des empilements de particules cylindriques, nous avons déterminé l'évolution du paramètre k_k en fonction de la porosité $\epsilon(L/d)$. L'évolution de ce paramètre $k_k(\epsilon)$ est continûment décroissante, avec une tendance asymptotique vers une valeur voisine de 3,6 lorsque la porosité tend vers l'unité.

La comparaison de nos résultats expérimentaux avec des modèles considérant des cylindres disposés en réseaux simples, n'est pas satisfaisante, quelle que soit l'approche proposée.

Une modélisation, prenant en compte l'aspect aléatoire de l'empilement des fibres, semble donc nécessaire à développer pour prédire les écoulements dans ce type de milieux.

Remerciements

Les auteurs remercient R. Blanc pour les nombreuses discussions fructueuses et R. Faure pour son aide technique ainsi que l'ECOTECH-CNRS pour son aide financière.

Bibliographie

- [1] Rahli O, Tadrist L, Santini R and Pantaloni J, "Fluid Flow and Heat Transfer Analysis in Fibrous Porous Media", 3rd World Conference on Experimental Fluid Mechanics and Heat Transfer, Honolulu-USA (1993)
- [2] Milewski J V, *Adv. Ceramic Mater.* **1** (1986) 36
- [3] Jackson G. W. and James D. F., *Can. J. Chem. Eng.* **64** (1986).
- [4] Carman P. C., *Soc. Chem. Indust. (Trans. and Commun.)* **57** (1938) 225-234
- [5] Wiggins E. J., Campbell W. B. and Maass O., *Can. J. Res. B* **17** (1939) 318-324
- [6] Drummond J. E. and Tahir M. I., *Int. J. Multiphase Flow* **10** (1984) 515-540
- [7] Happel J. and Brenner H., *Low Reynolds Number Hydrodynamics* (Martinus Nijhoff Publishers, 1986)
- [8] *Porous Media: Fluid Transport and Pore Structure* (Academic Press, 1979)
- [9] Kyan C. P., Wasan D. T. and Kintner R. C., *Ind. Eng. Chem. Fundam.* **9** (1970) 596
- [10] Bear J., *Dynamics of Fluids in Porous Media* (Dover Publications, 1988)
- [11] Darcy H., *Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon* (Dalmont, Paris, 1856)
- [12] Forchheimer P. H., *Z. Ver. Dtsch. Ing.* **49** (1901) 1736-1749, **50** (1901) 1781-1788
- [13] Ahmed N. and Sunada D. K., *J. Hydraul. Div. Proc. ASCE* **95** (1969) 1847
- [14] Ergun S., *Chem. Eng. Prog.* **48** (1952) 89-94
- [15] MacDonald I. F., El-Sayed M. S., Mow K. and Dullien F. A. L., *Ind. Chem. Fundam.* **18** (1979)
- [16] Neuilly M. et CETAMA, *Modélisation et Estimation des Erreurs de Mesure* (Technique et Documentation, Lavoisier, 1993)
- [17] Dullien F. A. L., *Porous Media: Fluid Transport and Pore Structure* (Academic Press, second edition, 1992)
- [18] Kozeny J., *Sitzungsber. Akad. Wiss. Wien* **136** (1927) 271-306
- [19] Kaviani M., *Mechan. Eng. Series* (Springer-Verlag, 1991)
- [20] Sahraoui M. and Kaviani M., *Int. J. Heat Mass Transfer* **35** (1992) 927-943