Simulation du fonctionnement des échangeurs thermiques soumis à des conditions aux limites variables

P. Pierson, D. Azilinson, J. Padet

► To cite this version:

P. Pierson, D. Azilinson, J. Padet. Simulation du fonctionnement des échangeurs thermiques soumis à des conditions aux limites variables. *Revue de Physique Appliquée*, 1989, 24 (1), pp.93-107. 10.1051/rphysap:0198900240109300 . jpa-00246034

HAL Id: jpa-00246034

<https://hal.science/jpa-00246034>

Submitted on 1 Jan 1989

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Classification
Physics Abstracts
44.25

Simulation du fonctionnement des échangeurs thermiques soumis à des conditions aux limites variables (*)

P. Pierson, D. Azilinson et J. Padet

Laboratoire de Thermomécanique, Faculté des Sciences, B.P. 347, 51062 Reims Cedex, France

(Reçu le 11 février 1988, révisé le 11 juillet 1988, accepté le 3 octobre 1988)

Résumé. — Un modèle théorique est proposé pour simuler le fonctionnement des échangeurs thermiques, avec évolution quelconque de la température d'entrée de l'un des fluides. Ce modèle suit avec une bonne précision les résultats expérimentaux (précision nettement supérieure à celle que l'on obtient à l'aide d'un modèle de régime permanent). Une étude de l'influence des principaux paramètres de l'échangeur sur la constante de temps et la transmittance statique complète ce travail et permet de prévoir le comportement général du système en régime variable.

Abstract. — An unsteady state model is proposed for the simulation of heat exchangers with time dependent inlet temperature of a fluid. The results obtained are in accordance with experimental measures. The precision is much better than the one obtained after a steady state model. The influence of the exchanger parameters on the time constant and on the static transfer function is also studied ; it is then possible to predict easily the system working in unsteady state.

Nomenclature

a	amplitude de l'échelon ou du créneau
b	épaisseur (m)
C	capacité ($J.K^{-1}$)
E	efficacité de l'échangeur
$f(t)$	fonction d'influence (réponse à l'échelon unitaire)
H_0	fonction de transfert statique
$m = t_r/\Delta t$	
NUT	nombre d'unités de transfert
$p(t)$	contour polygonal qui approxime le signal $x(t)$
q_m	débit massique ($kg.s^{-1}$)
q_t	débit thermique unitaire ($W.K^{-1}$)
$\bar{T}$	température moyenne sur une section droite ($^{\circ}C$)
t	temps (s)
t_r	temps de retard (s)
$u(t)$	échelon unitaire
$x(t)$	fonction signal
$y(t)$	réponse du système à $x(t)$

Lettres grecques :

Δt	largeur des créneaux (s)
$\phi_{ex}(t)$	puissance réelle échangée dans l'échangeur (W)
$\phi_a(t)$	puissance échangée déterminée à partir d'un découpage en créneaux de $x(t)$ (W)
$\phi_p(t)$	puissance échangée déterminée à partir de l'approximation de $x(t)$ par $p(t)$ (W)
$\phi_r(t)$	puissance échangée déterminée à partir d'un calcul en régime permanent (W)
τ	constante de temps (s)
Σ	surface d'échange (m^2)

Indices :

a	tube extérieur
C	Fluide chaud
F	Fluide froid
e	entrée
s	sortie
min	débit minimum
i	tube intermédiaire entre C et F
M	valeur moyenne sur (t_0, t_n) .

(*) Etude financée par l'Agence Française pour la Maîtrise de l'Energie.

Introduction.

Un modèle théorique simple [1] a été proposé, qui permet de simuler la réponse d'un échangeur thermique à un échelon de température imposé sur l'un des fluides à l'entrée du système. La méthode retenue est à rapprocher de celle qu'utilisent généralement les automaticiens : elle consiste à considérer le système dans son ensemble et à étudier la réponse à une excitation. Les caractéristiques spécifiques de l'installation sont alors prises en compte par un ou plusieurs paramètres (ici la constante de temps τ et le temps de retard t_r). La réponse du système est également souvent définie par une ou plusieurs fonctions de transfert dont certains auteurs proposent des expressions analytiques [2, 3, 4].

Cette démarche est particulièrement intéressante puisqu'elle permet d'élaborer des processus de régulation ou de commande optimale par optimisation d'un critère donné. Un certain nombre de méthodes sont proposées à cet effet [5, 6], qui nécessitent le plus souvent le recours à des calculateurs analogiques ou numériques. Notre objectif n'est pas de réitérer ce type d'étude mais de proposer une modélisation plus simple (sans calcul numérique, ni analogique) d'échangeurs « basse température » soumis à une variation quelconque de la température d'entrée de l'un des fluides. La méthode proposée ici fait appel à une méthode classique [7] qui consiste à décomposer un signal quelconque en somme d'échelons. Après avoir exposé le principe de la méthode au 1^{er} paragraphe, nous comparons les résultats obtenus à ceux de l'expérience (2^e paragraphe) et complétons ce travail par une étude de l'influence des paramètres de l'échangeur sur son fonctionnement en régime transitoire.

1. Méthode de simulation des régimes variés d'un échangeur thermique.

1.1 DÉCOMPOSITION DU SIGNAL EN SOMME DE CRÉNEAUX. — Une étude précédente [1] a montré que la réponse à un échelon, d'un échangeur qui fonctionne à basse température ($< 80^\circ\text{C}$) est solution d'une équation différentielle linéaire du premier ordre. Nous sommes donc en présence d'un système linéaire dont la réponse $y(t)$ à un signal quelconque $x(t)$ est solution de l'équation différentielle (1a) :

$$y(t) + \tau \frac{\partial y(t)}{\partial t} = H_0 \cdot x(t) \quad (1a)$$

où τ est la constante de temps du système et H_0 sa fonction de transfert (ou transmittance) statique.

H_0 représente le coefficient de proportionnalité entre la réponse y et le signal x en régime permanent.

On montre [1] que τ peut toujours s'exprimer sous la forme :

$$\tau = C_T / (q_{tC} \cdot H_C + q_{tF} H_F) \quad \text{avec} \quad C_T = C_C + C_i + C_F + C_a \quad (1b)$$

où H_C et H_F sont des grandeurs sans dimension fonctions des caractéristiques de fonctionnement des régimes permanents initial et final. Pour des échangeurs bitubes, (1b) se réduit à :

$$\tau = \left[C_T + \frac{E}{NUT} \times \left(\frac{q_{tF}}{q_{tC}} C_C - C_F - \alpha C_a \right) \right] / (q_{tC} + q_{tF}) \quad (1c)$$

avec $\begin{cases} \alpha = 1 & \text{si l'écoulement est turbulent dans le tube annulaire} \\ \alpha = 1,33 & \text{si l'écoulement est laminaire dans le tube annulaire.} \end{cases}$

a) Dans le cas d'un *signal échelon* d'amplitude a , et si l'on prend en compte un temps de retard t_r , $y(t)$ s'exprime par :

$$\begin{cases} 0 \leq t \leq t_r : & y(t) = 0 \\ t \geq t_r : & y(t) = y(\infty) \times \left(1 - \exp\left(-\frac{t-t_r}{\tau}\right) \right) \end{cases} \quad (2)$$

avec $y(\infty) = H_0 \cdot a$.

Le temps de retard t_r exprime donc le temps nécessaire à l'établissement d'une loi exponentielle $y(t)$ à une seule constante de temps. Nous avons montré [1] qu'il est en général possible pour simuler la réponse réelle, de considérer que le système reste dans son état initial pendant ce temps t_r , sachant que la loi (2) est une approximation de la réponse réelle : celle-ci devrait en effet, en toute rigueur, s'exprimer sous la forme d'une somme d'exponentielles dont le nombre de termes à prendre en compte augmente quand $t \rightarrow 0$.

Une interprétation physique simple de la durée t_r peut être facilement envisagée pour les écoulements co-courant : on observe en effet expérimentalement que t_r correspond alors au temps de parcours dans l'échangeur, du fluide dont on étudie la variation de température $\hat{T}_s(t)$. L'interprétation est plus délicate en écoulement contre-courant où $\hat{T}_s(t)$ est mesurée au niveau où est réalisé l'échelon sur l'autre fluide.

La définition de t_r est alors purement phénoménologique, à partir du modèle de réponse [1].

Dans le cas d'un échangeur, c'est le plus souvent la puissance échangée $\phi(t)$ qui nous intéresse. Si, seule, la température d'entrée $\hat{T}_{C_e}$ du fluide C varie au cours du temps, $y(t)$ peut représenter la quantité suivante :

$$y(t) = \phi(t) - \phi(0) \quad (3a)$$

avec

$$\phi(t) = q_{tF}(\hat{T}_{F_s}(t) - \hat{T}_{F_e}) \quad (3b)$$

(3a) s'écrit en effet :

$$y(t) = q_{tF}(\dot{T}_{F_s}(t) - \dot{T}_{F_s}(0)) \tag{4a}$$

qui s'exprime bien sous la forme (2) en remplaçant $\dot{T}_{F_s}(t)$ par son expression (4b) qui approche très bien l'évolution expérimentale de la température $\dot{T}_{F_s}$ lorsqu'un échelon est imposé sur $\dot{T}_{C_e}$ [1] :

$$\begin{cases} t \leq t_r: & \dot{T}_{F_s}(t) = \dot{T}_{F_s}(0) = \text{Cte} \\ t \geq t_r: & \dot{T}_{F_s}(t) = \dot{T}_{F_s}(\infty) + (\dot{T}_{F_s}(0) - \dot{T}_{F_s}(\infty)) \exp\left(-\frac{t-t_r}{\tau}\right) \end{cases} \tag{4b}$$

Si l'on introduit l'efficacité E de l'échangeur :

$$E = q_{tF}(\dot{T}_{F_s} - \dot{T}_{F_c}) / (q_{t\min}(\dot{T}_{C_e} - \dot{T}_{F_c}))$$

avec [8] :

$$\begin{cases} q_{t\min} = \min(q_{tC}, q_{tF}) \\ E = NUT(1 - \exp(-\gamma)) / \gamma \quad \text{où} \quad \gamma = NUT(1 + q_{t\min} / q_{t\max}) \quad \text{en co-courant} \\ E = \frac{q_{tF}}{q_{t\min}} \cdot \frac{1 - \exp(-\gamma')}{(q_{tF} / q_{tC}) - \exp(-\gamma')} \quad \text{où} \quad \gamma' = NUT \cdot q_{t\min}(1 / q_{tC} - 1 / q_{tF}) \quad \text{en contre-courant} \end{cases} \tag{4c}$$

on obtient l'équation (5), à l'aide de (2) et (4a) :

$$H_0 \cdot a = E \cdot q_{t\min}(\dot{T}_{C_e}(\infty) - \dot{T}_{C_e}(0)) \tag{5}$$

où l'on suppose que les valeurs de E déterminées à partir des caractéristiques des régimes permanents initial et final sont assez voisines pour être considérées égales (on considère ici uniquement des variations de température et non de débit).

Puisque l'échelon d'amplitude a porté sur $\dot{T}_{C_e}$, (5) donne :

$$a = \dot{T}_{C_e}(\infty) - \dot{T}_{C_e}(0) \quad \text{et} \quad H_0 = E \cdot q_{t\min} \cdot \tag{6}$$

b) Si l'on considère maintenant que la fonction $x(t)$ est un *signal quelconque*, il est toujours possible de décomposer $x(t)$ en somme de créneaux de largeur $\Delta t = (t_i - t_{i-1})$, chaque créneau étant la somme de deux échelons d'amplitude a et $(-a)$ (cf. Fig. 1).

En appliquant le théorème de superposition des systèmes linéaires, la réponse $y(t_n)$ à l'instant t_n s'écrit :

$$y(t_n) = \sum_{i=1}^n a(t_i) \times (f(t_n - t_{i-1}) - f(t_n - t_i)) \tag{7}$$

où $f(t)$ représente la fonction d'influence du système (réponse à l'échelon unitaire) et où t_{i-1} et t_i délimitent dans le temps le créneau.

En appliquant (2) au cas de l'échelon unitaire, on sait que $f(t)$ peut être approchée par une loi de type (8) :

$$\begin{cases} t \leq t_r: & f(t) = 0 \\ t \geq t_r: & f(t) = f(\infty) \times \\ & \times \left[1 - \exp\left(-\frac{t-t_r}{\tau}\right) \right] \quad \text{avec} \quad f(\infty) = H_0 \end{cases} \tag{8}$$

Fig. 1. — Réponse à un créneau du système linéaire.

[Linear system response to a step function.]

Dans ces conditions (7) devient à l'aide de (8) :

$$\left\{ \begin{array}{l} y(t_n) = \sum_{i=1}^n a(t_i) \cdot H_0 \left[\exp\left(-\frac{s_i}{\tau}\right) - \exp\left(-\frac{s_{i-1}}{\tau}\right) \right] \\ \text{avec } \begin{cases} s_i = t_n - t_r - t_i & \text{si } t_i \leq t_n - t_r \\ s_i = 0 & \text{si } t_i \geq t_n - t_r \end{cases} \end{array} \right. \quad (9)$$

(9) peut être développée suivant les composantes de s_i à condition de distinguer deux cas : $t_r < \Delta t$ et $t_r > \Delta t$. Après développement des calculs [9] et en remplaçant $y(t)$, a et H_0 par leurs expressions respectives (4) et (6), on obtient :

$$\phi(t_n) = \phi(t_{n-1}) \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right) + E \cdot q_{t \min} (\dot{T}_{C_e}(t_n) - \dot{T}_{F_e}) \left[1 - \exp\left(-\frac{\Delta t - t_r}{\tau}\right) \right] - E \cdot q_{t \min} (\dot{T}_{C_e}(t_{n-1}) - \dot{T}_{F_e}) \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right) \left[1 - \exp\left(-\frac{t_r}{\tau}\right) \right] \quad (10)$$

* pour $t_r \geq \Delta t$ et en choisissant Δt de telle sorte que : $\Delta t = t_r/m$, m entier

$$\phi(t_n) = \phi(t_{n-1}) \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right) + E \cdot q_{t \min} (\dot{T}_{C_e}(t_{n-m}) - \dot{T}_{F_e}) \left[1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right) \right] \quad (11)$$

1.2 APPROXIMATION DU SIGNAL PAR UNE LIGNE POLYGONALE. — Pour améliorer la précision de la simulation, Cadiergues [10], à partir des résultats de Nessi et Nisolle [7], propose d'approximer la fonction $x(t)$ à l'aide d'un contour polygonal $p(t)$ qui s'appuie sur les valeurs discrètes à (t_i) (cf. Fig. 2).

Si, à l'intérieur de chaque intervalle de temps Δt , on décompose $p(t)$ en une somme de créniaux de largeur infiniment petite dt , $y(t_n)$ s'écrit à partir de (7) pour $0 \leq t_n \leq \Delta t$:

$$y(t_n) = \int_0^{t_n} p(t) \cdot f'(t_n - t) \cdot d(t_n - t) = p(0) \cdot f(t_n) + \int_0^{t_n} p'(t) \cdot f(t_n - t) \cdot dt. \quad (12)$$

A un instant t_n quelconque, en tenant compte de l'approximation de la figure 2, $y(t_n)$ s'écrit :

$$y(t_n) = a(0) \cdot f(t_n) + \sum_{i=1}^n (a(t_i) - a(t_{i-1})) \cdot Y_a(t_{n-i+1}) \quad (13)$$

où $Y_a(t_i)$ est la fonction intégrale d'influence définie par Cadiergues, qui représente la valeur moyenne de $y(t)$ pendant l'intervalle de temps $\{t_{i-1}, t_i\}$:

$$Y_a(t_i) = \frac{1}{\Delta t} \cdot \int_{t_{i-1}}^{t_i} f(t) \cdot dt \quad (14)$$

Cadiergues applique cette méthode pour simuler le transfert de chaleur à travers un mur ; mais elle peut également être envisagée dans notre cas où $Y_a(t_i)$ s'écrit à partir de (8) et (6) :

$$\left\{ \begin{array}{ll} t_{i-1} \leq t_r : & Y_a(t_i) = 0 \\ t_{i-1} \geq t_r : & Y_a(t_i) = \frac{E \cdot q_{t \min}}{\Delta t} \int_{t_{i-1}}^{t_i} \left[1 - \exp\left(-\frac{t - t_r}{\tau}\right) \right] dt. \end{array} \right. \quad (15)$$

Fig. 2. — Approximation d'un signal quelconque par un contour polygonal.
[Approximation of any signal by a polygonal line.]

Comme au paragraphe précédent, il faut considérer l'alternative $t_r \leq \Delta t$ ou $t_r \geq \Delta t$; on obtient à l'aide de (13), (4), (6) et (15) :

Pour $t_r \leq \Delta t$:

$$\begin{aligned} \phi(t_n) = & \phi(t_{n-1}) \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right) \\ & + E \cdot q_{t \min}(\hat{T}_{C_e}(t_n) - \hat{T}_{C_e}(t_{n-1})) \left[\left(1 - \frac{t_r}{\Delta t}\right) - \frac{\tau}{\Delta t} \left(1 - \exp\left(-\frac{\Delta t - t_r}{\tau}\right)\right) \right] \\ & + E \cdot q_{t \min}(\hat{T}_{C_e}(t_{n-1}) - \hat{T}_{C_e}(t_{n-2})) \left[1 + \left\{ \frac{t_r}{\Delta t} - 1 + \frac{\tau}{\Delta t} \left(1 - \exp\left(-\frac{t_r}{\tau}\right)\right) \right\} \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right) \right] \\ & + E \cdot q_{t \min}(\hat{T}_{C_e}(t_{n-2}) - \hat{T}_{F_e}) \left[1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right) \right] \end{aligned} \quad (16)$$

Pour $t_r \geq \Delta t$, avec $t_r = m \cdot \Delta t$:

$$\begin{aligned} \phi(t_n) = & \phi(t_{n-1}) \cdot \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right) \\ & + E \cdot q_{t \min}(\hat{T}_{C_e}(t_{n-m}) - \hat{T}_{C_e}(t_{n-m-1})) \left[1 - \frac{\tau}{\Delta t} \left(1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right)\right) \right] \\ & + E \cdot q_{t \min}(\hat{T}_{C_e}(t_{n-m-1}) - \hat{T}_{F_e}) \left[1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right) \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

1.3 REMARQUES. — 1) Les quantités E , $q_{t \min}$ et $\hat{T}_{F_e}$ sont supposées constantes. Cependant, l'expérience montre que les résultats précédents sont toujours applicables lorsqu'elles varient dans le temps, à condition qu'elles évoluent très lentement par rapport à $\hat{T}_{C_e}$. On introduira alors leurs valeurs respectives à chaque pas de temps pour plus de précision.

2) Les expressions obtenues par décomposition du signal en somme de crêteaux sont plus simples et donc plus faciles d'emploi. Cependant, dans les cas où la fonction $\hat{T}_{C_e}(t)$ fluctue rapidement dans le temps avec des amplitudes importantes et, si une limite inférieure de la largeur Δt des crêteaux est imposée (pour éviter des temps de calcul prohibitifs), l'approximation de $x(t)$ à l'aide de la fonction $p(t)$ devient alors préférable.

Dans le paragraphe qui suit, nous allons vérifier ces résultats par l'expérience.

2. Etude expérimentale.

L'étude expérimentale a été réalisée sur l'échangeur bi-tube eau-eau de la figure 3 où sont également précisées les conditions de fonctionnement. Sur la figure 4 sont représentées les variations de la température d'entrée $\hat{T}_{C_e}$ du fluide C qui ont été imposées de façon aléatoire à l'aide d'une vanne de mélange d'eau chaude et froide, sans modification sensible du débit q_{mC} . Les variations correspondantes de la température de sortie $\hat{T}_{F_s}$ ont été mesurées pendant la durée de la manipulation (23 min) et sont également portées sur la figure 4. On en a déduit la puissance échangée $\phi(t)$ (déterminée sur le fluide froid : cf. Eq. (3b)) de trois manières différentes :

— à partir de la relation (11) : la puissance obtenue est appelée ϕ_a ; elle correspond à un découpage en somme de crêteaux de largeur $\Delta t = 15 \text{ s} < t_r = 26 \text{ s}$;

Fig. 3. — Conditions de fonctionnement de l'échangeur expérimental.

[Working conditions of the experimental heat exchanger.]

Fig. 4. — Variation des températures d'entrée $\hat{T}_{Ce}$ et de sortie $\hat{T}_{Fs}$ au cours du temps.

[Inlet ($\hat{T}_{Ce}$) and outlet ($\hat{T}_{Fs}$) temperatures variations with time.]

— à partir de la relation (17) : la puissance obtenue est alors ϕ_p et correspond à l'approximation du signal par une ligne polygonale telle que $\Delta t = 15$ s également ;

— à partir d'un calcul en régime permanent où l'on exprime la puissance échangée ϕ_r sous la forme (18), ϕ_r étant supposée constante pendant le pas de temps $\Delta t = 15$ s :

$$\phi_r = E \cdot q_{t \min} (\hat{T}_{Ce}(t) - \hat{T}_{Fs}). \quad (18)$$

Les résultats obtenus ont été comparés à la puissance réellement échangée $\phi_{ex}(t)$ déterminée à l'aide de (3b) où l'on prend en compte la température $\hat{T}_{Fs}(t)$ mesurée toutes les 15 secondes.

ϕ_a et ϕ_p ont été calculées avec :

$\tau = 39$ s } déterminés par l'étude expérimentale
 $t_r = 26$ s }

de la réponse à un échelon ;

$E = 0,165$ (valeur moyenne de E correspondant à un régime permanent moyen de référence : [9]).

La figure 5 montre que les courbes $\phi_a(t)$ et $\phi_p(t)$ sont quasiment confondues dans ce cas et suivent mieux que $\phi_r(t)$ la courbe réelle $\phi_{ex}(t)$. Pour quantifier l'ensemble des écarts par rapport à $\phi_{ex}(t)$, sur la durée de l'expérience : $(t_n - t_0) = 23'$, nous avons intégré les fonctions $\phi(t)$ par rapport à t ; ce qui revient à calculer l'énergie échangée pendant $(t_n - t_0)$. Mais les écarts ainsi obtenus sont

très faibles et très voisins, quelle que soit la méthode utilisée ($< 1\%$) : la somme des écarts peut en effet se réduire considérablement si les écarts positifs compensent en partie les écarts négatifs.

C'est pourquoi, nous avons calculé les écarts moyens $\Delta\phi$ par rapport à $\phi_{ex}(t)$, définis par :

$$\Delta\phi = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n |\phi(t_i) - \phi_{ex}(t_i)| \quad (19)$$

où $\phi(t_i)$ représente $\phi_a(t_i)$, $\phi_p(t_i)$ ou $\phi_r(t_i)$ et où t_i est tel que :

$$t_i - t_{i-1} = \Delta t = 15 \text{ s}.$$

Le calcul des grandeurs sans dimension ($\Delta\phi/\phi_{Mex}$) où ϕ_{Mex} représente la puissance moyenne réelle échangée

$$\left(\phi_{Mex} = \left\{ \int_{t_0}^{t_n} \phi_{ex}(t) dt \right\} / (t_n - t_0) \right) \text{ donne :}$$

$$\Delta\phi_a/\phi_{Mex} = 14,5\%$$

$$\Delta\phi_p/\phi_{Mex} = 13,4\%$$

$$\Delta\phi_r/\phi_{Mex} = 25,1\%.$$

On constate que la simulation réalisée à partir d'un modèle de régime permanent est nettement moins performante que celle réalisée à partir d'un modèle de régime variable : $\Delta\phi_a$ et $\Delta\phi_p$ sont respectivement

Fig. 5. — Evolution au cours du temps de la puissance échangée (échangeur co-courant où T_{C_e} varie suivant la Fig. 4).

[Variations with time of the heat exchanged in the case of parallel flow (see Fig. 4 for variations of T_{C_e}).]

inférieurs de 42 % et de 46 % par rapport à $\Delta\phi_r$. L'approximation polygonale de $x(t)$ ne donne ici (où $\Delta t \cong \tau/2$) une amélioration sur $\Delta\phi$ que de 8 % par rapport à la décomposition en somme de crêteaux (écart non visible sur la Fig. 5). Elle s'avère en effet plus intéressante pour des pas de temps plus importants. Pour $\Delta t = 2\tau$ par exemple, la différence entre $\Delta\phi_a$ et $\Delta\phi_p$ atteint 20 %.

Sur la figure 6, on voit apparaître très nettement les écarts entre les deux modélisations proposées en régime variable. La manipulation correspondante a été réalisée sur une durée plus longue (15 heures) que celle de l'expérience précédente et sur un échangeur plus « inerte » : $\tau = 300$ s (il était plus facile de réaliser sur ce système des variations importantes de l'amplitude du signal sur une longue période).

Les valeurs théoriques portées sur la figure 6 ont été calculées avec un pas de temps : $\Delta t = 2\tau = 600$ s. On observe que dans ce cas, les courbes théoriques sont incapables de suivre convenablement toutes les fluctuations de la réponse réelle. Ce résultat est général : une bonne simulation nécessite un pas de temps Δt tel que : $\Delta t \leq \tau$ (pour $\Delta t = 0,5\tau$, les deux courbes théoriques sont quasiment confondues et suivent très bien la courbe expérimentale : résultat déjà observé sur la Fig. 5).

La simulation issue d'un découpage en crêteaux du signal conserve certaines fluctuations de la réponse mais celles-ci sont souvent déphasées par rapport à la réponse réelle, du fait du mauvais découpage du signal (Δt trop grand). Par contre, la simulation issue d'une approximation du signal sous forme de contour polygonal permet de limiter les

Puissance échangée (W)

Fig. 6. — Comparaison des deux modèles proposés en régime variable.

[Comparison of the two proposed unsteady state models.]

écarts par rapport aux valeurs expérimentales : on trace en effet entre chaque point considéré du signal (ces points étant espacés de Δt) une droite qui réalise un « lissage » rudimentaire du signal. Dans ce cas, comme dans l'expérience précédente, la différence entre $\Delta\phi_a$ et $\Delta\phi_p$ est de l'ordre de 20 %.

Un modèle de régime permanent est donc suffisant pour calculer l'énergie échangée en régime variable pendant un temps de fonctionnement assez long (supérieur à $10 \cdot \tau$ environ). Par contre, un modèle de régime variable s'avère indispensable pour déterminer l'énergie échangée pendant une durée plus courte ou pour prévoir la puissance échangée à chaque instant (ce qui est indispensable pour simuler par exemple un système de régulation).

3. Influence des paramètres de l'échangeur sur son comportement en régime variable.

Sur le plan pratique, il est souvent nécessaire de connaître à l'avance le comportement d'un échangeur en régime variable. Pour cela, nous avons vu que la connaissance de trois grandeurs suffit (cf. Eq. (1a) et (2)) :

- la constante de temps τ ;
- la fonction de transfert statique H_0 ;
- le temps de retard t_r .

On retrouve effectivement ces trois paramètres dans la fonction de transfert $H(p)$, caractéristique de la réponse dynamique du système [5, 9, 11]

$$H(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{H_0 \cdot \exp(-t_r \cdot p)}{1 + \tau \cdot p} \quad (20)$$

où p représente la variable complexe de Laplace, $X(p)$ et $Y(p)$ les transformées de Laplace respectives de $x(t)$ et $y(t)$.

Cependant, nous avons déjà montré (paragraphe 1) que t_r ne peut avoir de signification physique claire que dans le cas d'un échangeur co-courant. D'autre part, nous avons noté qu'une erreur même importante sur t_r entraîne des incertitudes encore acceptables sur le calcul de la puissance échangée (5 % pour une erreur de 30 % sur t_r). Précisons à ce sujet qu'une étude approfondie sur t_r ne peut s'envisager que si l'échelon imposé est quasi parfait.

Ces diverses considérations nous ont conduit à porter plus spécialement notre attention sur les grandeurs τ et H_0 pour caractériser le fonctionne-

ment d'un échangeur en régime instationnaire, grandeurs qui présentent l'énorme avantage de pouvoir être simplement calculées à partir des caractéristiques de l'échangeur (géométrie et fonctionnement : cf. (1c) pour τ et (6) pour H_0). C'est pourquoi, dans ce paragraphe nous nous proposons d'étudier l'influence des principaux paramètres du système sur τ et H_0 (donc sur son fonctionnement en régime variable). Ultérieurement, t_r devra faire l'objet d'une étude fine.

3.1 INFLUENCE DES PARAMÈTRES SUR LA CONSTANCE DE TEMPS τ . — A partir des expressions analytiques de τ (1b et 1c), nous nous proposons d'étudier les variations de τ suivant :

- les caractéristiques géométriques de l'échangeur ;
- le type d'écoulement des fluides (co ou contre-courant) ;
- le débit et la nature des fluides qui y circulent.

Les résultats qui suivent concernent un échangeur bi-tube supposé parfaitement isolé vis-à-vis du milieu ambiant.

Sur la figure 7 apparaît l'influence de trois paramètres :

— La taille de l'échangeur : l'échangeur 2 qui contient plus de liquide (plus de 3 fois plus) et dont les parois sont plus épaisses (section des parois plus de 6 fois plus importante) que l'échangeur 1 a une constante de temps qui est environ 2 fois plus grande que celle de l'échangeur 1 ; il est intéressant de noter que ce résultat est pratiquement indépendant du débit q_{mF} . Un tel écart s'explique aisément par l'expression (1b) de τ où l'on observe que τ est directement proportionnelle à la capacité calorifique C_T de l'échangeur.

— La nature de l'écoulement : on observe que τ reste à peu près inchangée suivant que l'écoulement est co- ou contre-courant. L'expérience montre en effet que le sens relatif des deux écoulements influe sur le temps de retard t_r et non sur τ . (cf. paragraphe 1).

— Le débit du fluide F : on note que, quelle que soit la géométrie de l'échangeur, la constante de temps τ croît très rapidement en écoulement laminaire lorsque q_{mF} diminue, alors qu'elle varie très peu en écoulement turbulent. La relation (1b) montre en effet que :

$$\tau \rightarrow 0 \text{ pour } q_{mF} \rightarrow \infty$$

$$\tau \rightarrow C_T / (q_{mC} \cdot H_c) \text{ pour } q_{mF} \rightarrow 0.$$

Fig. 7. — Influence du débit q_{mF} sur la constante de temps τ . Comparaison de différents types d'échangeurs ($q_{mC} = \text{Cte} = 0,014 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$).

[Influence of the flowrate q_{mF} on the time constant τ . Comparison of two heat exchangers ($q_{mC} = 0.014 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$).]

Ce qui revient à dire que :

— pour un débit q_{mF} qui avoisine 0, le système se comporte comme un échangeur statique côté fluide F, système connu pour sa médiocre efficacité et son temps de réponse très long à toute sollicitation extérieure ;

— pour un débit q_{mF} qui tend vers ∞ , le temps de parcours du fluide F dans l'échangeur est proche de 0 et donc toute excitation réalisée au niveau de l'entrée du fluide F se répercute presque immédiatement à la sortie.

Ce résultat montre qu'il est impossible d'envisager une extrapolation des modèles établis pour des écoulements turbulents au cas d'écoulements laminaires.

La figure 8 montre que, pour un même échangeur, si l'on remplace l'eau dans les deux canalisations par de l'huile, τ subit une baisse d'autant plus grande que q_{mF} est plus faible : les écarts peuvent dépasser 20 % pour un écoulement laminaire, alors qu'ils restent inférieurs à 3 % en écoulement turbulent. Cette baisse s'explique bien sûr par la faible chaleur spécifique de l'huile par rapport à l'eau (écart de plus de 50 % sur le produit $\rho \cdot c_p$ qui se répercute directement sur la capacité calorifique C_T de l'échangeur intervenant dans (1b)).

Sur les figures 9, 10 et 11, on observe que :

1) l'épaisseur b_i du tube intérieur joue un rôle

d'autant plus important sur τ , que les débits de fluide sont plus faibles : les variations sont très faibles pour $q_{mF} = 0.83 \text{ kg/s}$ ($< 5 \%$), alors qu'elles atteignent 14 % pour $q_{mF} < 0.14 \text{ kg/s}$ quand b_i passe de 0,2 mm à 5 mm (Fig. 9).

Ce résultat peut s'interpréter de la façon suivante : en augmentant b_i ,

a) la section de passage du fluide F se réduit et le coefficient de transfert de chaleur par convection entre F et la paroi i croît. Ce qui se traduit par une diminution de τ (chute de E/NUT : cf. (1c)) ;

b) la capacité calorifique C_F de F se réduit également avec pour conséquence une augmentation de τ (cf. (1c) où la variation de C_T est peu importante puisqu'une diminution de C_F s'accompagne d'un accroissement de C_i lorsque b_i augmente).

Le premier effet est particulièrement net lorsque l'écoulement du fluide F est turbulent. Il peut alors compenser le deuxième effet et même l'emporter. Par contre, en écoulement laminaire, le deuxième est largement prépondérant sur le premier ; ce qui explique les variations plus importantes de τ pour de faibles débits.

2) la nature du métal qui constitue les parois de l'échangeur joue un rôle négligeable (Fig. 10).

3) un accroissement de la surface d'échange Σ (par simple allongement de l'échangeur) s'accompagne d'une augmentation sensible de τ (Fig. 11). En augmentant la surface d'échange Σ , on accroît d'un

Fig. 8. — Influence du débit q_{mF} sur la constante de temps τ . Comparaison de deux natures de fluide.

[Influence of the flowrate q_{mF} on the time constant τ . Comparison of two fluids.]

Fig. 9. — Influence de l'épaisseur b_i du tube intérieur sur la constante de temps τ . Comparaison de plusieurs débits q_{mF} .
[Influence of the inner tube thickness b_i on the time constant τ . Comparison of several flowrates q_{mF} .]

Fig. 10. — Influence de l'épaisseur b_i du tube intérieur sur la constante de temps τ . Comparaison de deux échangeurs dont la nature des parois est différente.
[Influence of the inner tube thickness b_i on the time constant τ . Comparison of two heat exchangers with different kinds of wall.]

Fig. 11. — Influence de la surface d'échange Σ de l'échangeur sur la constante de temps τ . Comparaison de plusieurs débits q_{mF} .

[Influence of the exchange area Σ on the time constant τ . Comparison of several flowrates q_{mF} .]

même coefficient β la capacité calorifique des différents éléments de l'échangeur. Les relations (1b) et (1c) montrent que τ est alors aussi multipliée par β . Ce qui se traduit par les variations quasi linéaires $\tau(\Sigma)$ de la figure 11 (la linéarité n'est pas parfaite en raison de l'influence de Σ sur la quantité E/NUT).

Les paramètres les plus influents sur τ sont donc la géométrie de l'échangeur (diamètre et surface d'échange) et le débit des fluides, particulièrement lorsque l'écoulement est laminaire pour les deux fluides. On note d'autre part que, quel que soit le paramètre considéré, son influence sur τ se fait d'autant plus sentir que les débits des fluides sont plus faibles. D'où l'intérêt d'un calcul précis de τ en écoulement laminaire.

3.2 INFLUENCE DES PARAMÈTRES SUR LA TRANSMITTANCE STATIQUE H_0 . — Les figures 12 et 13 montrent que l'allure des courbes $H_0(q_{mF})$ est fonction de q_{mC} : on notera par exemple sur la figure 12 que H_0 suit les variations de l'efficacité E au facteur q_{tmin} près pour $q_{min} = q_{mC} = 0,02 \text{ kg/s}$ ici (cf. (6)).

Dans ce cas, en écoulement turbulent, H_0 est quasiment indépendante de q_{mF} : ce qui correspond en effet à des variations très faibles subies par l'efficacité E en raison du débit q_{mC} peu élevé ici. Par contre, l'allure de ces courbes est toute autre quand

$q_{tC} > q_{tF}$. C'est le cas de la figure 13 ($q_{mC} = 0,83 \text{ kg/s}$) où l'on observe d'importantes variations de H_0 suivant q_{mF} en écoulement turbulent.

Sur la figure 12, on notera également le rôle important joué par la nature du fluide, contrairement au cas de τ (variations du simple au double en écoulement turbulent quand on passe de l'huile à l'eau). H_0 est en effet directement proportionnelle à E alors que τ était proportionnelle à C_T . Or la distinction entre huile et eau se fait plus sentir sur l'efficacité E que sur la capacité calorifique C .

Dans tous les cas, comme au paragraphe précédent, le sens relatif de circulation des fluides joue un rôle négligeable sur H_0 (6 % au plus) devant celui joué par les autres paramètres.

Sur la figure 14, on observe un accroissement de H_0 avec l'épaisseur e_i du tube i, d'autant plus important que le débit q_{mF} est faible (jusque 27 % pour $q_{mF} = 0,04 \text{ kg/s}$) : en augmentant e_i , sans modifier le reste de la géométrie de l'échangeur, on diminue la section droite de l'espace annulaire, ce qui accroît la vitesse et donc le nombre de Reynolds du fluide F. D'où une valeur plus élevée de E et H_0 .

Enfin sur la figure 15, on note, comme pour τ , le rôle important joué par la surface d'échange sur H_0 .

Fig. 12. — Influence du débit q_{mF} sur la transmittance statique H_0 . Comparaison de deux fluides différents.
[Influence of the flowrate q_{mF} on the static transfer function H_0 . Comparison of two fluids.]

Fig. 13. — Influence du débit q_{mF} sur la transmittance statique H_0 . Comparaison de différents types d'échangeurs ($q_{mC} = 0,83 kg.s^{-1}$).
[Influence of the flowrate q_{mF} on the static transfer function H_0 . Comparison of two heat exchangers ($q_{mC} = 0.83 kg.s^{-1}$).]

Fig. 14. — Influence de l'épaisseur b_i du tube intérieur sur la transmittance statique H_0 . Comparaison de plusieurs débits q_{mF} .
[Influence of the inner tube thickness b_i on the static transfer function H_0 . Comparison of several flowrates q_{mF} .]

Fig. 15. — Influence de la surface d'échange Σ sur la transmittance statique H_0 . Comparaison de différents débits q_{mF} .
[Influence of the exchange area Σ on the static transfer function H_0 . Comparison of several flowrates q_{mF} .]

La fonction de transfert statique H_0 est donc particulièrement influencée par la géométrie de l'échangeur et par le débit des fluides (comme τ), mais contrairement aux résultats obtenus sur τ , la nature des fluides joue également un rôle important.

4. Conclusion.

L'étude qui précède montre tout l'intérêt d'une simulation en régime variable pour un échangeur. On a vu en effet l'insuffisance des modèles de régime permanent dès lors que l'on s'intéresse à l'évolution dans le temps de la puissance échangée quand l'un des fluides entre dans le système à température variable.

Le calcul préalable des quantités τ et H_0 devrait permettre un meilleur choix du procédé de régulation, en relation directe avec le système considéré et adapté au mieux aux conditions réelles de fonctionnement. Les résultats présentés ici concernent uni-

quement les échangeurs bi-tube et correspondent à des variations de la température d'entrée de l'un des fluides. Un prolongement de ce travail est actuellement en cours et devrait permettre d'étendre les résultats obtenus aux cas d'échangeurs industriels et pour des variations de débit de l'un des fluides.

L'un des intérêts du modèle proposé est de ne pas faire intervenir de coefficient d'échange h , en tant que caractéristique du fonctionnement en régime variable, contrairement à de nombreuses études antérieures [2, 3, 4, 5 ...]. Un autre intérêt réside dans sa simplicité : il devrait permettre d'intégrer dans un ensemble de régulation un micro-calculateur extrêmement simple, capable de prévoir la réponse du système à toute sollicitation brutale extérieure. D'où la possibilité d'actionner aisément et sans surcoût prohibitif un élément de l'installation (une vanne trois voies par exemple) en anticipant le comportement réel du système et de là, un affinement du procédé de régulation.

Bibliographie

- [1] PIERSON, P., PADET, J., Etude théorique et expérimentale des échangeurs en régime thermique instationnaire. Simulation d'une phase de relaxation, *Int. J. Heat Mass Transfer* **31** n° 8 (1988) 1577-1586.
- [2] TAKAHASHI, Y., Transfer function analysis of heat transfer processes, Automatic and manual control, Butterworths (London) 1952, p. 235-248.
- [3] LAW, W. M., The dynamic response of shell and tube heat exchangers to flow changes, *Nouvelles techniques*, Janv. Fév. 1962, p. 32-44.
- [4] HSU, J. P. et GILBERT, N., Transfer functions of heat exchangers, *AI Ch E J.* **8** (1962) 593-598.
- [5] GILLES, G., Elaboration du modèle mathématique et commande optimale par calculateur analogique d'un échangeur thermique pilote, Thèse d'état, Université de Grenoble (Oct. 1971).
- [6] BENARD, C., Méthodes d'optimisation en identification et commande des systèmes, Rencontre de la société française des thermiciens, Marseille, Mai 1986.
- [7] NESSI, A. et NISOLLE, L., Régimes variables de fonctionnement dans les installations de chauffage central (DUNOD) 1925.
- [8] PIERRE, B., Dimensionnement des échangeurs de chaleur, *Rev. gén. thermique* **260-261** (1983) 587-615.
- [9] PIERSON, P., Etude théorique et expérimentale de systèmes thermiques en régime instationnaire : échangeurs, capteurs solaires et installations solaires actives, Thèse d'Etat, Université de Reims (Nov. 1986).
- [10] CADIERGUES, R., La solution rationnelle pour le calcul des régimes variés, *Promoclim E* **9E** (1976) 295-326.
- [11] COTTEREAU, R., Stabilité et précision des systèmes asservis en chauffage et conditionnement d'air, *Rev. gén. thermique* **100** (1970) 363-405.