Formulation analytique tridimensionnelle du champ magnétique dans une machine discoïde homopolaire saturée

F.M. Sargos, A. Rezzoug, M. T. Attaf

► To cite this version:

F.M. Sargos, A. Rezzoug, M. T. Attaf. Formulation analytique tridimensionnelle du champ magnétique dans une machine discoïde homopolaire saturée. *Revue de Physique Appliquée*, 1988, 23 (8), pp.1397-1404. 10.1051/rphysap:019880023080139700 . jpa-00245961

HAL Id: jpa-00245961

<https://hal.science/jpa-00245961>

Submitted on 1 Jan 1988

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Classification

Physics Abstracts

41.10D — 41.10F — 83.10D — 51.00 — 83.40

Formulation analytique tridimensionnelle du champ magnétique dans une machine discoïde homopolaire saturée

F. M. Sargos, A. Rezzoug et M. T. Attaf

Ecole Nationale Supérieure d'Electricité et de Mécanique, Laboratoire G.R.E.E.N., CNRS, UA 841, B.P. 850, 54 011 Nancy Cedex, France

(Reçu le 15 février 1988, révisé le 21 avril 1988, accepté le 6 mai 1988)

Résumé. — Les auteurs présentent une méthode analytique tridimensionnelle permettant de calculer le champ électrostatique d'une distribution circulaire de secteurs de disques chargés superficiellement, et par analogie le champ dû à une distribution équivalente de masses magnétiques. Les expressions des trois composantes de l'induction sont dérivées de celle du potentiel scalaire, lui-même développé en série de Fourier. Pour rendre leur calcul numérique plus aisé, ces expressions sont développées en séries de polynômes de Tchebychev. La méthode s'avère d'une grande efficacité, mais certaines précautions doivent être observées au voisinage des faces chargées. De nombreux résultats sont donnés, ainsi qu'une application de cette méthode à une machine à disques (*SUPERSAT*). Une extension à d'autres types de machines à flux axial est également possible.

Abstract. — A three dimensional analytical method for calculating the magnetic field in an oversaturated synchronous machine is outlined. The expressions of the flux density three components are derived from the scalar potential due to a distribution of magnets in the shape of cylindrical sectors. For an easier computation these expressions are transformed, then expanded in series of Chebychev's polynomials. The method offers a good accuracy, provided that some precautions are observed in areas of discontinuity. Many results are presented.

1. Introduction.

A l'origine les auteurs avaient pour but de déterminer les composantes de l'induction dans tout l'espace, pour une machine cryogénique à disques entièrement saturée, *SUPERSAT*.

Sur le plan théorique, le champ magnétique dans ce type de machines est régi par les mêmes équations qu'une distribution d'aimants sectoriels disposés régulièrement autour d'un axe pour former des roues polaires (Fig. 1).

La résolution de ce problème par des méthodes numériques générales (telles que Différences Finies ou Eléments Finis) nécessite des ordinateurs disposant d'une mémoire importante. De plus, le calcul est très long, tout particulièrement dans des applications éventuelles comme la détermination des courants de Foucault et des pertes qui en résultent.

Pour de telles géométries, les méthodes analytiques semblent être, aussi bien pour le préconditionnement que pour le calcul global, une alternative intéressante aux méthodes purement numériques.

Fig. 1. — Schéma d'un motif élémentaire de machine *SUPERSAT* ($a = 70$ mm, $b = 150$ mm) ; (1) première roue polaire ; (2) faces chargées équivalentes à la 2^e roue polaire.

[Schematic diagram of an elementary pattern of *SUPERSAT* machine ($a = 70$ mm, $b = 150$ mm) ; (1) first polar wheel ; (2) charged faces equivalent to the 2^d polar wheel.]

Dans le présent article l'induction est déduite de la forme intégrale du potentiel scalaire. Une intégration est ensuite effectuée par interpolation au sens de Tchebychev. Il apparaît que cette méthode est plus rapide que les méthodes numériques générales et plus appropriée à la géométrie traitée que les méthodes utilisant les intégrales de surface.

2. Formulation analytique du champ.

2.1 EXPRESSION DU POTENTIEL SCALAIRE. — On sait ([1-3]) que des cylindres de matériau ferromagnétique à aimantation uniforme (Fig. 1) peuvent être remplacés par des distributions superficielles de charges fictives fonctions de R , Θ , dont la densité est

$$\sigma^* = \mathbf{M}_s \cdot \mathbf{n} = M_s$$

où M_s représente l'aimantation à saturation du matériau et $\mathbf{n}$ le vecteur unitaire normal à la surface chargée.

L'harmonique de rang ν du potentiel scalaire magnétique dû à une face chargée est donné par l'équation :

$$V_\nu(r, \theta, z) = \frac{a_\nu \sigma^*}{4\pi} \int_a^b \int_0^{2\pi} \frac{\cos \nu \Theta R dR d\Theta}{d(r, \Theta - \theta, z)} \quad (1)$$

où a et b sont les rayons intérieur et extérieur des secteurs chargés, et $1/d$ la fonction de Green :

$$d(r, \Theta - \theta, z) = [R^2 + r^2 - 2Rr \cos(\Theta - \theta) + z^2]^{1/2}.$$

L'intégrale (1) peut être assez rapidement calculée après quelques transformations [2] et l'induction est alors obtenue par une dérivation numérique du potentiel calculé.

Nous ne nous intéresserons qu'à la seule induction, de sorte qu'il est plus rapide de dériver directement (1) et ensuite seulement de calculer numériquement les expressions obtenues.

2.2 COMPOSANTES DE L'INDUCTION. — Les composantes de l'induction peuvent être déduites simplement de la relation :

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_\nu(r, \theta, z) &= \\ &= -\mu_0 \nabla V_\nu \\ &= -\frac{a_\nu \mu_0 \sigma^*}{4\pi} \int_a^b \int_0^{2\pi} [\nabla(1/d)] \cos \nu \Theta R dR d\Theta \end{aligned} \quad (2)$$

$$\text{où} \quad \nabla(1/d) = \frac{1}{d^3} \cdot \begin{bmatrix} R \cos(\Theta - \theta) - r \\ R \sin(\Theta - \theta) \\ -z \end{bmatrix}.$$

Ce qui permet d'obtenir sous leur forme intégrale

les expressions des trois composantes de l'induction magnétique $B_\nu(r, \theta, z)$.

$$B_{\nu z}(r, \theta, z) = \frac{a_\nu \mu_0 \sigma^* z}{4\pi} \times \int_a^b \int_0^{2\pi} \frac{\cos \nu \Theta R dR d\Theta}{d^3(r, \Theta - \theta, z)} \quad (3)$$

$$B_{\nu \theta}(r, \theta, z) = -\frac{a_\nu \mu_0 \sigma^*}{4\pi} \times \int_a^b \int_0^{2\pi} \frac{\cos \nu \Theta \sin(\Theta - \theta) R^2 dR d\Theta}{d^3(r, \Theta - \theta, z)} \quad (4)$$

$$B_{\nu r}(r, \theta, z) = -\frac{a_\nu \mu_0 \sigma^*}{4\pi} \times \int_a^b \int_0^{2\pi} \frac{\cos \nu \Theta [R \cos(\Theta - \theta) - r] R dR d\Theta}{d^3(r, \Theta - \theta, z)} \quad (5)$$

Il suffit d'effectuer le changement de variables $(\Theta - \theta) = \varphi$ pour aboutir après calculs aux expressions suivantes du $\nu^{\text{ième}}$ harmonique de l'induction :

$$\begin{cases} \frac{B_{\nu z}}{B_0} = \frac{\hat{B}_{\nu z}}{B_0} \cos \nu \theta, \\ \frac{\hat{B}_{\nu z}}{B_0} = \frac{z}{\pi} \int_a^b \int_0^\pi \frac{\cos \nu \varphi R d\varphi dR}{[R^2 + r^2 + z^2 - 2rR \cos \varphi]^{3/2}} \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \frac{B_{\nu \theta}}{B_0} = \frac{\hat{B}_{\nu \theta}}{B_0} \sin \nu \theta, \\ \frac{\hat{B}_{\nu \theta}}{B_0} = \frac{\nu}{\pi r} \int_a^b \int_0^\pi \frac{\cos \nu \varphi R d\varphi dR}{[R^2 + r^2 + z^2 - 2rR \cos \varphi]^{1/2}} \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \frac{B_{\nu r}}{B_0} = \frac{\hat{B}_{\nu r}}{B_0} \cos \nu \theta, \\ \frac{\hat{B}_{\nu r}}{B_0} = \frac{\hat{B}_{\nu \theta}}{B_0} + \frac{r}{z} \frac{\hat{B}_{\nu z}}{B_0} - \frac{1}{\pi} \times \\ \times \int_a^b \int_0^\pi \frac{\cos(\nu - 1) \varphi R^2 d\varphi dR}{[R^2 + r^2 + z^2 - 2rR \cos \varphi]^{3/2}} \end{cases} \quad (8)$$

où $B_0 = a_\nu \mu_0 M_s/2$.

3. Forme adaptée au calcul numérique.

3.1 INTERPOLATION PAR DES POLYNÔMES DE TCHEBYCHEV. — Les intégrales qui apparaissent dans les expressions (6) à (8) étant difficiles à calculer, on

désire déterminer un polynôme d'interpolation de degré n pour les fonctions suivantes :

$$\frac{1}{[R^2 + r^2 + z^2 - 2rR \cos \varphi]^{3/2}} = \frac{1}{d^3(r, \varphi, z)} \quad (9)$$

et

$$\frac{1}{[R^2 + r^2 + z^2 - 2rR \cos \varphi]^{1/2}} = \frac{1}{d(r, \varphi, z)}. \quad (10)$$

L'interpolation au sens de Tchebychev semble idéale puisque, d'une part, elle minimise l'écart

entre la fonction et son polynôme d'interpolation et, d'autre part, elle permet dans le cas présent des simplifications importantes puisque seul le $\nu^{\text{ième}}$ terme intervient (cf. annexe).

Nous définissons donc [8, 9] :

— une base d'interpolation constituée par les n premiers polynômes de Tchebychev ;

— un support d'interpolation en n points choisis de façon à satisfaire à la condition d'écart minimal (support de Tchebychev).

Cette méthode permet d'obtenir les expressions des amplitudes des $\nu^{\text{ièmes}}$ harmoniques de l'induction sous forme d'intégrales simples.

(a) Si z est strictement positif :

$$\frac{\hat{B}_{\nu z}}{B_0} \approx \frac{z}{n+1} \sum_{i=0}^n \cos \nu \varphi_i \int_a^b \frac{R dR}{[R^2 - 2rR \cos \varphi_i + r^2 + z^2]^{3/2}} \quad (11)$$

$$\frac{\hat{B}_{\nu \theta}}{B_0} \approx \frac{z}{(n+1)r} \sum_{i=0}^n \cos \nu \varphi_i \int_a^b \frac{R dR}{[R^2 - 2rR \cos \varphi_i + r^2 + z^2]^{1/2}} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\hat{B}_{\nu r}}{B_0} \approx & \frac{\hat{B}_{\nu \theta}}{B_0} + \frac{1}{n+1} \times \\ & \times \sum_{i=0}^n \left[\cos \nu \varphi_i \int_a^b \frac{rR dR}{[R^2 - 2rR \cos \varphi_i + r^2 + z^2]^{3/2}} - \cos (\nu - 1) \varphi_i \int_a^b \frac{R^2 dR}{[R^2 - 2rR \cos \varphi_i + r^2 + z^2]^{3/2}} \right] \end{aligned} \quad (13)$$

Les intégrales qui apparaissent dans les expressions précédentes se ramènent à des intégrales de binômes différentiels [12] du type $t^m(\alpha + t^n)^k$, avec $t = R - r \cos \varphi_i$ et $\alpha = r^2 + z^2 - r^2 \cos^2 \varphi_i$. On obtient, tous calculs faits, les relations suivantes :

$$\frac{\hat{B}_{\nu z}}{B_0} \approx \frac{z}{n+1} \sum_{i=0}^n \frac{\cos \nu \varphi_i}{z_i^2} \left[\frac{a_i}{A_i} - \frac{b_i}{B_i} \right] \quad (14)$$

$$\frac{\hat{B}_{\nu \theta}}{B_0} \approx \frac{\nu}{r(n+1)} \sum_{i=0}^n \cos \nu \varphi_i \left[B_i - A_i + r \cos \varphi_i \ln \left(\frac{C_i}{c_i} \right) \right] \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{\hat{B}_{\nu r}}{B_0} \approx & \frac{\hat{B}_{\nu \theta}}{B_0} + \frac{1}{n+1} \sum_{i=0}^n \left\{ \frac{r \cos \nu \varphi_i}{z_i^2} \left[\frac{a_i}{A_i} - \frac{b_i}{B_i} \right] - \cos (\nu - 1) \varphi_i [B_i^{-1}[(\beta_i/z_i) - r \cos \varphi_i - b] - \right. \\ & \left. - A_i^{-1}[(\alpha_i/z_i) - r \cos \varphi_i - a] + \ln \frac{C_i}{c_i} \right] \right\} \end{aligned} \quad (16)$$

où

$$\begin{aligned} A_i &= (a^2 + r^2 + z^2 - 2ra \cdot \cos \varphi_i)^{1/2} & a_i &= z^2 + r^2 - ra \cdot \cos \varphi_i \\ B_i &= (b^2 + r^2 + z^2 - 2rb \cdot \cos \varphi_i)^{1/2} & b_i &= z^2 + r^2 - rb \cdot \cos \varphi_i \\ C_i &= b - r \cdot \cos \varphi_i + B_i & c_i &= a - r \cdot \cos \varphi_i + A_i \\ \alpha_i &= r^2 \cdot \cos^2 \varphi_i (a - r \cdot \cos \varphi_i) & \beta_i &= r^2 \cdot \cos^2 \varphi_i (b - r \cdot \cos \varphi_i) \\ z_i^2 &= z^2 + r^2 \sin^2 \varphi_i \end{aligned}$$

et

$$\varphi_i = (2i + 1) \pi / (2n + 2) \quad (17)$$

sont les points du support d'interpolation.

(b) Si z est nul, la composante axiale présente une discontinuité ; la relation (11) n'étant plus utilisable nous écrirons la condition de passage de la surface chargée sous la forme :

$$\mu_0(\partial V/\partial z)_{z \rightarrow 0} = \begin{cases} -\mu_0 M_s/2 & \text{si } a < r < b ; \\ 0 & \text{si } r < a \text{ ou } r > b . \end{cases}$$

En prenant la valeur moyenne pour $r = a$ et $r = b$, on obtient immédiatement d'après (2) les valeurs de l'amplitude de la composante axiale de l'induction quel que soit le rayon :

$$\left. \frac{\hat{B}_{\nu z}}{B_0} \right|_{z=0} = \begin{cases} 1 & \text{si } a < r < b ; \\ 1/2 & \text{si } r = a \text{ ou } r = b ; \\ 0 & \text{si } r < a \text{ ou } r > b . \end{cases}$$

En ce qui concerne l'induction tangentielle, l'intégrale (7) est de toute évidence définie pour $z = 0$, de sorte que

$$\left. \frac{\hat{B}_{\nu \theta}}{B_0} \right|_{z=0} = \lim_{z \rightarrow 0} \frac{\hat{B}_{\nu \theta}}{B_0}(r, z) \quad \forall r \geq 0 .$$

Enfin l'intégrale (5) est également définie pour $z = 0$; en effet :

$$B_{\nu r}(r, \theta, z) = -\frac{B_0}{2} \int_a^b \times \int_0^{2\pi} \frac{\cos \nu(\theta + \varphi) [R \cos \varphi - r] R dR d\varphi}{[(R \cos \varphi - r)^2 + (R \sin \varphi)^2]^{3/2}}$$

est majorable, grâce au changement de variable $u = R \cos \varphi - r$.

Par contre la forme plus pratique (8) n'est pas utilisable car les deux intégrales qui y figurent ne sont pas définies séparément.

Par suite

$$\left. \frac{\hat{B}_{\nu r}}{B_0} \right|_{z=0} = \lim_{z \rightarrow 0} \frac{\hat{B}_{\nu r}}{B_0}(r, z) \quad \forall r \geq 0$$

mais demande un calcul spécifique.

3.2 CALCUL NUMÉRIQUE AU VOISINAGE DES CHARGES. — D'après ce qui précède il n'y a pas de problème théorique de limites dans les calculs de l'induction.

Les problèmes numériques éventuels ne pourraient provenir que de quasi-singularités en certains points d'intégration. Or le choix (17) du support d'interpolation présente l'avantage supplémentaire que la distance ne peut pas s'y annuler.

En définitive il ne subsiste que deux problèmes de détail en calcul numérique :

(a) le calcul spécifique de la composante radiale en $z = 0$.

Celui-ci peut être fait par les mêmes méthodes

(interpolation de Chebychev) appliquées à une fonction plus compliquée (dans l'intégrale (5)).

Néanmoins le calcul de (8) par la méthode générale donne, bien que non valable en théorie, de bons résultats numériques ;

(b) le calcul de la composante axiale lorsque z est petit mais non nul (au voisinage immédiat des charges).

On a montré par ailleurs [2] que le potentiel calculé numériquement présente une convergence médiocre

Fig. 2. — Variations du fondamental de la composante axiale de l'induction en fonction de la cote z pour $r = 110$ mm ; (a) avant interpolation au voisinage de la face chargée située à $z = 0$ (paramètre : la dimension n du support d'interpolation) ; (b) après interpolation au même voisinage $[0, z_b = 10$ mm].

[Fundamental of the flux density axial component versus the axial position z for $r = 110$ mm ; (a) before interpolation in the vicinity of the charged face located at $z = 0$ (parameter : the dimension n of the interpolation support) ; (b) after interpolation in the same vicinity $[0, z_b = 10$ mm].]

lorsque z tend vers zéro (alors même que le potentiel analytique est continu).

Cette difficulté est amplifiée dans le calcul du champ explicité ci-dessus, au voisinage des charges.

L'examen de la composante axiale montre que :

$$(a) \quad \forall r \in [a, b], \lim_{z \rightarrow 0} B_{\nu z}(z) \neq B_{\nu z}(0)$$

$$(b) \quad \forall r \notin [a, b], \lim_{z \rightarrow 0} B_{\nu z}(z) = B_{\nu z}(0).$$

On note donc que le calcul s'effectue sans difficulté en tout point suffisamment éloigné des charges. Dans un voisinage de celles-ci, d'autant plus grand que la dimension du support d'interpolation est petite, le calcul n'est pas valable.

Une méthode simple consiste donc à réduire ce voisinage en augmentant la dimension du support (Fig. 2b) ; le procédé est limité par les erreurs de chute et le temps de calcul.

Pour écarter cet inconvénient, on effectue une interpolation de la fonction entre l'origine et un point de raccordement situé à la cote z_b extérieure au voisinage.

Un bon résultat est obtenu rapidement grâce à une interpolation polynomiale sur quelques points choisis judicieusement, dont les points d'abscisses 0 et z_b .

4. Résultats et applications.

L'exploitation numérique des relations (14) à (16) permet une représentation graphique des variations de l'amplitude des différentes composantes de l'induction pour une face chargée (Figs. 3 et 4). De l'examen de ces courbes ressortent certaines informations. On note par exemple, pour le fondamental de l'induction, l'existence d'un cylindre de rayon R_g sur lequel la composante radiale est nulle quelle que soit la cote de calcul (Fig. 3a) ; cette particularité est intéressante en ce sens qu'elle permet d'utiliser par la suite une méthode d'images pour déterminer les courants de Foucault dans le cas particulier d'un cylindre de forte conductivité.

La méthode est par ailleurs appliquée à la machine SUPERSAT dont le rotor est constitué de deux roues polaires équivalentes à 4 faces chargées, Figure 1. Le champ résultant est obtenu par superposition des champs dus à chacune des 4 faces.

Nous avons représenté sur les figures 5a et 5b les variations de la composante axiale (génératrice de la f.e.m.) en fonction de z et de r dans le prototype SUPERSAT. La première figure donne la valeur de la f.e.m. connaissant la position des couches de conducteurs d'induit, alors que la seconde permet de fixer la longueur et la position optimales des conducteurs d'armature, ce qui constitue un critère d'optimisation de l'induit.

Fig. 3. — Variations du fondamental des composantes de l'induction en fonction du rayon (paramètre : la position axiale z en mm) ; (a) composante radiale ; (b) composante tangentielle ; (c) composante axiale.

[Fundamental of the flux density components *versus* the radius (parameter : the axial position z in mm). (a) radial component ; (b) tangential component ; (c) axial component.]

Fig. 4. — Variations du fondamental des composantes de l'induction en fonction de la position axiale (paramètre : le rayon r en mm). (a) composante radiale, $r \in (]0, a[\cup]b, \infty[)$; (b) composante radiale, $r \in [a, b]$; (c) composante axiale, $r < R_g$; (d) composante axiale, $r > R_g$.

[Fundamental of the flux density components *versus* the axial position (parameter : the radius r in mm). (a) radial component, $r \in (]0, a[\cup]b, \infty[)$; (b) radial component, $r \in [a, b]$; (c) axial component, $r < R_g$; (d) axial component, $r > R_g$.]

5. Conclusion.

La méthode présentée ici autorise une formulation analytique du champ magnétique pour des configurations sectorielles de faces chargées.

De par sa souplesse et sa rapidité, cette méthode est préférable aux méthodes numériques pures. Elle donne de bons résultats dans le cas de la machine étudiée (*SUPERSAT*), mais peut être étendue à d'autres types de machines à flux axial telles les machines à aimants permanents cylindriques.

Enfin, cette formulation analytique donne les valeurs initiales (champ des sources) en vue d'un calcul des courants de Foucault et des pertes qu'ils engendrent dans les écrans cylindriques que l'on trouve dans ce type de structures.

Annexe.

D'une manière générale le polynôme d'interpolation de Tchebychev d'une fonction quelconque $f(x)$ sur l'intervalle $[-1, +1]$ s'écrit :

$$P_n(x) = \sum_{k=0}^n b_k T_k(x). \quad (\text{A.1})$$

Moyennant le choix du support de Tchebychev

$$a_i = \cos [(2i + 1) \pi / (2n + 2)] \quad i = 1, 2, \dots, n$$

les coefficients b_k sont :

$$b_k = \frac{2}{n+1} \sum_{i=0}^n f(a_i) T_k(a_i). \quad (\text{A.2})$$

Fig. 5. Variations du fondamental de la composante axiale de l'induction pour le prototype *SUPERSAT* de la figure 1 : (a) entre les roues polaires (paramètre r) ; (b) en fonction de la position radiale (paramètre z).

[Fundamental of the flux density axial component for the prototype *SUPERSAT* of figure 1 : (a) between the polar wheels (parameter r) ; (b) versus the radial position (parameter z).]

Nous avons ici (paragraphe 3.1) $x = \cos \varphi$; sachant que $T_k(\cos \varphi) = \cos k\varphi$, le polynôme s'écrit :

$$P_n(\cos \varphi) = \sum_{k=0}^n b_k \cdot \cos k\varphi \quad (\text{A.3})$$

avec

$$b_k = \frac{2}{n+1} \sum_{i=0}^n f(\cos \varphi_i) \cos k\varphi_i$$

où

$$\varphi_i = (2i+1)\pi/(2n+2).$$

En remplaçant les fonctions (9) et (10) par les polynômes d'interpolation correspondants, on obtient, grâce à l'orthogonalité des polynômes de Tchebychev sur l'intervalle d'intégration, les expressions (11), (12) et (13) où ne subsiste que le $\nu^{\text{ième}}$ terme du développement.

Nomenclature

- (R, θ, θ) : Coordonnées d'un point appartenant à la surface chargée,
- (r, θ, z) : Coordonnées d'un point où est calculé le champ ;
- σ^* : Densité superficielle de charges (électriques ou magnétiques équivalentes) ;
- a_ν : Coefficient de Fourier pour le développement en série de la densité de charges ;
- M_s : Aimantation à saturation du matériau ;
- n : Dimension du support d'interpolation ;
- B_0 : Induction de référence (Constante) ;
- a, b : Rayons intérieur et extérieur des secteurs chargés.

Bibliographie

- [1] REZZOUG, A., Machine synchrone à plots ferromagnétiques aimantés à saturation par une bobine supraconductrice. Aspects théoriques et expérimentaux. Thèse de Doctorat ès sciences, I.N.P.L. Nancy (Sept. 1987).
- [2] REZZOUG, A. and SARGOS, F. M., 3-D Field computation of charged sectors : a semi-analytical method, *I.E.E.E. Trans. Magn.* (July 1987).
- [3] REZZOUG, A., SARGOS, F. M. and ATTAFF, M. T., Application of 3-D semi-analytical field computation to cryogenic supersaturated synchronous machine, *ICEM'86 Munich* Sept. 8-11, part 1, pp. 20-23.
- [4] MAILFERT, A., REZZOUG, A., ATTAFF, M. T. and SARGOS, F. M., État actuel des travaux concernant le projet *SUPERSAT* ; S.E.E. Nancy (juin 1987) à paraître dans la RGE.

- [5] MORSE, P. M. and FESCHBACH, H., *Methods of Theoretical Physics* (McGraw-Hill, N.Y.) 1953.
 - [6] LUKE, Y. L., *Integration of Bessel Functions* (McGraw-Hill, N.Y.) 1962.
 - [7] ABRAMOVITZ, M. and STEGUN, I. A., *Handbook of Mathematical Functions* (Dover Publications) 1965.
 - [8] LEGRAS, J., *Méthodes et techniques de l'analyse numérique* (Dunod, Paris) 1971.
 - [9] ANGOT, A., *Compléments de mathématiques* (Ed. *rev. opt.*, Paris) 1965.
 - [10] DURAND, E., *Electrostatique, Les distributions*, (Masson et Cie, Paris) Tome 1, 1964.
 - [11] JAHNKE, E. and EMDE, F., *Table of functions* (Dover publications) 1945.
 - [12] PISKOUNOV, N. S., *Calcul Différentiel et Intégral* (Ed. Mir) 1966.
-