Classification
Physics Abstracts
74.50

Caractérisation magnétique d'un bilame supraconducteur *

J. Chilo

Laboratoire d'Electromagnétisme, U.A. 833, ENSERG, 23, rue des Martyrs, 38031 Grenoble Cedex, France

(Reçu le 5 avril 1985, révisé le 27 juin 1985, accepté le 2 juillet 1985)

Résumé. — Par un développement analytique direct, nous caractérisons complètement les propriétés magnétiques d'un bilame supraconducteur. Nous en déduisons sa profondeur de pénétration équivalente ainsi que son inductance globale. En fixant le courant total traversant ce bilame, nous donnons également les distributions de densité de courant dans une section droite du dispositif. Les résultats analytiques présentés sont en parfait accord avec ceux obtenus par des méthodes de résolution numérique ou par des tests interférométriques.

Abstract. — We propose a straightforward analysis for magnetic characterization of a double layered strip. We take out the equivalent London penetration depth and the resulting inductance. The total current supported by such a line being fixed, we determine the distributions of the current density. Close agreement with experimental and numerical results confirm the validity of the proposed method.

1. Introduction.

L'intérêt des jonctions Josephson utilisant des électrodes en NbN réside dans leurs tensions gap importantes (4 mV environ) et leurs bonnes tenues lors des recyclages thermiques [1]. Cependant la grande profondeur de London λ de ce matériau (typiquement 4 000 Å) est à l'origine d'une inductance cinétique qui augmente rapidement dès que l'épaisseur du NbN devient inférieure à λ [2]. Il en résulte une diminution de la sensibilité des dispositifs interférométriques [3] et un accroissement du temps de propagation dans les dispositifs logiques [4].

Certains auteurs ont proposé de remplacer l'électrode de base de la jonction Josephson par un bilame Nb-NbN [5]. Ils ont montré expérimentalement qu'il est possible d'obtenir une nette réduction de l'inductance cinétique sans dégradation notable des performances dynamiques de la jonction [6].

Dans ce qui suit, à l'aide d'une formulation analytique, nous déduisons toutes les caractéristiques magnétiques du système et en particulier la profondeur de pénétration équivalente du bilame et son inductance totale. Nous comparons nos résultats à ceux issus du test [6] ainsi qu'à ceux issus de la résolution numérique utilisant une méthode énergétique variationnelle [7].

2. Analyse théorique.

La figure 1 représente la section transversale du dispositif étudié. Les rubans 1 et 2 (bilame) constituent l'électrode de base d'une jonction et le ruban 3, la contre-électrode. Les divers paramètres sont choisis en accord avec [6].

L'étude est faite en supposant la largeur W des différents rubans très grande vis-à-vis des différentes profondeurs de pénétration λ_i . Dans ce cas, les effets de bord sont tout à fait négligeables ; les équations de Maxwell montrent que le champ magnétique est suivant x et le champ électrique possède une composante suivant z ; ces grandeurs ne dépendent que de la position y et s'écrivent de la façon suivante dans les différents milieux i supraconducteurs (relations don-

Fig. 1. — Section transversale du dispositif étudié.

[Cross section of the studied device.]

(*) Cette étude a été financée par le CEA-LETI Grenoble.

nées dans le domaine fréquentiel) :

$$H_i = A_i \exp\left(\frac{-y}{\lambda_i}\right) + B_i \exp\left(\frac{y}{\lambda_i}\right) \quad (1)$$

$$E_i = j\omega\mu_0 \lambda_i \left(A_i \exp\left(\frac{-y}{\lambda_i}\right) - B_i \exp\left(\frac{y}{\lambda_i}\right) \right) \quad (2)$$

En supposant le dispositif transportant un courant longitudinal I , la continuité des composantes H_x et E_z aux différentes interfaces ainsi que les conditions particulières :

$$H \equiv 0 \quad \text{pour } y \leq 0 \text{ ou } y \geq H \quad (3)$$

$$H \equiv I/W \quad \text{pour } d \leq y \leq d+h \quad (4)$$

permettent de calculer les différents coefficients A_i et B_i . Nous obtenons :

$$A_1 = \frac{I}{W} \frac{\lambda_2}{D} \quad (5)$$

$$B_1 = -\frac{I}{W} \frac{\lambda_2}{D} \quad (6)$$

$$A_2 = \frac{I}{W} \times \frac{[\lambda_1 \cosh(d_1/\lambda_1) - \lambda_2 \sinh(d_1/\lambda_1)] \exp(d_1/\lambda_2)}{D} \quad (7)$$

$$B_2 = -\frac{I}{W} \times \frac{[\lambda_1 \cosh(d_1/\lambda_1) + \lambda_2 \sinh(d_1/\lambda_1)] \exp(-d_1/\lambda_2)}{D} \quad (8)$$

avec :

$$D = 2 \left[\lambda_1 \cosh \frac{d_1}{\lambda_1} \sinh \frac{d_2}{\lambda_2} + \lambda_2 \sinh \frac{d_1}{\lambda_1} \cosh \frac{d_2}{\lambda_2} \right]$$

$$A_3 = \frac{I}{W} \frac{\exp[(d+h)/\lambda_3]}{1 - \exp(-2d_3/\lambda_3)} \quad (9)$$

$$B_3 = -\frac{I}{W} \frac{\exp[-(d+h+2d_3)/\lambda_3]}{1 - \exp(-2d_3/\lambda_3)} \quad (10)$$

L'impédance de surface Z_s calculée en $y = d$ permet de définir la profondeur de pénétration équivalente pour le bilame à l'aide de la relation [8] :

$$Z_s = \left(\frac{E_z}{H_x} \right)_{y=d} = j\omega\mu_0 \lambda_{eq} \quad (11)$$

Compte tenu des valeurs des différentes constantes A_i et B_i données précédemment, nous obtenons :

$$\lambda_{eq} = \frac{\lambda_{1eff} \lambda_{2eff}}{\lambda_{1eff} + \lambda_{2eff}} + \frac{\lambda_2^2}{\lambda_{1eff} + \lambda_{2eff}} \quad (12)$$

$$\text{avec} \quad \lambda_{ieff} = \lambda_i \coth \frac{d_i}{\lambda_i} \quad (13)$$

La relation (12) montre clairement que la profondeur de pénétration équivalente du bilame se compose :

- d'un terme résultant de la mise en parallèle des rubans 1 et 2,
- d'un terme additionnel résultant du couplage existant entre ces rubans.

De plus l'énergie électromagnétique étant essentiellement confinée dans l'oxyde, le ruban 2 joue un rôle préférentiel vis-à-vis du ruban 1. Pour des épaisseurs d_1 et d_2 données, on a donc intérêt à choisir un coefficient λ_2 inférieur à λ_1 si l'on veut minimiser la valeur de la pénétration équivalente λ_{eq} .

La relation (11) appliquée en $y = d+h$ permet de définir la profondeur de pénétration effective du ruban 3. Nous retrouvons alors la relation (13) applicable au cas d'un seul ruban [9]. L'utilisation de la relation (12) dans le cas particulier où $\lambda_1 = \lambda_2$ conduit aussi au résultat du ruban unique. Dans ces conditions, l'inductance totale équivalente au dispositif s'écrit :

$$L = \frac{\mu_0}{W} (\lambda_{eq} + h + \lambda_{3eff}) \quad (14)$$

La relation de définition :

$$\mathbf{B} = \text{rot}(\mathbf{A}) \quad (15)$$

permet de calculer le potentiel vecteur $\mathbf{A}$. Celui-ci est dirigé suivant z et a pour expression :

$$\mathcal{A}_i = \mu_0 \lambda_i \left(A_i \exp \frac{-y}{\lambda_i} - B_i \exp \frac{y}{\lambda_i} \right) + \text{Cte} \quad (16)$$

Nous choisissons la constante arbitraire de façon à avoir un potentiel nul en $y = d$. Dans ce cas, l'équation de London :

$$\mu_0 \lambda^2 \mathbf{J} + \mathbf{A} = \mathbf{0} \quad (17)$$

conduit alors aux expressions suivantes pour les densités de courant :

$$J_i = \left(\frac{A_i}{\lambda_i} \exp\left(-\frac{y}{\lambda_i}\right) - \frac{B_i}{\lambda_i} \exp \frac{y}{\lambda_i} \right) \quad (18)$$

L'équation (17) associée aux conditions de continuité du champ magnétique et du potentiel vecteur entraîne les conditions suivantes à l'interface Nb-NbN :

$$\lambda_1^2 \frac{\partial J_1}{\partial y} = \lambda_2^2 \frac{\partial J_2}{\partial y} = H_x \quad (19)$$

$$\lambda_1^2 J_1 = \lambda_2^2 J_2 = -\frac{\mathcal{A}_z}{\mu_0} \quad (20)$$

Ces relations montrent qu'il y a discontinuité de la densité de courant et de sa dérivée en $y = d_1$. En utilisant la relation (18) nous retrouvons ce résultat particulier.

3. Résultats. — En utilisant les paramètres géométriques et électriques donnés sur la figure 1, nous avons calculé les variations de λ_{eq} et de L obtenues respectivement à partir des relations (12) et (14). Ces variations sont représentées sur la figure 2 en fonction de l'épaisseur d_1 du Nb pour une épaisseur totale $d = d_1 + d_2$ constante égale à 2 100 Å.

Le paramètre λ_{eq} varie entre λ_{2eff} (6 000 Å) et λ_{1eff} (1 200 Å) lorsque d_1 passe de 0 à d . Pour de faibles épaisseurs de Nb, nous observons des variations importantes de λ_{eq} et L . Cette remarque peut être faite directement à partir de la relation (12).

Ces résultats théoriques comparés à ceux issus du test [6] et à ceux obtenus par résolution numérique [7] montrent la validité des relations analytiques proposées en (12) et (14).

En choisissant le courant traversant le ruban 3 tel que $I = 1$ mA et en fixant $d_1 = 900$ Å et $d_2 = 1\,200$ Å, les différents coefficients peuvent être calculés à l'aide des équations (5) à (10). La figure 3 montre les variations de la densité de courant obtenues à partir de la relation (18). En particulier, à l'interface NbN-Nb, cette figure fait apparaître les discontinuités sur la densité de courant et sur sa dérivée qui vérifient les relations (19) et (20). Cette densité de courant n'est pas nulle sur la surface inférieure du ruban 1 ni sur la surface supérieure du ruban 3.

Les variations du champ magnétique (H_x) et du potentiel vecteur (A_z) obtenues à partir des relations (1) et (16) sont représentées sur la figure 4; sur

Fig. 2. — Variation de λ_{eq} et de L avec l'épaisseur d_1 du film Nb ($d = d_1 + d_2 = 2\,100$ Å).

[Variation of λ_{eq} and L with the Nb width film ($d = d_1 + d_2 = 2\,100$ Å).]

Fig. 3. — Distribution de J en fonction de la position y pour $I = 1$ mA.

[Current density distribution J with the y position for $I = 1$ mA.]

Fig. 4. — Variation de H_x et A_z en fonction de la position y pour $I = 1$ mA.

[Variation of H_x and A_z with the y position for $I = 1$ mA.]

l'interface NbN-Nb ($y = d_1$) les valeurs de H_x et A_z vérifient bien les relations de discontinuités (19) et (20).

Sur les figures 3 et 4 nous avons porté les résultats obtenus par la méthode numérique décrite dans [7]. Le bon accord entre les deux approches justifie la validité de l'ensemble des relations analytiques proposées.

4. Conclusion.

La méthode analytique que nous avons proposée nous a permis d'obtenir toutes les grandeurs magnétiques du dispositif supraconducteur étudié : profondeur de pénétration équivalente pour le bilame, inductance totale, distribution de la densité de courant, champ magnétique, potentiel vecteur.

La profondeur de pénétration équivalente λ_{eq} fait apparaître un terme qui résulte de la mise en parallèle et un terme issu du couplage de deux rubans constituant le bilame. Le paramètre λ_{eq} varie rapidement pour de faibles épaisseurs du ruban en niobium (d_1). A l'interface des rubans 1 et 2, les discontinuités de la densité de courant et de sa dérivée dépendent des profondeurs de London ainsi que du potentiel vecteur et du champ magnétique.

Cet effet de proximité total a été analysé dans le cas de rubans de largeur importante devant les différents paramètres λ_i des divers matériaux utilisés. Pour des épaisseurs de Nb et NbN données, l'expression de λ_{eq} montre que l'on a intérêt à choisir λ_2 plus faible que λ_1 . Mais le choix de la nature des électrodes d'une jonction Josephson est imposé par d'autres considérations (technologiques, dynamiques...) et pratiquement, le critère précédent ne peut pas être respecté.

Dans le cas de rubans de faible largeur devant les profondeurs λ_i , les effets de bords ont un rôle non négligeable sur les distributions de densité de courant

et seule une résolution numérique permet de traiter correctement le problème. Cependant, les remarques précédentes quant au choix des matériaux restent valables.

Dès que l'épaisseur d_1 devient comparable à λ_1 , le ruban 2 est parcouru par un courant très faible, ce qui entraîne une inductance cinétique réduite.

L'utilisation de tels rubans bilames dans les liaisons de dispositifs logiques entraîne une réduction du temps de propagation et diminue l'importance des interconnexions dans la définition du temps de cycle du dispositif. Toute la modélisation proposée suppose le modèle de London justifié; avec les matériaux utilisés et à la température de l'hélium liquide (4 K), cette hypothèse est valable jusqu'à 100 GHz au moins. Les signaux véhiculés dans les interconnexions supraconductrices ayant des temps de montée de quelques picosecondes, leurs spectres sont très étendus mais ne vont guère au-delà de 100 GHz. Dans ce cas, les lignes peuvent être considérées comme non dissipatives et non dispersives : ce sont des lignes idéales qui n'apportent pas de déformation sur les signaux si elles sont adaptées.

L'ensemble de ces remarques, qui sont basées sur la réduction de l'inductance totale d'un bilame, doivent être prises en compte dans l'optimisation des performances dynamiques des dispositifs interférométriques (analogiques ou logiques) à jonctions Josephson.

Bibliographie

- [1] KOSAKA, S., SHINOKI, F., TAKADA, S., HAYAKAWA, H., *IEEE Trans. Mag* **MAG-17** n° 1 (1981) 314-317.
- [2] HENKELS, W. H., KIRCHER, C. J., *IEEE Trans. Mag.* **MAG-13** n° 1 (1977) 63-66.
- [3] MATISO, J., *I.B.M. J.* **24** n° 2 (1980) 113-129.
- [4] MASON, P. V., GOULD, R. W., *J. Appl. Phys.* **40** n° 5 (1969) 2039-2051.
- [5] SHOJI, A., SHINOKI, F., KOSAKA, S., HAYAKAWA, H., *Jpn. J. Appl. Phys.* **20** n° 8 (1981) L587-L590.
- [6] SHOJI, A., SHINOKI, F., KOSAKA, S., HAYAKAWA, H., *J. Appl. Phys.* **32** n° 3 (1981) 461-469.
- [7] CHILO, J., MONLLOR, C., *Rev. Phys. Appl.* **17** (1982) 465-472.
- [8] MATICK, R., *Transmission lines for digital and communication networks* (Mc Graw-Hill Book Co, N.Y.) 1969, Chap. VI.
- [9] SWIHART, J. C., *J. Appl. Phys.* **32** n° 3 (1961) 461-469.