Classification

Physics Abstracts

44.10 — 44.25 — 44.90

Optimisation statique des installations de chauffage solaire

Y. Lenoir

Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, Centre d'Automatique et d'Informatique,
33, rue Saint-Honoré, 77305 Fontainebleau cedex, France.

(Reçu le 15 septembre 1981, révisé le 21 décembre 1981, accepté le 22 janvier 1982)

Résumé. — Optimiser une commande ne signifie pas autre chose que chercher à gérer une ressource le plus efficacement possible. Le rôle de l'Automatique consiste à proposer des moyens généraux (la théorie) et des procédures spécifiques (les applications) aptes à améliorer les performances des systèmes par une maîtrise accrue des phénomènes dont ils sont le siège. Décrire tout dispositif comme un système et non comme la juxtaposition d'éléments, rechercher plus spécifiquement un modèle des relations en grandeurs d'entrées et de sorties, voilà ce dont cette étude est redevable à l'Automatique.

Optimiser en régime permanent la commande d'un chauffage solaire (ou d'un processus analogue) passe donc par l'acquisition de la maîtrise informatique des transferts thermiques dans l'installation. A partir de ce constat élémentaire on expose le cheminement analytique qui, par l'intermédiaire de la construction d'un modèle d'échange universel en variables réduites, mène à la résolution du problème posé avec de petits moyens de calcul.

L'enjeu de l'opération (les gains escomptables) est illustré dès l'introduction au moyen d'un exemple chiffré et les résultats obtenus confirment que l'exemple choisi n'est pas une exception. Enfin on présente quelques applications, autres que la seule régulation du chauffage, de ces outils de modélisation et de commande : commandes optimales statique et dynamique, dimensionnement d'une installation.

Abstract. — To optimize a control procedure is nothing but to seek for the most efficient management of a resource. The aim of the Automatic Control Theory is to propose general means (theory) and specific proceedings (applications) which are able to improve the systems performances by means of a wider control of the phenomena which occur. This work is indebted to the automatic control theory for the two principles :

First the heating plant is described as a system by one or more models, depending on the devices connections, and not as a mathematical juxtaposition of the models of its constituents (solar collectors, heat exchangers, radiators etc.); second we have tried to obtain for our problem an adapted input-output model. So it is that the continuous control of a solar heating (or any analogous process) depends on the analytical modelling of the heat transfers in the plant.

From that trivial consideration one shows the way which though the building of an universal heat transfers model described by reduced variables leads to the solution (with small computing means) of the problem. The stake (i.e. the possible increase of the efficiency) is illustrated by a numerical example since the introducing chapter and the following results prove that the choiced example is not an exception.

Finally some applications of that model, distinct from the elementary heating regulation, are presented : static and dynamic optimal control procedures, heating plant designing.

1. Introduction. — La tradition veut que la commande des systèmes de chauffage-solaire actifs soit décomposée en deux parties non couplées entre elles :

— d'une part la régulation par tout ou rien de la liaison entre le champ de capteur et les stocks de chaleur ;

— d'autre part celle du transfert de la chaleur des stocks vers la maison par des dispositifs thermostatiques.

Lorsqu'il y a plusieurs stocks à des températures

différentes, leur gestion fait en général appel à des procédures de décision dont les variables d'entrée sont les différences de température et les variables commandées des vannes d'aiguillage.

La disposition en « tampon » des stocks est-elle un avatar du recours exclusif à des commandes de cette conception, ou bien est-ce à l'inverse la primauté d'une telle disposition qui a conduit à adopter ce genre de commande dont on peut facilement montrer l'optimalité en régime permanent ? Répondre à pareille question serait certainement très enrichissant du

point de vue sociologique mais dépasse de beaucoup l'enjeu de notre étude. La question montre l'étroite symbiose entre l'architecture du dispositif thermique et la technique de commande, symbiose probablement d'autant plus forte que l'une est restreignante pour l'autre et réciproquement.

Les avantages de ce genre de commandes sont la faible quantité d'information pour leur mise en œuvre (en particulier et jusqu'à maintenant le non-recours à un modèle thermique de l'ensemble constitué par le bâtiment et son dispositif de chauffage) d'où il découle la possibilité de réalisations standardisées indépendantes du dimensionnement et la relative simplicité des actionneurs (pompes à débit constant, vannes).

Un certain nombre d'inconvénients liés au principe même du tout ou rien ont fait l'objet d'études destinées à les analyser et à y remédier. On a en particulier cherché à maîtriser les « régimes d'impulsion » qui affectent le système en début de journée quand le capteur est le siège d'une série de vidanges suivies par des périodes de chauffage à débit nul, jusqu'à ce que la puissance solaire soit telle qu'un régime permanent s'instaure. On peut montrer que le seuil de déclenchement de la pompe de circulation est le principal responsable de ces régimes d'impulsion (on suppose, bien entendu, que la commande est dotée d'une temporisation masquant au démarrage la « tranche froide » correspondant au passage du fluide froid provenant des canalisations de liaison entre stock et capteur).

Mais il est un inconvénient qu'on a assez peu cité et qui est que l'efficacité de ce type de chauffage n'est pas souvent proche de sa valeur maximum possible compte tenu des caractéristiques de chacun des composants et des niveaux thermiques des différentes sources et récepteurs. Un exemple illustrera cette affirmation : soit un système de chauffage constitué par un capteur de 20 m^2 , $B = 0,7$; $K = 4 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$, $4,8 \text{ m}^2$ de radiateurs dont l'émissivité est de $50 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ et un stock. Il est destiné à chauffer un logement de 350 m^3 ($G = 0,85$). Le débit maximum des pompes de circulation est de $1 \text{ m}^3/\text{h}$. On considère le cas suivant qui correspond à une belle matinée de printemps :

- Température extérieure 0°C .
- Puissance solaire incidente sur les capteurs 360 W/m^2 .
- Température intérieure désirée 18°C .
- Besoins pour assurer 18°C : $5\,300 \text{ W}$.
- Apports gratuits : $1\,700 \text{ W}$.

Les besoins de chauffage se montrent donc à $3\,600 \text{ W}$.

On suppose que la température du stock est de 50°C , ce qui est suffisant pour chauffer la maison sans appoint.

Avec les modèles d'échange retenus (voir ci-après § 2.2.2) la performance de la configuration classique est la suivante :

$$w_{\text{solaire}} = 1\,060 \text{ W}$$

$$\theta_{\text{s capteur}} = 50,7^\circ\text{C}$$

$$\theta_{\text{e capteur}} = 50^\circ\text{C}$$

$$d_{\text{capteur}} = 1 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$d_{\text{radiateur}} = 1 \text{ m}^3/\text{h}$$

Fig. 1. — Fonctionnement classique d'une installation de chauffage solaire.

[Classical working of a solar heating plant.]

Si on adopte la configuration suivante, où l'eau sortant des radiateurs retourne au capteur, les performances sont :

$$w_{\text{solaire}} = 2\,400 \text{ W},$$

$$\theta_{\text{s capteur}} = 41,2^\circ\text{C}$$

$$\theta_{\text{e capteur}} = 24^\circ\text{C}$$

$$d_{\text{capteur}} = 0,120 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$d_{\text{radiateur}} = 0,120 \text{ m}^3/\text{h}$$

Fig. 2. — Fonctionnement d'une installation de chauffage solaire avec la mise en série du stock et du radiateur.

[Working of a solar heating plant with a serial disposition of the water storage and the radiator.]

En fait pour la situation considérée on maximisera l'énergie solaire captée si l'on adopte le schéma de transfert suivant où l'on alimente le radiateur avec un mélange entre l'eau qui sort du capteur et celle provenant du stock :

$$w_{\text{solaire}} = 2\,500 \text{ W}^{(1)}$$

⁽¹⁾ Remarque : la captation solaire serait augmentée si l'on connectait directement le capteur sur le radiateur. Avec $d_c = d_r = 1 \text{ m}^3/\text{h}$ on transférerait $2\,780 \text{ W}$ dans l'habitat. Mais cette puissance est ici insuffisante pour réguler la température à 18°C et on assure le complément sous forme d'un transfert d'énergie du stock vers la maison.

$$\begin{aligned}\theta_{\text{scapteur}} &= 40,8^\circ\text{C} \\ \theta_{\text{ecapteur}} &= 22^\circ\text{C} \\ d_{\text{capteur}} &= 0,110 \text{ m}^3/\text{h} \\ d_{\text{radiateur}} &= 0,150 \text{ m}^3/\text{h}.\end{aligned}$$

Fig. 3. — Fonctionnement d'une installation de chauffage solaire lorsque le radiateur est alimenté par un mélange entre l'eau du stock et celle sortant du capteur.

[Working of a solar heating plant when the radiator receives a mixing of water from the storage and from the collectors.]

Optimiser veut dire ici : maximiser la captation d'énergie solaire pour un besoin de chauffage donné.

Nous nous limitons à la recherche de transferts optimaux c'est-à-dire : le besoin de chaleur $w(t)$ étant supposé connu, $\theta_i(t)$, $\theta_{II}(t)$, $\theta_{ex}(t)$, $E_n(t)$ étant mesurés, trouver le cycle et les valeurs des débits d_c et d_r qui maximisent $w_c(t)$.

L'exemple choisi illustre deux banalités, l'une à propos de la structure et l'autre de la décision :

- 1) Le rendement du capteur est d'autant meilleur que la température du milieu récepteur est basse ;
- 2) les températures ne suffisent pas pour calculer des bonnes décisions.

On voit maintenant comment se pose en toute généralité le problème de la régulation optimale des systèmes de chauffage (solaires ou non, là n'est finalement pas la question comme nous le verrons lors de la modélisation des transferts thermiques). Et puisqu'il s'agit de calculer et de contrôler des flux d'énergie thermique on aura toujours besoin :

- 1) d'un modèle global des transferts thermiques ;
- 2) des mesures des différences de température entre les sources et récepteurs d'énergie (notion relative au rôle joué par les réserves de chaleur) ;
- 3) de concevoir des composants adaptés à la réalisation des commandes.

Nous allons maintenant étudier la régulation optimale du système de chauffage solaire le plus simple que l'on puisse concevoir, dont les composants se réduisent à un champ de capteurs plans, un ensemble de radiateurs équilibré, ou une dalle à faible inertie, et un stock. On suppose que l'énergie d'appoint est fournie par un dispositif indépendant, c'est-à-dire sans interaction avec le système solaire. Cette hypo-

thèse ne préjuge pas d'une éventuelle insertion de l'appoint dans le circuit des radiateurs, si l'on montre par ailleurs que les périodes où l'appoint est utilisé correspondent à une captation d'énergie solaire généralement nulle ou négligeable.

Nous montrerons ensuite que la technique retenue pour les transferts de chaleur dans l'habitat représente le cas limite, plus facile à décrire, d'un transfert par air pulsé sur échangeurs air + eau à contre-courant quand le débit d'air tend vers l'infini.

2. Description des échanges, préparation des modèles.

— 2.1 NOTATIONS. — Pour des commodités d'exposé nous allons adopter les notations suivantes :

C : passage du fluide dans le capteur

I : passage dans le radiateur ou l'échangeur à contre-courant

II : passage dans le stock.

1) Variables physiques :

	unité
θ_e : température de sortie du capteur	K
θ_{ec} : température d'entrée du capteur	K
θ_r : température de sortie du radiateur	K
θ_{er} : température d'entrée du radiateur	K
θ_{II} : température du stock	K
θ_I : température de l'habitat	K
θ_{ex} : température extérieure	K
E_n : flux solaire incident sur les capteurs	W/m ²
θ_{ss} : température de stagnation des capteurs	K
w : puissance de chauffage à fournir	W
w_{ch} : puissance de chauffage fournie par le système solaire	W
w_a : puissance de l'appoint	W
w_c : puissance solaire captée	W
d_c : débit dans les capteurs	m ³ /s
d_r : débit dans les radiateurs.	m ³ /s

2) Paramètres de dimensionnement :

B : facteur optique des capteurs	
K : coefficient surfacique de perte des capteurs	W/m ² . K
Σ : surface des capteurs	m ²
S : surface des radiateurs	m ²
α : émissivité des radiateurs.	W/m ² . K

3) Variables réduites :

θ : température réduite	
$1/X$: débit réduit dans le capteur	
$1/x$: débit réduit dans le radiateur	
σ_{ch} : facteur de transfert thermique des radiateurs	
σ_c : facteur de transfert thermique des capteurs vers l'installation.	

4) Paramètre réduit :

b : facteur de dimensionnement de l'installation.	
---	--

5) Constantes physiques :

ρ : masse spécifique de l'eau	kg/m ³
c : chaleur spécifique de l'eau.	J/kg . K

2.2 DESCRIPTION DU SYSTÈME. — 2.2.1 *Les interconnexions.* — On peut en toute généralité définir 12 cycles de fonctionnement : L'ensemble de ces interconnexions est réalisable à partir de la structure ci-dessous :

Fig. 4. — Structure d'interconnexion assurant tous les cycles thermiques possibles dans une installation de chauffage solaire.

[Connection structure for all the possible heat transfers in a solar heating plant.]

2.2.2 *Les composants.* — 2.2.2.1 *Les capteurs.* — On suppose que les capteurs solaires se comportent comme un échangeur plongé dans un milieu à la température,

$$\theta_{ss} = BE_n/K + \theta_{ex},$$

température dite de stagnation des capteurs.

On admettra par ailleurs que leur inertie est suffisamment faible pour que l'on puisse négliger les régimes transitoires ⁽²⁾. Le modèle de transfert retenu prend alors la forme [1] :

$$\begin{aligned} \theta_c - \theta_{ec} &= (\theta_{ss} - \theta_{ec}) \left(1 - \exp \left[-\frac{K\Sigma}{d_c \rho c} \right] \right) \\ w_c &= d_c \rho c (\theta_{ss} - \theta_{ec}) \left(1 - \exp \left[-\frac{K\Sigma}{d_c \rho c} \right] \right) \end{aligned} \quad (1)$$

2.2.2.2 *Les radiateurs.* — En première approximation on adopte pour les radiateurs un modèle d'échangeur plongé dans un milieu à la température uniforme θ_l de l'habitat. Ce modèle est particulièrement adapté aux radiateurs basse température de faible hauteur et aux dalles minces isolées. On admet de même que leur inertie est faible en regard de la vitesse de variation de la température extérieure et plus généralement des sollicitations thermiques du bâtiment. Le modèle d'échange prend alors la forme [2] :

⁽²⁾ Si la mesure de θ_{ss} est effectuée par le truchement d'un capteur dont les caractéristiques statiques sont celles des capteurs utilisés et dont le comportement dynamique en est voisin, alors le modèle, bien qu'étant représentatif des régimes permanents, rendra compte de l'essentiel des régimes transitoires liés aux variations de l'ensoleillement.

Nom	Schéma	Condition	N°
C I		$d_c = d_r$	1
C I II		$d_c = d_r$	6
C II I		$d_c = d_r$	4
II I		$d_c = 0$	8
C I'		$d_c > d_r$	2
C I''		$d_c < d_r$	3
C I II'		$d_c > d_r$	7
C I II''		$d_c < d_r$	—
C II I'		$d_c > d_r$	5
C II I''		$d_c < d_r$	—
C II		$d_r = 0$	9
C II, II I			98

$$\begin{aligned} \theta_{er} - \theta_r &= (\theta_{er} - \theta_l) \left(1 - \exp \left[-\frac{\alpha S}{d_r \rho c} \right] \right) \\ w_{ch} &= d_r \rho c (\theta_{er} - \theta_l) \left(1 - \exp \left[-\frac{\alpha S}{d_r \rho c} \right] \right) \end{aligned} \quad (2)$$

2.2.2.3 *Le stock.* — On suppose que l'extraction et la fourniture de chaleur sont directement effectuées par soutirage et injection d'eau dans le stock. Cette hypothèse est cohérente avec l'emploi de capteurs à ruissellement, de capteurs vidangés automatiquement

lorsque leur température descend sous un certain seuil ou même avec des transferts assurés par des échangeurs eau-eau largement dimensionnés. On admet qu'il n'y a aucune stratification.

2.3 RÉDUCTION DES VARIABLES, INTÉRÊT ET NÉCESSITÉ. — Si pour chacun des douze cycles possibles on rajoute aux quatre équations (1) et (2) celles qui décrivent la conservation de la chaleur aux nœuds, on montre sans difficulté qu'à chaque triplet (w_{ch}, d_c, d_r) , θ_{ss} , θ_I et θ_{II} étant données, on peut associer une valeur et une seule pour w_c . Les équations étant non linéaires en d_c et d_r , il faudra un grand nombre d'itérations avant de trouver pour une valeur de w_{ch} les valeurs d_c et d_r qui maximisent w_c .

Au stade de l'exposé il faut bien mentionner que l'intérêt d'une régulation optimale n'est pas limité à la régulation d'une installation. Elle est aussi destinée à la mise en œuvre de programmes de commande optimale dynamique, c'est-à-dire au calcul de gestions optimales des stocks de chaleur constitués par l'habitat lui-même (commande journalière) et le stock (commande annuelle). Sans entrer ici dans les détails on retiendra que de tels calculs réclament un très grand nombre d'itérations (de l'ordre de 10^4 pour le calcul prévisionnel des trajectoires optimales prévisionnelles de la température de la maison avec un pas de temps d'une heure). C'est pourquoi il est inconcevable de se pénaliser à chaque itération par la recherche d'un maximum dans un espace de variable à deux dimensions. Aussi avons-nous opté pour une formalisation aussi directe que possible du transfert optimal. La complexité des équations (1) et (2) et des formules analytiques w_{ch} et w_c pour chaque cycle pouvait faire penser que l'on ne pourrait pas caractériser un algorithme valable pour toutes les combinaisons des paramètres de dimensionnement et des variables d'entrées w_{ch} , θ_I , θ_{II} , θ_{ex} , E_n du système.

On y est parvenu à partir de l'analyse suivante :

1) — la mesure de θ_{ss} agrège les variables E_n et θ_{ex}

— on peut définir deux débits réduits

$$1/x = \frac{d_r \rho c}{\alpha S} \quad (3)$$

$$1/X = \frac{d_c \rho c}{\alpha S} \quad (4)$$

— un seul paramètre suffit alors pour caractériser le dimensionnement du système :

$$b = \frac{K \Sigma}{\alpha S} \quad (5)$$

2) Admettant que $\theta_{II} > \theta_I$, on remarque que la puissance solaire maximale que l'on peut transférer dans l'habitat avec la surface Σ de capteurs vaut : $\Sigma(BE_n - K(\theta_I - \theta_{ex}))$, valeur obtenue pour un débit infini et une surface infinie de radiateurs.

Cette valeur de référence peut être mise sous la forme

plus suggestive :

$$\Sigma(BE_n - K(\theta_I - \theta_{ex})) = \Sigma K(\theta_{ss} - \theta_I).$$

On définit alors deux facteurs de transfert thermique, variables d'échanges réduites sans dimension :

$$\sigma_{ch} = \frac{w_{ch}}{\Sigma K(\theta_{ss} - \theta_I)} \quad (6)$$

$$\sigma_c = \frac{w_c}{\Sigma K(\theta_{ss} - \theta_I)}. \quad (7)$$

3) Enfin, de la linéarité en $\theta_{ss} - \theta_I$, $\theta_{ss} - \theta_{II}$ et $\theta_{II} - \theta_I$ des modèles de transfert des cycles découle la notion de potentiel thermique. Or on vient de définir un potentiel thermique de référence, $\theta_{ss} - \theta_I$.

Il est alors évident que les échanges sont entièrement définis pour ce qui concerne la température, par la seule variable réduite :

$$\theta = \frac{\theta_{II} - \theta_I}{\theta_{ss} - \theta_I} \quad (8)$$

qui mesure vu de l'habitat le potentiel thermique du stock par rapport à celui du capteur.

L'ensemble, modèles (1) et (2) et systèmes de réduction (3), (4), (5) (6) et (7) fournit un outil compact et efficace pour analyser le comportement du système (réseaux de courbes universelles iso θ dans le repère (σ_c, σ_{ch})) et en déduire un programme court qui calcule relativement rapidement le transfert optimal. Ce sont les résultats que nous allons maintenant nous attacher à établir.

3. Modèles et courbes universelles ; interprétation.

— 3.1 ANALYSE QUALITATIVE. — 1) Les cycles C I II' et C II I'' sont à éliminer.

En effet C I II' correspond à un débit capteur inférieur au débit maximum, ce qui réduit le rendement dès que $\theta_{ss} > \theta_{II}$, c'est-à-dire quand on peut capter.

De même adopter C II I'' c'est, partant d'une situation où $d_c = d_r$, diminuer le débit pour la même température θ_{ec} , donc réduire le rendement de captation.

2) On remarque que les σ_{ch} des cycles C II I et II I sont identiques et qu'il en est de même des σ_c de C I II et C II. On remarque également que l'on passe de C II I à C I II et de C I' à C I'' en échangeant les deux composants de transfert, capteur et radiateur. Comme capteur et radiateur ont le même modèle, on passe des modèles de C II I et C I' à ceux de C I II et C I'' respectivement par les opérations de correspondances suivantes :

$$C II I \leftrightarrow C I II$$

$$C I' \leftrightarrow C I''$$

$$\theta \leftrightarrow 1 - \theta$$

$$e^{-x} \leftrightarrow e^{-bx}$$

$$e^{-bx} \leftrightarrow e^{-x}$$

$$x \leftrightarrow X$$

$$\begin{aligned} X &\leftrightarrow x \\ \sigma_c &\leftrightarrow \sigma_{ch} \\ \sigma_{ch} &\leftrightarrow \sigma_c \end{aligned}$$

3) On note enfin que $\sigma_c^{CI} = \sigma_{ch}^{CI}$ et que les facteurs σ_{ch} et σ_c respectivement des cycles C II I et C II I' et des cycles C I II et C I II' sont identiques.

Ces trois premières remarques réduisent le nombre de modèles de transfert à étudier de 20 à 7 :

4) De la linéarité en θ on déduit deux propriétés importantes des courbes iso débit dans le repère (σ_{ch}, σ_c) :

- ce sont des droites graduées en θ
- sur chaque droite la graduation est proportionnelle, par un facteur fonction des débits, d'où l'on déduit une méthode graphique extrêmement simple pour construire les iso θ (voir figures 6 à 10).

3.2 LES MODÈLES, DOMAINES D'UTILISATION, REPRÉSENTATION GRAPHIQUE. — 3.2.1 *Choix d'un exemple numérique.* — Le cycle C I sert de cycle de référence puisque la limite de son transfert thermique est $\Sigma K(\theta_{ss} - \theta_l)$. On pourra vérifier que $\sigma_c^{CI} \rightarrow \frac{1}{1+b}$ quand $\frac{1}{x} \rightarrow \infty$ et que par ailleurs

$$\frac{\partial \sigma_c^{CIII}}{\partial b} \text{ et } \frac{\partial \sigma_c^{CIII}}{\partial b} < 0 \text{ tant que } \sigma_c^{CIII} \text{ et } \sigma_c^{CIII} > 0$$

3.2.3 Cycles C II I et C I II, $1/x = 1/X$ (par correspondances).

• Modèles C II I

$$\sigma_c^{CIII} = \frac{1 - e^{-bx}}{bx} (1 - \theta e^{-x})$$

$$\sigma_{ch}^{CIII} = \frac{\theta}{bx} (1 - e^{-x})$$

• Limites du domaine d'utilisation :

la droite $1/x \text{ max}$

$$\sigma_{ch}^{CIII} = 0 \text{ soit } \theta = 0$$

$$\sigma_c^{CIII} = 0 \text{ soit } \theta = e^x$$

C I II

$$\sigma_{ch}^{CIII} = \frac{1 - e^{-x}}{bx} (1 - (1 - \theta) e^{-bx})$$

$$\sigma_c^{CIII} = \frac{1 - \theta}{bx} (1 - e^{-bx})$$

la droite $1/x \text{ max}$

$$\sigma_c^{CIII} = 0 \text{ soit } \theta = 1$$

$$\sigma_{ch}^{CIII} = 0 \text{ soit } \theta = 1 - e^{+bx}$$

Or la sensibilité en b de $\frac{1}{1+b}$ est faible pour autant que $b < 0,5$. Nous avons choisi $b = 0,33$ qui correspond, entre autres au jeu de valeur $\{ K = 4; B = 0,7; \alpha = 50; S/\Sigma = 0,24 \}$. $\sigma_c^{CI}(\infty) \simeq 0,75$, valeur atteinte à mieux que 10^{-3} pour $\frac{1}{x} \text{ max} = 5$ soit $51 \text{ l/m}^2 \text{ h}$. Toutes les courbes ci-après sont établies pour ces valeurs de b et $\frac{1}{x} \text{ max}$.

3.2.2 Cycle C I, $1/x = 1/X$.

$$\sigma_c^{CI} = \sigma_{ch}^{CI} = \frac{(1 - e^{-x})(1 - e^{-bx})}{bx(1 - e^{-(b+1)x})}$$

— la courbe universelle correspondant au cycle C I est graduée en débit, à chaque valeur de b est associée une graduation

— le domaine d'utilisation de C I est limité par $\theta_{ss} > \theta_l$ et par $1/x > 1/X \text{ max}$.

On remarquera que les courbes C II I couperont C I pour la valeur $\theta_c = \theta_{II}$ et pour le même débit. Une remarque duale peut être faite à propos des courbes C I II.

Fig. 5. — Courbe universelle du cycle C I.

[Universal curves for the thermal loop C I.]

• Existence d'un maximum en σ_c
 défini par $\frac{\partial \sigma_c^{CIII}}{\partial x} = 0$, soit :

$$\theta(x) = \frac{1 - (1 + bx) e^{-bx}}{e^{-x}(1 + x - (1 + (b + 1)x) e^{-bx})}$$

$$\sigma_c^{CIII} \max = \frac{(1 - e^{-bx})^2}{b(1 + x - (1 + (b + 1)x) e^{-bx})}$$

• Domaine d'existence du maximum

$$\theta \in \left] \frac{b}{2 + b}, \infty \right[$$

θ décroissante en $1/x$
 $\sigma_c^{CIII} \max$ décroissant en $1/x$

Existence d'un maximum en σ_{ch}
 défini par $\frac{\partial \sigma_{ch}^{CIII}}{\partial x} = 0$, soit :

$$1 - \theta(x) = \frac{1 - (1 + x) e^{-x}}{e^{-bx}(1 + bx - (1 + (b + 1)x) e^{-x})}$$

$$\sigma_{ch}^{CIII} \max = \frac{(1 - e^{-x})^2}{1 + bx - (1 + (b + 1)x) e^{-x}}$$

$$\theta \in \left] -\infty, \frac{b}{b + 0,5} \right[$$

θ croissante en $1/x$
 $\sigma_{ch}^{CIII} \max$ croissant en $1/x$.

Fig. 6. — Courbes universelles du cycle C II I.

[Universal curves for the thermal loop C II I.]

L'analyse des courbes ci-après (Figs. 6 et 7) montre que pour $\theta \in [0, 1]$ intervalle où C II et C II I sont au choix utilisables, pour les mêmes valeurs de σ_{ch} et θ , alors $\sigma_c^{CIII} < \sigma_{ch}^{CIII}$, ce qui signifie que C II est plus efficace en chauffage :

$$\sigma_{ch}^{CIII} \max > \sigma_c^{CIII} \max .$$

En revanche C II I l'est plus en captation :

$$\sigma_c^{CIII} \max > \sigma_{ch}^{CIII} \max .$$

3.2.4 Cycle C II I'. $1/X > 1/x$. — L'équation du mélange est :

$$\frac{\theta_{ec}}{X} = \frac{\theta_r}{x} + \theta_{II} \frac{x - X}{xX}$$

Fig. 7. — Courbes universelles du cycle C I II.

[Universal curves for the thermal loop C I II.]

alors $\sigma_c^{CIII'} = \frac{1 - e^{-bX}}{bX} \left(1 - \theta \left(1 - \frac{X}{x} (1 - e^{-x}) \right) \right)$. le maximum en $1/X$ est défini par $\frac{\partial \sigma_c}{\partial X} = 0$ soit

On note que, le débit étant $1/x$, la valeur limite de θ en deçà de laquelle passer de C II I à C II I' améliore σ_c est donnée par :

$$\frac{\partial \sigma_c^{CIII'}}{\partial X} (x = X) = 0.$$

Elle définit une courbe de transition T dans le repère σ_c, σ_{ch} dont les équations paramétrées sont :

$$\theta(x) = \frac{1 - (1 + bx) e^{-bx}}{1 - e^{-bx}(1 + bx e^{-x})}$$

$$\sigma_c^{CIII'}(x) = \frac{(1 - e^{-bx})^2 (1 - e^{-x})}{bx(1 - e^{-bx}(1 + bx e^{-x}))}$$

le mélange améliore σ_c à gauche de T (voir Fig. 8). On remarque par ailleurs que pour σ_{ch} donné on a :

$$\frac{\partial \sigma_c^{CIII'}}{\partial X} = b e^{-bX} \sigma_{ch} - (1 - \theta) \frac{1 - (1 + bX) e^{-bX}}{bX^2}$$

$$\sigma_{ch} = (1 - \theta) \frac{1 - (1 + bX) e^{-bX}}{b^2 X^2 e^{-bX}}.$$

Si σ_{ch} est petit, alors $\frac{\partial \sigma_c}{\partial X} < 0$ et σ_c est monotone croissante en $1/X$. Le débit qui maximise σ_c est $1/X \max$: les courbes iso θ du mélange optimal sont alors des segments de droites parallèles entre eux

$$\sigma_c^{CIII'} = \frac{1 - e^{-bX}}{bX} (1 - \theta) + (1 - e^{-bX}) \sigma_{ch}^{CIII'},$$

$$\text{où } \frac{1}{X} = \frac{1}{X} \max.$$

Les droites iso débits correspondantes sont concourantes sur l'axe σ_c avec l'iso débit $1/x \max$ de C II I.

Il n'existe de maximum au sens mathématique que dans la zone comprise entre la courbe de transition T

Fig. 8. — Courbes universelles du cycle C II I'.

[Universal curves for the thermal loop C II I'.]

et la droite T' définie par

$$\sigma_{ch} = (1 - \theta) \frac{1 - (1 + bX) e^{-bX}}{b^2 X^2 e^{-bX}},$$

$$1/X = 1/X \text{ max.}$$

(lorsque $1/X \text{ max} \rightarrow \infty$, la pente de T' $\rightarrow 1/2$ et coupe pour $\theta = \frac{b}{2+b}$ la courbe T sur la droite iso débit

$1/X = \infty$ de C II I, où $\sigma_c = \frac{1}{1+b/2}$ et $\sigma_{ch} = \sigma_c/2$).

Pour éviter le calcul complexe du maximum, entre T et T', nous avons défini la procédure suivante qui donne le maximum à mieux que 10^{-3} : raccorder linéairement en $\sigma_{ch} X$ et $1/x$ entre T et T' aux valeurs limites respectives sur T et T'.

3.2.5 Cycle C I II'. $1/X > 1/x$.

$$\sigma_{ch}^{C I II'} = \frac{1 - e^{-x}}{bX} (1 - (1 - \theta) e^{-bX}).$$

La captation solaire est maximale pour $1/X = 1/X \text{ max}$ et la valeur $\sigma_c^{C I II'} = \frac{1 - \theta}{bX} (1 - e^{-bX})$, $1/X = 1/X \text{ max}$, est indépendante de σ_{ch} que l'on ajuste au moyen de $1/x$. Pour les valeurs de θ telles que $\sigma_{ch}^{C I II'}$ admet un maximum, on adopte le cycle C I II' quand $\sigma_{ch} \in [0, \sigma_{ch}^{C I II'}(1/X \text{ max})]$ et C I II pour

$$\sigma_{ch} \in [\sigma_{ch}^{C I II'}(1/X \text{ max}), \sigma_{ch}^{C I II'} \text{ max}].$$

L'ensemble de ces informations est résumé sur la figure 9 ci-après.

Fig. 9. — Courbes universelles du cycle C I II'.
[Universal curves for the thermal loop C I II']

3.2.6 Cycles CI' $1/X > 1/x$ et CI'' $1/X < 1/x$ (par correspondances).

• Modèles

CI'	$\longleftrightarrow$	CI''
$\frac{\theta_{ec}}{X} = \frac{\theta_r}{r} + \frac{\theta_{II}(x - X)}{xX}$		$\frac{\theta_{er}}{x} = \frac{\theta_c}{X} + \frac{\theta_{II}(X - x)}{xX}$
$\sigma_c^{CI'} = \frac{(1 - e^{-bX}) \left(1 - \frac{X}{x} e^{-x} - \theta \left(1 - \frac{X}{x} \right) \right)}{bX \left(1 - \frac{X}{x} e^{-(x+bX)} \right)}$		$\sigma_{ch}^{CI''} = \frac{(1 - e^{-x}) \left(\frac{x}{X} (1 - e^{-bX}) + \theta \left(1 - \frac{x}{X} \right) \right)}{bx \left(1 - \frac{x}{X} e^{-(x+bX)} \right)}$
$\sigma_{ch}^{CI'} = \frac{(1 - e^{-x}) \left(1 - e^{-bX} + \theta e^{-bX} \left(1 - \frac{X}{x} \right) \right)}{bx \left(1 - \frac{X}{x} e^{-(x+bX)} \right)}$		$\sigma_c^{CI''} = \frac{(1 - e^{-bX}) \left(1 - \frac{x}{X} e^{-x} - \theta e^{-x} \left(1 - \frac{x}{X} \right) \right)}{bX \left(1 - \frac{x}{X} e^{-(x+bX)} \right)}$

• Limites du domaine d'utilisation

les droites $1/x$ max et $1/X$ max

$$\sigma_c^{CI'} = 0, \text{ soit } \theta = \frac{1 - \frac{X}{x} e^{-x}}{1 - \frac{X}{x}}$$

$$\sigma_{ch}^{CI'} = 0, \text{ soit } \theta = \frac{(1 - e^{-bX})}{e^{-bX} \left(1 - \frac{X}{x} \right)}$$

$$\sigma_{ch}^{CI''} = 0, \text{ soit } \theta = - \frac{\frac{x}{X} (1 - e^{-bX})}{1 - \frac{x}{X}}$$

$$\sigma_c^{CI''} = 0, \text{ soit } \theta = \frac{1 - \frac{x}{X} e^{-x}}{e^{-x} \left(1 - \frac{x}{X} \right)}$$

Fig. 10. — Courbes universelles du cycle C I' et C I''.

[Universal curves for the thermal loops C I' and C I'']

L'examen des courbes de la figure 10 montre que le cycle C I' est intéressant pour les valeurs de σ_{ch} proches de $1/1 + b$ avec un débit capteur $1/X$ max, ainsi que pour les faibles valeurs de θ et σ_{ch} simultanément, avec un débit capteur également de $1/X$ max.

Le cycle C I'' joue un rôle équivalent pour σ_{ch} proche de $1/1 + b$ mais du fait de la dissymétrie induite par la faible valeur de b , on aura à l'utiliser aussi pour des valeurs élevées de σ_{ch} et alors le débit optimum n'est plus $1/x$ max et sa valeur dépend de θ et σ_{ch} d'une façon relativement complexe. L'analyse systématique des résultats numériques a montré que la recherche du maximum était acquise en 3 opérations :

— pour un débit radiateur $1/x$ moyen, par exemple $0,5 \cdot 1/x$ max, rechercher le débit $1/X < 0,5 \cdot 1/x$ max qui assure σ_{ch} (dichotomie), soit $1/X_0$ et soit

$$\Delta_0 = 0,5 \cdot 1/x \text{ max} - 1/X_0.$$

— maximiser σ_c en $1/x$ et en prenant $1/X = 1/x - \Delta_0$, soit $1/x$

— réajuster Δ pour que les débits $1/x^*$ et

$$1/X = 1/x^* - \Delta$$

assurent σ_{ch} .

On a observé que Δ_0 est toujours petit. Pour $b = 0,33$, sa valeur maximum est de 0,33.

4. Transferts optimaux. Interprétation des résultats.

— 4.1 OPTIMISATION DES TRANSFERTS À DÉBITS VARIABLES : Programme BRP. — On utilise les modèles universels décrits ci-dessus pour calculer l'optimum statique correspondant à chaque couple (σ_{ch}, θ) . L'analyse précédente nous a déjà fourni l'optimum pour les cycles C II, C II', C I', C I'', C II et C II'. On détermine ensuite l'optimum global par comparaison systématique des résultats. (Cette méthode aussi bien graphique qu'informatique n'est naturellement utilisée qu'à ce niveau de l'étude. Elle est en effet beaucoup trop lourde en temps calcul pour qu'on envisage d'y recourir dans les simulations et lors de la mise en œuvre effective d'une commande).

La figure 11 montre quelques courbes iso θ optimales qui fournissent de précieuses informations pour la conception d'un programme de régulation d'exécution rapide. Une première version d'un tel programme a été réalisée et implémentée sur une calculatrice HP41C. Elle occupe environ 1 500 octets de mémoire. On trouvera en annexe la liste des principaux tests du programme avec leurs justifications analytiques et logiques.

Fig. 11. — Visualisations par courbes universelles pour $b=0,33$ d'une régulation optimale utilisant les cycles C I, C I II, C II I, C II I', C I' et C I'' à débits variables pour la commande du chauffage d'un habitat ($\theta > 0$)

[Universal curves for $b = 0.33$ of an optimal regulation with the thermal loops C I, C I II, C II I, C II I', C I' and C I'' and with continuous controlled water flows for the control of a solar heating plant ($\theta > 0$).]

Fig. 12. — Comparaison de l'efficacité d'une régulation optimale et d'une régulation classique par tout ou rien (courbes iso θ).

[Compared efficiencies of an optimal regulation and of a classical threshold control (iso θ curves).]

4.2 INTERPRÉTATION DES RÉSULTATS. — La représentation des courbes iso θ dans le repère (σ_c , σ_{ch}) est un outil graphique assez pratique pour comparer l'efficacité de systèmes de chauffage solaire, tant du côté de leur dimensionnement (en composant les familles de courbes iso θ associées à plusieurs valeurs de b) que des procédures de commandes. Celles-là constituant le sujet principal de cette brève étude, nous avons représenté sur la figure 12 ci-après des courbes correspondant à 4 valeurs bien distinctes de θ {0,1; 0,3; 0,7 et 2} pour deux configurations de commande : l'une classique capteur-stock, stock-habitat que l'on peut décrire thermiquement avec le modèle C II' restreint aux segments de droites

parallèles à l'axe σ_{ch} (voir § 3.2.5 et figure 9); l'autre correspond à la régulation optimale avec débits variables et vannes d'aiguillage.

On suppose évidemment que l'appoint ne vient qu'en complément lorsque σ_{ch} dépasse $\sigma_{ch \max}$.

Afin de mieux fixer les idées, nous avons traduits les valeurs de θ retenues pour la comparaison dans le tableau ci-dessous pour diverses configurations types de la période de chauffage. Ce tableau indique les puissances solaires correspondant aux valeurs de θ pour les combinaisons de température typiques choisies (les données numériques sont celles de l'exemple du paragraphe 3.2.1).

θ	$\theta_I = 18^\circ\text{C}$					
	$\theta_{ex} = 0^\circ\text{C}$			$\theta_{ex} = 10^\circ\text{C}$		
	$\theta_{II} = 30^\circ\text{C}$	50°C	80°C	$\theta_{II} = 30^\circ$	50°C	80°C
0,1	815	-	-	755	-	-
0,3	365	735	-	306	675	-
0,7	206	378	640	147	318	580
2	141	200	290	82	141	230

Fig. 13. — Valeurs de E_n normale au plan des capteurs.

[Values of the solar power incident on the solar collector.]

On constate alors que la régulation optimale du système de chauffage permet de valoriser le stock lorsque celui-ci est redescendu à un niveau de température relativement faible. Les effets sur le bilan thermique sont doublement bénéfiques :

- plus grande quantité d'énergie solaire captée et stockée;
- moindre utilisation de l'énergie d'appoint.

5. **Extension du modèle.** — Le modèle actuel est limité, on l'a vu, au calcul du régime permanent d'un système de chauffage dont on peut considérer que ses émetteurs de chaleur voient le milieu où ils dissipent comme homogène.

On peut étendre le modèle en considérant que l'émission de chaleur est à air pulsé ce qui signifie que le chauffage de l'air a lieu grâce à un échangeur eau-air à contre-courant.

Le modèle d'échange d'un tel dispositif est le suivant [2] :

S : = surface d'échange

α : = émissivité de la surface d'échange

$\frac{1}{x} = \frac{d_e \rho_e c_e}{\alpha S}$: = débit réduit de l'eau

$\frac{1}{y} = \frac{d_a \rho_a c_a}{\alpha S}$: = débit réduit de l'air

avec les notations :

$$\delta = x - y$$

$$\eta = \frac{1 - e^{-\delta}}{1 - y/x e^{-\delta}}$$

les échanges satisfont les équations suivantes :

$$T_1 - T_2 = \eta(T_1 - T_e)$$

$$w_{ch} = \frac{\alpha S}{x} \eta(T_1 - T_e) \quad (1')$$

Remarques

1) (1') $\rightarrow$ (1) quand $y \rightarrow 0$, c'est-à-dire quand le débit d'air tend vers l'infini. Le modèle (1') peut ainsi rendre compte avec plus de précision que (1) des échanges réels puisqu'on sait bien que sauf dans le cas d'une dalle ou de radiateurs de très faible hauteur,

l'hypothèse d'un milieu récepteur de température uniforme n'est qu'une approximation.

2) On passe de (1) à (1') en remplaçant le facteur

$$(1 - e^{-x}) \text{ par } \frac{1 - e^{y-x}}{1 - y/x e^{y-x}},$$

d'où il vient que l'on peut réécrire directement tous les coefficients σ_{ch} et σ_c déjà calculés et toutes les courbes caractéristiques (limites, frontières autres cycles) qui ne résultent pas d'une dérivation en x .

Nous disposons ainsi d'un modèle universel pour décrire tous les systèmes de chauffage solaire à un stock où l'on peut faire l'hypothèse d'un stock thermiquement homogène.

Après réexamen de toute l'analyse ayant conduit au programme de transfert optimum on constate que seul le calcul du maximum σ_{ch} du cycle C I II est affecté par une dérivation en x . La valeur $x(\theta, y)$ telle que $\sigma_{ch}^{CII}(\frac{1}{x}, y)$ soit maximale est solution de :

$$1 - \theta = \frac{1 - (1 + x - y) e^{y-x}}{e^{-bx}((1 + bx - by e^{y-x})(1 - e^{y-x}) + (y - x) e^{y-x})}.$$

Par ailleurs mis à part les changements fonctionnels provoqués par la substitution de η à $(1 - e^{-x})$ la structure de programme (voir annexe) définie pour le cas d'un chauffage par radiateur reste inchangée. Seul le calcul de la frontière (voir test n° 259) entre les cycles C I II' et C I' est modifié du fait que la résolution en x ne donne pas une fonction simple :

$$(1 - (1 - \theta) e^{-bx})(1 - \eta) - \theta = 0,$$

au lieu de $x = \log \frac{1 - (1 - \theta) e^{-bx}}{\theta}$ qui conduit au test :

$$\sigma_{ch} > \frac{(1 - \theta)(1 - e^{-bx})}{b \log \frac{1 - (1 - \theta) e^{-bx}}{\theta}}, \quad 1/X \text{ max.}$$

3) En supposant un taux de renouvellement d'air de 1 volume/heure dont les 2/3 sont contrôlés, pour l'exemple descriptif retenu ($V = 350 \text{ m}^3$), le débit horaire du système de chauffage est de $240 \text{ m}^3/\text{h}$. On admettra que ce débit est constant. Il y correspond la valeur réduite $y = 2,8$.

La valeur limite des facteurs d'échange de référence du cycle C I se trouve, pour la même surface d'échange, alors réduite de 33 % environ :

$$\sigma_{ch}^{CI} = \sigma_c^{CI} = \frac{\eta(1 - e^{-bx})}{bx(1 - (1 - \eta) e^{-bx})} \rightarrow 0,50$$

quand $x \rightarrow 0$.

Cet exemple montre qu'il faut consentir un surcroît en surface d'échange quand on adopte un système à air

pulsé si l'on veut conserver une part élevée aux apports solaires.

6. Conclusion : application à la régulation et à la commande optimale. — 6.1 LA RÉGULATION DU CHAUFFAGE. — Le modèle exige la mesure de θ_{ss} , θ_I et θ_{II} et le calcul de w .

Ce dernier passe par la modélisation des échanges thermiques entre l'habitat et l'extérieur ce qui impose la mesure de la température extérieure et l'évaluation des apports internes et gratuits. Les apports internes sont difficiles à prévoir car ils dépendent exclusivement du comportement des habitants. Il est donc nécessaire au stade de la mise en œuvre de prévoir une procédure additionnelle de décision qui limite la puissance de chauffage à une valeur inférieure à la valeur calculée, valeur inférieure d'autant plus faible que l'écart de température entre la température désirée et la température effective est grand.

Ce genre de dispositif vient se greffer en parallèle sur la régulation qui met en œuvre le modèle de régulation optimale que nous allons maintenant décrire.

Séquence des opérations :

1) Mesures :

θ_{ss} (éventuellement calculée à partir de E_n et θ_{ex})

θ_{ex}

θ_I

θ_{II} .

2) Calculs préliminaires :

w_g apports gratuits d'après θ_{ss} et la disposition des baies vitrées.

$w' = VG(\theta_I - \theta_{ex})$.

w_I apports internes (estimation standard).

$w = w' - (w_I + w_g)$.

3) Mise en œuvre de la commande :

$$\sigma_{ch} = \frac{w}{k\Sigma(\theta_{ss} - \theta_I)}$$

$$\theta = \frac{\theta_{II} - \theta_I}{\theta_{ss} - \theta_I}.$$

Calcul du cycle optimal et des débits associés avec le programme BRP, calcul de l'énergie d'appoint nécessaire (commande par tout ou rien, la proportionnalité étant obtenue par un découpage temporel).

6.2 COMMANDE OPTIMALE STATIQUE : LE PROGRAMME POS. — La régulation optimale telle que nous l'avons définie ne tient pas compte du prix relatif à celui de l'énergie d'appoint que l'on peut attribuer à chaque instant à l'énergie stockée. Sans exposer ici la méthode de calcul de ce prix, calcul qui demande la mise en œuvre d'une commande optimale annuelle de la gestion du stock principal, nous pouvons définir la procédure qui à chaque instant, pour un besoin thermique donné, minimise la dépense énergétique.

L'intérêt de cette commande tient en ce qu'elle ne nécessite pas l'acquisition des prévisions météorolo-

giques. En effet les prix optimaux à attribuer aux flux d'énergie déstockée en fonction de la date et de la température du stock sont calculés une fois pour toute lors de simulations faisant appel à des séries significatives d'enregistrements météorologiques. La commande optimale ainsi réalisée est statique vis-à-vis du réservoir d'énergie que constitue la masse du bâtiment, au contraire de la commande que nous décrivons ci-après au § 6.3.

Soit $\lambda \in [0, 1]$ le prix relatif (marginal actualisé à la fin de la saison de chauffe) de l'énergie stockée à un instant donné et soit w la puissance thermique à transmettre à l'habitat. Le problème consiste ici à répartir de façon optimale cette puissance w entre la source solaire, soit w_{ch} , et la source d'appoint, soit w_a :

$$w = w_{ch} + w_a.$$

Le coût généralisé instantané de la commande est :

$$J = w_a + \lambda(w_{ch} - w_c)$$

où $(w_{ch} - w_c)$ représente la puissance déstockée. A l'optimum on a :

$$\frac{dJ}{dw_{ch}} = 0, \text{ soit } \frac{dw_c}{dw_{ch}} = \frac{\lambda - 1}{\lambda} \quad (9)$$

où $w_c = BRP(w_{ch})$, voir § 4.1.2 et figure 11.

Du fait des discontinuités de la fonction $w_c(w_{ch})$ et de la forme analytique de son modèle (commutations de cycle), le calcul du point optimal de fonctionnement ne se réduit pas à la simple recherche du point où la tangente à la courbe iso θ a une pente égale à $\frac{\lambda - 1}{\lambda}$.

Ce calcul est confié à un programme relativement complexe, POS, dont l'exécution est néanmoins rapide.

On remarque sur la figure 11 que les courbes $\sigma_c(\sigma_{ch})$ s'organisent autour de la droite de pente $-b$.

C'est donc autour de cette valeur que les variations de $\frac{\lambda - 1}{\lambda}$ auront l'influence la plus grande sur la répartition des énergies stockée et d'appoint. La valeur $-b$ correspond à $\lambda = \frac{1}{1+b}$. Cette remarque montre que le dimensionnement du système de chauffage a une influence directe sur la gestion optimale du stock, indépendamment des caractéristiques de celui-ci.

6.3 COMMANDE OPTIMALE DYNAMIQUE. — Nous allons seulement évoquer succinctement cette application qui mérite un développement dépassant largement le cadre de ce papier. Commander de façon optimale c'est en effet, au-delà de l'optimisation instantanée des transferts thermiques, gérer au mieux l'énergie stockée dans l'ensemble constitué par le bâtiment et le stock. Sans entrer dans les détails des problèmes posés (traitement des informations sta-

tistiques et prévisionnelles, hiérarchisation de la commande, etc...), on sait que la réalisation d'une commande optimale de chauffage nécessite le calcul des séquences de puissance de chauffage w destinées à faire suivre à la température de l'habitat une certaine trajectoire (on définit en fait des champs de trajectoires optimales).

Bien qu'on puisse envisager de se limiter à des commandes par tout ou rien des transferts thermiques, il va presque de soi que le prix de la complexité informatique de la gestion optimale des stocks de chaleur (bâtiment et stock) sera grandement valorisée par une régulation optimale des échanges d'énergie. Les premières simulations ont d'ailleurs montré que les 2/3 des gains thermiques de captation solaire proviennent de l'optimisation statique et 1/3 seulement de la gestion optimale de l'énergie stockée au niveau de la masse du bâtiment.

6.4 LA TECHNOLOGIE. — Nous avons évoqué en note (voir § 2.2.2.1) la question de la mesure de θ_{ss} et l'intérêt que présentait une mesure directe (quitte à effectuer un calcul de correction pour les termes de rayonnements non pris en compte dans le modèle) sur un calcul à partir des mesures de E_n et θ_{ex} .

Cela dit il faut envisager la façon d'assurer la commande des débits. Nous pensons qu'il faut abandonner, sauf peut-être au stade d'une réalisation prototype, l'idée de passer par des asservissements de débit traditionnels (pompes à débit constant, vanne commandée avec by-pass et mesure du débit en rétroaction) : non seulement ces dispositifs sont très coûteux mais en plus ils n'autorisent aucune économie d'énergie sur la consommation des pompes qui fournissent en permanence le débit maximum.

Il vaudrait mieux s'orienter vers la conception de pompes volumétriques commandées par impulsion, directement en sortie du micro-processeur calculant la commande (soit par moteurs pas à pas, soit par vibreurs à membrane). Un tel dispositif ne nécessite pas la fermeture de la boucle de commande par une mesure de débit et limite la consommation d'énergie de pompage du fait que, grosso-modo, avec ces dispositifs à impulsions la puissance est proportionnelle au débit.

6.5 LE DIMENSIONNEMENT DE L'INSTALLATION. — Nous allons montrer qualitativement l'intérêt que présente notre modèle d'échange pour comparer diverses technologies de captation. Nous supposons dans un premier temps que, par exemple, les valeurs de αS et des caractéristiques du stock sont imposées.

On se propose alors de dimensionner le champ de capteurs pour que la température de saturation du stock soit θ_{15} durant les 15 derniers jours avant la saison de chauffe. L'équation qui, en moyenne, exprime ce résultat est :

$$\int_{\Delta t} w_c dt - \int_0^{15} G_2 V_2 (\theta_{15} - \theta_0) dt = 0$$

où Δt = représente les intervalles où $\theta_{ss} > \theta_{ls}$ dans la période (0-15)

G_2 = coefficient de pertes du stock

V_2 = volume du stock

θ_0 = température équivalente du sol autour du stock (supposée constante).

w_c est obtenu avec le cycle C II

$$w_c = \Sigma K(\theta_{ss} - \theta_l) \sigma_c^{CII}$$

en reportant et en résolvant :

$$\Sigma = \frac{U}{BW - KV} \quad (9)$$

avec

$$U = G_2 V_2 (\theta_{ls} - \theta_0) \times 15 \times 24 \times 3\,600.$$

$$V = (\theta_{ls} - \theta_{exm}) \Delta t.$$

$$W = E_{nm} \Delta t.$$

où

θ_{exm} = température extérieure moyenne sur les intervalles Δt

E_{nm} = puissance solaire moyenne sur les intervalles Δt .

L'équation (9) montre l'importance du facteur optique B et du coefficient K .

E_{nm} est calculée d'après les courbes de fréquences cumulées de la puissance solaire incidente au plan des capteurs après avoir converti pour la valeur θ_{exm} la température θ_{ls} en un seuil de puissance solaire. A titre d'exemple envisageons le cas d'un stock de 40 m³ avec un G de 0,25, $\theta_{ls} = 80$ °C et $\theta_{exm} = \theta_0 = 15$ °C.

Si $B = 0,8$
 $K = 6$ } capteur plan ordinaire simple vitrage.

Pour ces valeurs on admet que l'on trouve $E_{nm} = 650$ W avec un Δt journalier de 5 h. La résolution de (9) donne :

$$\Sigma = 24 \text{ m}^2$$

• Si $B' = 0,85$
 $K' = 2$ } capteur plan sous vide.

On admet alors que $E_{nm} = 600$ W avec un Δt de 6 h. De même :

$$\Sigma' = 7 \text{ m}^2.$$

L'amélioration du coefficient b est aussi très significative :

$$\begin{aligned} \text{si } \alpha S &= 250 \text{ W/}^\circ\text{C}, \\ \text{on a } b &= 0,575, \\ b' &= 0,056. \end{aligned}$$

La puissance solaire récupérable de référence (cycle C I) prend la forme :

$$w_c^{CI} = \frac{\Sigma}{1+b} (BE_n - K(\theta_l - \theta_{ex}))$$

En supposant $\theta_l = 18$ °C et $\theta_{ex} = 0$ °C, on résume le choix des capteurs par le tableau suivant qui définit le comportement de référence de l'installation durant la saison de chauffe :

	Capteur plan ordinaire	Capteur plan sous vide
b'	0,565	0,056
E_n minimum	135 W/m ²	42 W/m ²
Facteur de E_n	12,2 m ²	5,65 m ²
Facteur de perte constant des capteurs en fonctionnement	1 650 W	270 W

Cet exemple montre l'influence fondamentalement non linéaire des paramètres de dimensionnement. Et si l'on peut croire à première vue que 7 m² de capteurs sous vide rendront, avec un facteur de E_n plus de 2 fois inférieur à celui des 24 m² de capteurs ordinaires, un service hivernal inférieur, c'est oublier (voir figures 6 à 11) que la droite iso débit C II I, $1/x$ max est, pour le capteur sous vide pratiquement parallèle à l'axe σ_{ch} avec une ordonnée $\sigma_c \simeq 1$ alors que cette même iso débit C II I, $1/x$ max du capteur ordinaire coupe σ_c en 1 et σ_{ch} aux environs de 1,8. Dans le cas du capteur sous vide, toutes les iso θ se concentrent donc au voisinage de $\sigma_c = 1$ quel que soit σ_{ch} alors qu'avec un capteur ordinaire σ_c chute très rapidement en dessous de 0,5 dès que σ_{ch} est supérieur à 0,7.

Sans préjuger des conclusions plus précises de simulations soignées, cet exemple prouve que l'analyse globale du système de transfert peut infirmer de façon sans doute troublante les conclusions qu'on tire souvent de l'examen des caractéristiques d'un seul de ses composants, le capteur solaire.

7. Conclusion. — Bien que restreinte à une classe de dispositifs thermiques simples et limitée par l'hypothèse de l'homogénéité thermique des récepteurs et sources d'énergie cette étude montre que la maîtrise des transferts de chaleur est complètement accessible pour autant qu'on s'attache à les modéliser sous une forme analytique. La méthode est utilisable par extension à des systèmes incluant des sources de chaleur autres que des capteurs, P.A.C. par exemple, ces composants étant reliés au système par des échangeurs.

Les problèmes éventuellement posés par les régimes transitoires n'ont pas été abordés. Nous estimons qu'ils sont moins cruciaux que dans les systèmes commandés par tout ou rien, la progressivité d'une commande à débit variable supprime en effet les phénomènes de « pompage » liés à la présence de seuils, c'est-à-dire à l'hystérésis des commandes par tout ou rien. Il faudra néanmoins s'assurer qu'il en est bien ainsi, par exemple en simulant dans le détail des

boucles thermiques dont les séquences de commande seraient fournies par le programme d'optimisation statique.

La recherche de modèles universels analogues pour des dispositifs comprenant l'équivalent de plus de deux sources de chaleur pose à l'évidence de nombreuses difficultés dont on ne peut dire a priori qu'elles pourront être surmontées de façon informatiquement satisfaisante avec l'approche adoptée ici.

En effet la mise au point de modèles adaptés au calcul rapide d'une commande nécessite des études particulières pour chaque classe de dispositif physique.

ANNEXE

Schéma du programme de régulation optimale BRP.

— 1. INTRODUCTION. — Le programme est divisé en trois grandes parties et s'achève par une routine de sortie. Les fonctions sont calculées par des sous-programmes. Deux sous-programmes utilitaires sont intégrés au programme principal :

— une résolution d'équation par dichotomie (toutes les fonctions sont monotones dans les intervalles de définition),

— une recherche de maximum (la fonction qui en fait l'objet n'en présente qu'un dans l'intervalle étudié).

2. PRÉSENTATION DES TROIS PARTIES DU PROGRAMME.

— La première partie qui suit les quelques instructions d'initialisation et de lecture des variables d'entrée σ_{ch} , θ_p , θ_{II} , θ_{ss} (ou E_n , θ_{ex}) concerne la recherche des cycles avec appoint éventuel. Son exécution est très rapide puisqu'un appel au programme de dichotomie n'est éventuellement fait qu'avant une instruction de sortie.

C'est dans le premier tiers de cette partie que l'on situe σ_{ch} par rapport à la valeur de référence $\sigma_{ch}^{CI}(1/X \max)$ qui est discriminante pour le passage dans l'un ou l'autre des 2 parties suivantes :

— La seconde partie (étiquette 251) trouve l'optimum lorsque $\sigma_{ch} < \sigma_{ch}^{CI}(1/X \max)$.

— La troisième partie comporte deux entrées (étiquettes 256 et 258). La première entrée (258) introduit la séquence d'instructions qui trouve l'optimum lorsqu'il est situé sous la droite iso débit C II I ($1/x \max$). La seconde entrée concerne la recherche de l'optimum lorsqu'il est situé au-dessus de cette iso débit.

Les trois organigrammes correspondants sont présentés ci-après. On a aussi décrit (étiquette 270) la routine de sortie qui sert à rétablir la signification physique des calculs et à la présenter soit à un périphérique d'impression, soit à un organe de commande.

3. NOTATIONS.

$$\theta_{\sigma_{ch}}^{CIII} \max(1/x) = 1 - \frac{1 - (1 + x) e^{-x}}{e^{-bx}(1 + bx - (1 + (b + 1)x) e^{-x})} \quad (\text{cf. § 3.2.2})$$

$$\theta_T(1/x) = \frac{1 - (1 + bx) e^{-bx}}{1 - e^{-bx}(1 + bx e^{-x})} \quad (\text{cf. § 3.2.4})$$

$$\sigma_{ch}^{CIII'} \{ T' \} = (1 - \theta) \frac{1 - (1 + bX) e^{-bX}}{b^2 X^2 e^{-bX}}, 1/X = 1/X \max \quad (\text{cf. § 3.2.4}).$$

Numérotation des cycles :

0 : ni chauffage, ni captation.

1 : C I.

2 : C I'.

3 : C I''.

4 : C II I.

5 : C II I'.

6 : C II II.

7 : C II II'.

8 : II I.

9 : C II.

Calcul des cycles avec appoint

Fin du calcul des cycles avec appoint.

Calcul des cycles lorsque $\sigma_{ch} < \sigma_{ch}^C I(1/X \text{ MAX})$

Fin du calcul des cycles lorsque $\sigma_{ch} < \sigma_{ch}^C I(1/X \text{ MAX})$

Fig. 14. — Organigramme du programme BRP.

[Scheme of the BRP computer programme.]

Bibliographie

- [1] GICQUEL, R., « Comportement des insolateurs plans en régime transitoire ». *Revue Générale de Thermique* N° 184 (1977).
- [2] KLING, R., « *Thermocinétique* » (Ed. ESE) 1966.
- [3] LENOIR, Y., LEVINE, J., CARPENTIER, P., « *Modélisation, Commande et Optimisation du Système de chauffage solaire* ». C.N.R.S. PIRDES février 1980.