Écoulements pulsés de fluides inélastiques en conduite tronconique ou déformable

D.P. Ly, D. Bellet, A. Bousquet, P. Boyer

► To cite this version:

D.P. Ly, D. Bellet, A. Bousquet, P. Boyer. Écoulements pulsés de fluides inélastiques en conduite tronconique ou déformable. *Revue de Physique Appliquée*, 1981, 16 (6), pp.323-331. 10.1051/rphysap:01981001606032300 . jpa-00244923

HAL Id: jpa-00244923

<https://hal.science/jpa-00244923>

Submitted on 1 Jan 1981

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Classification
Physics Abstracts
47.50

Ecoulements pulsés de fluides inélastiques en conduite tronconique ou déformable

D. P. Ly, D. Bellet, A. Bousquet et P. Boyer

Institut de Mécanique des Fluides, 2, rue Camichel, 31071 Toulouse Cedex, France.

(Reçu le 9 décembre 1980, révisé le 19 février 1981, accepté le 20 février 1981)

Résumé. — L'objet du présent travail consiste à mettre en évidence, dans un écoulement non permanent, certains effets caractéristiques dus au comportement inélastique du fluide, à la géométrie tronconique ou à la déformabilité de la conduite.

Les déterminations de répartition de pression et de profils de vitesses sont faites à l'aide de quatre méthodes : une méthode de perturbation, une méthode analytique, une méthode numérique aux différences finies et une méthode expérimentale mettant en œuvre la vélocimétrie à laser.

Les résultats obtenus peuvent permettre une meilleure connaissance de certains aspects d'écoulements sanguins.

Abstract. — The aim of the present work consists in the study of the pulsating flows of inelastic fluids in non rigid or slowly varying axisymmetric tubes.

Four methods of investigation were employed :

- an analytical method,
- a perturbation method,
- a numerical method,
- an experimental method based on laser anemometry applied to aqueous solutions of high polymers.

The relative influences of rheological, geometrical and hydrodynamical parameters have been analysed and compared. This study can be considered as a step in the modelling of flow in blood vessels.

1. Introduction. — D'une façon générale, l'étude aussi bien théorique qu'expérimentale d'écoulements sanguins conduit à retenir trois types de paramètres, à savoir :

1) Les paramètres liés à la nature du fluide choisi pour modéliser le comportement du sang. Ces paramètres apparaissent au sein de l'équation dite *de comportement rhéologique* du fluide ;

2) Les paramètres caractérisant la nature et la géométrie de la paroi du conduit où se produit l'écoulement. Ils interviennent aussi bien au niveau des conditions qu'au niveau de la structure qu'ils imposent à l'écoulement ;

3) Les paramètres liés aux conditions hydrodynamiques et, en particulier, la forme des gradients longitudinaux dont la connaissance contribue à déterminer le champ de vitesse de l'écoulement.

L'objet du présent travail consiste à modéliser des écoulements sanguins grâce à l'étude d'écoulements non permanents de fluides visqueux newtoniens ou non newtoniens, d'une part dans une conduite tron-

conique et, d'autre part, dans une conduite cylindrique élastique. L'approche du phénomène s'effectue par voies théorique et expérimentale.

Notons que cette étude concerne seulement la modélisation d'écoulements sanguins au niveau de la grande et de la petite circulation ; par contre, au niveau de la circulation dans les capillaires, dont le diamètre est égal ou inférieur à la taille du globule rouge, l'écoulement est essentiellement fonction de la déformabilité du globule.

2. Voie théorique. — Nous présentons séparément les résultats obtenus pour les écoulements en conduite tronconique et les écoulements en conduite déformable, la physique des phénomènes étant différente. En effet, dans le cas d'écoulements en conduites déformables, un phénomène de propagation d'onde se superpose à l'écoulement.

2.1 CONDUITE TRONCONIQUE. — Un grand nombre de travaux expérimentaux montre que le comportement rhéologique du sang obéit soit à la loi de Newton, soit à la loi d'Ostwald, soit à la loi de Casson suivant

la gamme des gradients de vitesse considérée et la taille des vaisseaux [4, 7, 8]. De ce fait, nous adoptons pour le fluide un comportement newtonien généralisé par l'équation :

$$\Sigma = - p \mathbf{1} + \eta_a \mathbf{d} \tag{1}$$

où
 p est la pression,
 $\mathbf{1}$ le tenseur unitaire,
 Σ et $\mathbf{d}$ respectivement les tenseurs de contrainte et de taux de déformation,
 η_a la viscosité apparente fonction du deuxième invariant d_{II} de $\mathbf{d}$.

une symétrie axiale. Les composantes du vecteur vitesse $\mathbf{V}$ se réduisent alors à :

$$\begin{aligned} v_r &= u(r, z, t) \\ v_\theta &= 0 \\ v_z &= w(r, z, t) . \end{aligned}$$

En négligeant les forces volumiques, l'équation du mouvement s'écrit :

$$\rho \frac{D\mathbf{V}}{Dt} = \text{div } \Sigma . \tag{2}$$

Du fait des conditions aux frontières imposées par la conduite tronconique, l'écoulement considéré admet

Cette équation se traduit en projetant sur les axes de coordonnées r, z :

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\eta_a r \frac{\partial u}{\partial r} \right) - 2 \eta_a \frac{u}{r^2} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta_a \frac{\partial w}{\partial r} + \eta_a \frac{\partial u}{\partial z} \right) \tag{3}$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\eta_a r \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\eta_a r \frac{\partial u}{\partial z} \right) + 2 \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta_a \frac{\partial w}{\partial z} \right) \tag{4}$$

dans lesquelles :

$$\eta_a = \eta_a(d_{II}) \tag{5}$$

avec :

$$d_{II} = \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{u}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right)^2 . \tag{6}$$

Les conditions aux limites relatives à ce problème sont :

$$\left. \begin{aligned} u|_{r=0} &= 0 \\ \frac{\partial w}{\partial r}|_{r=0} &= 0 \end{aligned} \right\} \text{écoulement à symétrie axiale}$$

$$\left. \begin{aligned} u|_{r=R(z)} &= 0 \\ w|_{r=R(z)} &= 0 \end{aligned} \right\} \text{adhérence du fluide à la paroi .}$$

2.1.1 Résolution. — Nous considérons des tubes de faible conicité, c'est-à-dire :

$$R(z) = R_0 - \varphi z \tag{7}$$

φ étant le demi-angle au sommet du cône (Fig. 1). De plus, sur cette figure, m^* représente l'angle d'une ligne de courant en un point avec l'axe. Alors, on peut admettre physiquement que la composante w ait pour ordre de grandeur 1 par rapport à l'angle φ et que la composante u soit faible par rapport à w et soit de l'ordre de φ .

Fig. 1. — Coupe de la conduite tronconique.
[Diagram of the conic tube.]

En outre, en faisant l'hypothèse que toutes les lignes de courant concourent au sommet du cône et, d'après la relation (7), les dérivées de u et w par rapport à z ont respectivement pour ordre de grandeur φ^2 et φ . Compte tenu de ces considérations dans le développement des équations (3), (4), (5) et (6), nous faisons des simplifications, en ne retenant que les termes du premier ordre :

$$0 = \frac{\partial p}{\partial r} \quad (8)$$

$$\rho \frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\eta_a r \frac{\partial w}{\partial r} \right) \quad (9)$$

$$\eta_a = \eta_a \left(\frac{\partial w}{\partial r} \right). \quad (10)$$

Dans le but de généraliser notre étude, nous adoptons pour le fluide un comportement de Bingham généralisé [7]

$$\eta_a \left(\frac{\partial w}{\partial r} \right) = -\frac{\tau_0}{\frac{\partial w}{\partial r}} + K \left| \frac{\partial w}{\partial r} \right|^{n-1} \quad \text{pour } \tau \geq \tau_0 \quad (11)$$

et

$$\frac{\partial w}{\partial r} = 0 \quad \text{pour } \tau \leq \tau_0 \quad (12)$$

τ_0 est le seuil de plasticité, K la consistance et n l'indice de comportement du fluide.

Notons que, pour des valeurs particulières de τ_0 , K et n , nous pouvons obtenir différents modèles de fluide (Newton, Ostwald, Bingham ou Casson) [7].

D'après (8), la pression est indépendante de r . Par conséquent, en régime pulsé, l'expression du gradient longitudinal de pression prend la forme suivante :

$$-\frac{\partial p}{\partial z} = \mathcal{F}_0(z) + \mathcal{F}_1(z) \cos \omega t. \quad (13)$$

Compte tenu des relations (11), (12) et (13), l'équation de mouvement (9) devient :

$$\rho \frac{\partial w}{\partial t} = \mathcal{F}_0 + \mathcal{F}_1 \cos \omega t + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ Kr \left| \frac{\partial w}{\partial r} \right|^{n-1} \frac{\partial w}{\partial r} - r\tau_0 \right\} \quad \text{pour } \tau \geq \tau_0 \quad (14)$$

et

$$\frac{\partial w}{\partial r} = 0 \quad \text{pour } \tau \leq \tau_0 \quad (15)$$

ou, sous forme adimensionnelle :

$$\beta^2 \frac{\partial W}{\partial t^*} = N(1 + \varepsilon \cos t^*) + \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi \left| \frac{\partial W}{\partial r} \right|^{n-1} \frac{\partial W}{\partial r} - \xi \gamma_0 \right) \quad \text{pour } \gamma \geq \gamma_0 \quad (16)$$

et

$$\frac{\partial W}{\partial \xi} = 0 \quad \text{pour } \gamma \leq \gamma_0 \quad (17)$$

dans lesquelles :

$$\left. \begin{aligned} W &= \frac{w}{\bar{w}}; & \xi &= \frac{r}{R(z)}; & \varepsilon &= \frac{\mathcal{F}_1}{\mathcal{F}_0}; & t^* &= \frac{t}{\omega^{-1}} \\ \beta^2 &= \frac{\rho R^{n+1} \omega \bar{w}^{1-n}}{K}; & N &= 2 \left(\frac{1+3n}{n} \right)^n; & \bar{w} &= [R(z)]^{\frac{n+1}{n}} \cdot \left(\frac{\mathcal{F}_0}{NK} \right)^{\frac{1}{n}} \\ \gamma &= \gamma_0 - \left(\frac{\partial W}{\partial \xi} \right)^n & \text{et } \gamma_0 &= \frac{N\tau_0}{\mathcal{F}_0 R(z)} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

$\bar{w}$ est la vitesse moyenne correspondant au gradient de pression en écoulement permanent. Le paramètre β^2

n'est autre que le produit du nombre de Reynolds généralisé $\mathcal{R} = \rho R^n \bar{w}^{2-n}/K$ en écoulement ostwaldien par le nombre de Strouhal $S = R\omega/\bar{w}$ qui caractérise l'importance de l'effet non permanent par rapport à l'effet d'inertie.

2.1.2 *Cas newtonien.* — Lorsque $n = 1$ et $\tau_0 = 0$, l'écoulement devient newtonien; la viscosité apparente devient constante et égale à la consistance K qui s'identifie avec la viscosité dynamique η :

$$\eta_a = K = \eta.$$

L'équation (12) devient linéaire et s'écrit :

$$\alpha^2 \frac{\partial W}{\partial t^*} = 8(1 + \varepsilon \cos t^*) + \frac{1}{\xi} \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi \frac{\partial W}{\partial \xi} \right) \quad (19)$$

dans laquelle α^2 est le paramètre de fréquence de Womersley :

$$\alpha^2 = \frac{\rho \omega R^2(z)}{\eta}. \quad (20)$$

Compte tenu des conditions aux limites du problème, la résolution de l'équation (19) donne :

$$W = \text{Ré} \left\{ \frac{8 \varepsilon}{i \alpha^2} \left[1 - \frac{J_0(i^{3/2} \alpha \xi)}{J_0(i^{3/2} \alpha)} \right] e^{it^*} \right\} - 2(\xi^2 - 1) \quad (21)$$

Ré { } désigne partie réelle { }, J_0 , la fonction de Bessel de 1^{re} espèce d'ordre 0.

La composante radiale de la vitesse peut être calculée à partir de l'équation de continuité. Suivant l'hypothèse sur les lignes de courant concourantes au sommet du cône, la composante u peut être obtenue plus aisément par la relation suivante :

$$u \simeq m^* w = \varphi \bar{w} W \quad (22)$$

soit :

$$u = \text{Ré} \left\{ \frac{8 \varphi \bar{w}}{i \alpha^2} \xi \left[1 - \frac{J_0(i^{3/2} \alpha \xi)}{J_0(i^{3/2} \alpha)} \right] e^{it^*} \right\} - 2 \varphi \bar{w} \xi (\xi^2 - 1) \quad (23)$$

m^* étant l'angle formé par V et Oz (Fig. 1).

2.1.3 *Cas non newtonien.* — 1) Cas où $\beta^2 \ll 1$. Méthode de perturbation. — Pour de faibles valeurs de β^2 , l'emploi d'une méthode de perturbation fournit un type de solution de l'équation (1). Posons :

$$W(\xi, z, t^*) = \sum_{j=0}^{\infty} \beta^{2j} W_j(\xi, z, t^*). \quad (24)$$

En portant cette relation dans l'équation (16) et en égalant les termes proportionnels à β^{2j} , on obtient un système d'équations linéaires :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\xi} \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} \left[-\gamma_0 \xi + \xi \left| \frac{\partial W_0}{\partial \xi} \right|^{n-1} \cdot \frac{\partial W_0}{\partial \xi} \right] &= -N(1 + \varepsilon \cos t^*) \\ \frac{n}{\xi} \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\xi \left| \frac{\partial W_0}{\partial \xi} \right|^{n-1} \cdot \frac{\partial W_1}{\partial \xi} \right] &= \frac{\partial W_0}{\partial t^*} \\ \frac{n}{\xi} \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ \xi \left[\left| \frac{\partial W_0}{\partial \xi} \right|^{n-1} \cdot \frac{\partial W_0}{\partial \xi} + \frac{n-1}{2} \left| \frac{\partial W_0}{\partial \xi} \right|^{n-2} \cdot \frac{\partial W_1}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial W_2}{\partial \xi} \right] \right\} &= \frac{\partial W_1}{\partial t^*}. \end{aligned}$$

Par intégrations successives de ces équations, nous aboutissons aux expressions W_j et, par conséquent, à la solution (24).

2) Cas où β^2 est quelconque. Méthode numérique. — Pour la résolution de l'équation (16), nous avons utilisé une méthode aux différences finies inspirée de celle que nous avons employée pour traiter le cas d'écoulement pseudoplastique en conduite cylindrique circulaire [10].

Pour une position axiale donnée, le maillage choisi est rectangulaire en ξ et t^* ; $\xi = l \Delta \xi$; $t^* = k \Delta t^*$; $l = 1, 2, 3, \dots s$; $k = 1, 2, 3, \dots m$; le maillage est d'autant plus serré (valeurs élevées de s et de m) que le rayon est grand et la période plus importante.

La particularité de la méthode est plutôt liée au processus de calcul. Celui-ci consiste à déterminer d'abord le profil de vitesse correspondant au cas newtonien, c'est-à-dire $n = 1$, à l'aide de la solution analytique, puis traiter le cas $n = 0,9$ en prenant la

distribution précédente comme condition initiale et ainsi de suite en faisant augmenter progressivement le degré non newtonien du fluide.

Le critère d'obtention de la solution est tel que, quel que soit le point considéré (l, k), les itérations ne sont arrêtées que lorsque, pour toutes les valeurs prises par l et k :

$$|(W_{l,k})_b - (W_{l,k})_{b-1}| \leq 10^{-3}$$

$W_{l,k}$ étant la valeur discrétisée de la variable continue $W(\xi, t^*, z)$ pour z donné, et b l'ordre d'itération.

De ce fait, la convergence a lieu rapidement.

2.2 TUBE DÉFORMABLE. — Le phénomène est régi par les équations suivantes :

— d'une part, les équations de Navier-Stokes :

$$\frac{D\mathbf{V}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\eta}{\rho} \nabla^2 \cdot \mathbf{V} \quad (25)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (26)$$

— et, d'autre part, les équations relatives au mouvement de la paroi :

$$\left. \begin{aligned} h\rho_0 \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} &= p - 2\eta \cdot \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{Eh}{1-\nu^2} \times \\ &\quad \times \left(\frac{\zeta}{R^2} + \frac{\nu}{R} \cdot \frac{\partial \Gamma}{\partial z} \right) \\ h\rho_0 \frac{\partial^2 \Gamma}{\partial t^2} &= -\eta \left(\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) - \frac{Eh}{1-\nu^2} \times \\ &\quad \times \left(\frac{\nu}{R} \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial z} + \frac{\partial^2 \Gamma}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

Les conditions aux limites associées à ce problème sont :

$$u = \frac{\partial \zeta}{\partial t}; \quad w = \frac{\partial \Gamma}{\partial t} \quad (28)$$

u et w sont les composantes radiale et longitudinale du vecteur vitesse $\mathbf{V}$ du fluide;

ζ et Γ les déplacements radial et axial de la paroi;

ρ et ρ_0 les masses volumiques du fluide et de la paroi;

R et h le rayon et l'épaisseur du tube;

p la pression;

E et ν le module de Young et le coefficient de Poisson de la paroi.

L'étude théorique est inspirée des travaux antérieurs, notamment ceux de Womersley [1], de Morgan et Kiely [2] et de Flaud et col. [9].

Dans ce problème à symétrie cylindrique, on dispose donc de 5 équations (25), (26) et (27). Les inconnues sont les déplacements radiaux et longitudinaux de la paroi, la pression et les composantes radiales et longitudinales de la vitesse du fluide.

Pour la résolution de ces équations, nous introduisons deux hypothèses : d'une part, nous considérons des ondes de longueur grande par rapport au rayon du tube et, d'autre part, des célérités de propagation importantes vis-à-vis de la vitesse du fluide.

De ce fait, nous pouvons linéariser les équations et trouver des solutions harmoniques pour ζ , Γ , p , u et w . Ces solutions, associées aux conditions aux limites (28), nous conduisent à un système d'équations linéaires dont le déterminant associé nous permet d'obtenir l'équation de pulsation.

La résolution de cette équation nous donne la célérité de propagation et le coefficient d'amortissement de l'onde.

3. Méthode expérimentale. — L'installation expérimentale permet de créer des écoulements oscillatoires ou pulsés, soit dans un tube tronconique en plexiglas, soit dans un tube élastique (Fig. 2). La fréquence de fonctionnement varie de 0,5 à 10 Hz. Le tube utilisé a une longueur de 3 m et un demi-angle au sommet de 2 degrés. Le tube élastique est en silicone translucide, a une longueur de 10 m, un diamètre intérieur de 22 mm et une épaisseur de 2 mm.

Dans les expériences d'écoulements en tubes déformables, il est nécessaire d'imposer une pression p_0 suffisante au fluide, donc une précontrainte au tube, pour éviter la collababilité de la paroi, lorsque l'écoulement étudié est oscillatoire ou faiblement pulsé. C'est en agissant sur la suppression du milieu air du réservoir *eau-air* se trouvant entre le pulseur et le tube que nous imposons cette précontrainte au tube (Fig. 2).

Les fluides utilisés sont de deux types :

— des solutions aqueuses de Pluracol V 10 conduisant à des écoulements newtoniens;

— des solutions de carboxyméthylcellulose de sodium (CMC RC 197) dont le comportement est pseudoplastique.

Les caractères rhéologiques de ces fluides sont déterminés à partir des courbes contrainte-gradient de vitesse obtenues à l'aide d'un rhéomètre cône-plateau type Shirley-Ferranti (Fig. 3). Le déplacement radial du tube est mesuré à l'aide d'un capteur à effet capacitif (type 51ED1 DISA).

Aussi bien dans l'écoulement en conduite tronconique que dans celui en conduite déformable, nous avons pu déterminer des profils de vitesse à l'aide d'un vélocimètre à laser (type 55L35 DISA).

Si l'utilisation d'une source laser de puissance 5 mW nous donne de bons résultats dans la mesure du champ de vitesses en écoulements en conduites tronconiques en plexiglas, par contre, dans le cas du tube en silicone translucide que nous utilisons, nous devons employer une source laser de puissance 30 mW pour obtenir des résultats à peu près équivalents, ceci avec le même photomultiplicateur et les mêmes périphériques électroniques.

Fig. 2. — Schéma général de l'installation expérimentale.

[General diagram of the experimental device.]

Fig. 3. — Rhéogrammes de CMC, 48 h après préparation.

[Rheograms of CMC solutions, 48 hours after preparation.]

4. Résultats. — Nous présentons quelques résultats dans le but de montrer la validité des méthodes utilisées et quelques caractéristiques de ces types d'écoulement.

4.1 TUBE TRONCONIQUE. — La figure 4 représente les profils de vitesses obtenus par vélocimétrie à laser et par la méthode de perturbation. Ces profils de vitesses correspondent à $t = T$ et à 5 positions axiales : $L^* = \varphi z/R_0 = 0; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4$, pour chacune de ces positions, nous avons respectivement :

$$\beta^2 = 0,10; 0,11; 0,12; 0,13; 0,14.$$

On peut constater que, pour ces faibles valeurs de β^2 , la méthode de perturbation conduit à des résultats très voisins de ceux obtenus expérimentalement : quelle que soit la position choisie, les vitesses déduites des mesures par vélocimétrie à laser sont voisines du profil des vitesses calculé.

Sur la figure 5, sont représentés des profils de vitesses obtenus par les méthodes numérique et expérimentale en écoulement ostwaldien oscillatoire ($\beta_0 = 0$), à sept instants de la période et en trois positions axiales : $L^* = 0,36; 0,47; 0,56$. A la partie inférieure de la planche, sont portées les variations de gradient longitudinal de pression en fonction de L^* .

Les conditions d'expérience sont telles que, pour les trois positions axiales en question, nous avons respectivement pour β^2 les valeurs suivantes : 31, 35 et 39. Ces valeurs de β^2 nous donnent des formes de profils de vitesses plats au centre avec des excroissances importantes au voisinage de la paroi.

Par contre, sur la figure 6, nous avons des profils de vitesses tantôt de forme parabolique, tantôt de forme plate avec des bosses près de la paroi. Ces profils sont obtenus dans des conditions d'expériences telles

Fig. 4. — Écoulement ostwaldien. Profils des vitesses. — Méthode de perturbation. ●● Vélométrie à laser. $n = 0,34$; $K = 25 \text{ MKSA}$; $t = T$; $\mathcal{P}_0 = 0$.

[Ostwaldian flow. Velocity profiles. — Perturbation method. ●● Laser anemometry.]

Fig. 5. — Écoulement ostwaldien oscillatoire. Profils des vitesses. Tube tronconique. $n = 0,6$; $K = 1 \text{ MKSA}$.

[Ostwaldian oscillatory flow. Velocity profiles. Slowly varying axisymmetric tube.]

que, pour la section correspondant à $L^* = 0,36$, $\beta^2 = 0,4$. De ce fait, le profil se rapproche d'une forme parabolique. Par contre, pour la section correspondant à $L^* = 0,56$, $\beta^2 = 2$, les forces visqueuses et d'inertie sont du même ordre de grandeur et, par conséquent, la forme du profil de vitesses est assez variable le long de la période.

4.2 TUBE ÉLASTIQUE. — La figure 7 donne des profils de vitesses en écoulement oscillatoire, en une section du tube et à sept instants de la période. Les conditions d'expérience sont telles que $\alpha^2 = 27$, ainsi,

les forces d'inertie sont un peu prédominantes par rapport aux forces visqueuses; de ce fait, les formes de profils de vitesses sont assez variables dans le temps, c'est-à-dire de l'allure parabolique à la forme plate au centre avec des excroissances près de la paroi.

La déformation radiale du tube et le gradient de pression sont également représentés en bas de la planche.

Les profils de vitesses de la figure 8 correspondent à des conditions d'expériences telles que $\alpha^2 = 60$; bien que cette valeur de α^2 traduise la prédominance des forces d'inertie sur les forces visqueuses, l'allure

Fig. 6. — Ecoulement ostwaldien oscillatoire. Profils des vitesses. Tube tronconique. $n = 0,4$; $K = 10$ MKSA.

[Ostwaldian oscillatory flow. Velocity profiles. Slowly varying axisymmetric tube.]

Fig. 7. — Ecoulement oscillatoire en tube déformable.

[Oscillatory flow in an elastic tube.]

générale des profils de vitesses est parabolique au cours du temps; ce qui s'explique par le fait que l'écoulement est fortement pulsé ($\varepsilon = 1/4$), l'écoulement oscillatoire est donc étouffé par l'écoulement permanent.

Les variations de la célérité de propagation c en fonction de α^2 sont représentées sur la figure 9 pour quatre valeurs de précontrainte dans le tube

($p_0 = 4,2 \times 10^4$ Pa; $4,4 \times 10^4$ Pa; $4,8 \times 10^4$ Pa; $5,4 \times 10^4$ Pa);

on peut constater que c croît avec α^2 et se stabilise pour des valeurs de α^2 supérieures à 15, ce qui concorde bien avec le résultat théorique qui montre que c tend vers la valeur $(hE/2 R \rho_0)^{1/2}$ pour des grandes valeurs de α .

5. Conclusion. — L'un des objectifs essentiels de cette étude concerne les applications qui peuvent être faites en Hémodynamique. En effet, le système artériel est constitué de vaisseaux déformables et ayant pour la plupart une forme tronconique. De plus, suivant

la taille des artères empruntées, le comportement rhéologique du sang est tantôt newtonien (dans les grosses artères), tantôt ostwaldien pseudoplastique (dans les artères de taille moyenne), tantôt plastique suivant un modèle de Casson (dans les artéριοles).

Les résultats obtenus montrent l'importance qu'il

y a à prendre en compte le type de comportement rhéologique du sang lié à la géométrie et à la nature du vaisseau. Ils doivent contribuer à une meilleure connaissance des processus intervenant dans la circulation sanguine et, par conséquent, à des applications faites en hémodynamique.

Fig. 8. — Ecoulement pulsé en tube déformable.

[Pulsed flow in an elastic tube.]

Fig. 9. — Influence de la charge statique sur la célérité des ondes.

[Influence of the static pressure upon the waves celerity.]

Bibliographie

- [1] WOMERSLEY, J. R., *Wright Air Develop. Center. Techn. Rep. WADCTR*, 56-614, 198.
- [2] MORGAN, G. W. and KICLY, J. P., *J. Acoust. Soc. Am.* **26** (1954) 323.
- [3] FLAUD, P., GEIGER, D., ODDOU, C. et QUEMADA, D., *J. Physique* **35** (1974) 869-882.
- [4] AROESTY, J. and GROSS, J. F., *Biorheology* **9** (1972) 33-43.
- [5] OKA, S. and MURATA, T., *Jpn. J. Appl. Phys.* **8** (1969) 5-8.
- [6] LY, D. P. et BELLET, D., *J.N.N.F.M.* **1** (1976) 287-304.
- [7] LY, D. P., BELLET, D., FANJEAU, Y. et BOUSQUET, A., *S. Afr. Mech. Eng.* **28** (1978) 153-157.
- [8] QUEMADA, D., *Houille Blanche* n° 3/4 (1978) 143-155.
- [9] FLAUD, P., GEIGER, D., ODDOU, C. et QUEMADA, D., *Phys. Appl.* **10** (1975) 61-67.
- [10] LY, D. P., BELLET, D. et BOUSQUET, A., *Rheol. Acta* **14** (1975) 783-794.