Transfert d'énergie inductive par plaques métalliques en mouvement rapide

F. Rioux-Damidau

► To cite this version:

F. Rioux-Damidau. Transfert d'énergie inductive par plaques métalliques en mouvement rapide. *Revue de Physique Appliquée*, 1977, 12 (1), pp.47-60. 10.1051/rphysap:0197700120104700 . jpa-00244119

HAL Id: jpa-00244119

<https://hal.science/jpa-00244119>

Submitted on 1 Jan 1977

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Classification
Physics Abstracts
0.660

TRANSFERT D'ÉNERGIE INDUCTIVE PAR PLAQUES MÉTALLIQUES EN MOUVEMENT RAPIDE

F. RIOUX-DAMIDAU

Laboratoire de Physique des Plasmas-Groupe Fusion
Université Paris-Sud, 91405 Orsay, France

(Reçu le 10 juin 1976, accepté le 28 juillet 1976)

Résumé. — Le transfert de l'énergie stockée dans une inductance vers une charge inductive nécessite l'utilisation d'un disjoncteur composé d'un interrupteur mécanique et d'un système *absorbeur* (usuellement des feuilles explosantes) capable d'absorber une forte énergie. Le rendement maximal habituel du transfert est de 25 %. On présente ici un nouveau type d'absorbeur, utilisant des plaques métalliques en mouvement rapide, capable d'effectuer le transfert avec un rendement élevé (60-70 %). Il est adapté aux fortes énergies (> 1 MJ) et aux temps courts (10-100 μ s). Son utilisation entraîne moins de destructions que celle des feuilles.

Abstract. — In order to transfer the energy stored in a coil to an inductive load one needs a circuit-breaker consisting of a mechanical switch and an absorbing device (usually an exploding foil) capable of absorbing a high energy. The usual maximum efficiency of the transfert is 25 %. We describe here a new type of *absorber* with rapidly moving metallic plates which can transfer the energy with a high efficiency (60-70 %). It is convenient for high energies (> 1 MJ) and for small delivery times (10-100 μ s). Its use causes less destruction than with the foils.

1. Introduction. — Pour diverses utilisations et en particulier pour les expériences de fusion thermonucléaire contrôlée du type à confinement mixte [1, 2, 3, 4], il est nécessaire de réaliser des sources délivrant une énergie importante en un temps court (quelque 10^8 J en quelques μ s).

L'utilisation de génératrices homopolaires ou hétéropolaires spéciales, susceptibles de convertir l'énergie cinétique d'un volant en énergie électromagnétique que l'on stocke dans une bobine, devrait fournir une source primaire très bon marché [5, 6, 7]. Mais, pour transférer cette énergie sur la charge, il faut disposer de disjoncteurs rapides. Ces derniers seront formés d'un *ouvreur* mécanique qui laissera passer le courant pendant toute la durée du stockage puis dérivera lors de son fonctionnement, le courant sur un *absorbeur* capable de dissiper l'énergie requise par le processus de transfert [8].

Usuellement, cet absorbeur est constitué par une feuille explosante [9]. A fort niveau d'énergie, le problème de l'emploi de telles feuilles risque de devenir un obstacle important. Pour assurer une explosion rapide, les feuilles doivent être fines ; leur surface devient donc grande (pour absorber 100 MJ, il faut plus de 10 m^2 de feuille de cuivre de 0,1 mm d'épaisseur). La mise en place devient difficile d'autant plus qu'il faut remplacer les isolants pollués dont le volume

est très grand ; de plus les électrodes se détériorent progressivement. Enfin et surtout le choc brisant créé par cette explosion ne peut être soutenu que par une enceinte ayant une masse considérable.

Nous proposons ici un système qui pourrait jouer ce rôle d'absorbeur sans engendrer de choc tout en ayant un volume réduit.

2. Principe du système. — 2.1 FONCTIONNEMENT. — Le schéma de principe du montage est donné par la figure 1. Pour faciliter la description de son fonctionnement, nous supposons que tous ses éléments ont la même largeur ℓ , laquelle est très grande.

Les deux bobines, de stockage $\mathcal{B}_1$ et de charge $\mathcal{B}_2$, ont pour surface S_1 et S_2 . L'élément central, qui est l'absorbeur, est composé d'une enceinte métallique et d'une plaque conductrice P. Lorsque la plaque est dans une position quelconque, la surface de l'enceinte à gauche de P vaut s_1 et celle à droite vaut s_2 , la surface totale de l'enceinte valant $s = s_1 + s_2$.

Durant la phase initiale de stockage de l'énergie, l'ouvreur D est fermé, le champ régnant dans $\mathcal{B}_1$ vaut B_{1i} , la plaque P est complètement à gauche, $s_1 = 0$, $s_2 = s$, l'inductance du circuit compris entre D et P est très petite. Un faible champ magnétique B_{2i} est créé dans s_2 et S_2 c'est-à-dire dans l'enceinte

et $\mathcal{B}_2$. Si l'on considère les énergies par unité de largeur, celle de $\mathcal{B}_{1i}$ qui est l'énergie stockée vaut

$$W_s = B_{1i}^2 S_1 / 2 \mu_0$$

et celle de B_{2i} , que nous appelons énergie de commande, vaut

$$W_c = B_{2i}^2 (S_2 + s_2) / 2 \mu_0 ;$$

on a $W_s \gg W_c$.

Lorsque l'on ouvre D, l'induction magnétique $B_{1,i} \gg B_{2,i}$ accélère la plaque. Les flux magnétiques $\Phi_1 = B_1(S_1 + s_1)$ et $\Phi_2 = B_2(S_2 + s_2)$ étant conservés à gauche et à droite de P, l'induction B_1 diminue, l'induction B_2 augmente, l'énergie

$$W_1 = \Phi_1^2 / 2 \mu_0 (S_1 + s_1)$$

de B_1 diminue, l'énergie $W_2 = \Phi_2^2 / 2 \mu_0 (S_2 + s_2)$ de B_2 augmente. Lorsque B_2 devient supérieur à B_1 , P est ralenti et enfin arrêtée à moins qu'elle ne vienne auparavant heurter la paroi de l'enceinte.

Dans un fonctionnement bien adapté, la plaque arrive sur la paroi avec une vitesse nulle. En fin de course, on a $B_1 = B_{1f}$ et $B_2 = B_{2f}$.

Au cours du fonctionnement de cet absorbeur, une partie de l'énergie stockée se transforme donc en énergie cinétique qui elle-même passe dans la charge sous forme d'énergie magnétique. Un transfert a bien été effectué, dont nous allons étudier les performances.

Pour éviter tout choc sur la paroi de l'enceinte, il est préférable d'utiliser un montage à deux plaques tel que celui représenté par la figure 2. Les plaques viennent alors se frapper l'une contre l'autre. L'étude théorique des deux montages est bien évidemment la même, avec les correspondances de dimensions indiquées sur les figures 1 et 2.

FIG. 1. — Schéma de l'absorbeur à une plaque.

FIG. 2. — Schéma de l'absorbeur à deux plaques.

2.2 RENDEMENT EN ABSENCE DE PERTES. — Pour simplifier l'étude du système, nous adopterons le schéma équivalent de la figure 3. Dans une enceinte rectangulaire, de hauteur l et de longueur X est placée une plaque P. La largeur ℓ est suffisamment grande pour que les distributions de champ magnétique soient les mêmes que dans un système infiniment large.

FIG. 3. — Schéma du principe de fonctionnement de l'absorbeur.

Le flux global vaut Φ_0 ; il est partagé entre les flux

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \varphi_1 \Phi_0 \text{ à gauche de P} \\ \Phi_2 &= \varphi_2 \Phi_0 \text{ à droite de P} \\ (\varphi_1 + \varphi_2 &= 1). \end{aligned} \quad (1)$$

En admettant que les parois de l'enceinte et la plaque sont infiniment conductrices, ce que nous ferons dans cette première étape de l'étude en absence de pertes, ces trois flux restent séparément conservatifs au cours du mouvement de P. φ_1 et φ_2 sont donc constants.

Initialement, la plaque P occupe la position X_1 avec une vitesse nulle. Ensuite, lorsqu'on laisse agir l'induction initiale $B_{1,i}$, P s'accélère puis ralentit comme décrit plus haut, sa position étant repérée par la cote X_p et enfin s'arrête au point X_2 . Nous poserons

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{X_1}{X}, \quad x_2 = \frac{X_2}{X}, \quad x_p = \frac{X_p}{X}, \dots \\ Y_2 &= X - X_2, \quad Y_p = X - X_p, \dots \\ y_2 &= \frac{Y_2}{X}, \dots \end{aligned} \quad (2)$$

Considérons les énergies mises en jeu (toujours par unité de largeur). Initialement l'énergie stockée est $W_s = \Phi_1^2/2 \mu_0 X_1 l$, l'énergie de commande $W_c = \Phi_2^2/2 \mu_0 Y_1 l$ et l'énergie globale vaut donc

$$W_0 = W_c + W_s = \frac{\Phi_0^2}{2 \mu_0 l} \left(\frac{\varphi_1^2}{X_1} + \frac{\varphi_2^2}{Y_1} \right). \quad (3)$$

Lorsque la plaque est au point X_P , elle a une énergie cinétique W_P . Les énergies magnétiques à gauche et à droite de P, compte tenu de ce que les flux sont conservatifs, valent $\Phi_1^2/2 \mu_0 X_P l$ et $\Phi_2^2/2 \mu_0 Y_P l$.

L'énergie magnétique globale vaut :

$$W_M = \frac{\Phi_0^2}{2 \mu_0 l} \left(\frac{\varphi_1^2}{X_P} + \frac{\varphi_2^2}{X - X_P} \right). \quad (4)$$

L'énergie totale du système étant conservative, on a :

$$W_0 = W_M + W_P = \text{cte}. \quad (5)$$

La figure 4 représente W_M en fonction de la position de la plaque. On y lit aussi immédiatement l'énergie

FIG. 4. — Variation de l'énergie magnétique au cours du mouvement de la plaque.

cinétique W_P . W_M passe par un minimum (égal à $\Phi_0^2/2 \mu_0 X l$) pour $X_P = \varphi_1 X$ (et $Y_P = \varphi_2 X$). A ce moment, les inductions magnétiques

$$B_1 = \frac{\varphi_1 \Phi_0}{X_P l} \quad \text{et} \quad B_2 = \frac{\varphi_2 \Phi_0}{Y_P l}$$

sont égales et valent $\frac{\Phi_0}{X l}$.

Le point X_2 d'arrêt de la plaque est donné à partir de (3), (4) et (5) par :

$$\frac{\varphi_1^2}{X_2} + \frac{\varphi_2^2}{X - X_2} = \frac{\varphi_1^2}{X_1} + \frac{\varphi_2^2}{X - X_1}$$

soit

$$\frac{\varphi_1^2}{\varphi_2^2} = \frac{X_1 X_2}{(X - X_1)(X - X_2)} = \frac{X_1 X_2}{Y_1 Y_2}. \quad (6)$$

Le rendement du transfert vaut alors :

$$r_0 = \frac{\text{énergie finale } W_2 \text{ dans } \mathcal{B}_2}{\text{énergie initiale, globale, } W_0} = \frac{\frac{\varphi_2^2}{Y_2}}{\frac{\varphi_1^2}{X_1} + \frac{\varphi_2^2}{Y_1}} = \frac{Y_1}{X} \quad (7)$$

$$r_0 = 1 - x_1$$

Le rapport entre l'énergie de commande W_c et l'énergie stockée W_s vaut :

$$C = \frac{\varphi_2^2}{Y_1} \cdot \frac{X_1}{\varphi_1^2} = \frac{Y_2}{X_2} = \frac{1 - x_2}{x_2} = \frac{y_2}{1 - y_2}. \quad (8)$$

Pour créer l'énergie de commande on utilisera en général un système annexe qui, dans la majeure partie des cas, aura une énergie initiale $2 W_c$. On sera donc amené à considérer le rendement

$$r = \frac{W_2}{W_0 + W_c} = \frac{\frac{\varphi_2^2}{Y_2}}{\frac{\varphi_1^2}{X_1} (1 + 2C)}$$

$$r = \frac{X - X_1}{X + Y_2} = \frac{1 - x_1}{1 + y_2}. \quad (9)$$

On a donc intérêt à ce que x_1 et y_2 soient petits, c'est-à-dire à ce que les bobines de stockage et de charge soient petites comparées à l'absorbeur, pour que les rendements soient élevés et l'énergie de commande petite. Ces rendements peuvent être excellents. Par exemple si $x_1 = 0,1$ et $y_2 = 0,04$ on a $r_0 = 90 \%$ et $r = 86 \%$ tandis que l'énergie de commande n'est que 4 % de l'énergie stockée (on a alors $\varphi_1 = 0,62$ et $\varphi_2 = 0,38$). En général, y_2 sera tel que $y_2 < x_1$ pour que l'énergie de commande soit vraiment faible.

Ce système peut donc avoir, a priori, un bon rendement. Deux problèmes essentiels se posent maintenant :

- peut-on extraire l'énergie de commande de l'énergie stockée ou faut-il une source extérieure ?
- comment les pertes modifient-elles le rendement théorique ?

Nous allons les examiner successivement.

3. Obtention de l'énergie de commande à partir de l'énergie initiale. — 3.1 DIFFUSION DE L'ÉNERGIE INITIALE. — Supposons qu'initialement le flux dans $\mathcal{B}_1$ soit égal à Φ_0 et celui à droite de P nul. Au début du mouvement de P, on laisse diffuser très rapidement une partie de Φ_0 vers la droite (par exemple en mettant transitoirement une résistance en série avec P), puis on arrête ce phénomène (en court-circuitant la résistance). Les flux ont alors les valeurs Φ_1 et Φ_2 . L'énergie initiale

$$\frac{\Phi_0^2}{2 \mu_0 l X_1},$$

représentée par ON sur la figure 4, est devenue

$$\frac{1}{2 \mu_0 l} \left(\frac{\Phi_1^2}{X_1} + \frac{\Phi_2^2}{Y_1} \right),$$

représentée par OM . L'énergie perdue NM (par dissipation par effet Joule dans la résistance) est importante comme on le voit sur la figure. En fait, par ce procédé, on transfère de l'énergie d'une inductance assez faible (proportionnelle à X_1) vers une autre plus grande (proportionnelle à Y_1) ; l'énergie perdue dans le système qui sert à effectuer le transfert est alors très importante, comme lorsqu'on utilise un disjoncteur dans des conditions semblables.

On peut alors envisager de procéder autrement. Au lieu d'effectuer le transfert de flux au point X_1 , on laisse tout d'abord la plaque acquérir une certaine vitesse, le flux Φ_0 restant intégralement concentré dans $\mathcal{B}_1$ puis, en un point plus lointain, on effectue le transfert ; l'énergie magnétique passe (Fig. 4) de la valeur $O' N'$ à la valeur $O' M'$, l'énergie perdue étant $N' M'$, l'énergie totale devient $O' Q$ avec $RQ = N' M'$ l'énergie cinétique restant conservée ($M' Q = N' R$). On constate que l'énergie perdue est beaucoup plus petite que si on effectue la diffusion au départ ($M' N' < MN$) et que l'énergie totale du système est plus grande ($O' Q > OM$) bien qu'étant parti de la même énergie initiale ON . D'autre part, la distance d'arrêt Y'_2 devient plus petite ; le flux Φ_2 est donc plus comprimé et l'énergie finale utilisable plus grande. Pour cette opération, il est évident que le meilleur point de diffusion correspond au minimum de la courbe donnant W_M c'est-à-dire au point $x_p = \varphi_1$. La diffusion tend alors à égaliser les inductions de part et d'autre de P puisque, à la fin, on doit avoir $B_2 = B_1$ (elle ne peut avoir lieu en un point plus lointain car il faudrait obtenir $B_2 > B_1$). En ce point $x_p = \varphi_1$, les conditions d'un bon rendement sont donc réalisées.

La figure 5 représente le rendement en fonction de φ_1 et pour diverses valeurs de x_1 dans trois conditions différentes :

- lorsque la diffusion a lieu au point de départ de la plaque (r_D)
- lorsqu'elle est effectuée au point $x_p = \varphi_1 (r_m)$
- lorsque l'énergie de commande est fournie au départ par un procédé non précisé ayant une énergie double ; r est alors donné par (9).

On constate que r et r_m sont peu différents et bons mais que r_D est effectivement très mauvais. La méthode de la diffusion en $x_p = \varphi_1$ semble donc à priori possible.

Il faut cependant remarquer que l'on doit laisser diffuser l'énergie alors que la plaque occupe une position précise et est en pleine vitesse sinon le rendement diminue beaucoup. D'autre part, le volume final de $\mathcal{B}_2$ étant plus petit que dans le cas où l'énergie de commande est présente à droite de P dès le départ, les pertes dues aux défauts des plaques seront plus sensibles (cf. § 6). Cette méthode ne semble donc pas très prometteuse.

FIG. 5. — Rendement du transfert suivant les conditions de fonctionnement de l'absorbeur.

3.2 MONTAGE AVEC ENCEINTE EXTERIEURE SUPPLEMENTAIRE. — Le problème qui se pose est donc le suivant : comment extraire une partie du flux de la bobine de stockage pour le mettre à droite de la plaque de façon simple et avec un bon rendement. Nous proposons maintenant un montage, un peu plus compliqué technologiquement que le précédent, mais qui permet le transfert de flux ; le schéma de principe en est donné figure 6. Il diffère essentiellement du précédent par la présence d'une enceinte entourant l'élément central et la bobine de récupération $\mathcal{B}_2$. Le fonctionnement est le suivant (Fig. 6) :

— *Etape I* : l'enceinte est en circuit ouvert au départ. Le flux Φ_0 règne dans $\mathcal{B}_1$ et un flux nul dans l'enceinte. La plaque, initialement au repos, commence à s'accélérer.

— *Etape II* : la plaque étant en position

$$X_a = X_1 + Z_a,$$

on ferme le circuit de l'enceinte. Le flux total dans l'enceinte vaut Φ_a et va désormais garder cette valeur. On a :

$$\frac{\Phi_0 - \Phi_a}{X_1} = \frac{\Phi_a}{Z_a}$$

ce qui donne :

$$\Phi_a = \frac{Z_a \Phi_0}{Z_a + X_1}.$$

FIG. 6. — Montage avec enceinte extérieure.

— Etape III : la plaque étant en position

$$X_b = X_1 + Z_b,$$

on court-circuite la bobine $\mathcal{B}_1$. Les flux valent respectivement $\Phi_0 - \Phi_a - \Phi_2$ dans $\mathcal{B}_1$ et, dans l'enceinte, $\Phi_a + \Phi_2$ à gauche de P et $(-\Phi_2)$ à droite de P. Ils sont, à partir de maintenant, séparément conservatifs et vérifient :

$$\frac{\Phi_0 - \Phi_a - \Phi_2}{X_1} = \frac{\Phi_a + \Phi_2}{Z_b} = \frac{\Phi_2}{Y_b}$$

ce qui donne :

$$\Phi_2 = \frac{X_a Y_b (Z_b - Z_a)}{X_a [X_1 Z_b + X_1 Y_b + Z_b Y_b]} \Phi_0.$$

On peut aussi, si on le désire, fermer le conjoncteur D_2 , ce qui évitera de comprimer le flux compris entre les parois de l'élément central et de la bobine $\mathcal{B}_2$ et celles de l'enceinte.

— Etape IV : la plaque s'arrête en un point X_2 .

La valeur de X_2 (ou Y_2) s'obtient à partir de l'équation de conservation de l'énergie

$$\frac{\Phi_0^2}{X_1} = \frac{(\Phi_0 - \Phi_a - \Phi_2)^2}{X_1} + \frac{(\Phi_a + \Phi_2)^2}{X_2 - X_1} + \frac{\Phi_2^2}{Y_2}.$$

L'ensemble de ces équations nous a permis de calculer le rendement r_e qui dépend de X_1 , X_a et X_b . Nous avons constaté que, pour X_1 et X_a donnés, r_e passe par un maximum très plat pour $X_b \approx 0,5$ à $0,6 X$. Nous avons alors choisi la valeur de X_b qui conduit à la valeur maximale de r_e et nous avons obtenu : $r_e = r_e(X_1, X_a)$ $y_2 = y_2(X_1, X_a)$ d'où nous avons déduit

$$r_e = r_e(X_1, Y_2).$$

La figure 7 représente r_e en fonction de Y_1/Y_2 pour diverses valeurs de $X_1/X - X_1$ c'est-à-dire du

FIG. 7. — Rendement du montage avec enceinte extérieure.

rapport entre le volume de la bobine $\mathcal{B}_1$ et celui de l'ensemble absorbeur + bobine $\mathcal{B}_2$ et pour diverses valeurs de X_1/Y_2 c'est-à-dire du rapport des volumes de $\mathcal{B}_1$ et $\mathcal{B}_2$. Le rendement r_e peut être bon mais décroît si ces deux rapports augmentent. Un bon fonctionnement nécessite

$$\frac{X_1}{X - X_1} \lesssim 0,05 \quad \text{et} \quad \frac{X_1}{Y_2} \lesssim 5.$$

On peut facilement voir que r_e est sensiblement donné par :

$$r_e \simeq \frac{X - 2X_1}{X - X_1 + Y_2}.$$

La méthode décrite ici peut permettre de prendre l'énergie de commande sur l'énergie initiale et d'obtenir un bon rendement de transfert (par exemple si $x_1 = 0,13$, $y_2 = 0,044$, $z_a = 0,018$, $z_b = 0,435$, $r_e = 81\%$ et $\Phi_a = 0,13 \Phi_0$, $\Phi_2 = 0,52 \Phi_0$). Elle est cependant un peu complexe. On sera donc amené, suivant les cas, à choisir entre cette solution et celle d'une source extérieure.

4. Dynamique de la plaque. — Pour préciser les performances du système, il nous faut maintenant évaluer les pertes qui ont plusieurs origines :

- diffusion du champ magnétique au travers de P au cours de son mouvement
- effet joule dans P et dans les parois de l'enceinte ;
- champ piégé dans les épaisseurs de peau diverses ;
- défauts de planéité des plaques, qui s'accroissent au cours de leur mouvement.

Cette étude, qui nécessite en premier lieu la connaissance de la dynamique de la plaque, sera effectuée ici dans le cas simple du premier montage sans enceinte extérieure. Une étude menée par ailleurs nous a montré que les résultats obtenus restaient globalement valables.

Considérons donc la plaque du montage de la figure 3. Son épaisseur est e , sa hauteur l , sa masse spécifique $\bar{\omega}$. On obtient facilement son énergie cinétique W_p (toujours pour une largeur unité du montage) en écrivant la conservation de l'énergie totale :

$$W_p = W_0 - W_M.$$

D'après (3) et (4), ceci donne :

$$W_p = \frac{1}{2} \bar{\omega} v^2 e l = \frac{\Phi_0^2}{2 \mu_0 l} \left(\frac{\varphi_1^2}{X_1} - \frac{\varphi_1^2}{X_p} + \frac{\varphi_2^2}{Y_1} - \frac{\varphi_2^2}{Y_p} \right). \quad (10)$$

Appelons α_0 la vitesse caractéristique de la plaque :

$$\alpha_0^2 = \frac{\Phi_0^2}{\mu_0 \bar{\omega} e l^2 X}. \quad (11)$$

Il vient :

$$\begin{aligned} v^2 &= \alpha_0^2 \frac{\varphi_1^2}{x_1} \cdot \frac{X}{X_2} \cdot \frac{(X_p - X_1)(X_2 - X_p)}{X_p(X - X_p)} \\ &= \alpha_0^2 \frac{\varphi_2^2}{y_2} \cdot \frac{X}{Y_1} \cdot \frac{(Y_1 - Y_p)(Y_p - Y_2)}{Y_p(X - Y_p)}. \end{aligned} \quad (12)$$

On peut en déduire en principe le mouvement de la plaque $X_p(t)$. En fait, les expressions sont trop compliquées pour être intégrables analytiquement de façon directe. On peut cependant faire quelques approxima-

tions dans le cas où $X_2 - X_1 \gg X_1, Y_2$ et où, par suite, $X_2 \simeq Y_1 \simeq X$. On a tout d'abord :

$$\left(\frac{\varphi_1}{\varphi_2} \right)^2 = \frac{X_1 X_2}{Y_1 Y_2} \simeq \frac{X_1}{Y_2} = \frac{x_1}{y_2} \quad (13)$$

et

$$\alpha_0^2 \frac{\varphi_1^2}{x_1} = \alpha_0^2 \frac{\varphi_2^2}{y_2} = \alpha^2. \quad (14)$$

Le mouvement de la plaque peut alors se décrire comme suit :

— Pour $X_p \simeq X_1$, c'est-à-dire à l'accélération de la plaque :

$$v^2 \simeq \alpha^2 \frac{X_p - X_1}{X_p}.$$

En appelant t_1 le temps écoulé depuis le départ, ceci s'intègre en :

$$\sqrt{\frac{X_p}{X_1} \left(\frac{X_p}{X_1} - 1 \right)} + \text{Arg sh} \sqrt{\frac{X_p}{X_1} - 1} = \frac{\alpha t_1}{X_1}. \quad (15)$$

— Pour $Y_p \simeq Y_2$, c'est-à-dire au ralentissement de la plaque :

$$v^2 \simeq \alpha^2 \frac{Y_p - Y_2}{Y_p}$$

qui s'intègre en :

$$\sqrt{\frac{Y_p}{Y_2} \left(\frac{Y_p}{Y_2} - 1 \right)} + \text{Arg sh} \sqrt{\frac{Y_p}{Y_2} - 1} = \frac{\alpha t_2}{Y_2} \quad (16)$$

t_2 étant le temps nécessaire jusqu'à l'arrêt de la plaque.

Les lois (15) et (16) décrivant l'accélération et le ralentissement de la plaque sont donc les mêmes. Elles déterminent complètement X_p/X_1 en fonction de $\alpha t_1/X_1$ et Y_p/Y_2 en fonction de $\alpha t_2/Y_2$ (Fig. 8) et l'on a, pour des valeurs identiques de X_p/X_1 et Y_p/Y_2 :

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{X_1}{Y_2} = \frac{x_1}{y_2}. \quad (17)$$

FIG. 8. — Accélération (X_p/X_1) et ralentissement (Y_p/Y_2) de la plaque en fonction du temps.

Nous appellerons t_a et t_r les durées d'accélération et de ralentissement correspondant à $X_p = 2X_1$ et $Y_p = 2Y_2$. t_a représente aussi le temps d'extraction de l'énergie de la bobine $\mathcal{B}_1$ et t_r le temps de remplissage de la bobine $\mathcal{B}_2$. Nous avons :

$$t_a = 2,3 \frac{X_1}{\alpha}, \quad t_r = 2,3 \frac{Y_2}{\alpha}. \quad (18)$$

Si l'on désire que t_r soit court, il faut donc que y_2 soit petit.

Entre ces deux périodes, c'est-à-dire pour

$$2X_1 \leq X_p \leq X - 2Y_2,$$

la vitesse varie lentement de $\alpha/\sqrt{2}$ à α_M (valeur maximale de la vitesse, obtenue à partir de (12) avec $X_p = \varphi_1 X$) puis revient à $\alpha/\sqrt{2}$. Avec les mêmes approximations que précédemment, on a :

$$\alpha_M^2 = \alpha^2 \left(1 - \frac{x_1}{\varphi_1} \right). \quad (19)$$

On admettra que le mouvement est quasi uniforme, de vitesse $\alpha' \sim 0,8$ à $0,9 \alpha$.

La figure 9 représente le mouvement effectif de la plaque dans le cas particulier $x_1 = 0,12$ et $y_2 = 0,04$. Nous voyons qu'il est parfaitement justifié d'admettre un mouvement uniforme entre l'accélération et le ralentissement ; la valeur de la vitesse correspond bien.

FIG. 9. — Mouvement effectif de la plaque pour $x_1 = 0,12$ et $y_2 = 0,04$. Le temps caractéristique est donné par $t_c = (X_2 - X_1) / \alpha_0 \varphi_1 x_1^{-1/2}$.

Remarquons que, pour que cette description du mouvement et en particulier celle de l'accélération soit correcte, il faut que la montée du champ B_{11} au niveau de la plaque et par suite l'ouverture du disjoncteur mécanique D se fasse en un temps au plus égal à X_1/α . Nous poserons :

$$t = \frac{X_1}{\alpha} = \frac{t_a}{2,3} = \frac{x_1}{y_2} \cdot \frac{t_r}{2,3}. \quad (20)$$

Nous en déduisons le rapport entre les temps d'ouverture de l'absorbeur et de l'ouuvreur :

$$\frac{t_r}{\tau} = \frac{2,3 y_2}{x_1}. \quad (21)$$

5. Rendement en présence des pertes liées à la conductivité non infinie du système. — 5.1 NOTATIONS. — Pour cette étude, précisons tout d'abord les notations en nous reportant à la figure 10. Les flux

FIG. 10. — Schéma de l'absorbeur montrant les flux piégés.

sont maintenant en partie dans les épaisseurs de peau et dans la plaque et, désormais :

— $\varphi_1 \Phi_0$ comprend le flux situé dans la plaque et le flux à gauche de P, y compris dans les épaisseurs de peau.

— $\varphi_2 \Phi_0$ représente tout le flux à droite de P.

— X_p comprend l'épaisseur de la plaque.

En ce qui concerne les épaisseurs de peau, elles interviennent par la surface qu'elles occupent, en particulier à l'arrêt de la plaque. Remarquons que du côté de $\mathcal{B}_2$, c'est-à-dire du côté de la récupération de l'énergie, cette surface est nettement plus grande dans le montage à une plaque que dans celui à deux (Fig. 1 et 2) ; la fraction de champ piégé est donc plus importante. Nous ne considérerons que le second montage et nous poserons :

σ_1 = surface de la peau à gauche de P / $X_2 l$

σ_2 = surface de peau de la bobine $\mathcal{B}_2$ / surface S_2 de $\mathcal{B}_2$.

Si r_2 est le rayon de $\mathcal{B}_2$ et δ_2 son épaisseur de peau, on a $S_2 = \pi r_2^2 = Y_2 l$ et

$$\sigma_2 = \frac{2 \pi r_2 \delta_2}{\pi r_2^2} = \frac{2 \sqrt{\pi}}{\sqrt{Y_2 l}} \delta_2. \quad (22)$$

Si l'épaisseur de la plaque est inférieure aux épaisseurs de peau, le courant qui y circule est uniformément réparti et le champ magnétique varie linéairement à l'intérieur entre les deux valeurs B_1 et B_2 . Au départ $B_{2i} \ll B_{1i}$, le flux piégé dans P, $\varphi_k \Phi_0$ est donné par :

$$\varphi_k \simeq \frac{e}{2 X_1} \varphi_1 = k \varphi_1. \quad (23)$$

A la fin, $B_{2i} \gg B_{1i}$, φ'_k vaut :

$$\varphi'_k \simeq \frac{e}{2 Y_2} \varphi_2 = k' \varphi_2 \quad (24)$$

et l'énergie piégée dans la plaque

$$W_k = \frac{e}{3 Y_2} \cdot \frac{\varphi_2^2 \Phi_2^2}{2 \mu_0 l Y_2} \quad (25)$$

5.2 ENERGIE UTILISABLE. — L'énergie récupérée, qui valait

$$W_u = \frac{\Phi_0^2 \varphi_2^2}{2 \mu_0 l Y_2}$$

est modifiée par plusieurs causes :

— Par suite de la diffusion du champ magnétique au travers de P, les flux deviennent $\varphi_2 \Phi_0(1 + p_2)$ dans $\mathcal{B}_2$ et $(\varphi_1 - \Phi_k) \Phi_0(1 + p_1)$ à gauche de P. Le flux global restant conservatif, on a :

$$\varphi_1(1 - k)(1 + p_1) \Phi_0 + k' \varphi_2 \Phi_0 + \varphi_2(1 + p_2) \Phi_0 = \Phi_0$$

ou encore

$$(p_1 - k) \varphi_1 + (p_2 + k') \varphi_2 = 0. \quad (26)$$

— La distance d'arrêt devient :

$$Y'_2 = Y_2(1 + \eta) \quad (27)$$

par suite de la variation des flux et des pertes d'énergie par effet joule dans P, W_{JP} , et dans les parois de l'enceinte, W_{Je} . On posera :

$$W_J = W_{JP} + W_{Je}. \quad (28)$$

Y'_2 (ou η) se calcule à partir de la conservation de l'énergie totale en remarquant que les flux se répartissent comme suit : $\varphi_1 \Phi_0(1 + p_1 - k)$ sur la surface $[X_2(1 + \sigma_1) - \eta Y_2 - e] l$ et $\varphi_2 \Phi_0(1 + p_2)$ sur la surface $Y_2(1 + \eta + \sigma_2) l$. Nous avons donc :

$$\frac{\Phi_0^2}{2 \mu_0 l} \left[\frac{\varphi_1^2(1 + 2 p_1 - 2 k)}{X_2(1 + \sigma_1) - \eta Y_2 - e} + \frac{\varphi_2^2(1 + 2 p_2)}{Y_2(1 + \eta + \sigma_2)} \right] + W_k + W_J = W_0$$

soit :

$$\begin{aligned} \frac{\varphi_1^2}{X_1} \left(2 p_1 - 2 k - \sigma_1 + \eta \frac{Y_2}{X_2} + \frac{e}{X_2} \right) + \\ + \frac{\varphi_2^2}{Y_2} \left(2 p_2 - \eta - \sigma_2 + \frac{2 k'}{3} \right) = - \frac{2 \mu_0 l}{\varphi_0^2} W_J. \end{aligned} \quad (29)$$

Avec les mêmes hypothèses que précédemment (cf. (13)) :

$$\begin{aligned} \frac{\varphi_1^2}{X_2} (-2 k + e) + \frac{2 k'}{3} \cdot \frac{\varphi_2^2}{Y_2} \simeq \frac{\varphi_2^2}{Y_2} \times \\ \times \left(-\frac{e}{X_2} + e \frac{X_1}{X_2} + \frac{e}{3 Y_2} \right) \simeq \frac{\varphi_2^2}{Y_2} \cdot \frac{e}{3 Y_2}. \end{aligned} \quad (30)$$

De même, compte tenu de (26) et de ce, qu'en général, $\varphi_2 \lesssim \varphi_1$

$$\begin{aligned} \frac{\varphi_1^2}{X_2} (2 p_1 - 2 k) + \frac{\varphi_2^2}{Y_2} (2 p_2 + 2 k') \simeq \\ \simeq (2 p_2 + 2 k') \frac{\varphi_2^2}{Y_2} \end{aligned} \quad (31)$$

et

$$\eta \left(\frac{\varphi_1^2 Y_2}{X_2^2} - \frac{\varphi_2^2}{Y_2} \right) \simeq - \eta \frac{\varphi_2^2}{Y_2} \quad (32)$$

(29) pourra donc être simplifié.

— Enfin l'énergie transférée n'est pas totalement utilisable puisqu'une partie reste piégée dans l'épaisseur de peau de $\mathcal{B}_2$. L'énergie récupérable vaut :

$$\begin{aligned} W_u + \Delta W_u &= \frac{\varphi_2^2 \Phi_0^2(1 + 2 p_2)}{2 \mu_0 l Y_2(1 + \eta + \sigma_2)} \cdot (1 - \sigma_2) \\ &= W_u(1 + 2 p_2 - \eta - 2 \sigma_2). \end{aligned}$$

Compte tenu de (29), (30), (31) et (32), ceci s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta W_u}{W_u} &= 2 p_2 - \eta - 2 \sigma_2 \\ &= - \frac{W_J}{W_u} - \frac{e}{3 Y_2} + \frac{X_1}{X} \sigma_1 - \sigma_2. \end{aligned} \quad (33)$$

Pour obtenir ΔW_u , il nous faut évaluer les pertes joules et les épaisseurs de peau. Il n'est pas utile de connaître l'importance de la diffusion des flux au travers de P, si ce n'est en ordre de grandeur pour vérifier qu'elle reste faible.

5.3 EPAISSEURS DE PEAU. — Appelons ρ_e la résistivité des bobines et des parois de l'absorbeur et ρ celle de la plaque.

Au cours de l'accélération, entre les temps $t_1 = 0$ et $t_1 \simeq 2 X_1/\alpha$, X_P varie de X_1 à $2 X_1$ (cf. Fig. 8) et l'induction B_1 qui varie comme $1/X_P$, est divisée par deux en variant de façon quasi linéaire :

$$B_1 \simeq \frac{\varphi_1 \Phi_0}{X_1 l} \left(1 - \frac{\alpha t_1}{4 X_1} \right) \simeq \frac{\varphi_1 \Phi_0}{X_1 l} e^{-t/\tau_1}. \quad (34)$$

On peut alors admettre que l'épaisseur de peau est la même que pour un courant exponentiel :

$$\delta_1 = \sqrt{\frac{\rho_e \tau_1}{\mu_0}} = 2 \sqrt{\frac{\rho_e X_1}{\mu_0 \alpha}} \quad (35)$$

dans les parois à gauche de P

$$\delta'_1 = 2 \sqrt{\frac{\rho X_1}{\mu_0 \alpha}} \quad (36)$$

dans la plaque.

Au cours du mouvement uniforme à la vitesse $\alpha' \lesssim \alpha$, B_1 décroît un petit peu plus vite que suivant (34) et δ_1 et δ'_1 deviennent un petit peu plus petits. Enfin au

cours du ralentissement, B_1 décroît très peu. δ_1 et δ_p caractériseront bien les effets de peau pour B_1 .

De même, les effets de peau relatifs à B_2 seront caractérisés par :

$$\delta'_2 = 2 \sqrt{\frac{\rho Y_2}{\mu_0 \alpha}} \quad (37)$$

dans la plaque

$$\delta_2 = 2 \sqrt{\frac{\rho_e Y_2}{\mu_0 \alpha}} \quad (38)$$

dans les parois à droite de P, ces valeurs étant valables surtout pour le ralentissement.

5.4 ECHAUFFEMENT DE LA PLAQUE. — Cet échauffement se calcule par :

$$\bar{\omega} c \theta = \int \rho i^2 dt$$

où $\bar{\omega}$ et c sont les masses et chaleur spécifiques de P. Nous supposons toujours la plaque suffisamment fine ($e < \delta'_1$ et δ'_2) pour que la densité de courant i y soit uniforme ; nous négligeons les modifications des inductions liées à la diffusion au travers de P. Enfin, nous choisissons des inductions B_1 et B_2 de même sens, de façon que i soit petit et par suite θ faible (Il peut en être facilement ainsi si le flux de commande est créé par une source extérieure ; il en est ainsi s'il est créé par diffusion du flux initial mais pas si l'on utilise une enceinte extérieure). Nous avons alors :

$$i = \frac{B_1 - B_2}{\mu_0 e} \quad (39)$$

Pendant l'accélération,

$$B_1 = \frac{\varphi_1 \Phi_0}{X_p l} \gg B_2.$$

L'échauffement est alors majoré par θ_a :

$$c \theta_a = \frac{\rho \alpha}{\mu_0 e} \int \frac{X_1^2}{X_p^2} d\left(\frac{\alpha t_1}{X_1}\right) \quad (40)$$

Compte tenu de (15) qui donne X_1/X_p en fonction de $\alpha t_1/X_1$, on peut intégrer (40) numériquement pour $1 < X_1/X_p < 2$; on trouve :

$$c \theta_a = 1,4 \frac{\rho \alpha}{\mu_0 e} \quad (41)$$

De même, on obtient au ralentissement :

$$c \theta_r = 1,4 \frac{\rho \alpha}{\mu_0 e} \quad (42)$$

Pendant le mouvement uniforme :

$$c \theta_u = \frac{\rho}{\mu_0 e} \alpha_0^2 \int \left(\frac{\varphi_1^2}{x_p^2} - \frac{2 \varphi_1 \varphi_2}{x_p y_p} + \frac{\varphi_2^2}{y_p^2} \right) dt.$$

Avec $x_p = \alpha' t$, il vient en intégrant de $x_p = 2 x_1$

à $x_p = 1 - 2 y_2$ et en utilisant les hypothèses déjà faites (cf. (13)) :

$$\begin{aligned} c \theta_u &\simeq \frac{\rho \alpha_0^2}{\mu_0 e \alpha'} \left(\frac{\varphi_1^2}{x_1} + 2 \varphi_1 \varphi_2 \text{Log } 4 x_1 y_2 \right) \\ &\simeq \frac{\rho \alpha^2}{\mu_0 e \alpha'} (1 + 2 \sqrt{x_1 y_2} \text{Log } 4 x_1 y_2). \end{aligned}$$

En pratique cela donne $c \theta_u \simeq 0$ ($\sqrt{x} \text{Log } x \sim -1$ pour $0,02 < x < 0,16$).

Finalement, l'échauffement est sensiblement donné par :

$$c \theta \simeq \frac{3 \rho \alpha}{\mu_0 e} \quad (43)$$

Le rapport entre l'énergie joule dépensée et l'énergie utile vaut alors :

$$\frac{W_{JP}}{W_u} \simeq \frac{W_{JP}}{W_s} = \frac{2 c \theta}{\alpha^2} = \frac{6 \rho}{\mu_0 e \alpha} = \varepsilon. \quad (44)$$

Cette évaluation de W_{JP} suppose $e < \delta'_1$ et δ'_2 . En général, Y_2 est plus petit que X_1 et δ'_2 est un peu plus petit que δ'_1 mais peu. Aussi, si l'on a $e \lesssim \delta'_1$ et $e \gtrsim \delta'_2$, le courant reste réparti de façon à peu près homogène même au ralentissement et le calcul reste valable. Si $e > \delta'_1$, l'échauffement sera du même ordre que pour $e \sim \delta'_1$ mais il restera superficiel.

Nous avons aussi admis que la résistivité ρ était constante c'est-à-dire que θ était très petit. S'il n'en est pas ainsi, l'échauffement réel θ_f sera tel que :

$$c \theta_0 \text{Log } \frac{\theta_f + \theta_0}{\theta_0} = c \theta \simeq \frac{3 \rho \alpha}{\mu_0 e} \quad (45)$$

Le tableau I donne la correspondance entre θ et θ_f .

θ	86	122	153	182	208	232	254	275	294
θ_f	100	150	200	250	300	350	400	450	500.

5.5 ECHAUFFEMENT DES PAROIS. — Cet échauffement a lieu dans les épaisseurs de peau.

Considérons le montage à deux plaques et supposons que la hauteur l de l'enceinte soit très supérieure à la course $X_2 - X_1$ de la plaque, ce qui sera en général le cas (cf. § 7). L'énergie joule perdue dans les parois de l'enceinte le sera alors essentiellement dans la zone hachurée de la figure 2, parcourue par le courant i_1 et d'épaisseur δ_1 . Or B_1 , qui détermine i_1 , est donné tout d'abord par (34) puis s'écarte un peu de cette loi. Cependant, comme l'échauffement a surtout lieu lorsque i_1 est fort, c'est-à-dire pendant l'accélération, on aura une très bonne approximation de l'échauffement superficiel global θ_e en écrivant qu'il est égal à celui provoqué par le champ exponentiel (34) pour t variant de 0 à l' ∞ . Si les constantes physiques de la paroi sont $\rho_e, \bar{\omega}_e, c_e$, on a :

$$\bar{\omega}_e c \theta_e = \frac{1}{2 \mu_0} \cdot \frac{\varphi_1^2 \Phi_0^2}{X_1^2 l^2}.$$

L'énergie joule dépensée est alors concentrée dans une épaisseur de peau $\delta_1/2$ et vaut :

$$W_{je} = \frac{1}{2} \frac{\varphi_1^2 \Phi_0^2}{\mu_0 X_1^2 l^2} \frac{\delta_1}{2} l = W_s \sqrt{\frac{\rho_e}{\mu_0 \alpha X_1}}. \quad (46)$$

Si on pose

$$e = k\delta'_1 \quad (k \lesssim 1) \quad (47)$$

on a :

$$\frac{W_{jp}}{W_{je}} = \frac{3}{k} \sqrt{\frac{\rho}{\rho_e}}. \quad (48)$$

Si la plaque et l'enceinte sont en même métal ou si $\rho \gg \rho_e$, $W_{jp} \gg W_{je}$, les pertes d'énergie par effet joule se situent principalement dans la plaque.

5.6 DIFFUSION DU CHAMP MAGNÉTIQUE. — Pour étudier la diffusion au travers de P, nous supposons que les flux gelés dans les épaisseurs de peau et dans la plaque sont négligeables. Nous posons que, lorsque la plaque est en X_p , les flux utiles valent $\varphi_1(1 + q_1)$ et $\varphi_2(1 + q_2)$ ($q_1 = p_1$ et $q_2 = p_2$ pour $X_p = X_2$). On établit facilement les équations :

$$\frac{\rho}{\mu_0 e} \left(\frac{\varphi_1}{X_p} - \frac{\varphi_2}{Y_p} \right) = - \varphi_1 \frac{dq_1}{dt} = + \varphi_2 \frac{dq_2}{dt}. \quad (49)$$

Leur intégration entre X_1 et Y_2 donne :

$$\begin{aligned} p_1 &= 1,8 \frac{\rho}{\mu_0 e \alpha} \left(-1 + \sqrt{\frac{y_2}{x_1}} \right) \\ &= 0,3 \varepsilon \left(-1 + \sqrt{\frac{y_2}{x_1}} \right) \end{aligned} \quad (50)$$

$$p_2 = 1,8 \frac{\rho}{\mu_0 e \alpha} \left(\frac{x_1}{y_2} - 1 \right) = 0,3 \varepsilon \left(\sqrt{\frac{x_1}{y_2}} - 1 \right).$$

5.7 PERTE SUR L'ÉNERGIE UTILISABLE. — Compte tenu des diverses expressions établies dans ce paragraphe 5, on a :

$$\frac{\Delta W_u}{W_u} = - \frac{W_j}{W_u} - \frac{e}{3 Y_2} + \frac{X_1}{X} \sigma_1 - \sigma_2$$

ou

$$\begin{aligned} \frac{\Delta W_u}{W_u} &= - \frac{6 \rho}{\mu_0 e \alpha} - \sqrt{\frac{\rho_e}{\mu_0 \alpha X_1}} - \frac{e}{3 Y_2} + \\ &+ \sqrt{\frac{\rho_e}{\mu_0 \alpha}} \left(\frac{2 X_1^{3/2}}{X} - 4 \sqrt{\frac{\pi}{l}} \right) \end{aligned}$$

(dans le calcul de σ_1 , nous avons supposé que

$$X_2 - X_1 \ll l).$$

Or,

$$\frac{2 X_1^{3/2}}{X} - 4 \sqrt{\frac{\pi}{l}} \ll \frac{1}{\sqrt{X_1}},$$

le flux gelé dans les parois de $\mathcal{B}_1$ et de l'absorbent et celui gelé dans les parois de $\mathcal{B}_2$ entraînent une perte négligeable comparée à celle par l'effet Joule dans les parois, il reste donc :

$$\Delta W_u \simeq - (W_j + W_k). \quad (51)$$

L'énergie utilisable perdue est de l'ordre de grandeur de l'énergie joule dépensée dans le système augmentée de l'énergie gelée dans la plaque. Finalement :

$$\frac{\Delta W_u}{W_u} \simeq - \frac{6 \rho}{\mu_0 e \alpha} - \frac{e}{3 Y_2} - \sqrt{\frac{\rho_e}{\mu_0 \alpha X_1}}. \quad (52)$$

Le troisième terme étant éventuellement négligeable (cf. (48)).

6. Pertes dues aux défauts des plaques. — Une plaque n'est jamais d'épaisseur rigoureusement constante. Son épaisseur est en fait comprise entre les valeurs $e \left(1 + \frac{d}{2}\right)$ et $e \left(1 - \frac{d}{2}\right)$. Pour une fabrication tout à fait courante $d = 10^{-2}$; pour une plus soignée, nous admettrons $d = 3 \times 10^{-3}$. A l'arrêt des plaques l'une contre l'autre, certaines parties viennent en contact avec une vitesse nulle, d'autres ont déjà rebondi et d'autres ne sont pas encore arrivées. Pour éviter au maximum de coincer du flux, un isolant fin est placé entre les deux plaques. Il subsiste cependant une surface non nulle avec du flux non récupérable. Nous allons l'évaluer.

A un instant quelconque, toutes les portions des plaques sont soumises aux mêmes inductions magnétiques $\mathbf{B}_1$ et $\mathbf{B}_2$ donc à la même densité de force $\mathbf{f}$. Or on a, pour un élément quelconque d'épaisseur locale e :

$$\int_{t_0}^t \mathbf{f} dt = \bar{\omega} e \int_{t_0}^t dv = \bar{\omega} e [v(t) - v(t_0)] = \bar{\omega} e v(t)$$

$\int_{t_0}^t \mathbf{f} dt$ est une quantité parfaitement définie, indé-

pendante de l'épaisseur de la plaque. A l'instant t , les vitesses v et v' des éléments d'épaisseur e et e' sont donc telles que :

$$\frac{v}{v'} = \frac{e}{e'}$$

En particulier, les vitesses de tous les éléments s'annulent en même temps. Autrement dit, tous les éléments de la plaque s'arrêtent au même instant t_f mais pas au même endroit ; la plaque est déformée de

$$\pm \Delta L = \frac{d}{2} (X_2 - X_1).$$

En fait, certaines parties, les plus fines, ayant déjà rebondi, la déformation est différente.

Considérons donc ce rebondissement et évaluons tout d'abord l'importance de la déformation par

rapport à l'épaisseur de la plaque. On a $e = k\delta'_1$ avec $k \lesssim 1$; compte tenu de (36) et (44), il vient :

$$\frac{e}{\Delta L} = k^2 \frac{\varepsilon}{3d} \cdot \frac{X_1}{X_2 - X_1}$$

k^2 est de l'ordre de 1, ε de quelques %, d de l'ordre de 1 %, $\frac{X_1}{X_2 - X_1} \ll 1$; il en résulte $\frac{e}{\Delta L} < 1$. L'épaisseur de la plaque est inférieure à l'ordre de grandeur des déformations.

Calculons maintenant la vitesse de la plaque alors qu'il lui reste encore une distance $z = Y_p - Y_2$ à parcourir avant son arrêt et supposons $z \lesssim \Delta L \ll Y_2$. D'après (16), on a :

$$2\sqrt{zY_2} = \alpha t_2$$

et

$$v(z) = \alpha \sqrt{\frac{z}{Y_2}}.$$

Lorsque les premiers points des plaques se touchent, $z = \Delta L$.

$$v(\Delta L) = \alpha \sqrt{\frac{d}{2y_2}}$$

est nettement inférieur à α car $d \lesssim 1\%$ et $y_2 \gtrsim$ quelques %. Si α est de l'ordre de quelques km/s, $v(\Delta L)$ et à fortiori $v(z < \Delta L)$ sera nettement inférieur à la vitesse du son dans la plaque conductrice (~ 5 km/s). Comme de plus $e \lesssim \Delta L$, le temps nécessaire à la propagation d'un choc dans la plaque sera bien plus petit que celui nécessaire à l'arrêt de cette plaque ; l'approximation adiabatique sera valable et les rebondissements auront lieu de façon quasi instantanée, la plaque reprenant le mouvement symétrique de celui avec lequel elle arrivait.

Les parties en avance et celles en retard des deux plaques se présentent les unes en face des autres de façon aléatoire. Nous admettrons que tout se passe comme si chacune rebondissait sur une paroi fixe placée dans le plan de symétrie (Fig. 11). Si t' est l'avance temporelle prise par les éléments plus fins que l'épaisseur moyenne, nous voyons qu'au temps

FIG. 11. — Rebondissement d'une plaque sur une paroi rigide.

$t'/2$ avant l'arrêt, la surface perdue pour le flux passe par un minimum (cf. Fig. 12). Nous l'évaluerons pour chaque plaque de hauteur $l/2$ à $\frac{\Delta L \cdot l}{4}$. A cet

FIG. 12. — Evolution de la forme de la plaque en fonction du temps. (a) Les premiers points touchent la paroi. (b) Temps $t'/2$. (c) Temps t' . La surface perdue pour le flux est hachurée.

instant, l'induction magnétique B'_2 est inférieure à B_2 ; elle vaut (en négligeant les autres pertes) :

$$B'_2 = \frac{\varphi_2 \Phi_0}{\left(Y_2 + \frac{\Delta L}{2}\right) l}$$

et l'énergie récupérable devient :

$$W'_u = \frac{B'^2_2}{2\mu_0} Y_2 l = W_u \left(1 - \frac{\Delta L}{Y_2}\right) = W_u \left(1 - \frac{d}{2y_2}\right). \quad (51)$$

On peut se demander s'il n'est pas préférable de prévoir la séquence de telle sorte que l'arrêt des plaques se fasse dans la position (a) de la figure 12 ; alors la distance d'arrêt du système vaut

$$Y''_2 = Y_2 + \Delta L.$$

Pour cela, il faut partir d'un flux $\varphi'_2 \Phi_0$ légèrement supérieur à $\varphi_2 \Phi_0$. On peut alors voir que ce fonctionnement est un peu moins favorable puisque :

$$W''_u = W_u \left(1 - \frac{3\Delta L}{2Y_2}\right).$$

Nous avons négligé les défauts locaux. Nous admettrons que, par suite de la rigidité mécanique, ils ont peu d'effet.

7. Performances globales du système. — Le rendement global est finalement donné par :

$$r_f = 1 - x_1 - y_2 - \frac{d}{2y_2} - \frac{e}{3Y_2} - \varepsilon - \sqrt{\frac{\rho_e}{\mu_0 X_1 \alpha}} \quad (52)$$

$1 - x_1 - y_2$ représente le rendement r en absence de pertes (cf. (8)), $d/2 y_2$ mesure l'influence des défauts des plaques, $e/3 Y_2$ tient compte du flux gelé dans les plaques et les deux derniers termes de l'effet Joule dans les plaques et les parois.

7.1 CHOIX DES PLAQUES. — Il s'agit de préciser leur épaisseur par rapport à δ'_1 et de voir s'il est préférable de les faire en cuivre ou en aluminium. Pour cela nous allons voir l'évolution des divers paramètres caractéristiques du montage ($W_s, e, X, \varepsilon, \alpha$). Nous fixerons l'échauffement θ de la plaque et le temps d'accélération t_a ; nous supposons que la hauteur l et la largeur ℓ du montage sont telles que :

$$\begin{aligned} l &= \lambda X \\ \ell &= \mu X \end{aligned}$$

et aussi que

$$\begin{aligned} e &= k k' \delta_a \quad (\text{si } e < \delta'_1, \quad k < 1, \quad k' = 1) \\ &(\text{si } e > \delta'_1, \quad k = 1, \quad k' > 1). \end{aligned} \quad (53)$$

Nous rappellerons enfin que le temps d'ouverture du disjoncteur placé entre la bobine $\mathcal{B}_1$ et l'absorbeur vaut (cf. (21)).

$$\tau = \frac{t_a}{2,3} = \frac{x_1}{2,3 y_2} t_r = \frac{x_1}{y_2} \tau_r.$$

Il vient, après quelques calculs et en appelant W_s l'énergie stockée par unité de volume de $\mathcal{B}_1$.

$$\begin{aligned} e &= 2 k k' \sqrt{\frac{\rho \tau}{\mu_0}} \\ X_1 &= \frac{2 k}{3 k'} \sqrt{\frac{\mu_0}{\rho}} c \theta \tau^{3/2} \\ \varepsilon &= \frac{k'}{k^2} \frac{9 \rho}{2 \mu_0 c \theta \tau} \\ \alpha &= \frac{k}{k'} \frac{2 c \theta}{3} \sqrt{\frac{\mu_0 \tau}{\rho}} \\ w_s &= \frac{2}{3} k^2 \bar{\omega} c \theta \end{aligned} \quad (54)$$

$$\begin{aligned} \frac{e}{3 Y_2} &= k'^2 \frac{\rho}{\mu_0 c \theta \tau} \cdot \frac{x_1}{y_2} \\ W_s &= \frac{k^5}{k'^3} \frac{16 \lambda \mu}{81 x_1^2} \left(\frac{\mu_0}{\rho} \right)^{3/2} \bar{\omega} (c \theta)^4 \tau^{9/2}. \end{aligned}$$

On voit que si k est pris inférieur à 1, les pertes joule s'accroissent, l'énergie par unité de volume diminue et l'énergie totale décroît encore plus. Il faut donc choisir $k = 1$. Si k' devient plus grand que 1, l'énergie par unité de volume reste constante, les dimensions et l'énergie totale diminuent, les pertes dues à l'effet joule et au flux gelé dans P s'accroissent. On a donc tout intérêt à prendre $k = k' = 1$, ce que nous ferons désormais.

Comparons maintenant les performances obtenues avec des plaques en aluminium et en cuivre. On a pour les mêmes θ et τ :

$$\frac{e_{Al}}{e_{Cu}} = 1,25; \quad \frac{X_{1Al}}{X_{1Cu}} = \frac{\alpha_{Al}}{\alpha_{Cu}} = 1,88;$$

$$\frac{\varepsilon_{Al}}{\varepsilon_{Cu}} = \frac{(e/3 Y_2)_{Al}}{(e/3 Y_2)_{Cu}} = 0,67;$$

$$\frac{w_{s(Al)}}{w_{s(Cu)}} = 0,72; \quad \frac{W_{s(Al)}}{W_{s(Cu)}} = 4,82.$$

Avec l'aluminium, les pertes sont plus faibles et l'énergie totale plus élevée mais les dimensions sont plus grandes. Il semble que l'aluminium soit préférable, mais on peut, dans certains cas, lorsque l'énergie mise en jeu n'est pas trop grande, préférer le cuivre. Nous prendrons maintenant des plaques en aluminium. L'énergie transférée par unité de volume de plaque est :

$$w_p = r_f W_s / e \lambda \mu X^2 = r_f \bar{\omega} \alpha^2 / 2 = r_f \bar{\omega} c \theta / \varepsilon. \quad (55)$$

Il sera intéressant de comparer w_p à la densité d'énergie w_e transférable par une explosion de feuille. On sait que, pour l'aluminium, une telle explosion absorbe 25 kJ/cm³ et que, dans le meilleur des cas c'est-à-dire pour des inductances de stockage et de charge égales, l'énergie absorbée est deux fois plus importante que l'énergie transférée. On a donc $w_e \leq 12,5$ kJ/cm³.

Notons enfin que les pertes joule dans les parois de l'enceinte, qui entraînent une diminution du rendement égale à (cf. (48)) :

$$\sqrt{\frac{\rho_e}{\mu_0 X_1 \alpha}} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{\rho_e}{\rho}} \varepsilon$$

seront minimales si ρ_e est minimal, c'est-à-dire si l'enceinte est en cuivre. Dans ce cas, les pertes joule totales vaudront :

$$\varepsilon_j \simeq 1,3 \varepsilon. \quad (56)$$

7.2 UTILISATION DU MONTAGE. — Nous constatons qu'une augmentation de θ diminue les pertes et accroît l'énergie par unité de volume et encore plus l'énergie totale. Pour préciser les performances possibles de l'absorbeur, nous choisirons donc θ le plus grand possible. Nous prendrons $\theta = 250^\circ$ ce qui correspond à une augmentation effective de la température de 400° (cf. Tableau I).

Finalement, avec : une enceinte en cuivre, des plaques en aluminium d'épaisseur égale à l'épaisseur de peau, un échauffement $\theta_f \simeq 400^\circ$ ($\theta \simeq 250^\circ$), on a si τ est en μs :

$$\begin{aligned} e_{mm} &= 0,3 \sqrt{\tau}; \quad X_{1mm} = 1,02 \tau^{3/2}; \quad \varepsilon_j = 0,57/\tau; \\ \alpha_{km/s} &= 1,02 \sqrt{\tau}; \quad w_s = 0,41 \text{ kJ/cm}^3; \quad B_1 = 32 \text{ T}; \\ e/3 Y_2 &= 0,1 x_1/y_2 \tau; \quad W_{s(j)} = 0,44 \lambda \mu x_1^{-2} \tau^{9/2} \end{aligned} \quad (57)$$

FIG. 13. — Variations en fonction de τ de divers paramètres de l'absorbeur pour $\theta = 250^\circ$ ($\theta_t = 400^\circ$). Les plaques sont en aluminium, les parois en cuivre.

et

$$r_f = 1 - x_1 - y_2 - \frac{d/2 + 0,1 x_1/\tau}{y_2} - \frac{0,57}{\tau}.$$

Certaines de ces expressions sont représentées figure 13 en fonction de τ .

Pour connaître les possibilités effectives de l'absorbeur, il nous faut maintenant choisir x_1 et y_2 . Plusieurs considérations entrent en jeu, plus ou moins contradictoires :

— Le rendement r_f doit être élevé ; x_1 doit donc être petit. Quant à y_2 , il doit être tel que

$$y_2 = (d/2 + 0,1 x_1 \tau^{-1})/y_2$$

soit minimum. Si $0,1 x_1 \tau^{-1} \ll d$, cela donne

$$y_2 \simeq \sqrt{d/2}.$$

— La fraction d'énergie dépensée pour la commande $C = y_2/1 - y_2$ doit être petite, ce qui implique que y_2 le soit.

— Le rapport $x_1/2, 3 y_2$, qui représente le facteur de raccourcissement du temps de délivrance de l'énergie, doit être grand et par suite x_1 grand et y_2 petit.

Le tableau II montre l'influence du choix de y_2 sur les pertes (lorsque $0,1 x_1 \tau^{-1} \ll d$) et sur C . On voit qu'il est bon de prendre $y_2 \simeq 0,7 \sqrt{d/2}$ car cela diminue notablement l'énergie de commande et le temps de délivrance de l'énergie tout en augmentant à peine les pertes. Ce tableau montre aussi l'extrême intérêt de plaques très régulières :

TABLEAU II

d	10^{-2}	10^{-2}	3×10^{-3}	3×10^{-3}	3×10^{-3}
y_2	$0,07(= \sqrt{d/2})$	0,05	$0,04(= \sqrt{d/2})$	0,03	0,02
C %	7,5	5,3	4	3,1	2,0
$(y_2 + \frac{d}{2 y_2}) \%$	14	15	7,8	8,0	9,5

TABLEAU III

$\theta_f = 400 \text{ K}$	d	y_2	$d/2 y_2$ %	C %	x_1	τ μs	t_r μs	r_f %	e mm	$X_1 - X_2$ mm	w_p kJ/cm ³	W_s MJ	α km/s
(a)	10^{-2}	0,05	10	5,3	0,12	5	4,8	58	0,67	79	4,0	0,13-4,3	2,3
						10	9,6	66	0,95	223	9,3	2,9-97	3,2
						20	19	70	1,34	631	20	66-2 200	4,5
(b)	3×10^{-3}	0,03	5	3	0,12	5	2,9	61	0,67	81	4,0	0,13-4,3	2,3
						10	5,8	71	0,95	229	9,4	2,9-97	3,2
						20	11,5	76	1,34	646	20	66-2 200	4,5
						100	58	79	3	7 220	105	$9 \times 10^4 - 3 \times 10^6$	10
(c)	3×10^{-3}	0,03	5	3	0,06	5	5,8	71	0,67	173	4,7	0,5-17	2,3
						10	11,5	79	0,95	489	10,5	11,6-386	3,2
						20	23	22	1,34	1 384	22	262-8 700	4,5
$\theta = 250^\circ$													
(d)	3×10^{-3}	0,03	5	3	0,12	100	58	71	3	722	0,9	9-300	1

Le tableau III donne quelques exemples typiques de l'utilisation de l'absorbeur. Les limites d'énergie indiquées correspondent à $\lambda = 1$, $\mu = 3$ qui représentent des valeurs plutôt minimales et $\lambda = \mu = 10$ qui peuvent être augmentées si besoin. Nous constatons que le rendement de transfert est bon. Il est d'autant meilleur

- que τ est grand,
- que d est petit.

Tous les exemples correspondent à $y_2 \simeq 0,7 \sqrt{d/2}$. Les énergies W_s mises en jeu sont parfois fort élevées, surtout pour $\tau \simeq 100 \mu\text{s}$. Pour les réduire, il suffit d'abaisser θ . C'est ce que nous avons fait en (d) ; comme τ est grand, le rendement reste bon.

L'épaisseur des plaques est de l'ordre du mm. L'énergie transférée par unité de volume de plaque est très comparable à celle transférée par une feuille explosante, donc la masse des plaques est du même ordre que celle des feuilles qui permettraient d'obtenir la même énergie dans la charge (à partir d'une énergie initiale au moins deux fois plus grande). Les dimensions du système sont très raisonnables. Par exemple, un absorbeur de $2,8 \text{ m} \times 1,4 \text{ m} \times 44 \text{ cm}$ comportant deux plaques de $0,95 \text{ mm}$ d'épaisseur, permet d'obtenir à partir de 100 MJ , lorsqu'il est associé à un disjoncteur

ouvrant en $10 \mu\text{s}$, 60 MJ délivrés en $12 \mu\text{s}$ si les plaques sont définies à 1% et 66 MJ délivré en $6 \mu\text{s}$ pour des plaques définies à 3×10^{-3} . La masse des plaques, un peu plus grande dans le premier cas, est environ 50% supérieure à celle des feuilles explosées.

8. Conclusion. — Associé à un disjoncteur mécanique rapide, l'absorbeur décrit permet de transférer l'énergie d'une inductance vers une autre avec un rendement excellent ($60\text{-}70 \%$) bien supérieur au rendement maximal habituel (25%) obtenu pour les systèmes statiques (feuilles explosées par exemple). Il est bien adapté aux transferts d'énergie de l'ordre de 10 MJ ou plus s'effectuant en un temps de l'ordre de $10 \mu\text{s}$. L'énergie transférée par unité de volume de plaque ($\sim 10 \text{ kJ/cm}^3$) pour l'aluminium est tout à fait comparable à celle d'une feuille explosée équivalente. Les destructions à chaque fonctionnement sont limitées à deux plaques et il n'y a pas de choc direct sur les parois. Cette simplicité est à comparer à l'utilisation difficile des feuilles explosées qui nécessite des surfaces plus grandes (facteur 10), un matériau de bourrage et des enceintes nettement plus résistantes aux chocs. Cet absorbeur paraît donc un progrès considérable dans la maîtrise des transferts rapides de hautes énergies électromagnétiques.

Bibliographie

- [1] RIOUX, C., Conditions d'amorçage d'une réaction thermonucléaire dans un plasma chauffé par l'implosion rapide d'une enceinte matérielle. Rapport interne LF 13, nov. 73.
- [2] RIOUX, C., JABLON, C., *Nucl. Fus.* **15** (1975) 425.
- [3] VELIKHOV, E. P., VEDINOV, A. A., BOGDANETS, A. D., GOLUBEV, V. S., KASHARSKII, E. G., *Sov. Phys. Tech. Phys.* **18** (1973) 274.
- [4] ROBSON, A. E., Linus an approach to controlled fusion through the use of Megagauss Magnetic Fields. Report of NRL Progress. June (1973), p. 7.
- [5] RIOUX, C., SULTANEM, F., Etude théorique des machines asynchrones sans fer à rotor massif LF 50 (octobre 1975).
- [6] GUILLET, R., HAHN, R., LUCIDARME, J., RIOUX, C., *Rev. Phys. Appl.* **8** (1973) 53.
- [7] ROBSON, A. E., TURCHI, P., LUPTON, W., URY, M., WARNICK, W., *Proceedings of the International Conference on Energy Storage, Compression and Switching* (Nov. 74) (Edité par Plenum-Press New York and London) 1976 p. 95.
- [8] RIOUX, C., RIOUX-DAMIDAU, F., *Rev. Phys. Appl.* **9** (1975) 539.
- [9] BENFORD, J., CALVIN, H., SMITH, I., ASLIN, H., Ref. [7] p. 39.