Classification
Physics Abstracts

1.680 — 2.680 — 6.300 — 6.550

HYDRODYNAMIQUE ET COMPRESSION D'UNE CIBLE SOUmise A L'IMPACT D'UN FAISCEAU LASER

J. L. BOBIN et J. M. REISSE

C. E. A. Centre d'Etudes de Limeil, BP N° 27, 94190 Villeneuve-St-Georges, France

(Reçu le 4 août 1975, révisé le 9 février 1976, accepté le 5 mars 1976)

Résumé. — En matière de fusion thermonucléaire, un bilan positif d'énergie n'est compatible avec les performances actuelles ou prévisibles des lasers de puissance que si le milieu combustible possède une densité élevée. On montre d'abord, comment des processus isentropiques conduisent à des compressions qui peuvent atteindre un facteur 1 000 par rapport au solide. On détermine en particulier, la loi d'évolution en fonction du temps à laquelle doit obéir la pression appliquée. L'écoulement induit par l'impact d'un rayonnement laser sur une surface solide permet d'appliquer une pression avec la loi voulue. On étudie, qualitativement par des méthodes analytiques et quantitativement par des simulations numériques monodimensionnelles différentes configurations de cibles. On précise les phénomènes qui, en pratique, limitent la compression.

Abstract. — As far as thermonuclear fusion is concerned, present state of the art laser driven systems lead to a positive energy balance if and only if the fuel is highly compressed. It is first shown that isentropic processes yield densities a thousand fold higher than typical solid state densities. The required time behaviour of the applied pressure is determined. The flow induced by laser light incident on a solid target is suitable for applying such a pressure. The cases of different targets are investigated either qualitatively by analytical methods or quantitatively by numerical simulations. The mechanisms which practically introduce upper boundaries to the compression are reviewed.

1. Intérêt de la compression pour la fusion contrôlée.

— Lorsque l'on concentre au moyen d'une lentille le rayonnement d'un laser à impulsion géante, on obtient au foyer une densité d'énergie élevée qui peut porter des isotopes de l'hydrogène à des températures compatibles avec l'amorçage de réactions thermonucléaires [1] à [3]. La pression induite est telle qu'aucun confinement magnétique ou matériel n'est envisageable, de sorte que l'expansion du milieu en cours de réactions n'est limitée que par sa propre inertie (on parle parfois de confinement inertiel). Deux conditions doivent être satisfaites.

D'abord la réaction thermonucléaire doit être au moins entretenue ce qui exige que la température du combustible soit supérieure à une certaine valeur d'inflammation pour que les pertes par rayonnement soient surcompensées par le chauffage dû aux produits de réaction. Les premières déterminations dues à Post [4] donnent :

$$\begin{aligned} T_{\text{INF}} &\sim 3,5 \times 10^7 \text{ K pour la réaction } T(D, n) \alpha \\ T_{\text{INF}} &\sim 4 \times 10^8 \text{ K pour l'ensemble } D(D, n) \text{ He}^3, \\ &\quad D(D, n) T \end{aligned}$$

qui sont les plus favorables.

L'autre condition est que le bilan d'énergie soit positif. Elle exige que l'on connaisse les mécanismes macroscopiques mis en jeu. Dans le cas du confine-

ment magnétique elle se traduit par le fameux critère de Lawson [5]. Les choses se présentent de façon différentes pour des systèmes explosifs dont nous devons d'abord étudier la dynamique.

Soit donc, dans un certain volume $\mathcal{V}$ du combustible thermonucléaire (du DT par exemple) porté à une haute température $T > T_{\text{INF}}$. Le nombre de réactions *binaires* par unité de temps est :

$$\frac{dN}{dt} = \mathcal{V} n_D n_T < \sigma v > \quad (1.1)$$

où n est un nombre de particules par unité de volume et $< \sigma v >$ une section efficace de réaction moyennée sur la distribution de vitesse des ions.

Pour avoir une idée qualitative des phénomènes, il suffit d'admettre que la température demeure constante pendant le processus de déconfinement : une onde de détente progresse de la paroi vers le centre avec la vitesse du son :

$$a = \sqrt{\Gamma \frac{kT}{< m_i >}}$$

$< m_i >$ étant une masse moyenne des ions. Désignant par L une grandeur caractéristique du milieu le temps de confinement inertiel est :

$$\tau = L/4 a .$$

Il correspond, en géométrie sphérique, à la disparition de la moitié du combustible pendant la détente.

Intégrant alors (1.1) entre les instants 0 et τ et tenant compte de l'appauvrissement en tritium, on obtient pour la fraction brûlée

$$f = \frac{N(\tau)}{n_T^0 V}$$

la relation :

$$\frac{f}{1-f} = (n_0 L) \left[\frac{\langle \sigma v \rangle}{4a} \right] \quad (1.2)$$

$n_0 = n_T^0 = n_D^0$: nombre de particules par unité de volume au début de l'inflammation du système. On voit que le crochet ne dépend que de la nature du combustible et de la température. Dans le cas du DT il a un maximum pour $T \sim 10^8$ K. On voit ainsi que f , donc le rendement de la réaction, dépend du produit $n_0 L$ ⁽¹⁾.

Il en résulte une *relation de similitude* particulièrement importante. En effet, désignant par $v = 1, 2$ ou 3 les configurations monodimensionnelles plane cylindrique ou sphérique respectivement, la masse de combustible est :

$$M \propto L^v n_0 \langle m_i \rangle = \langle m_i \rangle \frac{(n_0 L)^v}{n^{v-1}} \quad (1.3)$$

Si l'on vise un certain rendement donc une certaine valeur de f , alors $(n_0 L)$ est fixée et l'on a :

$$M n_0^{v-1} = \text{Cte} \quad (1.4)$$

Ainsi, en géométrie cylindrique ou sphérique, l'énergie à investir (proportionnelle à M et à $T > T_{\text{INF}}$) diminue si l'on augmente n_0 . Fixons-nous comme objectif une libération d'énergie par réactions de fusion égale à 10 fois l'énergie interne du combustible soit :

$$fQ = 30 n_0 kT \quad (1.5)$$

où Q est l'énergie par réaction (17 MeV ou 3×10^{-5} erg pour le DT). A $T = 10^8$ K on trouve $f = 3 \times 10^{-2}$ d'où :

$$(n_0 L) = f \left[\frac{4a}{\langle \sigma v \rangle} \right] \sim \sim \frac{6kT}{Q} \left[\frac{a}{\langle \sigma v \rangle} \right] \sim 1,3 \times 10^{23} \quad (1.6)$$

A la densité du solide $L \sim 5$ cm, l'énergie interne pour une *sphère* de rayon $R_0 = L$ (la moitié de la masse est emportée dans la détente pendant le temps τ) est de 10^{11} J. Une compression de 10^4 par rapport au solide ramène cette énergie aux environs du kilojoule, ce qui devient compatible avec la technique actuelle et extrapolable des lasers de puissance.

⁽¹⁾ $n_0 L$ joue ici le même rôle que le $n_0 \tau$ de Lawson pour les systèmes à confinement magnétique.

Ainsi la géométrie sphérique est la plus favorable et des compressions élevées par rapport au solide sont requises. C'est en 1971 qu'ont été publiés pour la première fois des travaux montrant que l'irradiation d'une sphère au moyen d'un faisceau laser permet d'atteindre des densités supérieures ou égales à 1 000 fois celle du solide [6].

Nous nous proposons ici de montrer comment on arrive à un tel résultat en nous appuyant tantôt sur des raisonnements de physique ou de mécanique des fluides, tantôt sur des simulations numériques monodimensionnelles. Celles-ci sont en effet indispensables pour obtenir des renseignements quantitatifs précis. Mais l'essentiel des phénomènes peut être compris au moyen d'une théorie analytique simple.

2. Compression par choc. — La compression d'un corps initialement à l'état solide requiert l'application d'une pression élevée sous l'effet de moyens violents qui engendrent une onde de choc. Mais celle-ci fortement irréversible ne produit, si elle est plane, qu'une augmentation de densité limitée. Désignant par Γ le coefficient polytropique du matériau, on a :

$$\eta = \frac{\rho}{\rho_0} = (\Gamma + 1) \left(\Gamma - 1 + \frac{2}{\mathcal{M}^2} \right)^{-1} \quad (2.1)$$

$\mathcal{M}$ étant le nombre de Mach ⁽²⁾.

La limite des chocs très forts ne dépasse pas quelques unités.

Le cas d'une onde sphérique convergente est plus intéressant. Il s'intègre en fait dans une classe plus générale d'écoulements autosemblables : ceux-ci sont décrits par un système d'équations différentielles ordinaires par rapport à une variable sans dimension ξ au lieu de l'habituel système d'équations aux dérivées partielles par rapport au temps et à la coordonnée r . Les conditions à remplir pour qu'il en soit ainsi sont d'abord que l'écoulement soit monodimensionnel, ensuite qu'il existe deux constantes du mouvement de dimensions indépendantes [7]. L'une d'elles est reliée à la variable sans dimension ξ par :

$$\xi = r B t^{-\delta} \quad (2.2)$$

Dans un tel écoulement le choc correspond à une valeur bien déterminée de ξ soit ξ_c de sorte que sa position R est donnée par :

$$R = A(-t)^\delta \quad (2.3)$$

le signe $-$ est imposé par le choix de l'origine à l'instant de focalisation. δ est le paramètre d'autosimilitude ; il peut être déterminé soit par une analyse physique des conditions particulières d'un problème donné, soit lorsque celle-ci ne donne rien, de façon purement mathématique : on imposera à des points représentatifs de l'écoulement dans un diagramme,

⁽²⁾ ρ_0 est à partir de maintenant la densité initiale du matériau avant compression.

vitesse du son, vitesse, de se trouver sur une certaine courbe singulière [8] : écoulement autosemblable de 2^e espèce. Les situations qui nous intéressent ici appartiennent à cette classe. δ ne dépend que de la géométrie et de l'équation d'état (le Γ) du corps. Cette solution due à Landau et Stanyukovich s'applique au cas d'un milieu infini. Elle prévoit une valeur limite de la compression derrière le choc supérieure à celle donnée par (2.1). Elle ne s'applique pas directement au cas qui nous intéresse : milieu nécessairement limité. Nous sommes en fait dans la situation représentée par la figure 2.1 : t_0 est le temps de focalisation, il existe un choc retour et le point d'intersection B de sa trajectoire avec celle de l'interface définit la compression maximale.

FIG. 2.1. — Compression par choc.

On a la relation suivante :

$$A = \frac{R_0}{(-t_0)^\delta} \quad (2.4)$$

et pour la vitesse du choc :

$$U = \frac{dR}{dt} = -A\delta(-t)^{\delta-1} \quad (2.5)$$

d'où

$$A = -\frac{U_0}{\delta}(-t_0)^{-(\delta-1)} = \left(\frac{U_0}{\delta}\right)^\delta R_0^{-(\delta-1)}$$

soit :

$$R_0 \delta = -t_0 U_0. \quad (2.6)$$

D'autre part p étant la pression derrière le choc supposé fort, la vitesse d'interface est :

$$u_0 = \sqrt{\frac{2}{\Gamma+1} \frac{p}{\rho_0}} = \frac{2 U_0}{\Gamma+1} = -\frac{2 \delta R_0}{(\Gamma+1) t_0}. \quad (2.7)$$

L'équation du choc retour obéit aux mêmes relations d'autosimilarité et l'on a maintenant :

$$R = \zeta \xi t^\delta. \quad (2.8)$$

Les valeurs des constantes δ et ξ doivent être déterminées par un calcul numérique précis à partir des cour-

bes intégrales dont nous avons déjà parlé. Choisissons pour le corps à comprimer une équation d'état du type gaz parfait avec $\gamma = 5/3$, on trouve les valeurs du tableau suivant :

TABLEAU I

Géométrie	Plane	Cylindrique	Sphérique
δ	1,000	0,8156	0,6884
ξ	0,5000	0,6462	0,7293

La détermination de la densité après focalisation repose sur la connaissance du mouvement de la surface. Le calcul exact se fait sur ordinateur mais on peut faire des approximations. D'abord, en admettant que la vitesse de la surface est constante et égale à sa valeur initiale u_0 (trajectoire $R_0 C_0 B_0$), on obtient à la focalisation :

$$\eta_F = \frac{\rho_F}{\rho_0} = \left(1 - \frac{2\delta}{\gamma+1}\right)^{-1} \quad (2.9)$$

où ρ_F désigne la densité moyenne du milieu à la focalisation. On a alors les valeurs du tableau suivant pour $\gamma = 5/3$:

TABLEAU II

Géométrie	Plan	Cylindre	Sphère
η_F	4	6,6	9
$t/(-t_0)$	0,200 0	0,270 0	0,308 3
$\eta_{B0} = \rho_{B0}/\rho_0$	10	20,20	29,30

Une approximation meilleure consiste à prendre une vitesse constante en imposant la même position de la surface à l'instant de focalisation que dans la réalité (trajectoire $R_0 C B'$). Dans le cas sphérique et $\gamma = 5/3$ on trouve :

$$\eta_{B'} = \frac{\rho_{B'}}{\rho_0} = 33,70 \quad (3). \quad (2.10)$$

Ces valeurs sont approchées par défaut mais l'ordre de grandeur est correct. Il demeure assez éloigné de ce qui est requis pour la fusion par laser. Une façon d'augmenter la compression consiste à utiliser plusieurs ondes de choc successives en visant le même instant de focalisation. On trouve une discussion complète de ce problème considéré du point de vue de la fusion dans la référence [9].

3. Convergence de caractéristiques. — Un exemple simple va nous montrer comment un écoulement isentropique peut conduire à des compressions élevées.

(3) Ici $\rho_{B'}$ désigne la densité moyenne du milieu au retour du choc sur l'interface.

Il s'agit d'un mouvement monodimensionnel plan tel que chaque élément de fluide évolue à entropie constante. La méthode des caractéristiques due à Riemann [10] permet de résoudre de tels problèmes.

Soit un élément fluide dont la vitesse est u . Les caractéristiques sont des courbes telles qu'en tout point la pente soit $u + a$ (caractéristiques C_+) ou $u - a$ (caractéristiques C_-) a étant la vitesse du son. Les quantités :

$$\left. \begin{aligned} J_+ &= u + \int a \frac{d\rho}{\rho} \\ J_- &= u - \int a \frac{d\rho}{\rho} \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

où ρ est la densité, sont invariantes le long de ces courbes qui correspondent à la propagation de perturbations soniques. Pour un écoulement isentropique $d\rho$ est une différentielle totale, et dans le cas d'un gaz parfait :

$$\left. \begin{aligned} J_+ &= u + \frac{2a}{\gamma - 1} \\ J_- &= u - \frac{2a}{\gamma - 1} \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

La résolution du système d'équation obtenue en écrivant l'invariance de J_+ est équivalente à celle du système des équations ordinaires de l'hydrodynamique. Par ailleurs le long des C_+ :

$$\frac{dx}{dt} = u + a = \frac{\gamma + 1}{4} J_+ + \frac{3 - \gamma}{4} J_- \quad (3.3)$$

tandis que le long de C_- :

$$\frac{dx}{dt} = u - a = \frac{3 - \gamma}{4} J_+ + \frac{\gamma + 1}{4} J_- \quad (3.4)$$

Ces relations montrent que le long des caractéristiques de l'une des familles, la pente est une fonction de l'invariant de Riemann de l'autre. Si ce dernier ne varie pas, les caractéristiques sont des droites. Pour un milieu au repos, on a simplement dans le plan x, t des droites de pente $\pm a_0$. La paroi mobile ne peut dans les conditions de la figure 3.1, qu'induire des caractéristiques C_- , les C_+ étant celles du milieu au repos

FIG. 3.1. — Génération des caractéristiques.

Naturellement les C_- ne doivent pas se croiser ce qui détruirait la condition d'isentropie. On les décrit par l'équation différentielle (3.4) tandis que pour les C_+ on prendra

$$u + \frac{2a}{\gamma - 1} = \text{Cte} = \frac{2a_0}{\gamma - 1} \quad (3.5)$$

Nous allons maintenant, à l'aide des deux équations (3.4) et (3.5) déterminer le mouvement de la paroi mobile dans le cas limite où toutes les caractéristiques convergent en un même point de l'axe des temps d'ordonnée t_0 . Lorsque les variables u, x et t se rapportent à la paroi mobile, les équations prennent alors la forme :

$$\left. \begin{aligned} \frac{x}{t - t_0} &= u - a \\ u &= \frac{2}{\gamma - 1} (a_0 - a) \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

Tirant a de la seconde, portant sa valeur dans la première et prenant $u = dx/dt$, il vient l'équation différentielle :

$$\frac{dx}{dt} = \frac{2}{\gamma + 1} \left(\frac{x}{t - t_0} + a_0 \right) \quad (3.7)$$

La solution qui satisfait à la condition initiale $x = x_0$ pour $t = 0$ en est

$$x = \left(x_0 + \frac{2a_0 t_0}{\gamma - 1} \right) \left(1 - \frac{t}{t_0} \right)^{\frac{2}{\gamma+1}} - \frac{2a_0 t_0}{\gamma - 1} \left(1 - \frac{t}{t_0} \right) \quad (3.8)$$

Pour provoquer un mouvement de la paroi mobile obéissant à cette relation, il faut lui appliquer une certaine pression que nous allons déterminer à chaque instant à partir du système (3.6). On élimine maintenant u entre les deux équations d'où :

$$a = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}} = \frac{1 - \gamma}{1 + \gamma} \frac{x}{t - t_0} + \frac{2}{\gamma + 1} a_0 \quad (3.9)$$

Remplaçant x par sa valeur (3.8) il vient :

$$a = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \left(x_0 + \frac{2a_0 t_0}{\gamma - 1} \right) t_0^{-1} \left(1 - \frac{t}{t_0} \right)^{\frac{1-\gamma}{1+\gamma}} \quad (3.10)$$

et puisque :

$$p\rho_0^\gamma = p_0 \rho^\gamma \quad (3.11)$$

la loi d'évolution de la pression s'écrit finalement :

$$p = p_0 \left(1 - \frac{t}{t_0} \right)^{-\frac{2\gamma}{\gamma+1}} \quad (3.12)$$

C'est une loi divergente. La densité a un comportement analogue. Nous venons ainsi de rencontrer un cas

particulier d'écoulement isentropique dans lequel une densité aussi élevée qu'on le désire peut être obtenue à condition d'appliquer une loi de pression divergente.

Bien que d'application générale, la méthode des caractéristiques ne donne lieu à des calculs simples qu'en géométrie plane, les caractéristiques étant des droites. En vue de généraliser les résultats obtenus ici, il convient d'adopter un point de vue différent.

4. Compression isentropique homogène : formulation lagrangienne. — Nous allons maintenant envisager des systèmes pour lesquels la loi de compression isentropique est la même en tout point du fluide : compression homogène. La formulation lagrangienne proposée par Kidder [11] est bien adaptée à ce problème.

Soit dr_0 un élément de volume quelconque à l'instant initial. A un instant quelconque, il doit être devenu :

$$dr = h^3(t) dr_0 \quad (4.1)$$

où $h(t)$ est un facteur sans dimension ne dépendant que du temps. Dans une situation monodimensionnelle, on a pour la coordonnée d'espace :

$$r(r_0, t) = h(t) r_0 \quad (4.2)$$

et pour la vitesse :

$$u(r_0, t) = \frac{\partial r}{\partial t} = r_0 \frac{dh}{dt} \quad (4.3)$$

Introduisant l'exposant ν caractéristique de la géométrie, les équations de l'hydrodynamique s'écrivent :

— conservation de la masse

$$dm = \rho r^{\nu-1} dr = \text{Cte} = \rho_0 r_0^{\nu-1} dr_0 = dm_0 \quad (4.4)$$

— conservation de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = - r^{\nu-1} \left(\frac{dp}{dm} \right) \quad (4.5)$$

— isentropique

$$p(r_0, t) = \frac{p_0(r_0, 0)}{\rho_0^\gamma(r_0, 0)} \rho^\gamma(r_0, t) \quad (4.6)$$

Combinant (4.2) et (4.4) il vient :

$$\rho(r_0, t) = \frac{\rho_0(r_0)}{h^\nu(t)} \quad (4.7)$$

que nous portons dans (4.6) soit :

$$p(r_0, t) = p(r_0, 0) h^{-\nu\gamma}(t) \quad (4.8)$$

L'équation du mouvement prend alors la forme

$$r_0 \frac{d^2 h}{dt^2} = - \frac{h^{\nu-1}}{\rho_0} \frac{dp}{dr_0} = - \frac{h^{(\nu-1)-\nu\gamma}}{\rho_0} \frac{dp_0}{dr_0},$$

que nous réécrivons en séparant les fonctions du temps et de la coordonnée d'où :

$$h^{\nu\gamma-(\nu-1)} \frac{d^2 h}{dt^2} = - \frac{1}{\rho_0 r_0} \frac{dp_0}{dr_0} \quad (4.9)$$

r_0 et t étant des variables de Lagrange indépendantes, les deux membres de cette équation doivent être égaux à une même constante dont la dimension est l'inverse carré d'un temps et que nous écrirons en conséquence $-1/t_0^2$.

La résolution de l'équation différentielle :

$$h^{\nu\gamma-(\nu-1)} \frac{d^2 h}{dt^2} = - \frac{1}{t_0^2} \quad (4.10)$$

se fait en multipliant les deux membres par dh/dt et en réarrangeant pour faire apparaître des intégrales immédiates. Ainsi :

$$\frac{dh}{dt} \frac{d^2 h}{dt^2} = - \frac{1}{t_0^2} h^{(\nu-1)-\nu\gamma} \frac{dh}{dt} \quad (4.11)$$

ce qui avec la condition à la limite $h(0) = 1$ conduit à l'intégrale première

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \left[\left(\frac{dh}{dt} \right)^2 - \left(\frac{dh}{dt} \right)_0^2 \right] &= \\ &= \frac{1}{\nu(\gamma-1) t_0^2} \left[h^{\nu(1-\gamma)} - 1 \right] \end{aligned} \quad (4.12)$$

D'où l'équation différentielle du premier ordre (on a $\frac{dh}{dt} < 0$) :

$$\frac{\sqrt{\nu(\gamma-1)} t_0 h^{\nu(\gamma-1)/2} dh}{\sqrt{2 + [\nu(\gamma-1) t_0^2 (dh/dt)_0^2 - 2]} h^{\nu(\gamma-1)}} = - dt \quad (4.13)$$

Cette équation n'admet de solution que pour des cas particuliers suivant les valeurs des paramètres ν et γ ou quelles que soient leurs valeurs, lorsque :

$$\nu(\gamma-1) t_0^2 \left(\frac{dh}{dt} \right)_0^2 = 2 \quad (4.14)$$

Cette condition initiale particulière n'impose aucune restriction à l'équation d'état, d'où son importance.

5. Solution de l'équation temporelle valable pour toute équation d'état. — Nous nous plaçons dans les conditions où la relation (4.14) s'applique, ce qui veut dire que le fluide possède en tout point une vitesse initiale donnée. Posant pour alléger les notations :

$$\mu = \frac{\nu}{2} (\gamma-1) \quad (5.1)$$

l'équation (4.13) se réduit à :

$$\int_1^h t_0 \sqrt{\mu} h^\mu dh = - \int_0^t dt \quad (5.2)$$

dont la solution peut s'écrire :

$$h = \left(1 - \frac{t}{t_f}\right)^{\frac{1}{\mu+1}} \quad (5.3)$$

où

$$t_f = \frac{t_0 \sqrt{\mu}}{\mu + 1} \quad (5.4)$$

est le temps de focalisation.

Désignant par R , la coordonnée de la paroi mobile, la pression qu'il faut appliquer se calcule par (4.8) et (5.3) soit :

$$p(R, t) = \frac{p(R, 0)}{\left(1 - \frac{t}{t_f}\right)^{\frac{v\gamma}{\mu+1}}} \quad (5.5)$$

On retrouve une loi du même type que (3.12) mais cette fois l'exposant dépend de la géométrie du problème :

$$\left. \begin{array}{l} v = 3 \text{ cas sphérique} \quad \frac{v\gamma}{\mu+1} = \frac{6\gamma}{3\gamma-1} \\ v = 2 \text{ cas cylindrique} \quad \frac{v\gamma}{\mu+1} = 2 \\ v = 1 \text{ cas plan} \quad \frac{v\gamma}{\mu+1} = \frac{2}{\gamma+1} \end{array} \right\} \quad (5.6)$$

valeur déjà trouvée

La compression étant homogène, la relation (5.5) est vraie en tout point du fluide à condition de remplacer R par la coordonnée de Lagrange r_0 . On notera qu'aucune hypothèse n'est faite ici sur les caractéristiques. Mais on calcule aisément la vitesse du son en un point quelconque d'après (6.7) et (4.8) soit :

$$a = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma}{h^{v(\gamma-1)}} \frac{p_0}{\rho_0}} = \frac{1}{h^\mu} \sqrt{\gamma \frac{p_0}{\rho_0}} \quad (5.7)$$

Or la vitesse matérielle tirée de (4.3) et (5.3) est :

$$u = r_0 \frac{dh}{dt} = - \frac{r_0}{t_f h^\mu} \quad (5.8)$$

Nous voyons ainsi que la condition (4.14) implique l'existence d'un rapport constant entre la vitesse matérielle d'un point quelconque et la vitesse du son locale (nombre de Mach constant pour chaque élément fluide).

Réciproquement, cette propriété entraîne la loi de pression (5.5). Il suffit d'ailleurs qu'elle soit vraie à la paroi. Mais la compression doit être adiabatique dans tout le volume. On a donc ainsi :

$$\frac{dR}{dt} \propto - \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}} \propto - \sqrt{\gamma \frac{p_0}{\rho_0^{\gamma-1}}} \rho^{\frac{\gamma-1}{2}} \quad (5.9)$$

et comme on a :

$$\rho \propto \frac{M}{R^v}, \quad (5.10)$$

où M est la masse du fluide, il vient :

$$\frac{dR}{dt} \propto - R^{-v(\gamma-1)/2} \quad (5.11)$$

L'intégration est immédiate :

$$R = R_0 \left(1 - \frac{t}{t_f}\right)^{\frac{1}{\frac{v}{2}(\gamma-1)+1}} \quad (5.12)$$

où t_f est une fonction des conditions initiales. D'où

$$p = \frac{p_0}{\rho_0^\gamma} \frac{M^\gamma}{R^{v\gamma}} = \frac{p_0}{\left(1 - \frac{t}{t_f}\right)^{\frac{2v\gamma}{v\gamma-v+2}}} \quad (5.13)$$

ce qui est bien la même chose que (5.5).

La pression initiale p_0 , induit dans la réalité un choc qui se propage en direction du point de focalisation. Ce choc introduit une certaine entropie initiale mais surtout met en vitesse le milieu qu'il traverse. Ainsi se trouve réalisée la condition (4.14) d'application de la solution que nous venons d'obtenir : (5.3), (5.5). D'autre part, ce choc lorsqu'il est fort, a une dynamique en accord avec les raisonnements du paragraphe 2. Il lui correspond un temps de focalisation dérivé de (2.7) soit :

$$t_c = \frac{2 \delta R_0}{(\gamma + 1) u_0} \quad (5.14)$$

avec :

$$u_0 = \sqrt{\frac{2}{\gamma + 1} \frac{p_0}{\rho_0}} \quad (5.15)$$

Après le temps t_c il existe un choc retour susceptible de limiter la compression de la même façon qu'au paragraphe 2 si l'on a $t_f > t_c$. On n'obtiendra donc une densité aussi élevée qu'on le désire que si $t_f = t_c$.

Nous avons vérifié au moyen d'un code numérique lagrangien monodimensionnel que dans ces conditions, la loi de pression appliquée (5.5) conduit bien à une compression adiabatique. La figure 5.1 montre

FIG. 5.1. — Compression adiabatique suivant (5.5).

les résultats obtenus avec une équation d'état du type gaz parfait ($\gamma = 5/3$) pour diverses valeurs de P_0 et R_0 respectant la similitude donnée par (5.14) et (5.15).

Les lois de pression trouvées dans ce paragraphe comme au paragraphe 3 ont été proposées pour la première fois par Nuckols et Wood [12] à la suite d'études systématiques sur ordinateur.

On a porté la température et la densité moyennes pour diverses conditions initiales. Les chemins thermodynamiques obtenus sont des droites de pente $2/3$ ($\gamma = 5/3$).

6. Solutions temporelles dépendant de l'équation d'état. — Nous abandonnons maintenant la condition (4.14). Posant :

$$\frac{\nu}{2} (\gamma - 1) t_0^2 \left(\frac{dh}{dt} \right)_0^2 = q \neq 1 \quad (6.1)$$

l'intégrale :

$$\int_1^h \frac{\sqrt{\mu} t_0 h^\mu dh}{\sqrt{1 + (q - 1) h^{2\mu}}}$$

est immédiate si $\mu = 1$. S'il n'en est pas ainsi, on procède à une succession d'intégration par parties, le dernier terme étant alors de la forme :

$$\int_1^h h^{-(2n'+1)\mu} \sqrt{1 + (q - 1) h^{2\mu}} dh.$$

La condition d'intégration est maintenant de la forme :

$$-(2n' + 1)\mu = 2\mu - 1$$

soit

$$\mu = \frac{1}{2n' + 3}.$$

On peut regrouper tous les cas dans la relation :

$$\mu = \frac{1}{2n + 1}. \quad (6.2)$$

où n est un nombre entier quelconque ou zéro. Le coefficient γ se trouve ainsi imposé à géométrie (valeur de ν) donnée, par la condition :

$$\gamma = \frac{2}{(2n + 1)^\nu} + 1. \quad (6.3)$$

Cette dépendance de l'équation d'état n'est pas accidentelle. Une telle relation apparaît en effet chaque fois que l'on cherche des solutions analytiques pour un problème quelconque d'écoulement isentropique monodimensionnel [13].

Les solutions correspondant au cas général sont d'écriture assez compliquée. Elles n'ont vraisemblablement qu'un intérêt académique sauf dans le cas où le fluide est initialement au repos $q = 0$. La plus

simple de telles situations est obtenue pour $\mu = 1$ ou $n = 0$ dans (6.2). L'équation (4.13) se réduit alors à :

$$\frac{t_0 h dh}{\sqrt{1 - h^2}} = - dt \quad (6.4)$$

dont la solution avec la condition initiale $h(0) = 1$, est

$$h = \sqrt{1 - \frac{t^2}{t_0^2}}. \quad (6.5)$$

D'où la loi de pression

$$p = \frac{p_0}{\left(1 - \frac{t^2}{t_0^2}\right)^{\frac{\nu\gamma}{2}}} \quad (6.6)$$

la relation (6.3) impose :

— pour le cas plan

$$\nu = 1 \quad \gamma = 3 \quad \frac{\nu\gamma}{2} = \frac{3}{2},$$

— pour le cas cylindrique

$$\nu = 2 \quad \gamma = 2 \quad \frac{\nu\gamma}{2} = 2,$$

— pour le cas sphérique

$$\nu = 3 \quad \gamma = \frac{5}{3} \quad \frac{\nu\gamma}{2} = \frac{5}{2}.$$

Cette dernière solution a été particulièrement étudiée par Kidder [11, 14, 15]. La figure 6.1 nous

FIG. 6.1. — Chemin thermodynamique correspondant à la loi de pression :

$$p = \frac{p_0}{\left(1 - \frac{t^2}{t_0^2}\right)^{5/2}}.$$

montre qu'elle produit un chemin thermodynamique analogue à ceux trouvés au paragraphe précédent.

Il est également intéressant de comparer sur un même graphique les lois de pression obtenues en (5.5)

et dans ce paragraphe. Sur la figure 6.2, on les a tracées pour une même valeur de p_0 et du temps de focalisation ($t_f = t_0$). La loi (6.6) correspondant à une vitesse initiale nulle a une tangente parallèle à l'axe des temps. Les deux courbes se croisent lorsque la pression atteint $10^5 p_0$, la loi (6.6) nécessitant alors une pression appliquée plus élevée près de l'instant de focalisation.

FIG. 6.2. — Comparaison des lois de pressions (5.5) et (6.6).

Un critère de choix entre les différentes lois de pression peut être le suivant :

— Loi de Nuckolis (5.5) : les vitesses ne sont pas initialement nulles dans la cible. Celle-ci, est donc adaptée à des compressions de cible par onde de choc suivi d'un processus isentropique.

— Loi de Kidder (6.5) : la cible étant dans ce cas initialement au repos celle-ci, est donc bien adaptée à des compressions isentropiques sans onde de choc préalable. On verra toutefois plus loin, que cela requiert un état initial particulier de la cible (profil de densité, température, etc...).

On examinera à la fin du paragraphe 8 la relation entre la rapidité de l'implosion et la convergence des caractéristiques.

7. Profils de densité, température et pression. — Jusqu'ici nous ne nous sommes intéressés qu'à la partie temporelle de l'équation (4.9). Pour la partie spatiale :

$$\frac{1}{\rho_0(r_0) r_0} \frac{dp_0(r_0)}{dr_0} = \frac{1}{t_0^2} \quad (7.1)$$

nous avons besoin d'une hypothèse supplémentaire. Ainsi, nous pouvons choisir une densité initiale uniforme :

$$\rho_0(r_0) = \rho_0(0). \quad (7.2)$$

Alors dans le cas d'une sphère pleine, on obtient un profil de pression parabolique :

$$p_0(r_0) = p_0(0) + \frac{\rho_0}{2 t_0^2} r_0^2 \quad (7.3)$$

et de même pour la température :

$$T(r_0) = T_0(0) \left[1 + \frac{\rho_0(0)}{p_0(0)} \frac{r_0^2}{2 t_0^2} \right]. \quad (7.4)$$

Les profils correspondants montrés sur la figure 7.1 sont adaptés à la loi de pression (6.6) : milieu initialement au repos et de densité uniforme. On notera qu'ils se conservent au cours du temps.

FIG. 7.1. — Profils de densité, pression et température lorsque la densité est initialement uniforme.

Une autre hypothèse intéressante consiste à supposer que le fluide est initialement dans un état d'entropie uniforme. Cette situation correspond bien au passage du choc qui précède une loi de pression du type (5.5).

Alors :

$$\frac{p_0(r_0)}{p_0^\gamma(r_0)} = \text{Cte}. \quad (7.5)$$

L'intégration de (7.1) compte tenu de cette relation, donne pour une sphère pleine le résultat :

$$\frac{a_0^2}{\gamma - 1} \left[\left(\frac{p_0(r_0)}{p_0(0)} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] = \frac{r_0^2}{2 t_0^2}$$

où l'on a posé :

$$a_0^2 = \gamma \frac{p_0(0)}{\rho_0(0)}. \quad (7.6)$$

On en déduit les profils suivants :

$$\left. \begin{aligned} p_0(r_0) &= p_0(0) \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \frac{r_0^2}{a_0^2 t_0^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \\ \rho_0(r_0) &= \rho_0(0) \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \frac{r_0^2}{a_0^2 t_0^2} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \\ T_0(r_0) &= T_0(0) \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \frac{r_0^2}{a_0^2 t_0^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (7.7)$$

dont l'allure est analogue à celle montrée par la figure 7.1 pour la pression et la température. Mais la

densité n'est plus uniforme et les couches externes du milieu à imploser sont ainsi plus comprimées que le centre.

Pour des coquilles de rayon minimum r_{0m} on trouve la solution :

$$\left. \begin{aligned} p_0(r_0) &= p_{0m} \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} \frac{(r_0^2 - r_{0m}^2)}{a_{0m}^2 t_0^2} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \\ \rho_0(r_0) &= \rho_{0m} \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} \frac{(r_0^2 - r_{0m}^2)}{a_{0m}^2 t_0^2} \right]^{\frac{1}{\gamma-1}} \\ T_0(r_0) &= T_{0m} \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} \frac{(r_0^2 - r_{0m}^2)}{a_{0m}^2 t_0^2} \right] \end{aligned} \right\} (7.8)$$

où les grandeurs indexées 0m se rapportent au rayon minimum avec :

$$a_{0m}^2 = \frac{p_{0m}}{\rho_{0m}}.$$

Les profils correspondants sont tracés sur la figure 7.2.

FIG. 7.2. — Profils de densité, pression ou température dans le cas d'une coquille avec entropie initiale uniforme.

8. Compression lente et compression rapide. —

L'ensemble des relations obtenues au paragraphe précédent pour décrire les profils de densité, température et pression, comporte un caractère intéressant. On y remarque en effet la présence de variables liées à la position du fluide et à son état (r_0 , a_0 ou p_0/ρ_0) et d'une grandeur arbitraire t_0 . Elles se manifestent dans tous les cas par l'intermédiaire du groupement sans dimension :

$$\frac{r_0}{a_0 t_0}.$$

Si l'on fait intervenir la position R_0 de la surface extérieure, la combinaison :

$$\frac{R_0}{a_0 t_0}$$

caractérise les profils de conditions initiales. R_0 et a_0 étant donnés, un petit t_0 signifie que nous imposons au milieu, une compression rapide. Les grandeurs thermodynamiques doivent avoir, dans ce cas, des profils fortement inhomogènes : en cuvette. Au contraire, une compression lente (t_0 grand) s'accommode mieux de profils initialement uniformes.

La valeur du paramètre t_0 est d'autre part importante vis-à-vis du comportement des caractéristiques. Celles-ci ont pour équation d'après (4.3), (5.7), (7.4) ou (7.7) :

$$\frac{dr_{\pm}}{dt} = r_0 \frac{dh}{dt} \pm \frac{a_0}{h^{\mu}} \sqrt{1 + b^2 \frac{r_0^2}{a_0^2 t_0^2}} \quad (8.1)$$

le coefficient b^2 étant égal à γ ou $\frac{\gamma-1}{2}$ selon les conditions initiales choisies.

Examinons d'abord le cas où $q = 2$ pour lequel nous avons obtenu une loi de pression du type (5.5). Alors :

$$t_0 \sqrt{\mu} \frac{dh}{dt} = -\frac{1}{h^{\mu}} \quad (8.2)$$

ce qui nous permet d'écrire pour les $C_{\pm}$ l'équation différentielle :

$$dr = r_0 dh + a_0 t_0 \sqrt{\mu} \sqrt{1 + \frac{b^2 r_0^2}{a_0^2 t_0^2}} dh. \quad (8.3)$$

Comme $r = r_0 h$, il vient :

$$h dr_0 = a_0 t_0 \sqrt{\mu} \sqrt{1 + \frac{b^2 r_0^2}{a_0^2 t_0^2}} dh \quad (8.4)$$

dont la solution est :

$$\frac{\frac{br_0}{a_0 t_0} + \sqrt{1 + \frac{b^2 r_0^2}{a_0^2 t_0^2}}}{\frac{bR_0}{a_0 t_0} + \sqrt{1 + \frac{b^2 R_0^2}{a_0^2 t_0^2}}} = \left(\frac{h}{h_0} \right)^{b\sqrt{\mu}} \quad (8.5)$$

ce qui montre qu'en général $r_0 = r/h$ est nul pour une valeur de h supérieure à zéro et dépendant du point de départ défini par h_0 . Ainsi en général, les caractéristiques ne convergent pas (Fig. 8.1a). Mais si l'on a une compression rapide (t_0 très petit), (8.4) prend la forme :

$$h dr_0 \sim b\sqrt{\mu} r_0 dh. \quad (8.6)$$

Dans ce cas r_0 , proportionnel à une puissance positive de h , tend vers zéro avec h . Les caractéristiques convergent (Fig. 8.1b).

FIG. 8.1. — a) Compression lente : les caractéristiques ne convergent pas. b) Compression rapide : les caractéristiques convergent.

Il en est ainsi dans le cas général d'une compression rapide ($q \neq 2$) : en effet, on a maintenant par les C- l'équation différentielle :

$$\frac{dr}{dh} = \frac{r}{h} + \frac{a_0 t_0 \sqrt{\mu} \sqrt{1 + \frac{b^2 r_0^2}{a_0^2 t_0^2 h^2}}}{\sqrt{1 + (q-2) h^{2\mu}}} \quad (8.7)$$

ce qui devient pour t_0 petit :

$$\frac{dr}{r} = \frac{dh}{h} + \frac{b \sqrt{\mu} dh}{h \sqrt{1 + (q-2) h^{2\mu}}} \quad (8.8)$$

Pour h petit on trouve que r est proportionnel à $h^{1-\frac{b\mu}{2}}$ et tend donc vers zéro avec h .

Au paragraphe 3, nous étions partis de la propriété de convergence des caractéristiques pour établir une loi de pression du type (5.5). Nous avons montré au paragraphe 5 qu'elle est déterminée en fait indépendamment des caractéristiques. La propriété de convergence de celles-ci est liée essentiellement à la rapidité de la compression. Une loi de type (5.5) mais avec un t_0 (donc t_f) grand n'entraîne pas la convergence des caractéristiques. Cependant nous verrons plus loin qu'il est intéressant de se placer dans des conditions de compression rapide.

9. Sphères pleines et coquilles. — L'application d'un flux élevé de rayonnement laser sur une surface solide est un moyen extrêmement violent. Il en résulte, en pratique, que dans tout processus de compression par laser, une certaine part d'irréversibilité (onde de choc) précède les processus réversibles que nous avons décrits dans les paragraphes 4 à 8. Cette onde de choc comprime (peu) et met en vitesse le fluide ce qui est favorable à l'application d'une loi de pression du type (5.5).

Dans le cas d'une cible pleine le choc se propage jusqu'au centre. Il donne naissance après focalisation à un choc réfléchi centrifuge qui réintroduit de l'irréversibilité. Hormis le cas d'une convergence parfaite des caractéristiques il limite en fait la compression (Fig. 9.1).

Dans le cas d'une coquille creuse, le choc initial,

FIG. 9.1. — Compression isentropique derrière un choc. a) Convergence parfaite des caractéristiques ; b) Limitation de la compression par le choc réfléchi.

après avoir traversé l'épaisseur du matériau, donne naissance à un faisceau de détente qui, lorsque la caractéristique limite atteint la surface externe, donne le profil de la figure 9.2c.

Un tel profil, où de plus tous les éléments du fluide ont une vitesse centripète, est remarquablement adapté à la compression isentropique. Cependant, le calcul montre et une simulation numérique confirme que le profil de densité n'est pas décrit par (7.8). Mais l'approximation est suffisante pour que la phase isentropique puisse être menée assez loin.

La limitation ici encore provient d'un choc réfléchi. Si le temps t_f est par trop supérieur au temps t_c où la surface interne atteint le centre, comme le montre la figure 9.2, une forte irréversibilité est introduite par le rebondissement. Il est ainsi particulièrement important, pour obtenir une densité élevée, que t_f soit aussi voisin que possible de t_c : situation de convergence des caractéristiques. L'ajustement des paramètres est alors critique. Des simulations numériques montrent que les écarts tolérables sur p_0 et t_f , par rapport à leurs valeurs optimales, ne doivent pas dépasser quelque 3 % [16].

FIG. 9.2. — Compression d'une coquille.

Des profils de densités à différents instants sont présentés en a), b), c), d).

Le cas des coquilles nous conduit à examiner l'influence d'une couche de milieu lourd contenant le combustible thermonucléaire nécessairement léger (isotopes de l'hydrogène). L'inertie d'une telle couche ralentit le déconfinement lors de la réaction thermonucléaire explosive. Mais elle contribue aussi à la compression du fluide léger.

Le raisonnement est le suivant [17]. L'énergie contenue dans un milieu quelconque est le produit de la densité d'énergie par le volume. Elle est donc proportionnelle à la température et pour une compression isentropique :

$$\eta = \frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \left(\frac{E_{fin DT}}{E_{0DT}} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (9.1)$$

où $E_{fin DT}$ et E_{0DT} sont l'énergie interne du DT à la fin et au début de la compression respectivement. $E_{fin DT}$

provient en partie de la conversion de l'énergie cinétique. On peut écrire :

$$E_{\text{fin DT}} = E_{\text{ODT}} + E_{\text{CIN}} - E_{\text{OL}} \quad (9.2)$$

où E_{OL} est l'énergie interne initiale du milieu lourd que l'on peut sans inconvénient négliger. L'énergie cinétique, pour une coquille composée d'une couche légère de masse m_{DT} , entourée d'une couche lourde de masse m_{Lc} , s'écrit :

$$E_{\text{CIN}} = (m_{\text{DT}} + m_{\text{Lc}}) \frac{v_c^2}{2} \quad (9.3)$$

où v_c est la vitesse d'implosion juste avant la compression. Par ailleurs

$$E_{\text{ODT}} = \frac{m_{\text{DT}}}{\gamma - 1} a(s) \rho_0^{\gamma-1} \quad (9.4)$$

où

$$a(s) = \frac{p_0}{\rho_0^\gamma} \quad (9.5)$$

p_0 et ρ_0 étant les valeurs de la pression et de la densité après l'introduction de l'entropie par le choc initial. Combinant les relations précédentes il vient :

$$\begin{aligned} \eta &= \left(1 + \frac{E_{\text{CIN}}}{E_{\text{ODT}}}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \\ &= \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} \left(1 + \frac{m_{\text{Lc}}}{m_{\text{DT}}}\right) \frac{v_c^2}{a(s) \rho_0^{\gamma-1}}\right]^{\frac{1}{\gamma-1}} \end{aligned} \quad (9.6)$$

où si v_c est grand devant la vitesse du son :

$$\eta \sim \left[\frac{\gamma-1}{2} \left(1 + \frac{m_{\text{Lc}}}{m_{\text{DT}}}\right) \frac{v_c^2}{a(s) \rho_0^{\gamma-1}}\right]^{\frac{1}{\gamma-1}}. \quad (9.7)$$

Cette relation montre l'influence favorable d'une grande vitesse ainsi que d'une valeur élevée du rapport $m_{\text{Lc}}/m_{\text{DT}}$. Naturellement, ce que nous avons dit à propos de la nécessité de se rapprocher, autant que faire se peut, d'une situation de convergence des caractéristiques est toujours valable dans ce cas.

10. Action d'un rayonnement laser sur une cible solide. — Lorsqu'un rayonnement laser de forte intensité tombe sur une surface solide, il se crée un écoulement de plasma : le rayonnement lui-même et les hautes températures qu'il induit contribuent en effet à l'ionisation du milieu. La densité électronique critique, telle que la fréquence de plasma $\omega_p = (4 \pi n_e e^2 / m_e)^{1/2}$ soit égale à la fréquence incidente ω , constitue une limite supérieure au-delà de laquelle une onde électromagnétique ne saurait se propager. Les valeurs correspondant à des fréquences situées dans le domaine visible, ou à son voisinage, sont très inférieures à la densité électronique de l'état solide : de 10 à 10^4 fois moins.

Au départ, en raison d'un effet de peau (surface métallique) ou d'un claquage (surface diélectrique),

une mince couche superficielle reçoit une importante quantité d'énergie. Une onde de détente s'ensuit, dans laquelle le rayonnement laser est absorbé par une zone de densité proche de la valeur critique. Lorsqu'un régime partiellement stationnaire s'établit la détente doit, pour des raisons thermodynamiques, être précédée par un choc [18]. On obtient ainsi une onde de choc suivie d'un front d'ablation, donc une situation entrant dans le cadre envisagé au paragraphe 5. La structure d'un tel écoulement peut être déterminée en détail dans le cas monodimensionnel plan au moyen de méthodes analytiques. Nous en rappellerons ici l'essentiel.

On remarque d'abord que la pression appliquée, pression du front d'ablation, est essentiellement d'origine hydrodynamique. Il est en effet facile de voir que la pression de rayonnement lui est inférieure dans un rapport u/c , u étant une vitesse matérielle. On la néglige donc et l'on ne retient, en conséquence, dans les équations qu'une seule grandeur radiative : la densité de flux absorbé, notée φ_A . On désigne par l'indice 1, les grandeurs relatives au front d'ablation, par l'indice 2 celles relatives à l'état final détendu caractérisé par la densité critique (Fig. 10.1).

FIG. 10.1. — Profils de densité, température et pression dans l'interaction d'un rayonnement laser avec une surface solide. Les flèches indiquent la direction des vitesses.

Le front de choc et la structure s'étendant du front d'ablation à la densité critique, peuvent avoir une structure stationnaire dans le cas d'une densité de flux absorbé constante. Les équations qui les décrivent sont du type Hugoniot. Compte tenu des hypothèses, on aboutit alors aux relations suivantes :

$$p_1 = p_2 \left(2 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right) \quad (10.1)$$

$$\varphi_A = \varphi_2 = \rho_2 T_2^{3/2} f(\rho_2) = J_D T_2 g(\rho_2) \quad (10.2)$$

où J_D est le débit de masse dans la détente ($\propto \rho_2 T_2^{1/2}$), $f(\rho_2)$ et $g(\rho_2)$ sont des fonctions qui pour le cas toujours réalisé en pratique $\rho_2 \ll \rho_1$ se réduisent à des constantes dont la valeur dépend de l'équation d'état du fluide.

Le débit de masse J_c à travers le choc est différent de J_D et le choc se propage plus vite que le front d'ablation. Ainsi les deux structures ne peuvent pas être

représentées dans un même diagramme T, u . Par contre, elles peuvent l'être dans un diagramme T, V ($V = 1/\rho$ est le volume spécifique) comme le montre la figure 10.2.

FIG. 10.2. — Courbes représentatives des structures de choc et de détente dans le diagramme T, V . P_c et P_D sont des paraboles. La structure de détente est en raison de la faiblesse de la viscosité très proche de la parabole P_D .

La structure de détente est déterminée par une courbe très voisine de la parabole P_D . S'agissant d'un plasma de haute température dans lequel le rayonnement ne pénètre pas, le principal phénomène de transport de l'énergie est la conductibilité thermique électronique. Le coefficient correspondant n'est pas linéaire. Il est de forme $AT^{5/2}$ d'où un profil de température :

$$T = \left[\frac{5}{4} \left| \frac{J_D}{Ak} \right| \frac{5\gamma - 1}{\gamma - 1} \right]^{2/5} (x_0 - x)^{2/5} \quad (10.3)$$

où l'épaisseur de la zone $\rho_2 < \rho < \rho_1$ soit X_0 , est donnée par :

$$\begin{aligned} x_0 &= \frac{4(\gamma - 1) Ak T_2^{5/2}}{5 \left| J_D \right| (5\gamma - 1)} \\ &= \frac{4}{3} \frac{\gamma - 1}{5\gamma - 1} \frac{A < m_i >^{1/2} k^{1/2} T_2^2}{\rho_2} \end{aligned} \quad (10.4)$$

Pour obtenir ces relations, on a, de plus, fait l'hypothèse que dans l'état 2, la vitesse matérielle par rapport à un référentiel qui se déplace avec le front est la vitesse du son isotherme. L'écoulement est ainsi subsonique pour $\rho > \rho_2$ et supersonique pour $\rho < \rho_2$. La structure ainsi déterminée traduit un état d'équilibre entre la conduction thermique électronique et l'hydrodynamique lorsque le flux absorbé demeure constant.

L'absorption de la lumière laser par un plasma est un problème incomplètement résolu pour les très hauts flux. En effet l'habituelle absorption collisionnelle de coefficient [19]

$$\begin{aligned} K_\omega &= \frac{16 \pi^2 \omega_\rho^2 Z^2 e^4 n_i}{3 c \omega^2 (2 \pi k T)^{3h} m_e^{1/2} (1 - \omega_\rho^2/\omega^2)^{1/2}} \times \\ &\quad \times \text{Log} \frac{3(kT)^{3/2}}{2 Z e^2 (\pi n_e)^2} \end{aligned} \quad (10.5)$$

cède le pas à des mécanismes non linéaires de couplage entre l'onde électromagnétique incidente et des ondes de plasma qui présentent des résonances lorsque la densité a sa valeur critique. Ces processus qui se traduisent par un chauffage anormal, ne se produisent que si la densité de flux incidente dépasse des seuils dont la valeur est souvent proportionnelle à ω^2 . Une abondante littérature théorique leur est consacrée mais à ce jour peu d'expériences ont été menées à bien.

11. Pression appliquée. — Le profil de température (10.3) est tel que $(dT/dx) \rightarrow \infty$ lorsque l'on se rapproche du front d'ablation. Aucun échange de chaleur ne se produit donc à travers ce front. C'est là une situation évidemment très favorable à un processus de compression adiabatique. Mais on vise une pression appliquée au milieu effectivement comprimé dont la forme est (5.5) donc fortement instationnaire. Il est donc important d'évaluer l'influence, d'une part, du mécanisme d'ablation, d'autre part, de l'évolution au cours du temps.

De la relation (10.2) on tire :

$$T_2 \propto (\varphi_A/\rho_2)^{2/3} \quad (11.1)$$

soit numériquement dans le cas du DT :

$$T_2 = 3 \times 10^{-7} \varphi_A^{2/3} (\omega_D/\omega)^{4/3} \quad (11.2)$$

où ω_D est la fréquence circulaire d'un laser à verre au néodyme (longueur d'onde 1,06 μ). La pression à la densité critique est

$$p_2 = 3 \frac{\rho_2}{< m_i >} k T_2 \propto \varphi_A^{2/3} \rho_2^{1/3}. \quad (11.3)$$

En vertu de (10.1), la pression appliquée qui nous intéresse p_1 , lorsque l'on a $\rho_2 \ll \rho_1$, présente les mêmes dépendances soit :

$$p_1 \propto \left(\varphi_A \frac{\omega}{\omega_D} \right)^{2/3}. \quad (11.4)$$

Revenons maintenant à la relation (5.5) qui définit la loi de variation au cours du temps de la pression appliquée à la dernière couche effectivement comprimée, donc qui n'a pas subi l'ablation. Son rayon lagrangien est R . Or nous partons d'un rayon $\mathcal{R} > R$ et, au cours du temps, la pression p_1 est appliquée sur une couche de rayon $R_1(t)$ telle que :

$$R < R_1(t < t_f) < \mathcal{R}.$$

Nous avons déterminé, d'autre part, la forme (parabolique) des profils de densité, température et pression, qui se conservent au cours du temps. Ainsi, G étant une constante :

$$p_0(r_0 < R) = p_0(0) [1 + Gr_0^2]^{y/(y-1)}. \quad (11.5)$$

Il convient naturellement que cette relation soit aussi vérifiée pour $r_0 < R_1$. Or :

$$R_1 = \mathcal{R} - \int_0^t \frac{dr_0}{dt} \Big|_a dt \quad (11.6)$$

et l'on connaît à chaque instant le débit :

$$J_D = \rho_1 \left. \frac{dr_0}{dt} \right|_a \quad (11.7)$$

où ρ_1 est une fonction de r_0 et de t , $(dr_0/dt)_a$ étant la vitesse d'ablation. Par ailleurs dans la détente :

$$J_D = \rho_2 \sqrt{\frac{kT_2}{m_i}} \quad (11.8)$$

soit en vertu de (11.1) :

$$J \propto \rho_2 \varphi_A^{1/3}. \quad (11.9)$$

Finalement, on trouve, introduisant la densité de flux initiale φ_0 ($t = 0$) :

$$\left. \frac{dr_0}{dt} \right|_a = G' \frac{\rho_2}{\rho_1} \left(\frac{\varphi_A}{\varphi_0} \right)^{1/3} \quad (11.10)$$

où G' est une certaine constante. Comme on a $\rho \propto p^{1/\gamma}$ dans un processus isentropique, il vient tenant compte de (5.5) :

$$\rho_1 = \rho_0 \frac{(1 + Gr_0^2)^{1/(\gamma-1)}}{(1 - t/t_f)^{\gamma/(\mu+1)}}. \quad (11.11)$$

La combinaison des différentes relations que nous venons d'écrire, conduit pour le flux laser absorbé à l'équation intégrale suivante :

$$\begin{aligned} \varphi_A^{2/3} &= \frac{\varphi_0^{2/3}}{\left(1 - \frac{t}{t_f}\right)^{\frac{\nu\gamma}{\mu+1}}} \times \\ &\times \frac{\left[1 + G \left(R - \int_0^t G' \frac{\rho_2}{\rho_1} \left(\frac{\varphi_A}{\varphi_0} \right)^{\frac{\gamma+2}{3\gamma}} dt \right)^2\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}{(1 + G R^2)^{\gamma/(\gamma-1)}}. \end{aligned} \quad (11.12)$$

La solution d'une telle équation s'obtient par voie numérique. On trouve que :

$$\varphi_A = \frac{\varphi_0}{(1 - t/t_f)^S}. \quad (11.13)$$

où S est de l'ordre de 2, est une bonne approximation. L'exposant est d'ailleurs différent pour des sphères pleines ou des coquilles [20]. D'autre part, lorsqu'on procède à une simulation numérique d'une implosion sphérique, il apparaît que le rayon correspondant à la densité critique, une fois le régime d'écoulement établi, demeure sensiblement constant pendant le temps t_f . De la sorte, la puissance absorbée doit être également de la forme :

$$P_L = \frac{P(0)}{(1 - t/t_f)^S}. \quad (11.14)$$

Quant à la puissance incidente, elle dépend en outre

des mécanismes d'absorption et de la façon dont ils évoluent au cours du temps. Lorsque des processus non linéaires entrent en jeu, le problème peut devenir passablement compliqué. Aussi raisonne-t-on généralement en termes de puissance et énergie laser absorbées, à moins que les conditions initiales que l'on se fixe garantissent que l'absorption collisionnelle sera le mécanisme dominant. A cet égard, les coquilles présentant à masse égale un rayon extérieur plus grand (il en est donc de même pour le rayon correspondant à la densité critique) et recevant à puissance incidente égale, un flux moindre, sont plus intéressantes.

Les relations du type (11.13) ou (11.14) impliquent des régimes fortement instationnaires. Or nous avons décrit, au paragraphe précédent, une situation dans laquelle la propagation de la chaleur par conduction thermique électronique, phénomène instationnaire, équilibre la fuite de matière dans l'écoulement. Il convient donc de s'assurer de la validité de ce modèle, sur lequel sont basés les résultats précédents, dans le cas de flux de rayonnement incident fortement croissants.

Or, l'étude de la compétition entre les ondes thermiques et l'hydrodynamique [21], montre que dans le cas d'une loi de variation du flux incident selon une puissance du temps :

$$\varphi = Q_0 t^\alpha, \quad (11.15)$$

le coefficient de conductibilité étant de la forme AT^n , l'hydrodynamique l'emporte à la longue si l'on a :

$$n > 1 \quad \text{et} \quad \alpha > \frac{3}{2(n-1)}, \quad (11.16)$$

Or, pour les électrons d'un plasma, $n = \frac{5}{2}$, et la transition se produit pour $\alpha = 1$. Dans le cas des puissances négatives :

$$\varphi = \frac{\varphi_0}{(-t)^S}$$

avec S de l'ordre de 2, il convient de raisonner sur une échelle de temps inversée. Aux temps négatifs longs, donc bien avant la focalisation, l'hydrodynamique domine. Il est très important qu'il en soit ainsi jusqu'à des temps très petits (quelques picosecondes) avant l'instant zéro. La simulation numérique confirme que tel est souvent le cas.

Une dernière caractéristique intéressante découle de l'application d'un flux laser de la forme (11.13). Nous partons d'un régime d'équilibre hydrodynamique tel qu'il est décrit au paragraphe précédent : la structure de détente est représentée dans le diagramme T, V par une certaine courbe intégrale φ_2 en pointillé sur la figure 11.1. A_2 correspond à l'état du fluide à la densité critique, V_2 est imposé. A_1 caractérise le front d'ablation.

A un instant ultérieur le flux, selon (11.13) a augmenté. V_2 étant fixé, T_2 augmente et les nouvelles conditions de l'état 2 sont représentées par un point de

FIG. 11.1. — L'augmentation du flux laser en A_2 se traduit par une compression adiabatique de la zone dense de A_1 à A' , si le flux croît plus vite que les échanges thermiques ne peuvent égaliser les températures.

même abscisse situé au-dessus, soit A'_2 . La structure, d'écoulement correspond à une courbe intégrale φ'_2 différente de φ_2 située au-dessus et qui n'est plus singulière. La forme du profil de température, nous indique que les échanges thermiques sont presque inexistantes au voisinage de l'état 1. Il convient donc de ne pas prolonger la nouvelle courbe intégrale au-delà du point A' de rencontre avec l'isentropique ($S = S_1$) passant par A_1 . Le fluide subit ainsi une compression adiabatique près du front d'ablation. Les couches externes sont les plus comprimées, ce qui en vertu des résultats du paragraphe 7, est la situation la plus favorable. Ce processus exige que les échanges thermiques soient suffisamment lents pour que les points A et A' n'aient pas le temps de se rapprocher vers un nouvel état d'équilibre. Or, nous avons effectivement vérifié qu'un flux du type (11.13), ne favorise pas pendant la majeure partie de l'implosion, les processus non stationnaires d'échange thermique.

12. Relations de similitude. — L'étude que nous venons de faire est essentiellement qualitative. Elle nous a permis d'obtenir un schéma cohérent de compression. Une loi de pression du type (5.5) crée d'abord une onde de choc qui met en vitesse le milieu, puis comprime de façon isentropique le fluide situé derrière le choc. L'application d'une puissance laser évoluant dans le temps selon (11.14) répond à ce schéma par le processus d'ablation qu'elle induit. Dans le mouvement d'implosion, la compression affecte préférentiellement les couches externes. La densité finale est limitée par le choc retour : il convient donc d'ajuster les paramètres de façon à se rapprocher au maximum d'une situation de convergence des caractéristiques.

Avant de passer à l'examen de cas traités sur ordinateur, il est bon de compléter les résultats précédents par quelques remarques sur l'influence du choix des paramètres quant à l'état final obtenu. Plus exactement,

nous allons préciser des relations de similitude telles que la modification des paramètres laisse invariante la compression que l'on peut espérer atteindre. Nous visons ici une certaine valeur de nR (de l'ordre de quelques 10^{25} cm^{-2} pour du DT).

Les grandeurs dont nous disposons sont, dans le cas d'une sphère pleine, son rayon extérieur initial R_0 , la puissance laser initiale P_0 et le temps de focalisation t_f . Une relation de la forme :

$$P = \frac{P_0}{\left(1 - \frac{t}{t_f}\right)^s} \quad (12.1)$$

définit l'évolution au cours du temps qu'il faut donner à la puissance laser.

Dans une situation de convergence des caractéristiques, le temps t_f doit être égal au temps de focalisation du premier choc induit par l'application de la puissance laser P_0 à la surface. On notera ici qu'étant donné l'allure de l'écoulement discuté au paragraphe 10, une certaine préparation (préimpulsion) est nécessaire pour créer, autour de la sphère solide, une couronne de plasma capable d'absorber efficacement le rayonnement. On admettra donc que P_0 n'est appliquée qu'après cette préparation. La vitesse correspondante de l'onde de choc est proportionnelle à $p^{1/3}$. D'où pour le temps de focalisation :

$$t_f \propto R_0 P_0^{-1/3}. \quad (12.2)$$

Si l'on avait pris comme paramètre caractéristique la pression p_0 appliquée à la sphère effectivement comprimée, le résultat aurait été :

$$t_f \propto R_0 p_0^{-1/2}. \quad (12.3)$$

De la sorte, si l'on modifie le rayon initial par un facteur Λ , le temps de focalisation est modifié de la même façon, la pression et la densité demeurant inchangées. Par conséquent, prenant $R'_0 = \Lambda R_0$, $p'_0 = p_0$, l'évolution de la température et de la densité moyennes représentée par une droite dans le plan $\text{Log } T$, $\text{Log } n$ reste la même. Au contraire, si $p'_0 = \Lambda p_0$ avec $R'_0 = R_0$, $p' = \Lambda p$, $t'_f = t_f \Lambda^{-1/2}$, $\rho' = \rho$: (la densité ne change pas). On obtient ainsi des droites parallèles dans le plan $\text{Log } T$, $\text{Log } n$. Ces relations de similitude sont rigoureuses.

Au contraire, celles que l'on obtient à partir de la puissance laser et de (12.2) ne sont qu'approchées en raison du déplacement (même faible) du rayon correspondant à la densité critique.

Ainsi, l'influence de la dimension de la cible peut être évaluée de 2 manières :

— soit en laissant le flux constant : $R'_0 = \Lambda R_0$, $\varphi'_0 = \varphi_0$ d'où, le rayon correspondant à la densité critique étant proportionnel à R_0 , $P'_0 = \Lambda^2 P_0$. On retrouve ici une pression appliquée constante $p'_0 = p_0$,

donc les densités et température sont inchangées, $t'_f = \Lambda t_f$ mais l'énergie nécessaire est :

$$E' = \int_0^{t' < t_f} \frac{P_0}{\left(1 - \frac{t}{t_f}\right)^S} dt = \frac{P_0 t_f}{(S-1)} \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{t'}{t_f}\right)^{S-1}} - 1 \right] = \Lambda^3 E. \quad (12.4)$$

— L'autre possibilité consiste à garder P_0 constant. Alors $\varphi' = \Lambda^{-2} \varphi$, $p' = \Lambda^{-4/3} p$, $t'_f = \Lambda^{5/3} t_f$, $E' = \Lambda^{5/3} E$, ce qui entraîne pour une densité inchangée, $T' = \Lambda^{-4/3} T$.

De la même façon, à rayon initial de cible donné, l'influence de la puissance initiale, $P'_0 = \Lambda P_0$ se traduit par $\varphi' = \Lambda \varphi$, $p' = \Lambda^{2/3} p$, $t'_f = \Lambda^{-1/3} t_f$, $E' = \Lambda^{-2/3} E$ ce qui entraîne pour une densité inchangée, $T' = \Lambda^{2/3} T$. Il existe, dans ce dernier cas, une autre relation de similitude approchée qui peut servir à dégrossir les optimisations. On peut, en effet, considérer que pour obtenir un même (nR) l'énergie nécessaire ne doit pas beaucoup varier. D'où réécrivant (12.4) :

$$E = \frac{P_0 t_f^S}{S-1} \left[\frac{1}{(t'_f - t')^{S-1}} - \frac{1}{t_f^{S-1}} \right] \quad (12.5)$$

et admettant que le terme entre [] reste sensiblement constant,

$$P_0 t_f^S = \text{Cte}. \quad (12.6)$$

La comparaison avec des simulations numériques montre que cette relation semble plus exacte que celle ($P_0 t_f^3 = \text{Cte}$) que l'on tire de considérations plus générales précédentes et qui ne tient pas compte du mouvement du rayon critique.

13. Exemples de simulations : sphères pleines. — Nous avons à plusieurs reprises fait allusion à des simulations numériques, destinées à revêtir d'un habillement quantitatif les considérations qualitatives exposées dans les paragraphes précédents. Il est de plus important de procéder, de façon systématique, à des études paramétriques sur l'influence que la forme de l'impulsion laser, la géométrie de la cible, la fréquence laser... peuvent avoir sur la valeur du paramètre (nR) . Pour cela nous avons développé un code numérique mono-dimensionnel.

Il consiste à résoudre, à l'aide d'une méthode aux différences finies, un système d'équations différentielles non linéaires traduisant les phénomènes physiques suivants :

— On étudie le mouvement d'un seul fluide à deux composantes : ions et électrons ayant essentiellement des températures différentes. L'hydrodynamique est traitée en variable, de Lagrange comme au para-

graphe 4, et une pseudoviscosité [22] est introduite pour tenir compte des ondes de choc ;

— Les phénomènes de transfert sont restreints à la conductibilité thermique électronique ou ionique. Lorsqu'ils sont applicables (gradients faibles), on utilise les coefficients usuels de la théorie des plasmas [23]. Mais lorsque de forts gradients de température électronique et ionique apparaissent, cette théorie est mise en défaut. Il convient alors de limiter le flux d'énergie : la valeur maximale considérée est celle qui correspond aux échanges entre le milieu et le vide (solution analogue à celle du problème de Milne [24] pour le rayonnement). Une estimation en est donnée dans la référence [25] ;

— Les échanges d'énergie entre les deux composantes s'effectuent par l'intermédiaire de collisions coulombiennes : relaxation à la Spitzer [26] ;

— La photonique est traitée de façon relativement fruste : suivant les caractéristiques du milieu, on adopte l'approximation transparente, ou celle de la conduction radiative pour le rayonnement. Cette manière de procéder n'offre pas d'inconvénient, tant que l'on se limite à la phase d'implosion. La phase de combustion thermonucléaire exige une théorie plus raffinée ;

— Enfin la lumière laser est absorbée par bremsstrahlung inverse (absorption collisionnelle) en utilisant un coefficient du type Dawson Oberman [19] et en admettant la réflexion à la densité critique. Comme nous nous intéressons essentiellement à l'hydrodynamique résultant de cette absorption, le mécanisme exact, par lequel elle se produit, importe peu et nous n'avons donc pris en compte aucun effet non linéaire. Les conditions de nos simulations numériques sont telles que plus de 50 % de la lumière incidente est effectivement absorbée et utilisée dans la compression.

Les résultats que nous allons montrer maintenant concernent des cibles de taille relativement réduites : les rayons des sphères pleines sont de 100 ou 200 μ . La raison en est que, dans l'état actuel de la technique des lasers de puissance, des énergies très supérieures au kilojoule seront difficiles à obtenir dans un proche avenir. Notre but est donc de déterminer quelle valeur maximale de (nR) nous pouvons atteindre, à partir d'impulsions laser d'énergie réduite en mettant un accent particulier sur la forme de l'impulsion. La simulation numérique permet de procéder aisément à de telles optimisations. De plus, nous pourrions au passage contrôler la validité des lois de similitude mentionnées au paragraphe précédent et dont nous savons qu'elles ne sont qu'approchées.

Le tableau III résume les résultats obtenus en soumettant des sphères pleines de rayon extérieur initial 100 μ (masse 0,89 μg) à l'impact de diverses impulsions laser. Nous nous intéressons à la compression maximale obtenue et à diverses moyennes de compression et de températures prises sur des masses caractéristiques comptées à partir du centre de la cible. Figure

TABLEAU III

Valeurs du taux de compression et de la température maximum obtenues pour des masses croissantes de la zone dense de la cible (sphère pleine DT, $R = 100 \mu$, $m = 0,89 \mu\text{g}$)

Forme de l'impulsion	Masse en μg évaluée à partir du centre de la cible								Masse dense restante en μg	$\int \rho \, dr_{\text{max}}$ g/cm^2
	0,05		0,1		0,2		0,3			
	$\left(\frac{\rho}{\rho^0}\right)$	T_i (10^6 K)	$\left(\frac{\rho}{\rho^0}\right)$	T_i (10^6 K)	$\left(\frac{\rho}{\rho^0}\right)$	T_i (10^6 K)	$\left(\frac{\rho}{\rho^0}\right)$	T_i (10^6 K)
22	3,9	18	2,9	15	2,2	12	1,9	0,42	0,011
767	3,2	754	2,2	558	1,4	378	1	0,49	0,10
5111	11	5 591	8,1	4 393	5,2	2 672	3,4	0,33	0,36
12 717	20	13 359	14	10 357	9,1	1 303	2	0,25	0,70
13 638	22	13 640	12	10 893	7,2	2 110	1,7	0,26	0,72

également la masse dense restante ainsi que la valeur maximale de l'intégrale :

$$\int \rho dr$$

qui est représentative de la valeur (nR) que nous désirons finalement obtenir. Le choix de la variable ρ au lieu de n est lié à celui des variables dans l'écriture du code. La valeur maximale de ce paramètre que nous rencontrerons, de l'ordre de $0,7 \text{ g/cm}^2$, correspond à un rendement de combustion relativement faible, mais compatible avec un *breakeven* scientifique : énergie de fusion de même ordre que l'énergie laser absorbée.

Dans ce tableau figurent diverses impulsions de la forme (11.14) et, à titre de comparaison, un créneau de puissance constante induisant un choc fort et conduit jusqu'à l'instant de focalisation. Les trois impulsions suivantes correspondent à une même loi (11.14) mais où on a coupé le laser à des instants différents (donc des énergies différentes) (Fig. 13.1). La comparaison de ces différents cas montre que le créneau produit une

température ionique intéressante mais une compression et un $\int \rho dr$ très faibles en accord avec les résultats du paragraphe 2. Nous voyons ainsi que l'énergie délivrée vers la fin de l'impulsion laser, donc en quelques picosecondes pour les 300 derniers joules, est d'une importance considérable pour parvenir à des compressions et des $\int \rho dr$ élevés. La figure 13.2 montre, par ailleurs, comment la comparaison que nous venons de faire se traduit sur les chemins thermodynamiques, conditions moyennes de la partie dense à chaque instant dans un diagramme $\text{Log } T, \text{Log } \rho$. D'autre part, nous montrons sur la figure 13.3 les profils de température et de densité à différents instants caractéristiques pour le cas où 600 J laser sont utilisés. Pour ce même cas, la figure 13.4 représente les trajectoires des trois fronts dont l'évolution est intéressante pour la dynamique de l'implosion : le front de choc, le front d'ablation, et la densité critique. On observera que la position de la région où cette densité est atteinte varie peu.

Les simulations numériques nous permettent enfin

d'évaluer quantitativement l'influence des variations que l'on peut apporter aux différents paramètres à notre disposition, soit revenant à la relation (11.14) : la puissance initiale P_0 , l'exposant S et le temps caractéristique t_f . De plus, nous pouvons également modifier la taille de la cible. Un exemple est donné sur la figure 13.5 : le rayon de la cible est cette fois 200μ et la puissance initiale ainsi que le temps caractéristique, ont été choisis conformément aux relations de similitude du paragraphe 12. De plus, nous avons fait varier légèrement le temps t_f pour apprécier son influence sur le résultat final. Nous voyons que le chemin thermodynamique moyen est le même que celui que nous

avons obtenu sur la figure 13.2 et que les variations du temps caractéristique n'affectent que légèrement le résultat final.

Une dernière simulation fait l'objet de la figure 13.6. Elle concerne une sphère pleine de 100μ de rayon, mais nous avons choisi une puissance initiale 10 fois plus basse. En raison de l'équation d'état utilisée dans tous ces calculs, Kerley [26], il a fallu pour retrouver un $\int \rho dr$ de 0,7 modifier légèrement l'exposant de la relation (11.14) : $s = 2,2$ au lieu de 2. Ainsi en raison

Fig. 13.1. — Forme de l'impulsion : sphère pleine DT, $R = 100 \mu$, $m = 0,89 \mu\text{g}$.

FIG. 13.3. — Profils de température et densité dans la cible au cours de l'implosion. ——— Compression, - - - - - Température ionique —. —. Température électronique. Sphère pleine DT, $R = 100 \mu$, $m = 0,89 \mu\text{g}$. Loi (11.14) $P_0 = 1,25 \times 10^9 \text{ W}$, $s = 2$, $t_f = 3 \text{ ns}$, $E_L = 600 \text{ J}$.

FIG. 13.2. — Chemin thermodynamique de la partie dense de la cible. Sphère pleine DT, $R = 100 \mu$, $m = 0,89 \mu\text{g}$, $E_L = 600 \text{ J}$. 1) Puissance Laser constante. 2) Loi (11-14). ● point correspondant à la focalisation.

FIG. 13.4. — Evolution des fronts de choc, d'ablation et de la densité critique au cours de l'implosion. Sphère pleine DT, $R = 100 \mu$, $m = 0,89 \mu\text{g}$. Loi (11.14), $P_0 = 1,25 \times 10^9 \text{ W}$, $t_f = 3 \text{ ns}$, $s = 2$, $E_L = 600 \text{ J}$.

FIG. 13.5. — Chemin thermodynamique de la partie dense de la cible. { Sphère pleine DT, $R = 200 \mu$, $m = 7,12 \mu\text{g}$.
Loi (11.14) $P_0 = 5 \times 10^9 \text{ W}$, $s = 2$,

$$t_t = \begin{cases} 6 \text{ ns} & \blacktriangle \\ 6,2 \text{ ns} & \bullet \\ 6,4 \text{ ns} & + \end{cases}$$

Référence { Sphère pleine DT, $R = 100 \mu$, $m = 0,89 \mu\text{g}$.
Loi (11.14) $P_0 = 1,25 \times 10^9 \text{ W}$, $s = 2$, $t_t = 3 \text{ ns}$.

FIG. 13.6. — Chemin thermodynamique de la partie dense de la cible. Influence de la force du choc initial. Sphère pleine DT, $R = 100 \mu$, $m = 0,89 \mu\text{g}$
Loi (11.14)

$$\begin{cases} P_0 = 1,25 \times 10^9 \text{ W}, t_t = 3 \text{ ns}, s = 2, E_L = 600 \text{ J} & 1. \\ P_0 = 1,25 \times 10^8 \text{ W}, t_t = 6,4 \text{ ns}, s = 2,2, E_L = 600 \text{ J} & 2. \end{cases}$$

d'une plus grande importance de l'énergie potentielle, nous ne pouvons plus adopter la valeur $5/3$ du γ correspondant à un gaz d'électrons totalement dégénéré, mais au contraire prendre la valeur 2. Cet exemple illustre bien le caractère approché des lois de similitude du paragraphe 12. Il montre de plus qu'il existe une limite inférieure à la force du choc initial puisque, dans ce cas, en raison des modifications apportées à l'équation d'état, on consomme autant (ou presque) d'énergie qu'une isentropique plus haute.

14. Simulation de l'implosion de coquilles. — Lorsque nous avons établi par la formulation lagrangienne de Kidder, les lois de pression qu'il convient d'appliquer à un matériau thermonucléaire, nous avons remarqué qu'il est indifférent que le milieu soit sous forme d'une sphère pleine ou d'une coquille. D'autre

part, dans ce dernier cas, un intéressant effet d'inertie peut de plus contribuer à la compression isentropique. Le but des simulations que nous allons décrire est à la fois de comparer, à masse égale, les résultats obtenus avec des sphères pleines ou des coquilles et voir comment l'effet d'inertie, dans ce dernier cas, permet d'irradier la cible avec des impulsions laser moins difficiles à ajuster. Comme au paragraphe précédent, nous nous limitons aux faibles masses ($< 1 \mu\text{g}$) compatibles avec des énergies lasers disponibles faibles.

Pour des coquilles initialement à l'état solide, nous disposerons d'un paramètre supplémentaire que nous pouvons arbitrairement ⁽⁴⁾ modifier, le rapport d'aspect : quotient du rayon extérieur par l'épaisseur e de la cible :

$$H = \frac{R_{\text{ext}}}{e}. \quad (14.1)$$

Pour faciliter la comparaison avec les résultats du paragraphe précédent, nous avons disposé dans un tableau (Tableau IV) un certain nombre de cas parmi ceux que nous avons étudiés. La plupart concernent un rapport d'aspect H de 31 et pour cette configuration, on a évalué l'effet de différentes sortes d'impulsion laser : le créneau, l'impulsion de type (11.14) en coupant le laser pour des valeurs différentes de l'énergie, enfin des rampes de forme [16] :

$$P_L = P_0 \left(\frac{t}{t_c} \right)^m \quad (14.2)$$

où m est un nombre entier dont on est maître. Plus il est grand, plus la forme de l'impulsion est proche de l'idéal exprimé par (11.14).

La comparaison des tableaux III et IV appelle les commentaires suivants : d'une façon générale, si on désire obtenir en fin de processus des vitesses d'implosion du même ordre, les temps nécessaires sont plus longs dans le cas de la coquille, ce qui est d'ailleurs évident. Corrolairement, à énergie laser égale, il faut que la puissance laser initiale soit plus faible. Les relations de similitude du paragraphe 12 sont dans l'affaire approximativement respectées. Il était alors intéressant d'appliquer un créneau de puissance relativement faible, comparable à celle que l'on déduit des relations de similitude pour les lois de type (11.14). On constate ainsi qu'une énergie très faible conduit à une compression de la zone centrale et à un $\int \rho dr$ intéressants bien que la température demeure faible.

Les rampes de la forme (14.2) avec $m = 1$ (dent de scie) ou $m = 2$ (croissance parabolique) conduisent rapidement à des flux appliqués élevés, d'où des temps courts, alors que l'énergie utilisable demeure faible de l'ordre de 100 J. La masse dense restante est faible 10 % de la masse initiale, les conditions y sont assez uniformes : compression de l'ordre de 1 000 et température

(4) Du point de vue du théoricien et non de celui de l'expérimentateur.

TABLEAU IV
Valeurs du taux de compression et de la température maximum
obtenues pour des masses croissantes de la zone dense de la cible
(coquille DT, $m = 0,89 \mu\text{g}$)

Forme de l'impulsion		Masse en μg évaluée à partir du centre de la cible								Masse dense restante en μg	$\int \rho \, dr_{\text{max}}$ g/cm ²
		0,05		0,1		0,2		0,3			
		(ρ/ρ^0)	T_i (10 ⁶ K)	(ρ/ρ^0)	T_i (10 ⁶ K)	(ρ/ρ^0)	T_i (10 ⁶ K)	(ρ/ρ^0)	T_i (10 ⁶ K)		
$R_{\text{ext}} = 268,4 \, \mu$ $R_i = 263,7 \, \mu$ $H = 57$		38 906	21	19 000	13					0,093	1
	65	0,3	58	0,17	54 ^o	0,11	45	0,09	0,62	0,023
$R_{\text{ext}} = 220 \, \mu$ $R_i = 213 \, \mu$ $H = 31$		918	11	1042	8,5					0,12	0,087
	1 800	13	1 740	9,6					0,11	0,12
	3 540	3,5	3 280	2,4	1 750	1,3	803	0 82	0,31	0,23
	44 700	36	23 000	22					0,097	1
	8 700	33	11 100	24	8 500	13			0,21	0,5

$H = R_{\text{ext}}/e$, e = épaisseur de la coquille.

de l'ordre du keV, l'influence de l'exposant m apparaissant assez limitée. Il semble bien que des valeurs élevées de m soient nécessaires comme l'a montré l'étude de la référence [16] pour obtenir des compressions plus élevées.
La comparaison de lois de type (11.14) pour les

sphères pleines et les coquilles tourne assez nettement à l'avantage de ces dernières : par exemple, pour une énergie de 100 J, dans les 2 cas on obtient grosso modo la température d'inflammation mais la compression et le $\int \rho dr$ (donc les perspectives de rendement thermo-

nucléaire) sont deux fois plus élevés pour la coquille. Les cas à 600 J montrent également à même $\int \rho dr$, l'avantage des coquilles pour la compression.

Enfin, la variation du rapport d'aspect H semble avoir peu d'influence, du moins lorsqu'il dépasse une valeur de l'ordre de 10.

Une comparaison synthétique des différents cas est donnée sur la figure 14.1 rassemblant sur un même diagramme $\log T$, $\log \rho$, les chemins thermodynamiques, moyenne étant prise à chaque instant sur les grandeurs de la partie centrale de la cible (0,1 μg de la zone dense). Cette figure met bien en évidence la façon dont

FIG. 14.1. — Chemin thermodynamique de la partie dense de la cible (0,1 μg centraux) coquille DT, $R_{\text{ext}} = 220 \mu$, $H = 31$, $m = 0,89 \mu\text{g}$.

1) Puissance Laser constante $P = 4,7 \times 10^8 \text{ W}$, $t_f = 9,4 \text{ ns}$, $E_L = 4,4 \text{ J}$.

2) Rampe $m = 1$, $P_{\text{max}} = 1,4 \times 10^{11} \text{ W}$, $t_f = 1,46 \text{ ns}$, $E_L = 105 \text{ J}$.

3) Rampe $m = 2$, $P_{\text{max}} = 2 \times 10^{11} \text{ W}$, $t_f = 1,73 \text{ ns}$, $E_L = 115 \text{ J}$.

4) Loi (11.14) $P_0 = 1,4 \times 10^8 \text{ W}$, $t_f = 9 \text{ ns}$, $s = 1,875$, $E_L = 100 \text{ J}$.

5) Loi (11.14) $P_0 = 1,4 \times 10^8 \text{ W}$, $t_f = 9 \text{ ns}$, $s = 1,875$, $E_L = 600 \text{ J}$.

Sphère pleine DT, $R = 100 \mu$, $m = 0,89 \mu\text{g}$.

6) Loi (11.14) $P_0 = 1,25 \times 10^9 \text{ W}$, $s : 2 t_f = 3 \text{ ns}$, $E_L = 100 \text{ J}$.

FIG. 14.2. — Evolution de la densité critique, du front d'ablation, de la face interne de la coquille au cours de l'implosion. Coquille DT, $R_{\text{ext}} = 220 \mu$, $H = 31$.

Loi (11.14) $P_0 = 1,4 \times 10^8 \text{ W}$, $s = 1,875$, $t_f = 9 \text{ ns}$, $E_L = 600 \text{ J}$.

FIG. 14.3. — Profils de température et densité dans la cible au cours de l'implosion.

Coquille DT, $R_{\text{ext}} = 220 \mu$, $H = 31$.

Loi (11.14) $P_0 = 1,4 \times 10^8 \text{ W}$,

$t_f = 9 \text{ ns}$,

$s = 1,875$,

$E_L = 600 \text{ J}$.

— Compression.

--- Température ionique.

— — — Température électronique.

le chemin thermodynamique s'écarte de l'isentropique de pente $\frac{2}{3}$ (lorsque la loi de pression idéale n'est pas respectée), les couches internes dans ce cas étant trop accélérées.

Comme dans le cas des sphères pleines, nous avons tracé sur les figures 14.2 et 14.3 respectivement, les diagrammes de marche et les profils pris à des instants caractéristiques, pour des impulsions laser selon (11.14) et une énergie de 600 J. On remarque sur la figure 14.1, qu'en fin d'implosion, les différents fronts sont sensiblement dans la même position que dans le cas de la sphère pleine (Fig. 13.4), mais la position de la densité critique tend à se stabiliser au lieu de s'éloigner ce qui, nous le verrons au paragraphe 16, a des conséquences du point de vue du rendement.

15. Limites à la compression. — Nous avons déjà rencontré au cours des paragraphes précédents, deux phénomènes limitatifs : l'existence d'un choc centrifuge après focalisation, une onde thermique en fin de processus d'implosion. Ce ne sont évidemment pas les seuls possibles. Il convient, dans le cadre de cet article, d'en mentionner deux autres de nature différente : d'abord l'amorçage de réactions thermonucléaires, celles-ci, par interaction des produits de réaction (essentiellement les particules α , chargées) avec le

milieu, l'échauffent localement et ce dépôt d'énergie s'oppose bien évidemment à toute compression supplémentaire. Les limitations apportées par les trois causes qui viennent d'être citées, peuvent être étudiées analytiquement ou par des simulations numériques mono-dimensionnelles. Il n'en va pas de même pour une quatrième source : les instabilités hydrodynamiques. Des perturbations apportées aux mouvements fluides que nous avons décrits, peuvent croître de façon irréversible, empêchant ainsi d'atteindre les valeurs élevées de (nR) nécessaires à la fusion et qui sont liées à la symétrie de l'implosion. Ces phénomènes ont des causes évidentes : non-uniformité de l'éclairement de la cible, inhomogénéités, défauts de surface. On les rencontre à chaque fois qu'un écoulement comporte une discontinuité : onde de choc, onde de détente, interface entre milieux d'inertie différente.

Dans un écoulement sphérique, les défauts sont caractérisés par un certain ordre dans un développement en harmoniques sphériques. Dans les problèmes qui nous intéressent ici et dans lesquels l'implosion se produit en un temps limité, deux questions se posent : quels sont les modes les plus instables ? Leur croissance est-elle lente ou rapide devant le temps nécessaire à l'implosion ? La théorie de ces mécanismes d'instabilité est ardue. Elle est loin d'être achevée et donne même parfois lieu à des conclusions contradictoires [27, 28]. Nous nous contenterons de rappeler ici ceux des résultats qui nous semblent solidement établis. Nous avons vu que dans le processus d'implosion interviennent deux fronts de discontinuité : une onde de choc et une détente avec ablation. Chacune d'elles pose un problème de stabilité sous la forme suivante : un défaut va-t-il s'amplifier au cours du mouvement et détruire la symétrie de l'écoulement interdisant toute compression intéressante ? Le cas du choc est délicat à cause de l'introduction de la viscosité artificielle de Von Neuman [22] dont la valeur laissée à l'appréciation du calculateur est liée au maillage choisi pour le calcul numérique. On s'attend à ce qu'une discontinuité non dissipative soit instable [29], mais la réalité est plus difficile à cerner en raison de la part d'arbitraire que nous venons de mentionner.

La stabilité de l'autre discontinuité, le front d'ablation, est un problème qui peut être posé en termes assez simples à partir de la théorie bien connue de Rayleigh-Taylor [30]. Supposons qu'une interface en mouvement subisse une petite perturbation y lorsqu'elle est soumise à une accélération g , elle évolue dans le temps suivant la relation :

$$y = y_0 e^{\int \sqrt{gk} dt} \quad (15.1)$$

où y_0 est l'amplitude initiale de la perturbation de nombre d'onde k . Cette équation résulte d'une méthode de perturbation appliquée à la seconde équation de l'hydrodynamique (conservation de la quantité de mouvement) dépouillée de tous les termes de com-

pressibilité et de transport ainsi que de gradient de pression. Si en raison d'un processus d'ablation il existe un gradient de pression, il faut tenir compte du terme

$$-\frac{1}{\rho} \nabla p$$

ce qui après dérivation et transformation de Fourier transformera le terme sous le signe $\int$ de la relation (15.1) en :

$$\sqrt{gk - \frac{k^2 p_a}{\rho}} \quad (15.2)$$

où p_a est la pression régnant au front d'ablation. On voit ainsi que le terme sous le radical peut devenir négatif lorsque k ou p_a sont grands. Ainsi, seules les perturbations de grande longueur d'onde (k petit) sont amplifiées, mais on montre alors, dans le cas de la compression rapide envisagé au paragraphe 8, que l'instabilité se développe trop lentement pour être néfaste [31]. Dans la réalité, les choses sont plus complexes car le modèle de Rayleigh-Taylor n'est pas exactement représentatif de ce qui se passe au front d'ablation. D'où les désaccords que nous avons déjà mentionnés entre théoriciens.

Un autre aspect du problème de la stabilité vient de la façon dont se produit la compression isentropique dans ce processus d'accélération continue que nous avons décrit. Des instabilités convectives peuvent alors prendre naissance. Elles ont été étudiées dans la référence [31].

Les différents auteurs s'accordent pour admettre que l'uniformité d'éclairement soit aussi bonne que possible (5 % de variation au maximum sauf cas de cibles très particulières [33]) que les coquilles sont plus sensibles aux instabilités que les sphères pleines, et que le remplacement d'une impulsion continue, par une série de pics calibrés et judicieusement espacés dans le temps, favorise la stabilité : en effet l'accélération nuisible n'est pas entretenue. Un exemple de telles impulsions est donné dans la référence [34].

Il faudra, pour rendre viable le schéma de fusion thermonucléaire par implosion de sphères ou de coquilles au moyen du laser, que les instabilités ne limitent en aucun cas la compression. Des deux autres limitations, qui ont été mentionnées au début de ce paragraphe, la première, par amorçage de réaction de fusion, n'entre pas dans le cadre de cet article. Elle a été observée dans des simulations numériques bidimensionnelles [31]. Par contre, nous pouvons donner deux exemples de limitation apportée à la compression et à $\int \rho dr$ par un mauvais calage de la puissance initiale pour un diamètre et un temps caractéristique t_f donnés (Fig. 15.1 et 15.2). Un P_0 trop grand induit une très forte accélération de choc en fin d'implosion d'où une forte dose d'irréversibilité (entropie) et un chauffage

important dû essentiellement aux ions. Au contraire, un P_0 trop petit fait qu'une puissance élevée tombe sur la sphère après le rebondissement du premier choc : le front d'ablation, de subsonique qu'il doit être, devient supersonique et le chauffage se fait cette fois par les électrons tandis que la configuration se détruit rapidement.

FIG. 15.1. — Sphère pleine DT, $R = 100 \mu$, $m = 0,89 \mu\text{g}$. Formes d'impulsions utilisées pour étudier l'influence d'un mauvais calage.

FIG. 15.2. — Chemins thermodynamiques de la partie dense de la cible ($0,1 \mu\text{g}$ centraux) pour les conditions de la figure 15.1. Sphère pleine DT, $R = 100 \mu$, $m = 0,89 \mu\text{g}$.

16. Rendement de compression. — Un aspect important des mécanismes de compression que nous avons envisagés dans ce qui précède, est leur rendement. Par là nous entendons la fraction de l'énergie laser absorbée à la densité critique effectivement convertie en énergie interne au milieu thermonucléaire comprimé. Le but visé, rappelons-le, est une valeur élevée du produit (nR)

ou plus exactement, étant donné que la densité est en général inhomogène, de l'intégrale :

$$I = \int_0^R n(r) dr. \quad (16.1)$$

Nous nous limiterons, dans ce qui suit, au cas sphérique pour lequel nous avons déterminé au paragraphe 7 des profils caractéristiques. Tenant compte d'un profil de densité de la forme (7.7) nous avons d'abord :

$$I_0 = \int_0^{R_0} \frac{\rho_0}{\langle m_i \rangle} [1 + Gr_0^2]^{\frac{1}{\gamma-1}} dr = \frac{\rho_0}{\langle m_i \rangle} F(G) \quad (16.2)$$

la fonction $F(G)$ n'a pas besoin d'être précisée dans les raisonnements qui vont suivre. Admettons maintenant que le milieu soit comprimé suivant une loi du type (5.13) à laquelle correspond une variation du rayon extérieur de la forme :

$$R = R_{0M} \left(1 - \frac{t}{t_f}\right)^{\frac{2}{3\gamma-1}}. \quad (16.3)$$

Les profils de densité, température et pression étant conservés pendant toute la durée de l'implosion à une affinité près, on aura donc :

$$I = I_0 \left(1 - \frac{t}{t_f}\right)^{-\frac{4}{3\gamma-1}}. \quad (16.4)$$

D'autre part, on connaît à chaque instant la puissance mécanique appliquée à la sphère de rayon extérieur R qui est le produit de la force par le déplacement soit :

$$\mathcal{P}_M = 4 \pi R^2 p \frac{dR}{dt}. \quad (16.5)$$

Utilisant (5.9), (5.11) et (5.13) il vient :

$$\mathcal{P}_M = \frac{8 \pi p_0 R_{0M}^3}{(3\gamma-1)t_f} \left(1 - \frac{t}{t_f}\right)^{\frac{7-9\gamma}{3\gamma-1}}. \quad (16.6)$$

D'où pour l'énergie mécanique nécessaire à la compression :

$$\begin{aligned} W_M &= \frac{8 \pi p_0 R_{0M}^3}{(3\gamma-1)t_f} \int_0^t \left(1 - \frac{t}{t_f}\right)^{\frac{7-9\gamma}{3\gamma-1}} dt \\ &= \frac{4 \pi R_{0M}^3}{3} \frac{p_0}{\gamma-1} \left[\left(1 - \frac{t}{t_f}\right)^{-6\frac{\gamma-1}{3\gamma-1}} - 1 \right]. \end{aligned} \quad (16.7)$$

La comparaison des relations (16.4) et (16.6) nous montre que :

$$\mathcal{P}_M = \frac{8 \pi p_0 R_{0M}^3}{(3\gamma-1)t_f} \left(\frac{I}{I_0}\right)^{\frac{9\gamma-7}{4}}. \quad (16.8)$$

Dans le cas particulier où $\gamma = 5/3$ (gaz de Fermi complètement dégénéré)

$$\mathcal{F}_M \propto I^2 \quad (5). \quad (16.9)$$

Une telle correspondance a également été trouvée par Kidder [15] utilisant la loi de pression (6.6). L'exposant de la relation entre $\mathcal{F}_M$ et I ne dépend en fait que du γ du gaz et non de la façon dont la compression isentropique est conduite en fonction du temps.

Par ailleurs nous avons, au moyen de simulations numériques, montré que la puissance laser requise pour obtenir la loi de pression (5.13) doit être de la forme :

$$P_L = \frac{P_0}{\left(1 - \frac{t}{t_f}\right)^s} \quad (16.10)$$

et que le rayonnement est absorbé à la densité critique dont la position, caractérisée par le rayon R_c varie peu au cours du processus d'implosion. Or pour $\gamma = 5/3$, on a $S \sim 2$ et

$$\frac{7 - 9\gamma}{3\gamma - 1} = -2$$

ce qui implique :

$$\frac{\mathcal{F}_M}{P_L} \sim \text{Cte} \quad (16.11)$$

et de même pour les énergies :

$$\eta_I = \frac{W_M}{W_L} \sim \frac{\int \mathcal{F}_M dt}{\int P_L dt} \sim \text{Cte} . \quad (16.12)$$

Ainsi au cours d'une même implosion conduite avec une loi de pression du type (5.13), si toute l'énergie mécanique de compression est convertie en énergie interne du matériau comprimé (ce qui est vérifié avec une très bonne approximation au voisinage de la focalisation), le rendement est indépendant de l'état final. De plus, on a, entre la puissance laser maximale et le paramètre I , qui caractérise l'état final la même relation de proportionnalité qu'avec la puissance mécanique soit :

$$P_{LM} \propto I^2 . \quad (16.13)$$

Ainsi une variation importante de la valeur maximale induit une variation relativement faible de I . En conséquence, les conditions correspondant à une valeur élevée de la fraction f de tritium brûlée, risquent d'être difficiles à obtenir, les puissances laser nécessaires étant

obligatoirement élevées (Kidder [15] cite le chiffre à notre avis pessimiste de 10^{15} W). Mais des valeurs de I significatives semblent devoir être obtenues avec des puissances laser sensiblement moindres.

Les simulations numériques montrent que le rendement correspondant à la relation (16.12) est relativement faible : de l'ordre de 5 %. Il est important de connaître les paramètres dont il dépend. Explicitons la relation (16.12) :

$$\eta_I = \frac{4\pi R_{0M}^3}{3} \frac{P_0}{(\gamma - 1) t_f P_0} . \quad (16.14)$$

Or, en fonction du flux de rayonnement absorbé à l'instant initial :

$$\varphi_0 = \frac{P_0}{4\pi R_c^2} , \quad (16.15)$$

on a les relations de proportionnalité suivantes :

$$t_f \propto R_0 \varphi_0^{-1/3}$$

$$P_0 \propto \varphi_0^{2/3} .$$

D'où :

$$\frac{P_0}{t_f} \propto \frac{\varphi_0}{R_0} = \frac{P_0}{4\pi R_c^2 R_{0M}} \quad (16.16)$$

de sorte que l'on a finalement :

$$\eta_I \propto \frac{R_{0M}^2}{R_c^2} . \quad (16.17)$$

R_0 rayon initial de la partie que l'on désire comprimer est défini à partir de la relation de similitude (1.4) par l'énergie laser disponible. Le rayon critique R_c est fonction de la fréquence, car la densité critique en dépend, et de la façon dont l'énergie est transportée par conduction thermique électronique de la zone d'absorption au front d'ablation. Nous avons reconnu, d'après les simulations numériques, la faible variation de R_c au cours d'un même processus d'implosion, ce qui nous a permis d'établir les relations précédentes.

Il est clair, cependant, à l'examen des figures 13.4 et 14.2, que les coquilles sont plus favorables : en effet, en fin d'implosion, le rayon R_c reste faible, alors qu'il a tendance à augmenter fortement dans le cas d'une sphère pleine. La différence ne joue certes pas sur des ordres de grandeur : elle doit néanmoins être considérée comme significative.

Dans tous les cas, le rendement dépend faiblement de la taille de la cible et de façon plus critique, de la fréquence et des propriétés de transport du plasma de la couronne. Il sera d'autant plus grand que la densité critique sera atteinte pour un rayon faible. Comme elle est proportionnelle au carré de la fréquence, une fréquence élevée apparaît de ce point de vue, avantageuse.

17. Conclusions. — Nous avons limité cette étude au problème de la seule implosion, laissant volontairement de côté sauf pour introduire le sujet, la combus-

(5) Il convient de ne pas confondre la valeur de I qui dans le cas présent est instantanée avec le $\int \rho dr$ des tableaux III et IV qui sont des valeurs maximales obtenues au cours de diverses implosions.

tion thermonucléaire. Celle-ci, en milieu dense, présente des caractères spécifiques dont l'examen sort du cadre de cet article. Nous avons simplement utilisé le fait que la grandeur $I = \int n(r) dr$ doit avoir une valeur déterminée à la fin du processus d'implosion. Une valeur de 3 g/cm^2 pour la grandeur équivalente $\int \rho dr$ correspond à une fraction de tritium brûlé de 30 %. Il est douteux que l'implosion de petites sphères, imposée par la limitation en énergie des lasers à néodyme, conduise à de telles valeurs. Mais nous avons vu que I varie comme la racine carrée de la puissance laser absorbée. D'autre part, l'implosion de faibles masses de DT ($1 \mu\text{g}$) conduit à des valeurs de $\int \rho dr$ de l'ordre de $0,7 \text{ g/cm}^2$, dans la mesure où beaucoup d'énergie est fournie dans les dernières picosecondes de l'implosion. Ces résultats pour contestables qu'ils soient sur le plan quantitatif, et nous allons en discuter, montrent cependant que des expériences significatives devraient pouvoir être faites avec des moyens limités. D'ailleurs, le laboratoire KMS a montré la voie [35] : des sphères creuses en verre (diamètre compris entre 50 et 200μ , épaisseur 1 à 3μ) emplies de DT, sous une pression de 20 à 40 bars, sont soumises à des impulsions lasers d'une durée voisine de 300 ps. On compte dans une telle expérience sur les effets d'inertie. Mais si les rapports de compression annoncés sont intéressants (> 200), la densité finale obtenue reste voisine de celle du solide. Ces résultats obtenus avec une énergie laser faible ($< 100 \text{ J}$) sont encourageants bien qu'on doive les accueillir avec certaines réserves : l'émission des neutrons, en particulier, pouvant n'être pas significative.

Une énergie disponible faible entraîne la recherche d'astuces dans le dessin des cibles afin d'exploiter au mieux les effets d'inertie pour pallier des insuffisances prévisibles de la technique des lasers de puissance [36]. Cela n'empêche pas les projets d'implosion directe du combustible thermo-nucléaire avec des énergies laser de quelques 10 kJ (dont 5 fournis dans les dernières 100 ps), d'être menés bon train, tant aux Etats-Unis (Livermore) qu'en URSS (Institut Lebedev). Les moyens mis en jeu sont énormes. Ils expriment un pari fait à partir de considérations purement théoriques (nous rangeons ici les *expériences numériques* dans la théorie).

La possibilité de réussir les processus de compression quasi-isentropiques, décrits dans cet article, ne saurait être mise en doute. La question est en réalité de savoir quelles sont ou seront les véritables limites à la compression. Il est, en particulier, important qu'elles ne viennent pas des instabilités hydrodynamiques. Celles-ci font l'objet, à l'heure actuelle, de vastes développements théoriques dont on trouvera un écho dans la référence [9], qui, reprenant des études déjà anciennes, examinent la naissance et le développement des instabilités dans le cadre de l'implosion par laser ainsi que les moyens de les pallier. Nous en avons cité un [34] adapté à des coquilles épaisses de DT. Mais un tel tra-

vail doit être fait pour chaque configuration de cible que l'on peut imaginer. C'est dire la somme d'efforts que les théoriciens doivent encore accomplir tandis que des vérifications expérimentales sont ou seront mises en œuvre.

Un autre grand chapitre des études théoriques en cours ou à venir concerne l'interaction d'un haut flux de rayonnement laser avec un plasma. Il s'agit de communiquer, en un temps court, de l'énergie sous forme thermique à un milieu d'étendue limitée. Le plasma apporte une certaine résistance qui se traduit par deux sortes de phénomènes : une instabilité, dans laquelle des ondes de plasma sont créées suivant un processus exponentiel et accélèrent des particules de façon indésirable, ou un rejet de l'énergie incidente par une diminution des coefficients d'absorption ou le développement d'instabilités réfléchives.

Le premier de ces effets tient aux conditions de résonance obtenues lorsque le rayonnement incident a une fréquence égale à la fréquence propre du milieu qu'il traverse (densité égale à la densité critique) : un couplage se produit entre l'onde extérieure et les ondes de plasma, dont la création est favorisée aux dépens de l'absorption collisionnelle par les électrons [37]. La situation est complexe car d'autres modes (ondes pseudo-sonores) apparaissent également. Dans une phase initiale, tous ces modes sont amplifiés de façon exponentielle. Dans une phase ultérieure (non linéaire), les ondes s'amortissent, une queue se constitue du côté des hautes énergies dans la distribution des électrons. Mais si une thermalisation de ces particules se produit, l'absorption est en réalité augmentée. Au total le résultat peut être bénéfique. La phase linéaire s'étudie très bien au moyen de méthodes analytiques. Par contre, la phase non linéaire requiert la simulation numérique sur ordinateur pour aller au-delà de simples résultats qualitatifs.

La même philosophie concerne les instabilités réfléchives : effet Raman stimulé (diffusion de la lumière par des ondes de plasma), effet Brillouin stimulé (diffusion de la lumière par des ondes pseudo-sonores). Leur étude est particulièrement importante, car si ces instabilités prenaient de l'ampleur, elles seraient redoutablement nuisibles au rendement de l'absorption. Mais on sait que la présence de forts gradients élève les seuils [38]. Des phénomènes convectifs ont le même effet [39]. Enfin, les seuils croissent également avec la fréquence incidente.

D'une façon générale, la question de la fréquence la mieux adaptée aux processus d'interaction et d'implosion que l'on vise a fait l'objet de vives controverses. Les conclusions des paragraphes précédents concernent une énergie absorbée quelle qu'en soit la fréquence. Mais nous savons par ailleurs que les fréquences élevées donnent à flux égal une pression plus élevée à cause de la plus grande valeur de la densité critique. D'autre part, la zone d'absorption du rayonnement-laser est alors plus proche du front d'ablation, ce qui est nous

l'avons vu favorable. Un effet qui joue dans le même sens est la limitation en flux de la conductibilité thermique électronique [40]. Certaines simulations numériques [31] ont montré l'intérêt d'une fréquence croissant au cours du temps.

Dans ce domaine encore, l'expérimentation semble assez en retard sur la théorie. La raison en est la difficulté d'isoler les phénomènes et de mettre au point les diagnostics appropriés.

On voit ainsi que l'implosion de cibles par laser sou-

lève beaucoup de problèmes de physique fondamentale intéressant tant les théoriciens que les expérimentateurs.

Remerciements. — Les auteurs tiennent à remercier MM. Buresi, Leromain et Leteinturier-Laprise pour la mise au point des codes de calcul. Ils expriment, d'autre part, une particulière reconnaissance envers Mr M. Bernard pour l'assistance compétente qu'il leur a apportée dans toutes les simulations numériques.

Bibliographie

- [1] KASTLER, A., *C. R. Hebd. Séan. Acad. Sci.* **258** (1964) 488.
- [2] BASOV, N. G., KROKIN, O. N., in 3^e Conference d'Electronique Quantique Paris (1963).
- GRIVET, O., BLOEMBERGEN, N., (ed. Dunod) 1964, p. 1579.
- [3] DAWSON, J. M., *Phys. Fluids* **7** (1964) 981.
- [4] POST, R. F., *Rev. Mod. Phys.* **28** (1956) 338.
- [5] LAWSON, J. D., *Proc Phys. Soc.* **70B** (1957) 6.
- [6] NUCKOLLS, J. H., WOOD, L., Annual Meeting of the A. A. A. S. Philadelphie 29.12.71.
- [7] SEDOV, L. L., *C. R. Acad. Sci. URSS* **47** (1945) 91.
- [8] STANYUKOVICH, K. P., *Unsteady Motion of Continous Media*.
- [9] BRUECKNER, K. A., JORNA, S., *Rev. Mod Phys.* **46** (1974) 325.
- [10] RIEMANN, B., GÖTT, *Abh.* **viii 43** (1858-9).
- Voir aussi par exemple ZELDOVICH, Ya. B., RAIZER, Yu. P., *Physics of Shock Waves and high temperature hydrodynamic phenomena*, ch. I. Academic (1967) ou la référence [13] ch. X.
- [11] KIDDER, R. E., in *Laser Interaction with Matter.*, C. Yamana ed. (1972).
- [12] NUCKOLLS, J. H., WOOD, L., THIESSEN, D., ZIMMERMAN, G., *Nature* **239** (1972) 135.
- [13] LANDAU, L. D., LIFSHITZ, E. M., *Mécanique des Fluides* paragraphe 98.
- [14] KIDDER, R. E., *Nucl. Fusion* **14** (1974) 53.
- [15] KIDDER, R. E., *Nucl. Fusion* **14** (1974) 797.
- [16] MASON, R. J., GULA, W. P., FRALEY, G. S., MALONE, R. C., MORSE, R. L., Rapport L. A. 74 1548 (1974).
- [17] AFANASIEV, Yu. V., etc... 5^e conférence AEA sur la Fusion, Tokyo (1974).
- [18] BOBIN, J. L., *Phys. Fluids* **14** (1971) 2341.
- [19] DAWSON, J. M., OBERMAN, C., *Phys. Fluids* **5** (1962) 517.
- La forme donnée ici est celle résultant d'une correction.
- JOHNSTON, T. W., DAWSON, J. M., *Phys. Fluids* **16** (1973) 722.
- [20] CLARKE, J. S., FISHER, H. N., MASON, R. J., *Phys. Rev. Lett.* **30** (1973) 89.
- [21] BOBIN, J. L., in *laser interaction and related plasma phenomena*, H. J. Schwarz, H. Hora ed. Vol 3 B (1974) 465.
- [22] VON NEUMAN, J., RICHTMYER, R. D., *J. Appl. Phys.* **21** (1950) 232.
- [23] SPITZER, L., HARM, R., *Phys. Rev.* **89** (1953) 977.
- MARSHALL, W., A. E. R. E. Report n° T/R 2247 (1957).
- BRAGINSKI, S. I., *Sov. Phys. JETP* **6** (1958).
- [24] MILNE, E. A., *Monthly notices* **81** (1921) 361.
- [25] BICKERTON, R. J., *Nucl. Fusion* **13** (1973) 457.
- [26] SPITZER, L., *Physique des Gaz complètement ionisés* (Dunod) 1959.
- [27] HENDERSON, D. B., MCCROWRY, R. L., MORSE, R. L., *Phys. Rev. Lett.* **32** (1974) 205.
- SHIAU, J. N., GOLDMAN, E. B., WENG, G. I., *Phys. Rev. Lett.* **32** (1974) 362.
- [28] BODNER, S., *Phys. Rev. Lett.* **33** (1974) 761.
- [29] SOMON, J. P., in *Physics of High Energy Physics*.
- [30] TAYLOR, G., *Proc. R. Soc. (London)* **201A** (1950) 192.
- [31] NUCKOLLS, J. H., in *Laser Interaction and related Plasma Phenomena* H. J. Schwarz, H. Hora ed. Vol. 3B (1974) 399.
- [32] BRUECKNER, K. A., JORNA, S., JANDA, R., *Phys. Fluids* **17** (1974) 1554.
- [33] MCCALL, G. H., MORSE, R. L., *Laser Focus*, décembre 1974.
- [34] LINOL, J. D., MEAD, W. C., *Phys. Rev. Lett.* **34** (1975) 1273.
- [35] CHARATIS, G. et al. V^e Conférence de l'AIEA sur la Fusion Tokyo (1974), IAEA-CN.
- [36] FRALEY, G. S., etc... V^e Conférence de l'AIEA sur la Fusion Tokyo (1974), IAEA-CN-33/F 5-5.
- [37] SILIN, V. P., a donné à la VII^e C. I. P. I. G. Vienne (1967) une première synthèse relative à ces phénomènes. On en trouvera une également dans [9] avec les références appropriées.
- [38] PERKINS, F. W., FLICK, J., *Phys. Fluids* **14** (1971) 2012.
- [39] DAWSON, J. M., LIN, A. T., rapport PPG 191 U. C. L. A. (1974).
- [40] EHLE, A. W., etc... Los Alamos Rept, LA 5611 MS (1974).