Étude mathématique de la réponse optique d'une structure nématique en hélice distordue par un champ normal à son axe

F. Gharadjedaghi, J. Robert

► To cite this version:

F. Gharadjedaghi, J. Robert. Étude mathématique de la réponse optique d'une structure nématique en hélice distordue par un champ normal à son axe. *Revue de Physique Appliquée*, 1975, 10 (5), pp.281-283. 10.1051/rphysap:01975001005028100 . jpa-00243913

HAL Id: jpa-00243913

<https://hal.science/jpa-00243913>

Submitted on 1 Jan 1975

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Classification
 Physics Abstracts
 2.420 — 7.130 — 8.816

ÉTUDE MATHÉMATIQUE DE LA RÉPONSE OPTIQUE D'UNE STRUCTURE NÉMATIQUE EN HÉLICE DISTORDUE PAR UN CHAMP NORMAL A SON AXE

F. GHARADJEDAGHI et J. ROBERT

C. E. A.-C. E. N. G., Laboratoire Electronique et de Technologie de l'Informatique
 Laboratoire de Microélectronique Physique, B. P. 85, Centre de tri, 38041 Grenoble Cedex, France

(Reçu le 26 février 1975, accepté le 25 avril 1975)

Résumé. — Nous avons étudié la distorsion d'une structure *nématique en hélice* par un champ électrique perpendiculaire à l'axe de l'hélice. Les comportements statiques et dynamiques des effets électro-optiques correspondants sont analysés mathématiquement.

Abstract. — The distortion of a twisted nematic structure induced by an electric field normal to the helical axis was studied. The connecting electro-optical static and dynamic behaviours are mathematically analysed.

Dans une structure *nématique en hélice* un champ électrique (ou magnétique) normal à l'axe de l'hélice induit une distorsion [1], [2], [3], qui crée un effet optique. Nous considérons un milieu limité suivant l'axe de l'hélice, et illimité suivant la direction du champ (Fig. 1).

FIG. 1. — Schéma de la cellule.

Le champ électrique est homogène en tous points de la cellule puisque sa composante suivant l'axe de l'hélice et son rotationnel sont nuls.

Nous avons calculé numériquement la distorsion de la structure ainsi que la réponse optique de l'effet induit, entre polariseur et analyseur parallèles; l'expression mathématique régissant la distorsion statique de la structure, déduite de la minimisation de l'équation de l'énergie du milieu est donnée par [3] :

$$z = \frac{1}{E} \sqrt{\frac{K_{22}}{\epsilon_a}} \cdot k \cdot F(k, \varphi); \quad (1)$$

et celle correspondant au régime dynamique par [4] :

$$K_{22} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \frac{\epsilon_a E^2}{8\pi} \sin 2\varphi = \gamma_1 \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad (2)$$

avec :

φ : angle du directeur par rapport à Ox ;

K_{22} : constante élastique de torsion ;

$\epsilon_a = \epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\perp}$: anisotropie diélectrique du cristal liquide (on choisit $\epsilon_a > 0$) ;

k : constante d'intégration déterminée par les conditions aux limites ;

γ_1 : un des coefficients de viscosité ;

$F(k, \varphi)$: intégrale elliptique de 1^{re} espèce.

On démontre que l'évolution de l'onde optique se propageant dans le milieu suivant Oz est donné par le système suivant :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} F_1 &= j\pi \frac{\Delta n}{\lambda} F_2 e^{2j\varphi} \\ \frac{\partial}{\partial z} F_2 &= j\pi \frac{\Delta n}{\lambda} F_1 e^{-2j\varphi} \end{aligned} \quad (3)$$

avec :

$\Delta n = n_e - n_o$: biréfringence du cristal liquide ;

λ : longueur d'onde de la lumière ; avec :

$$F_1 = D_x + jD_y \quad \text{et} \quad F_2 = D_x - jD_y.$$

D_x et D_y sont les composantes du vecteur d'induction électrique de l'onde optique.

phénomène de montée et au phénomène de décroissance s'écrivent :

$$a(t) = \frac{B}{m} \cdot \frac{thmt}{1 + \frac{A}{2m} \cdot thmt} \quad \text{pour la montée} \quad (4)$$

$$a(t) = a_1 \exp \left[-4 q_0^2 \cdot \frac{K_{22}}{\gamma_1} \cdot t \right] \quad \text{pour la décroissance} \quad (5)$$

avec

$$A = 4 q_0^2 \frac{K_{22}}{\gamma_1}, \quad B = \frac{\varepsilon_a E^2}{8 \pi \gamma_1}$$

et

$$m = \sqrt{8 B^2 + A^2}$$

a_1 représente l'amplitude de la distorsion induite et est égal à a_0 dans le cas de l'application d'un échelon de champ de faible amplitude.

En choisissant l'inverse de la pente à l'origine de la fonction $a(t)$ [4] comme constante de temps de montée T_m du phénomène, on obtient :

$$T_m = \frac{1}{B} = \frac{8 \pi \gamma_1}{\varepsilon_0 E^2}.$$

La décroissance étant exponentielle (5), sa constante de temps est donnée par

$$T_D = \frac{\gamma_1}{4 q_0^2 K_{22}} = \frac{L^2 \gamma_1}{\pi^2 K_{22}}.$$

Discussion. — Le temps de montée des effets de distorsion, comme celui des effets optiques (Fig. 5b) sont donc proportionnels à l'inverse du carré du champ électrique, pour de faibles valeurs de celui-ci. Ce résultat est à comparer à ceux obtenus dans les *effets de champ* présentant une transition du type Fredericks où la constante de temps de montée est proportionnelle à $1/(E^2 - E_c^2)$ (E_c est le champ de seuil du phénomène).

La distorsion de la structure précédemment décrite ne présente pas une transition du type Fredericks comme dans le cas plus classique, traité mathématiquement par Berreman [6], où le champ électrique est parallèle à l'axe de l'hélice. D'autre part dans le cas étudié ici, précisons qu'à partir de la Théorie Leslie-Ericksen [4, 5], on montre que, contrairement à l'autre cas, aucun écoulement du liquide (effet backflow) n'accompagne ni ne modifie l'orientation des molécules dans le régime transitoire.

Dans le cas où le champ est parallèle à l'axe de l'hélice, il reste à préciser l'étude mathématique du comportement optique (aspect statique et dynamique) que nous pensons publier prochainement.

Bibliographie

- [1] DE GENNES, P. G., *Solid State Commun.* **6** (1968) 163.
- [2] DREHER, R., *Solid State Commun.* **13** (1973) 1571.
- [3] GHARADJEDAGHI, F., ROBERT, J., *Revue Phys. Appl.* **10** (1975) 69 ; Communication présentée à la 5^e Conférence Internationale sur les cristaux liquides : Stockholm (1974).
- [4] LESLIE, F. M., *Quant. J. Mech and Appl. Math.* **19** (1966) 357.
- [5] ERICKSEN, J. L., *Arch. Rat. Mech. Anal.* **23** (1966) 266.
- [6] BERREMAN, D. W., *Appl. Phys. Lett.* **25** (1974) 12.