Piégeage des ions dans un champ quadrupolaire tridimensionnel à haute fréquence

M. Baril, A. Septier

► To cite this version:

M. Baril, A. Septier. Piégeage des ions dans un champ quadrupolaire tridimensionnel à haute fréquence. *Revue de Physique Appliquée*, 1974, 9 (3), pp.525-531. 10.1051/rphysap:0197400903052500 . jpa-00243813

HAL Id: jpa-00243813

<https://hal.science/jpa-00243813>

Submitted on 1 Jan 1974

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Classification
Physics Abstracts
2.840

PIÉGEAGE DES IONS DANS UN CHAMP QUADRUPOLAIRE TRIDIMENSIONNEL A HAUTE FRÉQUENCE

M. BARIL (*) et A. SEPTIER

Institut d'Electronique Fondamentale (**), Bât. 220, Université Paris-XI, 91405 Orsay, France

(Reçu le 7 décembre 1973)

Résumé. — Utilisant l'analogie entre le piège à ions quadrupolaire tridimensionnel et les accélérateurs de particules circulaires, on montre qu'il est possible de calculer les diverses propriétés des trajectoires. On utilise en particulier les divers concepts liés à l'espace de phase.

L'introduction du paramètre appelé « degré de confinement », qui donne une mesure des champs électriques existant dans le piège, permet le calcul du point d'opération optimum pour la production et le piégeage des ions monochargés.

Abstract. — It is shown that the properties of trajectories in a three-dimensional quadrupole ion trap may be calculated by using methods analogous to particle circular accelerators. In particular use is made of the various concepts related to phase space. Introduction of the « confining rate » parameter, which determines the electric field existing inside the trap, allows calculation of the optimum operational point for the generation and trapping of singly-charged ions.

1. Introduction. — Le champ quadrupolaire tridimensionnel a été utilisé par plusieurs chercheurs comme filtre de masse [1, 2, 3, 4] ou comme piège à ions [4, 5]. A notre connaissance, il ne semble pas avoir été utilisé comme piège à ions pour les multichargés. Aucun de ces auteurs n'a mis en évidence l'extraordinaire analogie qui existe entre cet instrument et les accélérateurs de particules à structure périodique. C'est à Bruck [6] que l'on doit l'idée originale de comparer le quadrupôle bidimensionnel et les accélérateurs circulaires. Fronteau et Gourian [7], pour leur part, ont comparé et unifié les divers formalismes appliqués à l'étude des oscillateurs bétatroniques. Enfin, Gourian [8] a fourni une excellente description des transformations utiles dans l'espace de phase. Le lecteur pourra donc se référer à ces divers travaux, ainsi qu'à ceux de Steffen [9] et au livre de Lichtenberg [10] pour avoir une meilleure compréhension du présent article.

1.1 DESCRIPTION DU SYSTÈME PHYSIQUE ET HYPOTHÈSE SIMPLIFICATRICE. — Les électrodes qui produisent le champ quadrupolaire tridimensionnel sont des hyperboles de révolution. Pour celles qui sont liées par la relation $r_0^2 = 2 z_0^2$, le mouvement des particules dans le champ électrique peut être décomposé en deux mouvements indépendants suivant les axes z et r . On a donc :

$$r^2 - 2 z^2 = \pm 2 z_0^2.$$

La valeur de z_0 a été fixée à 25 mm. Les calottes supérieure et inférieure sont percées d'un trou de 10 mm de diamètre qui permet au faisceau d'électrons ionisant de passer. La forme exacte de ce faisceau électronique dépend évidemment de l'intensité du courant, des champs de polarisation électrique et magnétique appliqués. Pour les besoins du calcul, nous l'avons assimilé soit à un cylindre droit circulaire, soit à un double tronc de cône. Le diamètre de la section minimale peut être estimé à environ 3 mm. La figure 1 montre une coupe du piège à ions.

Les calottes ont été tronquées au-delà d'une valeur $z = 40$ mm et l'électrode centrale au-delà de $r = 50$ mm.

FIG. 1. — Vue schématique du piège à ions et du faisceau électronique.

(*) En congé sabbatique de l'Université Laval.

(**) Laboratoire associé au C.N.R.S.

Le champ quadrupolaire n'est donc pas parfait, mais on a négligé l'influence des termes perturbateurs.

L'effet de la charge d'espace tant électronique qu'ionique a été négligé. On pourrait en tenir compte en modifiant la valeur du paramètre a dont nous étudierons la signification un peu plus loin. De la même manière, on a négligé l'effet sur les ions du champ magnétique utilisé pour la focalisation du faisceau d'électrons [5].

On a aussi supposé que tout ion qui sortait du cylindre droit de rayon r_0 autour de l'axe z borné par les plans $|z| = z_0$ était automatiquement éliminé par les électrodes. Cette condition peut sembler très restrictive mais, compte tenu de l'indépendance des mouvements en r et en z , c'est ce qui se produira le plus probablement si le temps de piégeage est suffisamment long.

Enfin, pour des conditions d'opération normale, la vitesse moyenne des molécules est négligeable devant celle des ions. Compte tenu de ce fait, on peut conclure que le moment cinétique des ions créés sera très faible, sinon négligeable.

Au fur et à mesure du développement qui suivra, le lecteur pourra apprécier la validité des hypothèses retenues.

1.2 EQUATIONS DU MOUVEMENT. — Si on applique une différence de potentiel égale à $2(V_{DC} - V_{AC} \cos \Omega t)$ entre les électrodes, on obtient les champs électriques suivants :

$$\begin{aligned} E_z &= 2(+V_{DC} - V_{AC} \cos \Omega t) z / z_0^2 \\ E_r &= -(-V_{DC} + V_{AC} \cos \Omega t) r / z_0^2 \\ E_\theta &= 0. \end{aligned}$$

Les deux dernières équations peuvent être remplacées par les deux suivantes :

$$\begin{aligned} E_x &= -(-V_{DC} + V_{AC} \cos \Omega t) x / z_0^2 \\ E_y &= -(-V_{DC} + V_{AC} \cos \Omega t) y / z_0^2. \end{aligned}$$

On peut alors écrire les trois équations du mouvement :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 z}{dt^2} &= -\frac{ne}{m} \left(\frac{2V_{DC}}{z_0^2} \right) z + ne \left(\frac{2V_{AC}}{z_0^2} \right) z \cos \Omega t \\ \frac{d^2 x}{dt^2} &= +\frac{ne}{m} \left(\frac{V_{DC}}{z_0^2} \right) x - ne \left(\frac{V_{AC}}{z_0^2} \right) x \cos \Omega t \\ \frac{d^2 y}{dt^2} &= +\frac{ne}{m} \left(\frac{V_{DC}}{z_0^2} \right) y - ne \left(\frac{V_{AC}}{z_0^2} \right) y \cos \Omega t; \end{aligned}$$

un premier changement de variables permet d'écrire ces trois équations sous une forme simple.

Posons

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{\Omega t}{2} \\ a_z &= -2 a_x = -2 a_y = 8 \left(\frac{ne}{m} \right) \left(\frac{V_{DC}}{z_0^2} \right) \frac{1}{\Omega^2} \\ q_z &= -2 q_x = -2 q_y = 4 \left(\frac{ne}{m} \right) \left(\frac{V_{AC}}{z_0^2} \right) \frac{1}{\Omega^2}; \end{aligned}$$

après les substitutions appropriées, on trouve que les trois équations s'écrivent :

$$\frac{d^2 u_i}{d\xi^2} + (a_i - 2 q_i \cos 2\xi) u_i = 0 \quad \text{avec } u_i = x, y, z.$$

Mais le choix des orientations des axes x et y étant arbitraire, on cherche à remplacer les coordonnées par r et θ en posant $x = r \sin \theta$ et $y = r \cos \theta$. Cette substitution dans les équations précédentes et quelques transformations algébriques permettent de dégager les deux équations suivantes :

$$\frac{d^2 r}{d\xi^2} - r \left(\frac{d\theta}{d\xi} \right)^2 + (a_r - 2 q_r \cos 2\xi) r = 0$$

$$\text{où} \quad a_r = a_x = a_y \quad \text{et} \quad q_r = q_x = q_y$$

$$2 \left(\frac{dr}{dt} \right) \cdot \left(\frac{d\theta}{dt} \right) + r \frac{d^2 \theta}{dt^2} = 0;$$

de cette dernière, on tire :

$$r^2 \frac{d\theta}{dt} = \text{cte}$$

que l'on peut écrire aussi

$$\left[r^2 \frac{d\theta}{dt} \right]_{r=r_0} = \lambda = \left[(r) \cdot \left(r \frac{d\theta}{dt} \right) \right]_{r=r_0}$$

λ représente le moment angulaire de la particule par rapport à l'axe z . Substituons cette dernière équation dans la première. On trouve alors :

$$\frac{d^2 r}{d\xi^2} + (a_r - 2 q_r \cos 2\xi) r = \frac{4 \lambda^2}{\Omega^2 r^3}.$$

L'hypothèse de la petitesse ou de la nullité du moment angulaire permet d'écrire :

$$\frac{d^2 r}{d\xi^2} + (a_r - 2 q_r \cos 2\xi) r = 0.$$

On remarque que cette équation est analogue à celle qui régit le mouvement des ions suivant z . Le rapport entre les coefficients a et q en r et en z est donné par les relations :

$$a_z = -2 a_r, \quad q_z = -2 q_r.$$

2. Solution de l'équation de Mathieu et ses propriétés dans l'espace de phase. — **2.1 RAPPEL DE QUELQUES TECHNIQUES DE SOLUTION.** — L'équation de Mathieu est un cas particulier de l'équation de Hill dont certaines propriétés très utiles ont été dégagées par Floquet. Nous renvoyons le lecteur aux classiques de ce domaine pour une information complète. Nous rappellerons ici brièvement deux méthodes utilisées pour le calcul des trajectoires par la plupart des auteurs qui se sont intéressés au piège à ion quadrupolaire tridimensionnel. Nous présenterons ensuite succincte-

ment une nouvelle méthode, qui sera exposée complètement dans un autre article.

La première méthode est celle utilisée par Rettinghaus [2].

On a :

$$\frac{d^2 u}{d\xi^2} + (a - 2q \cos 2\xi) u = 0$$

dont la solution a la forme :

$$u = A \sum_{-\infty}^{+\infty} C_n \cos [(2n + \mu)\xi] + B \sum_{-\infty}^{+\infty} C_n \sin [(2n + \mu)\xi]$$

où μ et les C_n sont des fonctions de a et q . Les C_n peuvent être calculés à l'aide de fonctions continues. Ce développement en série de Fourier permet de mettre en évidence le mouvement fondamental de la particule. C'est grâce à ce mouvement que l'on peut évaluer le nombre d'ions présents dans le piège.

La seconde méthode est celle utilisée par Dawson et Whetten [4]. Il s'agit d'une intégration numérique à l'aide de techniques du genre Runge-Kutta du quatrième ordre ou d'Adams-Moulton. Ce type de solution permet d'obtenir rapidement la visualisation de l'allure d'une trajectoire. Malheureusement, on ne peut jamais être certain de connaître l'extension maximale de la trajectoire, à moins que celle-ci soit cyclique. On peut montrer que la connaissance de deux solutions distinctes pour des valeurs de ξ comprises entre 0 et π ou d'une seule solution pour des valeurs de ξ comprises entre 0 et 2π suffit pour déterminer toutes les solutions à quelque valeur que ce soit. Il ne semble pas que cette propriété, qui permet d'économiser une quantité énorme de temps de calcul, ait été dégagée par les divers auteurs.

On en déduit la troisième méthode qui repose sur cette propriété essentielle de tout couple de solution de l'équation de Mathieu. D'autre part, il est possible d'évaluer avec toute la précision désirée, la dérivée n -ième de u pour une valeur donnée de ξ . On peut donc calculer de proche en proche autant de valeurs de u et u' que désiré. Il suffit pour cela d'utiliser un développement en série de Taylor. Puisque les dérivées supérieures sont des fonctions linéaires de u et u' , on peut directement dégager les matrices permettant de passer du couple $u(\xi)$, $u'(\xi)$ au couple $u(\xi + h)$, $u'(\xi + h)$. Cette matrice est notée $N(\xi, h)$. Si ξ est choisi égal à ih avec $i = 0, 1, 2, \dots, n-1$ et $h = \pi/n$, on couvre, grâce à ces n matrices, un cycle complet. Le produit de ces n matrices permet de passer directement de $u(0)$, $u'(0)$ à $u(\pi)$, $u'(\pi)$. Par une combinaison appropriée des n matrices N , il est possible de passer de $u(\xi)$, $u'(\xi)$ à $u(\xi + \pi)$, $u'(\xi + \pi)$. La matrice $M(\xi)$ formée du produit dans un ordre approprié des n matrices $N(\xi, h)$ est identique à celle que l'on obtiendrait si on faisait le calcul de $M(\xi + k\pi)$ permettant

de passer de $u(\xi + k\pi)$ et $u'(\xi + k\pi)$ à $u(\xi + (k+1)\pi)$ et $u'(\xi + (k+1)\pi)$.

La trace des matrices M est liée à la pulsation ω_t du mouvement fondamental de l'ion par les relations

$$m_{11} + m_{22} = 2 \cos \mu$$

$$\omega_t = \frac{\mu \Omega}{2}.$$

C'est une des propriétés bien connues des matrices de Twiss.

Le reste de cette section sera consacré à expliquer les propriétés de ces matrices que l'on peut aussi calculer grâce à la méthode de Runge-Kutta comme nous l'avions signalé précédemment.

2.2 ETUDE DES TRAJECTOIRES DANS L'ESPACE DE PHASE. — La similitude existant entre les équations régissant le piège à ions quadrupolaire et les accélérateurs circulaires de particules nous incite à utiliser les mêmes méthodes d'analyse des propriétés des trajectoires. La représentation de celles-ci dans l'espace de phase constitue le moyen principal utilisé. On cherchera à mettre en évidence les propriétés cycliques de l'appareil.

Traçons sur un graphique dont l'abscisse est u et l'ordonnée u' un certain nombre de points caractéristiques de la trajectoire choisis de telle façon qu'ils possèdent la même phase par rapport au champ électrique directeur i. e. qu'ils satisfassent à la relation suivante

$$\xi = \xi_0 + k\pi \quad (k = 0, 1, 2, \dots).$$

La figure 2 représente un tel graphique, pour le cas où $a = 0,0$, $q = 0,6$ et $\xi_0 = \pi/2$. Les conditions initiales étant à la phase $\xi = 0$, $u = 1,0$ et $u' = 0,0$. Les divers points sont notés selon la valeur de k utilisé dans le calcul. Ces points sont tous situés sur une ellipse comme on peut le voir et comme on le montrera

FIG. 2. — Représentation des trajectoires dans l'espace de phase

$$a = 0; q = 0,6; u_0 = 1,0; u'_0 = 0; \xi_0 = \pi/2.$$

un peu plus loin. Les figures 3, 4 et 5 montrent d'autres points de la trajectoires, toutes les conditions étant identiques sauf la phase ξ_0 qui vaut successivement 0, $\pi/4$ et $3\pi/4$. La surface des ellipses ainsi formée est la même, seules varient l'orientation et l'excentricité.

La matrice $M(\xi_0)$ permet de passer successivement

FIG. 3. — Identique à la figure 2, sauf : $\xi_0 = 0$. FIG. 4. — Identique à la figure 2, sauf : $\xi_0 = \pi/4$. FIG. 5. — Identique à la figure 2, sauf : $\xi_0 = 3\pi/4$.

du point 0 de phase ξ_0 au point 1 de même phase puis au point 2 toujours de même phase. Notons que si le calcul avait été fait avec des valeurs de a et q telles que la trajectoire soit instable, les points représentatifs seraient situés sur une hyperbole. On montre facile-

ment que si le déterminant $[\mathbf{M}(\xi_0)]$ est unitaire et que sa trace est inférieure à deux, les paramètres de l'ellipse α, β, γ peuvent être calculés en fonction des éléments de la matrice. L'équation réduite de l'ellipse s'écrit

$$\gamma u_i^2 + 2\alpha u u' + \beta u'^2 = \frac{A}{\pi} = \varepsilon$$

où A est la surface de l'ellipse et ε est appelé l'émittance. Les matrices $\mathbf{M}(\xi)$ peuvent être mises sous la forme

$$\mathbf{M}(\xi) = \begin{vmatrix} \cos \mu + \alpha \sin \mu & \beta \sin \mu \\ -\gamma \sin \mu & \cos \mu - \alpha \sin \mu \end{vmatrix}.$$

La trace qui est égale à $2 \cos \mu$ est la même quelle que soit la valeur de ξ . Tandis qu'au contraire, on a

$$\alpha = \alpha(\xi), \quad \beta = \beta(\xi), \quad \gamma = \gamma(\xi).$$

On a la relation suivante en α, β et γ

$$\beta\gamma - \alpha^2 = 1.$$

Ces matrices ont la propriété de transformer un point u_i, u'_i en un point u_{i+1}, u'_{i+1} situé sur la même ellipse.

Le passage d'un point représentatif situé sur une ellipse caractérisant la phase ξ_i au point représentatif correspondant à la phase ξ_j nécessite l'utilisation de matrices N . Le lecteur pourra se reporter au futur article mentionné précédemment pour une discussion complète du sujet.

Si μ est commensurable avec π , la trajectoire se répète après un certain nombre de cycles, mais tous les points de l'ellipse n'appartiendront pas à la même trajectoire. Au contraire, si μ est incommensurable avec π , alors tous les points de l'ellipse appartiennent à la trajectoire et tous les points sont équivalents. En conséquence, des valeurs fort différentes, en terme de condition initiale, donnent naissance à des trajectoires similaires qui ne se différencient que par le point de référence où la trajectoire est sensée avoir débuté. En conséquence, les conditions initiales sont considérées comme équivalentes si elles génèrent une même émittance. Il en est de même pour les divers points situés sur des ellipses correspondant à des phases différentes. La grandeur caractéristique ε_0 d'une condition initiale u_0, u'_0, ξ_0 sera donnée par

$$\gamma(\xi_0) u_0^2 + 2\alpha(\xi_0) u_0 u'_0 + \beta(\xi_0) u_0'^2 = \varepsilon_0.$$

La figure 6 présente les fonctions $\alpha(\xi), \beta(\xi), \gamma(\xi)$ pour ξ compris entre 0 et π lorsque $a = 0,0$ et $q = 0,6$. L'allure de ces fonctions est typique.

On remarquera que β passe par ses maximum et minimum lorsque $\alpha = 0$, ce qui est tout à fait normal puisque l'on a

$$\alpha = \frac{1}{2} \frac{d\beta}{d\xi}.$$

La longueur du grand axe A , du petit axe B du rapport des deux axes A/B ainsi que l'angle θ entre l'axe des u

FIG. 6. — Variations de $\alpha(\xi)$, $\beta(\xi)$, $\gamma(\xi)$ pour $a = 0$; $q = 0,6$; $0 < \xi < \pi$.

et celui de la direction de A des ellipses, sont donnés par les expressions suivantes (on pose $H = (\beta + \gamma)/2$) :

$$A = \sqrt{\varepsilon/2}(\sqrt{H+1} + \sqrt{H-1})$$

$$B = \sqrt{\varepsilon/2}(\sqrt{H+1} - \sqrt{H-1})$$

$$A/B = H + \sqrt{H^2 - 1}$$

$$\tan 2\theta = -2\alpha/(\beta - \gamma).$$

Nous allons étudier quatre points particulièrement utiles ; ce sont ceux où u ou u' sont maximums ou au contraire nuls.

La figure 7 présente ces quatre points sur une ellipse quelconque caractérisée par les paramètres α , β , γ et ε . On peut montrer que

$$\begin{aligned} u_1 &= \sqrt{\varepsilon/\gamma} & u'_1 &= 0 \\ u_2 &= u_{\max} = \sqrt{\varepsilon\beta} & u'_2 &= -\alpha\sqrt{\varepsilon\beta} \\ u_3 &= -\alpha\sqrt{\varepsilon/\gamma} & u'_3 &= u'_{\max} = \sqrt{\varepsilon\gamma} \\ u_4 &= 0 & u'_4 &= \sqrt{\varepsilon/\beta}. \end{aligned}$$

FIG. 7. — Représentation dans l'espace de phase des points : (1) $u' = 0$; (2) $u = u_{\max}$; (3) $u' = u'_{\max}$; (4) $u = 0$.

3. Application au piégeage optimum des ions mono-chargés. — Les informations des sections précédentes vont être appliquées au calcul de l'émittance des ions tant dans le plan radial que dans la direction axiale. La forme du faisceau électronique nécessite que l'on considère de façon très différente le mouvement en r et celui en z . On cherchera l'acceptance en z alors que l'on se préoccupera seulement que l'extension maximale en r ne soit pas trop grande.

3.1 EMITTANCE ET EXTENSION MAXIMALE. — On a émis dans l'introduction l'hypothèse selon laquelle les molécules (neutres) ont des vitesses négligeables par rapport à celles des ions. On peut donc calculer l'émittance en transformant la formule qui donne la valeur de u en fonction de r et z pour le point 1 i. e. celui où la vitesse est nulle. On trouve alors :

$$\varepsilon_i = \gamma(\xi) u_i^2.$$

L'émittance ε_i d'un ion créé en u_i varie donc avec la phase de création. L'extension maximale, ou ce qui revient au même, la position extrême que peut atteindre cet ion, est égale à

$$u_{\max} = \text{Maximum de } \sqrt{\varepsilon_i \beta}.$$

Puisque ε_i est une constante pour un ion donné, ce maximum sera donné par

$$u_{\max} = \sqrt{\varepsilon_i \beta_{\max}} = \sqrt{\gamma(\xi) u_i^2 \beta_{\max}} = u_i \sqrt{\gamma(\xi) \beta_{\max}}.$$

Nous réserverons le terme d'extension maximale au maximum de $u_{\max}$ pour un u_i donné. Pour une phase particulière, on a $\gamma_{\max}$, les ions produits durant cette phase auront un rapport $u_{\max}/u_i$ qui sera le plus grand possible, i. e. égal à $\sqrt{\gamma_{\max} \beta_{\max}}$.

3.2 ACCEPTANCE. — Puisque la position extrême est atteinte lorsque β est maximum et que les électrodes sont situées à des distances minimales r_0 et z_0 , seuls les ions qui ont une émittance inférieure à

$$\varepsilon_r = \frac{r_0^2}{\beta_{r \max}} \quad \text{et} \quad \varepsilon_z = \frac{z_0^2}{\beta_{z \max}}$$

sont certains de ne pas entrer en collision avec les électrodes. Ces deux quantités sont donc respectivement les acceptances radiale et axiale du piège.

3.3 FRACTION CONSERVÉE EN z . — Le faisceau d'électrons s'étend de $-z_0$ à $+z_0$; des ions sont donc créés uniformément dans toute cette région. Quelle est la fraction de ceux-ci qui sera conservée dans le piège ? Ceci revient à se demander pour chaque phase ξ quel est le z_i qui entraîne $z_{\max} = z_0$? On aura donc

$$z_0 = \sqrt{\gamma(\xi) z_i^2 \beta_{\max}}$$

ou encore

$$FR(\xi) = \frac{z_i}{z_0} \frac{1}{\sqrt{\gamma_z(\xi) \beta_{z \max}}}$$

où $FR(\xi)$ est la fraction conservée pour la phase ξ . Pour toutes les phases, la fraction totale FRT sera donnée par :

$$FRT = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{d\xi}{\sqrt{\gamma_z(\xi) \beta_{z \max}}} = \frac{1}{\pi \sqrt{\beta_{z \max}}} \int_0^\pi \frac{d\xi}{\sqrt{\gamma_z(\xi)}}.$$

Si on calcule FRT en fonction de a et q , on s'aperçoit qu'elle tend de façon monotone vers l'unité au fur et à mesure que l'on s'approche du point d'opération $a = 0,0$, $q = 0,0$. Ce choix est évidemment à rejeter puisque alors l'appareil n'exerce plus de confinement sur les particules et que les vitesses initiales ne peuvent plus être négligées.

3.4 EXTENSION MAXIMALE EN r . — Dans le plan radial, le rayon du faisceau d'électrons ionisants r_i est nettement inférieur au rayon de l'électrode r_0 . En conséquence, dans de nombreux cas il n'y a pas du tout de pertes sur cette électrode. Pour cela il suffit que

$$r_i < \frac{r_0}{\sqrt{\beta_{r \max} \gamma_{r \max}}} = \frac{r_0}{EXT \ MAX_r}.$$

Le dénominateur décroît progressivement et tend vers l'unité au fur et à mesure que l'on approche du point d'opération $a = 0$, $q = 0$.

3.5 EMITTANCE MINIMALE. — Il y a avantage à garder les émittances radiales et axiales les plus petites possible, puisqu'elles interviennent indirectement lors des ionisations successives qui amèneront l'ion à un état multichargé. En conséquence, il y a lieu de rechercher un point d'opération tel que $\gamma_{r \max}$ et $\gamma_{z \max}$ soient les plus faibles possibles. Encore une fois, les calculs montrent que ceci a lieu lorsque $a = 0$ et $q = 0$.

3.6 DEGRÉ DE CONFINEMENT. — Nous avons cherché à trouver un paramètre qui donnerait une mesure des tensions efficaces appliquées sur les électrodes. Les valeurs a et q étant directement proportionnelles aux tensions appliquées, on peut les combiner en un seul paramètre grâce à la relation simple

$$C = \sqrt{a^2 + q^2}.$$

On notera que ce paramètre tend lui aussi vers zéro lorsque a et q tendent simultanément vers zéro. Une grande valeur de C correspond donc à des forces importantes appliquées sur les ions.

3.7 RECHERCHE D'UN POINT OPTIMUM D'OPÉRATION. — En combinant de façon judicieuse les différents paramètres caractérisant les diverses qualités recherchées simultanément, il est possible de trouver une expression dont l'extrémum ne se trouve pas au point $a = 0$, $q = 0,0$. On peut en particulier rechercher le minimum d'une expression de la forme

$$X_n = \frac{\gamma_{z \max} \gamma_{r \max} EXT \ MAX_r}{FRT \cdot C^n}$$

X_1 et X_2 tendent tous deux vers un minimum pour $a = 0$ et $q = 0$. Au contraire X_3 présente un minimum aux environs du point $a_z = -0,035$, $q_z = 0,495$. Ce minimum est relativement plat, donc les points au voisinage sont aussi intéressants (Fig. 8).

FIG. 8. — Recherche d'un point optimum d'opération dans le diagramme $X_3(a, q)$ = valeur minimum de X_3 .

4. Conclusion. — Il est possible de calculer le comportement d'un piège à ions et d'en déduire le point d'opération optimum pour la production d'ions monochargés en vue de la production ultérieure de multichargés. Les calculs sont simples et permettent des modifications appropriées pour tenir compte de différents effets que l'on voudrait bien ajouter, telle la présence de charge d'espace et d'un champ magnétique.

On a introduit un nouveau paramètre appelé degré de confinement pour tenir compte des potentiels appliqués. Cette introduction a permis d'éliminer les difficultés liées à la recherche d'un optimum.

Remerciements. — L'un des auteurs (M. JBaril) désire remercier les autorités de l'Institut d'avoir bien voulu l'accueillir dans leur laboratoire. Il tient aussi à remercier MM. P. A. Möller, Pham Tu Manh et C. Schwebel pour les fructueuses discussions qu'il a eues avec eux.

Bibliographie

- [1] FISHER, E., *Z. Phys.* **156** (1959) 26.
 - [2] RETTINGHAUSS, G., *Z. Angew. Phys.* **22** (1967) 321.
 - [3] MAJOR, F. G. et DEMELT, M. G., *Phys. Rev.* **170** (1968) 91.
 - [4] DAWSON, P. H. et WHETTEN, N. R., *J. Vac. Sci. & Technol.* **5** (1968) 1.
 - [5] WUERKER, R. F., SHELTON, U., LAUGMUIR, R. V., *J. Appl. Phys.* **30** (1959) 441.
 - [6] BRUCK, H., *Accelérateur circulaire de particule* (Editeur INSTN), 1966.
 - [7] FRONTEAU J. et GOURIAN R., CERN 68-12 (avril 1968).
 - [8] GOURIAN, R., *Annls. de Phys.* **3** (1968) 67.
 - [9] STEFFEN, K. G., *High Energy Beam Optics* (Interscience Publisher (John Wiley), New York, 1965.
 - [10] LICHTENBERG, A. J., *Phase-Space Dynamics of Particles* (John Wiley & Sons Inc.) New York, 1968.
-