Influence des interactions entre les grains sur la limite élastique des polycristaux métalliques CFC

M. Berveiller, P. Audit, R. Baro

► To cite this version:

M. Berveiller, P. Audit, R. Baro. Influence des interactions entre les grains sur la limite élastique des polycristaux métalliques CFC. *Revue de Physique Appliquée*, 1972, 7 (4), pp.283-290. 10.1051/rphysap:0197200704028300 . jpa-00243630

HAL Id: jpa-00243630

<https://hal.science/jpa-00243630>

Submitted on 1 Jan 1972

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Classification
Physics Abstracts
05.20, 13.30

INFLUENCE DES INTERACTIONS ENTRE LES GRAINS SUR LA LIMITE ÉLASTIQUE DES POLYCRISTAUX MÉTALLIQUES CFC

M. BERVEILLER, P. AUDIT et R. BARO

Laboratoire de Métallurgie Structurale
Université de Metz, Ile du Saulcy, 57, Metz, France

(Reçu le 15 mai 1972, révisé le 3 juillet 1972)

Résumé. — La cisssion s'exerçant sur les systèmes de glissement d'un cristallite appartenant à un polycristal CFC isotrope soumis à une traction ou une torsion a été calculée en tenant compte des interactions élastiques entre les grains à l'aide du tenseur de polarisabilité élastique introduit par Eshelby et Kröner. Les résultats obtenus pour la limite élastique laissent prévoir un comportement différent de celui du monocristal ; l'anisotropie élastique du métal considéré y joue un rôle essentiel. Ces différences ont trait notamment à l'orientation et à la cisssion critique pour lesquelles les cristallites subissent une déformation plastique.

Abstract. — The shear stress applied on the different glide planes of a crystallite belonging to an isotropic FCC polycrystal subjected to a traction or torsion has been calculated. The concept of the tensor of elastic polarisability which was first introduced by Eshelby and Kröner was used to account for the elastic interactions of the different grains. The values of the elastic limit so calculated predict a behaviour which is different from that of a monocrystal with the elastic anisotropy of the metal bearing an important role. The differences concern namely the values of the critical shear stress and the orientation at which the crystallites undergo a plastic deformation.

I. Introduction. — Les métaux industriels étant généralement utilisés sous forme polycristalline, l'analyse de leurs propriétés mécaniques nécessite à la fois la connaissance du comportement individuel de chaque grain et la description de l'agrégat polycristallin (texture cristallographique, anisotropie de forme des grains, joints de grains). Toutefois, le comportement réel du cristallite dans l'agrégat est différent de celui qu'on observe dans le monocristal en raison, notamment, des possibilités de blocage des dislocations aux joints de grains. D'autre part, les conditions aux limites pour chaque cristallite se trouvent modifiées en raison des interactions avec les voisins, ce qui complique l'obtention d'un modèle permettant de décrire correctement les propriétés mécaniques des polycristaux.

La détermination de la limite élastique et des micro-déformations plastiques est particulièrement utile pour l'utilisation industrielle des métaux. Ce problème a été abordé dans le cas où la déformation procède par glissement cristallographique à l'aide de modèles basés sur différentes approximations. C'est ainsi que Sachs [3] a déterminé une relation entre Σ_{33} , limite élastique en traction du polycristal et τ , cisssion critique nécessaire pour activer un système de glissement dans l'hypothèse où le polycristal est constitué par un ensemble de cristaux parallèles et sans interaction. Dans ce modèle, Sachs admet que la déformation dans la direction de traction est identique pour tous les grains, tandis que les autres éléments du tenseur de déformation varient d'un cristallite à l'autre

(les conditions de compatibilité des déformations ne sont donc pas respectées), et que la limite élastique correspond à un état de déformation pour lequel un seul système de glissement est actif dans chaque cristallite. La valeur trouvée pour le rapport Σ_{33}/τ est 2,238.

Le modèle de Sachs a été étendu par Crans [4] au cas d'un polycristal avec texture et utilisé par Kochendorfer [5] pour décrire la courbe de traction du polycristal.

Afin de satisfaire les conditions de compatibilité, Taylor [6] suppose que chaque cristallite se déforme comme le polycristal et que 5 systèmes de glissement sont actifs dans chaque grain. Admettant en outre que l'énergie nécessaire pour activer 5 systèmes dans un grain est égale au travail des forces extérieures, Taylor obtient 3,06 pour valeur du rapport Σ_{33}/τ , dans le cas des métaux CFC. Le calcul de Taylor a été repris par Svenson [7] pour traiter le cas de polycristaux anisotropes. Dans le modèle de Taylor, les conditions de compatibilité sont satisfaites par des déformations purement plastiques mais les conditions d'équilibre sont violées, tandis qu'on admet que 5 systèmes de glissement sont nécessaires pour rendre les déformations compatibles. Pourtant, au voisinage de la limite élastique, il y a rarement 5 systèmes de glissements actifs et les conditions de compatibilité peuvent être satisfaites par des déformations purement élastiques ou la mise en activité de nouveaux systèmes de glissement.

Les théories de Sachs et de Taylor négligent les

interactions élastiques dues à l'anisotropie propre des grains, mais P. R. Morris [8] a montré récemment que ces interactions ne sont pas négligeables, par exemple, dans le cas d'un polycristal de titane possédant une texture. Pour cela, Morris a utilisé la méthode de calcul proposée par Eshelby [1] et étendue par Kneer [9] et Morris [10] au cas des polycristaux anisotropes ; cette théorie satisfait les conditions d'équilibre des contraintes et de compatibilité des déformations dans le domaine élastique.

Le modèle d'Eshelby adapté par Kröner [2] sera utilisé dans ce travail pour calculer la cission sur les différents systèmes de glissement d'un cristallite appartenant à un échantillon de métal CFC en fonction de l'anisotropie propre de ce métal et de l'orientation relative de l'axe de traction et du cristallite. On en déduira la valeur de la limite élastique vraie du polycristal qui est atteinte lorsque la contrainte de traction est telle que les grains les mieux orientés possèdent tous un système actif. Reprenant la définition de la limite élastique due à Sachs, on calculera le rapport entre les limites élastiques en traction et en torsion pour les métaux considérés et on comparera les résultats obtenus aux valeurs déduites des critères de Von Mises et de Tresca.

II. Calcul de la cission sur les différents systèmes de glissement. — Dans le modèle utilisé, le polycristal est formé d'un grand nombre de cristallites dont l'orientation et la forme sont telles qu'un champ de forces extérieures homogène produit un champ de contrainte homogène dans tout l'échantillon. Par contre on admet que la contrainte puisse varier localement d'un cristallite à l'autre et on néglige la différence de comportement entre les grains situés en surface et en volume. Ce modèle de polycristal est donc statistiquement homogène et les propriétés de l'agrégat sont les valeurs moyennes de celles des cristallites compte tenu de leur environnement statistique.

Les directions x_i^M liées à l'échantillon polycristallin macroscopique forment un repère permettant d'écrire les composants du tenseur des contraintes $\bar{\sigma}_{ij}$ créées par le système des forces F_i appliquées (Fig. 1). On associe à chaque cristallite le repère cristallographique défini par les axes x_1^c, x_2^c, x_3^c qui coïncident respectivement avec les directions [100], [010] et [001]. Le repère cristallographique se déduit du repère macroscopique par une rotation $R(\varphi_1, \varphi, \varphi_2)$ définie par les trois angles d'Euler $\varphi_1, \varphi, \varphi_2$ que l'on écrit symboliquement : $\Omega = \Omega(\varphi_1, \varphi, \varphi_2)$. Les éléments $a_{ij}(\Omega)$ de la matrice de rotation sont donnés en figure 1.

Si la forme des cristallites est quelconque, le système des forces F_i crée un champ de contraintes non homogène à l'intérieur de chaque grain et d'un grain à l'autre. Cependant Eshelby [1] a montré que pour des grains ayant une forme sphérique, la contrainte $\sigma_{ij}(\Omega)$ dans les grains d'orientation Ω , est homogène et dépend de l'orientation de ces grains et des cons-

FIG. 1. — Systèmes d'axes liés au polycristal et au cristallite d'orientation $\Omega(\varphi_1, \varphi, \varphi_2)$ et éléments de la matrice $a_{ij}(\Omega)$ définie par : $x_i^c = a_{ij}(\Omega) x_j^M$

$$\begin{aligned} a_{11} &= \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \cos \varphi \\ a_{12} &= \cos \varphi_2 \sin \varphi_1 + \sin \varphi_2 \cos \varphi_1 \cos \varphi \\ a_{13} &= \sin \varphi_2 \sin \varphi \\ a_{21} &= -\cos \varphi_1 \sin \varphi_2 - \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos \varphi \\ a_{22} &= -\sin \varphi_2 \sin \varphi_1 + \cos \varphi_2 \cos \varphi_1 \cos \varphi \\ a_{23} &= \cos \varphi_2 \sin \varphi \\ a_{31} &= \sin \varphi_1 \sin \varphi \\ a_{32} &= -\cos \varphi_1 \sin \varphi \\ a_{33} &= \cos \varphi \end{aligned}$$

tantes élastiques c_{ijkl} et C_{ijkl} des cristallites et du polycristal.

Considérant ici que les cristallites ont en moyenne une forme sphérique et que le champ des contraintes $\bar{\sigma}_{ij}$ est homogène et égal à la valeur moyenne des contraintes $\sigma_{ij}(\Omega)$ dans chaque cristallite, on a, si chaque élément de volume contient suffisamment de grains :

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{8 \Pi^2} \int_{\Omega} \sigma_{ij}(\Omega) d\Omega \quad (1)$$

avec : $d\Omega = \sin \varphi \cdot d\varphi_1 \cdot d\varphi \cdot d\varphi_2$.

En l'absence d'effets viscoélastiques, on a pour les déformations $\varepsilon_{ij}(\Omega)$ d'un cristallite, les relations :

$$\sigma_{ij}(\Omega) = c_{ijkl}(\Omega) \varepsilon_{kl}(\Omega) \quad (2)$$

et pour les déformations $\bar{\varepsilon}_{ij}$ du polycristal :

$$\bar{\sigma}_{ij} = C_{ijkl} \bar{\varepsilon}_{kl} \quad (3)$$

Kröner [2] a établi une relation entre $\sigma_{ij}(\Omega)$ et $\bar{\varepsilon}_{kl}$ pour des grains sphériques anisotropes formant un polycristal isotrope, relation qui s'exprime à l'aide d'un tenseur de polarisabilité élastique $r_{ijkl}(\Omega)$, analogue au tenseur polarisabilité électrique de l'électrodynamique et qui caractérise les interactions élastiques entre un cristallite de forme sphérique et le polycristal considéré comme homogène, isotrope et continu.

La somme des interactions élastiques devant être nulle, on a :

$$\bar{r}_{ijkl} = \frac{1}{8\pi^2} \int_{\Omega} r_{ijkl}(\Omega) d\Omega = 0. \quad (4)$$

La relation entre $\sigma_{ij}(\Omega)$ et $\bar{\epsilon}_{ij}$ s'exprime sous la forme :

$$\sigma_{ij}(\Omega) = (C_{ijkl} + r_{ijkl}(\Omega)) \bar{\epsilon}_{kl}, \quad (5)$$

avec :

$$r_{ijkl}(\Omega) = c_{ijkl}(\Omega) - C_{ijkl} + c_{ijmn}(\Omega) u_{mnkl}(\Omega) \quad (6)$$

où :

$$u_{ijkl}(\Omega) = -v_{ijmn}^{-1}(\Omega) (c_{mnkl}(\Omega) - C_{mnkl}) \quad (7)$$

et :

$$v_{ijkl}(\Omega) = c_{ijkl}(\Omega) - C_{ijkl} + C_{ijmn} \omega_{mnkl}. \quad (8)$$

Le tenseur isotrope ω_{mnkl} ne dépendant que des constantes C_{ijkl} , peut être obtenu simplement à partir de la transformée de Fourier du tenseur de Green de l'élasticité [11].

On a [2] :

$$\omega_{1111} + 2\omega_{1122} = \frac{C_{1111} + 2C_{1122} + 4C_{2323}}{C_{1111} + 2C_{1122}}$$

$$\omega_{1212} = \frac{\omega_{1111} - \omega_{1122}}{2}.$$

Pour les autres composants on a : $\omega_{ijkl} = 0$.

Introduisant dans l'équation (5) les coefficients S_{klmn} définis par $S = C^{-1}$, on obtient l'expression :

$$\sigma_{ij}(\Omega) = (C_{ijkl} + r_{ijkl}(\Omega)) S_{klmn} \bar{\sigma}_{mn} \quad (9)$$

qu'on peut développer sous la forme :

$$\sigma_{ij}(\Omega) = (\delta_{ik} \delta_{jl} + t_{ijkl}(\Omega)) \bar{\sigma}_{kl} \quad (10)$$

avec :

$$t_{ijkl}(\Omega) = r_{ijmn}(\Omega) S_{mnkl}.$$

L'équation (10) qui relie la contrainte $\sigma_{ij}(\Omega)$, homogène dans un grain de forme sphérique, à la contrainte moyenne $\bar{\sigma}_{kl}$ définie à partir des forces F_i et de la géométrie de l'échantillon permet de déterminer la contrainte effective existant dans chaque cristallite défini par son orientation Ω .

Les études sur les monocristaux CFC ont montré que la déformation par glissement est déterminée par la valeur de la cission sur les plans de glissement dans la direction de glissement. Dans les métaux CFC sous forme polycristalline, on peut admettre que seuls les 12 systèmes de glissement $\{111\} \langle 110 \rangle$ sont actifs au premier stade de la déformation.

Pour chacun de ces systèmes, un repère peut être défini par la normale au plan de glissement $\mathbf{e}_1^s$, la direction de glissement $\mathbf{e}_2^s$ et la direction $\mathbf{e}_3^s = \mathbf{e}_1^s \wedge \mathbf{e}_2^s$

(Fig. 2). Les 12 repères ainsi définis sont caractérisés par les éléments b_{ij} des 12 matrices telles que :

$$b_{ij}^s = n_i^s n_j^s \quad (11)$$

où n_i^s sont les cosinus directeurs du repère lié au système de glissement. Dans ces conditions, la cission sur un système s du grain d'orientation Ω s'écrit :

$$\sigma_{12}^s = b_{1k}^s b_{2l}^s \sigma_{kl}^c(\Omega)$$

où $\sigma_{kl}^c(\Omega)$ est la contrainte dans le grain d'orientation (Ω) exprimée dans le repère cristallographique défini par les axes x_i^c .

Posant :

$$b_{1k}^s b_{2l}^s = m_{kl}^s,$$

on a :

$$\sigma_{12}^s = m_{kl}^s a_{ki}(\Omega) a_{lj}(\Omega) \sigma_{ij}(\Omega)$$

et en tenant compte de (10), on obtient finalement :

$$\sigma_{12}^s = m_{kl}^s a_{ki}(\Omega) a_{lj}(\Omega) (\delta_{im} \delta_{jn} + t_{ijmn}(\Omega)) \bar{\sigma}_{mn}, \quad (13)$$

qui est l'équation de base de cette méthode de calcul, et où :

$\bar{\sigma}_{mn}$ est défini par le système de forces F_i et la géométrie de l'échantillon polycristallin,

le terme $(\delta_{im} \delta_{jn} + t_{ijmn}(\Omega))$ représente les interactions élastiques entre les cristallites, il dépend de la nature du matériau par les constantes élastiques c_{ijkl} et C_{ijkl} ,

le terme $a_{ki}(\Omega) a_{lj}(\Omega)$ rend compte de l'orientation du cristallite par rapport aux axes macroscopiques, m_{kl}^s , représente l'orientation du système de glissement s par rapport aux axes cristallographiques $\langle 100 \rangle$, il ne dépend que de la géométrie des systèmes de glissement et sa valeur est constante pour l'ensemble des métaux CFC ayant les mêmes systèmes de glissement.

Pour un système de forces F_i donné σ_{12}^s dépend donc des constantes élastiques du matériau et tout particulièrement de l'anisotropie élastique propre des grains.

III. Limite élastique des polycristaux CFC. —

L'étude expérimentale des monocristaux CFC a montré que le glissement intervient lorsque la cission σ_{12}^s sur le système s devient supérieure à une valeur critique τ indépendante du système de glissement (à 10 % près) et de l'orientation du cristallite [12]. Cette valeur τ qui dépend des forces de Peierls Nabarro et du réseau de Franck des dislocations, est liée simplement à la valeur de la limite élastique pour l'orientation la plus sollicitée, valeur égale à 2τ dans le cas d'une traction simple.

Mais pour un polycristal, la limite élastique n'est plus égale à 2τ à cause des interactions élastiques entre les grains et cette limite traduit un état de déformation très hétérogène puisque seuls quelques grains

FIG. 2. — Système d'axes liés au système de glissement s et éléments $m_{ij}^s = b_{1i}^s b_{2j}^s$ des métaux CFC.

Système de glissement	Plan	Direction	11	12	13	21	22	23	31	32	33	$\times \frac{1}{\sqrt{6}}$
$s = 1$	$(11\bar{1})$	$[011]$	0	1	1	0	1	1	0	1	1	
2		$[\bar{1}\bar{1}0]$	1	1	0	1	1	0	1	1	0	
3		$[10\bar{1}]$	1	0	1	1	0	1	1	0	1	
4	$(\bar{1}\bar{1}1)$	$[01\bar{1}]$	0	1	1	0	1	1	0	1	1	
5		$[101]$	1	0	1	1	0	1	1	0	1	
6		$[110]$	1	1	0	1	1	0	1	1	0	
7	$(1\bar{1}1)$	$[011]$	0	1	1	0	1	1	0	1	1	
8		$[110]$	1	1	0	1	1	0	1	1	0	
9		$[10\bar{1}]$	1	0	1	1	0	1	1	0	1	
10	(111)	$[01\bar{1}]$	0	1	1	0	1	1	0	1	1	
11		$[10\bar{1}]$	1	0	1	1	0	1	1	0	1	
12		$[\bar{1}\bar{1}0]$	1	1	0	1	1	0	1	1	0	

bien orientés sont déformés plastiquement. D'autre part, la notion de limite élastique est encore plus floue dans le cas des polycristaux que dans celui des monocristaux, car elle correspond à une transition très progressive d'un état totalement élastique vers un état de déformation plastique complet pour lequel tous les systèmes de glissement seraient actifs dans tous les grains.

On a observé [12] que pour des déformations de 10 % aucune ligne de glissement n'apparaissait dans certains grains. L'état de déformation plastique complet correspondrait donc à des déformations macroscopiques supérieures à 10 % et on conçoit qu'une telle définition de la limite élastique totale soit inacceptable.

D'autre part, il semble, d'après Kröner [13] que des glissements multiples (glissement simultané sur plusieurs systèmes) apparaissent pour des déformations de 0,1 % ; il existe donc un stade de déformation compris entre l'état élastique total et le début du glis-

sement multiple, pour lequel un seul système est actif dans chaque grain. Représentant cette limite élastique totale par la contrainte Σ_{ij} qui correspond à ce stade de déformation, et désignant par $\sigma_{12}^*(\Omega)$ la cission sur le système de glissement le plus sollicité pour un cristallite donné, on aura pour la valeur moyenne de la cission sur les systèmes les plus sollicités :

$$\bar{\sigma}_{12}^* = \frac{1}{8 \Pi^2} \int_{\Omega} \sigma_{12}^*(\Omega) d\Omega \quad (14)$$

et la limite élastique totale sera atteinte lorsque :

$$\bar{\sigma}_{12}^* = \tau,$$

soit, compte tenu de l'équation (13) :

$$\frac{1}{8 \Pi^2} \int_{\Omega} m_{kl}^* a_{ki}(\Omega) a_{lj}(\Omega) (\delta_{im} \delta_{jn} + t_{ijmn}(\Omega)) \times \Sigma_{mn} d\Omega = \tau. \quad (15)$$

TABLEAU I

Facteur d'anisotropie élastique pour les différents métaux CFC étudiés

Métal	Isotrope	Aluminium	Nickel	Or	Argent	Cuivre
$\overline{a}$	1	1,40	2,38	2,90	3,00	3,3
$\overline{\nu}$		0,339	0,31	0,42	0,37	0,35

Dans le cas d'un essai de traction, seule la composante $\overline{\sigma}_{33}$ est différente de zéro et on peut calculer le rapport :

$$\frac{\tau}{\Sigma_{33}} = \frac{1}{8 \Pi^2} \int_{\Omega} m_{kl}^* a_{ki}(\Omega) a_{lj}(\Omega) \times (\delta_{i3} \delta_{j3} + t_{ij33}(\Omega)) d\Omega. \quad (16)$$

Ce rapport fournit une relation entre la limite élastique totale en traction Σ_{33} et la cission critique τ ; dans le cas d'un essai de torsion, Σ_{12} désignant la limite élastique totale de torsion du polycristal, il prend la valeur :

$$\frac{\tau}{\Sigma_{12}} = \frac{1}{8 \Pi^2} \int_{\Omega} m_{kl}^* a_{ki}(\Omega) a_{lj}(\Omega) \times (\delta_{i1} \delta_{j2} + t_{ij12}(\Omega)) d\Omega. \quad (17)$$

On pourra comparer les résultats obtenus ici aux valeurs données par les critères d'écoulement de Von Mises et de Tresca. D'après le critère de Von Mises, le rapport entre la limite élastique en traction et la limite élastique en torsion est égal à $\sqrt{3}$, tandis que d'après le critère de Tresca ce rapport est égal à 2.

IV. Résultats et discussion. — Lorsque les métaux ont des systèmes de glissement de même nature et sont soumis au même système de forces F_i , l'équation (10) montre que seul le tenseur de polarisabilité élastique $r_{ijkl}(\Omega)$ intervient sur les valeurs de la cission σ_{12}^s . Les éléments $r_{ijkl}(\Omega)$ dépendent du coefficient de Poisson du polycristal, des constantes élastiques du cristal considéré et en particulier de l'anisotropie élastique propre caractérisée par un facteur a défini par :

$$a = \frac{2(s_{11} - s_{12})}{s_{44}}$$

les coefficients s_{ij} étant les constantes élastiques écrites en notation matricielle de Voigt.

Pour un métal isotrope a prend la valeur 1.

Les différents métaux étudiés ici ont tous une structure CFC et les valeurs du facteur d'anisotropie a et du coefficient de Poisson ν sont données dans le tableau I.

Pour les 12 systèmes de glissement des métaux de ce tableau, la cission σ_{12}^s a été calculée pour diverses orientations des cristallites par rapport à l'axe de traction qui est parallèle à la direction x_3^M . Les résultats sont alors indépendants de l'angle φ_1 . Les valeurs du rapport $\sigma_{12}^s/\overline{\sigma}_{33}$ ont été reportées sur une projection stéréographique du cristal cubique, le pôle de la pro-

jection étant sur la direction [001]. L'équivalence des 12 systèmes de glissement est conservée et seuls les résultats concernant le système (111) $[\overline{1}01]$ ont été présentés ici pour les différents métaux étudiés (Fig. 3 à 8). La comparaison directe de ces figures étant

FIG. 3. — Valeurs de la cission rapportée $\sigma_{12}^s/\overline{\sigma}_{33}$ pour le système (111) $[\overline{1}01]$ dans le cas où les interactions élastiques sont nulles.

FIG. 4. — Valeurs du rapport $\sigma_{12}^s/\overline{\sigma}_{33}$ dans le cas de l'aluminium pour le système (111) $[\overline{1}01]$.

FIG. 5. — Valeurs du rapport $\sigma_{12}^s / \bar{\sigma}_{33}$ dans le cas du nickel. FIG. 7. — Valeur du rapport $\sigma_{12}^s / \bar{\sigma}_{33}$ dans le cas de l'argent. FIG. 6. — Valeurs du rapport $\sigma_{12}^s / \bar{\sigma}_{33}$ dans le cas de l'or. FIG. 8. — Valeurs du rapport $\sigma_{12}^s / \bar{\sigma}_{33}$ dans le cas du cuivre.

difficile, les valeurs du rapport $\sigma_{12}^s / \bar{\sigma}_{33}$ pour des orientations particulières de l'axe de traction ont été reportées sur la figure 9 en fonction du facteur a . La courbe 2 représentant les valeurs maximales du rapport $\sigma_{12}^s / \bar{\sigma}_{33}$ qui correspond à la limite élastique vraie des différents polycristaux considérés. En effet, lorsque $\sigma_{12}^s = \tau$, on a : $\bar{\sigma}_{33} = \alpha\tau$, le facteur α variant de 2 (cristal isotrope) à 2,26 (cas du nickel).

La valeur moyenne du rapport $\sigma_{12}^s / \bar{\sigma}_{33}$ dans l'intervalle $0 < \varphi < \Pi/2$, et $0 < \varphi_2 < \Pi/2$ a été effectuée numériquement en choisissant un pas d'intégration de 2° . La durée de calcul est de 50 mn sur un ordinateur IBM 360-50.

Dans le cas de la torsion pure (l'axe de torsion coïncide avec l'axe x_3^M), la valeur moyenne du rapport $\sigma_{12}^s / \bar{\sigma}_{12}$ a été calculée dans les mêmes conditions.

Les différents résultats sont reportés dans le tableau II qui contient également les résultats de Sachs et de Taylor. De même, le rapport $\Sigma_{33} / \Sigma_{12}$ pour les différents métaux est comparé aux valeurs obtenues par les critères de Von Mises et de Tresca.

Les résultats contenus dans ce tableau montrent que l'anisotropie élastique modifie très légèrement la limite élastique totale des polycristaux CFC. Les valeurs trouvées se situent entre celles calculées par Sachs et celles déterminées par Taylor. En effet, le

FIG. 9. — Valeurs particulières du rapport $\sigma_{12}^2/\sigma_{33}$ en fonction du facteur d'anisotropie a .
Courbe 1 : axe de traction parallèle à [001].
Courbe 2 : valeur maximale de $(\sigma_{12}^2/\sigma_{33})$ en fonction de a .
Courbe 3 : axe de traction parallèle à [111].

TABLEAU II

Limite élastique totale en traction et en torsion en fonction du facteur d'anisotropie a . Comparaison avec les résultats de Sachs et de Taylor et les critères macroscopiques de Von Mises et Tresca.

Modèle du polycristal	Sachs	Présent travail					Taylor
Métal		Al	Ni	Au	Ag	Cu	
a	1	1,40	2,38	2,90	3,00	3,30	
Traction (Σ_{33}/τ)	2,238	2,337	2,288	2,286	2,250	2,333	3,06
Traction (Σ_{12}/τ)	1,3	1,439	1,355	1,305	1,301	1,375	1,65
Rapport Σ_{33}/Σ_{12}	1,72	1,624	1,690	1,751	1,729	1,70	1,85

Critère de Von Mises : $\Sigma_{33}/\Sigma_{12} = \sqrt{3}$.
Critère de Tresca : $\Sigma_{33}/\Sigma_{12} = 2$.

calcul de la limite élastique totale fait intervenir la valeur moyenne des interactions élastiques qui est nulle ; on ne peut donc s'attendre à une variation importante de la limite élastique totale du seul fait des interactions élastiques. Par contre, la limite élastique vraie du polycristal est modifiée de façon sensible puisque dans le cas du nickel, le premier grain se déforme lorsque la contrainte de traction est égale à

2,26 fois la cisssion critique alors que dans le cas du métal isotrope, ce rapport est égal à 2.
D'autre part, les figures 3 à 8 montrent que l'orientation des grains qui se déforment en premier dépend fortement de l'anisotropie élastique. L'orientation de l'axe de traction, pour laquelle le système de glissement principal est le plus sollicité, se rapproche de la zone [011]. La texture induite par ces déformations

doit donc dépendre de l'anisotropie élastique, tout aux moins aux petites déformations.

La valeur trouvée pour la limite élastique totale diffère peu de la limite élastique vraie, ceci implique que les systèmes de glissement principaux deviennent

actifs dans tous les grains dès que la limite élastique vraie est atteinte. Mais, dès qu'un système de glissement devient actif, l'hétérogénéité de la déformation plastique donne naissance à des sources de contrainte interne qui ont été négligées dans ce travail.

Bibliographie

- [1] ESHELBY (J. D.), *Proc. R. Soc.*, 1957, A **241**, 373.
 - [2] KRÖNER (E.), *Z. Phys.*, 1958, **151**, 504.
 - [3] SACHS (G.), *Z. Verein Deut. Ing.*, 1928, **72**, 734.
 - [4] CRANS (W.), Thèse, Delft, 1967.
 - [5] KOCHENDORFER (A.), *Arch. Eisenhüttenw.*, 1960, **31**, 549.
 - [6] TAYLOR (G. I.), *J. Inst. Mét.*, 1938, **62**, 307.
 - [7] SVENSON (N. L.), *Trans. Mét. Soc. AIME*, 1966, **236**, 1004.
 - [8] MORRIS (P. R.), *Mét. Trans.*, 1971, **2**, 1949.
 - [9] KNEER (G.), *Phys. Status Solidi*, 1965, **9**, 825.
 - [10] MORRIS (P. R.), *Int. J. Engng Sci.*, 1970, **8**, 49.
 - [11] KRÖNER (E.), *Acta Mét.*, 1961, **9**, 155.
 - [12] JAOUUL (B.), Etude de la plasticité (Dunod), 1965.
 - [13] KRÖNER (E.), *Z. Physik*, 1953, **136**, 402.
-