Ancrage des lignes de vortex dans les supraconducteurs

O. Bethoux

► To cite this version:

O. Bethoux. Ancrage des lignes de vortex dans les supraconducteurs. *Revue de Physique Appliquée*, 1971, 6 (4), pp.491-500. 10.1051/rphysap:0197100604049100 . jpa-00243576

HAL Id: jpa-00243576

<https://hal.science/jpa-00243576>

Submitted on 1 Jan 1971

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ANCRAGE DES LIGNES DE VORTEX DANS LES SUPRACONDUCTEURS

O. BETHOUX

C. R. T. B. T. Grenoble

Résumé. — Après avoir rappelé comment on peut déduire la force globale d'ancrage du réseau de vortex des mesures de courant critique ou d'aimantation, on expose rapidement les différents modèles et théories proposés depuis une dizaine d'années, pour calculer cette force globale à partir des forces élémentaires d'interaction entre lignes de vortex et inhomogénéités structurales. On expose enfin les différents mécanismes proposés jusqu'ici pour ces interactions.

Abstract. — The principal models for calculating the pinning forces between vortex lines and structural inhomogeneities are reviewed.

Introduction. — Il est bien établi aujourd'hui que les fortes densités de courant que peuvent supporter les supraconducteurs de deuxième espèce à l'état mixte, sont dues à la présence d'inhomogénéités structurales dans les matériaux.

Dès qu'a été bien établie, au début des années 60 la structure électromagnétique de l'état mixte [1], [2], le concept de forces d'ancrage s'exerçant entre les lignes de vortex et les centres d'ancrage que constituent les inhomogénéités structurales du matériau, a permis d'expliquer, à la fois la densité de courant critique élevée et l'hystérésis magnétique des supraconducteurs de deuxième espèce.

Les théories établies dès 1963, ont permis, comme nous le verrons plus loin, de déduire une force d'ancrage globale F_a par unité de volume de matériau, à partir des mesures de densité de courant critique ou d'aimantation.

Cette force qui est la résultante de toutes les forces d'ancrage élémentaires entre vortex et centres d'ancrage, est aussi dénommée « densité de forces d'ancrage » par certains auteurs.

Depuis, de nombreux modèles et théories ont été proposés pour tenter de calculer la force d'ancrage globale F_a à partir des forces d'ancrage élémentaires pour lesquelles quelques expressions théoriques ont été proposées dans le cas de centres d'ancrage bien déterminés (cavités, dislocations, précipités, fluctuations locales de concentration, etc...).

La difficulté et la complexité de ce problème apparaissent clairement si l'on considère qu'il s'agit d'exprimer la manière dont interagissent un réseau de lignes de vortex dont la maille varie avec le champ magnétique appliqué, et une distribution plus ou moins isotrope de centres d'ancrage. On peut prévoir d'ores et

déjà, que la force globale d'ancrage va dépendre à une température donnée, des paramètres supraconducteurs du matériau tels que température critique et champs critiques, du champ magnétique appliqué, de la concentration et de la distribution des centres d'ancrage ainsi que des paramètres structuraux qui les définissent tels que la nature de l'inhomogénéité structurale et ses dimensions par rapport à celles des vortex.

Parallèlement aux efforts théoriques, de très nombreuses mesures de densité de courant critique ou d'aimantation ont été faites sur des échantillons les plus divers en fonction des traitements métallurgiques (thermiques et mécaniques) effectués. Néanmoins, en raison du grand nombre des paramètres qui gouvernent les forces d'ancrage et qui varient en général simultanément au cours des traitements métallurgiques, rares sont les résultats qui apportent des renseignements indiscutables sur l'influence de tel ou tel paramètre structural particulier.

Après avoir rappelé rapidement comment on peut déduire la force globale d'ancrage des mesures de densité de courant critique ou d'aimantation, nous exposerons brièvement les efforts théoriques et expérimentaux qui ont été entrepris pour accéder à la connaissance des mécanismes d'ancrage des lignes de vortex en nous bornant, toutefois, à l'ancrage « en volume » à l'exclusion des effets de surface.

Dans ce qui suit, nous supposerons connues les propriétés d'équilibre des supraconducteurs de deuxième espèce [1], [2] et nous utiliserons les symboles généralement usités dans ce domaine.

I. Détermination expérimentale de la force d'ancrage globale. — 1) DÉTERMINATION A PARTIR DES MESURES DE DENSITÉ DE COURANT CRITIQUE. — Lorsqu'on établit

une densité de courant J dans un supraconducteur à l'état mixte où règne une induction magnétique B , le réseau de vortex est soumis à une force de Lorentz

$$F_L = J \wedge B \quad (1)$$

qui tend à le faire se déplacer. Si rien ne s'oppose à ce mouvement, les lignes de vortex acquièrent une vitesse proportionnelle à F_L donc à J . Ce déplacement est dissipatif [1] et la chaleur dégagée, si elle n'est pas évacuée suffisamment rapidement, élève la température du matériau et le rend normal. Les densités de courant nécessaires à ce retour à l'état normal dépendent donc des propriétés thermiques du matériau et des conditions de refroidissement de l'échantillon ; en pratique elles sont toujours faibles. Si, par contre, le matériau contient des centres d'ancrage, ceux-ci vont exercer sur les vortex, des forces qui se répartissent sur l'ensemble du réseau de vortex par l'intermédiaire des interactions entre vortex. La force résultante par unité de volume F_a (ou force globale d'ancrage) va s'opposer à F_L et le réseau de vortex dans son ensemble va être immobilisé. Le matériau reste alors supraconducteur jusqu'à ce que F_L excède F_a . Cette situation est atteinte pour une densité de courant J_c dite « critique » qui peut atteindre des valeurs très élevées, supérieures à 10^6 A.cm^{-2} . On aura alors,

$$F_a = F_L = J_c \wedge B \quad (2)$$

et dans le cas où $J \perp B$ (ou $J \perp H$, ce qui est réalisé dans une bobine)

$$F_a = J_c \cdot B. \quad (3)$$

Lorsque l'aimantation M du supraconducteur, définie par

$$-4\pi M = H - B \quad (4)$$

est faible, ce qui est le cas des matériaux à κ élevés en champs intermédiaires ($H \gg H_{c1}$) et des matériaux à faibles κ près de H_{c2} , l'induction B dans le matériau est très peu différente du champ appliqué H et (3) devient

$$F_a = J_c \cdot H. \quad (5)$$

Ainsi de la mesure du courant critique d'un supraconducteur placé dans un champ perpendiculaire, on peut déduire la force globale d'ancrage F_a .

Expérimentalement, il n'est pas toujours possible de mesurer directement J_c . En effet, en raison des valeurs souvent très élevées de J_c , il est nécessaire d'utiliser des conducteurs de très petite section (fils ou rubans minces) qui ne peuvent être obtenus qu'avec des matériaux suffisamment malléables. Par ailleurs, aux phénomènes d'ancrage en volume, il peut venir se superposer des « effets de surface » favorisés par le fort rapport surface/volume des échantillons.

A défaut de fils fins l'expérimentateur peut alors

déterminer F_a à partir de mesures d'aimantation effectuées sur des échantillons massifs comme nous allons le voir maintenant.

2) DÉTERMINATION A PARTIR DES MESURES D'AIMANTATION ; ÉTAT CRITIQUE. — Dans les supraconducteurs parfaitement homogènes dits réversibles la densité de vortex N (perpendiculairement aux vortex) et l'induction B , qui sont reliées par la relation

$$B = N\Phi_0 \quad (6)$$

où Φ_0 est le quantum de flux ($\Phi_0 = 2 \times 10^{-7} \text{ G.cm}^2$), sont l'une et l'autre, uniformes et en équilibre thermodynamique avec le champ appliqué H .

Si le supraconducteur contient des inhomogénéités structurales, les forces d'ancrage entravent la pénétration ou la sortie des lignes de vortex et il apparaît dans le réseau de vortex, un gradient de densité de lignes auquel il correspond, d'après la relation (6), un gradient d'induction. Sous l'action de ces gradients, il s'exerce sur les vortex, une force F par unité de volume qui s'exprime dans le cas général [3] par,

$$F = -\frac{1}{4\pi} B \wedge \text{rot } H(B) \quad (7)$$

où $H(B)$ est le champ magnétique en équilibre avec l'induction locale B .

Le modèle de l'état critique [4-5] suppose que le gradient d'induction prend une valeur telle que la force F qui en résulte, équilibre la force globale d'ancrage F_a qui lui a donné naissance de sorte que :

$$F_a = -F = \frac{1}{4\pi} B \wedge \text{rot } H(B). \quad (8)$$

Notons ici que gradient d'induction et densité de courant étant équivalents d'après la loi d'Ampère

$$J = \frac{1}{4\pi} \text{rot } H$$

les expressions (8) et (2) sont équivalentes.

Dans le cas particulier de vortex parallèles à l'axe d'un échantillon cylindrique (champ appliqué parallèle à l'axe du cylindre), l'expression (8) s'exprime :

$$F_a = \frac{B}{4\pi} \frac{\partial H(B)}{\partial r} = \frac{B}{4\pi} \frac{\partial H(B)}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial r} \quad (9)$$

où $\partial B/\partial r$ est le gradient d'induction suivant le rayon du cylindre et $\partial H(B)/\partial B$ la pente de la courbe d'équilibre $B(H)$ caractéristique du matériau en l'absence des centres d'ancrage (matériau réversible). L'expression (9) a été initialement introduite par Friedel et al. [6] puis généralisée par Evetts et al. [3] à une configuration quelconque des vortex.

Pour les matériaux à κ élevés, $\partial H(B)/\partial B$ est très voisine de un en champ intermédiaire ($H \gg H_{c1}$) et B est peu différente du champ appliqué H . Pour ces matériaux la relation (9) devient :

$$F_a = \frac{H}{4\pi} \frac{\partial B}{\partial r}. \quad (10)$$

Le gradient d'induction $\partial B/\partial r$ peut être déduit des mesures d'aimantation du cylindre de la manière suivante.

Considérons la figure 1 où a été représentée l'induction B dans un échantillon cylindrique de rayon R , correspondant à un champ appliqué H croissant (traits pleins) et décroissant (traits pointillés).

FIG. 1.

A la surface, B est en équilibre avec le champ appliqué H et vaut B_0 qui est donnée par la courbe d'équilibre $B(H)$ du même matériau à l'état réversible c'est-à-dire en l'absence d'ancrage.

La partie hachurée représente la différence d'induction moyenne $(\Delta B)_H$ pour la même valeur du champ appliqué H , en champ décroissant et croissant.

Comme, d'après la relation (4)

$$(\Delta B)_H = (\Delta M)_H$$

on peut connaître expérimentalement $(\Delta B)_H$ en mesurant pour chaque valeur de H , la différence de l'aimantation de l'échantillon en champ croissant et décroissant. Des valeurs de $(\Delta B)_H$, on peut ensuite déduire les valeurs de $\partial B/\partial r$ à condition de connaître la fonction $B(r)$. Cette fonction n'est généralement pas connue ; on peut alors soit essayer diverses fonctions et retenir celle qui donne le meilleur accord avec la courbe $M(H)$ expérimentale, soit utiliser une approximation.

Pour cela, on peut développer B en série de Taylor au voisinage de R ; on trouve alors :

$$4\pi(\Delta M) = \frac{2}{3} \frac{R}{\left| \frac{dB}{dr} \right|_{r=R}} + \frac{4}{5!} \frac{R^3}{\left| \frac{d^3B}{dr^3} \right|_{r=R}} + \dots \quad (11)$$

Généralement, on se contente du premier terme, ce qui revient à considérer que B est linéaire en r et que $\partial B/\partial r$ ne dépend pas de B .

Cette approximation n'est valable que si ΔB est petit devant B c'est-à-dire lorsque $H \gg H_{c1}$. Dans ce cas on obtient

$$\frac{dB}{dr} = 6\pi \cdot \frac{\Delta M}{R} \quad (12)$$

d'où, en utilisant (10) obtenue avec les mêmes approximations ($H \gg H_{c1}$) :

$$F_a = \frac{3}{2} \frac{H}{R} \Delta M. \quad (13)$$

Remarque. — Ce calcul n'est valable que dans le cas où le flux a atteint le centre de l'échantillon, c'est-à-dire pour $H > H^*$ (Fig. 1). H^* peut être déterminé expérimentalement : c'est le champ à partir duquel l'aimantation rémanente de l'échantillon est saturée. Pour plus de détails on pourra se reporter à l'article original de Bean [4] et pour une discussion du calcul dans le cas des faibles champs et des matériaux à faibles κ , à la référence [7].

Le calcul de F_a peut être effectué d'une manière analogue pour d'autres géométries d'échantillons ; par exemple, dans le cas d'une plaque à faces parallèles. Ainsi F_a , peut être déduite des courbes d'aimantation en champ croissant et décroissant pour un matériau quelconque qu'il suffira d'usiner dans une géométrie bien définie, cylindre ou plaque généralement.

II. Détermination de la force d'ancrage globale à partir des forces d'ancrage élémentaires. — Dès les premières mesures de densité de courant critique ou d'aimantation, il est apparu que J_c ou $\partial B/\partial r$ étaient des fonctions décroissantes de H . De nombreux expérimentateurs ont déterminé empiriquement les fonctions $J_c(H)$ ou $\partial B/\partial r(H)$ qui permettaient de rendre compte de leurs résultats expérimentaux et ont généralement trouvé des fonctions différentes suivant les matériaux.

Parallèlement, des modèles théoriques divers ont été proposés pour tenter de justifier ces fonctions. Par la suite, les résultats expérimentaux quantitatifs devenant de plus en plus nombreux et s'étendant sur une gamme de plus en plus large de champs magnétiques et de matériaux, il est apparu que la forme des fonctions $J_c(H)$, $\partial B/\partial r(H)$ ou $F_a(H)$ dépendait non seulement du matériau mais aussi de sa microstructure.

A titre d'exemple nous avons porté sur la figure 2, $F_a(H/H_{c2})$ pour des solutions solides Nb-Hf de diverses

concentrations écrouies au même taux et sur la figure 3, $F_a(H/H_{c2})$ pour un même alliage (27,2 at. %) de Hf écroui et recuit à différentes températures [8].

FIG. 2.

FIG. 3.

Il est clair que le calcul de la force d'ancrage globale F_a à partir des forces d'ancrage élémentaires, de la concentration et de la distribution des centres d'ancrage dans le matériau, constitue actuellement le cœur du

problème de l'ancrage des vortex. Tant qu'il ne sera pas résolu d'une manière satisfaisante, il ne sera pas possible de déterminer, à partir des résultats expérimentaux, les forces d'ancrage élémentaire de tel ou tel type de centre d'ancrage et vérifier ainsi les modèles théoriques proposés pour leur calcul.

En ce qui concerne les applications, la résolution de ce problème permettrait de déterminer quantitativement « l'efficacité » des différentes inhomogénéités structurales et orienterait considérablement la recherche de matériaux à plus hautes densités de courant critique. Nous allons examiner maintenant comment le problème a évolué jusqu'ici.

En 1962, Bean [4] proposait son modèle d'état critique dans lequel il supposait

$$J_c = \text{Cte} \quad \text{d'où} \quad F_a = J_c B = \alpha B.$$

Expérimentalement J_c étant généralement décroissante avec H , cette hypothèse ne pouvait convenir. A la même époque d'ailleurs Kim et al. [5] proposent l'expression

$$J_c = \frac{\alpha}{(B_0 + B)} \quad (14)$$

déterminée empiriquement à partir de mesures sur des tubes frittés de Nb_3Sn et Nb-Zr 25 %. α est une constante qui dépend de la microstructure du matériau ; B_0 est empirique. Notons que pour $B \gg B_0$, (14) devient $J_c B = \alpha = F_a = \text{Cte}$.

Toujours à la même époque Anderson [9] propose un modèle théorique dans lequel il suppose que la force d'ancrage f_c entre un centre d'ancrage et un vortex — il trouve f_c indépendante de B — se répartit sur un « fagot » (bundle) de lignes de vortex dont les dimensions sont de l'ordre de λ donc indépendantes de B .

Si on a n_b lignes de vortex par fagot, la force moyenne par ligne est

$$\bar{f} = \frac{f_c}{n_b}$$

Anderson trouve f_c indépendante de B et comme n_b est proportionnel à la densité de vortex $N = B/\Phi_0$, on a $\bar{f} \propto \alpha/B$. En admettant que tous les fagots sont ancrés $F_a = B \bar{f} = \text{Cte}$, ce qui rejoint les observations de Kim et al. en champs élevés.

En 1963, Friedel et al. [6] calculent la force d'ancrage f_c exercée par une cavité sur une ligne de vortex. Ils supposent que lorsque M lignes sont ancrées sur la même cavité, la force d'ancrage par ligne est réduite d'un facteur $1/M$. Le nombre de lignes traversant la cavité est proportionnel à la densité de vortex $N = B/\Phi_0$. Alors comme précédemment

$$\bar{f} \propto \frac{n f_c}{M} \propto \frac{f_c}{B}$$

où n est le nombre de cavités traversées par l'unité de longueur de ligne de vortex. On a alors

$$F_a = \frac{B}{\Phi_0} \bar{f} \propto f_c.$$

Pour f_c , les auteurs trouvent une relation de la forme

$$f_c = a' \log B - C.$$

Mis à part le terme en $\log B$ qui varie peu avec B , cette expression est proche de la précédente.

Toujours en 1963, Silcox et Rollins [10] trouvent par une voie différente un résultat très peu différent du précédent mais avancent l'idée que le réseau de vortex est relativement flexible aux faibles densités de vortex et qu'ainsi les vortex se courbent pour passer par le plus grand nombre possible de centres d'ancrage qui constituent pour les vortex des puits de potentiel. Partant de cette remarque, ils admettent que tous les centres d'ancrage présents dans le matériau interviennent dans F_a quelle que soit B et donc que $F_a = \text{Cte}$.

En 1964, Yasukochi et al. [11] mesurent l'aimantation de fils de Nb-Zr 25 % et proposent une expression de F_a variant en $\sqrt{B}$ qui s'accorde mieux avec les résultats expérimentaux qu'une expression $F_a = \text{Cte}$. Ils attribuent cette expression à l'anisotropie de la distribution des centres d'ancrage qu'ils supposent alignés dans la direction du tréfilage des fils soit parallèlement à l'axe du fil et perpendiculairement aux vortex. Le problème étant alors à deux dimensions, ils admettent que les vortex passent par tous les centres situés dans le plan de leur mouvement et donc situés dans la surface séparant deux vortex distants de d . Comme $d \propto 1/\sqrt{N}$ le nombre de centres par vortex est proportionnel à $1/\sqrt{N}$ et le nombre total de centres actifs est proportionnel à $N/\sqrt{N}$ soit $\sqrt{B}$. En supposant comme le font les auteurs que la force d'ancrage par centre est constante on trouve

$$F_a \propto \sqrt{B}.$$

Ainsi Yasukochi et al. ont montré sur un cas particulier que la distribution des centres d'ancrage pouvait intervenir sur la forme de $F_a(B)$ en jouant sur l'exposant de B .

En 1967, Irie et Yamafuji [13] généralisent ce concept en définissant une concentration de centres d'ancrage efficaces n_{ef} dépendant de la densité de vortex, donc de B , de la manière suivante :

$$n_{ef} = \alpha B^\gamma \quad (16)$$

α et γ sont des coefficients fonction de ce que l'on pourrait appeler physiquement une « section efficace » des centres d'ancrage vis-à-vis des vortex ainsi que des coefficients d'anisotropie des distributions des centres d'ancrage et des vortex ; α , de plus dépend de la densité des centres d'ancrage.

A partir de (16) on trouve

$$F_a = n_{ef} f_c = \alpha f_c B^\gamma \quad (17)$$

si f_c est la force par centre d'ancrage.

Irie et Yamafuji montrent que $0 < \gamma < 1$, les valeurs extrêmes de γ correspondant alors aux modèles de Bean d'une part ($\gamma = 1$) et de Anderson, Friedel et al.,

Silcox et Rollins d'autre part ($\gamma = 0$). Ces cas extrêmes correspondent, si n_c et N sont respectivement les concentrations en centres d'ancrage et en vortex, à

— pour $\gamma = 1$, $n_c \gg N$.

— pour $\gamma = 0$, $n_c \ll N$.

On conçoit en effet aisément que, lorsque la densité des vortex est beaucoup plus grande que celle des centres, tous les centres sont « occupés » par les vortex et efficaces ($\gamma = 0$), par contre, quand les centres d'ancrage sont beaucoup plus nombreux que les vortex, le nombre de centres d'ancrage « occupés » et efficaces ne peut qu'au plus, être égal au nombre de vortex ($\gamma = 1$).

Par ailleurs, en supposant que tous les centres d'ancrage sont alignés perpendiculairement aux vortex, les auteurs trouvent $\gamma = \frac{1}{2}$ ce qui correspond au résultat de Yamafuji et al., cité précédemment.

Irie et Yamafuji estiment dans leur article, que γ doit rester approximativement indépendant de B pour un même échantillon et n'en donnent aucune détermination physique.

En 1967 également, Goedemoed et al. [14] trouvent empiriquement une loi de la forme :

$$F_a = \beta(H_{c2} - B)B \quad (18)$$

à partir de mesures d'aimantation sur des fils fins de Nb écroui. Cette expression a l'avantage de décrire correctement toute la courbe d'aimantation y compris la région proche de H_{c2} alors qu'aucune des expressions précédentes n'y parvenait, puisque à H_{c2} on doit avoir $F_a = 0$.

A défaut de pouvoir résoudre le problème à l'aide d'expressions du type (17), les auteurs ultérieurs de modèles théoriques vont faire porter leurs efforts dans deux directions principales. La première va consister à chercher des expressions pour la force d'ancrage élémentaire par centre qui puissent justifier le terme en $(H_{c2} - B)$ de l'expression (18). La seconde, à tenir compte dans le dénombrement statistique des centres d'ancrage « efficaces », de l'élasticité du réseau de vortex qui couple les centres d'ancrage entre eux d'une manière dépendant de B .

Les diverses expressions proposées pour les forces d'ancrage élémentaires seront examinées dans la partie suivante concernant les mécanismes d'interaction vortex-centres d'ancrage.

Nous allons voir maintenant les modèles et théories dans lesquelles on suppose que le vortex est localement déplacé d'une distance δ par rapport à sa position d'équilibre sous l'action de la force élémentaire d'interaction, l'élasticité du réseau de vortex se traduisant par une force de rappel.

En 1968, Coffey [22] calcule la force d'ancrage en supposant qu'elle est égale à la force de rappel exercée par le réseau de vortex. Cette force de rappel provient du déséquilibre des forces d'interaction entre le vortex et ses voisins lorsqu'il est déplacé de δ par rapport à sa position d'équilibre.

Pour rendre le calcul plus aisé, Coffey utilise un modèle simplifié, qu'il propose pour décrire le réseau de vortex à la place du modèle d'Abrikosov.

L'expression qu'il obtient pour la force dépend évidemment de δ . Afin d'obtenir une expression explicite, il suppose a priori que $\delta = R - r_0$ où R est la demi-distance entre deux vortex en équilibre et r_0 le rayon de l'âme normale du vortex qui, dans son modèle simplifié vaut $r_0 \approx \sqrt{2} \xi$. Après quelques approximations, N_p étant la concentration en centres d'ancrage, il obtient

$$F_a \approx \frac{N_p H_c}{4 \pi \lambda} \left(\frac{H}{H_{c2}} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{H}{H_{c2}} \right) \quad (19)$$

et trouve bien ainsi le terme en $(H_{c2} - B)$ de l'expression (18). Comparant J_c déduite de l'expression (19) avec des résultats expérimentaux obtenus sur Nb₃Sn et Nb-Ti 22 at, %, il trouve un bon accord sur une gamme de champ très large.

Néanmoins, la faiblesse de ce modèle est le choix empirique de δ .

En 1969, Fietz et Webb [15] vont tenter d'explicitier δ en proposant un modèle tenant compte de l'élasticité du réseau de vortex. Pour justifier ce point de vue, ils font remarquer qu'il ne peut y avoir une force d'ancrage résultante sur un vortex parfaitement rigide interagissant avec une distribution au hasard de centres d'ancrage. En effet, statistiquement, le nombre de centres interagissant avec le vortex est constant et son énergie ne dépend pas de sa position ce qui conduit à une force globale nulle. Par contre si le vortex peut se déformer pour minimiser son énergie, celle-ci va dépendre de sa position par rapport à la distribution des centres et il en résulte une force. Intuitivement, on peut voir que cette force va dépendre de l'aptitude du vortex à se déformer c'est-à-dire à la possibilité qu'il aura de s'écarter localement de sa position d'équilibre sous l'action de la force d'ancrage f_c exercée par un centre voisin.

Si δ est cet écart, on a :

$$\delta \approx \frac{1}{C} f_c$$

où C représente la rigidité du réseau de vortex. Par ailleurs le nombre de centres N_c interagissant avec le vortex est proportionnel à δ ; puisque $F_a = N_c f_c$. Fietz et Webb trouvent alors

$$F_a \propto \frac{f_c^2}{C} \quad (20)$$

où C est fonction de B .

Le résultat le plus marquant de ce modèle est la dépendance quadratique de F_a avec f_c .

En 1969, Labusch [16] propose une théorie statistique générale pour calculer F_a à partir de la force élémentaire d'interaction vortex-centre d'ancrage compte tenu du couplage entre les vortex. Traitant le

réseau de vortex comme un milieu élastique défini par ses trois modules de rigidité caractéristiques (C_{11} , C_{44} , C_{66}) il cherche les solutions de l'équation générale des forces agissant sur un élément de ligne de vortex et conduisant à un équilibre métastable.

Dans le cas d'une distribution statistique de centres d'ancrage où la portée de l'interaction vortex-centre d'ancrage est plus petite que la distance entre vortex, la théorie conduit à une expression explicite de la forme :

$$\bar{f} = \frac{\rho K_0^2 G'(0)}{2} \quad (21)$$

où ρ est la densité de centre d'ancrage (cm^{-2}), K_0 la force maximale d'interaction entre le centre d'ancrage et le vortex et $G'(0)$, une fonction caractérisant la réponse du réseau de vortex à l'action d'une force ponctuelle, donnée par :

$$G'(0) = \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{B}{\Phi_0}} \left[\frac{1}{\sqrt{C_{11} C_{44}}} + \frac{1}{\sqrt{C_{66} C_{44}}} \right]. \quad (22)$$

Les modules de rigidité du réseau de vortex ont été calculés par Labusch [17], [18] et Brandt [19] en fonction de H , κ et de la courbe réversible $B(H)$ du matériau.

La théorie de Labusch a été utilisée par Freyhardt [21] pour calculer la force d'ancrage élémentaire des dislocations dans le Niobium et de précipités de Pb₃Na dans des alliages Pb-Na. Les résultats qu'il a obtenus tant en ce qui concerne les valeurs numériques que les variations de K_0 avec le champ magnétique sont conformes à ce que l'on pouvait attendre.

III. Mécanismes élémentaires d'ancrage. — Les mécanismes d'interaction entre vortex et inhomogénéités structurales proposés jusqu'ici peuvent être groupés en quatre types principaux :

— Gradient de « potentiel supraconducteur ».

L'inhomogénéité structurale constitue une région localisée où les propriétés supraconductrices dont dépend l'énergie libre du vortex, varient par rapport au reste du matériau ; la force d'interaction résulte alors du gradient de potentiel subi par le vortex.

— Interaction élastique.

En raison des différences des constantes élastiques entre l'état normal et l'état supraconducteur, un champ de contrainte est associé à l'âme normale du vortex ; ce champ de contrainte interagit avec le champ de contrainte entourant certaines inhomogénéités ou avec l'inhomogénéité elle-même.

— Interaction magnétique.

C'est le cas des inclusions portant un moment magnétique qui interagit avec le champ magnétique régnant dans le vortex.

— Interaction vortex-image.

Au voisinage d'une surface, une ligne de vortex est soumise à une force que l'on peut considérer comme

une interaction entre la ligne et son « image » par rapport à la surface. Cette notion a été utilisée pour calculer le champ de nucléation des vortex [23] [24] et peut être appliquée à l'interaction entre un vortex et une inclusion de très grande dimension par rapport au vortex.

Avant d'examiner rapidement les différentes expressions proposées pour l'interaction élémentaire entre les vortex et les différents types de centre d'ancrage, il convient de faire une remarque au sujet des « dimensions » des centres d'ancrage. Comme l'ont discuté Evetts et al. [3], il ne peut y avoir ancrage d'une ligne de vortex que si son énergie varie localement sur une distance inférieure à la distance d entre les lignes de vortex. En effet, supposons qu'il existe dans un matériau, une région étendue où l'énergie des vortex est plus faible qu'ailleurs ; si cette région peut contenir plusieurs vortex on pourra définir une induction locale B . Celle-ci va se mettre en équilibre avec le champ local qui règne autour de cette région. Il n'y aura pas de gradient d'induction et donc pas de force d'ancrage à l'intérieur de cette région.

Par contre, à la surface de la région, il y aura une différence d'induction sur une distance d et la force d'ancrage y sera localisée.

En raison de la densité très élevée des vortex dès que le champ dépasse H_{c1} (typiquement 10^{10} à 10^{12} vortex par cm^2) les distances entre vortex sont de l'ordre de quelques dizaines d'angströms à un millier d'angströms, ce qui nous donne l'ordre de grandeur des dimensions effectives des inhomogénéités structurales constituant les centres d'ancrage.

1) GRADIENT DE « POTENTIEL SUPRACONDUCTEUR ». — L'énergie par unité de longueur d'une ligne de vortex isolée, est due en partie à l'énergie de condensation des électrons dans l'âme normale (volume de l'ordre de ξ^2) et en partie à l'énergie magnétique à l'extérieur de l'âme normale (volume de l'ordre de λ^2). Suivant que l'on considère un centre d'ancrage dont les dimensions sont de l'ordre de grandeur de ξ ou beaucoup plus grandes (de l'ordre de λ par exemple), on devra tenir compte ou non de l'énergie magnétique.

Ainsi Anderson [9], en supposant des centres d'ancrage de volume ξ^3 (non définis par ailleurs) attribue à la barrière de potentiel que constitue le centre, une valeur

$$E = p \frac{H_c^2}{8\pi} \xi^3 \quad (23)$$

où $H_c^2/8\pi$ est l'énergie de condensation par unité de volume et p , un coefficient d'efficacité tenant compte du fait que si le centre n'est pas une région normale, une fraction p seulement de l'énergie de condensation est récupérée. Ce mécanisme d'interaction implique donc une plus grande efficacité pour des particules normales ou isolantes que pour des particules supraconductrices.

Silcox et Rollins [10] proposent comme énergie d'interaction entre un pore de dimension b et un vortex

$$E \approx b \frac{H_{c1} \Phi_0}{4\pi} \quad (24)$$

ce qui correspond à l'énergie totale d'une ligne de vortex isolée. L'expression (24) ne peut être valable qu'en champ faible ($H \neq H_{c1}$) où on peut négliger les forces d'interaction entre vortex en raison de leur éloignement les uns des autres.

En champ intermédiaire ($H_{c1} \ll H \ll H_{c2}$) où les distances entre vortex sont comprises entre λ et ξ , on doit tenir compte de l'énergie d'interaction entre vortex comme l'ont proposé, toujours dans le cas de pores, Friedel et al. [6] avec l'expression :

$$f_c = \frac{H_{c1} \Phi_0}{4\pi} \frac{\text{Log } d/\xi}{\text{Log } \lambda/\xi} \quad (25)$$

où d est la distance entre vortex.

Coffey [22] donne, pour l'énergie d'ancrage sur un pore de rayon a inférieur à ξ :

$$E \approx \left(\frac{H_{c2} - H}{2\kappa} \right)^2 \frac{a^2}{8}. \quad (26)$$

Cette expression est valable près de H_{c2} et suppose que $\kappa \gg 1$. Coffey a calculé aussi des énergies d'ancrage lorsque $a > \xi$. Il n'a pas obtenu dans ce cas d'expressions explicites simples et les calculs ont été faits à la machine.

La variation de l'énergie du vortex peut aussi provenir d'une variation locale de κ entraînée par une variation locale du libre parcours électronique. Ce mécanisme a surtout été évoqué pour expliquer l'ancrage des vortex par les parois des cellules de dislocations dans le Nb et ses alliages fortement écrouis [25].

FIG. 4.

Willis et al. [26] l'ont appliqué à des alliages Pb-Tl et Pb-In et Barbee [27] à du Nb fortement écroui. Les premiers ont calculé la variation de κ dans l'échantillon

à l'aide de la variation de H_{c2} mesuré expérimentalement par rapport à H_{c2} des mêmes alliages réversibles

$$\left(\Delta\kappa = \frac{\Delta H_{c2}}{\sqrt{2} H_c} \right)$$

le second a déduit $\Delta\kappa$ des mesures de chaleurs spécifiques sous champ magnétique. L'énergie d'ancrage peut être obtenue en dérivant l'énergie libre des vortex par rapport à κ .

Guérin [8] a utilisé ce mécanisme pour expliquer qualitativement la décroissance rapide, avec la concentration, de la force d'ancrage d'alliages Nb-Hf fortement écrouis au même taux (Fig. 3).

2) INTERACTION ÉLASTIQUE. — Bien que ce mécanisme d'interaction ait surtout été utilisé pour les dislocations, Toth et Pratt [28] s'en sont servi pour calculer l'interaction d'un vortex avec le champ de contrainte entourant une variation locale de composition d'un alliage où les atomes des éléments composant l'alliage ont des diamètres différents. Leur calcul peut être appliqué aussi à des précipités cohérents. Partant de la densité d'énergie élastique dans la matrice entourant une inclusion sphérique et de la variation ΔS_{44} de S_{44} entre l'état normal et l'état supraconducteur ils arrivent à une relation assez compliquée de l'énergie d'interaction qui peut être approximée par [21]

$$U \approx 4 \pi \Delta S_{44} G^2 \delta^2 < R >^3 \quad (27)$$

où $< R >$ est le rayon du précipité, G , le module de cisaillement de la matrice et δ le paramètre de déformation défini par

$$\Delta V = 4 \pi < R >^3 \delta$$

où ΔV est la variation de volume due à la présence du précipité. Freyhardt [21] a discuté l'application de ce mécanisme d'ancrage à des précipités de Pb_3Na ($50 \text{ \AA} \leq < R > < 600 \text{ \AA}$) dans une matrice d'alliage Pb-Na et conclut qu'il est trop faible pour pouvoir à lui seul expliquer, les forces d'ancrage déterminées expérimentalement.

Comme il a été dit plus haut, ce type d'interaction a surtout été appliqué aux dislocations.

Webb [29], le premier, en 1963, a calculé l'interaction entre une dislocation vis et un vortex. Cette interaction est répulsive et l'ancrage se fait entre plusieurs dislocations. Dans le cas d'interaction du vortex avec une « forêt » de dislocation vis, distantes de d , Webb trouve pour la force d'interaction par unité de longueur de vortex ;

$$f_c \approx - \Delta S_{44} \left(\frac{Gb}{2\pi} \right)^2 \frac{\pi^2}{d} \quad (28)$$

où G est le module de cisaillement et b le vecteur de Burger des dislocations. Par la suite, Kramer et Bauer [30] ont calculé les interactions vortex-dislocations pour différents types de dislocations et différentes configurations possibles entre vortex et dislocations.

Labusch [31] puis Miyahara [32] ont développé des théories plus générales pour calculer les interactions vortex-champ de contrainte dans les supraconducteurs de 2^e espèce, à partir des équations de Ginsburg-Landau incluant les termes élastiques. Les expressions obtenues pour les interactions dislocations-vortex, sont extrêmement compliquées et dépendent fortement des distances vortex-dislocations. Les ordres de grandeurs estimées pour l'interaction dislocation-vortex sont de 10^{-7} à 10^{-8} dynes [15].

3) INTERACTION MAGNÉTIQUE. — Alden et Livingston [33] ont étudié l'aimantation de dispersions de particules ferromagnétiques, mono-domaine, de fer dans un alliage Hg-In 13 %. Se basant sur le fait que la force d'ancrage était différente suivant que l'aimantation des particules était parallèle ou anti-parallèle par rapport au champ des vortex, ils ont déduit que l'interaction vortex-particules était essentiellement d'origine magnétique et ont proposé pour l'expression de la force par particule, une expression :

$$f_c \propto \mu \frac{(H_{c2} - B) \sqrt{B}}{\kappa^2} \quad (29)$$

où μ est le moment magnétique d'une particule. L'expression (29) est obtenue en écrivant que la force d'interaction est de la forme

$$\mu < | \nabla h | >_{av}, \quad < | \nabla h | >_{av}$$

étant la valeur moyenne du gradient de champ microscopique autour d'un vortex. La coalescence possible d'une partie des particules et le manque d'une théorie convenable pour relier f_c aux courbes d'aimantation n'ont pas permis aux auteurs de tester quantitativement l'expression (29).

Nous pouvons rapprocher de l'expérience de Alden et Livingston celle de Koch et Love [34] qui ont mesuré l'hystérésis de l'aimantation et la densité de courant critique de dispersions de Gd (ferromagnétique) et d'Y (paramagnétique) dans le Nb. Les dispersions ont été obtenues par fusion à l'arc des métaux et solidification rapide, Gd et Y n'étant pas solubles à l'état liquide et solide, dans Nb. Les particules de Gd et Y ont des dimensions comprises entre 0,1 et 3 μm et ne sont donc pas mono-domaine. Les auteurs ne trouvent pas de différences sensibles entre l'ancrage dû au Gd ferromagnétique et celui dû à l'Y paramagnétique. Ils expliquent ce résultat par la mauvaise « qualité » du contact entre le Nb matrice et les particules insolubles ; les particules se comporteraient dans les deux cas comme des « cavités » vis-à-vis des vortex et en conséquence l'ancrage serait identique pour Gd et Y.

3) INTERACTION VORTEX-IMAGE. — C'est Campbell et al. [35] qui ont introduit l'ancrage par les surfaces interphases internes pour expliquer les résultats expérimentaux qu'ils avaient obtenus sur des eutectiques Pb-Bi. En effet Levy et al. [36] avaient observé sur des eutectiques divers (In-Sn, Pb-Bi, Sb-Tl, In-Bi) que la

densité de courant critique variait linéairement avec $\langle N_L \rangle$, le nombre moyen d'intersections par unité de longueur entre une ligne tracée au hasard sur une métallographie et les surfaces interphases. Puisqu'on peut montrer que $\langle N_L \rangle = S_v/2$ où S_v est la surface totale des interphases par unité de volume d'échantillon, ils conclurent que la force d'ancrage globale était proportionnelle à S_v .

Campbell et al., retrouvèrent la même variation de la force globale d'ancrage dans leurs eutectiques Pb-Bi et constatèrent expérimentalement que la force d'ancrage était proportionnelle à l'aimantation réversible $M(\text{rev})$ de la matrice contenant les précipités eutectiques de Bi et à $\sqrt{B}$, de sorte que

$$J_c \propto \frac{S_v M(\text{rev})}{\sqrt{B}}. \quad (30)$$

Pour expliquer ce résultat, ils utilisent la force d'attraction qui s'exerce sur un vortex au voisinage de la surface de l'échantillon et qui peut être calculée en supposant une interaction entre le vortex et son image par rapport à la surface [23-24]. Evaluant le travail nécessaire pour vaincre cette force, ils obtiennent l'expression :

$$f \sim \frac{2 \Phi_0 M(\text{rev})}{\lambda}$$

qui justifie l'expression (30).

Notons ici que leur résultat rejoint celui de nombreux auteurs qui ont trouvé une relation linéaire entre J_c et $1/D_m$, D_m étant le diamètre moyen des grains ou des cellules de polygonisation dans un métal ou alliage monophasé. En effet :

$$S_v \sim \frac{f_v}{D_m} \quad (31)$$

où f_v est la fraction de volume de deuxième phase, par conséquent $S_v \propto 1/D_m$ est le cas particulier correspondant à $f_v = 1$, c'est-à-dire le cas d'un métal ou alliage monophasé englobant des inhomogénéités structurales disposées sous forme de « surfaces » internes.

En guise de conclusion sur les mécanismes d'interaction, il ressort que, pour tous les mécanismes proposés pour l'ancrage des vortex par des particules, la force d'interaction vortex-particule est plus grande lorsque la particule est normale que lorsqu'elle est supraconductrice. Cette différence de force d'interaction lors de la transition supraconductrice de la particule a été expérimentalement observée par Livingston [37] pour des précipités de Sn dans des alliages Pb-Sn et Pb-In-Sn et par Freyhardt [21] pour des précipités de Pb_3Na dans des alliages Pb-Na. Cette transition qui peut se produire soit en champ magnétique croissant soit à température croissante peut conduire à un dF_a/dT positif dans le matériau et donc à un matériau auto-stable [38].

Conclusion. — Si la compréhension de l'ancrage des lignes de vortex par les inhomogénéités structurales des matériaux supraconducteurs a considérablement progressé depuis dix ans, il reste maintenant aux expérimentateurs, plus particulièrement, le soin de déterminer quels sont les mécanismes d'interaction spécifiques qui dominent pour un type de microstructure donné. La difficulté ici, réside dans le choix des échantillons qui doivent présenter une microstructure aussi bien déterminée et contrôlée que possible.

Il semble donc que dans un avenir qui n'apparaît plus comme très lointain, on puisse arriver à déterminer « l'efficacité » des divers types d'homogénéités structurales qui conditionne la valeur des courants que peuvent transporter les matériaux supraconducteurs et orienter valablement la recherche technique vers des matériaux encore plus performants.

Bibliographie

- [1] DE GENNES (P. G.), *Superconductivity of metals and alloys* Benjamin, 1966.
- [2] JAMES (St), THOMAS and SARMA, *Type II Superconductivity* Pergamon, 1969.
- [3] EVETTS (J. E.), CAMPBELL (M.) and DEW-HUGHES (D.), *J. Phys. C (Proc. Phys. Soc.)*, 1968, **1**, 715.
- [4] BEAN (C. P.), *Phys. Rev. Letters*, 1962, **8**, 250.
- [5] KIM (Y. B.), HEMPSTEAD (C. F.) and STRNAD (A. R.), *Phys. Rev. Letters*, 1962, **9**, 306.
- [6] FRIEDEL (J.), DE GENNES (P. G.) et MATRICON (J.), *Appl. Phys. Letters*, 1963, **2**, 119.
- [7] DICTEL (K.) and KOPPE (H.), *J. of Low Temp. Physics*, 1969, **1**, 137.
- [8] GUERIN (J.-Y.), Thèse Grenoble, 1970 et BETHOUX (O.) et GUERIN (J.-Y.), à paraître dans « Low Temperature Physics LT 12 », Academic Press of Japan, 1971.
- [9] ANDERSON (P. W.), *Phys. Rev. Letters*, 1962, **9**, 309.
- [10] SILCOX (J.) and ROLLINS (R. W.), *Appl. Phys. Letters*, 1963, **2**, 231.
- [11] YASUKOCHI (K.), OGASAWARA (T.), USUI (N.) and USHIO (S.), *J. Phys. Soc. Japan*, 1964, **19**, 1649.
- [12] ALDEN (T. H.) and LIVINGSTON (J. D.), *J. Appl. Phys.*, 1966, **37**, 3551.
- [13] IRIE (F.) and YAMAFUJI (K.), *J. Phys. Soc. Japan*, 1967, **23**, 255.
- [14] GOEDEMOED (S. H.), KES (P. H.), JACOBS (F. TH. A.) and DE CLERK (D.), *Physica*, 1967, **35**, 273.
- [15] FIETZ (W. A.) and WEBB (W. W.), *Phys. Rev.*, 1969, **178**, 657.
- [16] LABUSCH (R.), *Cristal Lattice defects*, 1969, **1**, 1.
- [17] LABUSCH (R.), *Phys. Stat. Sol.*, 1969, **32**, 439.
- [18] LABUSCH (R.), *Phys. Stat. Sol.*, 1967, **19**, 715.
- [19] BRANDT (E. H.), *Phys. Stat. Sol.*, 1969, **35**, 1027.
- [20] FREYHARDT (H.), *Z. Metallkde*, 1969, **60**, 409.
- [21] FREYHARDT (H.), Thèse, Göttingen, 1970.
- [22] COFFEY (H. T.), *Phys. Rev.*, 1968, **166**, 447.
- [23] BEAN (C. P.) and LIVINGSTON (J. D.), *Phys. Rev. Letters*, 1964, **12**, 14.

- [24] GOODMAN (B. B.) et MATRICON (J.), *J. Physique*, 1966, 27-C3, 39.
 - [25] NARLIKAR (A. V.) and DEW-HUGHES (D.), *J. Mat. Science*, 1966, 1, 317.
 - [26] WILLIS (J. S.), SCHENCK (J. F.) and SHAW (R. W.), *Appl. Phys. Letters*, 1967, 10, 101.
 - [27] BARBEE (T. W.), *Phys. Stat. Sol.*, 1969, 31, 535.
 - [28] TOTH (L. E.) and PRATT (I. P.), *Appl. Phys. Letters*, 1964, 4, 75.
 - [29] WEBB (W. W.), *Phys. Rev. Letters*, 1963, 11, 191.
 - [30] KRAMER (E. J.) and BAUER (C. L.), *Phil. Mag.*, 1967, 15, 1189.
 - [31] LABUSCH (R.), *Phys. Rev.*, 1968, 170, 470.
 - [32] HIYAHARA (K.), IRIE (F.) and YAMAFUJI (K.), *J. Phys. Soc. Japan*, 1969, 27, 290.
 - [33] ALDEN (T. H.) and LIVINGSTON (J. D.), *J. Appl. Phys.*, 1966, 37, 3551.
 - [34] KOCH (C. C.) and LOVE (G. R.), *J. Appl. Phys.*, 1969, 40, 3582.
 - [35] CAMPBELL (A. M.), EVETTS (J. E.) and DEW-HUGHES (D.), *Phil. Mag.*, 1968, 18, 313.
 - [36] LEVY (S. A.), KIM (Y. B.) and KRAFT (R. W.), *J. Appl. Phys.*, 1966, 37, 3659.
 - [37] LIVINGSTON (J. D.), *Appl. Phys. Letters*, 1966, 8, 319.
 - [38] SWARTZ (P. S.) and BEAN (C. P.), *J. Appl. Phys.*, 1968, 39, 4991.
-