



HAL
open science

Influence de la longueur des fentes sur la résolution des spectromètres électrostatiques cylindrique et plan

Daniel Roy, M. de Celles, J.-D. Carette

► **To cite this version:**

Daniel Roy, M. de Celles, J.-D. Carette. Influence de la longueur des fentes sur la résolution des spectromètres électrostatiques cylindrique et plan. *Revue de Physique Appliquée*, 1971, 6 (1), pp.51-54. 10.1051/rphysap:019710060105100 . jpa-00243501

HAL Id: jpa-00243501

<https://hal.science/jpa-00243501>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

INFLUENCE DE LA LONGUEUR DES FENTES SUR LA RÉOLUTION DES SPECTROMÈTRES ÉLECTROSTATIQUES CYLINDRIQUE ET PLAN

D. ROY, M. DE CELLES et J.-D. CARETTE

Centre de recherches sur les atomes et les molécules
et Laboratoire de Physique atomique et moléculaire

Département de Physique

Faculté des Sciences, université Laval, Québec, Canada

(Reçu le 19 octobre 1970)

Résumé. — Pour tenir compte de l'aspect tridimensionnel dans le calcul du profil des distributions en énergie des électrons transmis par les spectromètres électrostatiques cylindrique et plan, on propose une méthode qui repose sur des considérations statistiques. Elle permet d'évaluer non seulement l'élargissement de la distribution mais aussi de tracer son profil à partir de la distribution obtenue dans le cas bidimensionnel. L'étude du profil des distributions d'énergie obtenues alors qu'on tient compte de la longueur finie des fentes de ces appareils permet de mieux connaître l'influence de ce facteur sur leur pouvoir de résolution.

Abstract. — In order to take into account the tridimensional aspect in calculation concerning the energy distribution of electrons transmitted by cylindrical and parallel plate electrostatic spectrometers, we suggest and present a method which is founded on statistics. This method allows one to evaluate not only the distribution broadening but also to draw its profile, from the distribution obtained in the bidimensional case. These distributions calculated for various lengths of the spectrometer slits allow to know the influence of this parameter on the resolving power of these apparatuses.

1. Introduction. — Jusqu'à maintenant, trois méthodes pour le calcul de la distribution en énergie des électrons transmis par les spectromètres électrostatiques ont été rapportées. Ce sont celles de Ballu [1], de Theodoridis et Paolini [2] et de Delage [3]. La généralisation de la méthode de Delage a permis le calcul du profil des distributions pour les principaux spectromètres électrostatiques [4, 5] et pour le monocintron [4, 6, 7]. Cependant ce calcul de distribution repose sur des considérations bidimensionnelles qui ne sont pas toujours valides à trois dimensions à cause des symétries différentes de chaque appareil et surtout de la longueur finie des fentes. C'est pourquoi les distributions d'énergie calculées pour le miroir plan et le spectromètre cylindrique selon cette méthode ne sont rigoureusement valides que dans la mesure où l'on considère le problème bidimensionnel.

Dans le but de tenir compte de la situation plus fréquente d'une fente de longueur finie (non négligeable), on va maintenant proposer un traitement statistique qui permet d'étendre les résultats obtenus au cas tridimensionnel. En fait, Theodoridis et Paolini [2] ont déjà proposé un traitement qui permet d'effectuer cette extension ; mais leur procédé ne peut s'adapter à notre méthode, et c'est pourquoi nous en proposons un autre, plus facile d'application.

Dans le traitement qui va suivre, les considérations pratiques s'appliquent au spectromètre cylindrique ; mais le résultat final pourra tout aussi bien être appliqué au miroir plan, à cause de la similitude du problème pour chacun de ces monochromateurs.

2. Considérations statistiques. — Le champ électrostatique produit par des électrodes cylindriques est un champ radial, dirigé de façon perpendiculaire à l'axe de symétrie du système. Comme il n'y a ainsi aucune force selon l'axe de symétrie, le champ électrique est sans effet sur la composante axiale de vitesse de la particule. On considère donc un électron d'énergie cinétique E , dont la trajectoire est dirigée selon un angle β par rapport au plan horizontal où s'exerce le champ électrique (Fig. 1).

Dans un repère en mouvement qui se déplace selon l'axe du cylindre avec la vitesse axiale de l'électron, une particule d'énergie cinétique E se comporte donc exactement comme une particule d'énergie E' reliée à E de la manière suivante :

$$E' = E \cos^2 \beta . \quad (1)$$

Les valeurs maxima β_{\pm} de cet angle s'obtiennent trigonométriquement à partir du rapport de la lon-

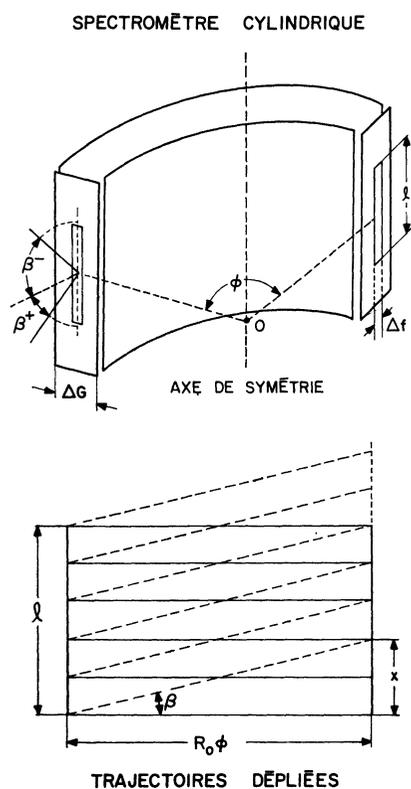


FIG. 1. — Schéma du spectromètre cylindrique et illustration des trajectoires dans la direction β .

gueur de la fente sur celle de la trajectoire de l'électron, soit :

$$|\beta_{\pm}| = \beta_0 = \text{tg}^{-1}(l/r\varphi),$$

où $r\varphi \sim R_0\varphi$ si l'ouverture angulaire est plutôt faible ($\Delta G \ll R_0$).

On comprend ainsi que la distribution d'énergie obtenue à partir de considérations bidimensionnelles est en réalité donnée en fonction de l'énergie E' des électrons (Fig. 2). On va donc tenter, à partir d'un traitement statistique, de rétablir cette distribution en fonction de l'énergie réelle E des électrons.

Si à l'entrée, il y a un nombre C d'électrons d'éner-

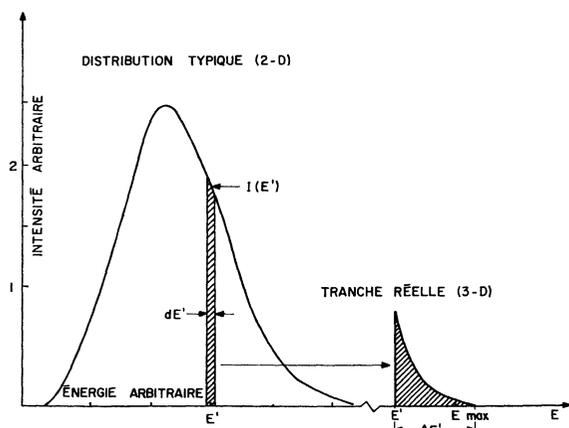


FIG. 2. — Distribution d'énergie typique calculée pour le cas bidimensionnel, et forme que prend la distribution partielle des électrons de chaque tranche dE' dans le cas tridimensionnel.

gie E et de direction β , dans des intervalles dE et $d\beta$ ce nombre peut être relié à une distribution en énergie E' de la façon suivante :

$$C dE d\beta = f(E', \beta) dE' d\beta.$$

La différenciation de l'équation (1) permet de transformer ainsi cette dernière relation :

$$C \sec^2 \beta dE' d\beta = f(E', \beta) dE' d\beta.$$

D'après les trajectoires représentées à la figure 1 (lignes horizontales et obliques), on peut constater que si l'angle β est nul, ce nombre $C \sec^2 \beta = C$ se retrouve inchangé à la sortie. Cependant si toutes les trajectoires font un angle β avec l'horizontale, la même figure permet de vérifier que le nombre $C \sec^2 \beta$ est alors atténué à la sortie par un facteur

$$(l-x)/l = 1 - \text{tg } \beta / \text{tg } \beta_0.$$

Ce facteur détermine donc la probabilité de passage des électrons contenus dans les intervalles dE' et $d\beta$; de cette façon ces électrons peuvent être décrits à la sortie par une distribution $g(E', \beta)$ de la forme :

$$g(E', \beta) = C \sec^2 \beta (1 - \text{tg } \beta / \text{tg } \beta_0). \quad (2)$$

Comme en réalité on s'intéresse aux variables E' et E , il est préférable de trouver une nouvelle distribution $h(E', E)$ qui peut décrire les électrons en fonction de leur énergie E et E' . Puisque du point de vue de l'énergie, seule la valeur absolue de β est importante, il suffit d'introduire un facteur 2 pour ne considérer dorénavant que les valeurs positives de cet angle. On pose donc :

$$2 g(E', \beta) dE' d\beta = h(E', E) dE' dE.$$

L'équation (1) permet alors d'écrire :

$$2 g(E', \beta) = 2 E' \sec^2 \beta \text{tg } \beta h(E', E),$$

d'où :

$$h(E', E) = \frac{g(E', \beta)}{E' \sec^2 \beta \text{tg } \beta} = \frac{C}{E' \text{tg } \beta} (1 - \text{tg } \beta / \text{tg } \beta_0), \quad (3)$$

d'après la relation (2).

Si, dans la distribution initiale d'énergie, on considère un nombre $dN = I(E') dE'$ d'électrons, dans une tranche dE' (Fig. 2), il faut que l'intégrale, sur toutes les valeurs de β , de la densité $g(E', \beta)$ redonne ce nombre dN . On pose :

$$dN = 2 dE' \int_0^{\beta_0} g(E', \beta) d\beta,$$

où $g(E', \beta)$ est donnée par l'équation (2). La valeur de C peut donc être déterminée à partir de cette intégrale et l'on obtient ainsi :

$$C = dN / (dE' \text{tg } \beta_0) = I(E') \cotg \beta_0.$$

La densité $h(E', E)$ s'écrit alors :

$$h(E', E) = \frac{I(E') \cotg \beta_0}{E' \text{tg } \beta} (1 - \text{tg } \beta / \text{tg } \beta_0). \quad (4)$$

On remarque ici que la fonction $h(E', E)$ peut présenter une certaine difficulté : elle tend vers l'infini lorsque E tend vers E' (i. e. $\beta \rightarrow 0$) ; c'est donc ce qui nous amène à considérer une bande d'énergie finie située entre E et $E + \Delta E$ dans le but de déterminer l'intensité $I(E' ; E, \Delta E)$ à attribuer à cette bande, à partir de E' et $I(E')$. Cette intensité peut être donnée par l'intégrale suivante :

$$I(E' ; E, \Delta E) = \int_E^{E+\Delta E} h(E', E) dE .$$

Puisque $\text{tg } \beta = (E/E' - 1)^{1/2}$ d'après l'équation (1), l'intégration de l'équation (4) peut être effectuée au moyen du changement de variable $y = \text{tg } \beta$ et

$$2 dy = dE/(E/E' - 1)^{1/2} .$$

Le résultat cherché s'écrit finalement :

$$I(E' ; E, \Delta E) = 2 I(E') \text{cotg } \beta_0 \times \left[\left(\frac{E + \Delta E}{E'} - 1 \right)^{1/2} - \left(\frac{E}{E'} - 1 \right)^{1/2} - \frac{\Delta E \text{cotg } \beta_0}{2 E'} \right] . \tag{5}$$

Cette relation permet donc de corriger la distribution d'énergie calculée en fonction de E' à partir de considérations bidimensionnelles. Ainsi chaque tranche d'énergie dE' et d'intensité $I(E')$ de la distribution initiale (Fig. 2) peut être remplacée par une distribution partielle qui s'étend de E' à E_{max} (avec $E_{\text{max}} = E' \sec^2 \beta_0$), et dont la largeur à la base est donnée par :

$$\Delta E' = E' \text{tg}^2 \beta_0 , \tag{6}$$

où $\text{tg } \beta_0 = l/R_0 \varphi$ dans le cas du spectromètre cylindrique. A partir de l'intensité $I(E')$ d'une énergie E' donnée, la relation (5) permet de déterminer l'intensité $I(E' ; E, \Delta E)$ qu'il faut attribuer à une bande d'énergie entre E et $E + \Delta E$ ($\Delta E \simeq 0.002 E_0$), pour chaque valeur de E comprise entre E' et E_{max} .

Bien entendu les mêmes raisonnements s'appliquent dans le cas du miroir plan où le champ électrique perpendiculaire aux plaques (Fig. 3) ne peut pas tenir compte de l'énergie de l'électron associée à sa composante de vitesse dirigée dans le sens de la longueur des fentes. Dans ce cas, la longueur de la trajectoire circulaire doit être remplacée par celle de la trajectoire parabolique, donnée par l'intégration de la

longueur d'arc $ds = (dx^2 + dy^2)^{1/2}$. Cette intégration s'effectue à partir de l'équation suivante [4, 8] qui décrit le mouvement des électrons dans le miroir plan :

$$y(x) = - (V/V_0) x^2 / (2 D \cos^2 \theta) + x \text{tg } \theta .$$

Pour $V/V_0 = 1$ et $\theta = 45^\circ$, la longueur de la trajectoire obtenue est la suivante :

$$s/D = 2^{-1/2} + 1/4 \ln[(2^{1/2} + 1)/(2^{1/2} - 1)] . \tag{7}$$

Il suffit donc d'introduire $\text{tg } \beta_0 = l/s$ dans l'équation (5) et la correction de la distribution peut aussi s'appliquer dans le cas du miroir plan.

3. Discussion des résultats. — Cette méthode de calcul a été appliquée à un certain nombre de distributions d'énergie obtenues à partir de considérations bidimensionnelles dans le cas du spectromètre cylindrique 127° et du miroir plan. Les courbes de la figure 4 illustrent l'élargissement de la distribution

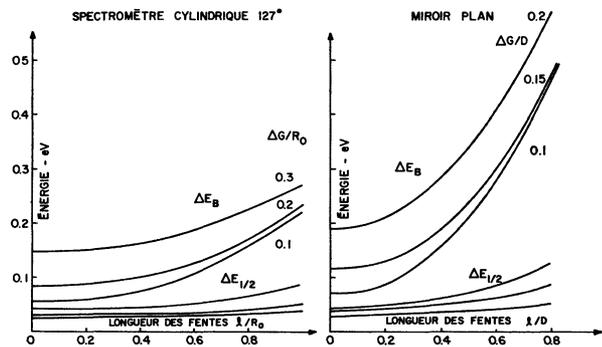


FIG. 4. — Largeur des distributions à la base (ΔE_B) et à demi-intensité ($\Delta E_{1/2}$) pour le cas tridimensionnel des spectromètres cylindrique et plan. Le paramètre ΔG détermine l'ouverture angulaire de chacun des appareils.

à la base (ΔE_B) et à demi-intensité ($\Delta E_{1/2}$) en fonction de la longueur l des fentes, pour trois valeurs différentes de l'ouverture angulaire (ΔG) et pour chacun des spectromètres. Le facteur ΔG qui détermine l'ouverture angulaire de ces appareils représente la distance inter-électrode dans le cas du spectromètre cylindrique (Fig. 1) et l'ouverture du diaphragme dans le cas du miroir plan (Fig. 3). Il est bien entendu que la nature de ce diaphragme doit et peut être telle que la configuration des équipotentielles naturelles dans le condensateur soit respectée.

Enfin, sur les figures 5 et 6, respectivement pour le spectromètre cylindrique et pour le miroir plan, quelques distributions ainsi obtenues sont comparées aux distributions originales (après normalisation par rapport à l'amplitude du maximum). Pour plus de commodité, l'énergie nominale $E_0 = eV$ a été choisie égale à 1 eV ; c'est pourquoi toutes les échelles d'énergie sont exprimées en eV. Toutefois le lecteur peut considérer ces valeurs d'énergie comme relatives et les multiplier par la valeur nominale de son choix.

L'examen de la figure 4 révèle que l'élargissement de la distribution en fonction de la longueur des fentes est beaucoup plus rapide dans le cas du miroir

MIROIR PLAN

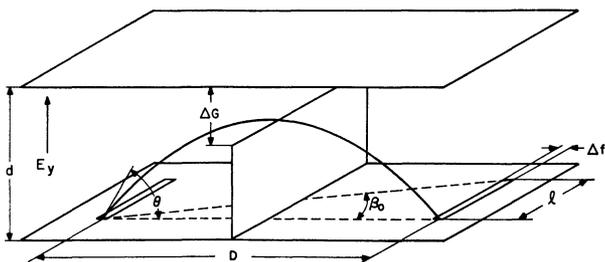


FIG. 3. — Schéma du miroir plan.

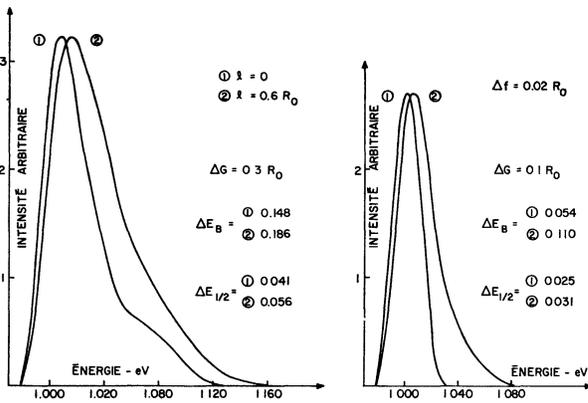


FIG. 5. — Profils des distributions d'énergie pour les cas 1) bidimensionnel et 2) tridimensionnel du spectromètre cylindrique relativement à deux valeurs du paramètre ΔG .

plan. Ceci est causé par le fait que la longueur de la trajectoire principale dans le miroir plan est plus courte devant D que celle du spectromètre cylindrique devant R_0 . Cette différence explique donc l'observation précédente puisque l'élargissement total de la distribution dépend de la largeur $\Delta E'$ de chaque distribution partielle et que cette largeur, d'après l'équation (6), est inversement proportionnelle au carré de cette longueur.

D'autre part, sur cette même figure, on peut constater que l'élargissement de la distribution est relativement négligeable dans la mesure où la fente est assez courte. Ce fait est aussi illustré dans le cas du miroir plan sur la figure 6, où de plus l'on peut constater que l'allure générale du profil de la distribution reste

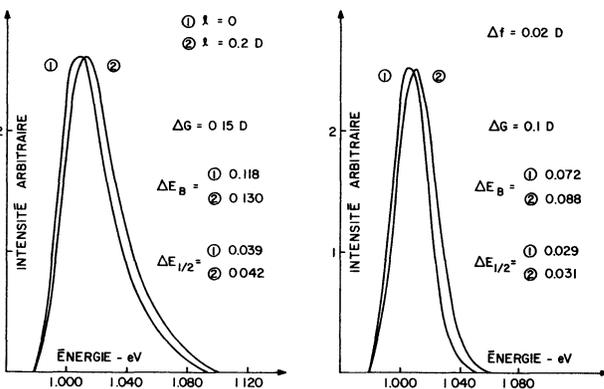


FIG. 6. — Profils des distributions d'énergie pour le cas 1) bidimensionnel et 2) tridimensionnel du miroir plan, relativement à deux valeurs du paramètre ΔG .

pratiquement inchangée malgré son élargissement et un léger déplacement vers les hautes énergies. Quant à ce déplacement de la distribution, il doit être considéré comme un effet d'ensemble des distributions partielles qui remplacent chaque tranche de la distribution initiale.

Sur la figure 4, un autre point mérite notre attention : la variation de ΔE_B semble moins rapide pour une plus grande ouverture angulaire de l'appareil. C'est cependant par l'examen de distributions tracées à la figure 5 que ce fait peut être expliqué. Il apparaît ainsi que l'étalement de la distribution est plus important pour la plus petite distance inter-électrode à cause de l'intensité relativement grande des dernières contributions de la distribution initiale. L'effet contraire s'observe sur le graphique voisin (Fig. 5) où les dernières contributions sont de faible intensité et où l'étalement devient vite négligeable. C'est pourquoi dans ce dernier cas, l'élargissement de la distribution en fonction de la longueur des fentes est moins rapide que dans le premier. Rappelons cependant que, pour une plus grande ouverture angulaire, l'approximation sur la longueur des trajectoires perd de sa validité.

4. Conclusion. — Les méthodes utilisées pour calculer le profil de la distribution en énergie des électrons transmis par les divers types de spectromètres électrostatiques ne tiennent généralement compte que de l'aspect bidimensionnel du problème. Dans certains cas, par exemple le spectromètre sphérique et le miroir cylindrique, la symétrie de l'appareil est telle que les résultats obtenus à partir des seules considérations bidimensionnelles sont également valides pour le cas tridimensionnel. Cependant, pour d'autres cas, la présence de fentes de longueur finie et la nature de la symétrie ne permettent pas une telle généralisation.

Une méthode destinée à tenir compte de cet aspect du problème a été exposée au cours de ce travail. Elle a permis d'évaluer l'influence de la longueur des fentes sur le profil des distributions et en particulier sur les éléments habituellement cités pour préciser leur qualité, soit leurs largeurs à la base et à demi-intensité. Ces résultats montrent que l'étalement des distributions peut atteindre des proportions importantes, lesquelles peuvent être évaluées de façon précise au moyen des courbes présentées dans ce travail.

Bibliographie

- [1] BALLU (Y.), *Rev. Phys. Appl.*, 1968, 3, 46.
- [2] THEODORIDIS (G. C.) et PAOLINI (F. R.), *Rev. Sci. Instr.*, 1968, 39, 326.
- [3] ALLARD (P.), *Etude expérimentale d'un sélecteur d'électrons*, Thèse de Maîtrise, Département de Physique, Université Laval, août 1968.
- [4] ROY (D.), *Etude théorique des spectromètres électrostatiques*, Thèse de Maîtrise, Département de Physique, Université Laval, en préparation.
- [5] ROY (D.) et CARETTE (J.-D.), *Appl. Phys. Letters*, 1970, 16, 413.
- [6] ROY (D.), *Calcul de distribution d'énergie pour le monocinétron*, Rapport interne N° 302-70-1, C. R. A. M., Faculté des Sciences, Université Laval, Québec, Canada (1970).
- [7] MARMET (P.), *Rev. Sci. Instr.*, 1968, 39, 1932.
- [8] HARROWER (G. A.), *Rev. Sci. Instr.*, 1955, 26, 850.