Étude du phénomène d'hystérésis observé sur les jonctions josephson à deux contacts faibles

O. Jaoul

► To cite this version:

O. Jaoul. Étude du phénomène d'hystérésis observé sur les jonctions josephson à deux contacts faibles. *Revue de Physique Appliquée*, 1970, 5 (6), pp.885-894. 10.1051/rphysap:0197000506088500 . jpa-00243469

HAL Id: jpa-00243469

<https://hal.science/jpa-00243469>

Submitted on 1 Jan 1970

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ÉTUDE DU PHÉNOMÈNE D'HYSTÉRÉSIS OBSERVÉ SUR LES JONCTIONS JOSEPHSON A DEUX CONTACTS FAIBLES

par O. JAOUL

Service de Physique des Solides (*), Faculté des Sciences, 91, Orsay

(Reçu le 28 mai 1970, révisé le 2 octobre 1970)

Résumé. — Sur des jonctions du type Clarke destinées à être incorporées dans un circuit potentiométrique pour mesurer de très basses tensions, nous observons à certaines températures souvent plus basses que 4 °K un phénomène d'hystérésis, lié à la disparition de la figure d'interférence de cette jonction. Nous proposons un modèle simple pour rendre compte de ce phénomène et justifier d'un nouveau type de jonction qui sera décrite dans un prochain article.

Abstract. — On Clarke junctions made to be incorporated in a potentiometric circuit in order to measure very low voltages, a hysteresis phenomenon is observed at some temperatures often lower than 4 °K. This phenomenon is connected with the disappearance of the interference characteristic of the junction.

We propose a simple model to explain this hysteresis and justify a new type of junction which will be described in another paper.

Nous décrivons dans cet article comment une jonction Josephson contenant 2 contacts faibles peut présenter un phénomène d'hystérésis sur sa caractéristique de polarisation, en l'absence de tout champ magnétique appliqué de l'extérieur.

Ce phénomène est attribué à un piégeage de flux magnétique engendré par le courant de polarisation lui-même, et piégé entre les 2 contacts faibles.

Nous discutons alors les conditions de stabilité en énergie de ce système et montrons dans quelles conditions l'on pourra obtenir ce phénomène d'hystérésis. Enfin, nous analysons l'effet de changements de température sur ce phénomène.

1. Observation expérimentale. — 1) Nous préparons des jonctions doubles selon la méthode de Clarke [1] (Fig. 1), pour ensuite les utiliser comme détectrices de variations de courant [2] dans un circuit potentiométrique décrit par Mac Wane [3].

Un fil de Niobium, de diamètre 0,2 mm, oxydé naturellement à l'air et souvent de surface irrégulière est entouré d'une goutte d'un alliage PbSn (diamètre 5 mm), ou d'une mince couche de Plomb évaporé. Typiquement, les résistances à 300 °K de ces jonctions, sont comprises entre 0,05 et 1 Ω et ceci correspond à des courants critiques à 4 °K de quelques 100 μ A à quelques mA. Ces jonctions se dégradent dans le temps (durée de vie : 1 mois) par évolution de la

(*) Laboratoire associé au Centre National de la Recherche Scientifique.

FIG. 1. — L'interféromètre de Clarke : fil de Nb et goutte de soudure PbSn : la coupe longitudinale aggrandie montre la disposition des 2 contacts principaux.

Cette jonction est polarisée par un courant $i = i_a$ et soumise à un champ magnétique par l'intermédiaire du courant I_H circulant le long du fil de Niobium.

couche d'oxyde et de la pression des contacts faibles. Elles sont très sensibles à la présence d'humidité et surtout à la façon, douce ou brutale, de les refroidir pour la première fois (Jaoul [2]). Une jonction qui a résisté à la première trempe pourra ensuite être réutilisée pendant un certain temps (plusieurs trempes) sans dégradation trop rapide de ses caractéristiques (facteur 2 après 10 trempes).

Les jonctions sont polarisées par un courant $i = i_\alpha$ (Fig. 1), tandis que l'on mesure la tension $V(i_\alpha)$ aux bornes de la couche d'oxyde. L'existence de deux ou plusieurs contacts faibles à travers cet oxyde se traduit par le fait que

$$\begin{array}{lll} V(i_\alpha) \equiv 0 & \text{tant que} & i_\alpha \leq i_\alpha \text{ max} \\ V \neq 0 & \text{pour} & i_\alpha > i_\alpha \text{ max} . \end{array}$$

Par application d'un courant I_H le long du fil central de Niobium, on génère dans la couche d'oxyde un champ magnétique dont le rôle est de modifier la tension V si, initialement,

$$i_\alpha > i_\alpha \text{ max} .$$

La courbe $V(I_H)$ présente généralement une structure oscillante typique d'un phénomène d'interférences.

Sur la figure 1, nous avons dessiné une coupe longitudinale de la jonction d'après ses propriétés électriques. En général, 2 contacts faibles, distants de 2 mm (la goutte de soudure a un diamètre de 5 mm, et le fil de Nb : $\varnothing = 0,2$ mm) sont disposés de telle façon qu'ils forment avec les deux supraconducteurs une boucle inductive de quelque 10^{-12} Henry.

Le rôle du courant I_H est en fait d'induire un champ magnétique H normalement au plan de l'inductance formée par les deux contacts faibles (coupe longitudinale Fig. 1). Pour connaître les propriétés interférométriques des jonctions avec H , de nombreux auteurs étudient l'évolution du « courant critique »

$$i_\alpha \text{ max} \quad (\text{à la limite de } V = 0) \quad \text{avec } H .$$

Nous étudions $V(I_H)$ à courant de polarisation i_α constant ($i_\alpha > i_\alpha \text{ max}$).

Nous fabriquons ces jonctions pour les utiliser comme détectrices de courant dans un circuit potentiométrique décrit par Mac Wane [3] : deux tensions sont opposées l'une à l'autre par l'intermédiaire du fil de Niobium entouré de la goutte de soudure. Un petit déséquilibre entre ces deux tensions opposées se traduit par un faible courant I_H circulant dans le fil de Niobium, et ceci est repéré par une forte variation de la tension V aux bornes de la jonction.

Pour pouvoir fonctionner en détectrice de courant I_H , la jonction doit donc montrer une bonne figure d'interférences $V(I_H)$. Or, celle-ci disparaît dès qu'apparaît le phénomène d'hystérésis sur la caractéristique $V(i_\alpha)$.

Les caractéristiques $V(i_\alpha)$ et $V(I_H)$ que nous observons à diverses températures sont totalement conformes à ce qui a déjà été publié souvent dans la littérature [1, 3, 4]. Nous nous bornerons ici à ne décrire que les caractéristiques de jonctions inutilisables pour le potentiomètre et présentant le phénomène d'hystérésis.

2) La figure 2 montre les caractéristiques d'une jonction fonctionnant en interféromètre à toute température. Nous présentons cette caractéristique qui

FIG. 2. — Courbes $V(i_\alpha)$ et $V(I_H)$ correspondantes A : 4,2 °K B : 3,04 °K C : 1,27 °K ($R_{300} \text{ °K} = 0,75 \Omega$).

est loin d'être une des plus prononcées par rapport à toutes les jonctions que nous avons préparées, pour montrer que cette jonction est en fait triple (3 contacts faibles) (Debruyne Ouboter. [4]). Environ une jonction sur 5 présente une amplitude $V(I_H)$ à 4,2 °K très prononcée (60 μV) pour une période en I_H de 2 ou 3 mA. Ces jonctions sont telles que

$$\left(\frac{\partial V}{\partial i_\alpha} \right)_{i_\alpha \approx i_\alpha \text{ max}} \sim 0,1 \text{ V/A} .$$

Dans les conditions précédentes, l'évolution du courant critique i_c avec la température suit sensiblement la loi [5] :

$$i_\alpha \text{ max}(T) \propto \frac{\pi \Delta(T)}{2 e R_n} \text{th} \frac{\Delta(T)}{2 K T} \quad (1)$$

où $\Delta(T)$ est l'énergie de liaison des paires de Cooper, R_n la résistance de la jonction dans l'état normal. Le résultat d'Ambegaokar n'est valable que dans le cas d'une densité d'états BCS où $\Delta(T)$ représente aussi la bande interdite.

3) La figure 3 montre une jonction bonne à 4,2 °K mais présentant ce phénomène d'hystérésis à 1,11 °K. L'apparition d'hystérésis sur $V(i_\alpha)$ se produit en même temps que la disparition de la structure périodique $V(I_H)$.

L'expérience nous amène à formuler quelques remarques :

a) Parler de courant critique $i_\alpha \text{ max}$ au sens d'Ambegaokar pour une jonction avec hystérésis n'a plus de

FIG. 3. — Courbes $V(i_\alpha)$ (a) et $V(I_H)$ (b) d'une jonction de Clarke montrant le phénomène d'hystérésis en dessous de 2 °K.

(1) 4,2 °K ; (2) 2,08 °K ; (3) 1,66 °K ; (4) 1,11 °K.

Les régions ABC sont respectivement dominées par un courant de paires seul, un mélange de paires et d'électrons, un courant d'électrons seul ($R_{300\text{ °K}} = 0,22\ \Omega$) (V typiquement en mV sur 3(a)). Les caractéristiques $V(I_H)$ sont tracées à courant i_α constant. Le point de polarisation est marqué d'une croix sur les courbes $V(i_\alpha)$.

sens, le courant maximum i_α tel que $V = 0$ dépend du sens de parcours de cette caractéristique.

b) Si l'on peut encore parler de courant critique (pour $V = 0$) pour le sens des i_α croissants, l'évolution de ce courant critique avec la température ne suit absolument pas la loi d'Ambegaokar et Baratoff (1).

c) Dans la région de la boucle d'hystérésis, toute excitation extérieure (impulsion électrique, mécanique..., etc...) fait transiter la jonction avec un temps de commutation très rapide entre la région « normale » et la région de tension nulle.

4) Nous suggérons alors, pour expliquer cette irréversibilité, qu'il existe un processus de piégeage de flux magnétique dans la couche d'oxyde.

D'où provient ce flux ? En l'absence de tout champ magnétique appliqué de l'extérieur, et pour un courant I_H nul, seul, le courant i_α de polarisation lui-même, peut être responsable de ce flux circulant à travers l'inductance formée par les deux contacts faibles.

Comment est piégé ce flux ? Les irrégularités des surfaces des supraconducteurs et les deux contacts faibles eux-mêmes apparaissent comme étant des points d'ancrage des lignes de flux et la quantité de flux piégé dans l'inductance est fonction de l'histoire de la jonction et de sa disposition géométrique.

II. Le modèle. — A. — Dans la région de tension nulle, le processus Josephson (le contrôle de la phase relative des 2 supraconducteurs par les 2 jonctions) est prédominant. A ce processus est associée une énergie stockée par chacune des 2 jonctions (Josephson [7]). L'étude de cette énergie stockée, la possibilité de glissements de phase pour minimiser cette énergie pour une valeur du courant i_α de polarisation sont

insuffisants pour expliquer l'hystérésis observée.

Il faut alors faire intervenir une énergie supplémentaire (dans l'état à tension nulle) stockée par la boucle supraconductrice contenant les 2 contacts faibles.

L'étude d'un contact faible en série avec une inductance a été faite par Mac Cumber [6 et 8]. Les conclusions importantes que l'on peut tirer de cette étude sont de 2 types :

— Possibilité de glissements de phase entre les 2 supra-conducteurs.

— L'existence d'une inductance permet de définir un temps de commutation dont la valeur est fonction de cette inductance.

B. CAS DES 2 CONTACTS FAIBLES EN PARALLÈLE. —

1) Reprenant les idées de Mac Cumber [8] et de Zimmerman et Silver [9] concernant un contact faible situé dans une boucle résistive, nous cherchons maintenant à étudier le piégeage du flux magnétique par une boucle supraconductrice contenant deux contacts faibles (Fig. 4). On supposera que l'inductance L de cette boucle est parfaitement couplée aux deux contacts faibles (Clarke [1]). La figure 1 montre le détail des contacts faibles dans la goutte de soudure de Clarke. Du point de vue ordre de grandeur $L \sim 10^{-12}$ H ; I_1 et $I_2 \sim 1$ mA pour un fil de Niobium de diamètre 2/10 mm et une goutte de soudure de 5 mm de diamètre. Pour se rapprocher de la réalité, nous introduisons dans ce modèle des dissymétries : supposons que les courants critiques des deux contacts faibles soient I_1 et I_2 ($I_1 \neq I_2$) et que, de plus, le courant i_α de polarisation soit disposé de telle façon qu'en absence de tout courant de circulation, il engendre dans la boucle un flux Mi_α . Le flux

FIG. 4. — Disposition géométrique de l'interféromètre correspondant à la définition de l'équation (7); (a) $M \ll L$; (b) $M \sim L$; (c) $M \sim L/2$ (symétrie).

piégé par la boucle en présence d'un courant i_β de circulation, est : (Fig. 4)

$$\Phi = Li_\beta + Mi_\alpha. \quad (2)$$

Nous n'envisagerons de traiter le problème de piégeage du flux Φ que dans la région non résistive de l'interféromètre. C'est-à-dire

$$i_\alpha \leq (i_{\alpha\text{max}}) \leq I_1 + I_2 \quad (3)$$

où $(i_{\alpha\text{max}})$ est le courant tel que la jonction passe de l'état de tension nulle à l'état de tension non nulle. La figure 4 schématise la dissymétrie géométrique concernant la circulation du courant i_α (dissymétrie $M \neq L/2$, symétrie $M = L/2$), associée à la dissymétrie électrique ($I_1 \neq I_2$) (ou symétrie $I_1 = I_2$). Nous allons utiliser une relation fondamentale pour calculer le flux piégé : la somme algébrique des déphasages $\phi(t)$ invariants de jauge de chacun des contacts faibles en série dans la boucle doit être égale, modulo 2π , au flux total traversant la boucle, divisé par le facteur $\Phi_0/2\pi$. (Φ_0 quantum de flux)

$$\sum \phi(t) = 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} = 2\pi\varphi \quad (4)$$

contacts faibles en série.

Chacune des deux jonctions obéit à la relation reliant le déphasage invariant de jauge et le courant de paires qui la traverse

$$i_\alpha + i_\beta = I_1 \sin \phi_1(t) \quad (5)$$

$$-i_\beta = I_2 \sin \phi_2(t) \quad (6)$$

le signe moins provenant de ce que l'espace est orienté concernant les phases, ou encore que i_α et i_β sont les courants de maille de Kirchhoff

Alors

$$2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} = \arcsin \frac{i_\alpha + i_\beta}{I_1} - \arcsin \frac{i_\beta}{I_2} = f(\varphi). \quad (7)$$

2) La solution $\Phi = \Phi_0 \varphi$ de flux piégé par la boucle supraconductrice dépend de la valeur de l'inductance L , du paramètre M , élément de dissymétrie, et des valeurs relatives de I_1 et I_2 . Une résolution graphique de l'équation (7) permet de retrouver qualitativement le comportement des jonctions que nous avons étudiées.

Nous exprimons tout, et en particulier i_β , en fonction des paramètres φ , i_α , M et L , I_1 et I_2 . Compte tenu de (2) on trace $f(\varphi)$ en fonction de φ/L . Il faut remarquer que la valeur numérique du membre de droite de (7) est périodique modulo 2π . Les solutions pour diverses valeurs de L sont affines les unes des autres par une affinité d'axe φ/L . Enfin, par des considérations de symétrie, la droite $2\pi\varphi$ (membre de gauche) pourra être remplacée par 2 demi-droites passant par l'origine.

La droite de pente proportionnelle à L , passant par l'origine, coupe ces réseaux de courbes et le nombre d'intersections, ou de solutions de φ (ou de flux stockable par l'interféromètre en régime non résistif) sera d'autant plus élevée que L sera élevée.

La figure 5 correspond à la résolution du problème

FIG. 5. — Solutions de l'équation (7) $I_1 = 1 \text{ mA}$ $I_2 = 2 \text{ mA}$ $M = 0$ pour $i_\alpha = 0$ (points); 1 mA (traits); 2 mA (continu); 3 mA (croix) et pour $L = 2 \times 10^{-13} \text{ H}$ (A); $5 \times 10^{-13} \text{ H}$ (B); $1,92 \times 10^{-12} \text{ H}$ (C).

pour $I_1 = 1 \text{ mA}$ $I_2 = 2 \text{ mA}$ $M = 0$ et 3 valeurs de selfs. Chaque courbe est tracée à $i_\alpha = \text{CSTE}$ ($i_\alpha = 0$; 1 ; 2 ; 3 mA).

CAS PARTICULIERS. — a) Les coordonnées des courbes à $i_\alpha = I_1 + I_2$ sont

$$y = 2 \pi \varphi = (2n + 1) \pi ;$$

$$x = \varphi(I_1 + I_2) = \frac{MI_1 - (L - M)I_2}{\Phi_0}.$$

b) A la limite, pour $L \rightarrow \infty$, cette droite se confond avec l'axe des ordonnées (y).

La solution $\varphi(i_\alpha)$ dans cette limite est alors

$$x = \varphi(i_\alpha) = 0 \quad \forall i_\alpha,$$

avec

$0 < i_\alpha < |i_\alpha|_{\max} = I_1 + I_2$ (cas $I_1 = I_2$ $M = L/2$)
 $0 < i_\alpha < |i_\alpha|_{\max} < I_1 + I_2$ dans tous les autres cas (I_1 I_2 M).

c) Le cas $L = 0$ n'est physiquement pas intéressant relativement au fonctionnement de l'interféromètre qui, de par sa nature même doit être inductif.

REMARQUES. — Les valeurs possibles de φ ou la quantité de flux stockée dans la boucle ne sont pas automatiquement entières comme Anderson le fait remarquer déjà dans le cas d'une simple jonction [10] et Mac Cumber dans le cas d'une simple jonction en série avec une inductance [6].

On voit aussi que le courant supraconducteur maximal possible dans l'interféromètre, $|i_\alpha|_{\max}$ ne pourrait être égal à $I_1 + I_2$ que pour des valeurs bien déterminées de L . En dehors de ces valeurs, $|i_\alpha|_{\max} < I_1 + I_2$. Cette valeur de $|i_\alpha|_{\max}$ est la valeur i_α de polarisation telle que le flux Φ stocké dans l'inductance est stationnaire vis-à-vis de i_α compte tenu du fait que l'interféromètre est dans une région encore non dissipative ($V = 0$) ; $i_\alpha = |i_\alpha|_{\max}$ pour une des solutions de $\partial i_\alpha / \partial \varphi = 0$ vis-à-vis de (7).

D'un spécimen à l'autre, dans le cas des jonctions à boule de soudure, la géométrie des arrivées de courant change, et le paramètre M est malaisé à définir expérimentalement. Désormais, nous choisirons une dissymétrie telle que $M \ll L$.

C. Considérations sur l'énergie stockée. — 1. HYPOTHÈSE DE DÉPART. — Sur la figure 3 (a) nous distinguons 3 zones, A, B, C.

A. Région de tension nulle : le courant de paires court-circuite le courant d'électrons au niveau des 2 contacts.

C. Région « normale » purement résistive

$$R_n = \lim \left(\frac{V}{i_\alpha} \right) \sim R_{300 \text{ °K}}$$

pour $i_\alpha \rightarrow \infty$. Dans cette région nous négligeons l'effet du courant de paires à travers les deux contacts faibles devant l'effet dû à un très fort courant d'électrons normaux.

B. Une région de raccordement liée à l'effet Josephson alternatif où les 2 courants de paires et d'électrons coexistent.

Dans cette région, on peut encore définir des phases des 2 supraconducteurs, mais moyennées dans les temps $\langle \varphi_1(t) \rangle$ et $\langle \varphi_2(t) \rangle$ [8].

Pour simplifier notre modèle, nous négligerons d'abord la région transitoire B, et ceci est souvent justifié par l'expérience. L'hystérésis observé correspond souvent au passage brutal directement des régions A $\rightleftharpoons$ C. Par la suite, d'après des remarques de Mac Cumber, nous verrons comment faire intervenir cet effet Josephson alternatif dont la forme (B) est très influencée par l'impédance alternative de l'interféromètre (ici couplage inductif), et qui modifie aussi de façon importante les temps de commutation du passage A $\rightleftharpoons$ C.

2. LE PROCESSUS DE STOCKAGE DE FLUX. — Nous suivrons par exemple le modèle simplifié expliqué par Debruyne-Ouboter [11] et Anderson [10]. En résumé :

Si l'interféromètre se trouve dans un état de tension nulle, c'est que les courants $i_1 = i_\alpha + i_\beta < I_1$; $i_2 = i_\beta < I_2$ (Fig. 4) se répartissent de façon à minimiser l'énergie magnétique stockée vis-à-vis du courant pilote i_α . Des tores de flux créés au niveau de chacun des 2 contacts faibles pénètrent dans l'inductance L (courant de circulation i_β) au fur et à mesure que i_α augmente. Quand l'interféromètre arrive dans son état de tension non nulle (effet Josephson alternatif), c'est que ($i_1 > I_1$ $i_2 = I_2$) ou ($i_1 = I_1$ $i_2 > I_2$) et ceci alternativement, à la fréquence $\omega = 2 \text{ eV}/\hbar$. Ainsi chaque contact faible est traversé par ω tourbillons de flux par seconde (région B de la Fig. 3). Il faut alors parler de flux stocké moyenné dans le temps. Quand l'interféromètre est soumis à une trop forte tension, le concept de cohérence de phase d'Anderson n'existe plus, il n'y a plus de courant de paires et le flux stocké par l'inductance L est directement proportionnel à i_β calculé par la loi de Kirchhoff.

Les lignes toriques de flux, générées et entourant chaque contact doivent se refermer sur elles-mêmes. Celles-ci sont prisonnières entre les 2 supraconducteurs, diamagnétiques parfaits. Ainsi, les 2 contacts faibles apparaissent comme des points d'ancrage du flux stocké dans l'inductance L . On peut alors imaginer que pour les courants i_α croissants l'apparition d'un champ électrique pour $i_\alpha \geq i_A$ soit retardée par un frottement F_s « statique » des lignes de flux sur les faces des 2 supraconducteurs et que le retour d'un régime dynamique pour les courants i_α décroissants (frottement dynamique $F_D < F_s$) vers l'équilibre se fasse pour $i_\alpha < i_A$.

3) ENERGIE INTERNE EMMAGASINÉE PAR LES 2 CONTACTS FAIBLES. ($V = 0$). — Si φ_1 et φ_2 sont les différences de phase aux bornes respectivement des contacts 1 et 2, chacun de ces contacts emmagasine une énergie interne

$$E_K = \frac{\hbar I_K}{2e} (1 - \cos \varphi_K) \quad K = 1, 2. \quad (8)$$

Au total, l'énergie stockée par les 2 jonctions est

$$E_{\text{junct}} = \frac{\hbar}{2e} (I_1(1 - \cos \varphi_1) + I_2(1 - \cos \varphi_2)). \quad (9)$$

On peut associer à chacun de ces 2 contacts faibles, une inductance interne (Anderson [10])

$$L_K^{\text{eff}} = \frac{\hbar}{2e} \frac{1}{I_K}. \quad (10)$$

L'énergie E_{junct} est oscillante avec φ par l'intermédiaire des relations $\varphi_K(\varphi, i_\alpha)$ (cf. (5), (6), (7) et Fig. 5). Elle peut prendre plusieurs valeurs pour i_α donné. De plus, elle ne dépend pas explicitement de L (voir (9)), mais seulement implicitement et de façon peu prononcée par (2) et (7); $E_{\text{junct}}(i_\alpha)$ pourra être négligée devant l'énergie stockée par l'inductance L couplant ces 2 contacts faibles dès que

$$L > L_1^{\text{eff}}, L_2^{\text{eff}}.$$

4) ENERGIE STOCKÉE PAR L'INDUCTANCE COUPLANT LES 2 CONTACTS ($V = 0$). — Aucun champ magnétique extérieur n'est appliqué à l'interféromètre. La figure 5, solution de l'équation (7) pour $M = 0$ $I_1 = 1$ mA $I_2 = 2$ mA permet de déterminer pour un choix de L (par exemple $1,92 \times 10^{-12}$ H) la solution d'énergie stockée E_L par l'inductance

$$E_L = \frac{1}{2} \frac{\phi_0^2}{L} \varphi^2. \quad (11)$$

Toutes les solutions sont tracées sur la figure 6, les déterminations α et $\pi - \alpha$ des arcs-sinus de la formule (7). Sur cette figure 6 est incorporée la correction d'énergie stockée par les 2 contacts faibles ($E_{1,2}^{\text{junct}}$ n'est ici pas négligeable devant E_L pour cette valeur choisie de L). Sur cette figure nous avons tout dessiné, solutions stables et instables (pour $\partial E / \partial i_\alpha < 0$).

BILAN D'ÉNERGIE DANS LA RÉGION DE TENSION NULLE : $E_{\text{SUPRA}} = E_{\text{JUNCT}} + E_L$. — Nous avons fait ce traitement en supposant la tension nulle, c'est-à-dire que le courant de paires court-circuitait le courant de quasi-particules. Dans cette « région », la façon dont l'énergie est emmagasinée dépend uniquement des phases imposées par les deux contacts faibles.

5) FLUX STOCKÉ DANS LA RÉGION « NORMALE ». — Nous faisons l'hypothèse inverse de la précédente :

FIG. 6. — Courbe $E(i_\alpha)$, énergie stockée par la self L et les 2 contacts faibles dans les conditions de la figure 5, dans le régime de conduction par paires (E_S trait plein). Etat d'énergie du même système dans le régime de conduction par électrons (E_N pointillé) ($L = 1,92 \times 10^{-12}$ H). Pour i_α croissant, le chemin suivi est ABCDE, pour i_α décroissant EFGHJ.

le courant d'électrons régit pratiquement à lui seul la distribution des courants entre les 2 contacts faibles (Fig. 3 (a), région C). Ainsi, le courant de paires n'impose plus de condition quant aux phases. Cette approximation brutale (passage de l'état supraconducteur à l'état purement résistif) élimine en fait la difficulté d'une transition lente d'un état à l'autre par l'effet Josephson alternatif. Il faudrait de plus ajouter dans le bilan d'énergie, une dissipation de puissance par effet Joule et par rayonnement (effet Josephson AC). Dans l'état purement « normal », on peut évaluer les résistances de chacun des 2 contacts faibles (relation (1))

$$R_1 \propto \frac{1}{I_1} \quad R_2 \propto \frac{1}{I_2}$$

soit

$$R_n \propto \frac{1}{I_1 + I_2}. \quad (12)$$

La répartition du courant d'électrons se fait alors simplement suivant une loi de Kirchhoff. Dans la géométrie choisie ici ($M = 0$) $I_1 = 1$ mA $I_2 = 2$ mA,

l'énergie magnétique stockée par l'interféromètre sera :

$$E_N = \frac{L}{2} \left(\frac{I_2}{I_1 + I_2} \right)^2 i_\alpha^2. \quad (13)$$

Nous portons cette courbe sur la figure 6.

Nous ne tenons pas compte de l'effet Joule dissipé au niveau des 2 contacts faibles : en effet, on se place en régime stationnaire où cette dissipation est juste compensée par l'apport de puissance du générateur extérieur.

Remarquons que l'on pourra réaliser la condition $E_N(i_\alpha) \equiv 0 \forall i_\alpha$ par exemple en imposant $I_1 = I_2$, $M = 0,5 L$ (symétries électrique et géométrique), et ceci quelle que soit la valeur de L .

III. Applications du modèle. — A. HYSTÉRÉSIS SUR LA CARACTÉRISTIQUE $V(i_\alpha)$. — En étudiant la figure 6, et compte tenu des comportements expérimentaux des jonctions étudiées, on peut édicter les règles phénoménologiques suivantes : pour i_α donné (source de courant).

1. Entre 2 états d'énergie possible, la jonction choisit l'état le moins énergétique.
2. La jonction ne peut passer d'un état normal à un état supra ou inversement qu'à un point de croisement ou à une discontinuité de la courbe d'état supra.
3. Le système évoluant avec i_α connaît tous ses états d'énergie possibles pour toute valeur de i_α ; pour le passage supra $\rightarrow$ normal, le système attendra de réaliser toutes les possibilités d'être dans l'état supra avant d'entrer dans un état de dissipation (effet Joule).

Ceci nous amène à dessiner la caractéristique de la figure 7 d'après l'exemple de la figure 6.

Parcours	Règle appliquée	Courant i_α	Remarque
A	1	$\nearrow$	
B	(2) 3	$\nearrow$	
C	3	$\nearrow$	Région stable
D	2	$\nearrow$	
E	1	$\searrow$	Instable
F	2	$\searrow$	Région stable
G	1	$\searrow$	Région stable
H	3	$\searrow$	Instable
J	1	$\searrow$	Région stable

FIG. 7. — Caractéristique $V(i_\alpha)$ obtenue dans le cas de la figure 6.

Les chemins aller et retour ne sont pas identiques, les valeurs de i_α pour lesquelles la jonction transite (par exemple D) sont d'autant mieux définies que les intersections des courbes sont plus nettes. Dans le cas de 2 courbes E_{Normal} et E_{Supra} presque tangentes l'une à l'autre (situation par exemple pour

$$I_1 = I_2 = 1,5 \text{ mA}$$

$M = 0$, $L = 0,66 \times 10^{-12} \text{ H}$), la position en i_α est mal déterminée et le processus de commutation peut exister sur une large plage du courant i_α . Une légère impulsion (mécanique, électrique) extérieure, peut faire transiter la jonction, dans un sens comme dans l'autre. Cette remarque est justifiée par l'expérience. Une étude des fluctuations thermiques de la phase $\langle \varphi^2 \rangle$ présente alors un intérêt.

De plus, on voit que l'état de la jonction quant au flux piégé dépend de son histoire. L'état magnétique d'un interféromètre inductif n'est souvent pas le même directement après une trempe dans l'hélium et après un cycle de la caractéristique $V(i_\alpha)$. Ce modèle, très imparfait puisqu'il ne tient pas compte de l'effet Josephson alternatif, permet cependant d'expliquer tous les cas de caractéristiques $V(i_\alpha)$ que nous avons observées.

B. AMÉLIORATION DU MODÈLE : RÉGION DE L'EFFET JOSEPHSON ALTERNATIF. — Nous avons jusqu'à maintenant négligé la région transitoire B. Mac Cumber [6 et 8] a calculé l'influence d'une self sur le comportement alternatif d'une jonction en série avec cette self.

Une conclusion importante du calcul de Mac Cumber peut être résumée de la façon suivante :

a) Une boucle supra contenant un contact faible (de courant critique I_k) peut piéger un flux $n \Phi_0$ (n entier) par valeurs entières si l'inductance L de la boucle est très grande

$$\beta_L = \frac{\Phi_0}{2 \pi L I_k} < 10^{-2}.$$

Le courant critique « experimental » de ce système est $i_\alpha \text{ max} = I_k$.

b) Si l'inductance L est petite ($\beta_L > 1$) et à la limite si $L \rightarrow 0$, c'est-à-dire encore que le contact faible se trouve quasiment court-circuité par la boucle supraconductrice, le flux piégé par cette boucle est égal au flux appliqué (ici : $\Phi = M i_\alpha + L i_\beta$) et la boucle stocke le flux de façon continue. Le courant critique « experimental » de ce système est $i_\alpha \text{ max} = 0$.

c) Pour $10^{-2} < \beta_L < 1$, on réalise une situation intermédiaire entre les deux précédentes. La boucle piège le flux de façon quantifiée $n \Phi_0$ (mais n n'est plus entier) et le courant critique « experimental » est I^{co} ($0 < I^{co} < I_k$). Mac Cumber appelle ce courant : « courant de coupure ».

Nous pourrions considérer que le fait de ne pas tenir compte des phénomènes alternatifs dans notre

modèle, est justifié si la self est suffisamment petite pour que les champs ou les courants alternatifs de circulation dans l'interféromètre soient faibles devant ϕ_0 soit $\beta_L \geq 1$.

Revenant au cas de 2 jonctions faibles en série dans une boucle supra, et dans notre exemple numérique choisi, cela suppose $L \leq 1,5 \times 10^{-13}$ H, valeur faible devant les valeurs expérimentales. Pour des valeurs de self plus élevées, la commutation entre les états A (tension nulle) et B ou C (tension non nulle) ne se fait plus sur tout le domaine $0 < i_\alpha < (i_\alpha)_{\max}$, mais sur un domaine restreint $I^{co} < i_\alpha < (i_\alpha)_{\max}$ [8]; la figure 8 montre comment, dans la géométrie choisie, le courant I^{co} pour notre système à deux contacts faibles est déterminé par la nature de la jonction 2 ($I_2 > I_1$ $M = 0$).

FIG. 8. — $V_k(i_k)$ pour une jonction en série avec une inductance
Cas $L_k < \frac{\Phi_0}{2\pi I_k}$ où $I_k^{co} = 0$; Cas $L_k \geq \frac{\Phi_0}{2\pi I_k}$ où $I_k^{co} \neq 0$.

Ces jonctions sont pilotées en tension. Si maintenant 2 de ces systèmes sont montés en parallèle, avec ($k = 1$, $k' = 2$), on réalise une boucle supra contenant 2 contacts faibles 1 et 2, à condition de choisir $L_1 = 0$. Le courant I^{co} de coupure (courant « critique » expérimental) de l'ensemble de ces 2 jonctions mises en parallèle est alors $I^{co} \sim I_2^{co}$ (Cas $I_2 > I_1$; $M = 0$).

C. La caractéristique $V(i_\alpha)$ a maintenant une forme calculée proche de la réalité expérimentale

$$V(i_\alpha) = [V^{-1}(i_1) + V^{-1}(i_2)]^{-1}.$$

Les diverses courbes possibles $V(i_\alpha)$ sont dessinées figure 9. Presque tous les comportements expérimentaux se trouvent dans ces quatre cas de figure, exception faite :

a) De caractéristiques plus compliquées attribuées à l'apparition d'un 3^e contact faible pour des courants i_α élevés (zone de tension élevée, forts champs électriques, I_1 et I_2 élevés, claquage de l'isolant).

b) Une hystérésis peut aussi apparaître dans la région de tension non nulle, mais en dehors de la zone de commutation ($i_\alpha > |i_\alpha|_{\max}$), figure 3 (3) et 3 (4). Mac Cumber a traité ce cas en étudiant 1 contact faible en série avec la self. L'état de tension non

FIG. 9. — Diverses caractéristiques $V(i_\alpha)$ obtenues compte tenu de la région d'effet Josephson alternatif, pour diverses situations des courbes $E_{\text{supra}}(i_\alpha)$ par rapport à $E_{\text{normal}}(i_\alpha)$ au sens de la figure 6.

nulle (région B) garde un souvenir de cohérence de phase; $\langle \varphi_1(t) \rangle$ et $\langle \varphi_2(t) \rangle$ peuvent encore être définis et être soumis de la même manière que précédemment à notre analyse du phénomène d'hystérésis (Mac Cumber, [6]).

IV. Remarques. — A. MESURE DES INDUCTANCES L , L_1^{eff} , L_2^{eff} . — 1) L'inductance L est trop faible pour être mesurée directement. Dans la mesure où la caractéristique $V(I_H)$ est visible, l'amplitude des oscillations est, pour $I_1 = I_2$

$$\Delta V \leq \left(\frac{\partial V}{\partial i_\alpha} \right) \frac{\Phi_0}{2L} (i_\alpha \sim i_{\alpha \max}) \quad (14)$$

loi qui fut vérifiée par Zimmerman et Mercereau [12] sur des boucles d'inductance élevée et avec un appareil de détection très sensible. La mesure de l'amplitude de ces oscillations permet d'évaluer L . Pour

$$I_1 = I_2 \sim 1 \text{ mA}$$

on trouve

$$L \sim 5 \times 10^{-12} \text{ H},$$

valeur un peu plus faible que celle annoncée par Clarke [5] pour un fil de Niobium de diamètre $5 \times 10^{-3} \text{ cm}$ enserré dans une goutte. La période en I_H des oscillations renseigne aussi sur la valeur de L .

2) L'étude de la cohérence de phase d'un système de 2 jonctions en parallèle dans une boucle inductive montre que le système est stable en phase (Anderson [10]) (Burgess [13]), si les fluctuations de flux associées à l'existence d'une température T non nulle sont telles que

$$< \varphi^2 > \sim \frac{KT}{4 \pi^2 \Phi_0^2} L_{\min} \ll 1 \quad (15)$$

d'après le théorème des fluctuations de Nyquist, avec

$$L_{\min} = \min(L, L_{1,2}^{\text{eff}}). \quad (16)$$

En général on a $L_{\min} \sim L_{1,2}^{\text{eff}} \ll L$; $< \varphi^2 > \sim 10^{-4}$ pour $L_{\min} = 10^{-12} \text{ H}$.

Une étude du bruit de la jonction double, dans un bain d'hélium à température parfaitement fixe permettrait d'atteindre cette valeur $L_{1,2}^{\text{eff}}$. On voit cependant que la faible valeur des inductances mises en jeu dans le circuit fait qu'on ne peut pas envisager de glissements de phase dus à des fluctuations thermiques par exemple dans la figure 6, comme Anderson [10] le décrit.

B. EFFET DE LA TEMPÉRATURE. — Le fait que la caractéristique $V(i_\alpha)$ évolue quand on baisse la température est lié au simple fait que les courants $I_1(T)$ et $I_2(T)$ suivent indépendamment la loi d'Ambegao-kar. $I_1(T)$ et $I_2(T)$ augmentent quand T baisse, de la même façon que le gap $\Delta(T)$ du matériau supraconducteur. Les raisonnements précédents s'appliquent donc à toute température $T < T_c$ et ne sont pas indépendants de celle-ci.

V. Conclusions. — **A. DISPARITION DE LA FIGURE D'INTERFÉRENCES.** — La courbe $V(I_H)$ n'est observable que dans une région de tension non nulle pour $i_\alpha \gtrsim i_{\text{critique}}$, c'est-à-dire précisément dans le domaine de l'effet Josephson alternatif où l'interféromètre garde un souvenir de cohérence de phase.

Si cet interféromètre est construit justement de telle façon que dans cette région il hésite entre plusieurs états de phase possibles, alors, on peut dire que cette condition de cohérence de phase n'est plus réalisée et la structure $V(I_H)$ est plate.

B. QUELLES SONT LES VALEURS DE L TOLÉRABLES POUR ÉVITER L'HYSTÉRÉSIS ET OBTENIR UNE FIGURE D'INTERFÉRENCE? — L'existence d'hystérésis provient du fait que la courbe d'énergie stockée $E_{\text{Supra}}(i_\alpha)$ est coupée de façon non unique par la courbe d'énergie normale $E_{\text{Normal}}(i_\alpha)$ (Fig. 6).

On peut exprimer, au vu de cette figure la condition de non-hystérésis :

a) Supposant $L > L_{1,2}^{\text{eff}}$, nous négligeons l'énergie interne propre de chaque contact. Pour $E_S(i_\alpha) = E_N(i_\alpha)$, on obtient un ensemble de valeurs $\{i_\alpha\}$ possibles pour que la transition Supra $\rightleftharpoons$ Normal soit imaginable, le nombre de solutions dépend de L . La solution correspondant au passage Supra $\rightarrow$ Normal se fait pour

$$\frac{\partial i_\alpha}{\partial E_S} = 0 \quad (17)$$

pour la valeur de E_S la plus élevée satisfaisant à cette relation. Inversement, le passage Normal $\rightarrow$ Supra se fait pour la solution

$$E_N(i_\alpha) = E_S(i_\alpha) \quad (18)$$

pour la valeur de E_S la plus élevée satisfaisant à cette relation.

Si l'on résout l'équation (18) pour trouver toutes les valeurs possibles de i_α au passage Normal $\rightarrow$ Supra

$$i_{\alpha N \rightarrow S}(L),$$

on trouve

$$i_{\alpha NS} = i_{\alpha SN} = i_\alpha \max = 0 \quad \text{pour} \quad 0 < L < L_A \quad (\text{solution unique})$$

$$i_{\alpha NS} = i_{\alpha SN} = i_\alpha \max = I_1 + I_2 \quad \text{pour} \quad L = L_A \quad (\text{solution unique})$$

$$i_{\alpha NS} = i_{\alpha SN} = i_\alpha \max < I_1 + I_2 \quad \text{pour} \quad L_A < L < L_B \quad (\text{solution unique})$$

$$i_{\alpha NS} = i_{\alpha SN} = i_\alpha \max = I_1 + I_2 \quad \text{pour} \quad L = L_B \quad (\text{solution double})$$

solutions pour lesquelles $i_\alpha \max$ est le courant critique de la jonction au sens habituel du terme et pour lesquelles aucun phénomène d'hystérésis n'apparaît (si $0 < L < L_B$).

Au-delà de $L = L_B$, on trouve une série de solutions $i_{\alpha NS} = I_1 + I_2$ pour des valeurs bien déterminées de $L : L_B, L_C, L_D \dots$ pour lesquelles $i_{\alpha NS} = i_{\alpha SN}$ (pas d'hystérésis).

Mais si L n'a pas exactement ces valeurs bien précises, on trouve que

$$i_{\alpha SN} \neq i_{\alpha NS} (i_{\alpha SN} > i_{\alpha NS})$$

et alors apparaît le phénomène d'hystérésis tandis que la figure d'interférences n'existe plus.

Sur l'exemple numérique que nous avons retenu tout au long de cet article

$$L_A = 5 \times 10^{-13} \text{ H} \quad L_B = 25 \times 10^{-13} \text{ H}$$

$$L_{C,D,E,F,\dots} = h \cdot 5 \times 10^{-13} \text{ H} \quad \text{avec} \quad h = 7, 11, 13, 17.$$

En conclusion, l'hystérésis n'apparaît pas pour toute une plage de valeur d'inductance plus une série de valeurs discrètes.

b) Les valeurs discrètes précédemment énoncées pour L ne sont en fait pas si strictes qu'elles en ont l'air. La température différente de $T = 0$ fait que la phase φ est soumise à des fluctuations statistiques.

$\langle \varphi^2 \rangle \sim 10^{-4}$. Ceci n'est pas gênant pour parler encore de cohérence de phase.

Cependant, dans une situation de non-hystérésis, au niveau d'une intersection de $E_S(i_\alpha)$ et $E_N(i_\alpha)$, la pente de ces courbes est telle que φ varie à peu près comme Li_α/ϕ_0 . Pour $L \sim 2 \times 10^{-12}$ H,

on peut dans ces conditions parler d'une définition de i_α telle que $\delta i_\alpha/i_\alpha \sim 1,5$ %.

Cette fluctuation, rapportée sur les courants I_1 et I_2 qui varient comme $\Delta(T)$ permet de définir une bande de température permise où le système (dans la marge $\langle \varphi^2 \rangle \sim 10^{-4}$) ne présente pas d'hystérésis s'il n'en présentait pas à 4,2 °K, pour une valeur bien déterminée de L

$$\frac{\delta \Delta(T)}{\Delta(T)} \sim 1,5 \%$$

soit $0 < T < 0,4 T_c$.

Ceci signifie que si autour de 4,2 °K une jonction double se comporte en bon interféromètre et ne présente pas d'hystérésis, elle continuera à se comporter de même aux températures inférieures si la température critique du matériau utilisé pour construire la jonction est au moins $T_c \geq 10$ °K. Cette condition n'est pas réalisée avec la jonction de Clarke.

Mais si une jonction de Clarke (soudure Pb-Sn $T_c \sim 5$ °K) (valeur typique d'inductance 10^{-12} H) ne présente pas d'hystérésis à 4,2 °K, on peut être assuré qu'elle n'en présentera toujours pas que dans une très faible gamme de température en-dessous de 4,2 °K.

Ceci justifie, en dehors des questions de bruit thermique, l'utilisation de supraconducteurs de haute température critique.

Conclusion. — Ainsi, l'on se rend compte de l'importance, lors de l'élaboration d'un interféromètre, de la forme géométrique de celui-ci (symétrie des arrivées de courant), de la symétrie électrique des 2 jonctions le composant ($I_1 = I_2$ ou non), de la valeur de l'inductance située entre ces 2 contacts et du choix du matériau supraconducteur (T_c élevée).

Pour une utilisation en courant continu, il faudra prendre le plus grand soin pour éviter l'hystérésis, de manière à voir une bonne figure d'interférences dans un large domaine de température. Pour une utilisation en courant alternatif, il faut noter (MacCumber [8] que l'impédance alternative influe sur le temps de commutation et surtout sur la caractéristique de commutation.

Nous avons réalisé à Orsay un nouveau type d'interféromètre aussi simple à construire que celui de Clarke, mais permettant de régler à volonté les paramètres (I_1 I_2 LM) qui interviennent dans notre étude.

Cette jonction, de haute température critique, semble être bien stable et fiable et ses caractéristiques peuvent être ajustées au moment de sa construction. Les résultats semblent très prometteurs et seront décrits dans une publication à venir.

Remerciements. — Je tiens à remercier le Dr I. A. Campbell pour les discussions fructueuses que nous avons eues pour décrire le modèle précédent, ainsi que le Pr. E. Guyon qui m'a très utilement conseillé pour la rédaction de cet article.

Bibliographie

- [1] CLARKE (J.), *Phil. Mag.*, 1966, **13**, 115.
- [2] JAOL (O.), Rapport de Contrat D. G. R. S. T., n° 6700979, nov. 69, sous la responsabilité de J. Friedel et I. A. Campbell.
- [3] McWANE (J. W.), NEIGHBOR (J. E.) and NEWBOWER (R. S.), *Rev. Sc. Instr.*, 1966, **37**, 1602.
- [4] DE WAËLE (A. TH. A. M.), KRAAN (W. H.) and DE BRUYN OUBOTER (R.), *Physica*, 1968, **40**, 302-308.
- [5] AMBEGAOKAR et BARATOFF, *Phys. Rev. Lett.*, 1963, **10**, 486 et **11**, 104.
- [6] McCUMBER (D. E.), *J. A. P.*, 1968, **39**, n° 6.
- [7] JOSEPHSON (B. D.), *Advances in Physics*, 1965, **14**, 419.
- [8] McCUMBER (D. E.), *J. A. P.*, 1968, **39**, n° 7.
- [9] ZIMMERMAN (J. E.) and SILVER (A. H.), *J. A. P.*, 1968, **39**, n° 6.
- [10] ANDERSON (P. W.), *Progress in Low temp Phys.*, vol. 5, chap. 1.
- [11] DE BRUYN OUBOTER (R.) et al., *Physica*, 1966, **32**, 1454, et consulter les références citées à cet endroit (4, 9, 10 a, b).
- [12] ZIMMERMAN et MERCEREAU, *Phys. Rev. Letters*, 1965, **14**, 887.
- [13] BURGESS (R. E.), « Theoretical Aspects of magnetic fluctuations ». Colloque International sur les champs magnétiques faibles d'intérêt géophysique et spatial. Paris, 20-23 mai 1969 (C. N. E. S.).
- [14] JAOL (O.), Un nouveau type d'interféromètre (à paraître).