Effets capacitifs liés à la charge d'espace dans un semi-conducteur avec électrodes bloquantes

R. Meaudre, G. Mesnard

► To cite this version:

R. Meaudre, G. Mesnard. Effets capacitifs liés à la charge d'espace dans un semi-conducteur avec électrodes bloquantes. *Revue de Physique Appliquée*, 1968, 3 (3), pp.257-262. 10.1051/rphysap:0196800303025700 . jpa-00242857

HAL Id: jpa-00242857

<https://hal.science/jpa-00242857>

Submitted on 1 Jan 1968

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

EFFETS CAPACITIFS LIÉS A LA CHARGE D'ESPACE DANS UN SEMI-CONDUCTEUR AVEC ÉLECTRODES BLOQUANTES

Par R. MEAUDRE et G. MESNARD,

Laboratoire d'Électronique et de Physique du Solide, Faculté des Sciences de Lyon.

(Reçu le 20 avril 1967.)

Résumé. — On a calculé la constante diélectrique complexe équivalente d'un semi-conducteur en faisant intervenir les charges d'espace liées aux transferts d'électrons entre le niveau donneur et la bande de conduction.

Abstract. — The equivalent complex dielectric constant of a semiconductor is calculated, taking into account space charges produced by electron transfer between donor level and conduction band.

Introduction. — Soit un semi-conducteur de type n possédant un niveau donneur. Nous nous proposons d'étudier en régime sinusoïdal les effets capacitifs obtenus en tenant compte des transferts d'électrons entre le niveau donneur et la bande de conduction, en négligeant l'influence des trous. Les effets capacitifs associés à des charges d'espace ont déjà fait l'objet de divers travaux, notamment de Jaffé [1], Chang et Jaffé [2], Macdonald [3], mais le cas considéré ici n'a pas encore été traité en détail.

Nous raisonnerons sur un échantillon d'épaisseur $2L$, placé entre électrodes métalliques; les dimensions transversales seront supposées assez grandes pour que l'on ait affaire à un problème à une dimension.

Mise en équation. — Soient $n(x, t)$ et $n_d(x, t)$ les densités électroniques à l'abscisse x et à l'instant t dans la bande de conduction (B.C.) et sur les niveaux donneurs, qui peuvent accepter M_d électrons par unité de volume. Les équations d'évolution sont, en présence d'une densité de courant $J(x)$:

$$(I) \begin{cases} \frac{\partial n}{\partial t} = kn_d - \beta n(M_d - n_d) + \frac{1}{e} \frac{\partial J}{\partial x} \\ \frac{\partial n_d}{\partial t} = -kn_d + \beta n(M_d - n_d) \end{cases} \quad (1)$$

avec :

$$J = ne\mu E + eD \frac{\partial n}{\partial x}$$

en introduisant la probabilité de sortie k des électrons des centres donneurs et le coefficient de recombinaison β des électrons de B.C. avec les centres ionisés; e désigne la valeur absolue de la charge des électrons; μ leur mobilité, D leur coefficient de diffusion.

Aux deux équations précédentes, on peut ajouter l'équation de Poisson, si les fréquences utilisées sont assez faibles :

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{e}{\epsilon} (M_d - n_d - n) = 0 \quad (3)$$

ϵ étant la constante diélectrique du semi-conducteur, que l'on suppose indépendante de la charge d'espace, et v le potentiel.

Bien que le système d'équations (I) ne soit pas linéaire, nous envisagerons des solutions de la forme :

$$\begin{cases} n(x, t) = n_0 + v(x) \exp j\omega t \\ n_d(x, t) = n_{d_0} + v_1(x) \exp j\omega t \end{cases}$$

n_0 et n_{d_0} étant les valeurs de n et n_d en l'absence de tout signal alternatif. On a d'ailleurs :

$$M_d - n_{d_0} - n_0 = 0$$

(neutralité de l'échantillon en tout point). Ceci n'est valable que pour de faibles différences de potentiel appliquées; v et v_1 sont donc petits.

En négligeant les termes contenant le produit vv_1 et en tenant compte du fait que le champ $E \exp j\omega t$ est faible, on obtient le nouveau système :

$$(II) \begin{cases} j\omega v = kv_1 + \beta n_0 v_1 \\ -\beta v(M_d - n_{d_0}) - \frac{n_0 e \mu}{\epsilon} (v + v_1) + Dv'' \\ j\omega v_1 = -kv_1 - \beta n_0 v_1 + \beta v(M_d - n_{d_0}) \end{cases} \quad (1)$$

avec :

$$v'' = \frac{d^2 v}{dx^2}.$$

En tirant v_1 de (II.2) et en portant cette valeur dans (II.1), on trouve pour v l'équation différentielle :

$$v'' - Av = 0 \quad (4)$$

avec :

$$A = \frac{1}{D} \frac{-\omega^2 + \frac{n_0 \mu e}{\varepsilon} (k + 2\beta n_0) + j\omega \left(k + 2\beta n_0 + \frac{n_0 \mu e}{\varepsilon} \right)}{j\omega + \beta n_0 + k} \quad (5)$$

Densité de courant dans l'échantillon — Dans la suite, nous serons amenés à supposer les contacts échantillon-électrodes bloquants, ce qui entraîne la neutralité de l'échantillon; on a donc, quel que soit t :

$$\int_{-L}^{+L} (v + v_1) dx = 0 \quad (6)$$

l'origine des x étant choisie au centre de l'échantillon. L'équation (4) permet de calculer v , et par suite v_1 , et la condition (6) conduit à :

$$v = C \operatorname{sh}(\sqrt{A}x)$$

C étant une constante d'intégration.

L'équation (3) peut aussi s'écrire :

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{e}{\varepsilon} (v + v_1)$$

c'est-à-dire :

$$E(x) = -\frac{e}{\varepsilon} \int (v + v_1) dx + K$$

$V \exp j\omega t$ étant la tension appliquée, la relation :

$$V = -\int_{-L}^{+L} E dx$$

permet de calculer la constante K :

$$K = -\frac{V}{2L} + \frac{Ce}{L\varepsilon} \frac{k + 2\beta n_0 + j\omega}{k + \beta n_0 + j\omega} \frac{\operatorname{sh}(\sqrt{A}L)}{A}.$$

On en déduit :

$$J(x) = n_0 \mu e \left[-\frac{V}{2L} + \frac{Ce}{\varepsilon} \frac{k + 2\beta n_0 + j\omega}{k + \beta n_0 + j\omega} \left(\frac{\operatorname{sh}(\sqrt{A}L)}{LA} - \frac{\operatorname{ch}(\sqrt{A}x)}{\sqrt{A}} \right) \right] + eDC \sqrt{A} \operatorname{ch}(\sqrt{A}x). \quad (7)$$

Il reste à calculer la constante C ; nous nous plaçons dans le cas où les contacts sont bloquants, c'est-à-dire où $J(L) = J(-L) = 0$, quel que soit t . On obtient alors :

$$C = \frac{n_0 \mu \frac{V}{2L}}{\frac{n_0 \mu e}{\varepsilon} \frac{k + 2\beta n_0 + j\omega}{k + \beta n_0 + j\omega} \left(\frac{\operatorname{sh}(\sqrt{A}L)}{LA} - \frac{\operatorname{ch}(\sqrt{A}L)}{\sqrt{A}} \right) + D \sqrt{A} \operatorname{ch}(\sqrt{A}L)}.$$

L'équation (7) donne ainsi la densité de courant en tout point du semi-conducteur. Il faut maintenant calculer le courant dans le circuit extérieur, c'est-à-dire le courant effectivement détecté par les appareils de mesure.

Courant dans le circuit extérieur dû au déplacement des charges internes. — Si $\rho(x, t)$ est la densité volumique de charge, la densité de charge influencée sur les électrodes est :

$$q = \frac{1}{2L} \int_{-L}^{+L} \rho x dx.$$

La densité de courant dans le circuit extérieur est alors :

$$J_{\text{ex}} = \frac{dq}{dt} = \frac{1}{2L} \int_{-L}^{+L} \frac{\partial \rho}{\partial t} x dx.$$

D'après l'équation de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial J}{\partial x} = 0$$

on a donc :

$$J_{\text{ex}} = -\frac{1}{2L} \int_{-L}^{+L} x \frac{\partial J}{\partial x} dx.$$

L'intégration, compte tenu de la double condition $J(L) = J(-L) = 0$, conduit à :

$$J_{\text{ex}} = \frac{1}{2L} \int_{-L}^{+L} J(x) dx$$

c'est-à-dire, après quelques calculs, à :

$$J_{\text{ex}} = \frac{n_0 \mu e V}{2L} \frac{j\omega \left[\frac{\operatorname{th}(\sqrt{A}L)}{L\sqrt{A}} - 1 \right]}{j\omega + \frac{n_0 \mu e}{\varepsilon} \frac{\operatorname{th}(\sqrt{A}L)}{L\sqrt{A}}}. \quad (8)$$

Courant total dans le circuit extérieur. — Au courant précédent, il faut ajouter le courant de déplacement, qui existe même en l'absence de charges; il a pour expression :

$$J_d = -j\omega \frac{\varepsilon V}{2L}$$

et le courant total s'écrit :

$$J_T = J_{ex} + J_d = -\frac{j\omega V}{2L} \frac{n_0 \mu \varepsilon + j\omega \varepsilon}{j\omega + \frac{n_0 \mu \varepsilon \operatorname{th}(\sqrt{A}L)}{\varepsilon}}. \quad (9)$$

Constante diélectrique équivalente de l'échantillon.

— Un condensateur de section unité soumis à une différence de potentiel alternative $V \exp j\omega t$ est traversé par le courant :

$$J_T = -j\varepsilon^* \omega \frac{V}{2L} = -j\omega \frac{V}{2L} (\varepsilon' - j\varepsilon''). \quad (10)$$

L'identification de (9) et (10) conduit à attribuer à l'échantillon une constante diélectrique complexe :

$$\varepsilon' - j\varepsilon'' = \frac{\varepsilon \left(j\omega + \frac{n_0 \mu \varepsilon}{\varepsilon} \right)}{j\omega + \frac{n_0 \mu \varepsilon \operatorname{th}(\sqrt{A}L)}{\varepsilon}} \quad (11)$$

avec :

$$A = \frac{1}{D} \frac{-\omega^2 + \frac{n_0 \mu \varepsilon}{\varepsilon} (k + 2\beta n_0) + j\omega \left(k + 2\beta n_0 + \frac{n_0 \mu \varepsilon}{\varepsilon} \right)}{j\omega + \beta n_0 + k}. \quad (11')$$

Cette constante diélectrique complexe ne traduit pas une propriété locale du semi-conducteur étudié, mais seulement le circuit équivalent vu des électrodes de mesure.

Discussion. — 1. INFLUENCE DE LA FRÉQUENCE. —

Cas extrêmes :

a) $\omega = 0$.

On obtient :

$$\varepsilon'_s - j\varepsilon''_s = \frac{\varepsilon \frac{L}{L_D} \left(\frac{k + 2\beta n_0}{k + \beta n_0} \right)^{1/2}}{\operatorname{th} \frac{L}{L_D} \left(\frac{k + 2\beta n_0}{k + \beta n_0} \right)^{1/2}}$$

avec :

$$L_D = \sqrt{\frac{\varepsilon D}{n_0 \mu \varepsilon}}$$

(longueur de Debye).

On voit que $\varepsilon'' = 0$, ce qui est logique puisque, avec les hypothèses faites (électrodes bloquantes), il n'y a pas de pertes en continu.

Lorsque L/L_D est grand :

$$\varepsilon'_s = \varepsilon \frac{L}{L_D} \left(\frac{k + 2\beta n_0}{k + \beta n_0} \right)^{1/2}. \quad (12)$$

Ce résultat a déjà été obtenu par Macdonald.

b) $\omega = \infty$.

On trouve :

$$\varepsilon'_\infty - j\varepsilon''_\infty = \varepsilon$$

d'où :

$$\varepsilon'_\infty = \varepsilon \quad \text{et} \quad \varepsilon''_\infty = 0.$$

Ce résultat s'explique par l'inertie des déplacements de charges et on voit que la constante diélectrique statique ε'_s est égale à la constante diélectrique ε que l'on mesure en haute fréquence multipliée par :

$$\frac{L}{L_D} \left(\frac{k + 2\beta n_0}{k + \beta n_0} \right)^{1/2}.$$

Valeurs intermédiaires de ω . — Les calculs ont été effectués à l'aide d'un ordinateur IBM 7044, pour diverses valeurs de ω , en faisant varier les différents paramètres, auxquels on a donné des valeurs typiques; ε , μ et D conserveront les valeurs notées sous la figure 1 :

a) Les figures 1 à 4 représentent ε' et ε'' en fonction de ω (échelles logarithmiques, sauf pour ε') pour 4 valeurs de la conductivité $\sigma = n_0 e \mu$; k , β et L ont les valeurs fixes indiquées sur la figure 1. Toutes les grandeurs sont exprimées dans le système MKSA.

FIG. 1. — $\varepsilon = 10^{-10}$; $L = 5 \times 10^{-5}$ m; $\beta = 10^{-14}$ m³ s⁻¹; $k = 10^5$ s⁻¹; $\sigma = 1,6 \times 10^{-10}$ Ω⁻¹ m⁻¹; $\mu = 10^{-3}$ m² s V

$$\varepsilon'_r = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon}; \quad \varepsilon''_r = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon}.$$

FIG. 2. — $\sigma = 1,6 \times 10^{-8}$.

FIG. 3. — $\sigma = 1,6 \times 10^{-6} \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$. FIG. 4. — $\sigma = 1,6 \times 10^{-4} \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$. FIG. 5. — $\sigma = 10^{-4} \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$; $\varepsilon = 10^{-10}$; $L = 5 \times 10^{-5} \text{ m}$
 $\beta = 10^{-4} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$; $k = 10^3 \text{ s}^{-1}$ .FIG. 9. — $k = 10^7 \text{ s}^{-1}$. FIG. 6. — $k = 10^4 \text{ s}^{-1}$. FIG. 7. — $k = 10^5 \text{ s}^{-1} \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$. FIG. 8. — $k = 10^6 \text{ s}^{-1}$.

On remarque que σ agit peu sur la position de la région de relaxation, qui correspond à des fréquences très basses. Cependant, l'amplitude des variations de ϵ' et le maximum de ϵ'' augmentent avec σ .

b) Les figures 5 à 9 donnent les résultats pour 5 valeurs de k ; σ , L et β ont les valeurs indiquées sur la figure 5.

La zone de relaxation se déplace du côté des fré-

FIG. 10. — $\sigma = 10^{-4} \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$; $L = 5 \times 10^{-6} \text{ m}$; $k = 10^5 \text{ s}^{-1}$; $n_0 = 6,25 \times 10^{17} \text{ m}^{-3}$; $\beta = 10^{-12} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$.

FIG. 11. — $\beta = 10^{-13} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$.

FIG. 12. — $\beta = 10^{-4} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$.

FIG. 13. — $\beta = 10^{-15} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$.

FIG. 14. — $\beta = 10^{-16} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$.

quences élevées lorsque k augmente; les autres variations sont peu importantes.

c) Les figures 10 à 14 montrent l'influence de β ; σ , L et k ont les valeurs indiquées sur la figure 10.

On note en particulier le décalage de la zone de relaxation vers les fréquences élevées pour les fortes valeurs de β .

La figure 15 donne, sur le cas particulier de la

FIG. 15.

figure 4, la représentation de Cole et Cole des résultats; on s'écarte légèrement du cercle correspondant à une relaxation du type Debye.

FIG. 16.

$$\sigma = 10^{-4} \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}; \quad \varepsilon = 10^{-10}; \quad k = \beta = 0.$$

d) La figure 16 représente l'influence du rapport L/L_D pour une valeur déterminée de σ ; k et β sont choisis nuls (porteurs libres). La zone de relaxation s'est déplacée vers les hautes fréquences.

2. INFLUENCE DE LA TEMPÉRATURE. — Nous nous bornerons à quelques considérations concernant ε'_s , donné par l'expression (12). A une température donnée, à l'équilibre, k , β , n_{d_0} , n_0 et M_d sont reliés par l'équation :

$$-kn_{d_0} + \beta n_0(M_d - n_{d_0}) = 0 \quad (13)$$

$$\text{en outre :} \quad M_d - n_{d_0} - n_0 = 0$$

$$\text{d'où :} \quad -kn_{d_0} + \beta n_0^2 = 0$$

$$\text{par suite :} \quad k = \frac{\beta n_0^2}{n_{d_0}}.$$

On en déduit :

$$\varepsilon'_s = \varepsilon \frac{L}{L_D} \left(\frac{n_0^2 + 2n_0 n_{d_0}}{n_0^2 + n_0 n_{d_0}} \right)^{1/2}.$$

A basse température, les donneurs sont faiblement ionisés ($n_0 \ll n_{d_0}$) et on a :

$$\varepsilon'_s = \varepsilon \frac{L}{L_D} \sqrt{2} = \varepsilon L \sqrt{2} \sqrt{\frac{n_0 \mu e}{\varepsilon D}}. \quad (14)$$

A plus haute température, $n_0 \gg n_{d_0}$, d'où :

$$\varepsilon'_s = \varepsilon \frac{L}{L_D} = \varepsilon L \sqrt{\frac{n_0 \mu e}{\varepsilon D}}. \quad (15)$$

Du point de vue expérimental, la courbe donnant ε'_s en fonction de $\sqrt{\sigma}$ pour différentes températures doit avoir l'allure donnée par la figure 17.

FIG. 17.

La connaissance de $\varepsilon_\infty = \varepsilon$, $L, \frac{\mu}{D} = \frac{e}{kT}$ permet alors, tout au moins en théorie, de calculer n_0 et la connaissance de σ permet ensuite d'en déduire la mobilité μ . La zone de transition de la courbe $\varepsilon'_s = f(\sqrt{\sigma})$ se trouve au voisinage de la température T_1 telle que $n_0 \simeq n_{d_0}$. On a donc $n_0(T_1) \simeq \frac{M_d}{2}$ et la connaissance de $n_0(T_1)$ permet de déterminer M_d .

La formule (11) montre que, lorsque ε' devient égal à ε , on a $\varepsilon'' = \frac{n_0 \mu e}{\omega}$. L'analyse des courbes donnant ε'' en fonction de la température permet donc d'obtenir l'énergie d'activation de σ , d'où l'on tire la position du niveau donneur.

Conclusion. — Le mécanisme qui a été analysé doit permettre d'expliquer certains phénomènes de relaxation qui ont été observés sur des semi-conducteurs. Il faut toutefois remarquer que le blocage total aux électrodes est une hypothèse extrême, et l'on peut s'écarter quantitativement des résultats théoriques.

On a vu que, lorsque la théorie s'applique, les mesures diélectriques apportent beaucoup de renseignements sur les grandeurs fondamentales caractérisant le semi-conducteur. Dans de nombreux cas, on a d'autres moyens d'atteindre ces grandeurs; par contre, pour des corps relativement isolants, on se heurte à des difficultés expérimentales avec les autres méthodes.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] JAFFÉ (G.), *Phys. Rev.*, 1952, **85**, 354.
- [2] CHANG (H. C.) et JAFFÉ (G.), *J. Chem. Phys.*, 1952, **20**, 1071.
- [3] MACDONALD (J. R.), *Phys. Rev.*, 1953, **92**, 4; *J. Chem. Phys.*, 1958, **29**, 1346, et 1959, **30**, 806.