ÉTUDE DE L'ATTÉNUATION, EN FONCTION DE LA DISTANCE, DU FLUX THERMIQUE PRODUIT PAR UNE SOURCE PONCTUELLE MONOÉNERGÉTIQUE DE NEUTRONS RAPIDES, EN MILIEU HYDROGÉNÉ APPLICATION AU CALCUL DE L'EFFICACITÉ D'UN COMPTEUR DE NEUTRONS

Par M. LE BARS et A. PICOT,

Laboratoire de Physique Théorique et Nucléaire de la Faculté des Sciences de Nancy.

(Reçu le 1^{er} août 1966, révisé le 5 décembre 1967.)

Résumé. — Une méthode théorique simple est donnée pour calculer la variation du flux thermique produit par une source ponctuelle de neutrons rapides, placée en milieu ralentisseur de dimensions finies ou infinies. Le principe consiste à traiter le problème du ralentissement par un raisonnement déduit de la méthode multigroupes dans lequel un seul groupe rapide est envisagé, puis l'équation de diffusion classique est résolue compte tenu de la symétrie sphérique. Le résultat est appliqué au calcul de la variation de l'efficacité d'un compteur de neutrons en fonction de l'énergie. Les courbes théoriques obtenues ont été vérifiées expérimentalement dans un autre travail.

Abstract. — A simple theoretical method is given for calculating the variation of thermal flux produced by a point source of fast neutrons placed in a slowing down medium with finite or infinite dimensions. It employs a line of argument deduced from the multigroup method in which only a fast group is considered, then the classical scattering equation is solved in spherical symmetry. The result is applied to calculate a neutron counter efficiency variation versus the energy. The theoretical curves obtained have been verified experimentally in another paper.

I. Introduction. — Considérant une source ponctuelle de neutrons rapides monoénergétiques, placée en milieu hydrogéné de dimensions infinies, on se propose de déterminer la loi de variation du flux thermique en fonction de la distance.

La théorie du transport permet de traiter rigoureusement ce problème à condition de pouvoir résoudre l'équation de Boltzmann, ce qui n'est pas toujours possible analytiquement en raison du nombre de variables. Cependant, diverses méthodes d'approximation permettent d'approcher la solution de ce problème. Ce sont principalement :

— La théorie de l'âge [1], [2], [3], qui traite le cas du ralentissement des neutrons par des noyaux lourds; elle s'applique donc mal à l'étude d'un milieu hydrogéné.

— La méthode multigroupes [4], [5], qui divise en plusieurs intervalles la bande d'énergie des neutrons comprise entre le niveau d'émission et le niveau thermique. Elle permet de résoudre le problème en ne considérant que des équations de diffusion.

Nous avons envisagé cette méthode dans toute sa généralité, mais nous n'avons pas poursuivi dans cette voie en raison de l'incertitude sur les paramètres

caractérisant le « transport » d'un groupe d'énergie à un autre. Nous avons alors considéré deux groupes, le premier étant compris entre le niveau d'énergie d'émission des neutrons et le niveau thermique. En ce qui concerne le second, ou groupe thermique, nous avons résolu le problème de la diffusion dans toute sa généralité compte tenu de la symétrie sphérique.

Ce découpage présente l'avantage de ne plus introduire qu'un seul paramètre : la longueur de ralentissement, que l'on peut calculer avec précision par la méthode des moments [6], [7].

Nous avons vérifié expérimentalement les résultats de cette étude théorique qui a été entreprise en vue de son application à la mise au point d'un compteur de neutrons [9]. En particulier, nous avons calculé les variations de l'efficacité de ce compteur en fonction de l'énergie.

II. Ralentissement des neutrons rapides. — Nous calculons la densité de ralentissement q au niveau thermique au moyen de la méthode multigroupes [4], [5], en ne considérant que deux groupes d'énergie : un groupe rapide qui comprend les neutrons d'énergie supérieure à l'énergie thermique et un groupe de

neutrons thermiques. Partant de l'équation de diffusion classique, dépendante de l'énergie :

$$\frac{\partial q(r, E)}{\partial E} + \Sigma_a \varphi(r, E) - D \Delta \varphi = S(r, E).$$

Les équations relatives aux deux groupes s'écrivent :

$$D \Delta \varphi + \Sigma_a \varphi = -q_{th} \quad (1)$$

(équation du groupe rapide);

$$D_{th} \Delta \varphi_{th} + \Sigma_{a, th} \varphi_{th} = q_{th} \quad (2)$$

(équation du groupe thermique).

Les coefficients sans indice sont relatifs au groupe rapide, les coefficients d'indice th sont relatifs au groupe thermique :

D : coefficient de diffusion,

Σ_a : section efficace d'absorption.

Les inconnues sont le flux φ et la densité de ralentissement q_{th} . Elles sont liées par une relation de la forme : $q_{th} = \Sigma_r \varphi$ [8, p. 159].

En supposant nulle l'absorption dans le groupe rapide ($\Sigma_a = 0$) et compte tenu des conditions aux limites imposées par un point source au centre d'une sphère de rayon r_0 , le système d'équations (1), (2), donne :

$$q_{th} = \frac{1}{4\pi\tau r} \cdot \frac{1}{\text{Sh } r_0/\sqrt{\tau}} \cdot \text{Sh } \frac{1}{\sqrt{\tau}} (r_0 - r) \quad (3)$$

en posant :

$$\tau = \frac{D}{\Sigma_r} \quad (4)$$

Le cas d'une géométrie infinie est obtenu pour $r_0 \rightarrow \infty$, on a alors :

$$q_{th} = \frac{1}{4\pi\tau} \cdot \frac{e^{-r/\sqrt{\tau}}}{r} \quad (5)$$

Le paramètre τ défini de façon formelle par la relation (3) possède une signification physique simple. En effet, calculons à partir de la formule (5) la distance quadratique moyenne de ralentissement :

$$\overline{r_{th}^2} = \frac{\int_0^\infty r^2 q_{th} 4\pi r^2 dr}{\int_0^\infty q_{th} 4\pi r^2 dr}.$$

Le calcul donne :

$$\overline{r_{th}^2} = 6\tau. \quad (6)$$

Cette relation montre que le paramètre τ est égal au carré de la longueur de ralentissement définie par $\overline{r_{th}^2} = 6L^2$ [6, p. 201].

Pour des neutrons ralentis dans l'eau, elle est calculée par Marshak [6] à partir de l'équation générale du transport par la méthode des moments. Les résultats numériques sont donnés sur la figure 1. Nous avons extrapolé linéairement les valeurs de L au-delà de $E = 5$ MeV.

FIG. 1.

III. Diffusion des neutrons thermiques. — Pour traiter le problème, il suffit de résoudre l'équation de diffusion dans le groupe thermique (équ. (2)). Cependant, au lieu d'envisager un bilan neutronique local qui tient compte en chaque point de la densité de ralentissement, nous allons procéder à un découpage du milieu diffuseur, compte tenu de la symétrie sphérique. La densité de ralentissement étant constante sur des sphères centrées sur le point source, nous supposons que le milieu diffuseur est constitué par la superposition d'une infinité de sphères concentriques de rayon compris entre ρ et $\rho + d\rho$, chacune étant considérée comme une source de neutrons thermiques d'intensité $dQ = 4\pi\rho^2 q_{th}(\rho) d\rho$, soit :

$$dQ = 4\pi\rho^2 \frac{1}{4\pi\tau\rho} \cdot \frac{1}{\text{Sh } r_0/\sqrt{\tau}} \text{Sh } \left(\frac{r_0 - \rho}{\sqrt{\tau}} \right) d\rho. \quad (7)$$

En se plaçant en un point à la distance r de l'origine, on résout l'équation de diffusion $D \Delta \varphi_{th} - \Sigma_a \varphi_{th} = 0$, d'abord pour $\rho > r$, puis pour $\rho < r$ avec les conditions aux limites :

$$\varphi_1(0) \neq \infty \quad \text{et} \quad \varphi_2(r_0) = 0$$

on obtient alors :

$$\varphi_1(r) = \frac{A}{r} \text{Sh } kr; \quad \varphi_2(r) = \frac{B}{r} e^{-kr_0} \text{Sh } k(r_0 - r)$$

en posant $k^2 = \frac{\Sigma_a}{D} = \frac{1}{L_D^2}$, L_D étant la longueur de diffusion. On calcule les constantes A et B en écrivant les conditions aux limites au point ρ :

$$(|J_1| + |J_2|) 4\pi\rho^2 d\rho = dQ$$

$$\varphi_1(\rho) = \varphi_2(\rho)$$

J représentant le courant neutronique :

$$J = -D \left(\frac{\partial \varphi}{\partial r} \right).$$

On obtient finalement pour expressions des flux émis par chaque sphère d'intensité dQ , les expressions :

$$\begin{aligned} d\varphi_1 &= \frac{dQ}{4\pi Dk\rho} \frac{\text{Sh } k(r_0 - \rho)}{\text{Sh } kr_0} \frac{\text{Sh } kr}{r} \\ d\varphi_2 &= \frac{dQ}{4\pi Dk\rho} \frac{\text{Sh } k\rho}{\text{Sh } kr_0} \frac{1}{r} \text{Sh } k(r_0 - r). \end{aligned} \quad (8)$$

Enfin, le flux total au point $M(r)$ est obtenu en faisant la somme des contributions de toutes les sphères élémentaires :

$$\varphi(r) = \int_{\rho=0}^{\rho=r} d\varphi_1 + \int_{\rho=0}^{\rho=r_0} d\varphi_2.$$

Soit :

$$\begin{aligned} \varphi(r) &= \frac{1}{4\pi D\tau} \frac{1}{r} \frac{1}{k^2 - 1/\tau} \\ &\quad \left[\frac{\text{Sh } \frac{1}{\sqrt{\tau}} (r_0 - r)}{\text{Sh } \frac{r_0}{\sqrt{\tau}}} - \frac{\text{Sh } k(r_0 - r)}{\text{Sh } kr_0} \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Cette expression dépendant du paramètre τ qui caractérise l'énergie E des neutrons primaires, nous l'appellerons $\varphi(r, \tau)$ ou $\varphi^E(r)$. En faisant tendre r_0 vers l'infini, on trouve :

$$\varphi^E(r) = \varphi(r, \tau) = \frac{1}{4\pi D\tau} \cdot \frac{1}{k^2 - 1/\tau} (e^{-r/\sqrt{\tau}} - e^{-kr}). \quad (10)$$

IV. Interprétation des résultats théoriques. Comparaison avec l'expérience.

1. ÉTUDE NUMÉRIQUE DES FORMULES THÉORIQUES (9) ET (10). — Les résultats concernant l'exploitation numérique de la formule (10) sont représentés sur la figure 2 : nous avons tracé les courbes de variations de $4\pi r^2 \varphi$ en fonction de la distance pour des sources

FIG. 2.

FIG. 3.

d'intensité 1 neutron par seconde et d'énergie variant par intervalles de 1 MeV entre 1 et 8 MeV.

Sur la figure 3 sont représentées les mêmes courbes mais en géométrie finie ($r_0 = 25$ cm) pour les énergies suivantes :

$$E = 1, 2, 3, \dots, 14 \text{ MeV.}$$

Dans les deux cas, les valeurs numériques des coefficients sont obtenues de la manière suivante [8, p. 105] :

- La longueur de ralentissement des neutrons dans l'eau est donnée par la courbe représentée figure 1 [6] ; on en déduit τ ;
- $k = \frac{1}{L_D}$, L_D étant la longueur de diffusion des neutrons thermiques dans l'eau : $L_D = 2,755$ cm ;
- $D = 0,144$ cm, coefficient de diffusion des neutrons thermiques dans l'eau.

2. COMPARAISON ENTRE LES COURBES THÉORIQUES ET EXPÉRIMENTALES. — Nous avons réalisé des mesures en milieu infini avec une source de PoBe pour vérifier la validité des résultats théoriques.

Pour obtenir l'expression théorique du flux, nous avons utilisé la méthode suivante : nous avons sommé les flux correspondant à des sources monoénergétiques

compte tenu des courbes de la figure 2, ces flux étant affectés de coefficients pondérateurs déterminés par le spectre de la source [10] (nous avons vérifié ce spectre par une méthode de coïncidence). Le résultat est représenté par la courbe 1 de la figure 4 où les ordonnées sont graduées en $4\pi r^2 \varphi_t$ (φ_t : flux théorique).

FIG. 4.

L'étude expérimentale [9] a été faite dans une fosse remplie d'eau dont les dimensions ($2 \times 3 \times 1,5 \text{ m}^3$) rendent peu probable toute fuite de neutrons. La source est immergée au centre et l'on déplace un petit détecteur au trifluorure de bore (LCT 0,1 NE 3/1) dont on mesure le taux de comptage n en fonction de sa position. Les résultats sont représentés par la courbe 2 de la figure 4, où les ordonnées sont graduées en $4\pi r^2 \varphi_{\text{ex}}$ (φ_{ex} : flux expérimental pour une source de 1 n/s).

Nous avons calculé le flux expérimental à partir de la relation suivante :

$$n = \varepsilon \varphi_{\text{ex}} S$$

ε étant l'efficacité du détecteur

$$(\varepsilon = 0,089 \text{ (cp/s)/(n/cm}^2\text{/s)})$$

S l'activité de la source ($S = 0,87 \times 10^6 \text{ n/s}$).

On observe que l'accord entre ces deux courbes (1 et 2, fig. 4) est satisfaisant, mis à part un décalage pour les faibles distances où les dimensions du détecteur et de la source ne sont plus négligeables. On constate que les deux courbes ont la même ordonnée au maximum.

Nous avons en effet pour valeur de $4\pi r^2 n$ en ce point :

$$4\pi r^2 n = 1,96 \times 10^5$$

soit :

$$4\pi r^2 \varphi_{\text{ex}} = \frac{1,96 \times 10^5}{\varepsilon S} = 2,53 \text{ n/s}$$

cette valeur est identique à celle fournie par la théorie.

3. VARIATION DE L'EFFICACITÉ D'UN BLOC DÉTECTEUR DE NEUTRONS EN FONCTION DE L'ÉNERGIE. — a) *Efficacité totale.* — L'étude théorique que nous avons exposée permet de prévoir la réponse en énergie d'un compteur de neutrons constitué de la manière suivante (fig. 5) [9].

Un bloc ralentisseur en paraffine de forme cylindrique (40 cm de diamètre, 50 cm de hauteur) contient parallèlement à l'axe douze détecteurs au bore (LCT 73 NE 40 de 5 cm de diamètre et de 40 cm de longueur utile) groupés de la façon suivante : une couronne extérieure de rayon 12 cm comprend huit détecteurs, les quatre qui restent constituent ce que l'on appelle la couronne intérieure qui a pour rayon 7 cm.

Pour garder la simplicité des expressions théoriques du flux en milieu sphérique, nous pouvons assimiler le bloc ralentisseur cylindrique à une sphère de rayon $r_0 = 24,6 \text{ cm}$ dont le volume est égal à celui du cylindre. Pour un détecteur de la couronne externe, la perte de comptage due à la diminution de l'effet d'Albedo aux extrémités est compensée par une aug-

FIG. 5.

FIG. 6.

FIG. 7.

mentation de cet effet au voisinage du centre (fig. 6).

Nous calculons pour chaque énergie, en fonction de la distance à l'axe du compteur, la variation du flux thermique intégré sur une verticale parallèle à cet axe (fig. 7), soit :

$$Y^E(r) = \int_{z=-20\text{ cm}}^{z=+20\text{ cm}} \varphi^E(z) dz = 2 \int_{z=0}^{z=+20\text{ cm}} \varphi^E(z) dz.$$

Le réseau de courbes correspondant est donné sur la figure 8.

En coupant le volume d'un détecteur de rayon R par une série de plans passant par l'axe du cylindre ralentisseur, on obtient une suite de sections longitudinales rectangulaires de ce détecteur dont la moyenne a pour dimensions $40 \times 4\text{ cm}^2$.

Pour étudier la variation du taux de comptage d'un détecteur en fonction de sa distance à l'axe r_1 , pour une énergie donnée, il suffit d'évaluer l'aire $A(E)$ de la courbe $Y^E(r)$, limitée par deux verticales d'abscisses $(r = r_1 - 2\text{ cm})$ et $(r = r_1 + 2\text{ cm})$.

Nous avons effectué ce calcul pour un détecteur de chaque couronne extérieure et intérieure, soit :

$$A_e(E) = \int_{r=10}^{r=14} Y^E(r) dr \quad \text{et} \quad A_i(E) = \int_{r=5}^{r=9} Y^E(r) dr.$$

Compte tenu du nombre des détecteurs sur chaque couronne, l'efficacité totale est proportionnelle à :

$$\varepsilon(E) = 4A_i(E) + 8A_o(E).$$

FIG. 8.

FIG. 9.

La courbe donnant les variations de ε en fonction de l'énergie E est représentée sur la figure 9.

Nous avons également exploité le réseau de courbes de la figure 3 dans le but de déterminer la variation d'efficacité, en fonction de l'énergie, d'un compteur idéal où le milieu détecteur serait uniformément réparti au sein du milieu ralentisseur. A condition que la longueur de diffusion des neutrons thermiques ne

soit pas altérée, l'efficacité d'un tel compteur varie comme le nombre de neutrons capturés dans le volume du ralentisseur : Σ_a étant la section efficace d'absorption macroscopique du milieu ralentisseur, et $\varphi^E(r)$ le flux thermique correspondant à des neutrons primaires d'énergie E , ce nombre est égal à l'intégrale de $\Sigma_a \varphi^E$ étendue à tout le volume ; il est donc proportionnel à l'aire des courbes de la figure 3 :

$$\varepsilon'(E) = \int_{r=0}^{r=r_0} 4\pi r^2 \varphi^E(r) dr.$$

La courbe donnant les variations de ε' en fonction de l'énergie est représentée sur la figure 9.

Les courbes donnant ε et ε' sont très voisines au-delà de $E = 3$ MeV, ce qui signifie que la disposition géométrique adoptée pour les détecteurs au bore est sensiblement équivalente à une répartition uniforme de l'élément détecteur au sein du milieu ralentisseur.

b) *Efficacité partielle des couronnes intérieure et extérieure.* — Nous montrons dans un autre travail [9] que l'on peut déterminer l'activité d'une source placée au centre du compteur par la connaissance du rapport des taux de comptage des couronnes intérieure et extérieure. Nous avons représenté la variation de ce rapport en fonction de l'énergie de la figure 9. Avec les notations précédentes, ce rapport est égal à $\frac{2A_0}{A_i}$.

Pour tenir compte de l'absence de milieu ralentisseur dans le volume occupé par les détecteurs de la couronne intérieure, nous avons évalué l'efficacité de la couronne extérieure en supposant qu'elle était placée à une distance de l'axe inférieure à la distance réelle d'une quantité qui correspond à la réduction du volume ralentisseur par les détecteurs de la couronne intérieure.

L'ensemble de ces résultats théoriques a été vérifié expérimentalement [9].

V. Conclusion. — L'étude théorique de l'atténuation du flux thermique provenant d'une source mono-

énergétique ponctuelle placée en milieu ralentisseur hydrogéné fini ou infini, que nous venons de développer, permet, par son exploitation simple, de prévoir théoriquement avec une bonne précision certains résultats expérimentaux [9] tels que :

— La courbe de variation du taux de comptage d'un détecteur de neutrons thermiques, placé en milieu infini hydrogéné, en fonction de sa position par rapport à une source dont le spectre énergétique est compris entre 0 et 14 MeV.

— Les variations, en fonction de l'énergie de la source utilisée, de l'efficacité d'un compteur de neutrons comportant des détecteurs de neutrons thermiques répartis dans un milieu ralentisseur. Cette étude permet également de prévoir la disposition géométrique des détecteurs de façon à pouvoir déterminer simultanément l'énergie moyenne et l'activité de la source [9]. D'une manière générale, les résultats de cette étude s'appliquent aux expériences concernant l'étalonnage de sources de neutrons, soit par comptage direct dans un volume ralentisseur donné, soit par activation d'une solution présentant une section efficace de capture, aux neutrons thermiques, suffisante (sulfate de manganèse par exemple) pour permettre l'étude de la radioactivité induite.

Remerciements. — Nous sommes heureux de remercier MM. Ambrosino, Directeur du Laboratoire de Physique des Rayons X, et Felden, Directeur du Laboratoire de Physique Théorique et Nucléaire de la Faculté des Sciences de Nancy, pour l'attention qu'ils ont portée à ce travail et les conseils utiles qu'ils nous ont donnés au cours de sa réalisation.

Nous remercions également M. Haug, chargé de recherches au C.N.R.S., pour les remarques et les suggestions intéressantes qu'il nous a faites.

Nous témoignons enfin notre gratitude au C.E.A. pour l'aide matérielle qu'il a bien voulu nous accorder pour la poursuite de nos expériences.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] FERMI (E.), A.E.C.D., 2664, 1951, chapitre VI, (éd. JG, Berkeley).
- [2] PLUGGE (S.), *Physik. Z.*, 1943, **44**, 493.
- [3] WALLACE (P. R.) et LE CAINE (J.), A.E.C.L., 336, 1943.
- [4] EHRLICH (R.) et HARWITZ (H.), *Nucleonics*, 1954, **12**, 2, 23.
- [5] MANDL (M. E.) et HOWLETT (J.), Genève, 1955, 430 vol., 5433.
- [6] MARSHAK (R. E.), The slowing down of neutrons, *Rev. Mod. Phys.*, 1947, **19**, 185.
- [7] VERDE et WICK, *Phys. Rev.*, 1947, **71**, 852.
- [8] BECKURTZ et WIRTZ, *Neutron Physics*.
- [9] PICOT, LE BARS et HAUG, Étude d'un compteur de neutrons à efficacité élevée et à réponse définie entre 0 et 14 MeV, *Rev. Phys. Appl.*, septembre 1967, tome **2**, 218 à 224. 1, 2, 3 : Théorie de l'âge ; 4, 5 : Théorie multigroupes ; 6, 7 : Méthode des moments.
- [10] ALLEN (W. D.), *Neutron Detection*, p. 213.