DÉTECTION MAGNÉTIQUE DES COURANTS DE HALL

Par J. MILLIARD, P. LASSÈRE et A. FORTINI,

Faculté des Sciences, Université de Caen.

Résumé. — On étudie le champ magnétique créé par les courants de Hall dans la géométrie du disque de Corbino. On décrit un dispositif qui permet de mesurer le champ au centre du disque. Les résultats obtenus dans le cas de l'antimoniure d'indium sont en bon accord avec l'expression théorique. Ce dispositif pourrait permettre l'amplification d'un champ magnétique dans le cas d'un matériau semi-conducteur de grande mobilité si des processus tels que l'effet d'électrons chauds ne limitaient pas la mobilité en champ élevé.

Abstract. — The magnetic field generated by Hall currents in Corbino disc geometry is studied. A mounting which permits field measurement in the disc center is described. The resulting data with indium antimonide are in good agreement with theoretical calculations. This mounting could permit magnetic field amplification using high mobility semiconductors, if effects such as hot electrons do not limit mobility in high fields.

1. Introduction. — L'effet d'un champ magnétique perpendiculaire sur des courants traversant radialement un échantillon en forme de disque (« disque de Corbino » [1]) a été mis à profit pour étudier la magnétorésistance [2, 3] et la mobilité de Hall [4] dans les semi-conducteurs et les métaux.

L'effet de magnétorésistance peut être extrêmement important car les courants circulaires de Hall fournissent eux-mêmes un champ qui, selon leur sens, vient accroître ou diminuer le champ appliqué. Le champ résultant peut ainsi être considérablement supérieur au champ appliqué ou extrêmement petit. La magnétorésistance observée est donc très différente selon le sens du courant. Kleinman et Schawlow [3] ont étudié des dispositifs utilisant ces propriétés. Ils ont également suggéré le bismuth comme le matériau le plus adapté en raison de sa forte conductivité et de sa mobilité de Hall très élevée à 4 °K.

Nous nous sommes intéressés plus particulièrement à la mesure directe du champ magnétique fourni par les courants de Hall, dans le sens du courant pour lequel le champ s'ajoute au champ appliqué, afin d'étudier les possibilités de réalisation d'un amplificateur de champ magnétique. Un dispositif de mesure a été mis au point et éprouvé sur des échantillons d'antimoniure d'indium, pour essayer d'atteindre le champ magnétique sur un espace aussi réduit que possible au centre du disque.

Après un calcul élémentaire de ce champ, nous décrivons la technique utilisée et les résultats expérimentaux obtenus.

2. Calcul du champ au centre du disque. — Un disque semi-conducteur rapporté aux coordonnées cylindriques r, θ, z , dont les données géométriques sont

FIG. 1. — Coupe du disque de SbIn.

indiquées sur la figure 1, est traversé par des courants radiaux intenses grâce aux électrodes de rayons r_0 et R et placé dans une induction B_0 perpendiculaire à son plan.

L'épaisseur W est supposée faible par rapport à R .

L'équation de conservation de la densité de courant s'écrit :

$$\operatorname{div} \mathbf{J} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r J_r) + \frac{\partial J_z}{\partial z} = 0.$$

Comme $J_z \left(\pm \frac{W}{2} \right) = 0$, quel que soit r , elle prouve que :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \int_{-W/2}^{+W/2} J_r(z) dz = 0$$

ou encore, en appelant J la densité moyenne en z :

$$J_r = \frac{1}{W} \int_{-W/2}^{+W/2} J_r(z) dz$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r J_r) = 0$$

d'où :

$$J_r = \frac{I}{2\pi r W} \quad (1)$$

I est le courant radial total.

En raison de la faible épaisseur du disque, il nous suffit de raisonner sur la valeur moyenne J .

Plaçons-nous dans l'hypothèse où il n'y a qu'un seul type de porteurs en cause, de densité n , de charge q et de masse effective isotrope m^* . C'est à peu près le cas dans InSb où les électrons sont majoritaires et ont, en outre, une masse effective beaucoup plus faible que les trous. L'expression de la densité de courant $\mathbf{J}$ en fonction du champ électrique $\mathbf{E}$ et de l'induction magnétique $\mathbf{B}$ s'écrit :

$$\mathbf{J} = \sigma_E \mathbf{E} + \sigma_B \left(\frac{\mathbf{B}}{B} \wedge \mathbf{E} \right) \quad (2)$$

où les coefficients σ_E et σ_B sont fournis par les moyennes habituelles sur les énergies individuelles ε [5] :

$$\sigma_E = \frac{nq^2}{m^*} \left\langle \frac{\tau}{1 + \omega_c^2 \tau^2} \right\rangle \quad \sigma_B = \frac{nq^2}{m^*} \left\langle \frac{\omega_c \tau^2}{1 + \omega_c^2 \tau^2} \right\rangle$$

avec :

$$\left(\omega_c = \frac{qB}{m^*} \right)$$

$\tau \equiv \tau(\varepsilon)$ est le temps de relaxation également supposé isotrope.

Pour éviter les effets de la magnétorésistance qui, à courant donné, augmentent considérablement le champ électrique, nous supposons :

$$\omega_c^2 \tau^2 \ll 1.$$

De plus, nous ne retiendrons que la composante normale B de l'induction. Dans ces hypothèses, l'équation (2) s'écrit plus simplement :

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} + \sigma \mu_B (\mathbf{B} \wedge \mathbf{E}) \quad (3)$$

où :

$$\sigma = \frac{nq^2 \langle \tau \rangle}{m^*}$$

est la conductivité en l'absence d'induction magnétique

et :

$$\mu_B = \frac{q \langle \tau^2 \rangle}{m^* \langle \tau \rangle}$$

est la mobilité de Hall.

Les composantes radiale et angulaire de l'équation (3) sont :

$$\begin{cases} J_r = \sigma(E_r - \mu_B B E_\theta) \\ J_\theta = \sigma(E_\theta + \mu_B B E_r) \end{cases} \quad (4)$$

Nous les complétons par les équations de Maxwell :

$$J_\theta = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial B}{\partial r} \quad (5)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r E_\theta) = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (6)$$

E_θ est le champ électromoteur d'induction qui n'existe qu'en régime variable. On vérifie en effet que si :

$$\frac{\partial B}{\partial t} = 0$$

l'équation (6) conduit à :

$$E_\theta = 0$$

pour les conditions aux limites $E_\theta(r_0) = E_\theta(R) = 0$.

En régime continu, les courants de Hall ne sont entraînés que par la force de Lorentz.

En éliminant J_θ et E_θ entre les équations (4), (5) et (6), il vient :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial B}{\partial r} + \mu_B B J_r \right) \right] = \sigma r \frac{\partial B}{\partial t}$$

ou encore, en tenant compte de l'expression (1) de J_r :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\frac{\partial B}{\partial r} + \gamma B \right) \right] = \mu_0 \sigma \frac{\partial B}{\partial t} \quad (7)$$

avec :

$$\gamma = \frac{\mu_0 \mu_B I}{2\pi W}. \quad (8)$$

L'équation aux dérivées partielles (6) détermine l'induction $B(r, t)$. L'intégration est immédiate en

régime continu $\left(\frac{\partial B}{\partial t} = 0 \right)$ et donne :

$$\frac{B(r)}{B(R)} = \left(\frac{R}{r} \right)^\gamma \quad \text{ou} \quad B(r) = B_0 \left(\frac{R}{r} \right)^\gamma \quad (9)$$

$B(R)$ est le champ appliqué B_0 .

Cette solution demeure tant que la variation dans le temps du courant $I(t)$ est assez lente. Pour déterminer grossièrement la limite de validité, nous comparons la valeur du second membre de (7) à la fréquence ω à chacun des termes du premier membre, lorsque $B(r)$ est donné par (9). Comme :

$$\frac{\gamma}{r} \frac{\partial B}{\partial r} = -\frac{\gamma^2 B_0}{r^2} \left(\frac{R}{r} \right)^\gamma$$

on a la condition :

$$\frac{\gamma^2 B_0}{r^2} \left(\frac{R}{r} \right)^\gamma \gg \mu_0 \sigma \omega B_0.$$

En introduisant l'épaisseur de peau $\delta = \sqrt{2/\mu_0 \sigma \omega}$, cette condition s'écrit encore :

$$\delta^2 \gg \frac{2r^2}{\gamma^2} \left(\frac{r}{R} \right)^\gamma. \quad (10)$$

Il suffit de considérer les valeurs de r voisines de r_0 et les valeurs de γ supérieures à 1, car, si γ est faible, le problème ne se pose pas.

Dans InSb à 77 °K, δ est de l'ordre de quelques millimètres à 1 MHz. L'inégalité (10) est facilement vérifiée, même pour des impulsions de courant de 1 μ s de durée. Par contre, dans le bismuth à 4 °K, où la conductivité est très supérieure, la question doit être étudiée de plus près pour déterminer les meilleures conditions expérimentales. Dans ce qui suit, nous nous contenterons de la solution (9).

La densité de courant angulaire est :

$$J_\theta = -\frac{1}{\mu_0} \frac{dB}{dr} = \mu_B B J_r = \frac{\gamma B_0}{\mu_0} \frac{R^\gamma}{r^{\gamma+1}}.$$

On en déduit aussitôt l'induction au centre :

$$B(0) = B_0 + \frac{\gamma W B_0 R^\gamma}{2} \int_{r_0}^R \frac{dr}{r^{\gamma+2}}.$$

Soit :

$$\Delta B = B - B_0 = \frac{\gamma B_0}{2(\gamma+1)} \frac{W}{R} \left[\left(\frac{R}{r_0} \right)^{\gamma+1} - 1 \right] \quad (11)$$

si γ dépasse notablement l'unité :

$$\frac{\Delta B}{B_0} \simeq \frac{\gamma}{2(\gamma+1)} \frac{W}{r_0} \left(\frac{R}{r_0} \right)^\gamma. \quad (11')$$

La dépendance en $\left(\frac{R}{r_0} \right)^\gamma$ est prédominante. La variation ΔB de l'induction au centre est donc approximativement une fonction exponentielle de γ , donc de I . Pour obtenir un effet important, il faut donner à γ la valeur la plus grande possible.

3. Étude expérimentale. — Nous avons cherché à vérifier l'équation (11) dans un disque d'antimoniure d'indium de type *N* à 77 °K pour lequel les caractéristiques géométriques et électroniques étaient les suivantes :

$$r_0 = 1 \text{ mm} \pm 0,02, \quad R = 6 \text{ mm} \pm 0,02$$

$$W = 0,8 \text{ mm} \pm 0,03$$

$$\sigma = 4,0 \times 10^3 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}, \quad n = 10^{21} \text{ m}^{-3}, \quad \mu_B = 25.$$

Dans InSb, la mobilité finit par décroître lorsque le champ électrique croît, à cause du chauffage du plasma d'électrons, à une température supérieure à celle du réseau [6, 7]. A 77 °K, ce seuil se situe au voisinage de 20 V cm⁻¹. Comme le champ électrique est maximum au voisinage de l'électrode centrale, il est donc illusoire de dépasser la valeur correspondante du courant I :

$$I_m = 2\pi r_0 W \sigma E_m.$$

Avec les valeurs choisies :

$$I_m \simeq 40 \text{ A} \quad \text{et} \quad \gamma_m \simeq 0,25$$

et : $\left(\frac{\Delta B}{B_0} \right)_m \simeq 0,11.$

Le système n'est pas très intéressant en tant qu'amplificateur de champ, mais il permet néanmoins de vérifier l'équation (11) dans le domaine exponentiel.

En présence du champ magnétique, la limite de I est encore divisée par (cf. (2)) :

$$1 + \omega_c^2 \tau^2 = 1 + \mu_B^2 B^2.$$

Ce produit $\mu_B B$ devra donc rester nettement inférieur à l'unité. Nous nous sommes limités à 2×10^{-2} Tesla.

De plus, pour éviter l'échauffement du réseau, le courant est fourni sous forme d'impulsions brèves de 1 μ s environ.

a) *Préparation et montage des échantillons.* — La réalisation de disques de SbIn monocristallin de faible épaisseur et de grand diamètre est très délicate en raison de la fragilité de ce matériau.

Dans le trou central doivent être placés :

- l'électrode métallique amenant le courant,
- le dispositif de mesure de l'induction.

Les dimensions géométriques choisies pour W , R , r_0 résultent de ces diverses exigences.

Le découpage du disque a été réalisé par étincelage (machine Servomet). Ce disque est ensuite doré sur les tranches externe et interne, et ses faces latérales sont soigneusement polies.

FIG. 2. — Montage du disque de SbIn.

Le montage mécanique représenté figure 2 a été mis au point en fonction des impératifs suivants :

- absence de contraintes thermiques,
- facilité de circulation de l'azote liquide pour obtenir une température bien définie,
- centrage facile et stable de la sonde de mesure.

L'électrode centrale est constituée par un tube de laiton de 2 mm de diamètre extérieur, aminci à son extrémité pour permettre la mise en place de la sonde dont les connexions torsadées (pour minimiser les couplages inductifs) sont logées dans le tube. A ce niveau du disque, l'épaisseur du laiton est de 15/100 mm et le tube est fendu en croix sur une longueur de plusieurs millimètres dans le double but d'assurer l'élasticité nécessaire à la dilatation thermique et d'éviter de former une spire en court-circuit pouvant modifier le couplage du disque avec la sonde de mesure.

4. **Résultats expérimentaux.** — Pour vérifier l'équation (11), il est commode de l'écrire :

$$\log \left(\frac{2R}{W} \frac{\gamma + 1}{\gamma} \frac{\Delta B}{B_0} + 1 \right) = (\gamma + 1) \log \frac{R}{r_0}.$$

Comme $\gamma = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi W}$, le premier membre est une fonction linéaire de I qui rencontre l'axe vertical au point d'ordonnée $\log \frac{R}{r_0}$.

Les résultats obtenus sont rassemblés sur les courbes, figure 5. Les mesures effectuées à $B = 100$ et 150 gauss donnent des points sensiblement alignés

FIG. 5. — Courbes expérimentales.

entre $I = \pm 30$ A. Le point d'intersection avec l'axe des ordonnées conduit pour les deux courbes à :

$$\frac{R}{r_0} \simeq 7,2.$$

La précision est moins bonne sur la courbe $B = 50$ gauss en raison de la valeur plus faible des signaux mesurés.

On constate que le rapport des rayons est légèrement supérieur au rapport théorique qui vaut 6. Cet écart pourrait être dû à une légère erreur systématique sur l'étalonnage de la chaîne de mesure.

Les points expérimentaux ont été réunis par une droite dont la pente correspond à la valeur de μ_B mesurée par la méthode classique.

5. **Conclusion.** — Nous avons rappelé le calcul élémentaire du champ magnétique fourni par le courant de court-circuit de Hall dans un semi-conducteur en géométrie Corbino dans les hypothèses simples où l'on peut considérer les électrons du semi-conducteur comme un gaz de Boltzmann isotrope.

Un dispositif expérimental qui permet de mesurer directement le champ magnétique au centre du disque est décrit et les résultats expérimentaux dans le cas du SbIn sont donnés. Le bon accord qu'ils présentent avec la théorie est un test de la méthode de mesure.

L'intérêt pratique d'un tel dispositif réside dans la possibilité qu'il offre d'amplifier un champ magnétique très faible si le courant radial utilisé est suffisamment intense et la mobilité élevée. Dans InSb, l'amplification ne peut atteindre des valeurs élevées en raison de la diminution de la mobilité due au chauffage des électrons par le champ électrique. Par contre, la situation semble extrêmement favorable dans le bismuth à 4 °K, car la mobilité y est de l'ordre de $10^3 \text{ m}^2/\text{Vs}$ et la concentration d'électrons nettement supérieure.

Manuscrit reçu le 11 mai 1967.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] CORBINO (O. M.), *Atti. Acad. nazl. Lincei*, **20**.
- [2] GREEN (M.), *Journ. Appl. Phys.*, 1961, **32**, 1286.
- [3] KLEINMAN (D. A.) et SCHAWLOW (A. L.), *Journ. Appl. Phys.*, 1960, **31**, 2176.
- [4] FORTINI (A.) et LE BOURGEOIS (A.), *J. Physique Rad.*, suppl. n° 12, 1962, **23**, 163 A ; suppl. n° 11, 1964, **25**, 175 A.
- [5] Voir par exemple : BLATT (F. J.), *Sol. St. Phys.*, vol. 4, p. 199, Academic Press Inc. Publishers, N.Y., 1957.
- [6] GLICKSMAN (M.) et HICINBOTHEN (W. A.), *Phys. Rev.*, 1963, **129**, 1572.
- [7] BOK (J.) et GUTHMANN (C.), *Phys. Stat. Sol.*, 1964, **6**, 853.