Un démultiplicateur de fréquence aperiodique

Pierre Connes, Guy Michel

► To cite this version:

Pierre Connes, Guy Michel. Un démultiplicateur de fréquence aperiodique. *Revue de Physique Appliquée*, 1967, 2 (3), pp.175-183. 10.1051/rphysap:0196700203017500 . jpa-00242787

HAL Id: jpa-00242787

<https://hal.science/jpa-00242787>

Submitted on 1 Jan 1967

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UN DÉMULTIPLICATEUR DE FRÉQUENCE APÉRIODIQUE

Par PIERRE CONNES et GUY MICHEL,

Laboratoire Aimé Cotton, C.N.R.S., 92-Bellevue.

Résumé. — Cet instrument reçoit une fréquence d'entrée N et donne une fréquence de sortie $\frac{p}{q}N$, où p et q sont des entiers; q est égal à 2^{20} et p peut prendre à volonté les valeurs $0, 1, 2, \dots, 2^{20} \simeq 10^6$. Le processus, étant entièrement digital, autorise une fréquence d'entrée fluctuant dans des limites très larges.

Abstract. — This instrument receives an input frequency N and gives an output frequency $\frac{p}{q}N$, where q is equal to 2^{20} and p can be set to any integer between unity and $2^{20} \simeq 10^6$. The operation, being entirely digital, allows the input frequency to fluctuate within a large range.

I. Introduction. — Les procédés pour faire une démultiplication de fréquence sont bien connus en électronique [1]. Ils permettent d'obtenir, à partir d'un signal de fréquence N_0 , une fréquence $\frac{p}{q}N_0$, où p et q sont des entiers, par des opérations de multiplication et de division de fréquence. Ils mettent en œuvre soit des éléments non linéaires générateurs d'harmoniques, soit des modulateurs, mais, dans tous les cas, ils utilisent des circuits accordés, d'autant plus sélectifs que l'on désire un signal de sortie exempt d'harmoniques et de produits de modulation indésirables. Ils imposent donc une fréquence d'entrée extrêmement stable.

Des appareils appelés synthétiseurs de fréquence [2], qui utilisent les procédés que nous venons de citer, permettent d'obtenir à partir d'une fréquence unique N_0 une fréquence de sortie $\frac{p}{q}N_0$ où q est, par exemple, égal à 10^7 et où p peut prendre, à volonté, les valeurs entières $1, 2, 3, \dots, 10^7$, mais la fréquence d'entrée doit avoir une stabilité relative de quelque 10^{-8} .

C'est cette question de stabilité de la fréquence d'entrée qui nous a amenés à construire un démultiplicateur d'un principe différent.

Le problème s'est posé à propos de la réalisation d'un calculateur analogique destiné à la spectroscopie par transformation de Fourier [3], [4]. Le signal dont la fréquence devait être démultipliée provenait d'un enregistrement sur bande magnétique et la fréquence pouvait présenter des fluctuations de l'ordre de quelques pour cent. Mais des progrès récents dans l'utilisation des calculateurs numériques pour ce genre de problèmes [5], [6] ont rendu périmé le calculateur analogique envisagé dont la construction n'a pas été

achevée. Cependant, le principe du démultiplicateur de fréquence — qui a fait ses preuves — nous paraît intéressant par lui-même et susceptible d'applications différentes; nous le décrivons seul ici.

Idéalement, ce démultiplicateur doit avoir les propriétés suivantes :

a) Il doit être rigoureusement apériodique. Autrement dit, si le signal d'entrée est de la forme $\cos 2\pi N_0 t$, le signal de sortie doit être de la forme

$$\cos \left(2\pi \frac{p}{q} N_0 t + \Phi \right)$$

où Φ est indépendant de N_0 .

b) On doit pouvoir imposer au temps $t = 0$ la phase du signal de sortie. Dans notre cas particulier où nous désirons obtenir en sortie un cosinus, cela revient à faire $\Phi = 0$. Cette opération est commandée par une impulsion.

c) Le changement du rapport de démultiplication doit être une opération automatique très rapide commandée également par une impulsion.

II. Principe. — Le démultiplicateur reçoit à l'entrée un signal sinusoïdal de fréquence N_0 — que nous appellerons dans tout ce qui suit signal N_0 — et délivre en sortie un signal carré de fréquence $\frac{p}{q}N_0$; $\frac{p}{q}$ est par définition le rapport de démultiplication dans lequel q est égal à 2^n et où p peut prendre les valeurs $0, 1, 2, \dots, 2^n - 1$.

a) **SCHEMA GÉNÉRAL** (*fig. 1*). — Le signal N_0 est tout d'abord envoyé à un multiplicateur de fréquence par 2^m . Nous préciserons au § c) le rôle du facteur m et le principe de ce multiplicateur. L'étage de

FIG. 1.

Schéma de principe du démultiplicateur de fréquence.

sortie du multiplicateur est réalisé de telle sorte qu'il délivre des impulsions à la fréquence de récurrence $2^m N_0$, envoyées directement à l'entrée d'une chaîne de m bascules, appelées $B_{n-1}, B_{n-2}, \dots, B_j, \dots, B_1, B_0$. Chaque bascule a deux sorties, l'une attaque la bascule suivante, l'autre un canal C_j . Dans chaque canal nous trouvons une porte P_j et une ligne à retard θ_j . Les portes sont elles-mêmes commandées par un compteur de n bascules b . La bascule b_0 reçoit les impulsions qui font avancer p d'une unité.

Les extrémités des n lignes à retard convergent dans un mélangeur à n entrées et une sortie qui attaque enfin une chaîne de m bascules D . Toutes ces bascules D reçoivent d'autre part une impulsion de remise à zéro qui impose la phase du signal de sortie.

FIG. 2. — Répartition des impulsions dans les canaux C : les impulsions ont été numérotées pour permettre un repérage facile de leur position.

b) ANALYSE DU FONCTIONNEMENT. — Avec les interconnexions représentées figure 1, l'ensemble des bascules B peut être considéré comme un distributeur d'impulsions. Dans les canaux C , les impulsions se répartissent comme le montre la figure 2.

En C_{n-1} nous trouvons une sur deux des impulsions appliquées à l'entrée, en C_{n-2} une sur deux des impulsions restantes, soit une sur quatre des impulsions d'entrée et ainsi de suite.

Nous pouvons remarquer qu'il n'y a pas de coïncidence possible entre les impulsions des différents canaux C à l'entrée du mélangeur dans le cas idéal où la transmission des impulsions est instantanée. En fait, chaque bascule introduit un retard non négligeable θ qu'il faut compenser par des lignes à retard avant de faire le mélange des canaux. On parvient à ce résultat en donnant à θ_{n-1} un retard de $(n-1)\theta$, à θ_{n-2} un retard de $(n-2)\theta$, ..., etc.

Nous disposons ainsi de n canaux parallèles dans lesquels la fréquence de récurrence des impulsions est :

$$\begin{array}{ll} 2^{m-1} N_0 & \text{pour } C_{n-1} \\ 2^{m-2} N_0 & \text{pour } C_{n-2} \\ \dots & \dots \\ 2^{m-n+j} N_0 & \text{pour } C_j \\ \dots & \dots \\ 2^{m-n} N_0 & \text{pour } C_0. \end{array}$$

Le nombre moyen $\mathcal{N}$ d'impulsions par unité de temps à la sortie du mélangeur peut s'écrire sous la forme :

$$\mathcal{N} = [A_{0p} 2^{m-n} + A_{1p} 2^{m-n+1} + \dots + A_{jp} 2^{m-n+j} + \dots + A_{n-1p} 2^{m-1}] N_0$$

où les coefficients A_{jp} sont égaux à 1 ou 0 suivant que la porte P_j est ouverte ou fermée.

Nous disons *nombre moyen*, car les impulsions à la sortie du mélangeur ne sont, en général, pas équidistantes, sauf dans le cas particulier où une seule porte est ouverte.

Les m bascules D constituent une échelle de division par 2^m . A la sortie de la bascule D_m nous obtenons donc un signal carré de fréquence moyenne :

$$N = \frac{\mathcal{N}}{2^m} = \frac{1}{2^m} \sum_{j=0}^{n-1} A_{jp} 2^j N_0.$$

Nous insistons sur le fait qu'il s'agit d'une fréquence moyenne. Nous verrons au § c) que le signal de sortie délivré par le démultiplicateur de fréquence n'est pas rigoureusement carré mais qu'il est affecté d'une modulation de phase d'autant plus faible que m est élevé.

Nous posons $p = \sum_{j=0}^{n-1} A_{jp} 2^j$ et $q = 2^n$.

Nous obtenons ainsi $N = \frac{p}{q} N_0$ où $\frac{p}{q}$ est le rapport de démultiplication introduit précédemment. Nous pouvons remarquer que $\sum_{j=0}^{n-1} A_{jp} 2^j$ n'est autre que l'écriture binaire du nombre entier p .

FIG. 3. — Rôle du facteur m .

Entre quelles limites peut varier ce rapport ? Il suffit de considérer les deux cas extrêmes suivants :

Toutes les portes sont ouvertes :

$$\frac{p}{q} = \frac{2^0 + 2^1 + \dots + 2^{n-1}}{2^n} = 1 - 2^{-n}.$$

Toutes les portes sont fermées sauf p_0 :

$$\frac{p}{q} = \frac{2^0}{2^n} = 2^{-n}.$$

Entre ces deux valeurs, p/q peut prendre une suite de valeurs discrètes, l'intervalle entre chaque valeur successives étant égal à 2^{-n} .

c) RÔLE DU FACTEUR m . — Comme nous l'avons annoncé, les impulsions venant du mélangeur ne sont pas régulièrement espacées (fig. 3). Si nous les appliquons à l'entrée d'une bascule, nous obtenons à la sortie un signal en créneaux irréguliers. Ce signal est affecté d'une forte modulation de phase. En poursuivant la division par une série de bascules, nous pouvons remarquer que le signal de sortie se rapproche de plus en plus d'un signal carré. Autrement dit, la modulation

FIG. 4. — Spectre d'un signal carré affecté d'une légère modulation de phase.

de phase parasite est d'autant plus faible que le nombre m des bascules D est élevé.

Si nous représentons le spectre d'un signal carré, une faible modulation de phase va faire apparaître des bandes latérales autour du fondamental et des harmoniques (fig. 4). Nous avons calculé l'expres-

sion $\Delta\Phi$ de la fonction de modulation de phase parasite, soit :

$$\Delta\Phi = \frac{\pi}{2^m} \sum_{j=0}^{n-1} A_{jp} f(2^{m-n+j} N_0).$$

N_0 , p , q , A_{jp} ont été définis précédemment et $f(2^{m-n+j} N_0)$ désigne une fonction en dents de scie d'amplitude unité et de fréquence : $2^{m-n+j} N_0$.

$\frac{\pi}{2^m}$ est l'indice de modulation de phase. Il est d'autant plus faible que le facteur m est élevé.

Cette modulation de phase introduit des satellites dont l'amplitude relative est de l'ordre de 2^{-m} .

Dans notre démultiplieur on a $m = 10$, d'où $2^{-m} \simeq 10^{-3}$.

d) MULTIPLIEUR DE FRÉQUENCE PAR 2^m . — Une solution théoriquement possible serait de disposer d'une série de m multiplieurs analogiques. Le premier multiplieur recevrait sur ses deux entrées le signal $\cos 2\pi N_0 t$ et délivrerait en sortie un signal proportionnel à $\cos^2 2\pi N_0 t$ dont la seule composante alternative de fréquence $2N_0$ serait transmise aux entrées du multiplieur suivant.

Les multiplieurs analogiques ne sont malheureusement pas parfaitement linéaires. Ils introduiraient

FIG. 5. — Multiplication de fréquence par 2^m .

des harmoniques d'autant plus nombreux que le nombre des multiplicateurs mis en série serait plus élevé. Un tel système serait, de plus, très sensible à la forme d'onde du signal d'entrée que nous avons supposé parfaitement sinusoïdal.

Nous avons adopté une méthode approchée, qui n'utilise pas toute l'information sur la phase contenue dans le signal sinusoïdal d'entrée. Elle consiste à asservir au signal N_0 la phase d'un multivibrateur centré sur la fréquence $2^m N_0$ suivant le schéma de la figure 5.

Le signal N_0 est envoyé dans un circuit de mise en forme qui délivre une impulsion par période du signal d'entrée. Ces impulsions, ainsi que celles venant de la bascule B_{n-m} , également à la fréquence $2^m N_0$, sont appliquées aux entrées E_1 et E_2 d'un comparateur de phase. La tension de sortie de ce comparateur est proportionnelle en grandeur et en signe à l'intervalle de temps qui sépare les impulsions en E_1 des impulsions en E_2 . Cette tension agit avec un signe convenable sur la fréquence du multivibrateur.

Ce système fonctionne correctement pour une fréquence d'entrée fluctuante comprise entre 16 kHz et 24 kHz.

III. Réalisation. — Nous avons choisi pour n et m — qui déterminent respectivement la résolution du démultiplicateur et la pureté du signal de sortie — les valeurs suivantes : $n = 20$ et $m = 10$.

Pour une fréquence d'entrée $N_0 = 20$ kHz, l'intervalle minimum entre deux fréquences successives est donc $N = N_0/2^n = 0,02$ Hz et la plage couverte s'étend de 0,02 Hz à 19 999,98 Hz par bonds de 0,02 Hz.

La fréquence de récurrence des impulsions à l'entrée de la chaîne des bascules B est $2^m N_0$, soit environ 20 MHz. Une solution bien adaptée à ce domaine de fréquence nous est offerte par les circuits logiques intégrés. Nous avons adopté les circuits Motorola MECL qui peuvent fonctionner jusqu'à des fréquences de l'ordre de 40 MHz. Les éléments utilisés sont des bascules MC 358, des portes à trois entrées MC 356

FIG. 6. — Schéma du démultiplicateur de fréquence.

FIG. 7. — Schéma des blocs de 5 bascules B.

avec leurs circuits d'expansion à 5 entrées MC 355, des portes doubles à deux entrées MC 359. Nous avons également introduit un certain nombre de transistors 2N 708 pour des circuits de puissance qui n'existaient pas encore en version intégrée.

Le schéma réel du démultiplificateur (fig. 6) diffère sensiblement du schéma de principe donné précédemment. En particulier, les 20 bascules B sont réparties en 4 blocs de 5 bascules.

Pour chaque bloc, dont nous donnons un schéma détaillé (fig. 7), nous avons adopté une technique qui permet d'éviter l'accumulation du temps de transit des impulsions à travers une chaîne de bascules [7], [8], [9]. Nous pouvons remarquer que les impulsions dans les canaux C sont issues du train d'entrée après passage à travers deux portes. Elles sont donc retardées de la même quantité — environ 15 ns — par rapport à leur homologue du train initial et

peuvent être mélangées directement sans ligne à retard ⁽¹⁾.

Pour cette raison, le mélangeur (fig. 6) est fractionné en deux sections. La première effectue un mélange partiel des 4 blocs. La deuxième mélange les 4 canaux ainsi obtenus après compensation des retards par une longueur convenable de câble coaxial (à titre indicatif 3 mètres de Microcoax 50 Ω introduisent un retard de 15 ns).

L'avantage de cette disposition est de réduire consi-

⁽¹⁾ Il aurait été avantageux de réaliser des blocs de plus de 5 bascules. Nous sommes limités dans cette voie par un problème de charge. La première bascule de chaque bloc attaque, en effet, 5 portes. C'est pour conserver une fréquence de fonctionnement de l'ordre de 30 MHz que nous avons dû limiter à 5 le nombre des bascules montées suivant ce schéma, ce qui constitue une marge de sécurité suffisante pour un fonctionnement à 20 MHz.

FIG. 8.

- a) Multivibrateur 20 MHz.
- b) Schéma d'interconnexion des bascules B.
- c) Circuit d'affichage.

dérablement le nombre et la longueur des lignes à retard et de faciliter leur réglage.

Les circuits du comparateur de phase et du filtre passe-bas étant classiques, nous ne donnons que le schéma du multivibrateur d'entrée (fig. 8) [9] qui délivre des impulsions ayant une durée à la base de 30 ns et une amplitude de 0,8 V. La fréquence de récurrence est de 20 MHz. Elle peut être réglée par une tension de commande venant du comparateur de phase dans une gamme de $\pm 20 \%$.

Sur la même figure, nous pouvons voir le schéma de montage des bascules b, et en particulier le circuit d'affichage par lampe à incandescence.

Tout l'ensemble a été réalisé sur des circuits imprimés double face (fig. 9). Des essais en étuve ont montré que le fonctionnement était correct jusqu'à 60 °C, sans réduction de la fréquence maximum de fonctionnement (30 kHz pour le signal N_0 , ce qui correspond à une fréquence de 30 MHz pour les circuits logiques).

FIG. 9. — Vue d'ensemble du démultiplificateur de fréquence.

IV. **Résultats.** — a) FORMES D'ONDES. — Les figures 10 et 11 illustrent le principe de fonctionnement

FIG. 10. — Répartition des impulsions dans les canaux C : fréquence à l'entrée de la bascule 19 = 20 MHz.

du démultiplificateur. La figure 10 représente la répartition des impulsions dans les cinq premiers canaux. On peut remarquer que — grâce au circuit de montage des bascules qui évite l'accumulation des temps de transit — les impulsions dans les différents canaux peuvent être mélangées sans qu'il y ait de coïncidence possible.

La figure 11 montre la répartition des impulsions à la sortie du mélangeur pour les combinaisons obtenues avec les 3 canaux 19, 18, 17. On obtient les valeurs suivantes de p/q :

0, 1/8, 2/8, 3/8, 4/8, 5/8, 6/8, 7/8.

FIG. 11. — Impulsions à la sortie du mélangeur : combinaisons obtenues avec les 3 canaux 19, 18, 17.

FIG. 12. — Test du démultiplicateur par la méthode des figures de Lissajous :

- fréquence d'entrée 20 000 Hz ;
- fréquence de sortie 19 999,98 Hz ;
- période de révolution de la figure 50 s ;
- superposition de 6 clichés pris à des intervalles de 5 s.

FIG. 13. — Spectre du signal carré de sortie.

- (a) $p/q = 524\,760/2^{20}$ ($C_{19} + C_9$). (b) $p/q = 524\,504/2^{20}$ ($C_{19} + C_8$). (c) $p/q = 524\,736/2^{20}$ ($C_{19} + C_7$).
 (d) $p/q = 802\,756/2^{20}$ ($C_{19} + C_{18} + C_{14}$). (e) $p/q = 832/2^{20}$ ($C_9 + C_8 + C_6$).

Fréquence d'entrée $N_0 = 20$ kHz.

Niveau 0 dB = sommet du fondamental. Les deux raies de grande amplitude sont respectivement le fondamental et l'harmonique 3. Les autres raies sont des satellites de modulation de phase.

On peut noter que, sauf dans le cas où un seul canal est utilisé, les impulsions ne sont pas régulièrement espacées.

b) TEST DU DÉMULTIPLICATEUR (fig. 12). — Une méthode très sensible consiste à faire des figures de Lissajous entre le signal N_0 et le signal de sortie $\frac{p}{q} N_0$.

Prenons, par exemple, le cas où $\frac{p}{q} = 1 - \frac{q}{2^{20}}$ et $N_0 = 20$ kHz. Nous avons donc deux fréquences voisines qui diffèrent de la quantité $N_0/2^{20}$, soit environ 0,02 Hz. La figure de Lissajous a une période de révolution de 50 s.

Cette méthode permet un test rapide du fonctionnement du démultiplieur, car toute irrégularité dans la vitesse de rotation de la figure de Lissajous dénote une erreur de comptage.

c) SPECTRE DU SIGNAL CARRÉ DE SORTIE. — L'analyse harmonique du signal de sortie a pour but de mettre en évidence les satellites de modulation de phase parasite et de vérifier que leur amplitude relative au fondamental est dans l'ordre de grandeur attendu. Rappelons que pour $m = 10$, cette amplitude relative doit être de l'ordre de 10^{-3} , soit — 60 dB.

Pour cette mesure, nous avons utilisé un analyseur panoramique Panoramic SPA 3 ayant une grande dynamique (80 dB) qui nous a permis effectivement de voir ces satellites.

Les trois premiers spectres figure 13 (a), (b), (c) correspondent à des combinaisons de deux canaux.

Dans ces cas simples, l'écart de fréquence entre satellites successifs est égal à la fréquence de récurrence des impulsions dans le canal de poids le plus faible.

Pour les combinaisons de plus de deux canaux, l'interprétation est plus complexe. Nous donnons figure 13 (d), (e) un aspect du spectre pour des valeurs de $\frac{p}{q}$ correspondant à des combinaisons de trois canaux.

Dans tous les cas l'amplitude des satellites est très faible.

V. **Conclusion.** — En vue d'applications différentes de celle pour laquelle il avait été prévu, ce démultiplieur de fréquence peut aussi être présenté comme un générateur de signaux carrés piloté par une fréquence extérieure, pouvant être affecté de fluctuations très importantes ($\pm 20\%$). Le rapport $\frac{\text{fréquence de sortie}}{\text{fréquence d'entrée}}$ peut prendre, par affichage digital, les valeurs 10^{-6} , 2×10^{-6} , 3×10^{-6} , ..., 1. Une propriété à noter est que la phase du signal de sortie peut être imposée à un instant donné par une impulsion de commande. Cette phase initiale peut être réglée entre 0 et 2π par bonds de $2\pi/10^3$.

VI. **Remerciements.** — Nous tenons à exprimer notre reconnaissance à M. J. Durand pour tout le soin qu'il a apporté à la réalisation des circuits imprimés et au montage de cet ensemble.

Manuscrit reçu le 17 janvier 1967.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] KHARKEVITCH (A.), Phénomènes non linéaires et paramétriques en électronique, Dunod, 1960.
- [2] The General Radio Experimenter. Coherent decade frequency synthesizer, 1964, **38**, 9.
- [3] JACQUINOT (P.), XVII^e Congrès du G.A.M.S., Paris, 1954.
- [4] CONNES (J.), Thèse, Paris, 1961.
- [5] CONNES (J.) et CONNES (P.), *J. Opt. Soc. Amer.*, 1966, **56**, 896.
- [6] CONNES (J.), CONNES (P.) et MAILLARD (J.-P.), *J. Physique*, 1967, **28**, Colloque, C2, 120.
- [7] MILLMAN et TAUB, Pulse and digital circuits, 1956, 432.
- [8] SGS Fairchild specification. 916 JK Flip Flop. Application 4.
- [9] BENETEAU et EVANGELISTI, Fairchild Application Report AR 19, 1962.