L'électromètre à quadrants

M. Moulin

L'électromètre à quadrants

Par M. MOULIN.

[Laboratoire de physique générale de l'École de Physique et de Chimie.]

L'électromètre à quadrants a pris depuis quelques années une place prépondérante dans un grand nombre de laboratoires. Les recherches sur l'ionisation des gaz, en donnant un nouvel essor à l'électrostatique, ont valu à l'électromètre des perfectionnements qui en ont fait un appareil très sensible et fidèle à condition que l'on prenne les précautions nécessaires.

Par suite de la diminution des couples de torsion, les couples directeurs électriques ont pris de l'importance, et, non seulement ils limitent la sensibilité, mais, comme nous le verrons, ils introduisent par leur variation des écarts dans la proportionnalité.

L'un de ces couples directeurs a été signalé depuis longtemps par Hopkinson[1] qui a donné une formule dans laquelle, au couple directeur mécanique, *s'ajoute* un couple directeur proportionnel au carré du potentiel de charge de l'aiguille. M. Gouy[2] a montré ensuite que lorsqu'on emploie l'électromètre suivant la méthode symétrique de M. Mascart, un couple directeur proportionnel au carré de la différence de potentiel entre les quadrants *s'ajoute* encore au couple mécanique ; sa théorie est incomplète si le couple directeur d'Hopkinson n'est pas nul et le terme qu'il introduit peut, dans certains cas être négatif tout en donnant un couple directeur total positif.

Je me propose de reprendre rapidement la théorie de l'électromètre à quadrants d'une façon aussi complète que possible, en faisant le moins d'hypothèses possibles. Nous verrons quelles hypothèses il faut introduire pour conduire à la symétrie généralement admise et quelles sont les dissymétries qui peuvent se rencontrer dans la pratique. L'analyse de ces dissymétries montrera quels perfectionnements on pourra apporter dans la construction, sur quels éléments il faudra agir.

Nous étudierons également l'emploi de l'électromètre pour la mesure des charges et des courants, pour compléter cette étude d'ensemble, en insistant sur certains points intéressants qui, je crois, n'ont pas encore été signalés.

Dans l'électromètre à quadrants, nous avons quatre conducteurs en présence : les deux paires de quadrants 1 et 2 (fig. 1), l'aiguille 3 et la cage 0 portés respectivement à des potentiels V_1, V_2, V_3, V_0. Si nous désignons par c_{12}, c_{13}, etc., les *coefficients d'influence* de ces conducteurs les uns sur les autres, l'énergie

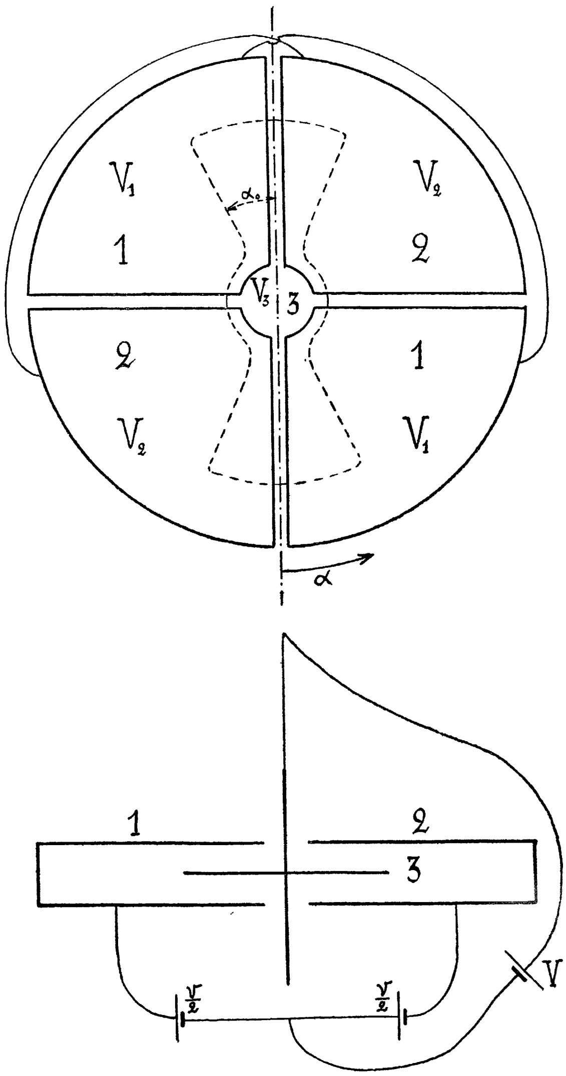

Fig. 1.

potentielle électrique de ce système de conducteurs sera :

$$-\frac{1}{2}\Big[c_{31}(V_3 - V_1)^2 + c_{32}(V_3 - V_2)^2 + c_{12}(V_1 - V_2)^2 + W_0\Big]$$

1. Hopkinson. *Phil. Mag.*, 1885. 1, p. 291.
2. Gouy. *Journal de Physique*, 1888.

(W_0 représentant les termes de la forme $c_{05}(V_5-V_0)^2$, etc. qui font intervenir les coefficients relatifs à la cage), à laquelle il faudra ajouter l'énergie mécanique pour avoir l'énergie potentielle totale W.

Je supposerai que le *seul mouvement possible* de l'aiguille est une *rotation autour d'un axe vertical*, de sorte que l'énergie potentielle mécanique sera $\frac{1}{2}\gamma\alpha^2$, γ étant le couple de torsion par radian du fil de suspension et α, l'angle de torsion.

La position d'équilibre sera telle que $\frac{dW}{d\alpha} = 0$, c'est-à-dire que l'on ait :

$$-\frac{1}{2}\left[\frac{dc_{51}}{d\alpha}(V_5 - V_1)^2 + \frac{dc_{52}}{d\alpha}(V_5 - V_2)^2 + \frac{dc_{12}}{d\alpha}(V_1 - V_2)^2 + \frac{dW_0}{d\alpha}\right] + \gamma\alpha = 0$$

Si nous supposons que les quadrants entourent complètement l'aiguille (ce qui est généralement réalisé), que la tige qui supporte l'aiguille coïncide avec l'axe de rotation et que le miroir soit loin de la cage ou se trouve dans une enceinte au potentiel V_5, le terme $\frac{dW_0}{d\alpha}$ relatif à la cage est nul et nous avons :

$$\gamma\alpha = \frac{1}{2}\left[\frac{dc_{51}}{d\alpha}(V_5 - V_1)^2 + \frac{dc_{52}}{d\alpha}(V_5 - V_2)^2 + \frac{dc_{12}}{d\alpha}(V_1 - V_2)^2\right]$$

relation générale (sauf les restrictions faites) que nous pouvons mettre sous une forme plus commode pour la discussion en introduisant la différence de potentiel entre les quadrants v et la différence de potentiel moyenne entre l'aiguille et les quadrants V, c'est-à-dire (voir fig. 1) :

$$v = V_1 - V_2$$
$$V = V_5 - \frac{V_1 + V_2}{2}$$

de sorte que

$$V_5 - V_1 = V + \frac{v}{2}$$
$$V_5 - V_2 = V - \frac{v}{2}$$
$$V_1 - V_2 = v$$

et la relation (1) devient alors :

$$2\gamma\alpha = \left(\frac{dc_{51}}{d\alpha} + \frac{dc_{52}}{d\alpha}\right)V^2 + \left(\frac{dc_{51}}{d\alpha} - \frac{dc_{52}}{d\alpha}\right)Vv + \left[\frac{dc_{12}}{d\alpha} + \frac{1}{4}\left(\frac{dc_{51}}{d\alpha} + \frac{dc_{52}}{d\alpha}\right)\right]v^2 \qquad (2)$$

Le premier facteur $\frac{dc_{51}}{d\alpha} + \frac{dc_{52}}{d\alpha}$ représente, en valeur absolue, la variation de la capacité c_{55} de l'aiguille, puisque l'on a :

$$c_{51} + c_{52} + c_{50} + c_{55} = 0\,[1]$$
$$\frac{dc_{51}}{d\alpha} + \frac{dc_{52}}{d\alpha} = -\frac{dc_{55}}{d\alpha}. \qquad (3)$$

Cette variation de capacité de l'aiguille pendant sa rotation serait nulle si les quadrants pouvaient se réduire à deux plans parallèles et horizontaux : elle ne l'est pas, par suite de la présence des fentes et par suite de ce que les quadrants ne sont ni dans un même plan ni horizontaux. La capacité variera avec α suivant une loi très complexe, qui, développée en série, par rapport à α, prendra la forme

$$c_{55} = a_5 + b_5\alpha + c_5\alpha^2 + d_5\alpha^3 + \ldots$$

et l'on aura :

$$\frac{dc_{55}}{d\alpha} = b_5 + 2c_5\alpha + 3d^2\alpha_5 + \ldots$$

expression que nous mettrons, pour simplifier l'écriture des formules, sous la forme

$$\frac{dc_{55}}{d\alpha} = b + 2c\alpha$$

c étant constant ou variant avec α suivant que les termes suivants sont négligeables ou non.

De même, nous écrirons :

$$-\frac{dc_{51}}{d\alpha} = b_1 + 2c_1\alpha$$
$$-\frac{dc_{52}}{d\alpha} = b_2 + 2c_2\alpha$$

(avec le signe — pour avoir des signes + dans les formules).

Il s'ensuit que

$$\frac{dc_{51}}{d\alpha} - \frac{dc_{52}}{d\alpha} = -(b_1 - b_2) - 2(c_1 - c_2)\alpha$$
$$= -B - 2(c_1 - c_2)\alpha$$

et d'après 3, nous avons $b = b_1 + b_2$ et $c = c_1 + c_2$. Dans le cas où $b = 0$, c'est-à-dire, comme nous le verrons, quand le réglage est obtenu,

$$B = 2b_1 = -2b_2$$

Nous écrirons de même :

$$-\frac{dc_{12}}{d\alpha} = b' + 2c'\alpha$$

1. Relation bien connue entre la capacité d'un conducteur et les coefficients d'influence de ce conducteur sur les conducteurs voisins et sur celui qui l'entoure (cage). Je rappellerai, pour mémoire, que les *coefficients d'influence* sont tous *négatifs*.

En substituant ces valeurs dans la relation (2), il vient :

$$-2\gamma\alpha = (b + 2c\alpha)V^2 + [B + 2(c_1 - c_2)\alpha]Vv + \left[b' + 2c'\alpha + \frac{1}{4}(b + 2c\alpha)\right]v^2$$

d'où

$$2\alpha = -\frac{bV^2 + BVv + \left(b' + \frac{1}{4}b\right)v^2}{\gamma + cV^2 + (c_1 - c_2)Vv + \left(c' + \frac{c}{4}\right)v^2}$$

Relation générale entre α et les potentiels (sauf les restrictions faites), les termes c étant d'ailleurs fonction de α. Elle contient des couples directeurs électriques qui s'ajouteront au couple de torsion du fil s'ils sont positifs et qui s'en retrancheront s'ils sont négatifs :

cV^2 est le couple d'Hopkinson,

$\left(c' + \frac{c}{4}\right)v^2$ le couple de M. Gouy complété,

$(c_1 - c_2)V^2$, un couple dissymétrique qui s'introduit dans la formule complète mais qui est petit en pratique.

Couples directeurs électriques. — Pour mesurer son couple directeur électrique, M. Gouy employait la méthode des oscillations. Pour les appareils actuels où l'aiguille est amortie par laminage de l'air entre l'aiguille et les quadrants, cette méthode est inapplicable. La méthode que je vais indiquer va nous permettre de déterminer directement les rapports $\frac{c}{\gamma}V^2$ et $\frac{c' + \frac{c}{4}}{\gamma}v^2$, sans passer par des mesures de sensibilité. Le couple dissymétrique ne peut se déterminer par cette méthode; les mesures de sensibilité donneront des indications sur son ordre de grandeur.

1° *Couple d'Hopkinson.* — Supposons que, les deux paires de quadrants étant réunies entre elles, nous chargions l'aiguille à un potentiel V par rapport à ces quadrants. Il se produit en général une déviation et, par suite de la présence d'une différence de potentiel de contact entre les quadrants, qui peut être de l'ordre de quelques centièmes de volts, cette déviation sera différente pour des potentiels égaux et de signes contraires $+V$ et $-V$. En introduisant entre les quadrants, une différence de potentiel égale et de sens contraire à cette différence de potentiel de contact, nous pouvons la compenser et avoir pour $+V$ et $-V$ la même déviation. C'est cette déviation que l'on annule en « réglant » l'électromètre. Supposons que nous puissions faire ce réglage, nous aurons

$$2\alpha = 0 = -\frac{bV^2}{\gamma + cV^2}, \text{ c'est-à-dire } b = 0$$

Si, maintenant, nous faisons tourner la suspension, de manière que l'aiguille fasse un angle β à partir de sa position initiale pour laquelle le réglage a été fait, au moment où l'on chargera l'aiguille au potentiel V, elle tournera d'un angle α[1]. L'aiguille a donc tourné, à partir de sa position initiale, d'un angle $\beta + \alpha$ et le fil s'est tordu de α, de sorte que la relation entre α et V devra s'écrire :

$$2\gamma\alpha + 2c(\beta + \alpha)V^2 = -bV^2 = 0$$

d'où $$\frac{c}{\gamma} = -\frac{\alpha}{\beta + \alpha}\frac{1}{V^2}$$

Un couple directeur positif provoque un retour de l'aiguille vers sa position d'équilibre; un couple directeur négatif l'en éloigne.

D'après ce que nous venons de voir, le réglage une fois obtenu pour une position donnée de l'aiguille, avec un potentiel V, devrait être réalisé pour tout potentiel, puisque $b = 0$. En général, ceci n'est vrai que lorsque ces potentiels sont petits. Cela tient à ce que nous avons supposé que le seul mouvement de l'aiguille est une rotation. En réalité, il se produit une attraction de l'aiguille par les quadrants qui provoque soit un basculage de l'aiguille autour de son centre de gravité, soit un déplacement pendulaire de toute la suspension. On y remédiera en employant des aiguilles munies d'une tige assez lourde ou lestées en bas; le basculage sera d'autant moins sensible que pour une même distance des quadrants, l'aiguille sera plus petite. Par suite de ce basculage, le terme b varie et, s'il a été annulé pour un potentiel V assez grand pour que le basculage se fasse sentir, on aura une déviation d'un sens pour des potentiels plus petits que V, et de l'autre sens pour des potentiels plus grands.

Pour chaque déviation $\beta + \alpha$, nous aurons une valeur de $\frac{c}{\gamma}$. En général, on trouve que $\frac{c}{\gamma}$ varie avec α; les termes en α^2 étaient insuffisants. De plus, $\frac{c}{\gamma}$ devrait être indépendant de V, mais par suite du basculage de l'aiguille, la valeur de $\frac{c}{\gamma}$ que l'on mesure dépend de V.

Nous verrons plus loin que pour l'usage courant de l'électromètre au laboratoire, le réglage est inutile; dans certains appareils, il n'a pas été prévu de dispositif spécial pour l'obtenir et il est quelquefois impossible à réaliser. On pourrait, en donnant à l'aiguille plusieurs positions successives en faisant tourner la suspension, chercher celle qui correspond à $b = 0$, c'est-à-dire la position du minimum ou du maximum de capacité, Mais, dans certains cas, cette position est inaccessible. On pourrait alors déduire le couple directeur de mesures de sensibilité de l'électromètre employé suivant la méthode de lord Kelvin. Il est

1. Il faut avoir soin de prendre les déviations α pour des potentiels $+V$ et $-V$. Les deux déviations peuvent différer si la différence de potentiel effective entre les quadrants varie avec α. Il faudra compléter la compensation ou, si la différence est petite, prendre la moyenne.

plus simple d'opérer comme il suit, en annulant la déviation initiale qui se produit, à l'aide d'une différence de potentiel v entre les quadrants. Nous avons alors :

$$2\alpha = 0 = -\frac{b\mathrm{V}^2 + \mathrm{BV}v + \left(b' + \frac{b}{4}\right)v^2}{\gamma + c\mathrm{V}^2 + (c_1 - c_2)\,\mathrm{V}v + \left(c' + \frac{c}{4}\right)v^2}$$

par conséquent,

$$b\mathrm{V}^2 + \mathrm{BV}v + \left(b' + \frac{b}{4}\right)v^2 = 0$$

et, pour une déviation initiale β :

$$2\gamma\alpha + 2\left[c\mathrm{V}^2 + (c_1 - c_2)\,\mathrm{V}v + \left(c' + \frac{c}{4}\right)v^2\right](\beta + \alpha) = 0$$

Le troisième terme de l'expression entre crochets est négligeable : $c' + \frac{c}{4}$ est de l'ordre c et v est petit devant V si la déviation initiale est faible, comme cela doit être. Pour un potentiel V de signe contraire au précédent, nous aurons une déviation différente que nous compenserons par une différence de potentiel v'. Si l'on produit, par rotation de la suspension, une déviation initiale β de l'aiguille, on aura, au moment où l'on charge l'aiguille des déviations α et α' pour $+$ V et $-$ V, différentes à cause du terme en $(c_1 - c_2)$ s'il existe et à cause d'une variation v_0 de la différence de potentiel de contact à partir de sa valeur primitive pour laquelle la compensation a été obtenue :

$$\gamma\alpha + [c\mathrm{V}^2 + (c_1 - c_2)\,\mathrm{V}v](\alpha + \beta) = -\mathrm{BV}v_0$$

et $$\gamma\alpha' + [c\mathrm{V}^2 - (c_1 - c_2)\,\mathrm{V}v](\alpha' + \beta) = \mathrm{BV}v_0$$

D'où $$\gamma(\alpha + \alpha') + c\mathrm{V}^2(\alpha + 2\beta + \alpha') + (c_1 - c_2)\,\mathrm{V}v\,(\alpha - \alpha') = 0$$

$\alpha - \alpha'$ est petit, $c_1 - c_2$ est petit devant c, et $\mathrm{V}v$ est petit devant V^2 [1]. Il s'en suit, en négligeant ce terme :

$$\frac{c\mathrm{V}^2}{\gamma} = -\frac{\alpha + \alpha'}{2\beta + \alpha + \alpha'}$$

2° *Couple de M. Gouy.* — On opérera de la même façon. Nous ferons $\mathrm{V} = 0$ en compensant la différence de potentiel aiguille-quadrants et en chargeant les quadrants à l'aide d'une batterie de petits accumulateurs débitant sur une grande résistance dont le milieu est relié à l'aiguille par l'intermédiaire du potentiomètre de compensation. Si cela est possible, on annulera la déviation initiale, on fera

$$b' + \frac{1}{4}b = 0$$

et, si l'on donne, comme tout à l'heure, une déviation initiale β à l'aiguille, on aura, en chargeant les quadrants, une déviation α telle que

$$\gamma\alpha + \left(c' + \frac{c}{4}\right)(\beta + \alpha)\,v^2 = 0$$

d'où $$\frac{c'}{\gamma} + \frac{1}{4}\frac{c}{\gamma} = -\frac{\alpha}{\beta + \alpha}\frac{1}{v^2}$$ d'où $\frac{c'}{\gamma}$.

Si le réglage est impossible, on opérera comme pour le couple $c\mathrm{V}^2$, on annulera la déviation initiale en portant l'aiguille à un potentiel convenable et petit devant v, ou, ce qui revient au même, en introduisant une dissymétrie convenable dans l'une des branches de la grande résistance.

Pour une position donnée de l'électromètre, ces couples varient en général avec α, même dans la position de l'aiguille pour laquelle le réglage est obtenu ; de plus, ils varient avec la position de l'électromètre et les déformations de l'aiguille.

Les nombres suivants donnent, en unités C.G.S., l'ordre de grandeur de $\frac{c'}{\gamma}$ et $\frac{c}{\gamma}$ mesurés pour 88 volts. Leur signe est surtout intéressant :

ÉLECTROMÈTRE [1]		$\frac{c}{\gamma}$	$\frac{c'}{\gamma} + \frac{c}{4\gamma}$	$\frac{c'}{\gamma}$
Mascart. .	(Aiguille en 8) bifilaire très rapproché.	$+0{,}05$	$+0{,}58$	$+0{,}57$
Curie. . .	Aiguille Al. 5cm. .	$-2{,}5$ à -5		
Compteurs [2]	Aiguille Al. 7cm. . Suspension 17cm. .	$+0{,}88$ (au zéro)	-10^{-1} à -10^{-2}	$-0{,}3$ à $-0{,}2$
	Aiguille Al. 5cm. . Suspension 40cm. .	$+1{,}3$ (en moy.)	$+4$	$+3{,}6$
	Aig. 7cm. Susp. 17cm. Aig. déformée. Electromètre réglé. .	$+5$	$0{,}045$	$-0{,}9$

Ces coefficients varient avec α, quelquefois d'une manière quelconque, lorsque l'aiguille est mal taillée, et, souvent, suivant une loi sensiblement linéaire ou plus compliquée, la variation étant sensiblement continue.

Par exemple, la figure 4 donne la variation de $\frac{c}{\gamma}$ pour l'électromètre des Compteurs avec l'aiguille de 7 centimètres non déformée. La loi était :

$$\frac{c}{\gamma} = 0{,}88 + 3{,}6\,\alpha.$$

1. Si, par exemple, $\mathrm{V} = 100$ volts, $v = 0.1$ on a $\mathrm{V}v = 10$ et $\mathrm{V}^2 = 10\,000$.

1. Je n'ai pu avoir d'électromètre Dolezaleck. En se basant sur ce que le maximum de sensibilité se produit pour $\mathrm{V} = 100$ volts, on aurait : $c : \gamma = 9$.

2. Cet électromètre, construit sur mes indications par la « Compagnie pour la fabrication des Compteurs », n'a pas encore été décrit. Il est du type que j'ai appelé à quadrants fermés (voir plus loin). Les quadrants supérieurs et inférieurs sont très rapprochés ; leur distance n'est que de 3 millimètres, de sorte que l'on peut atteindre le maximum de sensibilité aux charges même pour de grandes capacités. L'amortissement par l'air est

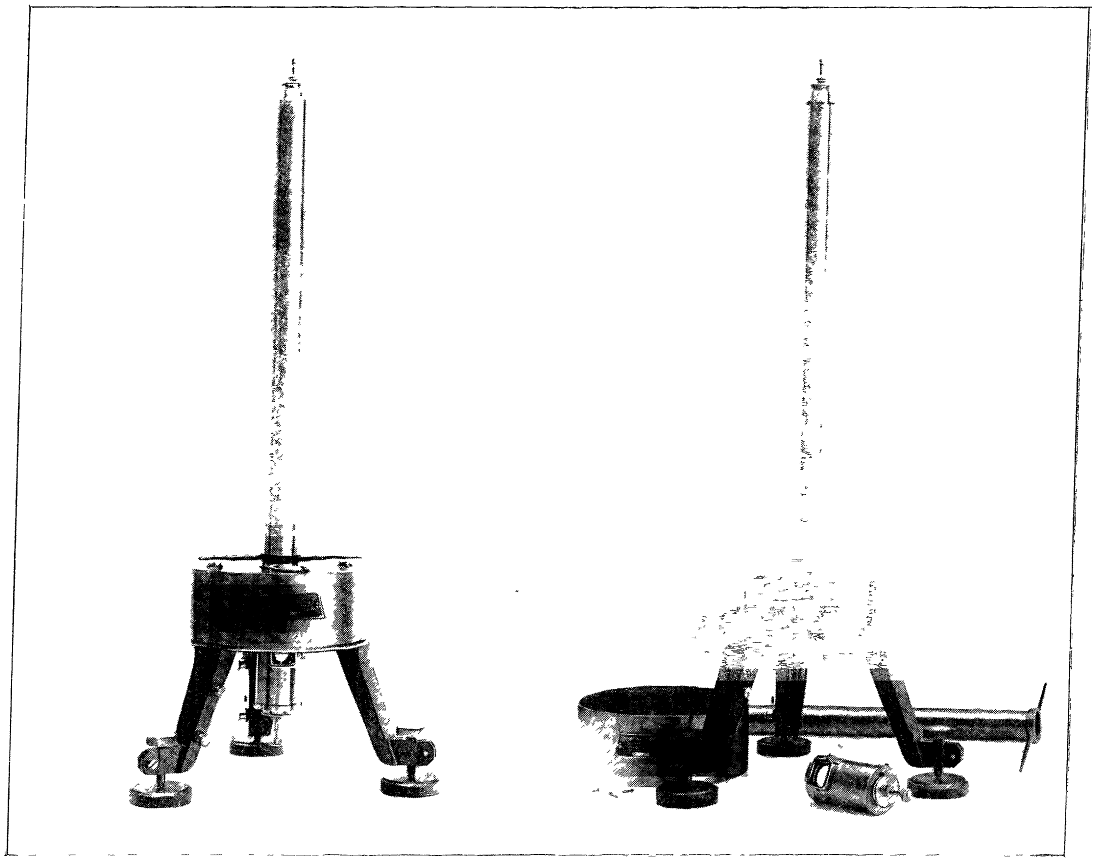

Fig. 2 et 3.

assez grand pour que l'on ait pu employer un montage robuste de l'aiguille et un miroir relativement grand qui donne des images très lumineuses. L'équipage est presque à l'amortissement critique; le retour au zéro s'effectue en une vingtaine de secondes.

Les quadrants sont fixés sur la platine inférieure par des tiges qui traversent les isolants (ambroïde); les isolants inférieurs étant logés dans des bossages sont bien protégés contre la poussière. Sur deux des tiges sont fixées les bornes.

Au-dessous de cette platine, est fixé, par un montage à baïonnette, un tube muni d'une glace à l'intérieur duquel est placé un deuxième tube isolé dans lequel tourne le miroir. Ce dernier tube porte à la partie inférieure une petite tige qui, lorsqu'on la soulève, libère un ressort très flexible qui vient soulever l'équipage et l'appliquer contre la partie supérieure des quadrants. L'équipage est ainsi immobilisé, pour le transport. Pour éviter toute action électrostatique du système de blocage sur la tige de l'aiguille, on charge le tube intérieur isolé au même potentiel que l'aiguille; et, dans le cas où l'on voudrait réduire la sensibilité en employant un fil de torsion plus gros, on pourrait amortir facilement l'équipage au moyen de palettes d'aluminium mince ou de mica tournant dans ce tube.

Le fil de suspension, en bronze plat, est fixé par l'intermédiaire d'un petit ressort (pour éviter sa rupture dans le cas où on soulèverait la tige trop haut) à une petite tige qui passe à frottement doux dans un petit mandrin américain permettant de la fixer à la hauteur voulue. Ce mandrin est isolé à l'aide de bouchons d'ambroïde serrés sur une pièce tournant à frottement doux à la partie supérieure de la colonne et dont on peut commander la rotation à l'aide d'une clef *prenant point d'appui à la partie inférieure de la colonne*. Cette commande peut se faire à partir de l'échelle au moyen de deux fils, en suivant l'image.

Le montage est fait en se basant *sur l'horizontalité des quadrants* sur laquelle est réglé le niveau que porte le plateau supérieur. Par déplacement de la platine qui supporte les quadrants, on centre ensuite les quadrants sur la tige de l'aiguille. Pour faciliter la mise en place de l'aiguille et pouvoir visiter commodément les quadrants, le dispositif qui consiste à rendre mobiles deux des quadrants voisins a été adopté.

Pour pouvoir isoler ou relier à la cage les paires de quadrants dans la mesure des charges ou des courants, deux petits ressorts munis d'une pointe viennent au contact des bornes. Ces petits ressorts sont tirés normalement par des fils commandés par un électro-aimant placé dans le pied arrière. Pour les mesures de potentiel, une petite came maintient levés les deux ressorts. On isole ainsi les deux paires de quadrants à la fois, ce qui permet d'employer soit ces deux paires de quadrants à la fois (Voir, par exemple, l'application à la mesure des mobilités qu'en a faite M. Bloch. *Radium*, t. I. p. 36, et *Annales de chimie et de physique*, 1900) ou la paire de quadrants la plus accessible, l'autre étant reliée à la cage par un fil.

Dans l'un des deux autres pieds, se trouve logée une grande résistance (trait de crayon sur ébonite) qui permet de charger l'aiguille sans danger pour le fil.

Le volume d'air de la cage est petit; l'augmentation de capacité qui en résulte, ainsi que de l'épaisseur du métal des quadrants et de leur montage est sans importance. L'électromètre est beaucoup plus robuste qu'avec tout autre montage et sa masse est rassemblée le plus bas possible, ce qui lui assure une grande stabilité.

La mise en place de cet électromètre est très simple. Il suffit de le mettre de niveau à l'aide du niveau d'eau, puis de libérer l'aiguille et d'amener l'image au voisinage du zéro de l'échelle placée dans l'axe de l'appareil (on prend comme axe la ligne passant par la tige de blocage et le milieu du pied arrière). L'une des bornes de la grande résistance étant reliée, d'une part à la suspension et d'autre part, au tube inférieur, on relie l'autre à la batterie de charge dont l'autre pôle est relié à la cage (les deux paires de quadrants étant à la cage).

Suivant la position initiale de l'aiguille, on peut avoir une loi de variation inverse ou une variation très faible.

Pour l'électromètre Curie, le couple directeur augmentait en valeur absolue de la gauche à la droite

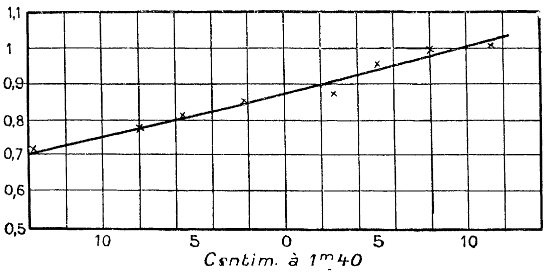

Fig. 4.

de l'échelle, de sorte que, d'après ce que nous verrons plus loin, l'instabilité était beaucoup plus grande à droite qu'à gauche.

Cas de la symétrie. — Les quadrants sont dans un même plan horizontal, l'aiguille est plane et horizontale et initialement symétrique par rapport à la fente. Dans ces conditions, la capacité de l'aiguille; doit être la même pour des déviations $+\alpha$ et $-\alpha$,

donc : $\quad a + b\,\alpha + c\,\alpha^2 = a - b\,\alpha + c\,\alpha^2$

d'où $b = 0$, la capacité est maxima ou minima.

De même, le coefficient d'influence c_{12} doit être le même pour des déviations $+\alpha$ et $-\alpha$ et il s'en suit de même : $\quad b' = 0$

L'électromètre est donc entièrement réglé. On voit en même temps que les termes contenant les puissances impaires de α doivent disparaître.

Pour des déviations $+\alpha$ et $-\alpha$, les coefficients d'influence c_{31} et c_{32} doivent interchanger leur valeur :

$$a_1 + b_1\alpha + c_1\alpha^2 = a_2 - b_2\alpha + c_2\alpha^2$$

D'où

$$b_1 = -b_2 = \frac{B}{2} \quad \text{et} \quad c_1 = c_2 \quad \text{ou} \quad c_1 - c_2 = 0$$

la formule devient alors :

$$2\alpha = -\frac{BUVv}{\gamma + c\,V^2 + \left(c' + \frac{c}{4}\right)V^2}$$

Les termes en b et b' reparaissent si l'aiguille n'est pas initialement symétrique par rapport aux fentes.

Supposons que l'aiguille soit initialement déviée d'un angle β à partir de la position symétrique. Nous devons alors remplacer, dans ces relations α par $(\alpha + \beta)$ et nous avons :

$$\frac{dc_{33}}{d\alpha} = 2c\beta + 2c\alpha \qquad b = 2c\beta$$

et $$\lambda\frac{dc_{12}}{d\alpha} = 2c'\beta + 2c'\alpha \qquad b' = 2c'\beta$$

Ce sont ces termes b et b' qui intervenaient quand nous avons mesuré les couples directeurs électriques, pour ramener l'aiguille vers la position de réglage ou l'en éloigner.

On voit d'ailleurs que, dans l'expression de la capacité, les puissances impaires de α reparaîtraient.

Influence des fentes. — L'ouverture de l'aiguille étant toujours de beaucoup inférieure à 90°, il est évident que sa capacité passera par un maximum quand elle sera à l'intérieur de l'une des paires de quadrants et au milieu. Quand elle sera en face des fentes, elle pourra passer par un nouveau maximum ou être minima.

M. Walker[1] a calculé la variation de capacité pour une aiguille développée suivant une bande indéfinie se déplaçant entre des quadrants développés suivant quatre demi-plans indéfinis. Ce calcul l'a conduit à une capacité de la forme $\quad a_3 - c_3\,\varepsilon^2$, diminuant quand l'aiguille s'écarte d'une quantité ε de la position de symétrie. Toutefois, nous avons vu que dans l'électromètre Curie, le couple directeur est négatif, c_{33} est donc minimum, quand l'aiguille est devant la fente, dans sa position d'équilibre. Il est peu vraisemblable que ce minimum, qui se retrouve dans tous les appareils de ce genre, tienne à une dissymétrie de construction ; il est probable qu'il provient des fentes qui sont relativement grandes. (Il n'est pas dû aux équerres qui soutiennent les quadrants, car en fermant ces quadrants au moyen des lames métalliques, on retrouve un minimum).

Si la capacité est minima devant la fente, nous aurons un couple directeur d'Hopkinson négatif, et si elle est maxima, nous aurons un couple directeur positif. Dans tous les cas, le couple directeur deviendra négatif quand l'aiguille est dans l'une des paires de quadrants, de sorte que pour un potentiel tel que

$$-c\,V^2 > \gamma\,\alpha_0$$

l'aiguille restera dans cette position et ne reviendra plus; cV^2 étant le couple correspondant à cette position et α_0 le $\frac{1}{2}$ angle d'ouverture de l'aiguille. En augmentant l'ouverture de l'aiguille, on diminue l'instabilité qui en résulte, comme l'avait indiqué Curie.

Dissymétries de construction. — Les dissymétries qui peuvent s'introduire dans la construction de l'électromètre proviennent d'une part des quadrants

Il se produit une déviation et l'on amène l'image au zéro par rotation de la suspension.

Le démontage, dans le cas où l'on veut nettoyer les isolants, est très simple ; il suffit d'enlever le plateau supérieur et le quadrants se démontent en dévissant les bornes et les écrous sans toucher à la platine qui les soutient et qui a été réglée horizontale au montage. L'ambroïde se nettoie très bien en le passant à la benzine (en ne le laissant pas en contact trop longtemps avec la benzine, car il s'y dissout), puis, au besoin à l'alcool.

Sensibilité : env. 65 cm par volt à 1 mètre, pour $U = 88$ volts.

1. Walker. *Phil. Mag.*, 1903, 6, p. 238.

qui ne sont ni horizontaux ni dans un même plan et d'autre part de l'aiguille.

1° Les quadrants sont construits soit à partir d'une boîte circulaire coupée en quatre (quadrants fermés), soit à l'aide de secteurs assemblés à l'aide d'équerres, comme dans l'électromètre Curie. Dans ce dernier cas, il est rare que ces secteurs soient bien dans un même plan et il en résulte que b n'est jamais nul, pour une position acceptable de l'aiguille; au moment où on la charge, elle se déplace vers les quadrants qui en sont le plus rapprochés. Le réglage adopté par Curie s'imposait; il agit comme on sait sur l'un des quadrants inférieurs, en l'éloignant ou en le rapprochant du quadrant supérieur correspondant.

Dans le cas où les quadrants sont fermés, la distance des quadrants correspondants inférieurs et supérieurs est la même et les quadrants sont dans un même plan si les supports isolants sont bien d'égale hauteur. Toutefois, nous pouvons remarquer que, si cette condition n'est pas réalisée, on peut toujours trouver une position de l'aiguille telle qu'il y ait compensation, en faisant varier sa hauteur. On voit, sur la fig. 5, qu'en remontant l'aiguille, on aurait une déviation vers la gauche, au moment où on la charge et, en l'abaissant, une déviation vers la droite.

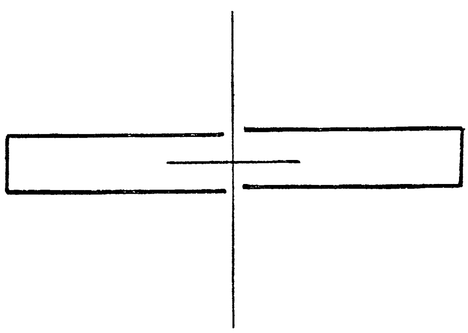

Fig. 5.

Tout se passerait donc comme si les quadrants étaient dans le même plan, si les termes c n'étaient pas modifiés.

2° Si les quadrants ne sont pas horizontaux, nous aurons, même en l'absence de fentes, de nouveaux maximums et minimums pour la capacité de l'aiguille. Dans le cas, par exemple, où l'aiguille serait plane, horizontale, et bien centrée, nous aurons un minimum de capacité quand l'axe longitudinal de l'aiguille sera parallèle à l'axe horizontal des deux plans, et un maximum à 90°. Avec une aiguille dont le grand axe présenterait la même inclinaison que l'axe le plus incliné des quadrants, nous aurions un minimum de capacité quand ces deux axes seraient parallèles et un maximum pour une rotation de 180°.

Le défaut d'horizontalité des quadrants pourra donc introduire de nouveaux termes au couple directeur électrique et changer la position de l'aiguille pour laquelle le réglage serait obtenu si les fentes intervenaient seules.

3° La forme de l'aiguille ou plutôt ses déformations peuvent avoir une grande influence sur le couple directeur électrique. Les aiguilles en aluminium ne sont souvent pas planes et elles peuvent être inclinées autour de leur grand axe. Dans ce dernier cas, il est facile de voir que la distance de la fente à l'aiguille varie avec α, le couple cV^2 sera différent de celui que l'on aurait pour une aiguille horizontale.

Il peut arriver que l'aiguille soit déformée. et il est facile de voir que l'on aura une variation de capacité dissymétrique, à moins qu'une autre déformation de l'aiguille ne compense cette variation. Le couple directeur sera généralement plus grand qu'il ne le serait pour une aiguille plane.

A moins qu'il n'existe une telle compensation qui produise une variation de capacité symétrique, le réglage sera souvent impossible pour des positions admissibles de l'aiguille: il faudra, si l'on veut l'obtenir, agir sur l'horizontalité des quadrants.

Remarquons, de plus, que, dans le cas de la symétrie, on avait $\frac{dc_{31}}{d\alpha} - \frac{dc_{32}}{d\alpha} = -B$ indépendant de α, ce qui exprime que la portion de l'aiguille qui sort de l'un des quadrants rentre dans l'autre. Si l'aiguille se termine par une circonférence centrée sur l'axe, ceci restera sensiblement vrai et $c_1 - c_2 = 0$. Mais si l'aiguille est mal taillée ou n'est pas centrée ou si elle est gauche, $c_1 - c_2$ ne sera pas nul, la variation de capacité devant nécessairement dépendre de α.

Toutes ces dissymétries et principalement les déformations de l'aiguille pourront nécessiter l'introduction de termes en α^3 dans les expressions des coefficients d'influence. Les couples directeurs varieront avec α, les déviations seront dissymétriques de part et d'autre du zéro.

Réglage. — Régler un électromètre, c'est annuler le coefficient b, c'est annuler la déviation qui se produit quand on charge l'aiguille.

Nous avons vu qu'en déplaçant l'aiguille verticalement, il est possible, dans certains cas, de trouver une position qui corresponde à ce réglage. On peut aussi, en faisant tourner l'aiguille autour de son axe de rotation, trouver une telle position, mais il vaut mieux la disposer symétriquement par rapport à la fente, c'est souvent dans ces conditions que le couple directeur électrique varie le moins, quand les quadrants sont horizontaux. Quand la déviation initiale est petite, on peut l'annuler en créant une nouvelle dissymétrie (ou en modifiant celles qui existent déjà) en agissant sur l'une des vis calantes; cette action est surtout efficace si les quadrants sont très rapprochés. On agit sur l'horizontalité des quadrants et sur le centrage de l'aiguille. L'une des vis calantes est généralement plus sensible que les autres.

Le réglage est quelquefois impossible à réaliser sans l'introduction d'une trop grande dissymétrie, quand l'écartement des quadrants n'est pas rigoureusement le même.

Certains électromètres présentent un dispositif particulier destiné au réglage. Le dispositif de Curie dont nous avons parlé permet d'obtenir ce réglage dans tous les cas. Le réglage de l'électromètre Mascart, surtout avec les aiguilles ajourées, agissant sur la largeur des fentes, agit sur les couples directeurs (et, principalement, dans le modèle courant sur le terme c'). Il ne permet d'effectuer le réglage que dans le cas où la déviation initiale se produit dans un sens bien déterminé, puisque la fente ne peut que s'ouvrir.

Le réglage complet est souvent difficile à obtenir. Sauf dans un cas très spécial, il est *inutile* et il suffit d'avoir une déviation initiale faible pour ne pas donner une torsion permanente trop grande au fil.

Nous allons le voir en examinant les différentes méthodes d'emploi de l'électromètre.

1° Méthode hétérostatique de Lord Kelvin. L'aiguille est chargée à un potentiel V_a par rapport à l'une des paires de quadrants (2, par exemple). La différence de potentiel à mesurer est établie entre les deux paires de quadrants et est petite devant V_a.

v_0 étant la différence de potentiel de contact entre les quadrants[1]. On pourra ramener l'image au zéro de l'échelle par rotation de la suspension.

En général, cette déviation n'est pas proportionnelle, parce que la différence de potentiel de contact v_0 varie avec α et aussi parce que c varie avec α. Par exemple, l'électromètre Curie donnait avec 88 volts sur l'aiguille une déviation de 98,5 millimètres à gauche et de 112 millimètres à droite pour des potentiels v égaux et de signes contraires (correspondant aux variations de c). Ces écarts de la proportionnalité ne sont pas supprimés par le réglage et, s'il y avait un réglage à faire, ce serait celui qui rendrait c constant ou variable de manière à compenser la variation de v_0 avec l'angle. Cette variation de la force électromotrice de contact, de l'ordre de quelques millièmes de volt, qui provient de ce que le métal est plus ou moins propre, est difficile à supprimer. Nous pouvons d'ailleurs remarquer que les écarts dus au terme cV_a^2 sont indépendants du signe de la charge de l'aiguille, alors que les écarts provenant des variations de v_0 changent de signe. On aura donc plus de symétrie pour un certain signe, comme le montre l'exemple du tableau ci-contre qui donne les déviations en millimètres à 2 mètres pour différentes valeurs de v. On voit que lorsque l'aiguille est négative, la symétrie est meilleure.

v (volts).	+ 0,135	+ 0,09	+ 0,045	0	— 0,045	— 0,09	— 0,135
$V_a = +88$ volts.	—147	— 97	—48,5	0	+51	+102,8	+154,5
$V_a = -88$ volts.	+160,2	+107	+53,2	0	—52,4	—104	—157,5

Nous avons alors $V_2 = 0$ $\qquad V = V_3 = V_a - 2\cdot$

Remplaçant dans la relation 2 (ou 1) nous avons :

$$2\alpha = \varepsilon = -\frac{bV_a^2 + 2b_1 V_a v + (b_1 + b') v^2}{\gamma + cV_a^2 + 2c_1 V_a v + (c + c') v^2}$$

ε étant l'élongation sur l'échelle placée à la distance unité. b' est petit devant b_1, et si v est négligeable devant V_a nous pouvons négliger le troisième terme au numérateur. De plus, $(c_1 + c') v^2$ est négligeable devant cV_a^2 et, 2 c_1 étant de l'ordre de $c\,(= c_1 + c_2)$, le terme 2 $c_1 V_a v$ est aussi négligeable par rapport à cV_a^2 et à γ. Il reste donc :

$$\varepsilon = -\frac{2b_1 V_a v}{\gamma + cV_a^2} - \frac{bV_a^2}{\gamma + cV_a^2}$$

La déviation ε est donc proportionnelle à v autour d'un nouveau zéro, déplacé par rapport au zéro mécanique de

$$-\left[\frac{bV_a^2}{\gamma + cV_a^2} + \frac{2b_1 V_a v_0}{\gamma + cV_a^2}\right]$$

D'ailleurs, pour des expériences précises, on fera un étalonnage préalable (la proportionnalité n'étant que commode) ou on emploiera une méthode de zéro.

Pour de petites déviations, et surtout si v n'est pas trop grand, nous aurons donc :

$$\varepsilon = -\frac{2b_1 V_a}{\gamma + cV_a^2}\, v$$

Il est alors facile de voir que la sensibilité

$$\frac{\varepsilon}{v} = -\frac{2b_1 V_a}{\gamma + cV_a^2}$$

passe par un maximum pour $\gamma = cV_a^2$ quand le couple directeur est positif. Il y a instabilité pour $\gamma = -cV_a^2$ quand il est négatif (électromètre Curie). Dans ce dernier cas, la sensibilité augmente avec V, mais cette augmentation de sensibilité ne devient importante que lorsque V est un peu grand et comme c augmente généralement avec la déviation, quand l'ai-

1. Qui provient de ce que la différence de potentiel de contact entre l'aiguille et les quadrants n'est pas la même.

guille dévie trop, elle rentre dans les quadrants et ne revient plus.

D'après les mesures que nous avons faites des couples directeurs, nous pouvons prévoir les potentiels qui donneront le maximum de sensibilité ou qui conduiront à une instabilité (en supposant que c varie peu avec V). On arrive ainsi aux nombres suivants :

Electrom. Mascart bifilaire très rapproché			1320	volts[1]	maximum de sensibilité.
Compteurs	susp. 17^{cm}	aig. 7^{cm}	321	»	»
»	» 40^{cm}	» 5^{cm}	265	»	»
Curie	»		138	»	sensibilité infinie.

En réalité, cet électromètre Curie était très instable déjà pour 80 à 90 volts et ne revenait plus au zéro quand il déviait trop, surtout à droite.

2° **Méthode hétérostatique symétrique.** — On établit entre les quadrants une différence de potentiel v à l'aide d'une pile et on intercale la différence de potentiel à mesurer entre l'aiguille et le milieu de cette pile, potentiel zéro.

Nous avons, dans le cas le plus général, la formule complète, dans laquelle nous négligerons le terme en $c_1 - c_2$. devant les autres :

$$\varepsilon = -\frac{bV^2 + BVv + \left(b' + \frac{1}{4}b\right)v^2}{\gamma + cV^2 + \left(c' + \frac{c}{4}\right)v^2}$$

Si le potentiel à mesurer V est petit nous pourrons, comme précédemment, négliger bV^2 et cV^2, et les déviations seront proportionnelles autour du zéro déplacé de

$$-\left[\frac{\left(b' + \frac{1}{4}b\right)v^2}{\gamma + \left(c' + \frac{c}{4}\right)v^2} + \frac{BV_0 v_0}{\gamma + \left(c' + \frac{c}{4}\right)v^2}\right]$$

v_0 étant la différence de potentiel de contact entre l'aiguille et les quadrants, à laquelle il faut ajouter la différence de potentiel entre le point de la pile de charge où est reliée l'aiguille et le milieu vrai de la pile, c'est-à-dire la différence de potentiel provenant de la dissymétrie de la pile.

Si l'électromètre est suffisamment symétrique, il est inutile de chercher à annuler le terme $b' + \frac{1}{4}b$ par un réglage compliqué et, si l'on veut supprimer la déviation initiale de l'aiguille, on pourra le faire en introduisant une dissymétrie de charge entre les quadrants.

Les déviations seront donc théoriquement symétriques autour du zéro déplacé et auront pour valeur :

$$\varepsilon = \frac{Bv}{\gamma + \left(c' + \frac{c}{4}\right)v^2} V$$

Le couple directeur, s'il est positif, nous conduira encore ici à un maximum de sensibilité pour $\gamma = \left(c' + \frac{c}{4}\right)v^2$ et, s'il est négatif, à une instabilité pour $\gamma = \left(c' + \frac{c}{4}\right)v^2$.

Cette méthode est peu employée au laboratoire pour des mesures de faibles potentiels. On lui préfère la méthode de Lord Kelvin qui est plus commode d'emploi et aussi parce qu'il est plus facile de bien isoler les quadrants que l'aiguille.

La méthode symétrique s'impose, au contraire, quand on veut mesurer des potentiels supérieurs à quelques volts ou même élevés, comme on le fait en météorologie. Dans ce cas *un réglage est nécessaire* si, le couple directeur électrique restant faible devant γ, on veut avoir des déviations proportionnelles. Le *seul réglage nécessaire* est celui qui annule le terme b; il est inutile de chercher à annuler la déviation qui se produit au moment où on charge les quadrants et qui provient de ce que l'on n'a pas annulé b', en même temps que b. D'ailleurs, il est facile de voir qu'une dissymétrie de la pile de charge ne détruira en rien la proportionnalité, si elle existe, et, pour un électromètre peu sensible ou pour v petit, on pourrait même employer une charge complètement dissymétrique en introduisant la différence de potentiel à mesurer entre l'aiguille et l'une des paires de quadrants ; on a un dispositif inverse de celui de la méthode de Lord Kelvin.

Pour que les déviations soient proportionnelles, il faut que le couple directeur cV^2 soit toujours petit devant γ. On sera donc conduit à employer des couples directeurs mécaniques d'autant plus grands que V est plus grand. La différence de potentiel v de charge permettra de régler la sensibilité.

Dans le cas où l'on s'astreint à ne faire dévier l'aiguille que d'un seul côté du zéro, on pourra avoir des déviations suffisamment proportionnelles si on fait le réglage pour une position de l'aiguille qui correspond à la déviation que donnera le potentiel maximum que l'on aura à mesurer. D'ailleurs, au laboratoire, il est possible, en général, de faire un étalonnage préalable de l'appareil.

3° **Méthode idiostatique.** — On relie l'aiguille à l'une des paires de quadrants, 2 par exemple. La formule s'obtiendra facilement en faisant $V_a = 0$ dans la formule qui correspond à la méthode de Lord Kelvin ; on a :

$$\varepsilon = \frac{(b_1 + b')v^2}{\gamma + (c_1 + c')v^2}$$

1. Cet électromètre était peu sensible : $\frac{B}{\gamma} = 8$ unités statiques environ. Pour l'électromètre de la Compagnie des Compteurs, le maximum de sensibilité est difficilement accessible ; l'aiguille bascule, en général, et vient au contact des quadrants.

En général, l'image sort de l'échelle avant que le couple directeur intervienne, de sorte que la déviation sera toujours proportionnelle à v^2, à condition que la différence de potentiel de contact aiguille-quadrants soit compensée, si la sensibilité n'est pas assez faible pour qu'on puisse la négliger devant la différence de potentiel à mesurer.

Mars 1907. (*A suivre.*)