HAL
open science

Sur les trajectoires des corpuscules électrisés dans l'espace. Applications à l'aurore boréale et aux perturbations magnétiques

Carl Störmer

To cite this version:

Carl Störmer. Sur les trajectoires des corpuscules électrisés dans l'espace. Applications à l'aurore boréale et aux perturbations magnétiques. Radium (Paris), 1907, 4 (1), pp.2-5. 10.1051/radium:01907004010201 . jpa-00242218

HAL Id: jpa-00242218

https://hal.science/jpa-00242218

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Sur les trajectoires des corpuscules électrisés dans l'espace

Applications à l'aurore boréale et aux perturbations magnétiques [1]

Par CARL STÖRMER,

Professeur de Physique à l'Université de Christiania.

L'hypothèse de Birkeland sur l'aurore boréale, hypothèse que M. Störmer s'est proposé d'appuyer par le calcul, est que le phénomène est dû à des rayons cathodiques *émanés du soleil*[1] et attirés dans le champ magnétique terrestre. Birkeland a cherché à vérifier expérimentalement sa théorie, et il a institué quelques expériences remarquables en expo-

1. Pour M. Villard au contraire, ces rayons cathodiques sont d'origine terrestre. Les travaux sur ce sujet ont été publiés en : 1896, 1901 (Birkeland), 1904 (Störmer).

1. Ce travail a été extrait, d'un mémoire détaillé de M. C. Störmer, publié dans les *Archiv. for mathetmatik of Naturvidenskab*, B. XXVIII, n° 2. (C. R. vol. CXLII, p. 1580 et CXLIII, p. 110, 408 et 460). (Extraits par M. Léon Bloch, revus par M. C. Störmer.)

Article published online by EDP Sciences and available at http://dx.doi.org/10.1051/radium:01907004010201

sant une petite sphère magnétique à un pinceau de rayons cathodiques.

Il se servait d'un électro-aimant sphérique (image de la terre) entouré d'une feuille mince de cuivre recouverte de platinocyanure de baryum. En éclairant cette sphère au moyen d'un faisceau de rayons cathodiques sensiblement parallèles, on observe une tache fluorescente qui change brusquement d'aspect sitôt qu'on excite l'électro-aimant. La luminosité se concentre au voisinage des pôles, où elle forme des coins de lumière à structure rayonnée pouvant s'observer distinctement jusqu'à 5 centimètres de la sphère et tombant obliquement vers la surface de la sphère. A l'endroit où elle la rencontre, il se forme une traînée lumineuse courant suivant le parallèle de 70 degrés; cette traînée prend naissance dans le méridien où se trouve la cathode (soleil) mais se prolonge très loin dans l'hémisphère non éclairé. La rotation diurne de la terre modifie peu le phénomène, les traînées lumineuses se forment seulement à une latitude un peu plus faible. Outre ces phénomènes, qui sont réguliers, M. Birkeland a observé parfois des tourbillons de courants autour de la sphère, présentant l'aspect d'anneaux lumineux. L'anneau équatorial donne lieu à la surface de la terre à une lumière équatoriale très intense.

M. Störmer a cherché à voir si les observations de Birkeland sont conformes à ce que permet de prévoir la théorie électromagnétique, lorsqu'on suppose que les rayons cathodiques sont des particules électrisées possédant des vitesses énormes et subissant une déviation magnétique dans le champ terrestre.

Un corpuscule électrisé qui n'est soumis à d'autres forces que des forces magnétiques garde nécessairement une vitesse constante, puisque la force est constamment normale à l'élément de trajectoire à l'instant considéré. Les équations intrinsèques de la trajectoire d'un corpuscule se déplaçant dans un champ magnétique d'intensité X, Y, Z, s'écrivent

$$\begin{aligned} A\frac{d^2x}{ds^2} &= Z\frac{dy}{ds} - Y\frac{dz}{ds} \\ A\frac{d^2y}{ds^2} &= X\frac{dz}{ds} - Z\frac{dx}{ds} \\ A\frac{d^2z}{ds^2} &= Y\frac{dx}{ds} - X\frac{dy}{ds} \end{aligned} \qquad (1)$$

s désignant l'arc de trajectoire compté à partir d'un point fixe, et A une constante dépendant de la vitesse, de la masse et de la charge du corpuscule, ainsi que du choix des unités. Dans le système électromagnétique on a pour les corpuscules négatifs

$$A = \frac{mv}{e}.$$

Pour appliquer ces équations au cas du champ magnétique terrestre, M. Störmer assimile ce champ à celui d'un aimant élémentaire de moment $M = 8{,}52.10^{25}$. Cette approximation est valable à grande distance, et elle permet de remplacer dans les équations (1) X, Y, Z, par les dérivées partielles de $\frac{Mz}{r^3}$ l'axe des z étant choisi parallèle à l'axe magnétique du globe. Les équations deviennent alors

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{ds^2} &= \frac{c^2}{r^5}\left[3yz\frac{dz}{ds} - (5z^2 - r^2)\frac{dy}{ds}\right] \\ \frac{d^2y}{ds^2} &= \frac{c^2}{r^5}\left[(5r^2 - z^2)\frac{dz}{ds} - 5xz\frac{dz}{ds}\right] \\ \frac{d^2z}{ds^2} &= \frac{c^2}{r^5}\left[5xz\frac{dy}{ds} - 5yz\frac{dx}{ds}\right] \end{aligned} \qquad (2)$$

en posant $\sqrt{\frac{M}{A}} = c$.

Il suffit de considérer le cas $c = 1$, les autres s'en déduisent par homothétie. En introduisant les coordonnés cylindro-polaires, on arrive après quelques simplifications au système remarquable suivant :

$$\frac{d^2R}{ds^2} = \frac{1}{2}\frac{dQ}{dR} \qquad \frac{d^2z}{ds^2} = \frac{1}{2}\frac{dQ}{dz}$$

$$\left(\frac{dR}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dz}{ds}\right)^2 = Q \qquad (3)$$

où l'on a posé $Q = 1 - \left[\frac{2\gamma}{R} + \frac{R}{(R^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}\right]^2$,

γ désignant la constante arbitraire fournie par une intégrale première évidente. Le système (3) est identique à celui qu'on obtient en cherchant les équations du mouvement d'un point dans un plan, sous l'action d'une force dérivant du potentiel $\frac{1}{2}Q$. Tous les résultats connus dans ce cas, en particulier les théorèmes de Poincaré relatifs à l'existence de solutions périodiques ou asymptotiques, peuvent se transporter immédiatement, après transformation convenable, au problème primitif. Analytiquement, l'intégration du système (3) revient à l'intégration d'une équation différentielle du second ordre, analogue à celle des lignes géodésiques sur une surface, suivie d'une quadrature. Une nouvelle quadrature fait connaître l'angle polaire ρ dans l'espace.

M. Störmer a procédé par intégration numérique. Par un effort de calcul considérable, où ses collaborateurs et lui ont dépensé plus de 4500 heures, il a obtenu la forme des trajectoires dans l'espace correspondant aux différentes valeurs de γ. Les plus intéressantes de ces trajectoires sont celles qui venant de l'infini (soleil) passent par l'origine ou s'en rapprochent indéfiniment.

De pareilles trajectoires ne peuvent exister que pour $-1 < \gamma < 0$. A chaque valeur convenable de γ correspondent deux courbes et deux seulement passant

par l'origine. On a construit ces courbes pour les valeurs de γ égales à $-0,1$, $-0,2$, $-0,5$, $-0,7$, $-0,8$, $-0,85$, $-0,9$, $-0,92$, $-0,926$, $-0,9285$, $-0,55$, $-0,9555$, $-0,94$, $-0,954$, $-0,956$, $-0,999$, -1, $1,2$, $-1,5$, -2.

Quand on veut chercher à appliquer les résultats de calcul obtenus de la sorte à la théorie de l'aurore

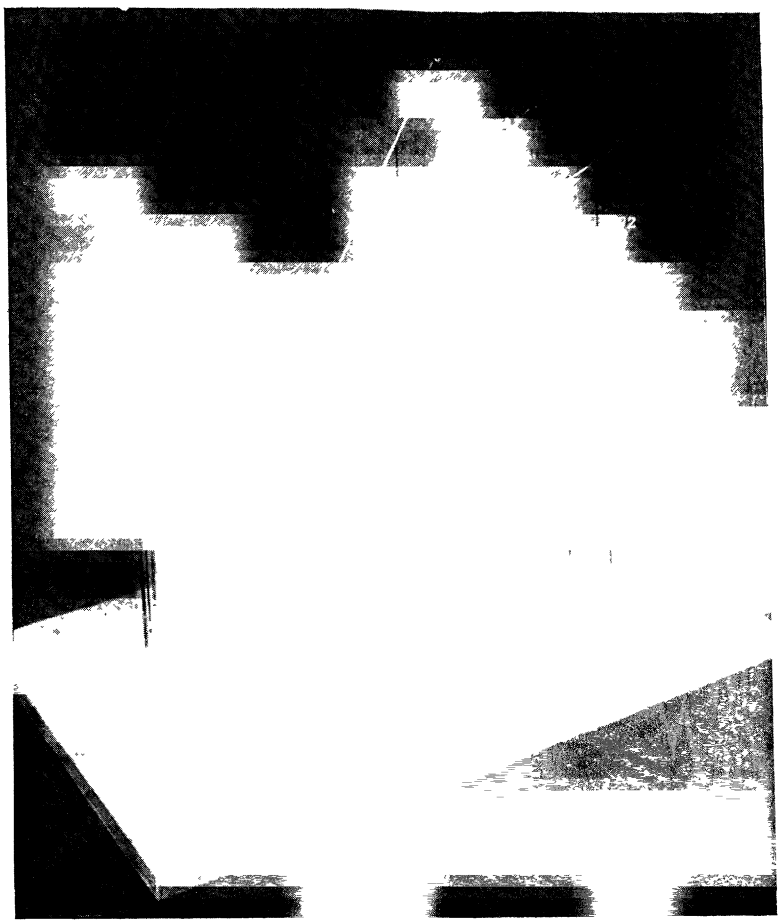

Fig. 1.

boréale on est obligé de faire certaines hypothèses. D'abord si l'on pose que le champ magnétique à grande distance de la terre est assimilable au champ d'un aimant élémentaire placé en son centre, cela veut dire qu'on néglige le magnétisme possible des autres corps du système solaire, c'est-à-dire des planètes et du soleil lui-même. Ensuite on néglige également l'influence des mouvements propres de la terre, ces mouvements ne peuvent avoir qu'une influence très faible sur la distribution des lignes de force magnétique pendant le temps nécessaire aux corpuscules pour parcourir la distance du soleil à la terre.

De plus, les courbes qu'on a calculé numériquement ont été calculées dans le cas où $c=1$. En réalité la valeur de c est, comme on l'a vu plus haut, égale à $\sqrt{\frac{8,52.10^{25}.e}{m\,v}}$ Ce nombre, et par suite l'apparence générale des phénomènes dans une région donnée, dépendent à un degré notable de la constante $\frac{mv}{e}$, c'est-à-dire de la nature des corpuscules dont il s'agit. Si nous posons $\frac{mv}{e}=515$, ce qui correspond aux rayons cathodiques ordinaires, c prend la valeur énorme $c=5,2.10^{14}$ cm. c'est-à-dire 15 ou 14 fois la distance de la terre ou de la lune.

A chaque valeur de la hauteur du soleil au-dessus de l'équateur magnétique correspond une série de directions distinctes de rayons cathodiques susceptible de rencontrer la terre (supposée réduite à un point). Cette série de directions et le nombre des directions varient énormément avec la hauteur de soleil. On prévoit donc qu'avec le temps l'aspect des phénomènes puisse varier considérablement et brusquement, ce qui est un trait commun à l'aurore boréale et aux perturbations magnétiques. Les variations diurnes et annuelles de ces phénomènes trouvent probablement leur explication dans la variation avec le temps des directions d'émission cathodique susceptibles d'atteindre la terre. C'est un point que l'auteur compte étudier plus en détail.

En ce qui regarde les régions de la terre atteintes par les corpuscules, l'approximation faite jusqu'ici ne suffit plus, il faudrait introduire la valeur exacte du potentiel magnétique terrestre. Pourtant, en s'en tenant aux calculs faits plus haut, on voit que pour γ compris entre -1 et 0, les zones lumineuses sont constituées par des régions limitées par deux parallèles voisins des pôles. On peut dire, vu la petitesse relative des dimensions de la terre que l'aurore boréale doit être confinée au voisinage immédiat des points d'intersection avec l'axe magnétique et la surface de la terre, et c'est bien ce que l'expérience nous apprend. Les régions où l'aurore est fréquente doivent être symétriques par rapport à l'axe magnétique terrestre, et c'est bien aussi ce qui résulte de la carte de Fritz donnant la répartition moyenne des aurores. On peut prévoir de la même façon les aspects si caractéristiques de l'aurore en draperie ou en rideau.

Les perturbations périodiques du magnétisme terrestre peuvent elles aussi, d'après M. Störmer, se

rattacher à la présence de rayons cathodiques décrivant des trajectoires de nature périodique. Ce que M. Eschenhagen appelle les « ondes élémentaires du magnétisme terrestre » peut très bien être la répercussion magnétique de courants d'électrons périodiquement variables.

Lorsqu'on se propose d'étudier mathématiquement ce problème, on est amené à employer les méthodes de Poincaré pour la recherche des solutions périodiques ou asymptotiques du problème des trois corps. On trouve de la sorte une très grande variété de courbes, les unes ondulatoires, les autres pourvues de rebroussements, correspondant aux différentes valeurs de γ. A ces trajectoires périodiques il n'est pas difficile d'associer des courbes asymptotiques qui s'approchent indéfiniment d'une courbe périodique donnée. C'est à ces trajectoires périodiques et asymptotiques qu'il faut avoir recours, d'après M. Störmer, pour expliquer l'anneau équatorial observé par Birkeland dans certaines de ses expériences.

Si l'on veut appliquer l'étude des trajectoires périodiques à l'explication des perturbations magnétiques terrestres, il faut déterminer numériquement le temps employé par le corpuscule à parcourir une des boucles de sa trajectoire, et voir si ce temps coïncide avec l'une des périodes d'oscillations magnétiques relevées expérimentalement. Ces

Fig. 3.

périodes d'oscillations ont été empruntées aux observations faites par Birkeland à Postdam et à Bosekop. Quant au calcul théorique des périodes, on l'a fait en employant les constantes physiques données par Rutherford (*Radioactivity*, IIe éd.)

En adoptant les valeurs de cet auteur pour la vitesse v et le rapport $\frac{e}{m}$ des rayons cathodiques, des rayons α

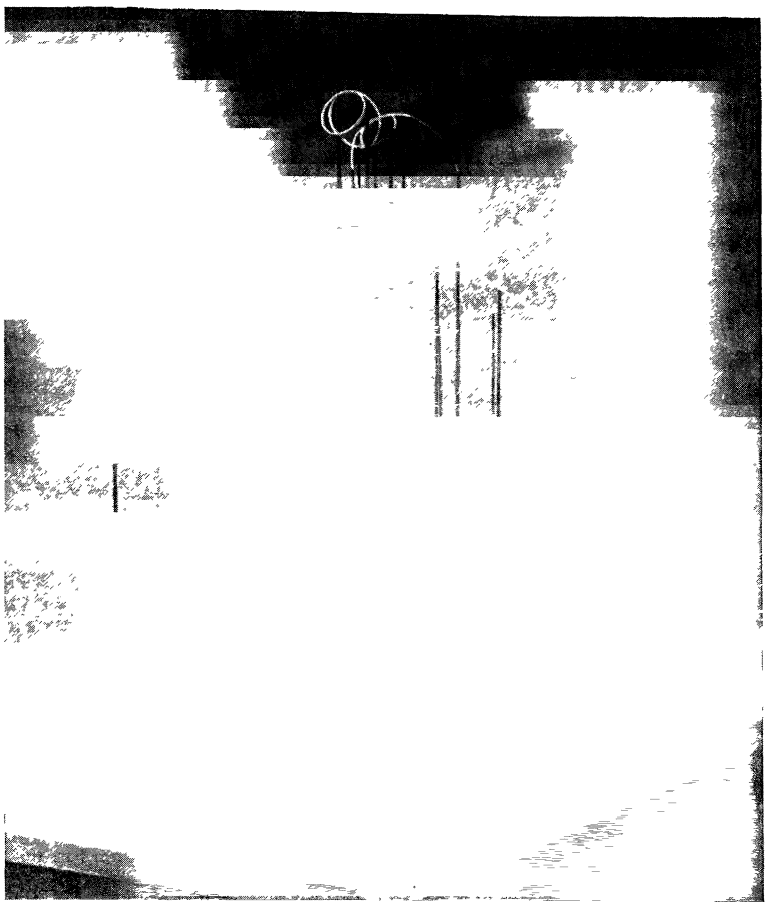

Fig. 2.

et β du radium, on trouve l'expression numérique de c et l'on est en mesure de calculer la période théorique. Le fait important est que les périodes théoriques sont du même ordre de grandeur que les périodes expérimentales.

M. Störmer estime qu'on peut dès à présent expliquer par sa théorie certains résultats d'apparence paradoxale observés autrefois par Plücker; il pense également pouvoir rendre compte d'une manière très exacte de quelques phénomènes observés par Villard dans des conditions particulières. C'est ainsi que la trajectoire théorique (fig. 2) présente une ressemblance frappante avec la courbe expérimentale de M. Villard (fig. 3). D'ailleurs, les théories cherchent toutes deux à expliquer les faits par les propriétés électromagnétiques des corpuscules, et la seule divergence qui les sépare est la question d'origine, pour M. Villard ces corpuscules sont d'origine terrestre, pour M. Störmer ils sont d'origine solaire.