Entrainement partiel des ondes lumineuses ; termes complémentaires à ajouter aux équations de Hertz pour expliquer ce phénomène

E. Mathy

ENTRAINEMENT PARTIEL DES ONDES LUMINEUSES; TERMES COMPLÉMENTAIRES A AJOUTER AUX ÉQUATIONS DE HERTZ POUR EXPLIQUER CE PHÉNOMÈNE;

Par M. E. MATHY.

Les équations fondamentales de Hertz dans la théorie *Électrodynamique des corps en mouvement* sont :

$$
\mathrm{I}\left\{\begin{aligned}
\frac{d\mu\alpha}{dt} - [\mu\alpha] &= \frac{dQ}{dz} - \frac{dR}{dy} \\
\frac{d\mu\beta}{dt} - [\mu\beta] &= \frac{dR}{dx} - \frac{dP}{dz} \\
\frac{d\mu\gamma}{dt} - [\mu\gamma] &= \frac{dP}{dy} - \frac{dQ}{dx}
\end{aligned}\right.
\qquad
\mathrm{II}\left\{\begin{aligned}
\frac{d\,.\,KP}{dt} - [KP] &= \frac{d\gamma}{dy} - \frac{d\beta}{dx} \\
\frac{d\,.\,KQ}{dt} - [KQ] &= \frac{d\alpha}{dz} - \frac{d\gamma}{dx} \\
\frac{d\,.\,KR}{dt} - [KR] &= \frac{d\beta}{dx} - \frac{d\alpha}{dy}.
\end{aligned}\right.
$$

Ces équations ne peuvent rendre compte de « l'entraînement partiel des ondes lumineuses », phénomène mis en évidence par l'expérience de Fizeau.

Les termes complémentaires $[\mu\alpha]$, ..., [KP], ... des premiers membres proviennent du mouvement de la surface à travers laquelle se produit la variation du flux soit magnétique, soit électrique.

Les seconds membres ont la même forme que dans la théorie « électrodynamique des corps en repos ». Cependant, si la surface se déplace, le circuit doit suivre son mouvement; le chemin le long duquel on intègre peut à la rigueur conserver un contour de longueur invariable; mais le vecteur fonction de la position où il est estimé n'a certainement pas toujours la même valeur que si le contour était resté fixe; l'intégrale se prend une seule fois le long du contour, mais dans quelle position? Comme on l'ignore, il sera impossible de suivre la méthode ordinaire pour obtenir sa variation.

D'un autre côté, l'intégrale de ligne a été remplacée par une intégrale de surface à l'aide du théorème de Stokes. Le raisonnement doit se faire pour l'intégrale de ligne.

Il s'agit de rechercher la variation de cette intégrale : à cet effet, on doit, me semble-t-il, tenir compte : 1° de la vitesse du mouvement du circuit; 2° de la nature de la matière qui entraîne le circuit.

Comme la vitesse de la matière est très petite par rapport à celle de la lumière, on admet que la variation du vecteur est fonction des composantes au premier degré de la vitesse de la matière (ξ, μ, ζ). Désignant par A le coefficient de seconde espèce pour l'électricité et B pour le magnétisme, on pourrait passer de l'intégrale de ligne, celle-ci étant d'abord fixe, au cas où elle est partiellement entraînée par la matière, en multipliant le premier résultat par $1 + A(\xi + \eta + \zeta)$ pour le vecteur électrique et par $1 + B(\xi + \eta + \zeta)$ pour le vecteur magnétique. A, B, ξ, η, ζ sont indépendants de la longueur du chemin d'intégration. Les groupes (I) et (II) s'écriraient alors :

$$
\text{I}' \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{d\mu\alpha}{dt} - [\mu\alpha] = \left(\dfrac{dQ}{dz} - \dfrac{dR}{dy}\right)[1 + A(\xi + \eta + \zeta)] \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{array} \right.
$$

$$
(\text{II}') \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{d(\text{KP})}{dt} - [\text{KP}] = \left(\dfrac{d\gamma}{dy} - \dfrac{d\beta}{dx}\right)[1 + B(\xi + \eta + \zeta)] \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{array} \right.
$$

On peut déterminer A et B en appliquant ces équations à un cas précis, choisir celui qui est indiqué dans : *Cours de physique mathématique. Électricité et Optique*, de M. H. Poincaré, page 391.

Soient donc l'onde perpendiculaire à l'axe des x et le plan de polarisation perpendiculaire à l'axe des z; alors toutes les quantités s'annulent excepté β et R qui sont fonctions de x et t. Les équations I′ et II″ se réduisent, en supposant $\mu = 1$, puisqu'il s'agit de milieux transparents, à

$$(1) \qquad \left\{ \begin{aligned} &\frac{d\beta}{dt} + \xi \frac{d\beta}{dx} = \frac{dR}{dx}(1 + A\xi) \\ &K\left(\frac{dR}{dt} + \xi \frac{dR}{dx}\right) = \frac{d\beta}{dx}(1 + B\xi). \end{aligned} \right.$$

Si V désigne la vitesse des ondes, on a

$$(2) \qquad \left\{ \begin{aligned} \beta &= \psi(x - Vt) \\ R &= \varphi(x - Vt) \end{aligned} \right.$$

D'où

$$(3) \qquad \left\{ \begin{aligned} &\frac{d\beta}{dx} = \psi' \\ &\frac{d\beta}{dt} = -V\psi' \end{aligned} \right. \qquad \left\{ \begin{aligned} &\frac{dR}{dx} = \varphi' \\ &\frac{dR}{dt} = -V\varphi' \end{aligned} \right.$$

en représentant par ψ' et φ' les dérivées de $\psi\,(x - Vt)$ et de $\varphi\,(x - Vt)$.

En remplaçant dans 1, on a

$$\left\{ \begin{aligned} &-\psi' . (V - \xi) = \varphi' . (1 + A\xi) \\ &-K . \varphi' . (V - \xi) = \psi' . (1 + B\xi) \end{aligned} \right.$$

On en conclut :

$$K(V - \xi)^2 = (1 + A\xi)(1 + B\xi).$$

Puisque ξ est très petit par rapport à V, on peut écrire

$$V = \frac{1}{\sqrt{K}} \sqrt{(1 + A\xi)(1 + B\xi)} \qquad \text{ou} \qquad = \frac{1}{\sqrt{K}}\left(1 + \frac{A + B}{2}\xi\right).$$

Cette expression coïnciderait avec les vues de Fresnel si

$$\frac{A + B}{2} = \frac{K - K_0}{\sqrt{K}}.$$

Pour cela

$$(4) \qquad \left\{ \begin{aligned} A &= 2\sqrt{K} \\ B &= -\frac{2\sqrt{K_0}}{n}. \end{aligned} \right.$$

L'intégrale de ligne de la force électrique serait donc augmentée dans le rapport de 1 à $1 + 2\sqrt{K}$, et l'intégrale de ligne de la force magnétique aurait varié dans le rapport de 1 à $1 - \frac{2}{n}\sqrt{K_0}$, dans le cas de l'entraînement partiel des ondes.

Si ces hypothèses sont admissibles, les équations de Hertz ainsi modifiées rendent compte de ce phénomène.

DRUD'ES ANNALEN DER PHYSIK;

T. XII, n^{os} 2, 3 et 4; 1903.

O. LEHMANN. — Plastische, fliessende und flüssige Krystalle; erzwungene und spontane Homöotropie desselben (Cristaux plastiques, fluides et liquides; leur homéotropie forcée et leur homéotropie spontanée). — P. 311 à 342.

Le premier exemple d'une masse cristalline, possédant une si grande plasticité qu'elle a été considérée en général comme liquide, a été présenté par l'iodure d'argent, qui, de la forme ordinaire hexagonale obtenue quand on le chauffe au-dessus de 146°, se transforme à 450° en un véritable liquide. Par refroidissement du corps fondu au-dessous de 450°, on obtient un joli squelette cristallin formé d'arêtes arrondies qui rappelle l'état du squelette bien connu de sel ammoniac. Un fait analogue a été observé par Reinitzer avec le benzoate de cholestéryne. D'après l'auteur, on ne se trouve pas en présence de cristaux liquides, mais d'une matière très plastique.

L'auteur étudie également sur l'oléate d'ammonium l'influence de la traction et de la pression sur l'orientation des molécules anisotropes. Il donne à ce phénomène le nom d'homéotropie, et distingue l'homéotropie forcée qui résulte d'actions extérieures de l'homéotropie spontanée qui résulte de la tension superficielle et des actions résultant du mouvement de la chaleur.

L'auteur termine ce mémoire rempli de faits intéressants par la conclusion suivante :

Il n'y a pas de polymorphisme et d'amorphisme dans le sens que donne à ces mots la théorie exposée dans tous les ouvrages : ce n'est pas le mode d'agrégation des molécules qui détermine les pro-