Échelle universelle des mouvements périodiques graduée en savarts et millisavarts

A. Guillemin

ÉCHELLE UNIVERSELLE DES MOUVEMENTS PÉRIODIQUES GRADUÉE EN SAVARTS ET MILLISAVARTS;

Par M. A. GUILLEMIN.

En acoustique, on emploie surtout deux unités : l'*octave* pour les grands intervalles, le *comma* pour les petits. Elles sont toutes deux fort incommodes, car, pour évaluer la grandeur d'un intervalle $\frac{m}{n}$, il faut appliquer l'une des formules

$$x_{\text{oct.}} = \frac{\log \frac{m}{n}}{\log \frac{2}{1}} \qquad \text{et} \qquad y_{\text{comma}} = \frac{\log \frac{m}{n}}{\log \frac{81}{80}},$$

et les calculs numériques qu'elles nécessitent sont fastidieux.

Je propose de remplacer l'*octave* et le *comma* par le *savart* Σ et le *millisavart* σ. J'appelle savart l'intervalle $\frac{10}{1}$ dont le $\log = 1$ $\left[\text{il vaut 3 octaves} + 1 \text{ tierce majeure, puisque } \frac{10}{1} = \left(\frac{2}{1}\right)^3 \times \frac{5}{4}\right]$. Avec cette unité, les formules ci-dessus deviennent aussi simples que possible :

$$x_\Sigma = \log \frac{m}{n} \qquad \text{et} \qquad y_\sigma = 1.000 \log \frac{m}{n}.$$

Avantages du millisavart sur le comma. — I. Grande simplification des calculs numériques.

II. Le comma a des prétentions théoriques qui ont causé des discussions sans issue : pour les musiciens, *sol*$\sharp$ surpasse *la*$\flat$ de 1 comma pythagorique $\frac{3^{12}}{2^{19}}$; pour les physiciens, *sol*$\sharp$ est inférieur à *la*$\flat$ de 1,75 comma Pythagore, ou de 1,91 comma des physiciens $\frac{81}{80}$.

Le millisavart n'a aucune prétention théorique. Unité d'intervalle, il est relié au diapason, étalon des hauteurs, par une relation fort simple.

Il se trouve, en effet, que la fraction dont le $\log = 0{,}001$ est $\frac{435}{434}$ [1], donc :

---

[1] Rigoureusement, $\log \frac{435}{434} = 0{,}0009996$, au lieu de 0,001. Je corrigerai tout à l'heure.

1° Le millisavart est l'écart de deux diapasons français $D = 435$, quand l'un d'eux est baissé de 1 vibration par seconde;

2° Le millisavart est représenté par la fraction $\frac{D}{D-1}$, dont le $\log = 0{,}001 = 01^{-3}$.

III. Les commas sont de grandeur si incommode que les professionnels eux-mêmes ignorent que l'octave vaut 51,151 commas de Pythagore et 55,798 commas des physiciens. Mais chacun trouvera sans peine, et avec une très grande approximation, la valeur en σ de tous les intervalles tempérés, si on lui dit une seule fois que le $\frac{1}{2}$ ton vaut 25^σ $\left(\text{plus exactement } 25^\sigma + \frac{1}{12}\right)$.

IV. Le comma est de grandeur parfaitement inconnue pour les meilleures oreilles, si bien qu'on le fait servir à perpétuer certaines notions fausses. Ainsi les musiciens le définissent comme étant le plus petit intervalle appréciable à l'oreille; les physiciens disent de même que la différence entre les deux tons $\frac{9}{8}$ et $\frac{10}{9}$ est à peine appréciable. Or rien n'est plus variable que la sensibilité de l'oreille; cette sensibilité peut être inférieure au comma pour les sons très graves; mais pour les sons élevés, d'après Weber, elle atteint $\frac{1001}{1000}$, et cet intervalle vaut $\frac{1}{12}$ de comma.

Le σ est, au contraire, facile à apprécier : c'est l'intervalle qui sépare deux sons la_3 imparfaitement accordés et donnant 1 battement par seconde. Ce phénomène est si net qu'il peut servir de troisième définition au millisavart.

V. Comme le nombre des battements de deux notes formant un unisson altéré croît proportionnellement à leur hauteur, il s'ensuit que deux la_2 seront distants de 1^σ s'ils donnent $\frac{1}{2}$ battement par seconde, deux mi_4 seront distants de 1^σ s'ils donnent $\frac{3}{2}$ battements, etc. Le millisavart est donc reconnaissable à toutes les hauteurs.

VI. Si l'on considère la fraction (α) $\dfrac{435 + \frac{a}{2}}{435 - \frac{a}{2}}$, qui représente deux diapasons donnant a battements par seconde, on peut s'assurer qu'elle représente un intervalle de a millisavarts. Par conséquent, l'écart de deux diapasons qui battent est égal au nombre de leurs battements.

Ces multiples avantages du σ sont une conséquence de la formule bien connue qui donne le développement de $\log\frac{n+1}{n}$. Ici nous faisons $\log\frac{n+1}{n} = \frac{a}{1.000}$, et nous posons $n = x + \frac{1}{2}$, ce qui donne

$$\frac{x+\frac{1}{2}}{x-\frac{1}{2}} = \frac{1.000\text{M} + \frac{a}{2} + 0,00019a^2 + \dots}{1.000\text{M} - \frac{a}{2} + 0,00019a^2 + \dots}.$$

En observant que $1.000\text{M} = 434,294, \dots$ et que le terme en a^2 est négligeable tant que a reste inférieur à 100, on voit que le second terme se réduit à

$$\frac{434,3 + \frac{a}{2}}{434,3 - \frac{a}{2}},$$

et, comme il vaut a millisavarts, c'est la justification de notre formule (α), sauf que 435 est remplacé par 434,3.

En conséquence, nous formulons les deux propositions suivantes :

1° *Définir le diapason normal* $\Delta = 1.000\text{M} = 434,3$.

Ce diapason, étant défini par des considérations scientifiques et absolument impersonnelles, mérite d'être adopté par tous les peuples comme *diapason international.*

2° *Définir le millisavart* $1^\sigma = 1.000 \log\frac{\Delta + \frac{1}{2}}{\Delta - \frac{1}{2}}$.

En langage ordinaire, le millisavart a trois définitions concordantes :

1° C'est l'écart de deux diapasons Δ dont l'un est haussé et l'autre baissé de $\frac{1}{2}$ vibration ;

2° C'est l'écart de deux diapasons faisant 1 battement par seconde ;

3° C'est la fraction $\frac{\Delta + \frac{1}{2}}{\Delta - \frac{1}{2}} = 1,00230$, dont le $\log = 0,001$.