Détermination directe d'un kilohm absolu

A. Guillet

DÉTERMINATION DIRECTE D'UN KILOHM ABSOLU ;

Par M. A. GUILLET.

Les physiciens qui se sont occupés de la mesure absolue d'une résistance électrique ont fait porter généralement leurs déterminations sur des résistances de l'ordre de l'ohm : sur le cadre tournant de l'Association britannique (1863) était enroulé un fil de cuivre ayant 302 mètres de longueur et de $1^{mm},5$ de diamètre; la large spirale de maillechort étudiée par M. Wuilleumier (1889) avait seulement 32 mètres de longueur.

Comme il peut être utile, pour la construction directe d'une boîte étalon par exemple, de pouvoir évaluer une résistance notable, je me suis proposé d'établir un kilohm absolu. J'ai institué pour cela une méthode de zéro que j'ai cherché à rendre simple et expéditive et qui est analogue à celle exposée en 1887 par M. Lippmann, dans

Article published online by EDP Sciences and available at http://dx.doi.org/10.1051/jphystap:018990080047101

un travail ayant pour objet la construction d'un étalon électrique de temps.

En voici le principe :

Un galvanomètre Thomson est monté en différentiel. L'une des paires de bobines, de résistance G_2, reçoit par seconde n décharges identiques de valeur q ; et l'autre paire de bobines, de résistance G_1, un courant compensateur d'intensité i. Lorsque le jeu des appareils maintient l'équipage magnétique du galvanomètre au zéro, l'équation

$$nq = i$$

est satisfaite.

L'induction étant produite dans un circuit de résistance r, entre deux bobines B, b de mutuelle induction M, par l'établissement ou la suppression d'un courant d'intensité I, on a :

$$q = \frac{\mathrm{MI}}{r}.$$

En désignant par V la différence de potentiels des points α, β, entre lesquels est intercalée la résistance à estimer R, il vient :

$$\mathrm{I} = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{R}}.$$

D'autre part, le circuit compensateur est constitué par une résistance R, en dérivation sur les bornes α, β, complétée par une résistance modifiable S ; les fils qui se rendent aux bobines G_1 partent des extrémités de S. En posant :

$$\mathrm{R}' = \mathrm{R} + \frac{\mathrm{S}G_1}{\mathrm{S} + G_1},$$

on a :

$$i = \frac{\mathrm{S}}{\mathrm{S} + G_1}\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{R}'}.$$

L'équation d'équilibre est donc :

$$\frac{n\mathrm{M}}{r\mathrm{R}} = \frac{\mathrm{S}}{\mathrm{S} + G_1} \cdot \frac{1}{\mathrm{R}'}, \tag{1}$$

par suite :

$$\mathrm{R} = n\mathrm{N}\left(1 + \frac{G_1}{\mathrm{S}}\right) \cdot \frac{\mathrm{R}'}{r}.$$

Les bobines G_1 et G_2, traversées par un même courant n'exerçant pas en général des actions égales sur les aiguilles du galvanomètre, l'équation (1) doit être modifiée. En supposant que l'action d'un courant passant dans G_1 est équilibrée par celle d'un courant p fois plus faible passant dans G_2, on peut écrire :

$$(2) \qquad R = pnM\left(1 + \frac{G_1}{S}\right)\frac{R'}{r}.$$

La valeur de p changeant avec la position qu'occupent les aiguilles par rapport aux bobines, il faut conduire l'expérience de manière à éliminer p. Il suffit pour cela, après avoir obtenu un premier équilibre, d'échanger les rôles des bobines G_1 et G_2 et d'établir à nouveau l'équilibre. On a alors :

$$(3) \qquad R = \frac{1}{p}\, n'M\left(1 + \frac{G_2}{S_1}\right)\frac{R'_1}{r_1}.$$

En multipliant membre à membre les équations (2) et (3) et posant :

$$\gamma_1 = \frac{G_1}{S}; \qquad \gamma_2 = \frac{G_2}{S_1}; \qquad \lambda = \frac{R'}{r}; \qquad \lambda_1 = \frac{R'_1}{r_1}.$$

il vient :

$$R = M\sqrt{nn'(1+\gamma_1)(1+\gamma_2)\lambda\,.\,\lambda_1}.$$

Il y a encore une correction à faire subir à ce résultat. Lorsque le circuit inducteur est coupé, la différence des potentiels en $\alpha\beta$ ne conserve pas la valeur V, mais prend une nouvelle valeur V_1.

En conséquence, le courant compensateur n'est pas rigoureusement constant; il varie très peu cependant, à cause de la faible résistance intérieure de la batterie d'accumulateurs qui le fournit. En désignant par f la fraction du temps-unité choisi, pendant laquelle les circuits inducteur et de compensation sont simultanément actifs, et par b le rapport $\frac{V_1}{V}$, on peut dire que tout se passe comme si le circuit compensateur était alimenté par une force électromotrice constante :

$$e = [f + b(1-f)]\,V = \frac{1}{\varphi}\,V.$$

On devra donc calculer finalement R au moyen de la formule :

$$(\mathrm{I}) \qquad R = M\sqrt{nn'(1+\gamma_1)(1+\gamma_2)\lambda\lambda_1}\,.\,\varphi.$$

Il faut établir le système inducteur dans des conditions telles que l'on puisse calculer son coefficient de mutuelle induction M. Si l'on disposait d'une bobine unicouche, enroulée suivant le pas $\frac{1}{n_1}$, pratiquement infinie dans les conditions de l'expérience, on aurait, en l'entourant vers son milieu d'un cadre portant N spires :

$$M = 4\pi n_1 N s.$$

Pour réaliser sans embarras un cas équivalent au précédent, il suffit de sérier avec le cadre principal b_0 des cadres $b_1, b_2, \ldots, b_K$; $b_{-1}, b_{-2}, \ldots, b_{-K}$, distants d'une longueur égale à celle de la bobine B. La valeur de K est imposée par la condition suivante : le coefficient d'induction mutuelle du système Bb_K doit produire un effet d'induction au plus égal à celui que le galvanomètre employé permet d'apprécier.

C'est là une forme particulière de la méthode de correction expérimentale des bouts imaginée par M. Lippmann en 1882. Au lieu de déplacer la grande bobine, on peut déplacer le cadre ou, mieux, sérier des cadres occupant les positions que devrait prendre le cadre b_0 au cours des translations correctrices. En opérant ainsi, on supprime en réalité toute correction. Dans la méthode de détermination de l'ohm imaginée par M. Lippmann et appliqué par M. Wuilleumier, il ne serait pas simple d'opérer ainsi, à cause de la rotation qu'il faut imprimer au cadre.

Le système inducteur que j'ai utilisé comprenait :

1° Une bobine B dont les constantes sont :

$$2l = 66{,}531 \text{ centimètres}, \qquad n_1 = 22{,}0499$$
$$s = 76{,}403 \text{ centimètres carrés (géométrique)}, \quad 76{,}495 \text{ (magnétique)}.$$

2° De sept cadres b pour lesquels $N = 200$, $\alpha l' = 9$ centimètres.

Ce système équivaeut à un bobine B′ d'environ 470 centimètres de longueur et 10 centimètres de diamètre, entourée en son milieu par un cadre d'environ 11 centimètres de diamètre et de 9 centimètres de long.

J'ai adopté la valeur de la section fournie par des mesures magnétiques, car celles-ci tiennent compte de toutes les spires et de leur état, tandis que les pointés géométriques sont nécessairement limités à un certain nombre de sections et d'azimuts. D'ailleurs, dans l'expérience principale, c'est par son champ magnétique qu'intervient la bobine B.

J'ai obtenu ainsi :

$$M = 4239167, 3995 \text{ cgs.}$$

Le calcul de R exige encore la connaissance des facteurs :

$$n, n'; \qquad \lambda_1, \lambda_2; \qquad \gamma_1, \gamma_2 \qquad \text{et} \qquad \varphi,$$

que l'on estime comme il suit dans chaque expérience : les bobines G_1 produisant l'action compensatrice, on règle d'abord le shunt S et la vitesse du moteur qui commande le commutateur, de manière à obtenir l'équilibre du galvanomètre. On fait de même après avoir permuté G_1 et G_2.

1° Dans les deux cas, on inscrit parallèlement sur la feuille enfumée d'un cylindre tournant les tours du moteur et les battements d'un pendule de M. Lippmann dont on a déterminé la période T. En désignant par $N_1 + \varepsilon_1$ et par $N_2 + \varepsilon_2$ les angles de rotation du moteur, estimés en tours, relatifs aux deux équilibres, et par p_1 et p_2 les nombres entiers des périodes correspondant aux pendules, les vitesses angulaires du moteur sont mesurées par les nombres

$$\nu_1 = \frac{N_1 + \varepsilon_1}{p_1 T}; \qquad \nu_2 = \frac{N_2 + \varepsilon_2}{p_2 T}.$$

On compte directement N_1 et N_2, et on estime au cathétomètre les fractions ε_1, ε_2. Le commutateur que j'ai le plus souvent employé produisait par tour quatre émissions de la charge q ; il faut donc prendre :

$$n = 4\nu_1; \qquad n' = 4\nu_2.$$

2° Comme dans le rapport $\frac{R'}{r}$ figurent deux résistances d'un ordre très différent, on les compare successivement à celle d'une boîte auxiliaire convenablement construite dont les bobines sont en série dans le premier cas et en parallèle dans le second. On trouve ainsi :

$$\frac{R'}{B_s} = a; \qquad \frac{r}{B_p} = b;$$

par suite :

$$\lambda = \frac{a}{b}\frac{B_s}{B_p}.$$

Au second équilibre correspond :

$$\lambda_1 = \frac{a'}{b'}\frac{B_s}{B_p}.$$

3° On obtient γ_1 et γ_2 en estimant les rapports :

$$\frac{S + G_1}{G_1}, \qquad \frac{S_1 + G_2}{G_2}.$$

4° La valeur de f a été obtenue par voie d'inscription : le commutateur, une pile et l'électro Deprez étant en série, on met le moteur en marche ; le stylet inscrit alors sur un cylindre, dont la rotation est solidaire de celle de l'axe du commutateur, une courbe périodique qui fait connaître les durées relatives de fermeture et d'ouverture du courant inducteur et fournit de précieux renseignements sur le mode de fonctionnement des balais ou des contacts.

J'ai déduit b du rapport des différences de potentiel aux bornes du shunt S, lorsque le circuit inducteur est ouvert, puis fermé.

Un *distributeur* permet d'effectuer très commodément les comparaisons précédentes, surtout lorsqu'on emploie la méthode potentiométrique.

Pour donner une idée de l'ordre de grandeurs des résultats, voici les nombres relatifs à l'une des expériences :

1° La grande bobine constitue la partie active du circuit inducteur :

$$\begin{array}{rlrl} \nu_1 = & 12,6098 & \nu_1' = & 12,4897 \\ \lambda = & 899,236 & \lambda_1 = & 898,183 \\ 1 + \gamma_1 = & 6,04103 & 1 + \gamma_2 = & 5,6492 \end{array}$$
$$R = 1117,227 \times 10^9.$$

2° Les petites bobines constituent la partie active du circuit inducteur :

$$\begin{array}{rlrl} \nu_1 = & 12,4967 & \nu_1' = & 12,5591 \\ \lambda = & 1058,781 & \lambda_1 = & 1056,4296 \\ 1 + \gamma_1 = & 5,28141 & 1 + \gamma_2 = & 4,9644 \end{array}$$
$$R = 1150,403 \times 10^9.$$

En comparant la boîte Kilohm au reste du circuit inducteur, on trouve :

$$K = 0,89953R \text{ dans le premier cas}$$

et

$$K = 0,87386R \text{ dans le second.}$$

Les deux valeurs de K ainsi obtenues sont donc :

$$1004,984 \times 10^9 \qquad \text{et} \qquad 1005,296 \times 10^9.$$

La moyenne de plusieurs séries de détermination a donné :

$$K = 1004,034 \times 10^9 \text{ à } 17^\circ.$$

A cette même température, la boîte en question vaut 1003,225 ohms internationaux.

L'ohm déduit de ma mesure aurait donc pour expression en colonne de mercure :

106,20 centimètres.