# Nouvelle méthode pour la mesure de l'intensité des champs magnétiques

E. Bouty

▶ **To cite this version:**

E. Bouty. Nouvelle méthode pour la mesure de l'intensité des champs magnétiques. J. Phys. Theor. Appl., 1898, 7 (1), pp.253-261. 10.1051/jphystap:018980070025300 . jpa-00240181

**HAL Id: jpa-00240181**
**https://hal.science/jpa-00240181**

Submitted on 4 Feb 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## NOUVELLE MÉTHODE POUR LA MESURE DE L'INTENSITÉ DES CHAMPS MAGNÉTIQUES;

Par M. E. BOUTY [1].

1. — Le phénomène auquel j'ai recours est l'induction réciproque de l'action électromagnétique employée par M. Lippmann dans son galvanomètre à mercure. Un liquide conducteur, qui peut être de l'eau de rivière, s'écoule normalement aux lignes de force du champ à mesurer. On détermine à l'aide de l'électromètre capillaire la force électromotrice induite entre la face supérieure et la face inférieure de la veine. Connaissant le débit, on en déduira l'intensité du champ.

Supposons, pour simplifier, la vitesse d'écoulement uniforme sur toute la section d'une veine rectangulaire d'épaisseur $e$ dans le sens des lignes de force, de hauteur $l$ dans la direction normale, à la fois, aux lignes de force et à la vitesse d'écoulement. On peut assimiler la veine à un élément mobile de conducteur de longueur $l$. La force électromotrice induite a pour valeur :

$$\text{(1)} \qquad E = Hvl,$$

H désignant l'intensité du champ.

Le débit est :

$$\text{(2)} \qquad D = evl.$$

On tire de là :

$$\text{(3)} \qquad H = \frac{Ee}{D}.$$

Telle est la formule très simple que l'on devra appliquer.

2. — Cette même formule subsiste encore si la vitesse $v$ varie avec deux coordonnées $x$ et $y$, respectivement parallèles à l'épaisseur $e$ et à la hauteur $l$, à la seule condition que les électrodes rectangulaires, de longueurs égales ou inégales, occupent toute la largeur $e$ de la veine; il n'est pas nécessaire qu'elles soient placées en face l'une de l'autre.

Pour démontrer cette proposition, nous nous appuierons sur la réciprocité de l'induction et du travail électromagnétique. Considé-

---

[1] Extrait d'un mémoire plus étendu publié dans *l'Eclairage électrique*, avril 1898.



Article published online by EDP Sciences and available at http://dx.doi.org/10.1051/jphystap:018980070025300

rons un courant auxiliaire d'intensité totale égale à l'unité, traversant la veine d'une électrode à l'autre. La force électromotrice à calculer est égale au travail électromagnétique exécuté par seconde sur le courant en vertu du mouvement de la veine.

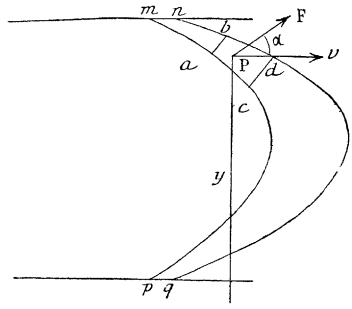


FIG. 1.

Considérons un tube de flux élémentaire *mnpq* (*fig.* 1) allant d'une électrode à l'autre. Soit I l'intensité du courant auxiliaire au point P. Détachons autour de ce point un élément *abcd* du tube, de section $d$S, de longueur *ds*. La force électromagnétique F, normale à l'axe du tube, est H I$d$S$ds$ et fait un angle $\alpha$ avec la direction de la vitesse $v$. L'élément correspondant de travail électromagnétique par seconde est H I$d$S$dsv$ cos $\alpha$; ou, en désignant par $y$ l'ordonnée du point P, H I$d$S$dsv$ cos $\alpha$. Pour le tube entier, I$d$S est une constante égale à $I_0 dS_0$ : $I_0$ désigne l'intensité du courant, $dS_0$ la section du tube au voisinage immédiat de l'électrode. Le travail par seconde relatif au tube entier est donc :

$$d^2E = HI_0 dS_0 \int_0^l v dy.$$

Remarquons maintenant que, d'après les données du problème, les lignes de flux sont des courbes planes parallèles aux faces terminales de la veine. Considérons une tranche d'épaisseur $dx$ et de longueur indéfinie dans le sens de l'écoulement. Soit $a$ la longueur de l'une des électrodes. Le travail par seconde relatif à la tranche entière est la somme des travaux relatifs aux divers tubes contenus dans cette tranche :

$$dE = H \int_0^a I_0 dS_0 \int_0^l v dy.$$

Or, la vitesse $v$ n'étant, par hypothèse, fonction que de $x$ et de $y$, l'intégrale $\int_0^l v dy$ est constante pour tous les tubes considérés et peut être mise en facteur. D'autre part, la distribution du courant auxiliaire est la même dans toutes les tranches; $\int_0^a I_0 dS_0$ est donc la fraction $\frac{dx}{e}$ de l'intensité totale, supposée égale à 1. Ainsi:

$$dE = \frac{H dx}{e} \int_0^l v dx.$$

Pour avoir E, il suffit maintenant d'intégrer par rapport à $x$ de zéro à $e$:

$$E = \frac{H}{e} \int_0^e \int_0^l v dy dx. \tag{4}$$

Telle est l'expression de la force électromotrice induite.

D'ailleurs le débit D est, par définition :

$$D = \int_0^e \int_0^l v dy dx. \tag{5}$$

Donc en définitive:

$$H = \frac{Ee}{D}. \tag{3}$$

Nous retrouvons la formule (3) dans des conditions assez générales pour pouvoir en faire usage avec des veines rectangulaires quelconques.

3. — Il reste à savoir quelle relation il y a entre les forces électromotrices induites E et les différences de potentiel V que l'on mesure à l'aide de l'électromètre.

S'il n'y a pas de dérivation extérieure entre les électrodes et qu'on puisse faire abstraction des courants de Foucault, on a évidemment:

$$V = E. \tag{6}$$

On calculerait aisément l'effet d'une dérivation extérieure connue; mais il est plus difficile de tenir compte des courants de Foucault.

Considérons d'abord le cas où la vitesse $v$ d'écoulement est uniforme. Par raison de symétrie, les courants de Foucault devraient avoir même direction et même intensité en tous les points de la

veine, ce qui exige que cette intensité soit nulle. Alors la face supérieure et la face inférieure de la veine sont des surfaces équipotentielles : la force électromotrice induite en chaque point est équilibrée par une force électrostatique égale et contraire provenant de l'électricité distribuée sur ces faces, et l'on a rigoureusement :

$$V = E. \tag{6}$$

Pratiquement, j'ai employé des veines rectangulaires dans lesquelles les vitesses $v$ ne varient qu'en vertu du frottement contre les parois.

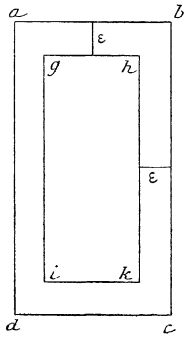


FIG. 2.

Si les deux dimensions $l$ et $e$ du rectangle $abcd$ (*fig.* 2) ne sont pas trop petites, on peut décomposer la veine en deux régions, l'une intérieure $ghki$ dans laquelle la vitesse peut être considérée comme constante, l'autre d'épaisseur $\varepsilon$, au voisinage des parois, où la vitesse décroît rapidement jusqu'à zéro.

Si l'on pouvait supprimer cette couche-enveloppe, on aurait rigoureusement $V = E$. En réalité, avec des électrodes occupant la largeur entière $e$, on aura toujours $V < E$, mais l'importance relative de la couche perturbatrice diminue toujours quand $e$ augmente, l'inégalité se rapprochera asymptotiquement de l'égalité rigoureuse qui ne sera réalisée qu'à la limite.

Pour transformer en égalité l'inégalité

$$H = \frac{Ee}{D} > \frac{Ve}{D},$$

et réaliser la condition d'égalité limite de E et de V, il suffira d'aug-

menter l'épaisseur $e$ d'une quantité $\alpha$ constante :

$$H = \frac{V(e+\alpha)}{D}. \tag{7}$$

4. — Pour déterminer la forme de la veine, j'ai employé des ajutages ou cuvettes en ébonite de construction assez robuste pour pouvoir résister, sans fuite latérale et sans déformation, à une charge de 20 mètres d'eau au moins. Deux électrodes de cuivre occupant, sur une largeur de 1 centimètre environ, toute la largeur de la cuvette, arasent exactement la face supérieure et la face inférieure de la veine.

D'après les formules établies ci-dessus, la force électromotrice induite est indépendante de la nature du liquide conducteur. J'ai pris d'abord des solutions concentrées ou étendues de sulfate de cuivre, formant avec les électrodes de cuivre un système impolarisable ; mais, dès les premières mesures, on a pu constater que la valeur mesurée de la force électromotrice correspondant au renversement d'un champ donné se montre rigoureusement indépendante de la concentration du liquide électrolytique; si bien que, sans rien changer à la disposition de l'expérience, j'ai pu substituer au sulfate de cuivre l'eau même des conduites de la ville ; la facilité des mesures est restée la même. La polarisation des électrodes n'introduit aucune perturbation.

Dès lors, j'ai toujours opéré avec de l'eau. En faisant usage d'un réservoir muni d'un trop-plein et que l'on alimente surabondamment, on obtient des vitesses d'écoulement rigoureusement invariables, et le débit d'une cuvette donnée n'est limité que par la hauteur de chute dont on dispose ; la sensibilité de la méthode est, comme on le voit par la formule (3), proportionnelle à ce débit.

J'ai fait usage de vitesses moyennes variant de 50 centimètres à 17 mètres et vérifié sur un grand nombre de cuvettes, les unes rectangulaires, les autres quelconques, la proportionnalité rigoureuse de la force électromotrice à la vitesse, prévue par la formule (1).

5. — Si l'on ne veut effectuer que des mesures relatives, on pourra donc attribuer à la cuvette qui sert de support aux électrodes telle forme particulière qu'imposeront les circonstances. Une seule précaution est indispensable, c'est l'*isolement rigoureux des électrodes*. La moindre dérivation, se produisant à l'extérieur de la cuvette, serait

nuisible, eu égard à la grande résistance spécifique du liquide qui s'écoule ; elle pourrait altérer notablement les mesures.

6. — Pour faire des mesures absolues, il est nécessaire de savoir jusqu'à quel point les conditions théoriques imposées pour l'établissement de la formule (3) sont réalisées dans la pratique. En particulier, *les vitesses en tous les points de la veine doivent être rigoureusement parallèles*, ce qui ne peut avoir lieu qu'à une distance du tube d'amenée suffisante pour qu'il n'y ait plus de remous. Des expériences de comparaison, faites avec des cuvettes à électrodes multiples, ont montré toute l'importance de cette cause d'erreur dans les cuvettes très plates : ainsi, avec une cuvette de 6 centimètres de haut et de $1^{mm},15$ d'épaisseur, les différences de potentiel obtenues, dans un même champ, pour trois couples d'électrodes placées respectivement à 2 centimètres, 5 centimètres et 8 centimètres du tube d'amenée ont été entre elles comme les nombres 0,7, 0,925 et 1 ; tandis que, pour une autre cuvette de même longueur totale, de 1 centimètre de haut et de $6^{mm},56$ d'épaisseur, munie de quatre couples d'électrodes, les trois couples les plus éloignés du tube d'amenée ont donné des différences de potentiel égales, le premier couple seul, une différence de potentiel inférieure de $\frac{1}{20^e}$.

7. — J'ai aussi comparé les différences de potentiel données, dans un même champ, par toute une série de cuvettes rectangulaires de hauteur et d'épaisseur différentes. Les valeurs du champ calculées par la formule (3) ne sont pas rigoureusement identiques. On rétablit l'égalité en substituant à l'épaisseur $e$ mesurée une épaisseur fictive un peu plus grande, $e + \alpha$ (formule 7). Pour toutes les cuvettes d'épaisseur supérieure à 1 millimètre, j'ai trouvé pour $\alpha$ une valeur identique, $\alpha = 0^{mm},13$ ; mais pour des épaisseurs moindres il faudrait donner à $\alpha$ des valeurs d'autant plus grandes que l'épaisseur $e$ serait elle-même plus petite.

Des causes multiples suffisent à expliquer ce désaccord apparent de la formule (3) et de l'expérience : courants de Foucault déjà invoqués [1], dérivations extérieures, irrégularités d'épaisseur de la cuvette, influence du tube d'amenée ou de la veine libre, etc. Tout ce que l'on peut dire *a priori* de ces diverses causes, c'est que leur effet relatif sera d'autant moindre que la veine sera plus épaisse et

[1] Voir ci-dessus, p. 255.

par conséquent que les vitesses seront plus près d'être uniformes dans toute son étendue, ce qui est bien conforme à l'observation.

8. — Pour déterminer l'épaisseur fictive qui permettra d'appliquer la formule (3) à une cuvette quelconque, rectangulaire ou non, le procédé que l'on doit recommander de préférence consiste à employer un champ d'intensité connue, tel que celui d'une bobine sans fer doux.

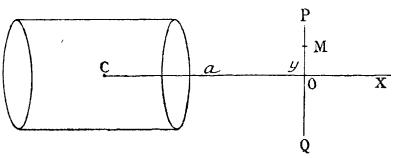


FIG. 3.

Soit PQ (*fig.* 3) la ligne des électrodes de la cuvette disposée perpendiculairement à l'axe COX de la bobine à une distance $a$ de son centre. Au milieu O de PQ, le champ est dirigé suivant OX ; en un point M, à la distance $y$, très petite, de O, la composante du champ parallèle à l'axe est :

$$X = A_0 + A_2 y^2, \tag{8}$$

par unité du courant, à des quantités près de l'ordre de $y^4$. $A_0$ et $A_2$ sont des constantes connues qui dépendent des dimensions de la bobine et de la distance $a$ (1). Le champ moyen d'où résulte la force électromotrice est :

$$H = \frac{2i}{l}\int_0^{\frac{l}{2}} X dy = i\left(A_0 + A_2 \frac{l^2}{12}\right); \tag{9}$$

Cette formule n'est applicable que si $l$ est notablement inférieure à la plus courte distance d'un point quelconque de PQ à la spire de la bobine la plus rapprochée.

Inversement, on pourra appliquer les formules (3) ou (7) à la mesure de l'intensité d'un courant, en faisant usage d'une bobine et d'une cuvette connues, dont l'ensemble constituera un ampèremètre de nouvelle espèce.

9. — Il reste à indiquer la sensibilité pratique de la nouvelle méthode de mesure. Mon électromètre permet, à la limite, de cons-

(1) Voir MASCART, *Leçons sur l'électricité et le magnétisme*, t. II, p. 110.

tater l'existence d'une force électromotrice de $\frac{1}{20000}$ de volt, et si l'on fait usage de l'inversion du champ, de $\frac{1}{40000}$ de volt ou, en valeur absolue électromagnétique, de $2{,}5.10^3$ C. G. S.

La plus grande vitesse moyenne que j'ai employée est de 17 mètres, et la cuvette la plus sensible avait 6 centimètres de haut ; d'après la formule (1), on a :

$$H = \frac{E}{vl},$$

et la plus petite valeur du champ magnétique qu'il fût possible de déceler était :

$$H = \frac{2{,}5.10^3}{1700.6} = 0{,}25 \text{ C. G. S.}$$

Il ne semble pas qu'il y ait de difficultés sérieuses à aller encore plus loin.

10. — Pour des applications où la sensibilité de la méthode électrométrique paraîtrait exagérée, on pourrait faire usage d'un condensateur de grande capacité que l'on chargerait, à l'aide de la force électromotrice à mesurer, et qu'on déchargerait sur un bon galvanomètre balistique. Avec une capacité *industrielle* de 10 microfarads, la cuvette de 6 centimètres et la vitesse de 17 mètres on mettrait en évidence des champs de 5. C. G. S.

11. — J'indique ailleurs avec quelque détail (1), les applications que j'ai tentées jusqu'ici : graduation d'un ampèremètre, étude de la courbe de saturation d'un électro-aimant, mesure de la quantité absolue de magnétisme et détermination des pôles d'un aimant.

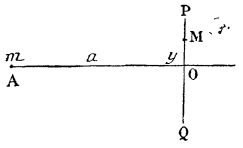


FIG. 4.

Je me bornerai à dire quelques mots de ce dernier problème. Soit un pôle austral, de masse $m$, placé à la distance $a$ du milieu 0 de la

(1) *L'Eclairage électrique*, avril 1898.

ligne des pôles PQ d'une cuvette, sur une perpendiculaire à son plan (*fig.* 4). En un point situé à la distance $y$ de l'axe AO, la composante utile du champ est $\frac{m}{a^2+y^2}\frac{a}{\sqrt{a^2+y^2}}$. Le champ moyen utile est donc :

$$H = \frac{2ma}{l}\int_0^{\frac{l}{2}} \frac{dy}{(a^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{m}{a\sqrt{a^2+\frac{l^2}{4}}}.$$

Quand on a fait usage d'un barreau suffisamment long, disposé perpendiculairement et à peu de distance de la cuvette, le deuxième pôle n'intervient que par un terme correctif peu important. Soit L, la longueur de l'aimant, $x$ la distance d'un pôle à l'extrémité voisine, $b$ la distance de l'extrémité de l'aimant au centre de la cuvette ; on a pour le champ moyen total, avec une approximation suffisante,

$$H = m\left[\frac{1}{(b+x)\sqrt{(b+x)^2+\frac{l^2}{4}}} - \frac{1}{(L+b-x)^2}\right].$$

On fera varier $b$, et l'on déterminera $m$ et $x$ de façon à satisfaire le mieux possible à l'ensemble des observations.

Je crois devoir citer un tableau d'expériences, à cause de la petitesse des champs moyens étudiés ; on jugera par cet exemple délicat de la précision moyenne des mesures courantes. Le barreau, pris dans une boîte ordinaire d'aimants, avait 35 centimètres de long, 2 centimètres de large et 8 millimètres d'épaisseur. En faisant $x = 2^{cm},65$, $m = 629$ C. G. S., on trouve :

| Distances $b$ | Champ moyen H en unités C. G. S. Observé | Calculé | Différence |
|---|---|---|---|
| $0^{cm},35$ | 48,4 | 48,7 | + 0,3 |
| 0 ,85 | 35,6 | 38,3 | + 2,7 |
| 1 ,35 | 31,3 | 30,7 | — 0,6 |
| 1 ,85 | 24,7 | 25,2 | + 0,5 |
| 2 ,35 | 22,4 | 20,8 | — 1,6 |
| 2 ,85 | 18,7 | 17,7 | — 1,0 |
| 3 ,85 | 12,9 | 12,9 | 0,0 |
| 5 ,35 | 8,34 | 8,66 | + 0,32 |
| 10 ,35 | 3,37 | 3,24 | — 0,13 |
| 15 ,35 | 1,77 | 1,59 | — 0,18 |