**INFLUENCE DE LA LONGUEUR DES AIMANTS SUR L'INTENSITÉ MOYENNE
D'AIMANTATION;**

Par M. P. MORIN.

Dans un fil d'acier de 2 millimètres de diamètre, trempé et recuit au bleu, j'ai découpé des tronçons ayant les longueurs suivantes : 1, 2, 4, 8, 16 et 24 centimètres. Le rapport de la longueur au diamètre varie donc de 5 à 120.

Ces divers tronçons, ou aiguilles, ont été aimantés à saturation par leur passage, successif et répété, dans une bobine magnétisante d'un

diamètre intérieur égal à 3 millimètres, d'une longueur de 50 centimètres et portant deux couches de fil de cuivre de 0^{mm},5 de diamètre ; le courant était suffisant pour échauffer fortement le conducteur ; il devait être environ de 2 ampères (je ne l'ai pas mesuré).

J'ai détaché de la chaîne formée par mes diverses aiguilles, d'abord l'aiguille de 1 centimètre, et l'ai fait osciller pour déterminer la durée d'une oscillation. J'ai opéré ensuite de même sur les autres aiguilles. D'autre part, je les ai toutes trempées dans la limaille pour voir sur quelle longueur elles attachent sensiblement les menus fragments de fer. J'ai enfin calculé les intensités moyennes d'aimantation. Ces divers résultats sont consignés dans le tableau ci-dessous.

Longueurs des aiguilles, en centimètres.....	1	2	4	8	16	24
Durées de l'oscillation simple, en secondes.....	$\frac{10}{9}$	1,6	2,1	2,5	3,37	4,64
Longueur attachant la limaille....	tout	tout	tout	tout	8	8
Intensité moyenne d'aimantation en C. G. S.....	27,54	53,1	123,3	348,2	765	907

La courbe I (*fig. 1*) ci-jointe représente la relation qui existe entre

FIG. 1.

la longueur des aiguilles et leur aimantation moyenne. Cette courbe

présente un point d'inflexion dans le voisinage du point correspondant à l'aiguille de 8 centimètres; le point d'inflexion correspondrait assez exactement à une aiguille de 9 centimètres et à une intensité d'aimantation de 420 C. G. S. On voit donc que l'intensité d'aimantation augmente toujours avec la longueur; mais, tandis qu'elle augmente plus vite que celle-ci pour des longueurs inférieures à 9 centimètres, elle augmente moins vite au-delà de cette longueur.

On voit aussi que toutes les aiguilles de longueur inférieure à 9 centimètres attachent la limaille partout, et que les aiguilles plus longues l'attachent seulement sur 4 centimètres environ à chaque extrémité (20 fois le diamètre). Ces faits sont connus depuis Coulomb; on en peut donner l'interprétation suivante : les longues aiguilles possèdent une zone uniforme sur laquelle il n'y a pas de masses magnétiques libres, ce qui ferait que la limaille n'est pas attirée; dans les régions terminales, l'intensité d'aimantation décroît depuis la zone uniforme jusqu'au bout, en sorte que des masses libres apparaissent progressivement, qui attirent la limaille.

Hypothèses. — Sans se préoccuper de savoir si cette interprétation est exacte, on peut remarquer que dans les longues aiguilles les zones terminales *paraissent identiques*, et *il est probable que les zones moyennes sont elles-mêmes identiques, quant à l'aimantation*; elles ne diffèrent que par la longueur. S'il en est ainsi, nous pouvons diviser, par la pensée, une aiguille longue en trois parties : la zone centrale, d'aimantation uniforme et maxima, les deux zones terminales, d'aimantation décroissante vers les extrémités. Le moment total d'une aiguille doit être la somme des moments de ces parties. Or les parties terminales, étant les mêmes partout, interviennent toujours pour une même part dans le moment total; si ces parties terminales sont identiques aux deux moitiés de l'aiguille de 9 centimètres, nous aurons le moment des parties uniformes dans les grandes aiguilles en retranchant le M_9 de leur moment total. Les aiguilles de 16 et de 24 centimètres nous donnent ainsi :

$$M_{16} - M_9 = 12240 - 3780 = 8460; \quad \text{et} \quad M_{24} - M_9 = 21768 - 3780 = 17988$$

(en ne tenant pas compte du facteur πr^2 , ce qui revient à supposer 1 centimètre carré pour la section de nos aiguilles). Or 8460 et 17988 représentent les moments d'aimants idéals (uniformes) de 7 et 15 centimètres de long; il est facile de voir que le rapport $\frac{17988}{8460}$

ne diffère que très peu du rapport $\frac{7}{15}$. Les intensités d'aimantation dans les régions uniformes des longues aiguilles de diverses longueurs sont donc pratiquement égales.

Pour avoir l'intensité d'aimantation dans la partie centrale de l'aiguille de 24, on peut raisonner d'une manière analogue : retrancher M_{16} de M_{24} et diviser la différence par 8 centimètres, longueur de la zone moyenne qui se trouve ainsi en différence :

$$\begin{aligned} M_{24} - M_{16} &= 21768 - 12240 = 9528 \\ 9528 : 8 &= 1191. \end{aligned}$$

L'intensité d'aimantation maxima dans les longues aiguilles que j'ai obtenues serait donc 1191. Toutefois je dois reconnaître que ces calculs ne donnent qu'une approximation, car il est très possible qu'il y ait de petites différences entre l'état magnétique des aiguilles que je compare ; on sait en effet avec quelle facilité les aiguilles saturées perdent de leur aimantation. Mais la petitesse des écarts que je trouve permet d'admettre les hypothèses précédentes comme justifiées.

Densité magnétique dans la zone uniforme. — Puisqu'un tronçon de 1 centimètre de long et 1 centimètre de section de la zone uniforme a un moment magnétique égal à 1191, c'est que chacune de ses bases porte une masse égale à 1191 ; et, comme les bases ont 1 centimètre carré, la densité est aussi 1191 C. G. S.

Longueur de l'aimant simple équivalent à un aimant réel donné. — Les hypothèses sur la constitution d'ensemble des longues aiguilles étant justifiées, on peut calculer aisément la longueur des aimants simples (idéals ou uniformes), équivalents à nos aimants réels. En effet, si nos aiguilles ont des zones terminales identiques, c'est-à-dire portent des masses égales m , identiquement distribuées, on aurait des aimants simples équivalents par la concentration des masses polaires en deux points convenables, qui seront les centres de moyennes distances des masses réelles au centre de l'aimant. Ces points seront les pôles vrais de l'aimant réel ; ils seront nécessairement entre la limite de la zone uniforme et l'extrémité de l'aimant. Soit x la distance de ces points à l'extrémité voisine ; en représentant par m la valeur des masses polaires, nous devons avoir pour les aiguilles de 16 et de 24 :

$$(16 - 2x) m = M_{16} = 12240 \quad \text{et} \quad (24 - 2x) m = M_{24} = 21768$$

(toujours au facteur constant πr^2 près).

Nous avons ainsi deux équations qui permettent de calculer m et x ; elles donnent par division membre à membre :

$$\frac{16 - 2x}{24 - 2x} = \frac{12240}{21768},$$

ou

$$\frac{12 - x}{8 - x} = \frac{510}{907},$$

d'où l'on tire en définitive :

$$x = 2^{\text{cm}},86 \quad \text{et} \quad 2x = 5,72.$$

L'aiguille de 24 va donc nous donner :

$$(24 - 5,72)m = 21768$$

$$m = \frac{21768}{18,128} = 1191;$$

masse égale à celle que nous avons trouvée dans une tranche de la zone uniforme, ce qui pouvait du reste se prévoir.

Position du pôle dans la zone terminale. — Le pôle que nous venons de déterminer se trouve à $2^{\text{cm}},86$ de l'extrémité ; la demi-zone terminale étant de $4^{\text{cm}},5$, le pôle est donc à $4^{\text{cm}},5 - 2^{\text{cm}},86 = 1^{\text{cm}},64$ de la limite de la zone uniforme ; il est donc plus près de celle-ci que de l'extrémité ; or, comme le pôle est le centre de moyenne distance des masses élémentaires par rapport au centre de l'aimant, il s'ensuit qu'il doit y avoir une plus grande quantité de masses libres entre ce pôle et la zone uniforme qu'entre le pôle et l'extrémité, *résultat tout à fait inattendu et en opposition avec les idées admises d'après les expériences de Coulomb sur la distribution.*

Distribution des masses magnétiques libres dans les parties terminales d'un aimant. — Le résultat inattendu précédent m'a fait émettre une autre hypothèse. L'identité d'aimantation reconnue dans l'ensemble des zones terminales de nos longs aimants ne se poursuivrait-elle pas jusque dans les courts aimants ; en d'autres termes : *dans toutes nos aiguilles saturées, de même section, l'intensité d'aimantation, par tranches, ne serait-elle pas la même à une même distance des extrémités ?* — S'il en est ainsi, l'on pourra construire la courbe d'aimantation pour une zone terminale entière d'aiguille longue, trouver la distribution des masses libres et calculer la position du centre de

moyenne distance, c'est-à-dire la position du pôle. Si notre hypothèse est exacte, on devra retrouver la même position que par la méthode précédente.

Si l'on retranche le moment de l'aiguille de 8 (M_8), du moment de l'aiguille de 9, on doit avoir le moment du centimètre central dans l'aiguille de 9, et, par suite, son aimantation ; en retranchant M_6 , facile à déterminer, d'après la courbe I, de M_8 , on aura le moment des 2 centimètres du milieu dans l'aiguille de 8, ou des 2 centimètres qui se trouvent de part et d'autre du centimètre central dans l'aiguille de 9 ; la moitié donnera donc l'aimantation moyenne dans ces 2 centimètres ; on pourra ainsi calculer de proche en proche les aimantations moyennes, supposées, dans divers tronçons d'une zone terminale de longue aiguille.

			Aimantation
1 ^{er}	tronçon (0 ^{em} ,5) voisin de la zone uniforme :	$M_9 - M_8 = 993$,	993
2 ^e	— (1) voisin du précédent :	$\frac{1}{2}(M_8 - M_6) = 725,3$,	725,3
3 ^e	— (1) —	$\frac{1}{2}(M_6 - M_4) = 421$,	421
4 ^e	— (1) —	$\frac{1}{2}(M_4 - M_2) = 194$,	194
5 ^e	— (0 ,5) —	$M_2 - M_1 = 76,6$,	78,6
6 ^e	— (0 ,5) terminal	$M_1 = 27,5$,	27,5

La courbe II (*fig. 2*) synthétise l'ensemble de ces résultats⁽¹⁾ ; elle est construite en portant les longueurs de tronçons, quadruplées, en abscisses, et les intensités d'aimantation en ordonnées, à l'échelle de 2 millimètres pour 10 C. G. S., cette courbe, qui a l'allure d'une parabole, permettrait à son tour de construire la courbe de distribution. En effet considérons deux points voisins de la courbe, A et B par exemple, correspondant à deux tranches P et Q, peu éloignées l'une de l'autre ; l'intensité d'aimantation étant 362 en B et 320 en A, une masse magnétique égale à $362 - 320 = 42$ devient libre entre les deux tranches considérées. Pour construire la courbe de distribution il faudrait donc diviser la base de la courbe II en un certain nombre de tronçons égaux, déterminer les chutes d'aimantation entre les deux extrémités de chaque tronçon et porter ces nombres en ordonnées sur les milieux des tronçons. On trouve ainsi une ligne presque droite

(1) Les nombres de droite, exprimant des millimètres, correspondent à une courbe.

formant un angle très faible avec l'axe des abscisses. Mais on peut aussi calculer la moyenne distance au centre de l'aimant, ou, ce qui revient au même, à la limite de la zone uniforme des masses ainsi réparties.

FIG. 2.

Pour cela on divise la hauteur totale de la courbe en un certain nombre n de segments égaux ; on mène des parallèles à la base par les points de division, et la courbe se trouve ainsi partagée en n segments, correspondant chacun à une égale masse de magnétisme libre ; les limites de ces segments permettent de trouver la position des tronçons d'égale charge et, par suite, la distance du centre de chacun d'eux à la limite de la zone uniforme.

Avec une courbe de ce genre, construite avec le plus grand soin, à grande échelle, j'ai trouvé que le rapport de la distance moyenne à la longueur de la zone non homogène serait de $\frac{172}{450}$, nombre très voisin de $\frac{164}{450}$, que donne le calcul de la position du pôle.

Si l'on tient compte des nombreuses causes de petites erreurs que

comporte l'ensemble de ces expériences et calculs, cette presque coïncidence peut être considérée comme une justification de l'hypothèse émise en dernier lieu. Par conséquent, *dans des aiguilles aimantées, de nature et de section identiques, saturées, l'intensité d'aimantation et la densité magnétique sont les mêmes sur les faces terminales, quelle que soit la longueur de l'aiguille ; il en est de même dans toute section prise à égale distance des extrémités.*