Étude expérimentale des vibrations transversales des cordes

A. Cornu

► To cite this version:

A. Cornu. Étude expérimentale des vibrations transversales des cordes. J. Phys. Theor. Appl., 1896, 5 (1), pp.5-11. 10.1051/jphystap:0189600500500 . jpa-00239957

HAL Id: jpa-00239957

<https://hal.science/jpa-00239957>

Submitted on 1 Jan 1896

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

JOURNAL DE PHYSIQUE THÉORIQUE ET APPLIQUÉE.

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DES VIBRATIONS TRANSVERSALES DES CORDES;

PAR M. A. CORNU.

Le phénomène des vibrations transversales des cordes est loin d'avoir été approfondi comme il le mérite à bien des titres. Lorsque, avec des dispositifs perfectionnés, on observe une corde vibrante, on reconnaît qu'elle est animée de mouvements beaucoup plus complexes qu'on ne le suppose généralement : cette complexité est une conséquence nécessaire des conditions initiales ou permanentes du mouvement vibratoire, et c'est à elle qu'on doit cette variété de sonorités et de timbres qui constituent la valeur musicale des instruments à cordes, spécialement des instruments à archet.

Ayant été amené à étudier diverses particularités des mouvements vibratoires, j'ai obtenu quelques résultats intéressants dont voici le résumé succinct :

Les vibrations transversales d'une corde, excitées d'une manière quelconque, sont toujours accompagnées de vibrations tournantes, l'élasticité de torsion de la corde entrant en jeu au même titre que la composante transversale de la tension.

Cette superposition constante, restée inaperçue jusqu'ici, d'une oscillation tournante, aurait pu être prévue d'après les théorèmes généraux de la Mécanique; en effet, le système de forces qu'on fait agir sur une corde pour la mettre en vibration est, comme on sait, toujours réductible à une force et à un couple : la force, appliquée à l'axe, détermine les vibrations transversales; le couple, les vibra-

tions tournantes. Ce couple ne peut être nul qu'exceptionnellement ; d'autant que les forces, toujours appliquées à la surface de la corde, ont, le plus souvent, par suite des frottements inévitables, une composante tangentielle relativement grande.

Cordes pincées. — La mise en vibration d'une corde par *pincement* est, sous certains rapports, celle qui conduit aux mouvements les plus complexes : en effet, chacun des points de la surface de la corde se meut suivant la résultante des trois déplacements ainsi définis :

- 1° Rotation autour de l'axe de la corde ;
- 2° Translation parallèle à un plan de symétrie de la corde ;
- 3° Translation parallèle au plan de symétrie perpendiculaire.

Le premier déplacement, variable avec le temps, est la somme algébrique d'oscillations pendulaires dont les périodes suivent à peu près la loi des harmoniques ; toutefois, le coefficient d'amortissement des vibrations de torsion étant notable avec les cordes métalliques, considérable avec les cordes à boyau, ces oscillations s'éteignent les premières.

Les deux autres déplacements constituent la vibration transversale habituellement considérée ; c'est une vibration très complexe aussi par la superposition des harmoniques bien connus. Mais elle présente une autre complication qu'on néglige d'ordinaire ; cette complication provient de ce que la corde, soit par sa constitution physique, soit par ses modes d'attache, n'est jamais symétrique autour de son axe, ce qui entraîne l'existence de deux plans rectangulaires principaux dans lesquels l'élasticité transversale est légèrement différente ; de là, une différence de période ou de phase dans les deux composantes vibratoires et des battements reconnaissables en écoutant les harmoniques.

C'est ce que montre, d'ailleurs, l'observation directe : le *fuseau optique* d'une corde pincée s'aplatit périodiquement et se balance autour de son axe ; un point brillant fixé à la corde et observé obliquement décrit des courbes analogues à celles de Lissajous ou mieux à celles du kaléidophone de Wheatstone. Ces courbes sont au début dentelées et bouclées par les harmoniques des oscillations tournantes et transversales ; elles se régularisent peu à peu par suite de l'extinction plus rapide des vibrations tournantes, puis des harmoniques élevés et, finalement, elles se réduisent aux types les plus simples (ellipses, courbes en 8, etc.). Bien que la forme de ces courbes paraisse indiquer la prédominance des vibrations purement trans-

versales, c'est-à-dire des vibrations dues à la composante normale de la force excitatrice, on reconnaît aisément l'influence de la composante tangentielle; c'est elle, en effet, qui détermine le sens initial de la description de ces courbes, car on l'inverse à volonté en attaquant la corde de manière à développer un couple agissant dans un sens ou dans l'autre.

Cordes mises en vibration par un choc. — Les cordes frappées brusquement avec un corps solide semblent devoir prendre un mouvement vibratoire moins complexe que lorsqu'elles sont pincées; il n'en est rien. Le choc, bien qu'ayant lieu dans un temps extrêmement court, offre les mêmes causes de dissymétrie dans les forces mises en jeu; on retrouve, au début, les vibrations tournantes et toute la série des harmoniques déjà signalés, variables avec le point d'attaque et la dureté du corps choquant.

La méthode d'observation qui sera décrite plus loin permet d'analyser le phénomène initial, lequel est très curieux, malgré son extrême brièveté.

Cordes mises en vibration par l'archet. — Le mode vibratoire entretenu par un archet est beaucoup plus simple que les précédents, d'abord à cause de la permanence du régime, ensuite à cause de la rectilignité des déplacements transversaux de l'axe de la corde, toujours parallèles à la direction de l'archet. Mais ce qui caractérise ce genre de mouvement, c'est la grande amplitude des vibrations tournantes superposées aux vibrations rectilignes et transversales; la dépendance réciproque des deux systèmes d'oscillations est si intime que, malgré la complexité des mouvements composants, le mouvement périodique résultant est d'une uniformité parfaite; on en verra plus loin un exemple (*fig. 1 et 2*); c'est donc une véritable synchronisation mutuelle établie à la faveur du coefficient d'amortissement précité.

L'origine de ces vibrations par torsion de la corde est ici tout à fait évidente: elles résultent de la force tangentielle exercée par l'archet; c'est même par l'intermédiaire de la torsion que les déplacements transversaux prennent naissance. L'importance mécanique de ces vibrations tournantes est tellement grande que, si, par une manœuvre convenable de l'archet, on leur imprime une amplitude considérable, de synchronisées elles deviennent synchronisantes, c'est-à-dire imposent aux vibrations transversales des périodes particulières. Les sons prennent alors un timbre spécial; leur hauteur ne

correspond plus à la longueur de la corde ; ils varient par degrés discontinus suivant la pression de l'archet et le point d'attaque. Ces sons, que j'appellerai *sons anormaux* ⁽¹⁾, offrent la particularité inattendue d'être toujours plus graves que le son fondamental correspondant à la longueur de la corde mise en vibration ; ils sont parfois assez difficiles à faire sortir avec pureté, comme si leur production naturelle exigeait certaines relations entre la constitution de la corde, sa longueur et sa tension ⁽²⁾.

Méthode d'observation. — Après de nombreux essais pour découvrir l'origine des sons anormaux, j'ai été amené, par l'examen attentif du mouvement de points brillants disposés sur les cordes d'un violoncelle, à les attribuer à l'influence des vibrations tournantes. De là l'idée de fixer à la corde un miroir extrêmement léger ⁽³⁾, soit parallèlement, soit même perpendiculairement à la corde, de préférence au voisinage des extrémités ou des nœuds. L'image réfléchie d'un point lumineux décrit une ligne qui représente les mouvements de la normale au miroir. Lorsque le miroir est parallèle à l'axe de la corde, cette courbe réalise la composition optique de la vibration

⁽¹⁾ Ces sons anormaux n'ont été, à ma connaissance, décrits par aucun physicien ; toutefois, dans son *Mémoire sur l'action de l'archet sur les cordes* (*Savants étrangers*, t. VII), Duhamel affirme qu'il est « parvenu à tirer d'une corde des sons fort au-dessous du son fondamental », mais il attribue ce phénomène à une tout autre cause ; on voit, d'ailleurs, qu'il n'a pas soupçonné le rôle de l'élasticité de torsion, car, dans sa théorie, la corde considérée est réduite à une ligne mathématique.

Les violoncellistes ont remarqué que certaines cordes (le *sol*, corde filée) donnent parfois des sons de mauvaise qualité : la corde *roule*, disent-ils. Effectivement, ces cordes sont celles qui donnent naturellement avec facilité les sons anormaux.

⁽²⁾ Pour obtenir les sons anormaux, il faut appuyer lourdement sur la corde, comme pour la faire rouler sous l'archet ; ni la constitution de l'archet, ni la nature de la corde, ni la construction de la caisse sonore n'interviennent dans la production de ces sons singuliers ; on les obtient avec des cordes quelconques, métal, boyau, chanvre, etc., tendues sur un madrier, et frottées avec une tige rigide de bois, de verre ou de métal, bien enduite de colophane. On a donc bien affaire à un phénomène général d'élasticité.

⁽³⁾ Ces miroirs, pesant à peine quelques milligrammes, s'obtiennent en découpant à la pointe de diamant des lames argentées en verre mince de microscope en rectangles de 1 millimètre à 2 millimètres de côté ; on les colle sans difficulté sur la corde, à plat ou de tranche, avec une goutte d'arcanson (mélange de cire et de résine en parties égales), qu'on maintient ramollie avec un fil métallique légèrement chauffé. Il faut choisir des verres de deux à trois dixièmes de millimètres d'épaisseur, pour éviter qu'ils ne se courbent lorsque l'arcanson se fige ; avec cette précaution, on obtient, malgré l'exigüité de la surface réfléchissante, la perfection d'image requise pour les observations délicates.

tournante et de l'oscillation angulaire correspondant à la composante de la vibration transversale normale au miroir (on voit aisément que l'autre composante transversale ne produit aucun effet). Ces deux directions vibratoires étant sensiblement rectangulaires, les projections de chaque point de la courbe sur ces deux directions donnent à chaque instant le déplacement correspondant.

Lorsque le miroir est perpendiculaire à la corde, le mouvement du point brillant réfléchi n'est plus affecté par la vibration tournante; il fournit alors la composition optique des deux composantes transversales signalées plus haut, et qu'on sépare par projection sur des directions rectangulaires convenables.

Ces quelques mots suffisent pour montrer que la méthode permet de déterminer le mouvement le plus général de la corde en chaque point.

On est ainsi ramené à l'étude de ces courbes, très complexes, comme les considérations précédentes l'ont fait prévoir; à l'aide de la lumière du soleil ou de l'arc électrique, on parvient sans peine à les photographier, ce qui permet de les examiner à loisir. Mais ces courbes sont par elles-mêmes insuffisantes pour la définition complète des mouvements composants; il faut connaître en chacun de leurs points la loi de leur description avec le temps.

On y parvient par le dispositif suivant, qui fournit une méthode générale de chronophotographie :

Le point lumineux peut être à volonté fixe ou interrompu à des intervalles de temps égaux; à cet effet, il est constitué par l'image focale de la source produite par une lentille à très court foyer; cette image tombe soit sur un trou fixe, soit sur les trous percés sur le bord d'un disque, dernier mobile d'un rouage d'horlogerie; ce disque, présentant une série de cent trous équidistants, répartis sur une circonférence concentrique à son axe, et faisant environ cent tours par seconde, le faisceau lumineux est interrompu et envoie des éclats équidistants d'un dix-millième de seconde.

Dans ce cas, la courbe, au lieu d'être formée par une ligne continue, est constituée par un pointillé qui la gradue en dix-millièmes de seconde; la loi de description est alors entièrement déterminée. Pour éviter toute indécision sur la forme de la courbe, il est bon de faire successivement deux épreuves, l'une en ligne continue, l'autre en pointillé, ce qui s'obtient par un simple déplacement de la lentille collectrice.

La délicatesse de la méthode est telle que l'on peut étudier en détail des phénomènes presque instantanés, comme la succession des déplacements de la corde pendant la durée d'un choc, et déterminer la loi avec le temps des divers mouvements composants.

L'étude de la courbe pointillée se fait sur une copie du cliché amplifié dix fois à la chambre claire, et on relève les points en les numérotant à partir d'une origine convenable; on trouve des repères de dix en dix, car les trous du disque perforé étant de dix en dix un peu plus larges, les points sont alors un peu plus gros; on évite ainsi toute chance d'erreur.

Nous avons dit que la régularité des périodes successives était remarquable; aussi est-il à peine nécessaire d'employer un obturateur rigoureusement réglé, comme durée d'ouverture, pour obtenir la courbe fermée représentant une période complète; les courbes successives (lorsque l'archet est bien conduit) se recouvrent presque exactement. Mais, pour l'obtention des courbes en pointillé, le réglage est nécessaire sous peine d'introduire des confusions inextricables. On lève cette difficulté et, en outre, l'indétermination du *sens* de la description par l'emploi d'un miroir à rotation lente interposé entre la source et le miroir de la corde; tout se passe alors comme

Fig. 1.

si le point lumineux était animé d'un mouvement rectiligne et uniforme; si la courbe à observer était circulaire, elle se transformerait en une épicycloïde dont la disposition des boucles détermine sans ambiguïté le sens de description. Appliquées aux courbes complexes pointillées dont il s'agit ici, l'anamorphose produite, loin de compliquer les apparences, les simplifie en séparant des boucles qui seraient superposées et confuses.

C'est ce que fera comprendre immédiatement un coup d'œil jeté

sur les figures ci-jointes qui fournissent, dans un cas relativement simple, un exemple de l'application de la méthode.

La *fig. 1* représente la courbe fermée constituant la période (192^{mes} de seconde) du mouvement vibratoire d'un son normal ; elle représente la composition optique du déplacement par torsion (mesuré parallèlement à la verticale) et du déplacement angulaire transversal (parallèlement à l'horizontale) en un point situé à 20 millimètres d'une des extrémités d'une corde de 200 millimètres excitée par l'archet à l'autre extrémité.

Fig. 2.

La *fig. 2* est la même courbe, pointillée en 8000^{mes} de seconde, anamorphosée suivant le mode décrit ci-dessus. La projection horizontale de chaque point n'est pas altérée ; la projection verticale doit être corrigée d'une quantité proportionnelle au temps ; la distance des points homologues de deux périodes successives donne le coefficient de proportionnalité, en même temps que la direction de l'axe de projection. On en déduit immédiatement le tracé graphique de la loi avec le temps de chaque mouvement composant.

Je poursuis depuis plusieurs années l'étude de ces mouvements vibratoires complexes qui touchent à une foule de problèmes, en apparence très divers ; cette étude est loin d'être complète, même au simple point de vue de l'acoustique musicale ; il reste encore bien des difficultés à lever avant de pouvoir donner une analyse mécanique satisfaisante du phénomène de l'excitation vibratoire. Toutefois, à un point de vue général, il m'a paru utile de signaler, dès à présent, le rôle inattendu de l'élasticité de torsion, si net dans les vibrations transversales des cordes, mais moins apparent dans des phénomènes analogues.