Sur diverses méthodes relatives à l'observation des propriétés appelées “ anomalies focales ” des réseaux diffringents

A. Cornu

► To cite this version:

A. Cornu. Sur diverses méthodes relatives à l'observation des propriétés appelées “ anomalies focales ” des réseaux diffringents. J. Phys. Theor. Appl., 1893, 2 (1), pp.441-449. 10.1051/jphystap:018930020044100 . jpa-00239752

HAL Id: jpa-00239752

<https://hal.science/jpa-00239752>

Submitted on 1 Jan 1893

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**SUR DIVERSES MÉTHODES RELATIVES A L'OBSERVATION DES PROPRIÉTÉS
APPELÉES « ANOMALIES FOCALES » DES RÉSEAUX DIFFRACTANTS;**

PAR M. A. CORNU.

8. Les relations existant entre les distances ρ , ρ' des points de convergence des faisceaux incidents ou diffractés, les angles α , α' de leurs axes avec la normale au trait milieu du réseau et les paramètres R , P , e , m , λ définis précédemment (p. 388),

$$(6) \quad \frac{\cos^2 \alpha}{\rho} + \frac{\cos^2 \alpha'}{\rho'} = \frac{\cos \alpha + \cos \alpha'}{R} - \frac{\sin \alpha + \sin \alpha'}{P},$$

$$(7) \quad e(\sin \alpha + \sin \alpha') = m\lambda,$$

se prêtent immédiatement aux vérifications expérimentales : il suffit, dans les observations ordinaires, avec un goniomètre de Babinet, de graduer en millimètres les tubes de tirage du collimateur et de la lunette; la lecture de ces graduations définit les distances respectives xx' des points de convergence des faisceaux aux foyers principaux des deux objectifs préalablement bien déterminés. Les formules suivantes donnent ρ et ρ' :

$$(8) \quad xy = f^2, \quad x'y' = f'^2,$$

$$(9) \quad \rho = y + h, \quad \rho' = y' + h',$$

en appelant respectivement h et h' la distance du centre du réseau au *point focal principal extérieur* de chaque objectif.

Les constantes e , R , P se déterminent par trois observations préliminaires; on peut alors comparer les valeurs observées avec les valeurs calculées; telle est la méthode, en quelque sorte brutale, de vérification.

Il est plus élégant et surtout plus instructif d'utiliser les équations (6) et (7) de manière à éliminer certaines données et à réduire les vérifications à ce qu'elles ont d'essentiel. On remarquera, en effet, qu'il y a superposition de deux effets : l'un, inhérent à l'action de la courbure de la surface définie par le rayon R ; l'autre à l'action du défaut d'équidistance des traits, caractérisé par le paramètre P . Il y a donc intérêt à étudier séparément ces deux influences autant qu'à déterminer isolément la valeur numérique de leurs paramètres.

9. *Construction et propriétés géométriques des courbes focales conjuguées.* — On éclairera la discussion de ces phénomènes (nécessairement un peu complexes en raison du grand nombre d'éléments qu'ils comprennent : ρ , ρ' , α , α' , R , P , e , λ , m) par la construction des *courbes focales conjuguées* (p. 390) : on obtiendra ainsi, avec une vue d'ensemble, des vérifications qualitatives faciles et beaucoup plus rapides que par discussion numérique.

THÉORÈME I. — *Si la source décrit une des courbes focales, le foyer conjugué (point de la caustique par réflexion) décrit la courbe focale conjuguée.*

Comme la construction par points de la caustique est très simple (*), on peut vérifier ou compléter le tracé de l'une des courbes par l'autre.

Ce théorème se démontre en substituant $\alpha' = -\alpha$ dans l'équation (6); on retrouve alors la formule bien connue (caustiques par réflexion)

$$(10) \quad \frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho'} = \frac{2}{R \cos \alpha}.$$

THÉORÈME II. — *Si, par le centre du réseau, on mène une droite coupant les deux courbes focales conjuguées, la moyenne harmonique des deux rayons vecteurs ρ' , ρ'' est le rayon vecteur ρ de la courbe focale principale.*

La démonstration est immédiate; il suffit de prendre la demi-somme des équations (8) et (8 bis), p. 390, en substituant $\alpha = \alpha'$ et $\rho = \rho''$ et de l'identifier avec l'équation (9).

Remarque. — La demi-différence de ces deux équations donne encore un résultat utilisable dont je supprime l'énoncé pour abréger.

(*) Du centre de courbure on abaisse une perpendiculaire, 1° sur le rayon réfléchi; 2° du pied de cette perpendiculaire sur la normale et l'on obtient le *centre de jonction*. La source, son foyer conjugué et le centre de jonction sont toujours en ligne droite (voir A. CORNU, *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 2° série, t. II; 1863).

Enfin, il reste à indiquer une construction géométrique de ces courbes focales; elle résulte de l'interprétation de l'équation (8), qu'on peut écrire

$$(8\text{ ter}) \quad \rho = \frac{K}{2} \frac{\cos^2 \alpha}{\cos\left(\frac{\alpha}{2} + \varphi\right) \cos\left(\frac{\alpha}{2} + \psi\right)} \quad (1) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{K^2} = \frac{1}{R^2} + \frac{1}{P^2}, \\ \tan(\varphi + \psi) = \frac{R}{P}, \\ \tan \varphi \tan \psi = \frac{R - Q}{R + Q}, \end{array} \right.$$

Q représentant l'inverse de k (p. 390), pour rétablir l'homogénéité.

L'ensemble de ces propriétés permet donc de traiter *graphiquement* tous les cas relatifs à la formation des foyers des réseaux.

Remarque. — Cette équation représente, en réalité, l'une et l'autre des deux courbes conjuguées; en effet, leur ensemble forme une courbe du sixième degré dont les branches sont algébriquement inséparables.

Nous allons maintenant passer en revue quelques propriétés conduisant à des vérifications simples et caractéristiques.

10. *Séparation des effets de la courbure et de la non-équidistance des traits.* — On séparera immédiatement l'influence de la variation progressive des traits à l'aide de la remarque suivante: le signe de P, paramètre qui la caractérise, est le même que celui du coefficient c dans la formule

$$(11) \quad s = bt + ct^2 \quad \text{avec} \quad P = \frac{b^2}{2c},$$

qui donne la distance du trait d'ordre t au trait milieu-origine.

Si l'on fait tourner le réseau de 180° autour de sa normale au trait milieu, la loi de succession des traits devient

$$(12) \quad s' = bt - ct^2,$$

par conséquent P change de signe. On peut donc renverser le signe de P, tandis que celui du rayon de courbure R reste inva-

(1) Le paramètre K est représenté par la droite MK (fig. 2, p. 392).

riable. De là une méthode d'observation qui permet soit d'éliminer, soit d'isoler l'influence de P, et, d'une manière corrélatrice, d'isoler ou d'éliminer l'influence de R.

En effet, le faisceau incident restant fixe ($\rho' \alpha'$), l'axe du faisceau diffracté d'ordre m conserve dans cette rotation la même direction α en vertu de l'équation (7) indépendante de P comme de R; mais, comme P change de signe dans la seconde position, la distance primitive ρ devient ρ_2 : elles sont définies par les deux relations

$$(13) \quad \frac{\cos^2 \alpha}{\rho_1} + \frac{\cos^2 \alpha'}{\rho'} = \frac{\cos \alpha + \cos \alpha'}{R} - \frac{\sin \alpha + \sin \alpha'}{P},$$

$$(14) \quad \frac{\cos^2 \alpha}{\rho_2} + \frac{\cos^2 \alpha'}{\rho'} = \frac{\cos \alpha + \cos \alpha'}{R} + \frac{\sin \alpha + \sin \alpha'}{P}.$$

Ajoutant et retranchant membre à membre, il vient

$$(15) \quad \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right) \cos^2 \alpha + \frac{\cos^2 \alpha'}{\rho'} \\ & = \frac{\cos \alpha + \cos \alpha'}{R} = \frac{2}{R} \cos \left(\frac{\alpha - \alpha'}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha + \alpha'}{2} \right), \end{aligned} \right.$$

$$(16) \quad \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right) \cos^2 \alpha = - \frac{\sin \alpha + \sin \alpha'}{P} = - \frac{2}{P} \cos \left(\frac{\alpha - \alpha'}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha + \alpha'}{2} \right),$$

relations où les influences caractérisées par R et P sont séparées et qui se prêtent à une méthode expérimentale très simple, qu'on pourrait appeler *méthode par rotation du réseau autour de sa normale* ⁽¹⁾.

Remarque. — La méthode ne s'appliquerait pas moins bien si l'on remplaçait la rotation (souvent incommode dans la pratique), par l'observation sous des *incidences symétriques*, c'est-à-dire en dirigeant le faisceau incident dans la direction $-\alpha'$ et observant le faisceau diffracté dans la direction $-\alpha$: la substitution de ces valeurs dans (6) montre que le résultat est identique.

(¹) M. Cornu met sous les yeux de la Société l'application de cette méthode, en montrant la variation du foyer d'un réseau concave Rowland (de 10 pieds de distance focale) lorsqu'on fait tourner le réseau de 180° autour de la normale. Le dépointement était d'environ 0^m,02 au deuxième spectre, observé normalement à la surface.

11. *Cas particuliers.* — Il est inutile d'insister sur tous les cas particuliers qui simplifient l'observation : il suffit d'en énumérer quelques-uns.

1° *Faisceau incident parallèle* : ρ' devenant infini disparaît de l'équation (15), ce qui la rend tout à fait symétrique de (16).

2° *Faisceau incident parallèle avec incidence normale* : $\rho' = \infty$, $\alpha' = 0$, l'équation (16) devient particulièrement simple.

3° *Source lumineuse au centre de courbure* : $\rho' = R$, $\alpha' = 0$.

C'est le cas réalisé dans l'observation spectrale à l'aide des réseaux concaves Rowland : les équations (13) et (14) deviennent

$$(17) \quad \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right) \cos \alpha = \frac{1}{R},$$

$$(18) \quad \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right) \cos^2 \alpha = -\frac{\sin \alpha}{P}.$$

Lorsque P est très grand, c'est-à-dire lorsque l'équidistance des traits est presque parfaite, il se présente une grande simplification : alors les distances ρ_1 et ρ_2 sont peu différentes, et leur moyenne, arithmétique, géométrique ou harmonique, est sensiblement la même; soit ρ cette moyenne, l'équation (17) donnera comme valeur très approchée

$$(18') \quad \rho = R \cos \alpha,$$

Éliminant alors $\cos^2 \alpha$ entre (18) et (19), il vient, en remplaçant $\rho_1 \rho_2$ par ρ_2 , conformément à la remarque ci-dessus,

$$(19) \quad \frac{1}{2} (\rho_1 - \rho_2) = \frac{R^2}{P} \sin \alpha.$$

C'est la loi des anomalies focales d'un réseau Rowland découvertes par M. J.-R. Rydberg (*voir* p. 392) qui se trouve ainsi résulter directement de la présente théorie : c'en est même une vérification précieuse.

4° *Méthode du retour des rayons.* — On peut déterminer expérimentalement, point par point, la *courbe focale principale*; la méthode consiste à observer le faisceau diffracté en coïncidence avec le faisceau incident : $\alpha = \alpha'$, $\rho = \rho'$. L'appareil se

réduit à une lunette fonctionnant aussi comme collimateur : le tirage mobile porte la fente (éclairée par un prisme hypoténuse) et, sur le prolongement de la fente, le réticule. On peut simplifier encore le dispositif et le réduire à l'*oculaire nadiral* lorsqu'on opère avec une source monochromatique. On voit aisément que les équations de condition sont précisément (17) et (18). L'angle α est mesuré par la plate-forme graduée qui contient le réseau.

12. Il resterait à montrer que les formules (6) et (7) conviennent aux faisceaux diffractés aussi bien par *réflexion* que par *transmission*. La discussion serait un peu longue; elle présente le même genre de difficultés que celle des foyers d'une lentille d'un miroir. Dans la pratique, toute difficulté s'évanouit parce qu'on a toujours comme repère le foyer des faisceaux transmis ou réfléchis ($m = 0$); on reconnaît donc sans hésitation la branche de courbe focale où se trouvent les foyers diffractés successifs.

13. *Détermination directe du paramètre P.* — Jusqu'ici le paramètre P ⁽¹⁾ n'a été déterminé que par son influence sur la convergence des faisceaux diffractés : il est nécessaire pourtant, à titre de contrôle, d'en obtenir la valeur indépendamment de tout phénomène interférentiel.

1° *Méthode micrométrique.* — Appelons l_1 et l_{-1} les deux demi-largeurs du réseau comptées à partir du trait milieu et T le nombre des traits de chaque côté : on a évidemment

$$l_1 = bT + cT^2,$$

$$l_{-1} = bT - cT^2,$$

d'où

$$2bT = l_1 + l_{-1},$$

$$2cT^2 = l_1 - l_{-1}$$

(1) P représente le paramètre relatif à l'accélération de la distance des traits sur l'*arc s développé* : il coïncide avec le paramètre P_v de la vis génératrice (p. 388) si la courbure de l'arc est très faible; sinon, on a sensiblement

$$\frac{1}{P_v} = \frac{1}{P} + \frac{\delta}{R},$$

δ étant l'inclinaison moyenne de l'arc s sur l'axe de la vis pendant le tracé.

et

$$\frac{b^2}{2c} = P = \frac{(l_1 + l_{-1})^2}{4(l_1 - l_{-1})}.$$

Cette méthode exige une machine micrométrique très parfaite.

2° *Méthode du MOIRÉ.* — La méthode suivante dispense de toute machine de haute précision; elle est générale et permet de multiplier d'une manière presque indéfinie l'erreur suivant une loi quelconque d'équidistance des traits. Elle est fondée sur l'observation de *moirés* ou *franges*, produits par la superposition sous un petit angle de deux réseaux identiques. Appliquons-la à l'étude de la loi continue $s = bt + ct^2$. Les trois figures ci-contre permettront d'abréger les explications.

La première (*fig. 3*) représente un réseau grossier dont les intervalles croissent régulièrement de $\frac{1}{240}$ de millimètre à chaque trait dans le sens de la flèche : il a été tracé sur une planche de

cuivre, tiré sur papier et reproduit par le procédé Dujardin. La deuxième (*fig. 4*) représente la *superposition de deux tirages successifs* de la même planche sur une même feuille; mais cette feuille, appliquée obliquement sur la planche, a été, au deuxième tirage, retournée de 180° dans son plan; la position des deux flèches en est la preuve. Enfin la troisième (*fig. 5*) représente un autre mode de superposition; la feuille de papier, inclinée

vers la gauche par rapport à la planche, au premier tirage, a été inclinée, au second, du même angle vers la droite; les flèches en font foi.

La *fig.* 4 (où les intervalles de largeur inverse sont superposés) offre un *moiré* formé de courbes dont on trouve aisément les équations; celle qui nous intéresse, AB, et qui est jalonnée par les points de croisement des traits de même ordre, est une *parabole* dont le sommet a pour rayon de courbure $\mathcal{R}$

$$\mathcal{R} = P \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta},$$

2θ étant l'angle d'inclinaison des deux réseaux (¹). On peut donc relever directement sur cette parabole la valeur du paramètre P. Au lieu de mesurer $\mathcal{R}$, ce qui serait un peu délicat, on relève la longueur $2X$ de la corde de l'arc de parabole AB et la flèche Y, et l'on a

$$P = \frac{X^2}{2Y} \frac{\cos^2 \theta}{\sin \theta}.$$

Grâce à la multiplication de la flèche Y (d'autant plus grande que l'angle θ est plus petit), la mesure n'exige pas d'appareils de haute précision.

La *fig.* 5 offre un contrôle important : la frange claire rectiligne AB prouve l'identité des deux réseaux superposés; la moindre inégalité se traduirait par une altération de la droite résultante.

L'application à la détermination de P dans les réseaux diffri-

(¹) Les coordonnées rectangulaires x, y d'un point de la courbe [l'origine des coordonnées étant l'intersection des deux traits milieux ($t = 0$) et l'axe des y la bissectrice de ces traits] sont

$$x = \frac{s + s'}{2 \cos \theta} = \frac{bt}{\cos \theta}, \quad y = \frac{s - s'}{2 \sin \theta} = \frac{ct^2}{\sin \theta},$$

d'où

$$x^2 = y \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta} \frac{b^2}{c} = \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta} 2Py,$$

par élimination de t dans s et s' donnés par (11) et (12).

La demi-corde X s'obtient en substituant dans x $t = T$ (*voir* ci-dessus) et la flèche Y en faisant la même substitution dans y .

gents est évidente : le resserrement des traits rend plus curieuse encore la production du *moiré* sur un champ en apparence uniforme. Le phénomène apparaît soit avec deux réseaux transparents identiques (tracés avec la même machine), soit sur deux copies d'un même réseau : les copies photographiques sur gélatine bichromatée, suivant le procédé de M. Izarn (*Comptes rendus*, t. CXVI, p. 506), sont particulièrement propres à cette observation. Les franges apparaissent aussi en *moiré* lorsqu'on effectue deux fois le tracé sur la même surface, sous une obliquité convenable; c'est ainsi que j'opère depuis longtemps pour étudier les erreurs continues ou périodiques des vis.

Quel que soit le mode d'application de la méthode, on trouve dans l'observation de ces franges des contrôles très précieux.

Les vérifications numériques relatives aux propriétés locales précitées feront l'objet d'une prochaine Communication.