Études sur les réseaux diffringents. anomalies focales

A. Cornu

► To cite this version:

A. Cornu. Études sur les réseaux diffringents. anomalies focales. J. Phys. Theor. Appl., 1893, 2 (1), pp.385-393. 10.1051/jphystap:018930020038500 . jpa-00239744

HAL Id: jpa-00239744

<https://hal.science/jpa-00239744>

Submitted on 1 Jan 1893

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ÉTUDES SUR LES RÉSEAUX DIFFRINGENTS. ANOMALIES FOCALES;

PAR M. A. CORNU.

1. Les réseaux diffringents servent aujourd'hui presque exclusivement à la détermination précise des longueurs d'onde lumineuses : quelque parfaits que soient aujourd'hui ces appareils au point de vue de la définition des raies spectrales depuis les progrès réalisés par Rutherford et M. le prof. Rowland, ils présentent encore parfois diverses anomalies qui pourraient jeter quelques doutes sur la rigueur des principes optiques sur lesquels ils sont fondés. Il importe donc d'étudier en détail ces perturbations, d'en déterminer les lois et les causes, condition essentielle pour pouvoir en apprécier l'influence sur la précision des mesures, éliminer les erreurs qu'elles entraînent et perfectionner la construction ou l'usage des réseaux diffringents.

Cette étude, un peu ingrate, m'a occupé souvent depuis l'époque déjà éloignée de mes premières observations sur les propriétés focales des réseaux ⁽¹⁾ : j'ai été conduit à construire une machine traçant automatiquement des traits espacés suivant des lois déterminées, de manière à produire et amplifier à volonté les anomalies dont je voulais vérifier l'origine ; au milieu des difficultés pratiques si nombreuses qui compliquent la construction des réseaux, j'ai cherché à démêler les causes systématiques de perturbations et à en dégager les éléments purement géométriques : les modifications successives apportées à cette machine, dont j'aurai bientôt l'occasion de donner une description succincte, m'ont suggéré quelques résultats intéressants à divers titres que je demanderai à la Société la permission de lui communiquer successivement : ce sont presque tous des énoncés de Cinématique ou de Géométrie d'où a disparu la trace des essais longs et laborieux qui leur ont donné naissance.

⁽¹⁾ *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LXXX, p. 645 ; 1875. *Association française, Congrès de Nantes*, p. 376 ; *Revue scientifique*, n° 12, 18 septembre 1875.

J. de Phys., 3^e série, t. II. (Septembre 1893.)

Anomalies focales.

2. Parmi les perturbations délicates auxquelles sont sujets des réseaux, d'ailleurs très parfaits comme définition des images spectrales, on doit signaler des erreurs systématiques dans la position du foyer de ces images, erreurs incompatibles avec la théorie du réseau régulier.

L'ensemble des observations m'a conduit à attribuer ces anomalies à deux causes distinctes et purement géométriques :

1° Dans le cas des *réseaux plans*, à l'existence d'une faible courbure de la surface sur laquelle a été exécuté le tracé;

2° Dans le cas des *réseaux plans ou courbes*, à l'existence d'une variation régulière dans la distance des traits.

Ces deux causes existent le plus souvent à la fois, ce qui rend assez complexes les lois du phénomène optique.

Courbure anormale de la surface. — La difficulté d'obtenir une surface parfaitement plane explique l'existence de cette courbure généralement sphérique d'une manière approchée et le plus souvent convexe : lorsque la surface est irrégulière, les images spectrales sont défectueuses ; les raies perdent toute netteté. Toutefois, quand la surface striée est assimilable à une portion de surface du second degré et offre un plan de symétrie parallèle aux traits, les images des raies spectrales peuvent être parfaitement nettes : l'astigmatisme inévitable peut même être corrigé suivant une méthode que j'ai indiquée ailleurs (1).

Cette remarque montre que, dans la présente étude des propriétés focales des réseaux, on peut faire abstraction de la courbure de la surface dans le plan parallèle aux traits et ne considérer que la courbure normale à ces traits. Ce qui revient à supposer le réseau tracé sur une surface cylindrique dont les traits sont des génératrices : la surface striée est donc caractérisée simplement par son rayon de courbure R . Toutes les démonstrations, ramenées à la Géométrie plane, deviennent alors très simples.

(1) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 6^e série, t. VII, p. 19.

Anomalie dans la distribution des traits. Loi représentative. — La difficulté d'obtenir une équidistance rigoureuse des traits explique la variation continue de leur distance : on représentera donc cette distance s , comptée à partir d'un trait pris comme origine, par la formule ⁽¹⁾

$$s = bt + ct^2,$$

la variable t (représentant par exemple le nombre de tours ou de fractions de tour de la vis de la machine à diviser) prenant les valeurs 1, 2, 3, ..., n . Le terme perturbateur ct^2 est positif ($c > 0$) si l'intervalle va en croissant dans le même sens que t ; négatif ($c < 0$) dans le cas contraire.

3. Interprétation cinématique de la loi admise. Paramètre caractéristique. — Cette loi de progression de la distance des traits s'interprète par une image qui rend compte de la relation entre les coefficients b et c .

Supposons que le réseau ait été tracé au moyen d'une vis tournant d'angles égaux δt , t croissant positivement : si l'on a $c = 0$ les traits sont équidistants et la vis offre un pas constant; le filet de la vis forme donc une hélice parfaite dont le développement sur un plan est une droite. Si l'on a $c > 0$ les traits sont de plus en plus espacés, pour $c < 0$ de plus en plus resserrés; la vis a donc un pas variable qui (si la vis était prolongée) finirait, dans un sens ou dans l'autre, suivant le signe de c , par devenir nul lorsque $\frac{ds}{dt} = 0$; ce qui aurait lieu à la distance $s_0 = -\frac{b^2}{4c}$, que nous désignerons plus loin par $-\frac{1}{2}P$; d'où l'on conclut aisément :

Lorsqu'un réseau présente dans la distance de ses traits une variation progressive représentée par la loi $s = bt + ct^2$, on peut le considérer comme tracé au moyen de la rotation d'une vis, dont le filet, développé sur un plan, serait un arc de parabole ⁽²⁾, l'axe de cette courbe étant parallèle à l'axe de la vis. La distance du sommet de la parabole à l'origine, $s_0 = -\frac{b^2}{4c}$, constitue un paramètre caractéristique de la vis et de tous les réseaux tracés avec cette vis, car il

⁽¹⁾ Un terme en t^3 un peu notable introduirait des aberrations sensibles dans la formation des images focales; or, ces aberrations ne sont pas appréciables dans les réseaux considérés ici.

⁽²⁾ L'hélice parabolique est appliquée à la rayure des armes à feu.

est indépendant du nombre de subdivisions du pas, c'est-à-dire de la distance moyenne des traits.

4. Relations qui régissent les anomalies focales. — Nous allons démontrer ce résultat très important :

Les anomalies focales d'un réseau, dans le plan normal aux traits, sont entièrement définies par deux constantes linéaires : le rayon de courbure R de la surface et le paramètre P de la vis génératrice du tracé; ces deux constantes sont liées aux données optiques et géométriques de l'expérience par deux équations très simples qu'on va établir comme il suit :

Soient (fig. 1) :

ρ, ρ' sont les distances respectives des points de convergence des faisceaux incident et diffracté au centre M du réseau;

α, α' les angles respectifs des axes de ces faisceaux avec la normale au point d'incidence;

R le rayon de courbure de la section droite MS du réseau;

P le paramètre caractéristique de la loi de distribution des traits; e leur intervalle moyen.

Considérons une onde cylindrique émanée d'un point A et rencontrant deux traits consécutifs M et M' du réseau; la différence des chemins parcourus par la lumière est $AM - AM'$ ou $\rho - (\rho + \delta\rho) = -\delta\rho$,

$$(1) \quad -\delta\rho = \delta s \sin \alpha \quad \text{avec} \quad \rho \delta \varepsilon = \delta s \cos \alpha,$$

en appelant δs l'intervalle très petit du trait MM' correspondant à la variation δt dans l'expression $s = bt + ct^2$ (s compté positivement dans le sens MS) et α l'angle MA'M'. Chacun des deux traits devenant le centre d'ondes diffractées, un point A' situé à l'intersection de ces deux ondes sera un point de concordance vibratoire si la différence des chemins $M'P + M'P'$ est un nombre entier positif ou négatif de longueurs d'ondes; on aura donc

$$(2) \quad \delta\rho + d\rho' = -m\lambda \quad \text{ou} \quad \delta s (\sin \alpha + \sin \alpha') = m\lambda,$$

la longueur d'onde étant, comme la distance des traits, traitée comme un infiniment petit.

Si l'on considère un troisième trait M'' (défini par un nouvel accroissement constant δt de la variable t) comme associé au deuxième M', la condition de concordance sera la même, sauf qu'il faudra changer t en $t + \delta t$, α en $\alpha + \delta\alpha$, α' en $\alpha' + \delta\alpha'$; mais $m\lambda$ comme δt restera constant;

e représentant, on le voit aisément, l'*intervalle moyen* des traits du réseau.

Telles sont les relations qui régissent les anomalies focales.

5. Discussion de ces formules. Courbes focales conjuguées.

— L'équation (6) établit la relation qui lie la distance focale $\rho' = MA'$ (*fig. 1*) d'une onde cylindrique de longueur d'onde λ , diffractée dans le spectre d'ordre m , lorsque la distance de la source est $\rho = MA$:

1° Cette équation étant symétrique en ρ et α d'une part et ρ' et α' de l'autre, les points A et A' sont de véritables foyers conjugués : on peut donc intervertir leurs définitions et considérer A' comme source et A comme foyer ou inversement ;

2° Pour chaque position de la source ($\rho = \text{const.}$, $\alpha = \text{const.}$), la position d'un foyer A' est indéterminée d'après la seule équation (6) ; cette équation représente donc le lieu géométrique en coordonnées polaires (ρ' , α') de toutes les positions que le foyer du faisceau diffracté, conjugué de la source, peut occuper dans le plan de diffraction : c'est donc l'équation de la *courbe focale* correspondant à une position donnée de la source ;

3° La *courbe focale* A' ne passe pas en général par la source A ; il y a donc une *famille de courbes focales* dont le paramètre est défini par la substitution des coordonnées (ρ , α) de la source dans l'équation (6) ;

4° Le lieu des positions A de la source qui correspondent à la même courbe focale A' a évidemment pour équation

$$(8) \quad \frac{\cos^2 \alpha}{\rho} - \frac{\cos \alpha}{R} + \frac{\sin \alpha}{P} = k ;$$

mais alors l'équation de la courbe focale A' est nécessairement

$$(8 \text{ bis}) \quad \frac{\cos^2 \alpha'}{\rho'} - \frac{\cos \alpha'}{R} + \frac{\sin \alpha'}{P} = -k,$$

pour satisfaire à l'équation (6) ; elle ne diffère de la précédente que par le signe de la constante k .

Ces deux familles de *courbes* sont donc *conjuguées*.

6. *Courbe focale principale*. — Le paramètre k peut prendre

la valeur zéro : alors les deux courbes conjuguées correspondant à $= 0$ coïncident ; leur équation commune est

$$(9) \quad \frac{\cos \alpha}{\rho} - \frac{\cos \alpha}{R} + \frac{\sin \alpha}{P} = 0.$$

Cette courbe jouit donc de la propriété de passer par tous les foyers et par la source ; elle est *unique* pour le réseau donné et ne dépend que du rayon de courbure R et du paramètre P ; on voit qu'elle est indépendante de la distance moyenne des traits.

Je propose de l'appeler *courbe focale principale*.

Elle affecte, suivant le rapport existant entre R et P , des formes très diverses, qui dérivent du type de la *cissoïde de Dioclès* à laquelle d'ailleurs elle se réduit lorsque la courbure du réseau devient ($R = \infty$). On peut en effet mettre l'équation (9) sous les formes suivantes :

$$(10) \quad \rho = \frac{\cos^2 \alpha}{\frac{\cos \alpha}{R} - \frac{\sin \alpha}{P}} = \frac{PR}{H} \frac{\cos^2 \alpha}{\cos(\alpha + \varphi)},$$

en posant

$$\begin{aligned} R &= H \sin \varphi, & \text{d'où} & \quad \tan \varphi = \frac{R}{P}, \\ P &= H \cos \varphi, & H^2 &= P^2 + R^2, \end{aligned}$$

qui conduit à une construction géométrique très simple (*fig. 2*).

On vérifie aisément que cette équation peut s'écrire aussi

$$(11) \quad \rho = R \cos \varphi \left[\frac{\sin^2 \varphi}{\cos(\alpha + \varphi)} + \cos(\alpha - \varphi) \right].$$

Cette forme démontre évidemment que le rayon vecteur ρ est, comme celui d'une cissoïde, la somme de deux autres, celui d'une droite et celui d'un cercle ; ce qui permet un second mode de construction.

Un point A quelconque s'obtient d'après l'équation (10), à l'aide de la droite M_0C qui joint le centre de courbure C du réseau au point M_0 , tel que $MM_0 = P$: en abaissant sur le rayon vecteur MF de cette droite la perpendiculaire FG sur MG et la perpendiculaire GA sur MF . La courbe a pour asymptote la droite LN dirigée sur $\alpha = 90^\circ - \varphi$ et distante de l'origine M de la quantité $MN = R \cos \varphi \sin \varphi$ qu'on obtient en abaissant les perpendiculaires MK sur M_0C , KL sur M_0M et LN sur MK .

La seconde construction, déduite de l'équation (11), s'obtient en portant

sur le prolongement du rayon vecteur MJ du cercle construit sur MK' comme diamètre le rayon vecteur MI de la droite LN asymptote déjà définie. Le cercle a pour diamètre $MK' = R \cos \varphi$, K' étant le symétrique de K par rapport à MC , car il a pour équation $\rho = R \cos \varphi \cos(\alpha - \varphi)$.

Fig. 2.

La figure correspond à $c > 0$, $P > 0$; les traits s'écartent vers la droite; car $P = -2s_0$ (Voir p. 387).

7. Cette seconde définition de la courbe focale principale conduit à plusieurs vérifications immédiates en reproduisant comme cas particuliers des résultats déjà connus.

Si l'on suppose le réseau de plus en plus parfait comme équidistance de traits, tout en conservant la même courbure, le point C reste fixe, mais le point M_0 s'éloigne vers l'infini; l'angle φ devient de plus en plus petit; à la limite, la courbe focale devient nulle (outre une droite parasite MS), le cercle utilisé par M. Rowland dans ses admirables réseaux concaves.

Si, dans le réseau concave, il subsiste une petite erreur systématique de tracé, l'angle φ n'est pas absolument nul; la courbe focale principale se réduit encore sensiblement à un cercle, mais dont le diamètre est incliné de ce petit angle φ sur la normale au réseau. C'est le résultat auquel est parvenu récemment M. J.-R. Rydberg, d'une manière empirique, dans un Mémoire remarquable (*Académie de Stockholm*, t. XVIII, n° 9).

Enfin, passant à des conditions inverses, si le réseau est sensi-

blement plan et présente une progression systématique notable dans la distance des traits, le point C s'éloigne à l'infini, l'angle φ devient droit; la courbe focale principale devient une cissoïde dont l'asymptote passe par M_0 et est normale au plan du réseau. On retrouve alors la disposition des foyers des spectres que j'ai indiquée dans mes premières recherches.

Je me borne aujourd'hui à ces résultats purement géométriques, réservant pour un article ultérieur la description des méthodes expérimentales permettant les vérifications numériques de ces lois.