



**HAL**  
open science

## Corrections relatives aux extrémités des tubes dans la méthode de Poiseuille

M. Couette

► **To cite this version:**

M. Couette. Corrections relatives aux extrémités des tubes dans la méthode de Poiseuille. J. Phys. Theor. Appl., 1890, 9 (1), pp.560-562. 10.1051/jphystap:018900090056000 . jpa-00239164

**HAL Id: jpa-00239164**

**<https://hal.science/jpa-00239164>**

Submitted on 4 Feb 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**CORRECTIONS RELATIVES AUX EXTRÉMITÉS DES TUBES  
DANS LA MÉTHODE DE POISEUILLE;**

PAR M. M. COUETTE.

Le coefficient de frottement intérieur  $\varepsilon$  d'un liquide coulant, suivant le premier régime, dans un tube circulaire indéfini de rayon  $R$ , avec un débit  $q$  et une différence de charge  $C$  entre deux sections droites distantes de  $l$ , est donné par la formule

$$(1) \quad \varepsilon = \frac{\pi R^4 C}{8 l q}.$$

Mais, si le tube est limité à la longueur  $l$ , et qu'alors  $C$  soit la différence de charge entre les réservoirs d'amont et d'aval, cette formule doit être modifiée par deux termes correctifs.

Le premier est la dépense de charge qui se fait, à l'entrée du tube, pour communiquer au liquide sa vitesse d'écoulement. L'application du théorème des forces vives m'a permis <sup>(1)</sup> d'en calculer la valeur, qui est  $\frac{\rho q^2}{\pi^2 R^4}$ , c'est-à-dire double de celle que l'on trouve pour une vitesse en mince paroi.

Le second est relatif aux frottements qui se produisent au voisinage des extrémités du tube, surtout de l'entrée, tant au dehors que dans la région intérieure, où le mouvement n'est pas encore le même que dans un tube indéfini. J'ai montré qu'il pouvait être représenté par un allongement fictif  $\Lambda$  du tube, probablement de l'ordre de grandeur de quelques diamètres, mais dont je n'ai pu assigner *a priori* la valeur.

En conséquence, la formule (1) doit être remplacée par la suivante <sup>(2)</sup> :

$$(2) \quad \varepsilon = \frac{\pi R^4 \left( C - \frac{\rho q^2}{\pi^2 R^4} \right)}{8(l + \Lambda)q}.$$

<sup>(1)</sup> Thèse de doctorat, p. 66; 1890.

<sup>(2)</sup> La formule de M. E. Hagenbach (*Pogg. Ann.*, t. CIX, 1860), souvent employée en Allemagne, diffère de la nôtre : 1° en ce que  $\frac{\rho q^2}{\pi^2 R^4}$  y est multiplié par  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ , 2° par l'absence de  $\Lambda$ .

En désignant par  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$  les deux valeurs approchées que l'on obtient en négligeant les deux corrections ou seulement la seconde, nous poserons

$$\varepsilon_1 = \frac{\pi R^4 C}{8 l q}, \quad \varepsilon_2 = \frac{\pi R^4 \left( C - \frac{\rho q^2}{\pi^2 R^4} \right)}{8 l q},$$

et nous aurons par suite les relations

$$(3) \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_1 - \frac{\rho q}{8 \pi l},$$

$$(4) \quad \varepsilon = \varepsilon_2 \frac{l}{l + \Lambda}.$$

Dans la première série des expériences de Poiseuille (<sup>1</sup>), les corrections se sont trouvées négligeables, à cause de la petitesse du débit  $q$  et de la grandeur du rapport  $\frac{l}{R}$ . Mais, dans la seconde série, elles ont une influence notable, qui fait croître rapidement  $\varepsilon_1$  en même temps que  $q$  dans un même tube. Au contraire,  $\varepsilon_2$  ne croît que très lentement. Par exemple (<sup>2</sup>), pendant que

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 \text{ varie de } 0,0138 \text{ à } 0,0186, \\ \varepsilon_2 \text{ varie de } 0,0136 \text{ à } 0,0139. \end{aligned}$$

Cela montre : 1° l'importance et l'exactitude de la correction de force vive; 2° la constance approximative de  $\Lambda$  relativement aux variations de  $q$ .

Les valeurs de  $\varepsilon_2$  données, pour les plus faibles débits, par deux tubes de même rayon et de longueurs différentes ( $l = 1^{\text{cm}}, 575$  et  $l' = 0^{\text{cm}}, 6775$ ) sont notablement différentes

$$\varepsilon_2 = 0,01329, \quad \varepsilon'_2 = 0,01363,$$

ce qui prouve que  $\Lambda$  n'est pas nul. Donc, en ralentissant l'écoulement, sans augmenter la longueur du tube, on peut rendre négligeable la dépense de charge à l'entrée, mais on ne rend pas négligeable l'allongement fictif.

Mais, quand on diminue la longueur d'un tube sans modifier l'orifice d'entrée, il semble évident que l'on n'altère pas  $\Lambda$ ; et

(<sup>1</sup>) *Mémoires des savants étrangers*, t. IX.

(<sup>2</sup>) *Loc. cit.* Tableaux II et IV de la deuxième série, p. 465-467.

*J. de Phys.*, 2<sup>e</sup> série, t. IX. (Décembre 1890.)

alors l'application de la formule (4) aux deux longueurs successives, fournit deux équations

$$\varepsilon = \varepsilon_2 \frac{l}{l + \Lambda} = \varepsilon'_2 \frac{l'}{l' + \Lambda},$$

qui déterminent les deux inconnues  $\varepsilon$  et  $\Lambda$ . On trouve ainsi, pour l'exemple cité,

$$\Lambda = 0^{\text{cm}}, 041,$$

c'est-à-dire à peu près le triple du diamètre ( $0^{\text{cm}}, 014$ ) des tubes, et

$$\varepsilon = 0, 01303,$$

nombre qui diffère de moins de  $\frac{1}{200}$  de celui ( $0, 01309$ ) que donne la première série de Poiseuille.