Rapport des travaux de dilatation et d'échauffement des métaux

P. Joubin

RAPPORT DES TRAVAUX DE DILATATION ET D'ÉCHAUFFEMENT DES MÉTAUX;

PAR M. P. JOUBIN.

On a souvent cherché une relation entre le coefficient d'élasticité et les autres constantes qui caractérisent un corps : densité, coefficient de dilatation, etc.; ces différentes comparaisons n'ont conduit à aucun résultat important. Je crois avoir été plus heureux en me bornant aux corps simples métalliques.

Rappelons que le coefficient d'élasticité E, ou second module d'élasticité, ou module de Joule, est le poids, exprimé en kilogrammes, qui doublerait la longueur d'une tige prismatique de 1^{mmq} de section, si la proportionnalité de l'allongement à la tension se prolongeait indéfiniment. La connaissance de ce module permet de calculer l'allongement l d'une tige de longueur L de section S (en millimètres carrés), tendue par un poids p (en kilogrammes), par la formule

$$l = \frac{Lp}{SE}. \tag{1}$$

Considérons un fil métallique de 1^m de long, par exemple, et de 1^{mmq} de section; soumettons-le à une tension telle, que son allongement soit égal à son coefficient de dilatation (en négligeant la *contraction* transversale). La pression nécessaire p sera, d'après (1),

$$p = E\alpha. \tag{2}$$

Cette pression p aura donc exactement le même effet qu'une élévation de température de 1° du fil (en négligeant pareillement la *dilatation* transversale); et, dans ce second cas, la chaleur fournie au métal aura effectué un travail égal à $E\alpha$. Or, la chaleur nécessaire pour élever le fil de 0 à 1° est $C \times D$, C désignant la chaleur spécifique à pression constante, et D le poids du métal qui peut être représenté par sa densité, puisque le volume du fil est égal à 1.

Ce sont ces deux quantités $E\alpha$ et CD que je vais comparer.

Remarquons que, $E\alpha$ représentant un travail, $\frac{E\alpha}{J}$ (J désignant l'équivalent mécanique de la chaleur) sera la quantité de chaleur équivalente. De sorte que nous comparons en somme la quantité de chaleur correspondant à la dilatation du métal à la quantité de chaleur nécessaire pour élever de 1° la masse du fil.

I. La comparaison n'est pas des plus faciles pour tous les métaux, à cause de l'indécision où l'on se trouve pour plusieurs d'entre eux sur la vraie valeur du coefficient E. Cependant, pour un assez grand nombre, en prenant soit la moyenne des valeurs trouvées par plusieurs expérimentateurs, soit, dans quelques cas, la valeur la plus probable (1), on arrive à ce résultat remarquable que le rapport $\frac{E\alpha}{CD}$ est constant. C'est ce que montre le Tableau suivant :

Métaux.	E.	α.	C.	D.	$\frac{E\alpha}{CD}$.	
Pt....	17000	0,000009	0,032	21,0	0,228	
Ag....	7500	0,0000192	0,057	10,6	0,235	
Cu....	12500	0,0000170	0,095	8,9	0,245	
Au ...	8600	0,0000155	0,032	18,0	0,231	
Pd ...	12200	0,0000118	0,059	11,2	0,218	Moyenne. 0,230
Al....	6700	0,0000220	0,218	2,7	0,250	
Fe....	19900	0,0000110	0,114	7,8	0,246	
Sn....	4500	0,0000200	0,056	7,3	0,220	
Pb ...	2600 (2)	0,0000295	0,031	11,2	0,220	
Zn....	9500 (?)	0,0000299	0,096	6,2	0,421	
Cd....	6000 (?)	0,0000310	0,057	8,8	0,375	

Ce Tableau montre que :

1° Pour les neuf premiers métaux le rapport $\frac{E\alpha}{CD}$ est *sensiblement* constant; la moyenne des résultats obtenus est 0,230; les écarts avec cette moyenne ne dépassent pas $\frac{1}{15}$.

2° Pour les deux derniers, le zinc et le cadmium, il n'y a pas à s'étonner de la différence que présente le rapport $\frac{E\alpha}{CD}$, car on peut dire sans crainte que le coefficient E n'est pas connu, sa valeur

(1) VIOLLE, *Cours de Physique*, t. I, p. 413. — MASCART et JOUBERT, *Cours d'Électricité*, t. II. — *Annuaire du Bureau des Longitudes*, p. 534; 1890.

(2) Déduit du coefficient de compressibilité du plomb.

variant suivant les expérimentateurs, pour le zinc de 10000 environ à 8000, pour le cadmium de 6000 à 4000; en particulier, ce dernier nombre ramènerait le rapport à la valeur 0,250. Il est donc impossible d'en rien conclure. Ces métaux offrent d'ailleurs, on le sait, une structure cristalline.

3° Si nous voulons que D représente non plus la densité, mais le poids du fil de métal considéré exprimé en kilogrammes, il suffira de multiplier le rapport par 10^3, ce qui donnera comme moyenne : 230.

II. Admettons donc qu'on ait pour tous les métaux la relation

$$\frac{E\alpha}{CD} = 0,23 . 10^3. \tag{2}$$

On peut en tirer des conséquences intéressantes au point de vue de la Thermodynamique.

1° Reprenons le fil de métal précédent; appliquons-lui pendant un temps très court la tension E. Il se refroidira d'un nombre de degrés Θ donné par la formule [1]

$$\Theta = \frac{T}{J}\frac{E\alpha}{CD},$$

D désignant le poids de l'unité de longueur. Comme la tension E est très grande, le fil se romprait; appliquons-lui seulement la tension mE ($m = \frac{1}{1000}$ par exemple). Alors

$$\Theta = m\frac{T}{J}\frac{E\alpha}{CD},$$

Θ étant petit, T sera sensiblement constant (273° par exemple). Et comme $\frac{E\alpha}{CD}$ est constant aussi, on en conclura que :

Un fil d'un métal quelconque de même longueur et de même section soumis à une tension égale à une même fraction de son coefficient d'élasticité se refroidira d'un même nombre de degrés.

En remplaçant T, J, $\frac{E\alpha}{CD}$ respectivement par 273,430 et 230,

---

(1) VERDET, t. VII, p. 220.

on trouve

$$\Theta = 0^{\circ},15 . 10^{3} \times m,$$

Si $m = \frac{1}{1000}$,

$$\Theta = 0^{\circ},15.$$

Or Joule a étudié le refroidissement θ_1 de fils métalliques soumis à une traction et a donné [1] « l'effet thermique d'une traction de 1 livre sur un prisme de 1 pied de longueur, pesant 1 livre à 0° C ».

Ces prismes ont alors une section proportionnelle à $\frac{1}{d}$ et la tension de 1^{livre} représente la tension par unité de surface

$$\theta_1 = \frac{T}{J} \frac{\alpha}{CD} \times \left(\frac{1^{\text{livre}}}{s}\right).$$

Si nous multiplions θ_1 par E, nous devons donc trouver un nombre constant, d'après ce qui a été dit. Or Joule donne les valeurs suivantes de θ_1 :

	θ_1.	E.	$E\theta_1$.
Fer..........	0,000022	19900	0,438
Cuivre.......	0,0000355	12500	0,443
Plomb.......	0,0001847	2600	0,478
		Moyenne....	0,45

La vérification paraîtra satisfaisante si l'on considère que les deux facteurs du produit varient de 1 à 10 et que le coefficient E pour le plomb n'est pas absolument sûr; 2600 est la limite supérieure. Les deux voies qui nous conduisent au même résultat sont si différentes, qu'elles peuvent être regardées comme un contrôle précieux l'une de l'autre.

2° Dans la relation $\frac{E\alpha}{CD} = 230$, divisons $E\alpha$ par J, nous aurons

$$\frac{\frac{E\alpha}{J}}{CD} = \frac{230}{J},$$

$\frac{E\alpha}{J}$ étant la quantité de chaleur équivalente au travail de dilatation $E\alpha$. Le nombre J étant sensiblement égal à 430, on voit que le rapport $\frac{\frac{E\alpha}{J}}{CD}$ est à peu près $\frac{1}{2}$. Donc :

---

(1) VERDET, *loc. cit.*

Si l'on porte un fil d'un métal quelconque de 0°C. *à* 1°C., *le rapport de la quantité de chaleur équivalente au travail de dilatation de ce fil à la quantité de chaleur totale fournie est constant et sensiblement égal à* $\frac{1}{2}$.

Ou encore :

La quantité de chaleur nécessaire pour porter le fil de 0°C. *à* 1°C. *se partage en deux : une moitié effectue le travail de dilatation, l'autre moitié élève la température.*

3° Considérons, au lieu du coefficient de dilatation linéaire du métal, le coefficient de dilatation cubique $\alpha_1 = 3\alpha$; au lieu du coefficient d'élasticité E, ce qu'on pourrait appeler le coefficient d'élasticité cubique (par mètre carré) E_1, autrement dit l'inverse du coefficient de compressibilité cubique; d'après Poisson, on a

$$E_1 = \frac{2}{3} E.$$

La *chaleur de dilatation* l à 0°C est [1]

$$l = \frac{T}{J} E_1 \alpha_1,$$

rapportée à l'unité de volume, le mètre cube; si D représente la densité, $D.10^3$ est le poids du mètre cube. Nous aurons donc

$$l = \frac{T}{J} \times \frac{2}{3} E \times 2\alpha \times 10^6 = \frac{T}{J} \times 2 E\alpha 10^6.$$

et en comparant cette valeur au produit $CD.10^3$

$$\frac{l}{CD.10^3} = 2T \cdot \frac{\frac{E\alpha}{J}}{CD} \cdot 10^3,$$

ou si on prend $\frac{E\alpha}{CD \times J} = \frac{1}{2} \cdot 10^{-3}$,

$$\frac{l}{CD.10^3} = T;$$

---

[1] Verdet, *loc. cit.*

Donc :

Le rapport de la chaleur de dilatation à la capacité calorifique de l'unité de volume est constant pour tous les métaux et égal sensiblement à la température absolue T.

On pourra donc calculer la chaleur latente de dilatation de tous les métaux, connaissant leur chaleur spécifique à pression constante.

4° Cette quantité une fois connue, on aura de même la chaleur spécifique à volume constant par l'application de la formule

$$C = c + l\frac{dv}{dt},$$

c'est-à-dire

$$C = c + l\frac{\alpha_1}{D.10^3},$$

d'où

$$c = C(1 - \alpha_1 T).$$

Donc, connaissant la chaleur spécifique à pression constante et le coefficient de dilatation cubique de tous les métaux, on aura leur chaleur spécifique à volume constant.

5° Il en sera de même des autres coefficients h, λ, et k employés en Thermodynamique : on obtient immédiatement

$$h = -\frac{T}{J}\frac{\alpha_1}{D}10^{-3}, \qquad \lambda = \frac{CD}{\alpha_1}10^3, \qquad k = \frac{1}{J}\frac{1-\alpha_1 T}{D}10^{-3}.$$

Toutes les quantités l, c, h, λ et k sont donc définies au moyen des trois autres $C_1 \alpha_1$ et D.

En résumé, si l'on admet la relation (2), qui semble exacte au moins avec la même approximation que la loi de Dulong et Petit sur la capacité atomique CM = const., on voit qu'elle établit : d'abord une corrélation entre l'élasticité et les autres propriétés des métaux, ce qui permettrait de calculer directement les coefficients d'élasticité non encore mesurés. De plus, elle permet, connaissant seulement la densité, le coefficient de dilatation, et la chaleur spécifique à pression constante, de faire l'étude thermique complète des métaux. A ce double point de vue, il m'a semblé intéressant de la signaler.