Remarque sur la quantité de chaleur dégagée par les courants parcourant un système de conducteurs

A. Perot

REMARQUE SUR LA QUANTITÉ DE CHALEUR DÉGAGÉE PAR LES COURANTS PARCOURANT UN SYSTÈME DE CONDUCTEURS;

Par M. A. PEROT.

En calculant pour l'*ensemble* d'un système de courants la variation de l'énergie électrocinétique ε, pendant le temps dt, on trouve que cette variation est représentée par

$$\sum \frac{d\varepsilon}{dt} dt = \sum i \frac{d}{dt} \frac{d\varepsilon}{di} dt - \sum \frac{d\varepsilon}{dx} dx,$$

où i représente le courant parcourant un conducteur, et x l'une des variables géométriques qui définissent la forme et la position de ces conducteurs.

Cette variation comprend deux parties distinctes : l'une,

$$\sum i \frac{d}{dt} \frac{d\varepsilon}{di} dt,$$

correspond à de l'énergie dépensée dans les circuits par les sources alimentant les courants; l'autre,

$$\sum \frac{d\varepsilon}{dx} dx,$$

représente du travail mécanique proprement dit.

Pour satisfaire au principe de la conservation de l'énergie, il faut supposer introduite dans chaque circuit une force électromotrice e, telle que

$$(a) \qquad \sum i \frac{d}{dt} \frac{d\varepsilon}{di} dt = \sum ie\, dt,$$

et appliquées aux conducteurs des forces mécaniques X, telles que

$$\sum \frac{d\varepsilon}{dx} dx = \sum \mathrm{X}\, dx.$$

La relation (a) ne suffit pas pour définir la force e; l'expérience montre que, au circuit 1, il faut considérer comme appliquée la force électromotrice $\frac{d}{dt} \frac{d\varepsilon}{di_1}$ que je désignerai par n_1, au circuit 2 la force n_2. Comme je viens de le dire, le système de solutions n_1, n_2, ..., n'est pas le seul qui satisfasse au principe de la conservation de l'énergie, il y en a une infinité d'autres; mais ce système jouit de la propriété particulière suivante :

La quantité de chaleur dégagée dans l'ensemble des conducteurs par l'effet Joule est maxima.

En effet, soient E_1, R_1 la force électromotrice de la source et la résistance du circuit 1, e_1 la force électromotrice d'induction; on peut écrire

$$i_1 = \frac{E_1 - e_1}{R_1},$$

et, par suite, la relation (a) devient

$$(b) \qquad \sum \frac{E - e}{R}\left(\frac{d}{dt}\frac{d\varepsilon}{di} - e\right) = 0.$$

La quantité totale de chaleur dégagée dans tous les circuits est

$$Q = \sum R\, i^2 = \sum \frac{(E - e)^2}{R}.$$

En vertu de (b), elle peut s'écrire

$$Q = \sum \frac{(E - e)^2}{R} - \frac{2(E - e)\left(\dfrac{d}{dt}\dfrac{d\varepsilon}{di} - e\right)}{R},$$

ou

$$Q = \sum \frac{\left(E - \dfrac{d}{dt}\dfrac{d\varepsilon}{di}\right)^2}{R} - \sum \frac{\left(\dfrac{d}{dt}\dfrac{d\varepsilon}{di} - e\right)^2}{R}.$$

Elle sera maxima si

$$(c) \qquad \sum \frac{\left(\dfrac{d}{dt}\dfrac{d\varepsilon}{di} - e\right)^2}{R} = 0,$$

ou si

$$e_1 = \frac{d}{dt}\frac{d\varepsilon}{di_1} = n_1,$$

$$e_2 = \frac{d}{dt}\frac{d\varepsilon}{di_2} = n_2,$$

et ces solutions sont les seules qui satisfassent à la relation (c).