Sur le réglage des divers éléments du dispositif synchronisateur des horloges de précision

A. Cornu

► To cite this version:

A. Cornu. Sur le réglage des divers éléments du dispositif synchronisateur des horloges de précision. J. Phys. Theor. Appl., 1889, 8 (1), pp.101-116. 10.1051/jphystap:018890080010100 . jpa-00238931

HAL Id: jpa-00238931

<https://hal.science/jpa-00238931>

Submitted on 1 Jan 1889

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**SUR LE RÉGLAGE DES DIVERS ÉLÉMENTS DU DISPOSITIF SYNCHRONISATEUR
DES HORLOGES DE PRÉCISION;**

PAR M. A. CORNU.

Le dispositif synchronisateur décrit précédemment ⁽¹⁾ renferme plusieurs éléments indéterminés : on pourrait chercher à les définir dans chaque cas d'après certaines conditions arbitraires ou imposées, par exemple d'après le maximum d'économie dans la construction de l'appareil, l'installation des lignes, l'intensité du

Fig. 1.

courant utilisé, etc. Mais on reconnaît bien vite que ce genre de considérations est, le plus souvent, tout à fait secondaire et que la véritable économie consiste à utiliser pour la construction des appareils les éléments que la pratique des courants électriques a consacrés et qu'on rencontre couramment dans les ateliers.

Il est donc tout naturel de renverser les termes du problème et de se proposer, étant donnés les appareils, de chercher à en tirer le meilleur parti par un réglage approprié.

(¹) Voir *Journal de Physique*, 3^e série, t. VII, p. 231. *Séances de la Soc. de Phys.*, p. 65; 1888.

J. de Phys., 2^e série, t. VIII. (Mars 1889.)

Nous supposerons donc le cas défavorable où l'on met en station une horloge munie du dispositif synchronisateur représenté (*fig. 1*), construit sans conditions particulières et qu'on veut synchroniser loin de l'horloge directrice à l'aide d'un courant périodique ayant l'intensité ordinaire des courants télégraphiques, c'est-à-dire voisin de $\frac{1}{100}$ d'ampère.

La première condition à remplir est de maintenir le balancier en marche à l'amplitude convenable, tout en lui donnant un amortissement notable, condition essentielle de la stabilité du réglage synchronique. Nous allons voir qu'une fois ce résultat obtenu, on peut, par une nouvelle série d'essais méthodiques très simples, perfectionner le réglage et l'amener rapidement à réaliser les conditions qui réduisent au minimum l'influence des actions perturbatrices.

1° Réglage initial de l'amplitude du balancier.

Avec les données moyennes de construction auxquelles il a été fait allusion (¹), l'intensité du courant de 0^{amp},01 donnera une attraction très énergique qui imprimerait au balancier une amplitude exagérée. On s'en apercevra à la manière dont le balancier partant du repos se met en marche sous l'influence de ce courant. Mais on dispose de deux moyens de réglage : l'un consiste à affaiblir le courant dans la bobine attirante B_1 par une dérivation R_1 ; l'autre à accroître l'influence de la bobine amortissante B_2 en diminuant la résistance extérieure R_2 . On est donc certain d'arriver à l'amplitude voulue et le régime limite sera atteint d'autant plus rapidement que l'amortissement sera plus considérable ; c'est donc surtout par le réglage du courant qu'on doit agir : c'est, d'ailleurs, le seul moyen qui reste dans le cas où, pour simplifier la construction des appareils, on remplace la bobine amortissante B_2 par un simple tube de cuivre de 1^{mm} à 3^{mm} d'épaisseur et de quelques centimètres de longueur. Voici comment on peut opérer :

Dispositif employé pour le réglage du courant. — Le circuit

(¹) 200^{gr} à 250^{gr} de fil de cuivre couvrent une des bobines de 0^m,2 de diamètre intérieur et de 0^m,6 de long, en fil de 0^{mm},3 pour B_1 et de 0^{mm},5 pour B_2 . Aimant de 0^m,18 de longueur et de 0^{mm},15 de diamètre.

de la bobine synchronisante B_1 est fermé par une résistance fixe R_1 à peu près égale à la sienne, de sorte que la bobine B_1 agit en même temps comme amortisseur concurremment avec la bobine B_2 . Cette résistance R_1 est formée par un rhéocorde, ou mieux par une boîte d'une construction spéciale, disposée de telle manière qu'on puisse intercaler entre les deux extrémités du circuit distributeur une partie quelconque r_1 de R_1 sans modifier le circuit $B_1 + R_1$ (1).

Comme la résistance du circuit distributeur IP est ou peut être rendue très grande par rapport à la résistance *réduite* de la boîte B_1 ainsi *shuntée*, on peut considérer l'intensité I du courant distribué comme constante et indépendante de la résistance r_1 intercalée. Il en résulte que l'intensité i du courant efficace, c'est-à-dire de la portion du courant qui passe dans la bobine et produit la force synchronisante, est représentée par

$$i = I \frac{r_1}{B_1 + R_1};$$

elle est donc proportionnelle à la résistance intercalée r_1 et peut varier ainsi de zéro à $I \frac{R_1}{B_1 + R_1}$, c'est-à-dire jusqu'aux environs de $\frac{1}{2}$ (ou de toute autre fraction choisie), par degrés aussi rapprochés que le permet la construction de la boîte.

L'emploi d'une dérivation à la bobine synchronisante offre encore une ressource précieuse dans la synchronisation à grande distance : elle a été signalée et utilisée par M. le commandant Defforges, qui emploie dans ses belles observations du pendule une horloge synchronisée avec amortisseur électromagnétique. Cette dérivation permet, en effet, d'atténuer, dans telle proportion qu'on veut, les irrégularités du courant d'une ligne télégraphique causées par des forces électromotrices anormales, étrangères à la pile (courants telluriques, induits, etc.); il suffit, pour cela, d'ac-

(1) On construit très simplement soi-même une pareille boîte de résistance, de 110 ohms, par exemple, en mettant en *série* dix bobines de 10 ohms et dix bobines de 1 ohm. Les extrémités donnent une résistance totale R_1 de 110 ohms; si, d'autre part, on relie respectivement à une borne spéciale chaque jonction de deux bobines consécutives, on pourra composer une partie r_1 ayant telle résistance qu'on veut, à une unité près, comprise entre zéro et 110 ohms: le numérotage convenable des bornes rend la lecture immédiate. On remplacerait aisément les bornes par des chevilles comme dans les boîtes ordinaires.

croître le courant de la ligne jusqu'à le rendre n fois plus grand que les courants perturbateurs, $\frac{1}{n}$ étant la proportion d'anomalie inoffensive; la dérivation permet d'y puiser la fraction utile du courant, sensiblement débarrassé des influences perturbatrices qui seraient gênantes sans cet artifice.

Le perfectionnement que j'introduis ici consiste dans l'invariabilité de la résistance du circuit dérivé R_1 , qui maintient invariable le coefficient d'amortissement propre de la bobine B_1 . On peut donc, en faisant varier la résistance intercalaire r_1 , agir exclusivement sur la force synchronisatrice, comme on agit exclusivement sur l'amortissement en faisant varier la résistance extérieure R_2 de l'autre bobine B_2 .

Comme exemple de ce réglage de l'intensité du courant et de l'amplitude, je citerai l'une des séries d'expériences que j'ai exécutées à l'École Polytechnique : l'horloge à synchroniser, construite par M. Borrel, n'a rien de particulier; c'est une horloge à secondes de qualité ordinaire; le balancier, à tige de sapin, pèse 6^{kg}; l'échappement est à *chevilles*, pour permettre au besoin les grandes amplitudes; l'amplitude de strict échappement (arc de levée) est $\pm 0^\circ, 7$.

La série d'observations qui va suivre est particulièrement intéressante au point de vue de la démonstration de l'efficacité du dispositif synchronisateur; en effet, l'horloge, disposée d'ordinaire pour marquer le temps moyen, a été, dans cette série, réglée sur le temps sidéral (par l'addition d'une masse de 185^{gr} au milieu de la tige du balancier).

Malgré cette avance énorme de *quatre minutes par jour*, elle a été synchronisée sans difficulté par le courant émis par une bonne horloge réglée sur le temps moyen (¹), grâce à l'amortissement énergique imposé au balancier (tube de cuivre de 3^{mm} d'épaisseur, de 6^{cm} de longueur; barreau d'acier de 18^{cm} de long, de 15^{mm} de diamètre, aimanté à saturation).

La boîte de résistance R_1 en dérivation sur le circuit de la bobine B_1 est celle décrite précédemment dans la note de la page 103.

(¹) Dans d'autres séries, j'ai opéré depuis quatre minutes de retard jusqu'à six minutes d'avance sans que la synchronisation eût cessé d'être complète.

Voici la série des amplitudes obtenues avec diverses intensités : on y a ajouté la valeur numérique de la phase limite de l'oscillation du balancier correspondant à l'époque moyenne du passage du courant; on verra bientôt l'importance de cet élément :

Expérience faite avec l'horloge Borrel réglée sur le temps sidéral et synchronisée par une horloge de temps moyen.

Intensité du courant synchronisant (l'unité est sensiblement le dix-millième d'ampère).	Amplitude limite du balancier synchronisé.	Différences.	Phase γ .	Remarques.
110.....	$\pm 1,94$	$0,16$	$70,2$	L'amplitude peut atteindre : $\pm 3^{\circ}, 20.$
100.....	1,78	$0,16$	$70,2$	
90.....	1,62	$0,16$	$68,4$	
80.....	1,46	$0,16$	$68,4$	
70.....	1,30	$0,16$	$68,4$	
60.....	1,14	$0,16$	$73,5$	$\pm 0^{\circ}, 88$ amplitude normale.
50.....	0,96	$0,18$	$77,4$	
40.....	0,77	$0,19$	$81,0$	
35.....	0,67	$0,10$	$86,4$	
				$\pm 0^{\circ}, 62$ » de strict échappement.

Grâce à l'amortissement conforme du balancier, l'amplitude et la phase limite de l'oscillation étaient atteintes au bout de quelques minutes : les observations successives étaient donc rapides.

Détermination expérimentale de la phase limite. — Il reste à dire quelques mots sur la détermination de la phase limite : on la mesure par l'enregistrement simultané du courant synchronisant et d'un courant auxiliaire émis par le balancier synchronisé (contact touchant un ressort latéral). On obtient ainsi sur un cylindre enfumé, à chaque période, deux couples de signaux [(A, B), (a, b), début et fin du courant], qu'on relève avec une lame transparente portant onze droites convergentes, de manière à exprimer directement les époques des signaux en fraction décimale de la période commune. La moyenne des lectures donne ainsi :

1° L'époque moyenne du courant synchronisant $\frac{1}{2}(A + B)$;

2° L'époque de l'élongation du balancier synchronisé $\frac{1}{3}(a + b)$: on en déduit ici l'époque du passage à la position d'équilibre en retranchant $\frac{1}{4}$ de période.

La différence de ces deux nombres donne la phase exprimée en fraction de période : on la convertit en degrés sexagésimaux en la multipliant par 360° ; on obtient ainsi l'angle γ .

Exemple numérique. — Voici comment a été obtenue la phase $\gamma = 70^\circ,2$ du Tableau précédent :

$$\left\{ \begin{array}{l} a = 0,00 \\ A = 0,06 \\ B = 0,40 \\ b = 0,57 \end{array} \right\}, \quad \text{d'où} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2}(A+B) = 0,230, \\ \frac{1}{2}(a-b) - \frac{1}{4} = 0,035, \\ \text{Différence} = 0,195 \times 360^\circ = 70,2, \\ \gamma = 70^\circ,2. \end{array} \right.$$

L'approximation dépend de la longueur linéaire de la période sur le cylindre : elle ne dépasse guère ici $\frac{1}{200}$ de période, ce qui correspond à $\frac{1}{400}$ de seconde.

Résumé des résultats obtenus dans ces expériences. — Il n'est pas inutile de faire ressortir quelques-uns des résultats obtenus, pour montrer d'abord qu'ils sont conformes aux prévisions de la théorie, malgré l'introduction d'un élément dont il n'a pas été tenu compte (restitution mécanique automatique sous l'influence des poids moteurs), et ensuite pour prouver que le réglage pratique de l'amplitude s'obtient avec une extrême facilité.

1° *En graduant l'intensité de la force synchronisante, on peut donner au balancier telle amplitude stable qu'on désire, non seulement au-dessus, mais même au-dessous de l'amplitude normale* (celle qui se produit lorsque la liaison synchrone est supprimée).

2° *Les variations d'amplitude sont sensiblement proportionnelles aux variations d'intensité du courant synchronisant.*

C'est la généralisation expérimentale du théorème exprimé par l'équation (13) ⁽¹⁾, établie pour un pendule libre : on la retrouve aisément par la théorie en ayant égard aux résultats indiqués précédemment ⁽²⁾ pour un balancier entretenu.

⁽¹⁾ *Journal de Physique*, t. VII, p. 234. *Séances de la Société de Physique*, p. 686; 1887.

⁽²⁾ *Journal de Physique*, t. VII, p. 236. *Séances de la Société de Physique*, p. 70; 1887.

3° *La phase de synchronisation γ (correspondant à l'époque moyenne de l'action synchronisante) reste sensiblement constante tant que l'amplitude ne descend pas au-dessous de l'amplitude normale.*

La phase γ [voir *fig. 2* ⁽¹⁾] est, en effet, indépendante de l'action synchronisante constante avec un pendule libre, d'après l'équation (14) ⁽²⁾; avec un balancier entretenu, les variations se font sentir au voisinage de l'amplitude, où l'amortissement est compensé par le travail du poids moteur.

Ces résultats démontrent que le dispositif est tellement efficace qu'il permet de synchroniser, avec des courants très faibles, des horloges offrant des divergences de marche bien supérieures à celles qu'on rencontre dans le problème de la distribution de l'heure : il est donc capable de parer à tous les accidents provenant d'une variation accidentelle dans la marche des horloges, fussent-elles d'une qualité très médiocre. Il reste à montrer que ce dispositif permet d'aller plus loin dans le perfectionnement des réglages et qu'il offre des ressources inattendues pour la stabilité et le contrôle permanent du synchronisme.

2° Réglage de l'amortissement et de la phase d'une oscillation synchronique réduisant au minimum l'influence des actions perturbatrices. Réglage aperiodique.

L'une des propriétés les plus avantageuses du dispositif synchronisateur décrit précédemment est la facilité avec laquelle ce dispositif entre en fonction et s'y maintient. Aucun réglage préalable de construction n'est nécessaire : il suffit que l'amortissement électromagnétique du balancier soit notable. La grandeur de cet amortissement peut même être modifiée entre des limites étendues : l'amplitude de l'oscillation varie, mais la synchronisation persiste.

(¹) *Journal de Physique*, t. VII, p. 235; *Séances de la Société de Physique*, p. 69; 1887.

(²) *Journal de Physique*, t. VII, p. 234; *Séances de la Société de Physique*, p. 68; 1887.

La théorie rend aisément compte de cette propriété aussi utile que singulière : elle montre qu'il existe effectivement dans le réglage du synchronisme un élément indéterminé *a priori*, la *phase* (fraction de période s'écoulant entre l'époque moyenne de l'action périodique et l'origine de l'oscillation synchronisée), élément que la plupart des systèmes en usage déterminent par construction, mais qui reste arbitraire, comme l'amortissement, dans le dispositif précité et donne au réglage cette latitude si précieuse.

On est amené naturellement à examiner le rôle que jouent cette phase et l'amortissement corrélatif dans la stabilité du régime et à rechercher si un choix convenable de ces éléments ne permettrait pas d'accroître encore l'efficacité du dispositif.

La conclusion de cette étude est qu'on doit adopter le coefficient d'amortissement le plus fort compatible avec les conditions expérimentales, et donner à la phase une valeur aussi rapprochée que possible de *zéro*; on tend alors vers le *réglage apériodique* dont les propriétés seront exposées plus loin. C'est dans ces conditions qu'on réduit au minimum l'influence des causes perturbatrices les plus fréquentes.

La démonstration de ces résultats se déduit de la théorie des oscillations synchronisées faiblement amorties ⁽¹⁾, exposée précédemment ⁽²⁾.

Je dirai qu'une oscillation est *synchronisée* lorsque, sous l'influence d'une force périodique, elle est parvenue à un régime permanent tel, que *la phase demeure invariable*.

Les lois qui régissent le régime permanent obtenu à l'aide du dispositif précité sont résumées par les expressions (13) et (14) ⁽³⁾,

(¹) Dans les applications à l'horlogerie, des coefficients relativement élevés sont encore très éloignés de la limite imposée à l'oscillation par la condition d'être faiblement amortie : à savoir que $\alpha^2 T^2$ soit négligeable devant l'unité. Ainsi, déjà pour $\alpha T = \frac{1}{100}$, on atteint un amortissement énorme pour des appareils de précision; car, avec cette valeur, l'amplitude $A = A_0 e^{-\alpha t}$ se réduit dans le rapport de e (ou 2,71828) à 1 au bout du temps $t = 100T$, soit 3^{m20s} si la période T est de 2^s.

(²) *Journal de Physique*, t. VI, p. 452; *Séances de la Société de Physique*, p. 150; 1887.

(³) *Journal de Physique*, t. VI, p. 459; *Seances de la Société de Physique*, p. 156; 1887.

qu'on peut écrire sous diverses formes

$$(13) \quad \mathfrak{w} = \frac{u}{\sqrt{\alpha^2 \Theta^2 + 4\pi^2 \left(\frac{\Theta - T}{T}\right)^2}} = \frac{u \cos \gamma}{\alpha \Theta} = \frac{u \sin \gamma}{2\pi \left(\frac{\Theta - T}{T}\right)},$$

$$(14) \quad \tan \gamma = \frac{2\pi}{\alpha \Theta} \left(\frac{\Theta - T}{T}\right) = \frac{2\pi}{\alpha T} \left(\frac{\Theta - T}{\Theta}\right) = \frac{2\pi}{\alpha \mathfrak{C}}.$$

On en déduit les résultats suivants :

1° *La phase limite γ d'une oscillation synchronisée est indépendante de l'intensité u de l'action synchronisante et de l'amplitude limite $\mathfrak{w}$.*

Cette propriété, très importante au point de vue pratique, montre que les réglages des deux caractéristiques de l'oscillation, la phase et l'amplitude, peuvent être rendus indépendants. Il suffit, en effet, α , T et Θ étant donnés, de commencer par régler la phase ; l'amplitude peut être réglée à son tour sans altérer le précédent réglage, en agissant exclusivement sur l'intensité de l'action synchronisante à laquelle elle est proportionnelle.

2° *La phase limite est proportionnelle à la différence des périodes.*

L'observation de la phase limite, qui change de signe avec cette différence, permet donc de décider, sans avoir besoin d'arrêter la synchronisation, si l'oscillation rendue libre serait en avance ou en retard sur l'action directrice. Le signe et la grandeur de la phase indiquent ainsi dans quel sens et de combien il faudrait modifier la période du système synchronisé pour la rendre égale à la période directrice. Cette propriété est fort utile pour le réglage et le contrôle *en marche* des appareils synchronisés.

3° *Le coefficient d'amortissement qu'on doit imposer au système oscillant à synchroniser pour compenser une différence de période donnée $(\Theta - T)$ est défini par la phase qu'on veut maintenir entre l'oscillation synchronisée et l'action directrice, et réciproquement.*

La relation entre ces deux éléments est précisément l'expression (14). Comme la valeur de la phase est, en général, indéter-

minée *a priori*, on voit que le coefficient d'amortissement est également indéterminé, et les limites qui le comprennent sont extrêmement étendues : ces limites sont, d'une part, α_0 voisin de zéro (à l'exclusion de $\alpha = 0$, valeur pour laquelle aucun régime permanent ne pourrait s'établir) ; de l'autre, α_1 tel que $\alpha_1^2 T^2$ soit encore négligeable devant l'unité, condition nécessaire à la validité des formules (13) et (14) : γ varie alors de $\gamma_0 = \pm \frac{\pi}{2}$ à $\gamma_1 = 0$.

On voit là l'explication du fait signalé au début, à savoir le fonctionnement immédiat du dispositif, quelle que soit la grandeur de l'amortissement. C'est qu'en effet, l'équation (14) donnant toujours une valeur réelle pour γ , quels que soient $\Theta - T$, T et α , il s'établit nécessairement un régime stable ; l'oscillation est donc *toujours* synchronisée. Quant à la valeur de la phase, elle est le plus souvent indifférente ; elle constitue une constante instrumentale qu'on élimine par une observation préalable.

Nous sommes donc en présence d'une indétermination réelle de la phase et du coefficient d'amortissement, et nous ne trouvons dans les formules du régime permanent aucune condition qui puisse les définir. C'est dans la grandeur des variations probables des éléments en jeu que nous allons chercher à lever cette indétermination.

Variation de la phase causée par la variation lente des éléments de réglage. — Nous remarquerons d'abord que les trois éléments Θ , T , α qui figurent dans l'expression de la phase ne varient en général que fort lentement, le plus souvent sous l'influence de causes météorologiques, particulièrement des variations de température qui modifient les dimensions des systèmes oscillants, la résistance des conducteurs électriques ou le magnétisme des aimants. Ces variations, s'accomplissant pendant une durée extrêmement grande relativement aux périodes d'oscillation, modifient insensiblement les valeurs limites de la phase et de l'amplitude, mais sans altérer le caractère du régime, qui ne cesse pas d'être stable et d'être représenté par les formules précédentes. L'élément le plus mobile est évidemment la différence $\Theta - T$ (et le seul qu'il soit utile de considérer, les variations relatives de α et de T étant trop faibles pour agir d'une manière ap-

préciable sur γ); la formule (14) donne le moyen d'en atténuer l'influence : c'est d'augmenter la valeur de α . On en conclut :

L'erreur sur la phase causée par une variation lente de la différence de période décroît lorsque le coefficient d'amortissement augmente.

On a donc intérêt à augmenter autant que possible le coefficient α d'amortissement, ce qui fait tendre la phase vers zéro. On déduirait de l'expression (14) un moyen de déterminer cette valeur de la phase et par suite de α , en recherchant quelle grandeur on doit donner à ce coefficient pour que l'erreur sur la phase soit inférieure à une quantité donnée.

Variations de la phase causées par la variation brusque des éléments de réglage. — Les variations brusques des éléments Θ , T , α et u ont évidemment pour effet d'interrompre le régime permanent et d'imprimer à l'oscillation un régime variable, pendant la durée duquel la phase présente des erreurs périodiques dont il importe de se rendre compte, afin de chercher à les ramener dans les limites de la précision adoptée.

Ces variations brusques, à la rigueur possibles sur tous les éléments, ne sont guère à craindre que sur l'action synchronisante produite par un courant électrique : il faudrait, en effet, supposer aux appareils des vices de construction bien graves pour y prévoir la production habituelle de variations brusques et notables dans la valeur des périodes T , Θ ou du coefficient α . Il n'en est pas de même des piles électriques, des distributeurs de courants ou des lignes télégraphiques : là, au contraire, des altérations inévitables se produisent, et l'on doit toujours redouter des variations brusques de la force synchronisante. Nous nous bornerons donc à examiner l'influence de ce genre de variations; la discussion serait d'ailleurs toute semblable dans le cas d'un autre élément.

La considération de l'*indicatrice de synchronisation* ⁽¹⁾ donne la solution immédiate de toutes les questions relatives au régime

⁽¹⁾ *Journal de Physique*, t. VI, p. 458; *Séances de la Société de Physique*, p. 156; 1887.

car le rayon vecteur tourne avec une vitesse angulaire $\frac{2\pi}{C}$. Substituant la valeur (14) de $\cot \gamma$, il vient

$$\rho = \rho_0 e^{-\alpha t}, \quad \text{d'où} \quad t = \frac{1}{\alpha} \log \frac{\rho_0}{\rho} = \frac{1}{\alpha} \log n.$$

Donc, le temps nécessaire pour réduire à une fraction donnée l'erreur périodique de la phase pendant le régime variable qui suit une variation brusque de la force synchronisante est, toutes choses égales d'ailleurs, en raison inverse du coefficient d'amortissement.

D'autre part, le *maximum maximorum* de l'erreur $\Delta \gamma$ est évidemment NOC, donné par la tangente ON issue de l'origine O à la première spire

$$\frac{\Delta \gamma}{\sin \gamma} = \frac{NC}{OC} = \frac{NC}{OM + MC}; \quad \text{d'où} \quad \Delta \gamma < \frac{\Delta u}{u + \Delta u} \sin \gamma.$$

en remplaçant NC par MC qui lui est supérieur.

Donc l'erreur maximum à craindre sur la phase est proportionnelle au sinus de la phase limite.

Ainsi, qu'il s'agisse de variations brusques ou lentes, on a intérêt à donner au coefficient d'amortissement la plus grande valeur compatible avec les conditions expérimentales et à faire tendre la phase limite vers zéro.

Telles sont les conditions théoriques; on peut aisément les réaliser.

1° *Amortissement*. — Le coefficient α n'a jamais besoin d'atteindre la valeur $\alpha T = \frac{1}{100}$ (ce qui correspond à une réduction de l'amplitude du balancier libre dans le rapport de $e = 2,718$ à 1 en 100 périodes T) : on doit le diminuer, si l'on désire éviter l'arrêt en cas de la rupture du courant.

2° *Réduction à zéro de la phase*. — On y parvient en agissant sur la période T du balancier de manière à la rendre sensiblement égale à la période directrice Θ . A cet effet, lorsque le régime stable est établi, on observe au chronographe, ou simplement au téléphone, l'époque moyenne du courant synchronisant : si elle a lieu avant le passage du balancier à la position d'équilibre (le

sens du mouvement étant le sens de l'attraction de la bobine), le balancier *retarde*; si elle a lieu *après*, il *avance*. A l'aide de cette règle, facile à démontrer, on corrige aisément *en marche* ce retard ou cette avance au moyen de poids placés au milieu de la tige du balancier, et l'on arrive à la phase nulle, $\gamma = 0$, lorsque l'époque moyenne de l'attraction coïncide avec le passage à la verticale.

Régime et réglage apériodiques. — Je propose de donner le nom d'*apériodique* à ce mode de réglage pour rappeler que, dans ce cas ($\gamma = 0$), tout régime variable de la phase et de l'amplitude est *apériodique*, ces éléments atteignant leur valeur limite sans la dépasser.

La *fig. 2* résume les propriétés du *régime apériodique* comparative-ment avec le régime périodique ordinaire : dans le cas général, une oscillation, dont le point représentatif est P au moment où la synchronisation intervient, a pour *indicatrice* une spirale logarithmique d'angle γ allant de P en C (point asymptotique), tel que $\gamma OC = \gamma$. Dans le cas de $\gamma = 0$, la spirale dégénère en une droite PC₀. Le point C₀ a pour coordonnées $\gamma = 0$ (axe Oy) et $OC_0 = u : \alpha \theta$ conformément à l'expression (13) : c'est le point asymptotique de l'indicatrice rectiligne, car le point représentatif de l'oscillation s'en approche suivant la loi $\rho = \rho_0 e^{-\alpha t}$, ρ étant la distance des deux points.

La figure donne aussi la loi des amplitudes limites pendant le réglage de la période T; car, d'après (13), le lieu des points asymptotiques (γ, θ) correspondant à un amortissement α et une force u donnés est un cercle décrit sur OC₀ comme diamètre : on voit que l'amplitude limite passe par un maximum pour $\gamma = 0$, condition qui la rend indépendante des petites variations de $\theta = T$.

En raison de l'importance de ce régime apériodique, j'ai tenu à étudier cette indicatrice rectiligne et à l'enregistrer dans les mêmes conditions que la spirale : la *fig. 2 bis* est la reproduction (procédé Dujardin) d'un cliché photographique obtenu comme précédemment (1); elle représente les axes coordonnés rectangulaires et réalise l'indicatrice rectiligne PC₀ (doublée parce qu'elle est produite non par l'époque moyenne, mais par le début et la fin du courant synchronisant). Le point asymptotique est évidemment à l'extrémité la plus *empâtée* du trait. On comparera avec la double spirale (*fig. 4* qui est la reproduction de la *fig. 3* de la page 462) (2). La *fig. 3* donne la vérification de l'égalité approchée des périodes; elle représente, outre l'axe des déplacements (axe des x) et l'oscillation initiale complète:

(1) *Journal de Physique*, t. VI, p. 462; *Séance de la Société de Physique*, p. 161.

(2) *Séances de la Société de Physique*, p. 160; 1887.

(cercle et son diamètre), le décroissement d'une oscillation libre comme le faisait la spirale concentrique [*fig. 5* (*fig. 4* de la page 463) ⁽¹⁾].

Fig. 2 bis.

Fig. 3.

L'analogie de ces figures dispense de plus amples explications : on remarquera seulement que la spirale de la *fig. 1* correspond à une *avance*

Fig. 4.

Fig. 5.

du balancier, tandis que celles des *fig. 4* et 5 (dont les axes sont d'ail-

⁽¹⁾ *Séances de la Société de Physique*, p. 161; 1887.

leurs, comme ceux des *fig. 2 bis* et 3, tournés d'un angle droit) correspondent à un *retard*.

En résumé, le *réglage aperiodique* offre l'avantage :

1° De ne pas dérégler l'appareil pour le synchroniser, comme l'exigent certains systèmes;

2° D'éviter tout régime période pour l'amplitude et la phase;

3° De réduire au minimum, sinon à zéro, l'influence des perturbations les plus ordinaires;

4° De fournir un contrôle incessant du réglage et un moyen simple pour le rétablir s'il vient à varier.